

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1975



ИЗДАТЕЛЬСТВО • ЭНЕРГИЯ •

3

## Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с нелинейными нагрузками

ЖЕЖЕЛЕНКО И. В.

Жданов

Рациональное использование установок поперечно-емкостной компенсации в системах электроснабжения промышленных предприятий с нелинейными нагрузками подробно рассмотрено в литературе [Л. 1 и др.]. Особенности работы батарей конденсаторов в таких сетях, как известно, заключаются в отрицательном влиянии на конденсаторы высших гармоник тока, генерируемых нелинейными нагрузками. Методы аналитических расчетов гармоник в цепях батарей и меры защиты конденсаторов от перегрузки за счет токов гармоник разработаны главным образом применительно к схемам подключения батарей и нелинейных нагрузок либо к шинам высшего, либо к шинам низшего напряжения подстанции при ограниченном числе батарей.

В тех же случаях, когда имеется несколько цеховых трансформаторных подстанций с батареями конденсаторов, подключенными к шинам низшего напряжения, а также один или несколько источников гармоник, аналитические расчеты гармоник чрезвычайно затруднены. Между тем подстанции 6—10 кВ с отмеченными выше характерными особенностями получают широкое распространение на металлургических, машиностроительных, химических предприятиях, предприятиях целлюлозно-бумажной и других отраслей промышленности. Упрощенные однолинейные схемы таких подстанций представлены на рис. 1.

Источниками гармоник (ИГ) являются тиристорные выпрямительные установки и преобразователи частоты для электроприводов, индукционных плавильных печей, питания сварочной дуги, силовые магнитные усилители, дуговые и люминесцентные лампы и другие нелинейные нагрузки, установленная мощность которых в ряде случаев превышает мощность батарей конденсаторов и других

нагрузок. Практика свидетельствует о том, что значительные уровни гармоник тока и перегрузки батарей конденсаторов наблюдаются одновременно в цепях нескольких трансформаторных подстанций; следствием этого является массовый выход из строя конденсаторов.

Ниже обосновываются методы аналитического расчета несинусоидальных режимов в цепях батарей конденсаторов подстанций, схемы которых приведены на рис. 1, и приводятся рекомендации по исключению перегрузки батарей за счет токов высших гармоник.

**Влияние активных сопротивлений элементов сети на частоты резонанса.** В схемах, представленных на рис. 1, наибольшее значение  $\nu$ -й гармоники тока в цепи батарей конденсаторов  $\nu$ -й трансформаторной подстанции имеет место в режиме параллельного резонанса (резонанса токов) на частоте этой гармоники. Влияние активных сопротивлений проявляется в изменении частоты резонанса в сравнении с идеальным случаем, когда цепь состоит из реактивных элементов, а также в демпфировании амплитуды тока гармоники. Порядок гармоники  $\nu_p$ , соответствующей режиму параллельного резонанса, в соответствии с [Л. 2] определяется как

$$\nu_p = \nu_0 \sqrt{\frac{x_c x_L - r_{L\nu}^2}{x_c x_L - r_{c\nu}^2}}, \quad (1)$$

где  $x_c$  и  $x_L$  — емкостное и индуктивное сопротивление резонансного контура для 1-й гармоники;  $r_{L\nu}$  и  $r_{c\nu}$  — активные сопротивления ветвей с индуктивностью и емкостью для  $\nu$ -й гармоники;  $\nu_0$  — порядок гармоники, на частоте которой наступает резонанс при  $r_L = 0$  и  $r_c = 0$ .

При расчете несинусоидальных режимов в промышленных электросетях принимается  $r_c = 0$  [Л. 1].

Схема рис. 1,а. Для упрощения последующих выкладок будем полагать, что параметры всех цеховых трансформаторных подстанций идентичны; эквивалентные значения их на частоте 1-й гармоники обозначим согласно рис. 2,а с индексом «Σ». Активная и реактивная проводимости  $g_{\Sigma v}$  и  $b_{\Sigma v}$  ветвей нагрузки и батареи конденсаторов с учетом резкого проявления поверхностного эффекта определяются по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} g_{\Sigma v} &= \frac{r_{H\Sigma} \sqrt{v}}{v(r_{H\Sigma} \sqrt{v} + vx_{H\Sigma}^2)}; \\ b_{\Sigma v} &= \frac{x_{H\Sigma} x_{c\Sigma} - vr_{H\Sigma} - v^2 x_{H\Sigma}^2}{x_{c\Sigma} (r_{H\Sigma}^2 + vx_{H\Sigma}^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Активное и реактивное сопротивления, эквивалентные этим ветвям, после преобразований представляются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} r_{\Sigma v} &= x_{0v} k_{rH} \frac{\sqrt{v}}{v^2} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right); \\ x_{\Sigma v} &= x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $x_{0v}$  — сопротивление ветвей нагрузок и батарей конденсаторов при отсутствии активных сопротивлений;

$$k_{rH} = \frac{r_{H\Sigma}}{x_{H\Sigma}} \frac{r_{H\Sigma}}{x_{H\Sigma}}.$$

Отношение активного и реактивного сопротивлений ветви, представляющей цеховые трансформаторные подстанции,

$$\chi_{\text{тр.э}} = \frac{r_{\Sigma v}}{x_{\Sigma v}} = \frac{x_{0v} k_{rH} \frac{\sqrt{v}}{v^2} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + x_{\text{тс}} k_{r\text{т}} \sqrt{v}}{x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + vx_{\text{тс}}}, \quad (4)$$

где  $k_{r\text{т}} = r_{\text{тс}}/x_{\text{тс}}$ ;  $k_{\text{тс}}$  и  $x_{\text{тс}}$  — эквивалентные активное и реактивное сопротивления короткого замыкания трансформаторов цеховых подстанций.

Анализ последнего выражения показывает, что при  $k_{rH} = 0,5-0,7$ ;  $k_{r\text{т}} = 0,3-0,5$  (что характерно для цеховых сетей с трансформаторами мощностью 420—1600 кв·а) и  $v = 3-17$  оказывается  $\chi_{\text{тр.э}} = 0,05-0,25$ , т. е. того же порядка, что и величина  $k_r$  для сетей 6—10 кв. Режим резонанса токов между индуктивностью короткого замыкания сети и емкостью трансформаторных подстанций, как показали проверочные расчеты, возможен на частотах гармоник порядков  $v \geq 5$ . Отношение реактивных сопротивлений последних с учетом и без учета активных сопротивлений

$$\frac{x_{0\Sigma} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + vx_{\text{тс}}}{vx_{\text{тс}} + x_{0v}} \approx 0,94-0,97.$$

При этих условиях на основании (1) можно заключить, что отклонение резонансной частоты от значения, имеющего место при отсутствии активных сопротивлений, не превосходит 5%. Следовательно, без большой погрешности можно опреде-

лять частоту резонанса, пренебрегая активными сопротивлениями.

Частота параллельного резонанса в ветвях батареи конденсаторов и нагрузки трансформаторов также в небольшой мере зависит от активных сопротивлений. Обычно  $v_p < 5$ ; при этом

$$\frac{r_{Hv}}{x_{H\Sigma} x_c} = k_{rH} \sqrt{v} / x_c \ll 0,1,$$

поэтому практически можно считать  $v_p = v_0$ .

Схема рис. 1,б. Оценим влияние активных сопротивлений на частоту параллельного резонанса между емкостью батареи конденсаторов и индуктивностью остальных элементов сети при тех же условиях, что и в предыдущем случае. Эквивалентные активные и реактивные сопротивления трансформаторных подстанций (кроме s-й) и питающей сети определяются как

$$\left. \begin{aligned} r'_{\Sigma v} &= \frac{\left( x_{H\Sigma} \frac{k_{rH} \sqrt{v}}{v^2} + x_{\text{тс}} k_{r\text{т}} \sqrt{v} \right) vx + x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + v(x_{\text{тс}} + x)}{\left( x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + vx_{\text{тс}} \right) k_{rc} \sqrt{vx}}; \\ x'_{\Sigma v} &= \frac{\left[ x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + vx_{\text{тс}} \right] vx}{x_{0v} \left( \frac{k^2 r_{H\Sigma}}{v} + 1 \right) + v(x_{\text{тс}} + x)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

С учетом трансформатора s-й подстанции

$$\left. \begin{aligned} r_{\Sigma v} &= k_{r\text{т}} x \sqrt{v} + r'_{\Sigma v}; \\ x_{\Sigma v} &= vx_{\text{т}} + x'_{\Sigma v}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Отношение этих сопротивлений после выполнения весьма простых преобразований представляется неравенством  $\chi_{\text{тр.э}} < k_{r\text{т}}/\sqrt{v}$ , которое справедливо при индуктивном характере сопротивления  $x_{\Sigma v}$ , что практически всегда имеет место при  $v \geq 3$ . В этом случае оказывается  $\chi_{\text{тр.э}} < 0,3$ .

Влияние активных сопротивлений на реактивное сопротивление  $x_{\text{тр.э}}$  также несущественно; проверочные расчеты показали, что учет их приводит к изменению значения  $x_{\Sigma v}$  не более, чем на 2—4%. Данное обстоятельство позволяет представить входные активные и индуктивные сопротивления относительно зажимов источника гармоник и отношение этих величин следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} r_{\text{вх}v} &\approx \frac{r_{\Sigma v} vx_{\text{нс}} + r_{\text{нс}} \sqrt{v} x_{\Sigma v}}{x_{\Sigma v} + vx_{\text{нс}}}; \\ x_{\text{вх}v} &\approx \frac{x_{\Sigma v} vx_{\text{нс}}}{vx_{\text{нс}} + x_{\Sigma v}}; \\ \chi_{\text{вх}v} &\approx \frac{r_{\Sigma v}}{x_{\Sigma v}} + \frac{r_{\text{нс}}}{vx_{\text{нс}}}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $r_{\text{нс}}$  и  $x_{\text{нс}}$  — активное и индуктивное сопротивления нагрузки s-й подстанции при промышленной частоте.

Уже для  $\nu \geq 5$  оказывается  $\chi_{\text{вх}} \nu \leq 0,3$ . Таким образом, влиянием активных сопротивлений на значения резонансной частоты в рассматриваемом случае также можно пренебречь.

Этот вывод в полной мере относится к схеме рис. 1, в, поскольку сопротивление обмотки высшего напряжения трехобмоточного трансформатора весьма мало и взаимным влиянием источников гармоник и потребителей, подключенных к разным обмоткам трансформатора, можно пренебречь. Следовательно, на частоты параллельного резонанса в схемах рис. 1 активные сопротивления практически не оказывают влияния.

**Определение гармоник тока в батареях конденсаторов с учетом активных сопротивлений.** В режиме резонанса токов между индуктивностью сети и эквивалентной емкостью цеховых трансформаторных подстанций сопротивления схемы рис. 2, а согласно [Л. 2]

$$r_0 \approx \frac{\nu^2 p x^2}{r_{\Sigma \nu}} \quad (8)$$

где  $r_{\Sigma \nu}$  определяется по выражению (4).

Ток  $\nu$ -й гармоники в батарее конденсаторов  $k$ -й трансформаторной подстанции

$$I_{\nu}^{(k)} \approx \frac{I_{\nu} r_0 \left(1 + \frac{x_{\Sigma k}}{x_{\Sigma k}}\right)}{x_{\Sigma k}} = \frac{Q_{\Sigma k}}{S_{\Sigma k}} \frac{\nu^2 p \sqrt{V_{\nu p}}}{k r_{\Sigma}} \left(1 + \frac{S_{\Sigma k}}{S_{\Sigma k}} e^{*}_{\Sigma k}\right). \quad (9a)$$

Последнее выражение с дополнительной погрешностью не более 5% можно представить в виде:

$$I_{\nu}^{(k)} \approx \frac{Q_{\Sigma k}}{S_{\Sigma k}} \frac{\nu^2 p \sqrt{V_{\nu p}}}{k r_{\Sigma}}. \quad (9b)$$

Здесь  $x_{\Sigma k}$  и  $S_{\Sigma k}$  — индуктивное сопротивление короткого замыкания и мощность  $k$ -го трансформатора;  $e^{*}_{\Sigma k}$  — относительное значение э. д. с. короткого замыкания  $k$ -го трансформатора;  $S_{\Sigma k}$  — мощность трехфазного короткого замыкания на шинах, к которым подключены трансформаторы;  $Q_{\Sigma k}$  — номинальная мощность батареи конденсаторов  $k$ -го трансформатора.

Рассматриваемый режим отвечает максимально возможному значению тока  $\nu$ -й гармоники в конденсаторах. В случае резонанса токов между индуктивностью нагрузки и емкостью батарей конденсаторов ток в батарее при пренебрежении активными сопротивлениями схемы

$$I_{\nu}^{(k)} \approx \frac{I_{\nu} \nu^2 p x_{\Sigma k}}{x_{\Sigma k}} = \frac{I_{\nu} \nu^2 p Q_{\Sigma k}}{S_{\Sigma k}}. \quad (10)$$

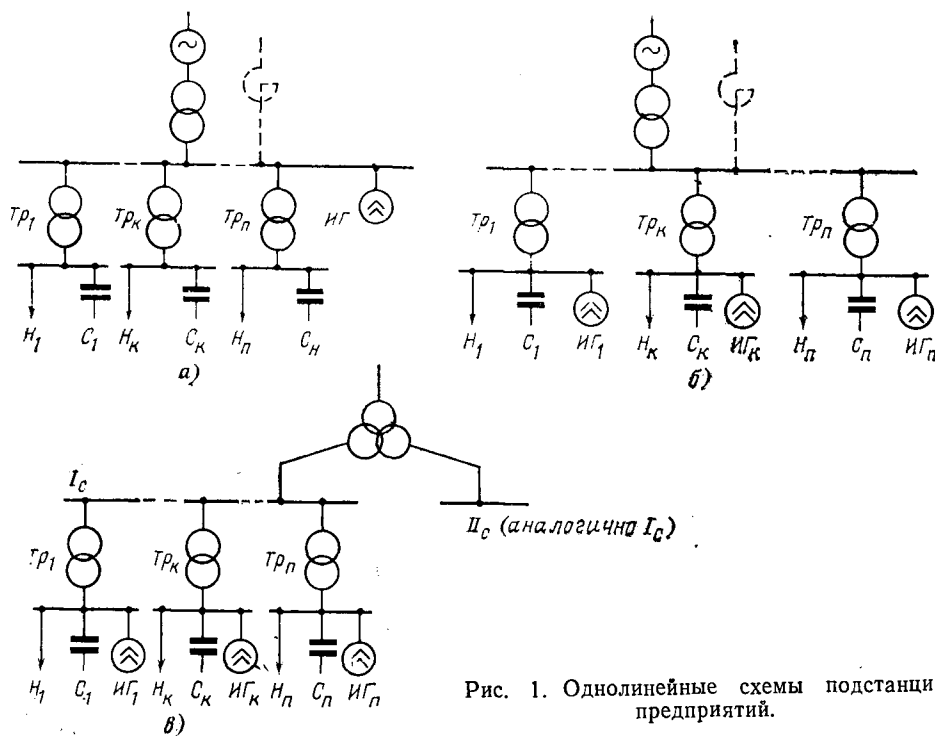


Рис. 1. Однолинейные схемы подстанций предприятий.

Отношение токов гармоник в рассматриваемом случае

$$\frac{I_{\nu}^{(k)} c_{\nu}}{I_{\nu}^{(k)} c_{\nu 1}} = \frac{S_{\Sigma k}}{S_{\Sigma k}} e^{*}_{\Sigma k} \frac{\nu p_2 \sqrt{V_{\nu p_2}}}{\nu^2 p_1} \ll 1. \quad (11)$$

При резонансе токов между емкостью батарей и индуктивностью сети схемы рис. 2, в сопротивление  $r_0$  удобно определять как

$$r_0 \approx \frac{x_{\Sigma k}^2}{\nu^2 p + r_{\Sigma k}}, \quad (12)$$

где  $r_{\Sigma k}$  принимается согласно выражению (7). Сказанное справедливо также для схемы рис. 1, в.

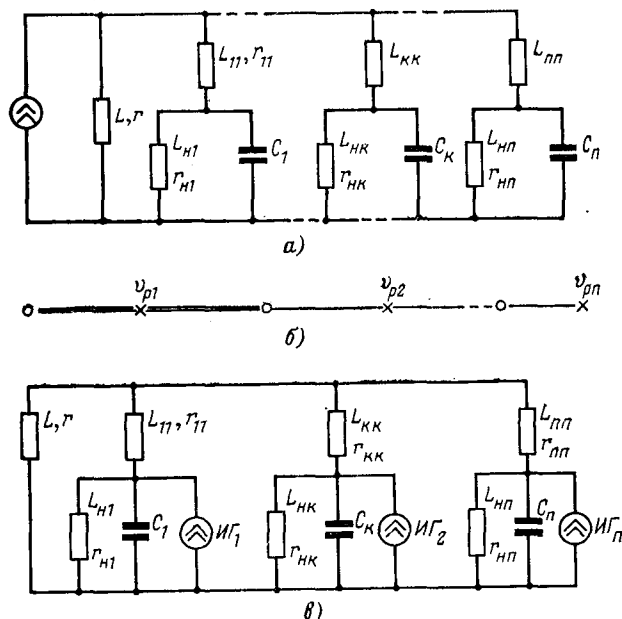


Рис. 2. Схемы замещения подстанций предприятий для расчета гармоник тока (а и в) и характеристическая строка для схемы рис. 2, а (б).



Расчет гармоник тока в батареях конденсаторов на частотах, отличных от резонансных, можно производить без учета активных сопротивлений, если относительное отклонение от частоты резонанса [Л. 1]  $(\nu - \nu_p)/\nu_p \leq 0,08$ .

**Определение порядков гармоник, соответствующих резонансным частотам.** Выше было показано, что резонансные частоты в схемах рис. 2,а, в могут определяться в предположении чисто реактивного характера элементов этих схем. В дальнейшем при определении частот резонанса будем полагать, что все активные сопротивления равны нулю.

Схема рис. 2,а. Входное сопротивление реактивного многоэлементного двухполюсника рис. 2,а относительно зажимов источника гармоник в операторной форме

$$z_{\Sigma}(p) = \frac{\prod_{k=1}^n [p^2 L_{\Sigma k} L_{kk} C_k + (L_{\Sigma k} + L_{kk})] + L \sum_{k=1}^n (p^2 L_{\Sigma k} C_k + 1) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^n [p^2 L_{\Sigma q} L_{qq} C_q + (L_{\Sigma q} + L_{qq})]}{\prod_{k=1}^n [p^2 L_{\Sigma k} L_{kk} C_k + (L_{\Sigma k} + L_{kk})] + L \sum_{k=1}^n (p^2 L_{\Sigma k} C_k + 1) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^n [p^2 L_{\Sigma q} L_{qq} C_q + (L_{\Sigma q} + L_{qq})]} \quad (13)$$

где  $p = j\omega\nu$  — оператор.

Обозначения приняты согласно схеме замещения рис. 2,а. Ток в батарее конденсаторов  $s$ -й цеховой подстанции

$$I_{Cs}(p) = \frac{p^2 L_{\Sigma s} C_s \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n [p^2 L_{\Sigma k} L_{kk} C_k + (L_{\Sigma k} + L_{kk})]}{\prod_{k=1}^n [p^2 L_{\Sigma k} L_{kk} C_k + (L_{\Sigma k} + L_{kk})] + L \sum_{k=1}^n (p^2 L_{\Sigma k} C_k + 1) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^n [p^2 L_{\Sigma q} L_{qq} C_q + (L_{\Sigma q} + L_{qq})]} \times I(p), \quad (14)$$

где  $I(p)$  — изображение тока источника гармоник.

Из сопоставления (13) и (14) следует, что в общем случае при отличающихся друг от друга параметрах цеховых трансформаторных подстанций наибольшие значения токов гармоник в батареях будут иметь место в режимах резонанса токов между индуктивностью сети и эквивалентной емкостью трансформаторных подстанций; частоты резонанса находятся из уравнения

$$z_{\Sigma}(\nu\nu) = \infty$$

и соответствуют полюсам функции  $z_{\Sigma}(\nu\nu)$ .

Получить аналитическое выражение для резонансной частоты (или соответствующего ей номера гармоники  $\nu_p$ ) при  $n \geq 3$ , когда параметры всех трансформаторных подстанций различны, не представляется возможным, поскольку  $\nu_p$  являются корнями полного алгебраического уравнения  $n$ -й степени. Однако области, в которых заключены искомые значения  $\nu_p$ , могут быть легко найдены.

В соответствии с теоремой Фостера нули и полюсы функции  $z_{\Sigma}(\nu\nu)$  чередуются; каждый полюс располагается между двумя нулями. Из уравнения для определения нулей

$$\prod_{k=1}^n [p^2 L_{\Sigma k} C_k L_{kk} + (L_{\Sigma k} + L_{kk})] = 0 \quad (15a)$$

следует:

$$\nu_{0k} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{L_{\Sigma k} L_{kk}}{L_{\Sigma k} L_{kk} C_k}} = \sqrt{\frac{(x_{\Sigma k} + x_{T k}) x_{C k}}{x_{\Sigma k} x_{T k}}} \quad (15b)$$

Выражение (15b) соответствует условию резонанса напряжений в цепи  $k$ -й подстанции. Очевидно, число нулей функции  $z_{\Sigma}(\nu\nu)$  равно количеству трансформаторных подстанций  $n$ . На рис. 2,б показана характеристическая строка для схемы рис. 2,а. Определение полюсов можно производить в дальнейшем итерационным методом.

Из (14) можно заключить, что появление режима резонанса токов на частоте гармоники влечет за собой возрастание тока этой гармоники в конденсаторных батареях всех трансформаторных подстанций. Вариации нагрузки какой-либо из подстанций не оказывают существенного влияния на положение нулей и деформацию частотной характеристики функций  $z_{\Sigma}(\nu\nu)$ , поскольку при полной нагрузке трансформатора  $x_{\Sigma k} = (3-4) x_{T k}$ .

Изменение мощности (емкости) батареи конденсаторов сказывается значительно сильнее. Выход из строя или отключение части батареи на одной из подстанций с целью поддержания требуемого уровня напряжения (или коэффициента мощности) в сети могут привести к возникновению режима резонанса токов на частоте одной из гармоник источника и появлению значительных токов гармоник в батареях конденсаторов всех трансформаторных подстанций; этот вывод полностью подтверждается данными экспериментов.

При мощностях трансформаторов 630—2400 кВ·А, загруженных на 50—100%, и мощностях конденсаторных батарей, выбранных из условия компенсации коэффициента мощности до значения 0,94 при первоначальном значении около 0,7—0,8, частоты резонанса находятся в диапазоне 200—450 Гц. Интервалы между нулями и полюсами при  $n \geq 3$  могут составлять 20—30 Гц, т. е. находиться в пределах, определяемых погрешностями оценки частот резонанса при пренебрежении активными сопротивлениями элементов схемы. В этом случае, учитывая отклонения от номинальных значений емкостей конденсаторов, индуктивностей короткого замыкания трансформаторов и других параметров схемы электроснабжения, появление режима резонанса токов на частоте любой гармоники в диапазоне 200—450 Гц можно считать равновероятным.

Рассмотренный выше случай, когда к подстанции подключена группа трансформаторов различной мощности, встречается сравнительно редко. На практике, как правило, все трансформаторные подстанции выполняются одинаковыми. Полагая, что параметры схем замещения для всех  $n$  подстанций

равны соответствующим параметрам для  $k$ -й подстанции, с помощью выражения (13) найдем:

$$v_p = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{L_{hk} L_{hk} L(n-1)}{L_{hk} C_k [L_{hk} + L(n-1)]}} = \sqrt{\frac{x_{hk} x_{tk} - x(n-1)}{x_{hk} [x_{tk} + x(n-1)]}} x_{ck}. \quad (16)$$

Запишем последнее равенство в относительных единицах; с этой целью обозначим:

$$\frac{S_{tk}}{S_{k.3}} = \rho_t; \quad \frac{S_{hk}}{Q_{6k}} = \gamma_h; \quad \frac{S_{tk}}{Q_{6k}} = \gamma_t; \quad \frac{S_{hk}}{S_{tk}} = \gamma_{h.t}. \quad (17a)$$

Индуктивные и емкостные сопротивления сети при промышленной частоте:

$$x_{tk} = \omega L_{tk} = \frac{U^2}{S_{tk}} e^*_{k.3}; \quad x_{hk} = \frac{U^2}{S_{hk}} e^*_{hk}; \quad x = \omega L = \frac{U^2}{S_{k.3}}; \quad x_{ck} = \frac{1}{\omega C_k} = \frac{U^2}{Q_{6k}}, \quad (17b)$$

где  $e^*_{hk}$  — относительное значение нагрузки цеховой трансформаторной подстанции в долях номинальной мощности трансформатора.

С учетом (17a и б) выражение (16) запишется в виде

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma_t (e^*_{hk} + \rho)}{e^*_{hk} \rho}} \quad (18)$$

где  $\rho = e^*_{k.3} + \rho_t (n-1)$ .

Если принять усредненные значения параметров промышленных электросетей, приведенные к напряжению 6 кВ согласно [Л. 1]:

$$\omega L_{tk} = \frac{2}{S_{tk}}; \quad \omega L_{hk} = \frac{7,5}{S_{hk}}; \quad \omega L = \frac{40}{S_{k.3}}; \quad \frac{1}{\omega C_k} = \frac{40}{Q_{6k}}. \quad (19)$$

то получим формулу, удобную для анализа и ориентировочных расчетов:

$$v_p = 6,3 \sqrt{\frac{\gamma_h [2 + 40 (n-1) \rho_t] + 7,5 \gamma_t}{15 + 300 (n-1) \rho_t}}. \quad (20)$$

Рассмотрение выражения (20) показывает, что порядок гармоники, на частоте которой возможен резонанс токов, в наибольшей мере зависит от соотношения установленных мощностей трансформаторов и батарей конденсаторов (параметр  $\gamma_t$ ). Изменение числа трансформаторных подстанций оказывает незначительное влияние на значение  $v_p$ , которое обычно находится в пределах  $v_p = 4-8$ .

Рассмотрим случай, когда параметры схем замещения для  $(n-1)$  трансформаторных подстанций одинаковы (индексы « $k$ » и « $kk$ »), но не равны соответствующим параметрам для  $s$ -й подстанции. Последнее может иметь место в ремонтных или послеаварийных режимах, если на одной из подстанций изменилась установленная мощность нагрузки либо батареи конденсаторов, а также в случае, когда мощность одного из трансформаторов отлична от мощностей остальных. Из (13) получим:

$$v_p = \sqrt{\frac{b_s \pm b_s - 4a_s c_s}{2a_s}}, \quad (21)$$

где в относительных единицах:

$$a_s = k \frac{e^*_{hk} (e^*_{hk})'}{\gamma_t (\gamma_t)'} \{e^*_{k.3} [(e^*_{k.3})' + \rho'_t] + (n-1) (e^*_{k.3})' \rho_t\};$$

$$b_s = k \frac{e^*_{k.3}}{\gamma_t} \{e^*_{k.3} (e + \rho'_t) + (n-1) [(e^*_{k.3})' + (e^*_{hk})' \rho_t] + k \frac{(e^*_{hk})'}{\gamma_t'} \{ (e^*_{k.3}) [e + (n-1) \rho_t] + e \rho'_t \} \};$$

$$c_s = k [(e^*_{k.3})' + (e^*_{hk})'] [e + (n-1) \rho_t] + e \rho'_t;$$

$$e = e^*_{k.3} + e^*_{hk}; \quad k = \frac{U^4}{S_{tk} S_{tk}}; \quad \rho'_t = \frac{S_{tk}}{S_{k.3}}; \quad \gamma_t' = \frac{S_{tk}}{Q_{6s}}.$$

Численный анализ полученного решения с помощью ЦВМ позволил установить ряд важных в практическом отношении положений.

1. При мощностях трансформаторов цеховых подстанций в диапазоне 630—2400 кВ·а и  $S_{k.3} = 200-400$  МВ·а наибольшие значения токов гармоник в батареях конденсаторов имеют место на частотах гармоник 4—8-го, а также 35—37-го порядков. Ток 35—37-й гармоник в батарее при значительной мощности управляемых вентильных преобразователей может привести к недопустимой перегрузке батарей. Другие виды нелинейных нагрузок генерируют весьма малые гармоники тока порядков  $v > 7$ .

2. Количество трансформаторных подстанций (при  $n \leq 6$ ) незначительно сказывается на значении  $v_p$ .

3. Изменение нагрузки  $s$ -й трансформаторной подстанции в пределах  $(0,5-1) S_{hs}$  не оказывает существенного влияния на величину  $v_p$ ; изменение мощности батареи конденсаторов на 20—30% может привести к перемещению частоты резонанса на 30—50 Гц.

Схема рис. 2,в. Входное сопротивление схемы рис. 2,в относительно зажимов источника гармоник  $s$ -й трансформаторной подстанции в операторной форме

$$z_s(p) = \frac{pL'[z_{ss}(p) + pL_{ss}]}{[z_{ss}(p) + pL_{ss}] [(p^2 L_s C_s + 1) + pL_s]}, \quad (22)$$

где  $z_{ss}(p)$  — эквивалентное операторное сопротивление сети  $\Gamma$  трансформаторных подстанций, кроме  $s$ -й, определяемое по (13) при  $k \neq s$ .

Как и в предыдущем случае, порядки гармоник  $v_p$ , соответствующие полюсам функции  $z_s(v\omega)$ , уже при  $n \geq 2$  не могут быть найдены аналитически. Однако и в этом случае можно определить области, внутри которых располагаются полюсы. Поскольку наличие слагаемого  $pL_s(v\omega L_s)$  не влияет на положение полюсов, то последние находятся внутри интервалов, границы которых также определяются из уравнения

$$z_{ss}(v\omega) = 0.$$

Это обстоятельство позволяет распространить на рассматриваемый случай выводы, полученные из анализа (13) и (14).

Порядок гармоники, соответствующий режиму параллельного резонанса в цепи батареи конденсаторов  $s$ -й трансформаторной подстанции при условии, что остальные  $(n-1)$  цеховых подстанций выполнены идентично (их параметры указаны с индексом « $k$ »), определяется выражением (21a) при следующих значениях коэффициентов (в отно-

сительных единицах):

$$\left. \begin{aligned} a_s &= e_{*n}^* (e_{*n}^*)' k [e_{*k.3}^* \rho'_{*T} + (e_{*k.3}^*)' \rho]; \\ b_s &= (e_{*n}^*) v_T \{ (e_{*k.3}^*) \rho + e_{*n}^* [(e_{*k.3}^*)' + \rho'_{*T}] + \\ &+ e_{*k.3}^* \rho_T \} k + e_{*n}^* v_T' \{ \rho [(e_{*k.3}^*)' (e_{*n}^*)'] + e_{*k.3}^* \rho_T \} k; \\ c_s &= v_T v_T' \{ (e_{*n}^* + \rho) [(e_{*k.3}^*)' + (e_{*n}^*)] + \\ &+ (e_{*n}^* + e_{*k.3}^*) \rho_T \}, \end{aligned} \right\} (23)$$

где  $k = \frac{U^2}{S_{*k}^2 S_{*s}^2} \frac{1}{(n-1)^2}$ ;  $\rho = e_{*k.3}^* + \rho_T (n-1)$ .

Если все  $n$  трансформаторных подстанций одинаковы, то в выражениях (23) следует параметры  $s$ -й подстанции принимать равными соответствующим параметрам каждой из отдельных подстанций.

Для определения порядка гармоники, соответствующего резонансу токов в цепи батареи конденсаторов  $k$ -й трансформаторной подстанции, в выражениях (23) нужно изменить индексы у коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , записав их как  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $c_k$ ; структура выражений остается неизменной.

В соответствии с теоремой Фостера полюс функции  $z_{*s}(\omega)$  находится между двумя нулями, соответствующими порядкам гармоник  $v_1 = 0$  и

$$v_3 = v_{0k} \sqrt{1 - \frac{x_{*k} [(n-1)x + x_{*s}]}{x x_{*k} + x_{*s}(n-1)x + x_{*k}}}, \quad (24a)$$

где  $v_{0k} = \frac{x_{*k}}{x_{*k}}$  — порядок гармоники, соответствующий

частоте параллельного резонанса между емкостью конденсаторов и индуктивностью нагрузки  $k$ -й трансформаторной подстанции.

Если все трансформаторные подстанции одинаковы, то

$$v'_3 = v_{0k} \sqrt{\frac{x_{*k} (x + x_{*k})}{x_{*k} [nx + x_{*k}]}}, \quad (24б)$$

В относительных единицах

$$v_3 = v_{0k} \sqrt{1 + \frac{e_{*n}^* (e_{*k.3}^*) + (n-1)\rho'_{*T}}{e_{*k.3}^* \rho_T + (e_{*k.3}^*)' [(n-1)\rho + e_{*k.3}^*]}}, \quad (24в)$$

$$v'_3 = v_{0k} \sqrt{\frac{e_{*n}^* (\rho_T + e_{*n}^*)}{e_{*k.3}^* (n\rho + e_{*k.3}^*)}}, \quad (24г)$$

$$v_{0k} = \sqrt{\frac{v_T}{e_{*n}^*}}. \quad (24д)$$

При наличии источников гармоник в нагрузке всех трансформаторных подстанций ток  $v$ -й гармоники в цепи батареи конденсаторов  $s$ -го трансформатора

$$I_{1s} = \sum_{k=1}^n k_{ks} I_k,$$

где  $k_{ks}$  — коэффициент токораспределения между  $k$ -й ветвью с источником гармоник и  $s$ -й ветвью с батареей конденсаторов. Представляет интерес найти выражения для частот, при которых величина  $k_{ks}$  максимальна. Анализ функции  $k_{ks}(\omega)$  показывает, что в рассматриваемом случае эта величина максимальна при порядках гармоник, определяемых выражениями (23), а также следующими (в относительных единицах):

$$v_{p3} = \sqrt{\frac{v_T [(e_{*n}^*)' + (e_{*k.3}^*)']}{(e_{*n}^*)' (e_{*k.3}^*)'}}; \quad (25a)$$

$$v_{p4} = \sqrt{\frac{v_T [(e_{*n}^*)' + (e_{*k.3}^*)'] + \rho_T}{(e_{*n}^*) [(e_{*k.3}^*)' + \rho_T]}}. \quad (25б)$$

Условие (25a) соответствует режиму резонанса напряжений на частоте  $v_3$ -й гармоники в цепи  $s$ -й трансформаторной подстанции; равенство (25б) отвечает частоте параллельного резонанса между индуктивностью сети и сопротивлением  $s$ -го трансформатора. Если пренебречь сопротивлением сети ( $x \approx 0$ ), то получается  $v_3 = v_4$ . Отметим, что на частотах тех же гармоник имеют место максимумы коэффициента токораспределения между  $s$ -й и  $k$ -ми подстанциями. Рассмотрение результатов, полученных на основе анализа выражений (21) и (23) при условиях, принятых для схемы рис. 2,а, показывает, что порядок гармоник  $v_{p3}$  и  $v_{p4}$  оказывается весьма близким к  $v_3$  и  $v_4$  и находится в пределах 4—8. Как и в предыдущем случае, получается  $v_2 \approx (35—37)$ ; это обстоятельство необходимо принимать во внимание лишь при наличии управляемых вентильных преобразователей.

Приведенные результаты в полной мере относятся к схеме рис. 1,в.

**Мероприятия, исключающие перегрузку конденсаторов за счет токов гармоник.** Как следует из предыдущего анализа, на практике опасные перегрузки батарей конденсаторов возможны на частотах гармоник 5—7-го порядков, которые имеют большой удельный вес в амплитудном спектре всех нелинейных нагрузок, за исключением вентильных преобразователей с числом фаз более шести. Применение 12-фазных преобразователей является действенной мерой, направленной на исключение перегрузки конденсаторов за счет токов гармоник; такое решение оказывается экономически целесообразным в случае, когда подстанция коммутируется по схеме рис. 1,а при мощности преобразователя 2—3 Мвт и более. Если реализация этого решения не представляется возможной, к шинам высшего напряжения должны быть подключены резонансные фильтры 5 и 7-й гармоник; достаточным оказывается использование только фильтра 5-й гармоники [Л. 3].

Реализация резонансных фильтров на шинах низшего напряжения трансформаторных подстанций может оказаться необходимой при схеме рис. 2,в, если наличие гармоник отрицательно сказывается на качестве продукции, например, при нагреве металла в электрических печах сопротивления. В этом случае также нужно предусматривать фильтры 5-й или 5 и 7-й гармоник; в сетях 380 в принимаются конденсаторы с номинальным напряжением 500 в и включаются в треугольник (рис. 3). Если фильтрация гармоник не требуется, сопротивление реактора выбирается из условия обеспечения индуктивного характера цепи реактор — батарея на частоте гармоник 5-го и более высоких порядков; это решение распространяется также на случай, когда мощность батареи регулируется по условию поддержания задан-

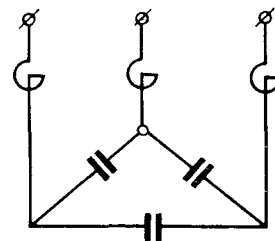


Рис. 3. Схема включения конденсаторов с защитными реакторами.

ного уровня напряжения или коэффициента мощности.

**Выводы.** 1. При наличии нескольких цеховых трансформаторных подстанций, подключенных к шинам 6—10 кВ электростанции или подстанции, и источников гармоник, питающихся от этих шин или от трансформаторных подстанций, резонанс токов в цепи батарей конденсаторов цеховых подстанций возникает на частотах гармоник 5—7-го порядков; в этом режиме возможна недопустимая перегрузка батарей конденсаторов по току и мощности.

2. Расчет гармоник тока при резонансе следует выполнять с учетом активных сопротивлений.

3. Перегрузка конденсаторов не возникает, если в амплитудных спектрах токов нелинейных нагрузок отсутствуют гармоники порядков  $\nu \leq 7$ . При невыполнении этого условия необходима защита конденсаторов с помощью реакторов либо использование их в схемах резонансных фильтров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в установках поперечно-емкостной компенсации. — «Электричество», 1973, № 11, с. 40—45.
2. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. М., «Энергия», 1969, 424 с.
3. Жежеленко И. В. Резонансные фильтры в электрических сетях. — «Электричество», 1974, № 7, с. 16—20.

[20.6.1974]



УДК 621.315.2.018.782.3.001.24

## Анализ переходных процессов в кабельных линиях по корням характеристического уравнения

Доктор техн. наук БАЛБЯН Р. Х., канд. техн. наук РОШАЛЬ М. И.

Ленинград

Кабельные линии широко используются для передачи энергии и сигналов информации. Для исследования динамических характеристик систем, содержащих кабельные линии, необходимо уметь достаточно просто и точно оценивать динамические характеристики линий при различных их параметрах и нагрузках.

Теория цепей с распределенными параметрами обладает сравнительно небольшим арсеналом методов анализа их динамических характеристик, пригодных для инженерных расчетов. Известные методы реализуются в инженерных расчетах для частных случаев холостого хода, короткого замыкания или нагрузки, согласованной с волновым сопротивлением кабеля. В случае произвольной нагрузки практически приемлемые соотношения получаются лишь при исключении из исходных уравнений одного из основных первичных параметров линии: емкости, индуктивности или активного сопротивления жил кабеля. Однако в ряде случаев эти допущения не только уменьшают точность расчетов, но и искажают качественную картину исследуемых процессов. Так, обычно принимаемое при расчете переходных процессов в кабельных линиях допущение о возможности исключения из исходных уравнений индуктивности жил [Л. 1 и 2] иногда вместо реального колебательного решения приводит к апериодическому.

Представляется весьма заманчивым использовать приближенные временные и частотные способы оценки параметров переходных процессов, с успехом применяемые в теории автоматического регулирования, в частности, корневые методы — корневого годографа и критериев взаимного расположения корней характеристического уравнения передаточной функции. Однако использование известных корневых методов при исследовании переходных процессов в цепях с распределенными параметрами затруднено из-за отсутствия общих методов вычисления комплексных корней характе-

ристического уравнения передаточной функции участка линии с учетом емкости, индуктивности и активного сопротивления жил кабеля при любой, в том числе активно-реактивной нагрузке. Рассмотрим возможное решение этой задачи.

Переходные процессы в двухпроводной длинной линии описываются системой телеграфных уравнений [Л. 2]:

$$L \frac{\partial i}{\partial t} + iR = -\frac{\partial u}{\partial x}; \quad C \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial i}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $R$ ,  $L$  и  $C$  — отнесенные к единице длины линии активное сопротивление, индуктивность и емкость соответственно;  $x$  — расстояние;  $t$  — время.

Активная проводимость изоляции в кабельных и в воздушных линиях при отсутствии короны может не учитываться вследствие ее относительно малой величины.

Решение системы уравнений (1) при заданных граничных и начальных условиях раскрывает зависимость показателей переходного процесса от параметров линии и нагрузки. Приведем эту систему к более удобному нормированному виду таким образом, чтобы величина нормированного времени распространения возмущения  $\tau_t$  вдоль участка длиной  $x$  была бы численно равна нормированной длине этого участка  $\tau_x$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{i}}{\partial \bar{t}} + \bar{i} &= -\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}; \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} &= -\frac{\partial \bar{i}}{\partial \bar{x}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$\bar{t} = 2\delta t; \quad \bar{x} = x \frac{R}{\rho}; \quad \bar{i} = i\rho; \quad \delta = \frac{R}{2L}; \\ \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad \bar{u} = u.$$

Как известно, связь переходных характеристик звеньев с их параметрами наиболее полно опреде-

ляется по нулям и полюсам передаточной функции. Передаточная функция участка кабельной линии (УКЛ), включенного на сопротивление  $z_2(\bar{p})$ , может быть с учетом нормированных уравнений представлена в виде:

$$H_2(\bar{p}) = \frac{u_2(\bar{p})}{u_1(\bar{p})} = \frac{\bar{z}_2(\bar{p})}{z_0(\bar{p}) \operatorname{sh} \bar{\gamma} \tau + \bar{z}_2(\bar{p}) \operatorname{ch} \bar{\gamma} \tau}, \quad (3)$$

где

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{p}(\bar{p}+1)}; \quad z_0(\bar{p}) = \sqrt{\frac{\bar{p}+1}{\bar{p}}};$$

$$\bar{z}_2(\bar{p}) = \frac{z_2(\bar{p})}{l p};$$

$$\tau = \frac{Rl}{p}; \quad u_2(\bar{p}) \doteq u_2(\bar{t}); \quad u_1(\bar{p}) \doteq u_1(\bar{t}); \quad \bar{p} = \frac{p}{2s};$$

$l$  — длина участка;  $u_1$  и  $u_2$  — входное и выходное напряжения.

Для определения полюсов передаточной функции (3) необходимо найти решение трансцендентного характеристического уравнения:

$$\sqrt{\frac{\bar{p}+1}{\bar{p}}} \operatorname{th} \tau \sqrt{\bar{p}(\bar{p}+1)} = -\bar{z}_2(\bar{p}). \quad (4)$$

Общие аналитические методы решения такого рода уравнений неизвестны, а приближенные — весьма немногочисленны и практически не используются в инженерной практике из-за трудоемкости вычислений и недостаточной точности результатов [Л. 3]. Рассмотрим метод приближенного решения исследуемого уравнения, основанный на применении способов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, в частности, способа дифференцирования по параметру [Л. 5 и 6].

Введем обозначение:

$$F(\bar{p}) = \sqrt{\frac{\bar{p}+1}{\bar{p}}} \operatorname{th} \tau \sqrt{\bar{p}(\bar{p}+1)}; \quad (5)$$

представим также

$$\bar{z}_2(\bar{p}) = \lambda_2 M_2(\bar{p}) + N_2(\bar{p}), \quad (6)$$

где  $M_2(\bar{p})$ ,  $N_2(\bar{p})$  — дробно-рациональные функции от  $\bar{p}$ ;  $\lambda_2$  — параметр нагрузки, влияние которого исследуется.

Тогда уравнение (4) можно записать в виде:

$$S(\bar{p}, \lambda_2) = 0, \quad (7)$$

где

$$S(\bar{p}, \lambda_2) = \Phi(\bar{p}) + \lambda_2; \quad \Phi(\bar{p}) = \frac{F(\bar{p}) + N_2(\bar{p})}{M_2(\bar{p})}. \quad (8)$$

Пусть  $\bar{p}_{k0}$  известное решение этого уравнения при  $\lambda_2 = \lambda_{20}$ . Полагая параметр  $\lambda_2$  независимым и считая  $\bar{p}_k$  его функцией, произведем дифференцирование уравнения (7):

$$\frac{\partial S(\bar{p}_k, \lambda_2)}{\partial \bar{p}_k} \frac{d\bar{p}_k}{d\lambda_2} = - \frac{\partial S(\bar{p}_k, \lambda_2)}{\partial \lambda_2}. \quad (9)$$

Уравнение (9) линейно относительно  $\left(\frac{d\bar{p}_k}{d\lambda_2}\right)$ .

Кривые

$$\bar{p}_k = \bar{p}_k(\lambda_2), \quad (10)$$

определяемые уравнением (7), будут интегральными кривыми системы (9). Для того чтобы опреде-

лить точки кривой (10), проинтегрируем численно уравнение (9) на интервале  $\lambda_{20} < \lambda_2 < \lambda_{2\max}$  при заданных начальных значениях  $\bar{p}_k = \bar{p}_{k0}$ . Полученные при численном интегрировании значения  $\bar{p}_k$  для каждого заданного  $\lambda_2$  и будут искомыми приближениями решения уравнения (7). В целях существенного уменьшения объема вычислений удобно пользоваться экстраполяционными разностными формулами, так как при использовании интерполяционных формул приходится на каждом шаге вычислять значение правой части уравнения (7), уточняя каждый раз найденные решения методом итераций. Допускаемое в этом случае снижение точности вычислений незначительно [Л. 6].

Рассмотрим применение метода на примере активной нагрузки  $\bar{z}_2(\bar{p}) = m_2$ , где  $m_2 = \frac{R_2}{p}$ . Здесь

$M_2(\bar{p}) = 1$  и  $N_2(\bar{p}) = 0$ . Уравнение (7) в этом случае имеет вид:

$$S(\bar{p}, m_2) = 0 \quad (11)$$

или

$$\sqrt{\frac{\bar{p}+1}{\bar{p}}} \operatorname{th} \tau \sqrt{\bar{p}(\bar{p}+1)} = -m_2. \quad (12)$$

Вычисления начинаются от точки  $m_2 = 0$  (короткое замыкание), для которой решение уравнения

$$S(\bar{p}, 0) = 0 \quad (13)$$

может быть записано в виде:

$$\bar{p}_{k \text{ к.з.}} = -0,5(1 \pm j\sqrt{4\pi^2 n^2 (k+1)^2 - 1}); \quad (14)$$

$$a_{1 \text{ к.з.}} = -1, \quad (15)$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$ ;  $n = 1/\tau$ ;  $a_{1 \text{ к.з.}}$  — вещественный корень.

При  $\tau < \pi$  уравнение (13) имеет один вещественный  $a_{1 \text{ к.з.}}$  и бесконечное множество комплексных корней  $(\bar{p}_{k \text{ к.з.}})$ . Изменим  $m_2$  на величину, соответствующую одному шагу  $\Delta m_2$ , т. е. будем искать решение уравнения  $S(\bar{p}, \Delta m_2) = 0$ .

Значение  $\bar{p}_{k \Delta m}$  — точное решение уравнения. Приближенное решение этого уравнения  $\bar{p}_{k \Delta m}^{(0)}$  найдем, используя формулу Эйлера:

$$\bar{p}_{k \Delta m}^{(0)} = \bar{p}_{k \text{ к.з.}} - \Delta m \frac{S'_{\bar{p}}(\bar{p}_{k \text{ к.з.}}, 0)}{S'_{\bar{p}}(\bar{p}_{k \text{ к.з.}}, 0)}. \quad (16)$$

Уточнение найденного решения  $\bar{p}_{k \Delta m}^{(1)}$  осуществляется с помощью соотношения

$$\bar{p}_{k \Delta m}^{(1)} = \bar{p}_{k \Delta m}^{(0)} - \frac{S(\Delta m, \bar{p}_{k \Delta m}^{(0)})}{S'_{\bar{p}}(\Delta m, \bar{p}_{k \Delta m}^{(0)})}. \quad (17)$$

В уравнениях (16), (17) берем с учетом (11) и (12):

$$S'_{\bar{p}}(\bar{p}_k, m_2) = \frac{\partial S(\bar{p}_k, m_2)}{\partial \bar{p}_k} =$$

$$= \frac{\tau(\bar{p}_k + 0,5) [\bar{p}_k(1 - m_2^2) + 1] + 0,5m_2}{\bar{p}_k(\bar{p}_k + 1)}; \quad (18)$$

$$S'_{m_2}(\bar{p}_k, m_2) = \frac{\partial S(\bar{p}_k, m_2)}{\partial m_2} = 1. \quad (19)$$

Заканчиваются вычисления при  $m_2 = m_{2\max}$ , для которого значение  $\bar{p}_{k,m_2}$  отличаются от значений  $\bar{p}_{k,x}$  менее, чем на принятую малую величину, например, 5%. Значения  $\bar{p}_{k,x}$  находятся из выражения [Л. 2]:

$$\bar{p}_{k,x} = -0,5(1 \pm j\pi^2 n^2 \sqrt{(2k+1)^2 - 1})_{k=1,2,3,\dots\infty} \quad (20)$$

Предложенным способом были рассчитаны корневые годографы для различных значений  $\tau$  при изменении  $m_2$  от 0 до  $\infty$ . Получены траектории вещественного и комплексных корней  $\bar{p}_{km_2}(m_2)$  и зависимости:

$$\alpha_{km_2}(m_2) \text{ и } \omega_{km_2}(m_2)$$

где

$$\alpha_{km_2} = \operatorname{Re}(\bar{p}_{km_2}); \quad \omega_{km_2} = \operatorname{Im}(\bar{p}_{km_2}).$$

Из приведенных соотношений видно, что при  $\tau < \frac{\pi}{2}$  характеристическое уравнение (12) имеет один вещественный и бесконечное множество комплексных корней. С увеличением  $m_2$  от 0 до  $\infty$  вещественный корень движется вдоль оси абсцисс от  $(-1)$  до  $(-\infty)$ . Комплексные корни  $\bar{p}_{km_2}(m_2)$  движутся по дугообразным кривым из точек  $\bar{p}_{k,x}$  в точки  $\bar{p}_{k,x}$  (рис. 1). Начальные и конечные точки траекторий лежат на прямой, параллельной оси ординат и отстоящей от нее на расстоянии  $-0,5$ .

При изменении  $m_2$  от 0 до  $m_2 \approx 1$  значения  $\alpha_{km_2}$  и  $\omega_{km_2}$  уменьшаются. С увеличением  $m_2$  от 1 до  $\infty$  значения  $\alpha_{km_2}$  увеличиваются до  $-0,5$ , а значения  $\omega_{km_2}$  монотонно убывают от

$$\omega_k \approx \frac{\omega_{k,x,3} - \omega_{k,x,x}}{2} \text{ до } \omega_{k,x,x}.$$

Поскольку имеет место неравенство  $\omega_{k,x,3} > \omega_{k,x,x}$ , то комплексные корни не меняют порядка следования во всем диапазоне изменения  $m_2$  ( $0 \leq m_2 < \infty$ ). При этом

$$|\operatorname{Im}(\bar{p}_{k-1,m_2})| < |\operatorname{Im}(\bar{p}_{k,m_2})|; \quad (21)$$

$$|\operatorname{Re}(\bar{p}_{k-1,m_2})| \leq |\operatorname{Re}(\bar{p}_{k,m_2})|.$$

Увеличение длины УКЛ (рост  $\tau$ ) приводит к перемещениям всех комплексных корней к вещественной оси с сохранением порядка их следования. При  $\pi > \tau > \frac{\pi}{2}$  первая пара корней  $\bar{p}_{0,m_2}$  достигает вещественной оси и образует пару вещественных корней, один из которых движется в начало координат, а другой — в точку  $(-1)$ . Дальнейшее увеличение  $\tau$  сопровождается переходом на вещественную ось новых пар комплексных корней, скорость движения которых не превышает скорости движения корней первой пары. Таким образом, первая пара корней остается ближайшей к оси ординат при любых значениях  $\tau$  и  $m_2$ .

В случае активно-индуктивной нагрузки, когда  $\bar{z}_2(\bar{p}) = m_2 + \kappa_L \bar{p}$  (где  $\kappa_L = \frac{L_2}{\rho} 2\delta$ , а  $L_2$  — индуктив-

ность нагрузки), корни характеристического уравнения находятся с помощью выражения:

$$S(\bar{p}_k, \kappa_L) = 0,$$

где

$$S(\bar{p}_k \kappa_L) = \frac{F(\bar{p}) + m_2}{\bar{p}} + \kappa_L, \quad (22)$$

$$M_2(\bar{p}) = \bar{p}; \quad N_2(\bar{p}) = m_2.$$

Координаты точек кривых  $\bar{p}_{k,x}(\kappa_L)$  находятся с помощью выражения (9), причем значения  $S'_{\bar{p}}(\bar{p}_{k,x}, \kappa_L)$  определяются соотношением

$$\begin{aligned} S'_{\bar{p}}(\bar{p}_{k,x}, \kappa_L) = \\ \frac{\tau(\bar{p}_{k,x} + 0,5) [\bar{p}_{k,x} + 1 - (m_2 + \bar{p}_{k,x} \kappa_L)^2 \bar{p}_{k,x}] + 0,5(m_2 + \bar{p}_{k,x} \kappa_L)}{\bar{p}_{k,x}(\bar{p}_{k,x} + 1)} \end{aligned}$$

Вычисления показали, что корни характеристического уравнения (22) лежат в замкнутой области, ограниченной кривыми  $\bar{p}_{km_2}(m_2)$  и  $\bar{p}_{k,x}(\kappa_L)_{m_2=0}$ . Эти кривые совпадают в точках  $\bar{p}_{k,x,3}$  и  $\bar{p}_{k,x,x}$ . На рис. 1 приведены траектории  $\bar{p}_{k,x}(\kappa_L)_{m_2=\text{const}}$  в плоскости комплексного переменного  $\bar{p}$ , вычисленные для конкретного значения  $\tau$ . Как видно из приведенных кривых, в случае активно-индуктивной нагрузки порядок следования корней не меняется по

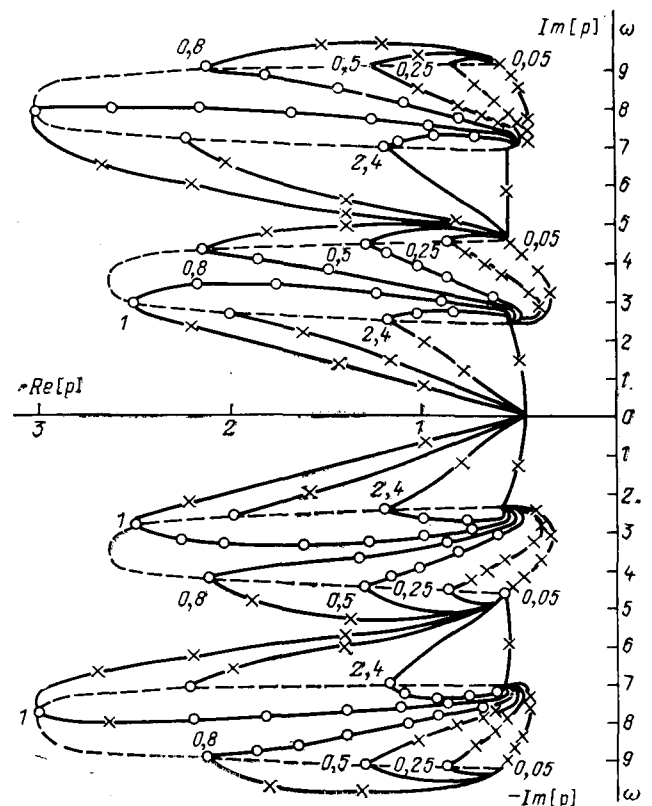


Рис. 1. Траектории комплексных корней характеристического уравнения передаточной функции кабельной линии, нагруженной на активное ( $m_2$ ), индуктивное ( $\kappa_L$ ) и емкостное ( $\kappa_C$ ) сопротивление.

сравнению со случаем короткого замыкания во всем диапазоне изменения параметров  $\kappa_L$  и  $\tau$ .

В случае активно-емкостной нагрузки

$$\bar{z}_2(\bar{p}) = \frac{m_2}{m_2 \kappa_C \bar{p} + 1}, \quad (23)$$

где  $\kappa_C = 2\delta p C_2$ ;  $C_2$  — емкость нагрузки.

Корни характеристического уравнения находят-ся из условия:

$$S(\bar{p}, \kappa_C) = 0,$$

где

$$\bar{S}(\bar{p}, \kappa_C) = \kappa_C + \frac{F(\bar{p}) + m_2}{\bar{p} m_2 F(\bar{p})}. \quad (24)$$

Значения корней вычисляются с помощью соотношений (9), (16) и (17). Исходными точками кривых

$$\bar{p}_{k\kappa_C}(\kappa_C)_{m_2=\text{const}} \quad (25)$$

являются точки  $\bar{p}_{km_2}(m_2)$ . Вычисления производятся с использованием выражения:

$$S'_p(\bar{p}, \kappa_C) = \frac{F(\bar{p}) m_2 \bar{p} F'(\bar{p}) - [F(\bar{p}) + m_2] [m_2 F(\bar{p}) + \bar{p} m_2 F'(\bar{p})]}{\bar{p}^2 m_2^2 F^2(\bar{p})}. \quad (26)$$

По приведенным соотношениям были рассчитаны траектории корней  $\bar{p}_{k\kappa_C}(\kappa_C)_{m_2=\text{const}}$  уравнения (24)

для различных значений параметров  $\tau$  и  $m_2$ . Эти траектории построены на комплексной плоскости.

Как видно из графиков рис. 1, кривые (25) лежат вне замкнутых областей, ограниченных кривыми  $\bar{p}_{km_2}^{\text{нр}}(m_2)$  и  $\bar{p}_{k\kappa_L}(\kappa_L)_{m_2=0}$ , причем их характер существенно зависит от величины  $m_2$ . Так, при  $m_2 < 1$  с

увеличением  $\kappa_C$  от 0 до  $\infty$  комплексные корни движутся из точек кривой  $\bar{p}_{km_2}(m_2)$  в точки  $\bar{p}_{k\kappa_3}$ , а при  $m_2 > 1$  с увеличением  $\kappa_C$  комплексные корни движутся из точек  $\bar{p}_{km_2}$  в точки  $\bar{p}_{(k-1)\kappa_3}$ . При этом корни первой пары приближаются к оси абсцисс и при  $\kappa_C = \kappa_{C\text{кр}}$  образуют кратный вещественный корень в точке  $(-0,5)$ . Дальнейшее увеличение  $\kappa_C$  приводит к перемещению одного из корней этой пары вдоль вещественной оси в начало координат, а другого — в точку  $(-1)$ . Что касается вещественных корней, то они с ростом  $\kappa_C$  от 0 до  $\kappa_{C\text{кр}2}$  движутся навстречу друг другу вдоль вещественной оси и при значении  $\kappa_C = \kappa_{C\text{кр}2}$  образуют кратный вещественный корень, который при  $\kappa_C > \kappa_{C\text{кр}2}$  дает пару комплексных корней, движущихся по дуге снова к вещественной оси. При  $\kappa_C = \kappa_{C\text{кр}3}$  эта пара вновь образует кратный корень, один из которых при  $\kappa_C > \kappa_{C\text{кр}3}$  движется в начало координат, а другой — в точку  $(-1)$ .

Анализ показал, что и в случае активно-емкостной нагрузки при изменении параметров  $\kappa_C$ ,  $m_2$  и  $\tau$  порядок следования корней не меняется. Таким образом, полюса передаточной функции нагруженного УКЛ сохраняют в плоскости комплексного переменного  $\bar{p}$  тот же порядок следования по номерам  $k$ , что и для случая короткого замыкания. Сравнение корневых годографов короткозамкнутого и нагруженного УКЛ при любой нагрузке показывает, что абсциссы комплексных корней, найденных для случая короткого замыкания, не сближаются при изменении параметров нагрузки.

Исследуя переходный процесс по теореме разложения с помощью соотношения

$$h_2(\bar{t}) = H_2'(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A(\bar{p}_k) e^{\bar{p}_k \bar{t}}}{\bar{p}_k B'(\bar{p}) \frac{\bar{p}}{\bar{p}-\bar{p}_k}}, \quad (27)$$

где  $A(\bar{p})$ ,  $B(\bar{p})$  — полиномы числителя и знаменателя передаточной функции, можно на базе полученных результатов сделать важный вывод, что сравнительная степень влияния каждой последующей пары комплексных корней  $\bar{p}_{k\kappa_3}$  по отношению к предыдущей  $\bar{p}_{(k-1)\kappa_3}$  на ход переходного процесса на выходе короткозамкнутого УКЛ не увеличивается при любых соотношениях активной и реактивной составляющих нагрузки. Расчеты показывают, что уже при  $k=5$  значение ординат кривой  $h_2(t)_{(5)}$  при учете каждой последующей пары корней практически не меняется и величина  $h_2(t)_{(5)}$  отличается от  $h_2(t)_{(20)}$  не более, чем на 2—3%. Это видно из рис. 2, где приведены кривые переходного процесса на конце участка кабеля, полученные с помощью ЦВМ, при учете 1,5 и 20 пар комплексных корней, а также кривая, полученная экспериментально (соответственно  $h_2(t)_{(0)}$ ,  $h_2(t)_{(5)}$ ,  $h_2(t)_{(20)}$ ,  $[h_2(t)_{\text{э}}]$ ).

Таким образом, предложенный способ дает практическую возможность вычислять переходные процессы на выходе УКЛ с любой наперед заданной точностью. Изложенные соотношения определяют ход переходного процесса во всех его деталях. Однако в большинстве практически важных случаев оказывается достаточным знание лишь основных параметров переходного процесса, а не полной его картины. Так, при расчете динамиче-

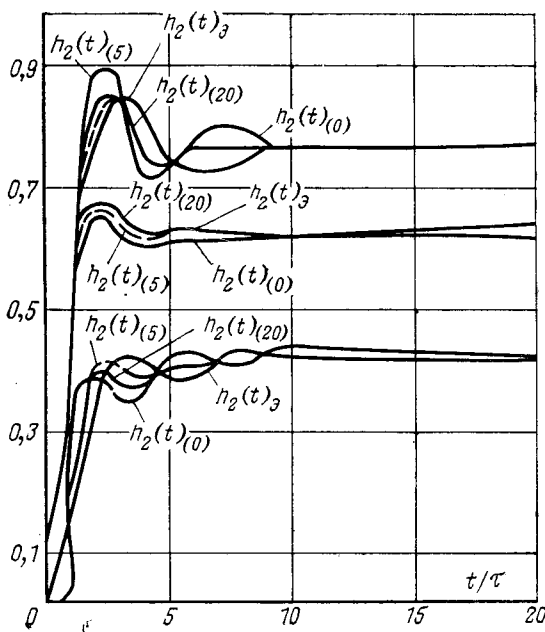


Рис. 2. Кривые переходного процесса на конце участка кабеля КПК 5/18 длиной 25 км.

$h_2(t)_{(0)}$ ,  $h_2(t)_{(5)}$ ,  $h_2(t)_{(20)}$  — расчетные кривые, построенные с учетом 1,5 и 20 пар корней;  $h_2(t)_{\text{э}}$  — экспериментальная кривая.



ских характеристик систем передачи энергии через кабельные линии основной интерес представляют такие параметры переходного процесса, как величина перерегулирования  $\Delta h_2$ , относительное время установления  $\bar{T}_{уст} = T_{уст}/\tau$  и декремент затухания  $\sigma$ .

Что касается тонкой структуры переходного процесса — скорости нарастания в начальный момент времени, формы колебаний, времени чистого запаздывания, то она представляет второстепенный интерес и ошибкой определения этих параметров можно пренебречь. Это позволяет ограничиться при практических расчетах рассмотрением главных корней, взаимное расположение которых достаточно полно и точно определяет все интересующие нас показатели переходного процесса. Поскольку степень и характер влияния корней на показатели переходного процесса существенно зависят от их положения в плоскости комплексного переменного [Л. 4, 7 и 8], авторами было проведено исследование связи показателей переходного процесса с найденными корнями характеристического уравнения. Из (27) видно, что каждая пара комплексных корней определяет затухающую колебательную составляющую

$$h_k(t) = \left[ (-1)^{k+1} \frac{2}{\omega_k \tau} \sin(\omega_k t) \right] e^{-\delta t}, \quad (28)$$

амплитуда которой уменьшается с возрастанием номера корня  $k$ . Отсюда видно, что колебательная составляющая первой пары корней (например, для случая короткого замыкания) достигает своего первого амплитудного значения  $h_{a1}$  при  $t > \tau$ , а составляющие всех остальных пар корней достигают соответствующих максимальных амплитудных значений  $h_{ak}$  при  $t < \tau$  и к моменту времени  $t = \tau$  значение их ординат существенно меньше, чем  $h_{a1}$ . Следовательно, ход переходного процесса в области интересующих нас параметров (при  $t > \tau$ ) определяется в основном положением первой пары корней. Остальные комплексные корни определяют форму колебаний переходного процесса и формируют зону чистого запаздывания.

Анализ корневых годографов показал, что для нагруженного УКЛ при любом соотношении реактивных составляющих нагрузки группа главных корней состоит из вещественного и первой пары комплексных корней. Предложенное ограничение позволяет существенно упростить анализ динамических характеристик нагруженных УКЛ за счет использования критериев качества переходного процесса по взаимному расположению корней характеристического уравнения. К таким критериям, как известно, относятся: колебательность (коэффициент затухания)  $\mu$

$$\mu = - \left| \frac{\omega_1}{\alpha_1} \right|, \quad (29)$$

где  $\alpha_1$  и  $\omega_1$  — соответственно абсцисса и ордината корня;

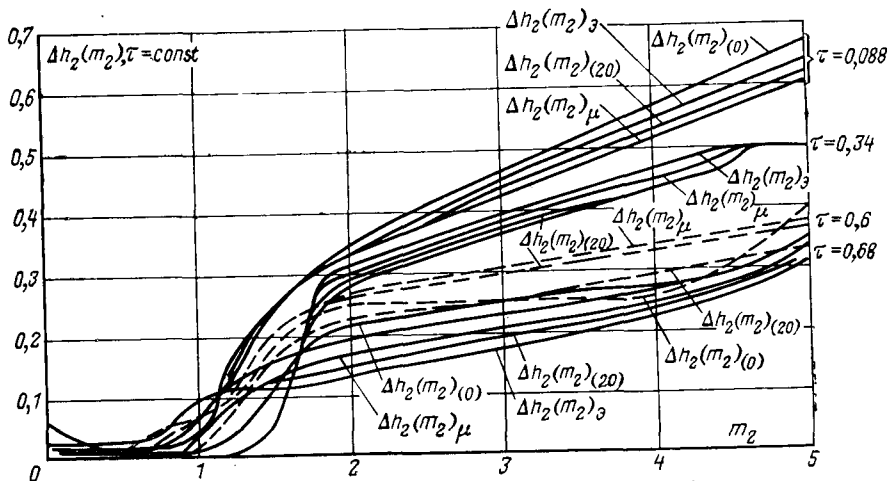


Рис. 3. Зависимости величины перерегулирования  $\Delta h_2(m_2)$  при различных значениях  $\tau$ .

$\Delta h_2(m_2)_{(0)}$ ,  $\Delta h_2(m_2)_{(20)}$ ,  $\Delta h_2(m_2)_\mu$  — расчетные кривые;  $\Delta h_2(m_2)_a$  — экспериментальные.

степень устойчивости  $\eta$  (расстояние от мнимой оси до ближайшего корня или до ближайшей пары комплексных корней);

параметр  $\xi$  — отношение расстояния от оси до наиболее близкой к ней пары комплексных корней к расстоянию до вещественного корня [Л. 7 и 9]. Использование указанных критериев позволяет при отсутствии нулей передаточной функции определять все интересующие нас основные показатели переходного процесса, не прибегая к сложным и трудоемким вычислениям. Наличие в передаточной функции нулей необходимо учитывать лишь для случаев, когда их расстояние до мнимой оси не превышает величины  $(4-5)\eta$  [Л. 9].

На рис. 3 приведены зависимости  $\Delta h_2(m_2)_{\tau=const}$ , найденные по вычисленным критериям  $\mu$  и  $\eta$  с помощью известных соотношений и графиков [Л. 9], из которых видно, что с уменьшением параметра  $\tau$  (с уменьшением длины УКЛ) величина перерегулирования  $\Delta h_2$  растет. Для случаев чисто активной нагрузки при изменении  $m_2$  от 0 до  $\infty$  значение  $\mu$  быстро растет (при  $0 < m_2 < 1$ ), а значение  $\xi$  уменьшается. Соответственно с ростом  $m_2$  увеличивается значение  $\Delta h_2$ . На этих же рисунках для сравнения приведены соответствующие кривые, рассчитанные на ЦВМ с учетом 20 пар комплексных корней характеристического уравнения, а также кривые, полученные в результате обработки экспериментальных данных для кабеля двух различных марок (при длинах 25 км, 70 и 140 и 210 км).

Из сравнения приведенных кривых видно, что использование критериев взаимного расположения корней характеристического уравнения позволяет определять искомые показатели переходного процесса с погрешностью не более 10–12%, что обычно достаточно для практических целей.

**Вывод.** Методы корневого годографа применимы для практического анализа динамических характеристик нагруженных кабельных линий.

Предложенный способ определения корней характеристического уравнения трансцендентной передаточной функции нагруженного УКЛ позволяет



достаточно полно и с любой заданной точностью определять все показатели переходного процесса. При этом из бесконечного числа корней трансцендентного характеристического уравнения передаточной функции УКЛ может быть выделена группа главных корней, оказывающих основное влияние на наиболее важные показатели переходного процесса (перерегулирование и время установления). Ограничение числа рассматриваемых корней позволяет с достаточной для практики точностью использовать известные критерии качества переходных процессов, широко применяемые в теории автоматического регулирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Караев Р. И. Переходные процессы в линиях большой протяженности. М., Госэнергоиздат, 1963.
2. Левинштейн М. Л. Операционное исчисление и его приложение к задачам электротехники. М., «Энергия», 1964.

3. Хаяси С. Волны в линиях электропередачи. М., Госэнергоиздат, 1960.

4. Бальян Р. Х., Рошаль М. И. Некоторые вопросы исследования методами моделирования динамических характеристик радиоустройств, содержащих кабельные линии. — В сб.: Рефераты докладов Всесоюзной объединенной межвузовской конференции по физическому моделированию и кибернетике энергетических систем. Баку, Азинефтехим, 1972, сентябрь.

5. Милн В. Э. Численное решение дифференциальных уравнений. М., Изд-во иностр. лит., 1955.

6. Давиденко Д. Ф. О приближенном решении систем нелинейных уравнений. «Украинский математический журнал». Киев, Институт математики, 1953, № 2.

7. Блох З. Ш. Переходные процессы в линейных системах автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1961.

8. Траксел Д. Синтез систем автоматического регулирования. М., Машгиз, 1959.

9. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М., Госэнергоиздат, 1962.

[22.10.1973]

УДК 537.523.4:621.3.015.5

## Математическая модель процесса развития начальной длины непрерывного лидера в длинных воздушных промежутках

АФАНАСЬЕВ В. В., ДОБРЯНСКАЯ Н. А.

Освоение электропередач сверхвысокого напряжения ставит задачи обоснованного выбора габаритов линий и подстанционного оборудования, средств молниезащиты и влияния метеорологических условий на разрядные напряжения. Эти задачи не могут быть решены без изучения механизма развития разряда и его основных закономерностей.

В связи с хорошей воспроизводимостью результатов исследования в разных лабораториях в качестве объекта исследования наиболее часто выбирается промежуток стержень — плоскость. Однако в реальных устройствах аналогов такому промежутку практически нет, поэтому возможность использования результатов исследований промежутка стержень — плоскость для проектирования электротехнических конструкций вызывает сомнения.

Цель статьи — создание математической модели механизма ступенчатого развития разряда, на основе которой результаты исследований промежутка стержень — плоскость могут быть использованы для промежутков иных конфигураций.

В [Л. 1 и 2] указывается, что при пробое весьма длинных промежутков преобладающим становится процесс развития непрерывного лидера. При этом начальная длина непрерывного лидера практически не зависит от длины разрядного промежутка ( $S = 5-15$  м). Существенное отличие начальной фазы развития лидера вызвано различной конфигурацией электродов [Л. 1]. Перед возникновением непрерывного канала лидера наблюдаются несколько стримеров, развивающихся один за другим в различных направлениях и скачкообразное движение начального лидера с интервалами между скачками около 200 мксек.

Все параметры развития разряда подвержены статистическому разбросу. При исследовании развития искрового разряда в промежутках кольцо — плоскость и стержень — плоскость при одинаковой

длине промежутка были получены различные результаты о распределении начальной длины непрерывного лидера. Эти отличия вызваны различной степенью неравномерности электрического поля промежутка, что приводит к появлению различного числа электронов в начальных лавинах самостоятельного разряда, а это вызывает коронный разряд при различных напряжениях.

Результаты исследований процесса развития начальной длины непрерывного лидера в длинных промежутках позволяют предложить следующую математическую модель этого процесса.

Положим, что лидер начинает непрерывное движение, достигнув критического состояния. Введем независимые между собой случайные величины  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_n$  — приросты состояния на каждом скачке.

Введем также случайную функцию:

$$\eta_k(x) = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i, \quad x_k \leq x < x_{k+1}, \quad (1)$$

которая и будет характеризовать процесс развития начальной длины непрерывного лидера. Процесс накопления состояния заканчивается, когда  $\eta_k(x)$  достигает заданного уровня, т. е. критического состояния, равного  $l$ . По достижении уровня  $l$  лидер начинает непрерывное движение. Предположим также, что плотность распределения для всех  $\{\varepsilon_i\}$  подчинена показательному закону:

$$f_\varepsilon(x) = p e^{-px}. \quad (2)$$

Применив к (2) преобразование Лапласа, найдем:

$$f_\varepsilon^*(x) \rightarrow f_\varepsilon^*(t) = \int_0^\infty e^{-tx} f_\varepsilon(x) dx = \frac{p}{p+t}. \quad (3)$$

Таблица 1

Стержень—плоскость, $S=10$ м						
$x_{i-1}-x_i$ , м	$x'_i$ , м	$f^*_{i'}$ , эксперимент	$p^*_{i'}$	$f_i$	$p_i$	$\frac{(p_i-p^*_{i'})^2}{p_i} 10^{-2}$
0—0,2	0,1	0,2	0,04	0,09	0,02	2
0,2—0,4	0,3	0,51	0,102	0,53	0,108	0,033
0,4—0,6	0,5	0,83	0,166	0,83	0,168	0,00238
0,6—0,8	0,7	0,5	0,1	0,92	0,186	3,97
0,8—1,0	0,9	0,65	0,13	0,77	0,156	0,433
1,0—1,2	1,1	0,91	0,182	0,69	0,14	1,26
1,2—1,4	1,3	0,5	0,1	0,44	0,09	0,11
1,4—1,6	1,5	0,51	0,102	0,3	0,062	2,58
1,6—1,8	1,7	0,22	0,044	0,2	0,043	0,00232
1,8—2,0	1,9	0,17	0,034	0,12	0,027	0,181

Примечание. Положив  $n=100$ , получим  $\chi=10,47$ ;  $\Sigma=10,47 \cdot 170 \cdot 10^{-2}$

Таблица 2

$x_{i-1}-x_i$ , м	$x'_i$ , м	$f^*_{i'}$ , эксперимент	$p^*_{i'}$	$f_i$	$p_i$	$\frac{(p_i-p^*_{i'})^2}{p_i} 10^{-2}$
0—0,2	0,1	2,45	0,49	2,46	0,48	0,0208
0,2—0,4	0,3	1	0,2	1,245	0,25	1
0,4—0,6	0,5	1	0,2	0,622	0,15	1,67
0,6—0,8	0,7	0,4	0,08	0,311	0,08	0
0,8—1,0	0,9	0,15	0,03	0,158	0,04	0,25

Примечание. Положим  $n=100$ , получим  $\chi^2=2,94$ ;  $\Sigma=2,9408 \cdot 10^{-2}$ .

Тогда плотность распределения  $\eta_k(x)$  будет  $k$ -кратной сверткой функции  $f_\varepsilon(x)$ , ее преобразование Лапласа имеет вид:

$$f_\eta(x) \rightarrow f^*_\eta(t) = \frac{p^k}{(p+t)^k} \quad (4)$$

Обратное преобразование для функции  $f^*_\eta(t)$  и будет плотностью распределения начальной длины непрерывного лидера, которая в данном случае является Гамма-распределением:

$$f_\eta(x) = \frac{p(p x)^{k-1} e^{-p x}}{\Gamma(k)}, \quad (5)$$

где  $\Gamma(k)$  — Гамма-функция, определяемая соотношением

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty z^{k-1} e^{-z} dz, \quad (6)$$

Если  $k$  — целое положительное число, то распределение (5) называют специальным распределением Эрланга:

$$f_\eta(x) = \frac{p(p x)^{k-1} e^{-p x}}{(k-1)!}. \quad (7)$$

Введем характеристическую функцию случайной величины — начальной длины непрерывного лидера:

$$J(t) = \int_0^\infty e^{-itx} \frac{p(p x)^{k-1}}{\Gamma(k)} e^{-p x} dx = \frac{1}{\left(1 - \frac{it}{p}\right)^k}. \quad (8)$$

Для определения числовых характеристик этой случайной величины вычислим 1 и 2-ю производные

от характеристической функции:

$$J'(t) = \frac{ki}{p} \left(1 - \frac{it}{p}\right)^{-k-1}; \quad (9)$$

$$J''(t) = \frac{ki^2}{p^2} (k+1) \left(1 - \frac{it}{p}\right)^{-k-2}. \quad (10)$$

Тогда математическое ожидание  $M\eta$  и дисперсия  $D\eta$  начальной длины непрерывного лидера:

$$M\eta = \frac{J'(t)|_{t=0}}{i} = \frac{k}{p}, \quad (11)$$

$$D\eta = \frac{J''(t)|_{t=0}}{i^2} - \frac{k^2}{p^2} = \frac{k}{p^2}. \quad (12)$$

Среднеквадратическое отклонение  $\sigma_\eta = \frac{\sqrt{k}}{p}$ , коэффициент вариации  $b = \frac{\sigma_\eta}{M\eta} = \frac{1}{\sqrt{k}}$ .

Для определения экстремальных значений распределения (5) при  $k > 1$  возьмем первую производную и приравняем ее нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p^k}{\Gamma(k)} [(k-1)x^{k-2}e^{-px} - x^{k-1}pe^{-px}] &= 0, \\ x_0 &= \frac{k-1}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Взяв вторую производную, можно показать, что в точке  $x_0$  функция  $f_\eta(x)$  достигает максимума. Для (5) можно также заметить, что при  $k=1$  распределение подчиняется показательному закону; при  $0 < k < 1$  плотность распределения имеет бесконечную ординату в точке  $x=0$ .

Для проверки правильности предложенной модели были обработаны статистические данные [Л. 1] о начальной длине непрерывного лидера в длинных воздушных промежутках стержень — плоскость длиной  $S=10$  м, и кольцо — плоскость длиной 8 м. Данные взяты при вероятности разряда, близкой к единице.

Результаты этой обработки сведены в табл. 1 и 2. На основе критерия согласия Пирсона рассмотрим параметр

$$\chi^2 = n \sum_{i=1}^m \frac{(p_i - p^*_{i'})^2}{p_i}, \quad (14)$$

где  $p^*_{i'}$ ,  $p_i$  — вероятности [наблюдаемые и вычисляемые аналитически соответственно] того, что на-

Таблица 3

Конфигурация электродов	Расстояние между электродами $S$ , м	Параметр в распределении (3) $k$	Среднее значение начальной длины непрерывного лидера $l_1$ , м	Средне-квадратическое отклонение начальной длины непрерывного лидера $\sigma$ , м	Максимальное значение начальной длины непрерывного лидера $l_{\max}$ , м
Стержень—плоскость*	10	3,29	0,96*	0,51*	0,64
Стержень—стержень	до 20	6,58	1,8*	0,72	1,6
Кольцо—плоскость*	8	1,03	0,29*	0,28*	0,01
Кольцо—кольцо	до 16	2,06	0,58	0,40	0,29

\* Экспериментальные данные.

начальная длина непрерывного лидера лежит в интервале  $(x_{i-1}, x_i)$ . В таблицах 1 и 2 колонка  $x'_i$  означает середину интервала. Выбрав уровень значимости  $q=0,1$  и определив число степеней свободы  $a=m-c-1$ , где  $m$  — число групп измерений,  $c$  — число оцениваемых параметров, находим: для промежутка кольцо — плоскость  $\chi^2_q=4,6$ ; для промежутка стержень — плоскость  $\chi^2_q=12$ . Так как  $\chi^2_q > \chi^2$ , то гипотеза о том, что данные эксперимента, приведенные в табл. 1 и 2, имеют  $\Gamma$ -распределение, не отвергается. Таким образом, начальная длина непрерывного лидера имеет распределение (5) с параметрами:

для промежутка кольцо — плоскость  $\rho=3,54$ ;  $k=1,03$ ;

для промежутка стержень — плоскость  $\rho=3,54$ ;  $k=3,29$ .

Как видно из полученного результата, параметр  $\rho$  остается неизменным при изменении конфигурации электродов, а параметр  $k$  (среднее число) меняется. Чем более неравномерно поле, тем больше будет параметр  $k$ .

Распределение  $f_\eta(x)$  зависит от двух параметров  $\rho$  и  $k$ , поэтому для дальнейшего будем обозначать его  $f(k, \rho, x)$ .

Для  $\Gamma$ -распределения справедлива следующая теорема: если случайная величина  $\eta_1$  имеет  $\Gamma$ -распределение с параметрами  $f(k, \rho, x)$ , а величина  $\eta_2$  имеет  $\Gamma$ -распределение с параметрами  $f(k_2, \rho, x)$  и величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$  независимы, то случайная величина  $\zeta$ , равная  $\eta_1 + \eta_2$ , будет иметь  $\Gamma$ -распределение с параметрами  $f(k_1 + k_2, \rho, x)$ , так как

$$J_\zeta(t) = \frac{1}{\left(1 - \frac{it}{\rho}\right)^{k_1 + k_2}}. \quad (15)$$

Зная характеристическую функцию  $J_\zeta(t)$ , получаем плотность распределения случайной величины  $\zeta$ :

◇ ◇ ◇

## Физические особенности индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния явнополюсных синхронных машин

Доктор техн. наук ПАЛАСТИН Л. М.

Москва

В 1900 г. была опубликована оригинальная статья А. Потье [Л. 1], в которой предлагался метод определения индукционной нагрузочной характеристики (и. н. х.) синхронной машины по известной характеристике холостого хода (х. х. х.). При допущениях, что поток обмотки якоря состоит из потока рассеяния, не проходящего в индуктор, и потока, проникающего в полюсные башмаки, и что активное сопротивление обмотки якоря равно нулю, в [Л. 1] получено уравнение  $U = \lambda I + f(i - \alpha I)$ , где  $U$  и  $I$  — напряжение и ток обмотки якоря;  $i$  — ток обмотки возбуждения;  $\lambda$  и  $\alpha$  — коэффициенты, постоянные для данной машины. При токе якоря, равном нулю, получаем уравнение для х. х. х.  $U = E = f(i)$ . Неизменное значение тока якоря при коэффициенте мощности нагрузки, равном нулю, вызы-

$$f_\zeta(x) = \frac{\rho(\rho x)^{k_1 + k_2 - 1}}{\Gamma(k_1 + k_2)} e^{-\rho x}. \quad (16)$$

Рассматривая картину электрического поля между двумя электродами в промежутке стержень — стержень, можно заметить, что она симметрична относительно поверхности равного потенциала. Тогда, используя метод зеркальных изображений, картину в промежутке стержень — стержень можно представить в виде аддитивной суммы непересекающихся полей двух промежутков стержень — плоскость. Параметр  $k$ , входящий в  $f(k, \rho, x)$  является функцией поля, параметр  $\rho=3,54$  не меняется при изменении конфигурации электродов.

На основании вышеизложенного справедливо следующее утверждение: если картину поля между электродами можно разбить поверхностями равного потенциала на симметричные непересекающиеся поля, для которых известны параметры развития разряда, то общую картину поля можно рассматривать как аддитивную сумму непересекающихся полей составляющих.

Для результирующего поля описанный случайный процесс  $\zeta$  будет представлять аддитивную сумму процессов  $\eta_j$ . В частности, зная параметры распределения начальной длины непрерывного лидера в длинных воздушных промежутках для различных конфигураций электродов, рассмотренных выше, можно вычислить основные параметры развития разряда для промежутков стержень — стержень, кольцо — кольцо (см. табл. 3).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исследование развития искрового разряда в длинных воздушных промежутках. — «Электричество», 1971, № 3, с. 31—35. Авт.: Александров Г. Н., Редков В. П., Базелян Э. М. и др.
2. Особенности картины электрического пробоя весьма длинных воздушных промежутков. — «ДАН СССР», 1968, т. 183, № 5, с. 1048—1051. Авт.: Александров Г. Н., Горин Б. Н., Редков В. Н. и др.

[4.10.1974]

УДК 621.313.32:537.311.6

ках возбуждения индуктивное сопротивление рассеяния обмотки якоря  $x_p$ , обусловленное опытной и. н. х., превышает индуктивное сопротивление рассеяния  $x_s$ , если последнее определяется потоком рассеяния, сцепленным с обмоткой якоря и не проходящим через рабочий воздушный зазор в ротор.

Соответствующие разности  $i_{fn}-i_f=\Delta i_{fn}$  или  $x_p-x_s=\Delta x_p$  определяют добавочный ток возбуждения или добавочное индуктивное сопротивление рассеяния обмотки якоря.

Практика проектирования, исследования и эксплуатации подтвердила важность индуктивного сопротивления добавочного рассеяния обмотки якоря как параметра установившихся режимов работы различных типов высокоиспользованных синхронных машин. Оно необходимо расчетчикам и проектировщикам для выбора оптимальных магнитных нагрузок, а эксплуатационникам — для определения рабочих характеристик синхронных машин. Значение  $\Delta x_p$  может быть использовано для расчета токов коротких замыканий, токов обмотки возбуждения при нагрузке по известной х. х. х., для учета влияния насыщения на стабильность и статическую устойчивость.

Определение тока возбуждения в режиме нагрузки по  $\Delta x_p$  не требует при предварительных расчетах вычисления насыщенных значений синхронных индуктивных сопротивлений по продольной и поперечной осям. Знание  $\Delta x_p$  необходимо для выбора оптимальных нагрузок и расчета бесконтактных синхронных генераторов с добавочными воздушными зазорами в магнитной цепи индуктора. В этих машинах значение  $\Delta x_p$  может быть соизмеримо со значением  $x_s$  и превышать его даже при практическом отсутствии насыщения магнитопровода. Значение  $x_p$  сравнительно легко определяется экспериментально. Необходимость учета  $\Delta x_p$  будет возрастать по мере повышения использования нормальных синхронных машин и специализированных синхронных машин в особенности.

**Анализ основных результатов опубликованных работ.** Для разработки физически обоснованных, достаточно полных и точных методов аналитического и опытного определения индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния автором были проанализированы уже опубликованные по этому вопросу работы<sup>1</sup>.

Отметим ряд существенных особенностей, вытекающих из этого анализа.

1. В опубликованных работах остались невыясненными главные вопросы. Как образуется собственно поток добавочного рассеяния обмотки якоря в установившемся режиме нагрузки? Функцией каких параметров он является? Каково аналитическое выражение этой функции в зависимости от магнитных сопротивлений магнитной цепи, изменяющихся при насыщении синхронной машины?

2. Неясность процесса возникновения потока добавочного рассеяния обмотки якоря послужила причиной ложного истолкования некоторых его особенностей. Одна из них до некоторой степени парадок-

сальна и состоит в том, что это, пожалуй, единственное из всех индуктивных сопротивлений синхронной машины, которое с увеличением насыщения возрастает. Другая особенность, отмеченная во многих работах [Л. 5, 8, 9, 12, 14, 17, 18 и 20—23], связана с тем, что  $x_p$  сравнительно просто определяется экспериментально, но не рассчитывается, в то время как  $x_s$ , наоборот, сравнительно просто рассчитывается, но не измеряется. Тем не менее этот реально существующий и измеряемый параметр трактовался в большинстве работ [Л. 1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 17, 19, 20 и 23] как фиктивный, что являлось алогизмом, затруднявшим аналитическое определение  $\Delta x_p$ .

3. В установившихся режимах нагрузки  $\Delta x_p$  не может эквивалентироваться сверхпереходным индуктивным сопротивлением  $x''_d$  [Л. 2], так как  $\Delta x_p$  имеет место и при отсутствии демпферных обмоток.

4. При определении  $\Delta x_p$  допускались ошибки, состоявшие в том, что условия насыщения в режиме нагрузки принимались такими же, как и при холстом ходе, что в ряде работ выражалось в применении одного и того же коэффициента насыщения, определенного по х. х. х.; насыщение в ветвях магнитной цепи рассматривалось как функция одной переменной — потока в рабочем зазоре  $\Phi_\delta$ , хотя в действительности эта зависимость более сложная и характеризуется соответствующими потоками и коэффициентами насыщения ветвей якоря и индуктора. При решении задач с помощью х. х. х. и и. н. х. стороны реактивного треугольника в зависимости от нагрузки изменяются нелинейно, что исключает эквидистантное перемещение гипотенузы треугольника или х. х. х. и т. п.

5. Не учитывалось влияние насыщения стали якоря на добавочное рассеяние его обмотки. Влияние потока рассеяния обмотки якоря  $\Phi_s$  проявляется в том, что он обуславливает дополнительное насыщение стали якоря при нагрузке, которое вызывает дополнительное насыщение стали индуктора за счет добавочного падения магнитного напряжения  $F_{\delta za}$  в зазоре, зубцах и спинке якоря, увеличивающего поток межполюсного рассеяния  $\Phi_{op}=\lambda_{an}(F_{ad}+F_{\delta za})$ .

6. При определении  $\Delta x_p$  соответствующая магнитная проводимость  $\Delta \lambda_p$  потока добавочного рассеяния, проходящего по части межполюсного пространства, отождествлялась с переходной магнитной проводимостью  $\lambda'_{ado}$ , соответствующей переходному индуктивному сопротивлению  $x'_{ado}$  нестационарного режима, когда обмотка возбуждения считается сверхпроводящей ( $r_f=0$ ), магнитная цепь слабо насыщена и характеризуется одним коэффициентом насыщения по х. х. х. [Л. 7, 9 и 10]. Для такого представления функциональной зависимости  $x_p=f(x'_d)$  не были установлены те допущения и соответствующие им существенные погрешности, которые при этом имеют место.

7. Дополнительное насыщение стали индуктора при нагрузке нельзя считать единственной причиной возникновения  $\Delta x_{pm}$ , рассматривавшейся до сих пор.

<sup>1</sup> В [Л. 11, 13 и 16] отмечены некоторые позитивные особенности образования индуктивного сопротивления добавочного рассеяния обмотки якоря.

При практическом отсутствии насыщения всего магнитопровода в режиме нагрузки, т. е. при  $\Delta x_{рм} = 0$ , индуктивное сопротивление добавочного рассеяния  $\Delta x_{р\Delta}$  вызывается добавочными зазорами  $\Delta$  в цепи индуктора. При обычных электромагнитных нагрузках высокоиспользованных бесконтактных синхронных машин  $\Delta x_{р\Delta} > \Delta x_{рм}$ .

8. В ряде работ [Л. 14, 15, 17, 18, 20 и 23] величина  $\Delta x_p$  ошибочно отождествлялась с индуктивным сопротивлением якоря при вынужденном роторе. Очевидно, при отсутствии индуктора устраняется источник, вызывающий при нагрузке  $\Delta x_p$  [Л. 4]. Кроме того, индуктивное сопротивление при вынужденном роторе не имеет физической связи с параметрами работающей машины, так как при удаленном индукторе образуется совершенно отличная от реальной физическая картина потоков, создаваемых н. с. якоря.

9. В опубликованных работах не рассматривался вопрос о возникновении индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния обмотки якоря в переходных и сверхпереходных режимах от дополнительных магнитных нагрузок в магнитной цепи, обусловленных свободными токами в обмотках якоря, возбуждения, демпферной или массивных частях.

10. В [Л. 5 и 12] и особенно в [Л. 20 и 22] констатируется отсутствие в теории синхронных машин ответов на вопросы о том, под каким углом следует проводить одну из сторон реактивного треугольника для определения  $x_p$  по х. х. х. и и. н. х. Однако постановку таких вопросов следует признать неправомерной. В рассмотренных выше исследованиях было правильно установлено, что характер нелинейности характеристик намагничивания машины в режимах холостого хода и нагрузки различен; это приводит к нелинейным зависимостям изменения сторон реак-

тивных треугольников от параметров нагрузки. Поэтому никакой линейной связи при переходе от одного вида нелинейности к другому, о чем идет речь в этих работах, быть не может.

11. Предложение [Л. 22] об отказе от  $x_p$ , вместо которого рекомендуется использовать близкую величину  $x'_{ad}$ , едва ли рационально.

Во-первых, как будет показано в этой статье  $x_p = x'_{ad}$  только в предельных случаях, когда магнитные сопротивления полюса  $R_p$  или добавочного зазора в цепи индуктора  $R_{\Delta p}$  равны бесконечности, а активное сопротивление обмотки возбуждения  $r_f$  равно нулю. В режимах же нагрузки магнитная проводимость добавочного рассеяния, обуславливающая  $\Delta x_p$ , не остается постоянной и изменяется в широких пределах.

Во-вторых, магнитная проводимость индуктивного сопротивления  $\Delta x_p$  в установившемся режиме насыщенной синхронной машины отличается качественно и количественно от магнитной проводимости индуктивного сопротивления реакции якоря  $x'_{ad}$  переходного режима, имеющего место при наличии трансформаторных связей обмоток якоря и возбуждения и отсутствии насыщения.

В-третьих, добавочное рассеяние обмотки якоря имеет место также и в бесконтактных синхронных машинах с добавочными зазорами и массивными частями магнитопровода, в которых нет параметра  $x'_{ad}$ , но в то же время  $x_p$  превышает  $x_s$  более, чем в 2 раза.

В-четвертых, индуктивное сопротивление добавочного рассеяния обмотки якоря имеет место в переходных и сверхпереходных процессах, что будет показано ниже, поэтому установление аналитических зависимостей добавочного рассеяния позволит правильно определять  $\Delta x_p$  для установившегося режима, а также  $\Delta x_p$ ,  $x'_{ad}$  и  $x''_{ad}$  для переходных процессов.

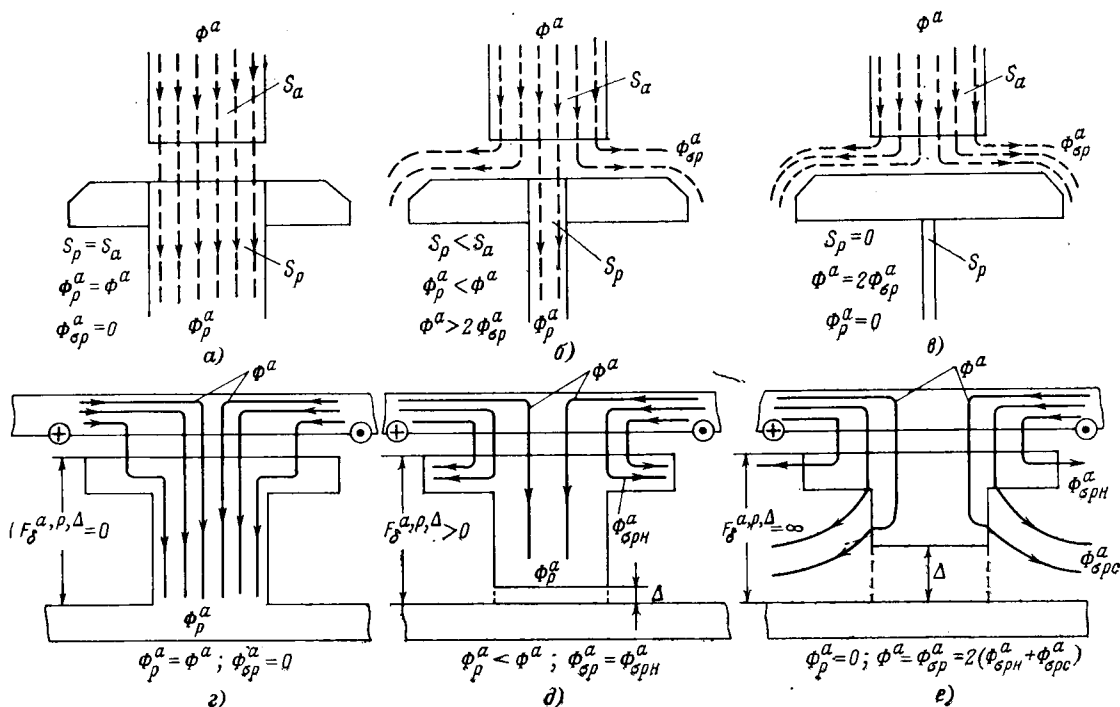


Рис. 1.

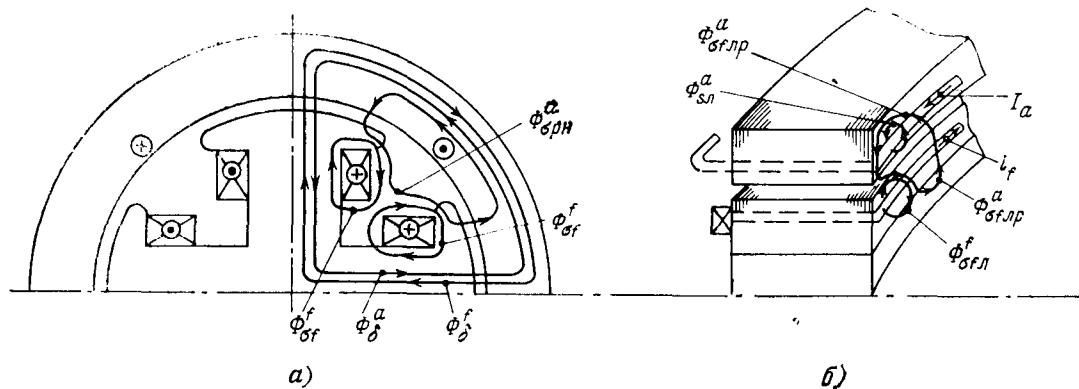


Рис. 2.

**Физические особенности добавочного рассеяния обмотки якоря в установившихся режимах нагрузки.** Выясним физический смысл влияния магнитного сопротивления индуктора на процесс формирования в рабочем зазоре потока добавочного рассеяния, вызываемого н. с. реакции якоря. Для этого сначала рассмотрим гидравлическую аналогию, имитирующую прохождение потока реакции якоря по полюсу индуктора при различных значениях его магнитного сопротивления.

На рис. 1, а, б и в поток жидкости  $\Phi^a$  из верхних труб (якорей) с одинаковой площадью поперечного сечения  $S_a$  проходит в нижние трубы (сердечники полюсов) разного сечения  $S_p$ , имеющие наконечники. При одинаковых сечениях поток жидкости из верхней трубы полностью проходит в нижнюю трубу. По мере уменьшения площади сечения нижней трубы, т. е. с увеличением ее гидравлического сопротивления, поток  $\Phi_{\sigma p}^a$ , проходящий в нижнюю трубу, уменьшается, но соответственно увеличивается поток рассеяния  $\Phi_{\sigma p}^a$ , который, выходя из верхней трубы, не проходит в нижнюю. В предельном случае, когда гидравлическое сопротивление нижней трубы бесконечно велико ( $S_p = 0$ ), поток жидкости верхней трубы омывает наконечник нижней трубы, не проникая в нее.

На рис. 1, г, д и е, соответствующих рис. 1, а, б и в, представлены три магнитные системы явнополюсной синхронной машины с магнитным потоком  $\Phi^a$ , созданным обмоткой якоря при разомкнутой обмотке возбуждения; магнитное сопротивление цепи индуктора (сердечника полюса и добавочного зазора  $\Delta$ ) изменяется от 0 до  $\infty$ .

В зависимости от падения магнитного напряжения  $F_{\sigma}^{a, p, \Delta}$  в рабочем зазоре, вызываемого потоком реакции якоря на магнитных сопротивлениях сердечника полюса и добавочного зазора, поток реакции якоря может проходить в индуктор полностью, частично или не проходить вовсе, обтекая индуктор по путям рассеяния между полюсными наконечниками  $\Phi_{\sigma p}^a$  и сердечниками полюсов  $\Phi_{\sigma p}^a$ . Следовательно, рис. 1 имитирует условия образования потока добавочного рассеяния обмотки якоря  $\Phi_{\sigma p}^a$  в установившемся синхронном режиме при насыщении индуктора, вызываемом реакцией якоря. При этом  $\Phi_{\sigma p}^a = \Phi_{\sigma p}^a + \Phi_{\sigma p}^a$ .

На рис. 2 представлены физические картины распределения потоков взаимоиндукции, рассеяния в межполюсном пространстве и рассеяния лобовых частей в зоне боковых поверхностей стальных сердечников якоря и индуктора, созданных полными токами обмоток якоря и возбуждения в установившемся режиме нагрузки.

В результате насыщения полюсов от суммарного потока взаимоиндукции  $\Phi_{\sigma}^f$  и рассеяния  $\Phi_{\sigma}^f$  (рис. 2, а) образуется составляющая потока добавочного рассеяния обмотки якоря  $\Phi_{\sigma p}^a$  от ее н. с., проходящая по рабочему зазору и по части объема межполюсного пространства без сцепления с обмоткой возбуждения. Вследствие того, что основная часть межполюсного пространства занята потоком рассеяния обмотки возбуждения, поток добавочного рассеяния обмотки якоря не может проникать глубоко в зону между сердечниками полюсов. Поэтому он проходит главным образом между полюсными наконечниками.

Части объема межполюсного пространства, по которым проходят потоки  $\Phi_{\sigma}^f$  и  $\Phi_{\sigma p}^a$ , распределяются в соотношении, при котором соответствующие им магнитные проводимости  $\lambda_{\sigma}^f$  и  $\lambda_{\sigma p}^a$  имеют максимальные значения. Точное определение этого соотношения нуждается в специальном рассмотрении.

На рис. 2, б показана другая составляющая потока добавочного рассеяния  $\Phi_{\sigma f, \text{лр}}^a$ , созданная той же н. с. реакции якоря и проходящая по рабочему зазору и по пространству, охватывающему поток рассеяния лобовых частей обмотки якоря и частично обмотки возбуждения без сцепления с витками последней.

Несколько иначе распределяются потоки добавочного рассеяния обмотки якоря в межполюсном пространстве бесконтактных синхронных машин с внешнезамкнутым потоком и торцовых, в которых обмотки возбуждения не охватывают непосредственно сердечники полюсов, как это имеет место в нормальных явнополюсных машинах.

В генераторе с внешнезамкнутым потоком (рис. 3, а) пространство между «клювами» свободно от полей рассеяния  $\Phi_{\sigma}^f$ , вызываемых обмоткой возбуждения и непосредственно сцепленных с ней. Поэтому поток добавочного рассеяния  $\Phi_{\sigma p}^a$  проходит практиче-





трубы и имитирует образование потока добавочного рассеяния обмотки якоря в переходном режиме от увеличения насыщения полюса, обусловленного током  $i'_{\text{f}}$ .

На рис. 4, в и з представлены две магнитные системы явнополюсной машины в переходном режиме с различными значениями токов  $i'_{\text{f}}$ , потоков  $\Phi'_{\text{f}}$  и падений магнитных напряжений  $F_{\delta\text{st}}^{a, p, \Delta}$  в цепи индуктора. Из этих рисунков видно, что при увеличении демпфирующего действия обмотки возбуждения в индукторе возрастают наведенные токи, потоки и падения магнитных напряжений, что обуславливает также рост потока  $\Phi_{\text{сп}}^{a'} = \Phi_{\text{спн}}^{a'} + \Phi_{\text{спс}}^{a'}$

и индуктивного сопротивления  $\Delta\chi_{\text{pt}}$  добавочного рассеяния в переходном режиме.

Таким образом, проникновению потока реакции якоря в индуктор в переходном режиме противодействуют как наведенный ток в обмотке возбуждения, так и соответствующее увеличение падения магнитного напряжения цепи индуктора.

**Добавочное рассеяние обмотки якоря в сверхпереходных режимах.** Наведение сверхпереходных токов в демпферных обмотках или массивных полюсах обуславливает не только демпфирование ими сверхпереходного потока якоря, но также возрастание магнитных нагрузок в цепи индуктора, что, в свою очередь, определяет соответствующее увеличение составляющей потока добавочного рассеяния обмотки якоря в полном сверхпереходном потоке  $\Phi_{\text{a}}^{a''}$  явнополюсной машины.

На рис. 4, д показана картина распределения потоков машины с демпферной обмоткой в сверхпереходном режиме. В результате увеличения магнитного напряжения  $F_{\delta\text{st}}^{a, p, \Delta}$  в рабочем зазоре образуется соответствующий поток добавочного рассеяния  $\Phi_{\text{сдрн}}^{a''}$  обмотки якоря.

Для удобства сравнения потоков добавочного рассеяния обмотки якоря в установившихся и нестационарных процессах на рис. 4, е показано распределение потока добавочного рассеяния для номинальных условий нагрузки, для которых можно принять

$$\lambda_{\text{сп}} = \lambda_{\text{спн}}^a + \lambda_{\text{спс}}^a + \lambda_{\text{спл.р}}^a \approx (0,6 \div 0,7) \lambda_{\text{сп}},$$

где  $\lambda_{\text{сп}}$  — полная проводимость потоков рассеяния полюсов.

С увеличением падений магнитных напряжений  $F_{\delta\text{st}}^{a, p, \Delta} > F_{\delta\text{t}}^{a, p, \Delta} > F_{\delta}^{a, p, \Delta}$  в сверхпереходном, переходном и установившемся режимах (рис. 4, в, д, е) увеличиваются и соответствующие составляющие потока добавочного рассеяния обмотки якоря.

На рис. 5 представлены пространственная и плоская картины потоков бесконтактной синхронной машины с массивными полюсами в сверхпереходном режиме.

Под действием сверхпереходного продольного потока  $\Phi_{\text{dst}}^a$  обмотки якоря и его составляющих потоков рассеяния  $\Phi_{\text{dspst}}^a$  между «клювами» и  $\Phi_{\text{dstst}}^a$  с

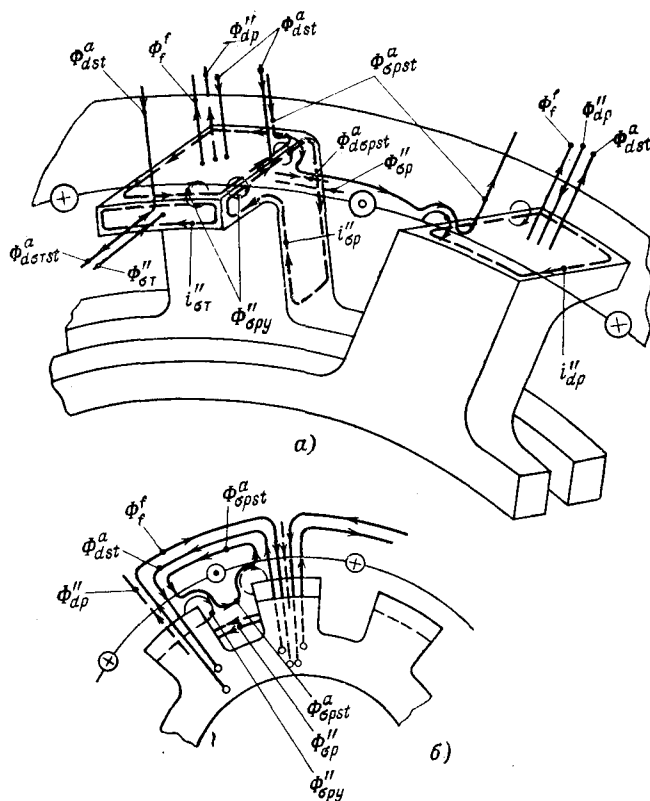


Рис. 5.

торцевых поверхностей в массиве «клювов» наводятся соответствующие сверхпереходные токи  $i''_{\text{dp}}$ ,  $i''_{\text{сп}}$  и  $i''_{\text{ст}}$ , которые, в свою очередь, вызывают соответствующие сверхпереходные потоки  $\Phi''_{\text{dp}}$ ,  $\Phi''_{\text{сп}}$  и  $\Phi''_{\text{ст}}$ . Кроме этих потоков, в массиве «клювов» возникают также сверхпереходные угловые потоки  $\Phi''_{\text{спу}}$ , которые образуются вдоль каждой грани «клювов» в результате суммирования двух соответствующих сверхпереходных токов (например,  $i''_{\text{dp}} + i''_{\text{сп}}$ ,  $i''_{\text{dp}} + i''_{\text{ст}}$  и т. д.). Так как наведенные в массиве «клювов» сверхпереходные потоки направлены встречно соответствующим составляющим потока якоря, их вызвавшим, то они совпадают по направлению с потоком возбуждения  $\Phi_f^f$  предшествующего режима и увеличивают насыщение стали индуктора. В результате увеличения падения магнитного напряжения «клювов» в расточке якоря возникает сверхпереходный поток добавочного рассеяния  $\Phi_{\text{спst}}^a$  обмотки якоря, который проходит по пути сверхпереходных угловых потоков рассеяния, части межполюсного пространства, а также между всеми нерабочими поверхностями «клювов» и примыкающими к ним поверхностями стали якоря. Этому потоку соответствует индуктивное сопротивление добавочного рассеяния обмотки якоря  $\Delta\chi_{\text{pst}}$  сверхпереходного режима.

**Вывод.** Анализ особенностей образования и распределения магнитных потоков якоря и индуктора в установившихся и нестационарных режимах показывает, что различные условия насыщения магнитной цепи обуславливают существенные различия как в индуктивных сопротивлениях добавочного



рассеяния обмотки якоря  $\Delta x_p$ ,  $\Delta x_{pt}$  и  $\Delta x_{pst}$ , так и в индуктивных сопротивлениях реакции якоря  $x_{ad}$ ,  $x'_{ad}$  и  $x''_{ad}$ . Так как в соответствии с эквивалентными схемами для индуктивных сопротивлений переходных и сверхпереходных режимов эти параметры являются функциями соответствующих магнитных проводимостей взаимоиндукции и рассеяния обмоток якоря, возбуждения и демпферной

$$x'_{ad} = f(\lambda_{ad}, \lambda_{pf}), \quad x''_{ad} = \varphi(\lambda_{ad}, \lambda_{pf}, \lambda_{sd}),$$

то, естественно, каждая из этих проводимостей будет изменяться в зависимости от условий насыщения, характерных для данного режима. При этом в каждом из рассматриваемых режимов с увеличением магнитных нагрузок в цепи индуктора индуктивные сопротивления добавочного и полного рассеяния обмотки якоря возрастают; а соответствующие индуктивные сопротивления реакции якоря уменьшаются по двум причинам: из-за увеличения насыщения магнитных путей прохождения переходных и сверхпереходных потоков трансформаторно связанных обмоток якоря и индуктора; из-за уменьшения проводимостей для этих же потоков за счет исключения той части межполюсного объема, по которой проходят потоки добавочного рассеяния обмотки якоря без трансформаторных связей последней с обмотками индуктора. Следовательно, определение соотношений для индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния в установившихся и нестационарных режимах синхронной машины важно не только для расчета соответствующих полных индуктивных сопротивлений рассеяния обмотки якоря, но также для более точного определения индуктивных сопротивлений собственно реакции якоря.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Potier A. Sur la Reaction D'induit Des Alternateurs.—«L'Eclairage Electrique», 1900, t. XXII, p. 296—308.
2. Hahn W. C., Wagner C. F. Standart Decrement Curves.—«Trans. AIEE», vol. 51, 1932, June, N 2, p. 353—362.
3. Иванов В. И. Реактивность Потье.—«Электричество», 1934, № 16, с. 17—18.
4. Марголин Н. Ф. О возможности использования характеристики холостого хода при графическом определении тока установившегося короткого замыкания методом Рюденберга.—«Электричество», 1934, № 16, с. 11—16.

5. March L. A., Crary S. B. Armature Leavage Reactance of Synchronous Machines.—«Trans. AIEE», 1935, vol. 54, N 3, p. 378—381.

6. Брук И. С. О реактивности Потье.—«Электричество», 1935; № 5, с. 47—48.

7. Kilgor L. A. Discussion of AIEE.—«Trans. AIEE», 1935, vol. 54, N 10, October, p. 1117.

8. Robertson B. L. Discussion of AIEE.—«Trans. AIEE», 1935, vol. 54, № 10, p. 1117.

9. Beckwith S. Approximating Potier Reactance.—«Trans. AIEE», 1937, vol. 56, p. 813—818.

10. Rüdénberg R. Saturated Synchronous Machines Under Transient Conditions in the Pole Axis.—«Trans. AIEE», 1942, vol. 61, p. 297—306. Discussion p. 445.

11. Костенко М. П. Электрические машины. М., Госэнергоиздат, 1944, с. 519—522.

12. Saad L. Mikhail. Potier Reactance for Salient—Pole Synchronous Machines.—«Trans. AIEE», 1950, vol. 69, part I, p. 235—238.

13. Городский Д. А. Исследование установившихся режимов синхронных машин с учетом насыщения.—«Труды Краснознаменной ордена Ленина Военно-Воздушной инженерной академии им. Н. Е. Жуковского», 1954, вып. 520, 58 с.

14. Жерве Г. К. Промышленные испытания электрических машин. М., Госэнергоиздат, 1959, с. 297—393.

15. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. М., Госэнергоиздат, 1963, 134 с.

16. Кимбарк Э. Синхронные машины и устойчивость электрических систем. М., Госэнергоиздат, 1960, с. 149—159.

17. Горушкин В. И., Шульгин Н. В. Раздельный учет насыщения ротора и статора синхронной машины.—«Изв. АН СССР, Электроэнергетика», 1963, вып. 7, с. 72—83.

18. Хуторецкий Г. М. Проектирование и расчет современных двухполюсных турбогенераторов. ЛПИ, 1962, 89 с.

19. Хуторецкий Г. М. Индуктивное сопротивление Потье неявнополюсных машин.—В сб.: Электросила, 1965, № 24, с. 64—68.

20. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. М., «Энергия», 1967, с. 597—603. Авт.: Титов В. В., Хуторецкий Г. М., Загородная Г. А. и др.

21. Данилевич Я. Б., Домбровский В. В., Казовский Е. Я. Параметры электрических машин переменного тока. М., «Наука», 1964, 170 с.

22. Казовский Е. Я. Реактивность Потье.—В сб.: Теория, расчет и исследование высоконапряженных электрических машин. М., «Наука», 1965, с. 47—58.

23. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. М., «Энергия», 1968, 458 с.

24. Паластин Л. М. Электрические машины автономных источников питания. М., «Энергия», 1972.

25. Паластин Л. М. Расчет синхронных индуктивных сопротивлений бесконтактных машин с добавочными зазорами при насыщении магнитопровода и машин со сверхпроводящими обмотками возбуждения.—«Электротехника», 1973, № 2,

[3.1.1974]

УДК 621.313.12.024.018.782.3

## Оптимизация переходных процессов в сварочных генераторах постоянного тока

Доктор техн. наук, проф. КОПЫЛОВ И. П., канд. техн. наук КАРОСАС И. И.,  
канд. техн. наук КУЗНЕЦОВ Н. Л., канд. техн. наук АРТЕМЬЕВ В. А.

Московский энергетический институт

При исследовании электрических машин постоянного тока, в частности генераторов, наряду с изучением установившихся режимов все большее внимание уделяется уточненным исследованиям переходных процессов. Это объясняется возросшими требованиями к динамике ряда систем, включающих генераторы постоянного тока. К таким системам можно отнести системы Г—Д, различные системы автономного питания, сварочные генераторы постоянного тока и др. Важным при этом является

разработка алгоритма оптимизации динамических свойств генераторов и, следовательно, получение параметров исследуемых генераторов постоянного тока, отвечающих оптимальным условиям протекания переходных процессов. Поставленная задача достаточно эффективно может быть решена с помощью современных средств вычислительной техники и методов планирования эксперимента.

Математическая теория электрических машин позволяет представить уравнения генераторов по-

стоянного тока в осях  $d$  и  $q$  в виде матрицы (1) [Л. 1]:

$$\begin{pmatrix} u_v \\ u_c \\ -u_n - 2\Delta U_{щ} \\ u_d \\ u_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{ц.в} + pL_{ц.в} & -pM_{в.с} & -p(M_{pq\alpha} \pm M_{pda} \pm \pm M_{к.м.в}) & pM_{д.в} & 0 \\ -pM_{в.с} & R_c + pL_c & p(M_{pq\alpha} \pm M_{pdc} \pm \pm M_{к.м.с}) & pM_{к.с} & 0 \\ -K_{г.с} \mp pM_{pda} \mp \mp pM_{к.м.в} & K_{в.с} & R_{я} + K_{pq} \pm K_{pd} \pm \pm K_{к.м.d} + p(L_{я} \pm \pm M_{pdc} \pm M_{к.м.с}) & -pM_{д.я} & -pM_{pqк} \\ pM_{д.в} & pM_{д.с} & 0 & R_d + pL_d & pM_{д.к} \\ 0 & 0 & -pM_{pdk} & pM_{д.к} & R_k + pL_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ц.в} \\ i_c \\ i_{я} \\ i_d \\ i_k \end{pmatrix} \quad (1)$$

Здесь  $u, i$  — мгновенные значения напряжения и тока;  $R, L, M$  — активные сопротивления, коэффициенты само- и взаимной индукции;  $K$  — коэффициенты наведения э. д. с. вращения от соответствующих обмоток. Подстрочные индексы: в, с, я, д, к — соответственно обмотка возбуждения (шунтовая или независимая), серийная обмотка, обмотка якоря, дополнительных полюсов, компенсационная обмотка; щ — щетка; г — генератор; ц.в, ц.я — цепи возбуждения и якоря без нагрузки;  $pd, pq, км d$  — продольная, поперечная и коммутационная реакция якоря.

Для удобства моделирования (1) приводится к виду:

$$\begin{cases} -u_{н.г} = -e_{рез} + 2\Delta U_{щ} + R_{ц.я}i_{ц.я} + \\ + L_{ц.я}pi_{ц.я} - M_{е.о}pi_{ц.в}; \\ U_v = R_{ц.в}i_{ц.в} + L_{ц.в}pi_{ц.в} - M_{е.п}pi_{ц.я}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $-u_{н.г} = -u_{я} + u_d + u_c + u_k$  — мгновенное значение напряжения на нагрузке;  $e_{рез} = K_{в.г}i_{ц.в} - (K_{в.с} + K_{pq} \pm \pm K_{pd} \pm K_{к.м.d})i_{ц.я}$  — мгновенное значение э. д. с. вращения генератора;  $M_{е.п} = M_{в.с} \pm M_{pda} \pm M_{к.м.в} - M_{д.в} + M_{pqв}$  — прямой естественный коэффициент взаимной индукции между цепью якоря и возбуждения;  $M_{е.о} = M_{е.п} - M_{pqв}$  — обратный естественный коэффициент взаимной индукции (между цепями возбуждения и якоря);  $L_{ц.я} = L_{я} + L_c + L_d + L_k + 2M_{д.с} - M_{д.я} + 2M_{д.к} \pm 2M_{к.м.с} \pm 2M_{pdc} - 2M_{pqк} + M_{pqс}$  — коэффициент самоиндукции цепи якоря;  $R_{ц.я} = R_{я} + R_c + R_d + R_k$  — сопротивление цепи якоря без нагрузки.

При наличии внешних искусственных обратных связей вместо  $M_{е.п}$  и  $M_{е.о}$  в (2) следует подставлять  $M_{п} = M_{е.п} \pm M$  и  $M_{о} = M_{е.о} + M$ , где  $M$  — коэффициент взаимной индукции, обусловленный наличием внешней искусственной обратной связи.

Здесь и в дальнейшем верхний знак в уравнениях означает размагничивающее действие н. с., нижний — намагничивающее; серийная обмотка принята размагничивающей.

Аналоговое моделирование приведенных уравнений и правомерность применения методов планирования эксперимента при исследовании на АВМ генераторов постоянного тока обоснованы в [Л. 1 и 2].

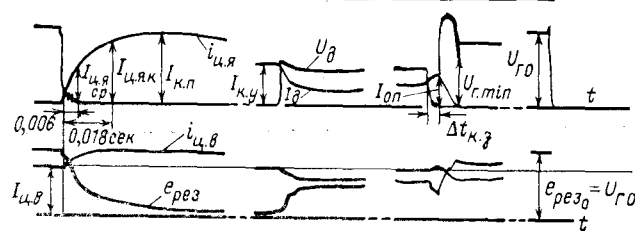
Объектом исследования является универсальный сварочный генератор ГСУ-500, для которого режимы частых коротких замыканий с последующим восстановлением напряжения являются нормальными режимами работы. Рассмотрим осциллограммы переходных процессов (см. рисунок), характерные для

циклов процесса ручной дуговой сварки, а именно: закорачивание цепи якоря генератора электродом (режим «холостой ход — короткое замыкание»), образование дуги (режим «короткое замыкание — нагрузка»), замыкание дугового промежутка расплавленной каплей металла (режим «нагрузка — неустойчившееся короткое замыкание») и последующий обрыв дуги (режим «неустойчившееся короткое замыкание — холостой ход»).

Для качественной и количественной оценок переходных процессов нужно знать следующие показатели:  $I_{к.п}$  — пиковое значение тока короткого замыкания;  $\alpha = I_{к.п}/I_{к.у}$  — отношение пикового значения тока короткого замыкания к его установившемуся значению;  $f_{иср}, f_{ик}$  — средний и конечный фронты тока цепи якоря (скорость нарастания тока  $\Delta I_{ц.я}/\Delta t$  за время 0,006 и 0,018 сек);  $U_{г\min}$  — минимальное напряжение восстановления генератора при обрыве цепи якоря в неустойчившемся режиме короткого замыкания;  $I_{о.п}$  — пиковое значение тока в момент обрыва дуги при неустойчившемся коротком замыкании;  $f_{и.п} = I_{о.п}/\Delta t_{к.з}$  — конечный фронт тока неустойчившегося короткого замыкания.

Рассматривая процессы, происходящие при ручной дуговой сварке, важно отметить существенную связь между показателями переходных процессов и сварочными свойствами генератора. Наиболее информативными показателями сварочных свойств генераторов являются показатели переходных процессов, отображающие возмущение в процессе свар-

Холостой ход — короткое замыкание.	Короткое замыкание — нагрузка.	Нагрузка — неустойчившееся короткое замыкание — холостой ход.
------------------------------------	--------------------------------	---



На рисунке обозначено:  $I_{ц.я.ср}$  — ток цепи якоря, соответствующий среднему фронту;  $I_{ц.я.п}$  — ток цепи якоря, соответствующий конечному фронту;  $I_{к.п}$  — пиковое значение тока короткого замыкания;  $i_{ц.я}$  — мгновенное значение тока цепи якоря;  $I_{к.у}$  — установившееся значение тока короткого замыкания;  $U_{г0}$  — напряжение холостого хода генератора;  $i_{ц.в}$  — мгновенное значение тока цепи возбуждения;  $i_{ц.в}$  — начальное значение тока цепи возбуждения;  $e_{рез}$  — мгновенное значение результирующей э. д. с. вращения якоря.

Таблица 1

Факторы		Единица физи- ческой величины	Уровни варьирования			Шаг варьиро- вания $\Delta i$	Шаг варьирования (в процентах нулевого уровня)
Электро- магнитный параметр	Кодиро- ванное обозна- чение		ниж- ний	основ- ной	верх- ний		
			—1	0	+1		
$I_{п.в}$	$x_1$	$a$	2	2,5	3,0	0,5	$\pm 20$
$\Delta M_{п}$	$x_2$	$мГн$	—3,6	0	+3,6	3,6	—
$\Delta L_{п.в}$	$x_3$	$Гн$	—1,2	0	+1,2	1,2	—
$L_{п.я}$	$x_4$	$мГн$	0,65	1,25	1,85	0,6	$\pm 48$
$\Delta t_{к.з}$	$x_5$	$мсек$	5	10	15	5,0	$\pm 50$

ки, а именно  $U_{г\min}$ ,  $I_{о.п.}$ ,  $f_{i.o.п.}$ . Расчетами и экспериментами установлено, что на показатели переходных процессов оказывают влияние многие электромагнитные параметры сварочного генератора, а также его режим настройки. Поэтому определение оптимального сочетания параметров традиционными методами исследования чрезвычайно затруднительно с точки зрения сложности математической обработки и затрат времени.

Для исследования и оптимизации ГСУ-500 был поставлен статистически спланированный эксперимент типа 2<sup>5</sup>, из которого для ряда показателей ( $I_{к.п.}$ ,  $\alpha$ ,  $f_{i.c.p.}$ ,  $f_{i.k.}$ ) получена и обработана матрица типа 2<sup>4</sup>. Выбор ортогонального планирования объясняется возможностями аналоговой модели, простотой расчета коэффициентов регрессии и наличием стандартных программ обработки результатов эксперимента. Выбор воздействующих факторов был произведен на основании априорной информации. За воздействующие факторы приняты: ток цепи возбуждения  $I_{п.я.}$ ; приращение прямого коэффициента взаимоиндукции  $\Delta M_{п.}$ ; приращение индуктивности цепи возбуждения  $\Delta L_{п.п.}$ ; индуктивность цепи якоря  $L_{п.я.}$ ; время неустановившегося короткого замыкания  $\Delta t_{к.з.}$ . Интервалы варьирования выбирались из условий: практической целесообразности и возможности реализации параметров на реальных объектах (данные Вильнюсского филиала ВНИИЭСО); устойчивости аналоговой модели при выбранных режимах исследования; получения однородности дисперсий выходных показателей в вершинах исследуемого гиперпространства.

В результате учета указанных ограничений были выбраны интервалы варьирования и основные уровни воздействующих факторов для ГСУ-500, которые представлены в табл. 1.

Для удобства далее везде используются кодированные безразмерные параметры  $x_i$ , предельные

значения которых в интервалах варьирования равны  $\pm 1$ .

Формула перехода от натуральных к кодированным переменным:

$$x_i = \frac{z_i - z^*_i}{\Delta i},$$

где  $x_i$  — значение кодированного фактора;  $z_i$  — натуральное значение фактора;  $z^*_i$  — натуральное значение фактора основного уровня.

Следует отметить, что диапазон варьирования индуктивности цепи якоря  $L_{п.я.}$  по отношению к реальному значению индуктивности генератора ГСУ-500 составляет 130—370%.

В результате спланированного эксперимента получены зависимости семи динамических характеристик генератора в функции воздействующих факторов (табл. 2). Зависимости найдены в виде полиномов:

$$y_i = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j + \sum b_{ijm} x_i x_j x_m. \quad (3)$$

В качестве примера укажем вид полинома для пикового значения тока короткого замыкания:

$$I_{к.п.} = 660,36 + 128,94x_1 + 92,75x_2 - 47,88x_3 - 29,5x_4 + 23,44x_1x_2 - 30,88x_2x_3 - 12,63x_2x_4 + 13,25x_3x_4 + 14,25x_2x_3x_4. \quad (4)$$

Проверка полиномиальных зависимостей при 5%-ном уровне значимости показала их адекватность аналоговой модели ГСУ-500.

Исследовалась также возможность применения метода неопределенных множителей Лагранжа для решения задач оптимизации в условиях наложения ограничения в функциональном виде.

Наиболее важным показателем оценки сварочных свойств является минимальное напряжение восстановления дуги после неустановившегося короткого замыкания  $U_{г\min}$  (см. рисунок). Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные в Вильнюсском филиале ВНИИЭСО, показывают, что условия качественной сварки по критерию сварки с минимальным разбрызгиванием металла соблюдаются при одновременном выполнении двух требований:  $U_{г\min} \geq A$ ;  $I_{о.п.} \leq B$  при  $\Delta t_{к.з.} = \text{const}$ .

Значения величин  $A$ ,  $B$  и  $\Delta t_{к.з.}$  зависят в основном от режима сварки, диаметра и марки электрода.

Экспериментальные исследования динамических свойств ГСУ-500 в режимах малых токов позволили найти граничное сочетание показателей переходных процессов  $U_{г\min}$  и  $I_{о.п.}$  при наиболее распространенном режиме сварки:  $I_d = 270$  а, электрод УОНИ диаметром 5 мм. По данным Вильнюсского филиала ВНИИЭСО сварка в этих условиях имеет мини-

y	Факторы						Взаимодействие					
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_1x_4$	$x_1x_5$	$x_2x_3$	$x_2x_4$
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{14}$	$b_{15}$	$b_{23}$	$b_{24}$
$I_{к.п.}, a$	660,36	128,94	92,75	-47,88	-29,5	—	23,44	0	0	—	-30,88	-12,63
$\alpha$	1,417	0	0,198	-0,1	-0,0175	—	0,0339	0	0	—	-0,0599	-0,0137
$f_{i.c.p.}, \text{ка/сек}$	46,563	7,875	2,013	-1,256	-21,031	—	-1,538	0	-2,819	—	0	0
$f_{i.k.}, \text{ка/сек}$	27,759	4,978	2,728	-1,147	-7,191	—	0	0	-0,759	—	-0,578	-0,989
$U_{г\min}, v$	51,153	9,091	-3,547	4,053	-0,184	-0,647	-1,247	-1,059	0,0656	-0,459	0,803	-0,0594
$I_{о.п.}, a$	386,03	74,47	8,66	-2,91	-57,84	44,47	-6,03	1,41	-3,66	-0,47	-4,91	-5,09
$f_{i.o.п.}, \text{ка/сек}$	48,62	9,78	0,84	-0,19	-7,28	-19,94	-0,96	0,34	-0,60	-4,84	-0,43	-0,44



линейно независимые направления для последующей итерации  $\bar{p}_2, \bar{p}_3, \dots, \bar{p}_n$ . Процесс считают оконченным, когда разность между начальными приближениями двух соседних итераций становится меньше некоторого заданно положительного числа.

В результате решения системы уравнений получена точка, соответствующая оптимальному протеканию переходных процессов при наложенных ограничениях, с координатами  $x_2 = -12,19$ ;  $x_3 = -0,638$ ;  $x_4 = -1,484$ . Значение функции в этой точке  $U_{\Gamma \min} = 112,4$  в, однако, если по факторам  $x_3$  и  $x_4$  данная экстремальная точка находится либо вблизи области исследования, либо в самой области, то по фактору  $x_2$  она расположена далеко вне области исследования. При переводе в натуральные величины это означает, что должен быть введен искусственный коэффициент взаимной индукции между цепями якоря и возбуждения, равный  $M_{\Gamma} = -340\%$   $M_{\text{е.п.}}$ . Реализация данного значения  $M_{\Gamma}$  в настоящее время достаточно проблематична.

Для практического нахождения так называемого локального оптимума в области варьирования факторов использовалось следующее положение. Если исследуемый процесс адекватно описывается функцией вида:

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j, \quad (12)$$



## Об одновременном намагничивании стали двумя потоками разных частот

Доктор техн. наук, проф. САНДЛЕР А. С., канд. техн. наук, доц. ШАПИРО Л. Я., инж. ЛАБУНЕЦ И. А.  
Москва

В настоящее время все большее распространение получают электрические машины с совмещенными магнитными и электрическими цепями [Л. 1 и 2]. Такие машины могут быть использованы в качестве тихоходных приводных двигателей в автономных системах электропривода на переменном токе с плавным регулированием скорости вращения. В этом случае совмещенная машина, являясь бесконтактной машиной двойного питания, заменяет агрегат из двух отдельных асинхронных машин на одном валу [Л. 3], что позволяет улучшить весогаритные показатели приводного двигателя.

Магнитопроводы совмещенных машин подвергаются одновременному воздействию двух разнополюсных магнитных полей, а в обмотках одновременно протекают токи разных частот. В большинстве известных работ, посвященных одновременному намагничиванию стали потоками разных частот, описаны исследования, проведенные для случаев питания от источников напряжения или от источников тока, причем частоты обоих источников являются кратными. Однако в таких совмещенных электрических машинах, как бесконтактная машина двойного питания [Л. 2], частота  $f_1$  тока одного источника неизменна и обычно равна 50 Гц, а другая плавно регулируется в пределах от нуля до  $f_2 = f_1$ . При  $f_2 = 0$  одно из магнитных полей машины неподвижно и намагничивание производится током

то экстремум функции находится в одной из вершин исследуемого гиперкуба. Так как графическая интерпретация полученных полиномов показала весьма незначительную кривизну исследуемой гиперповерхности, то тройными взаимодействиями можно пренебречь и свести уравнения к виду (12). Экстремум функции находится простым перебором вершин. Такой вершиной оказалась точка с параметрами  $x_2 = -1$ ;  $x_3 = +1$ ,  $x_4 = +1$ . Небольшая экстраполяция по  $x_4$  (до +1,37 кодированных единиц) позволила определить частное решение, отвечающее оптимальным условиям сварки:

$$U_{\Gamma \min} = 54,1 \text{ в при } I_{0.п} = 350 \text{ а.}$$

Этот результат подтверждается экспериментами, проведенными в Вильнюсском филиале ВНИИЭСО, и показывает тенденцию улучшения сварочных свойств генераторов, подобных рассмотренному ГСУ-500.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. М., «Энергия», 1973.
2. Применение планирования эксперимента при решении задач электромеханики. — «Труды МЭИ. Электрические машины», 1972, вып. 138. Авт.: Копылов И. П., Дмитриев М. М., Артемьев В. А. и др.
3. Powell M. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. — «The Computer J.», 1964, vol. 7, N 2.

[4.6.1973]

УДК 621.313.042:538.24

частоты  $f_1$  и постоянным током. При этом ротор вращается с синхронной скоростью, определяемой суммой чисел полюсов обоих полей. Если же  $f_2 = f_1$ , то намагничивание производится двумя переменными токами одинаковых частот и ротор машины неподвижен. Угол сдвига между полями задается системой управления непрерывно в зависимости от заданного режима работы машины. Следует отметить, что в реальной системе электропривода с бесконтактной машиной двойного питания один из источников, а именно автономный генератор или сеть фиксированной частоты  $f_1$ , можно в первом приближении рассматривать как источник синусоидального напряжения или э. д. с., в то время как другой источник, а именно статический преобразователь частоты, — как источник синусоидального тока. Таким образом, возникает необходимость расчета магнитной цепи при следующих условиях: 1) заданы амплитуды синусоидального напряжения (э. д. с.) и синусоидального тока; 2) частота одного источника является неизменной, а частота другого источника может плавно изменяться в широких пределах; 3) отношение частот не обязательно является целым и рациональным числом.

Как известно, использование активных частей машины определяется в основном значениями индукции и линейной нагрузки. Обычно линейная

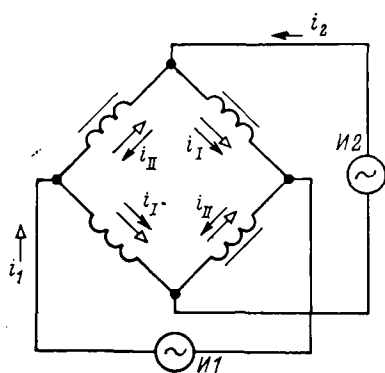


Рис. 1. Схема одновременного питания тороидов от двух источников разной частоты.

нагрузка выбирается исходя из величины удельных электрических потерь на единицу поверхности расточки статора. Так как в совмещенных обмотках квадрат действующего значения результирующего тока в проводнике равен сумме квадратов токов частот  $f_1$  и  $f_2$ , то линейные нагрузки  $A_1$  и  $A_2$ , обусловленные протеканием этих то-

ков, определяются из соотношения  $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ . При равенстве действующих значений обоих токов  $A_1 = A_2 = A/\sqrt{2}$ . Равенство линейных нагрузок  $A_1 = A_2$  при прочих равных условиях обеспечивает минимум объема электромагнитного ядра машины. Значения индукции для обычных машин выбирают с учетом практики электромашиностроения и определяют по существу объем стали на единицу энергии, необходимой для намагничивания магнитопровода. В совмещенной машине двойного питания энергия доставляется от двух источников на разных частотах. Мгновенное значение этой энергии зависит от соотношения частот и фазного сдвига между полями. Поэтому выбор рациональных значений составляющих индукции обоих полей представляет собой достаточно сложную задачу. Ее решение, как будет показано ниже, может быть получено на основе сравнения процессов накопления магнитной энергии при наличии одного поля и одновременно двух полей.

Для выработки общего подхода можно рассмотреть более простую электромагнитную систему с нелинейной характеристикой намагничивания. Магнитную цепь машины или отдельные ее участки можно моделировать с помощью соответствующих электрических схем, содержащих тороидальные стальные сердечники с обмотками. Для решения указанной выше задачи в общем виде авторами использовалась электрическая цепь с тороидальными сердечниками, выполненная в виде четырехплечевого моста (рис. 1), отличающаяся от известной схемы включения обмоток тороидов [Л. 4] тем, что по каждой обмотке одновременно протекают токи двух разных частот. Поэтому такая схема имитирует в известной степени не только двойное намагничивание магнитопровода машины, но и возможную схему включения одной фазы электрически совмещенной обмотки статора бесконтактной машины двойного питания. К диагоналям моста подводятся напряжения различных частот от источников  $I1$  и  $I2$ , причем в общем случае, как было указано выше, эти источники могут быть источниками синусоидального напряжения (э. д. с.) или источниками синусоидального тока. Сердечник каждого из тороидов подвергается одновременному намагничиванию потоками разных частот. Аналогичный процесс происходит в продольном сечении переходного слоя совмещенной машины.

Образование магнитного поля в каждом сердечнике рассматриваемой системы сопровождается накоплением в нем энергии, которая доставляется от обоих источников. Мгновенная плотность энергии в сердечнике тороида составляет:

$$w_{I, II} = \int_0^t h_{I, II} \frac{db_{I, II}}{dt} dt, \quad (1)$$

где  $h_{I, II}$  и  $b_{I, II}$  — мгновенные значения напряженности и индукции магнитного поля в сердечниках тороидов  $I$  или  $II$ , связанные нелинейной зависимостью.

Для схемы, изображенной на рис. 1, можно записать следующие уравнения для мгновенных значений токов и напряжений:

$$i_{I, II} = \frac{i_1}{2} \pm \frac{i_2}{2}; \quad (2)$$

$$u_{I, II} = \frac{u_1}{2} \pm \frac{u_2}{2}. \quad (3)$$

На основании (2) имеем:

$$h_{I, II} = h_1 \pm h_2. \quad (4)$$

Здесь  $h_1$  и  $h_2$  — составляющие напряженности, обусловленные токами  $i_1/2$  и  $i_2/2$ . Активным сопротивлением, рассеянием обмоток и потерями в стали тороидов пренебрегаем. Интегрируя (3) по времени в пределах от  $t=0$  до  $t$ , получаем:

$$b_{I, II} = b_1 \pm b_2, \quad (5)$$

где  $b_1$  и  $b_2$  — составляющие индукции, обусловленные напряжениями  $u_1/2$  и  $u_2/2$ .

Теперь выражение (1) с учетом (4) и (5) принимает следующий вид:

$$w_{I, II} = \int_0^t (h_1 \pm h_2) \left( \frac{db_1}{dt} \pm \frac{db_2}{dt} \right) dt. \quad (6)$$

Мгновенная плотность энергии, сосредоточенной в данной системе из четырех тороидов, равна:

$$w = \int_0^t \left( h_1 \frac{db_1}{dt} + h_2 \frac{db_2}{dt} \right) dt. \quad (7)$$

В случае питания системы только от одного источника

$$w_0 = \int_0^t h_0 \frac{db_0}{dt} dt. \quad (8)$$

Пусть оба источника — это источники синусоидального напряжения, т. е.

$$b_1 = B_{10} \sin \omega_1 t; \quad b_2 = B_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi), \quad (9)$$

где  $\varphi$  — начальный угол сдвига между полями. Аппроксимируя кривую намагничивания стали тороидов зависимостью  $h = k_1 \operatorname{sh} k_2 b$ , получаем:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= k_1 \operatorname{sh} k_2 b_1 \operatorname{ch} k_2 b_2 \approx H_{10} \sin \omega_1 t - \\ &- H_{30} \sin 3\omega_1 t - H_{12} \sin [\omega_1 t \pm 2(\omega_2 t + \varphi)]; \\ h_2 &= k_1 \operatorname{sh} k_2 b_2 \operatorname{ch} k_2 b_1 \approx H_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi) - \\ &- H_{03} \sin 3(\omega_2 t + \varphi) - \\ &- H_{21} \sin [(\omega_2 t + \varphi) \pm 2\omega_1 t]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

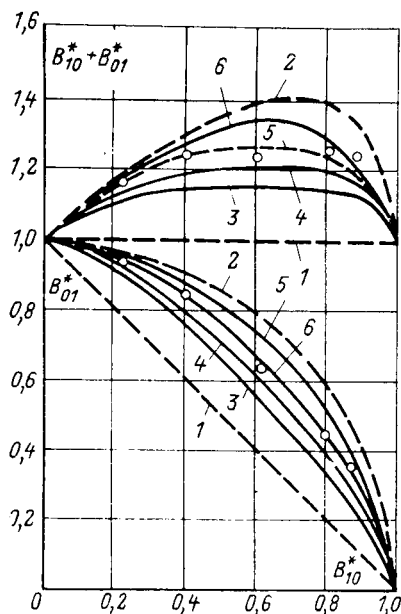


Рис. 2. Соотношения между относительными значениями составляющих индукций полей разной частоты.

1 —  $b = \text{const}$ ; 2 —  $h = kb$ ; 3 —  $B = 2,1$  тл (два источника э. д. с.); 4 —  $B = 1,3$  тл (два источника э. д. с.); 5 —  $B = 1,3$  тл (источники э. д. с. и тока); 6 —  $B = 1,9$  тл (по результатам эксперимента).

В разложениях (10) оставлены только наиболее ярко выраженные гармонические. Амплитуды гармонических определяются через видоизмененные функции Бесселя первого рода [Л. 5]. В частности,

$$H_{10(01)} = 2k_1 I_1(k_2 B_{10(01)}) I_0(k_2 B_{01(01)}). \quad (11)$$

Потребление реактивной энергии от обоих источников происходит на основных частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Подставив в выражение (7) основные гармонические составляющие  $h$  и  $b$  из (9) и (10), получим выражение для мгновенной плотности магнитной энергии, накапливаемой в системе основными гармоническими составляющими:

$$\omega = \frac{H_{10} B_{10}}{2} \sin^2 \omega_1 t + \frac{H_{01} B_{01}}{2} \sin^2 (\omega_2 t + \varphi). \quad (12)$$

Среднее значение плотности накопленной энергии за период  $T$ , который содержит  $n$  циклов составляющей частоты  $\omega_1$  и  $m$  циклов составляющей частоты  $\omega_2$ , дается выражением:

$$W_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \int_0^T \omega dt = \frac{H_{10} B_{10}}{4} + \frac{H_{01} B_{01}}{4}.$$

В случае иррационального соотношения частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  полученный результат является приближенным, причем его точность увеличивается с увеличением  $T$ . Приравняв средние значения плотности энергии за период  $T$  при намагничивании одним и двумя потоками, получим следующее соотношение:

$$H_0 B_0 = H_{10} B_{10} + H_{01} B_{01},$$

или в относительных единицах

$$1 = H^*_{10} B^*_{10} + H^*_{01} B^*_{01}, \quad (13)$$

где  $B^*_{10(01)} = B_{10(01)}/B_0$ ;  $H^*_{10(01)} = H_{10(01)}/H_0$ .

Для рассматриваемого случая

$$H^*_{10(01)} = \frac{I_1(k_2 B_{10(01)}) I_0(k_2 B_{01(01)})}{I_1(k_2 B_0)}.$$

Следует отметить, что при значительной разнице частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  можно считать, что максимальное значение энергии, которое может быть найдено из (12), не зависит от угла  $\varphi$  и отношения частот и равно сумме максимальных плотностей составляющих энергии. Тогда выражение (13) сохраняет свою силу и при условии равенства максимальных значений энергии. В случае линейной зависимости  $h = kb$ , например для ненасыщенной области кривой намагничивания, уравнение (13) может быть записано в виде

$$1 = B_{10}^2 + B_{01}^2.$$

В предельном случае, когда  $b = \text{const}$ , уравнение (13) приводится к виду

$$1 = B^*_{10} + B^*_{01}.$$

На рис. 2 кривые 1—4 представляют зависимости  $B^*_{01}$  и  $B^* = B^*_{10} + B^*_{01}$  в функции  $B^*_{10}$  при заданных значениях  $B_0$ , рассчитанные по аппроксимированной кривой намагничивания для стали Э41. Из рассмотрения этих кривых видно, что индукция  $B^*$  может быть выбрана выше рекомендуемого значения  $B_0$  и что  $B^*$  зависит как от соотношения между  $B^*_{10}$  и  $B^*_{01}$ , так и от значения  $B_0$ , т. е. от заданной степени насыщения. Максимальное значение  $B^*$  имеет место при  $B^*_{10} = B^*_{01}$  и на линейной части кривой намагничивания может быть выбрано в  $\sqrt{2}$  раз больше  $B_0$ . В области насыщения  $B^*$  может выбираться на 10—20% больше  $B_0$ , а рациональное соотношение между  $B^*_{10}$  и  $B^*_{01}$  при выбранном значении  $B^*$  может варьироваться в довольно широком диапазоне.

Если оба источника питания — это источники синусоидального тока, то

$$h_1 = H_{10} \sin \omega_1 t; \quad h_2 = H_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi). \quad (14)$$

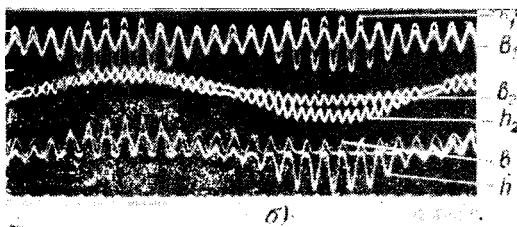
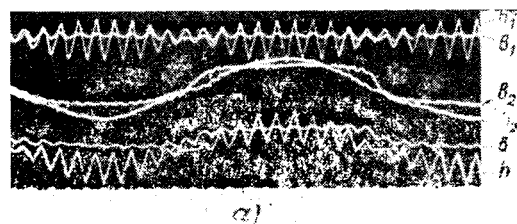


Рис. 3. Осциллограммы мгновенных значений индукций и напряженностей в стали тороида при  $f_1 = 50$  гц,  $f_2 \approx 2,3$  гц.

а —  $H_{1M} = 27$  а/см;  $B_{1M} = 0,76$  тл;  $H_{2M} = 43$  а/см;  $B_{2M} = 0,93$  тл;  $H_M = 70$  а/см;  $B_M = 1,69$  тл; б —  $H_{1M} = 245$  а/см;  $B_{1M} = 1,6$  тл;  $H_{2M} = 245$  а/см;  $B_{2M} = 0,42$  тл;  $H_M = 490$  а/см;  $B_M = 2,08$  тл.



Аппроксимируем кривую намагничивания полиномом по степеням  $h$ :

$$b = k_3 h - k_4 h^3. \quad (15)$$

Тогда с учетом (4) и (5) имеем:

$$b_{1(2)} = k_3 h_{1(2)} - k_4 h_{1(2)}^3 - 3k_4 h_{1(2)} h_{2(1)}^2. \quad (16)$$

После подстановки мгновенных значений  $h_1$  и  $h_2$  из (14) получим:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= B_{10} \sin \omega_1 t + B_{30} \sin \omega_1 t + \\ &+ B_{12} \sin [\omega_1 t \pm 2(\omega_2 t + \varphi)]; \\ b_2 &= B_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi) + B_{03} \sin (\omega_2 t + \varphi) + \\ &+ B_{21} \sin [(\omega_2 t + \varphi) \pm 2\omega_1 t] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где

$$B_{10(01)} = k_1 H_{10(01)} - 0,75 k_2 H_{10(01)}^2 - 1,5 k_2 H_{01(10)}^2$$

Используя полученное выражение для амплитуд основных гармонических индукций, получим соответствующие зависимости относительных значений индукций по уравнению (13). Кривые  $B^*$  и  $B_{01}^*$  по виду аналогичны рассмотренным выше (см. рис. 2). Вместо выражения (17) можно использовать аппроксимацию тригонометрическим рядом, лучше описывающим кривую намагничивания в области насыщения стали.

Рассмотрим случай питания системы от источника синусоидального напряжения и источника синусоидального тока:

$$b_1 = B_{10} \sin \omega_1 t; \quad h_2 = H_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi). \quad (18)$$

В данном случае удобно воспользоваться двумя аналитическими выражениями для описания кривой намагничивания: полиномом (15) по степеням  $h$  и полиномом по степеням  $b$  вида

$$h = k_5 b - k_6 b^3 + k_7 b^5. \quad (19)$$

Тогда из (4) и (5) с учетом (15) и (19) найдем:

$$\begin{aligned} h_1 &\approx (k_5 - 3k_6 k_2^2 h_2^2 + 5k_7 k_2^4 h_2^4) b_1 - \\ &- (k_6 - 10k_7 k_2^2 h_2^2) b_1^3 + k_7 b_1^5; \end{aligned} \quad (20)$$

$$b_2 \approx (k_3 - 3k_4 k_2^2 b_1) h_2 - k_4 h_2^3. \quad (21)$$

После подстановки (18) в (20) и (21) получим:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= H_{10} \sin \omega_1 t - H_{30} \sin 3\omega_1 t - \\ &- H_{12} \sin [\omega_1 t \pm 2(\omega_2 t + \varphi)]; \\ b_2 &= B_{01} \sin (\omega_2 t + \varphi) + B_{03} \sin (\omega_2 t + \varphi) + \\ &+ B_{21} \sin [(\omega_2 t + \varphi) \pm 2\omega_1 t]. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} H_{10} &= k_5 B_{10} - \frac{3}{4} k_6 B_{10}^3 + \frac{5}{8} k_7 B_{10}^5 - \\ &- \frac{3}{2} k_6 k_2^2 B_{10} H_{01}^2 + \frac{15}{8} k_7 k_2^4 B_{10} H_{01}^4 + \\ &+ \frac{15}{4} k_7 k_2^2 B_{10}^3 H_{01}^2; \end{aligned}$$

$$B_{01} = k_3 H_{01} - \frac{3}{4} k_4 H_{01}^3 - \frac{3}{2} k_4 k_2^2 H_{10} B_{10}^2.$$

По этим формулам построены кривые 5 на рис. 2.

На рис. 3 приведены осциллограммы эксперимента. На одну диагональ мостовой схемы подавалось напряжение частоты  $f_1 = 50$  гц = const от автономного генератора, а на другую диагональ — напряжение регулируемой частоты  $f_2$  от статического преобразователя частоты с непосредственной связью. Преобразователь питался от автономного дополнительного генератора повышенной частоты (300 гц). Напряжения на диагоналях схемы регулировались изменением токов возбуждения генераторов. Система управления позволяла изменять частоту  $f_2$  от нуля до 20 гц, а также регулировать угол  $\varphi$  от нуля до  $360^\circ$ . Таким образом, воспроизводились условия работы системы электропривода с бесконтактной машиной двойного питания, имеющей электрически совмещенные обмотки.

Как видно из рис. 3, характер кривых соответствует аналитическим выражениям (18) и (22). Определенные отклонения обусловлены в основном наличием в реальных условиях активных сопротивлений и индуктивных сопротивлений рассеяния обмоток тороидов, а также некоторой несинусоидальностью напряжения генератора частоты  $f_1$ . Следует отметить, что при  $f_2 \ll f_1$  активное сопротивление для тока  $i_2$  соизмеримо с индуктивным сопротивлением намагничивания. Хорошо заметно уплощение кривой  $b_2$ , обусловленное третьей гармонической. Ярко выражена модуляция тока  $i_1$ .

На рис. 2 кривые 6 построены на основании обработки данных осциллографирования. Амплитуды основных гармонических  $B_{10}$  и  $B_{01}$  были выделены графически по осциллограммам  $b_1$  и  $b_2$ . Видно, что кривая 6 имеет типичный характер и располагается между предельными кривыми 1 и 2.

Таким образом, используя аппроксимацию кривой намагничивания полиномами по степеням  $H$  и  $B$ , можно получить удобные аналитические выражения для расчета амплитуд гармонических составляющих. Аппроксимация по степеням  $H$ , как показывают расчеты, больше подходит для описания кривой намагничивания магнитопроводов с воздушным зазором.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Загрядский В. И. Совмещенные электрические машины. Кишинев, 1971, 164 с.
2. Шапиро Л. Я., Лабунец И. А. Бесконтактная машина двойного питания с электрически совмещенными обмотками. — «Труды МЭИ», 1972, вып. 138, с. 102—106.
3. Сандлер А. С., Шапиро Л. Я., Лабунец И. А. Выбор оптимального соотношения чисел полюсов двухдвигательного регулируемого бесконтактного агрегата двойного питания. — «Изв. вузов. Электромеханика», 1972, № 8, с. 869—874.
4. Павлинин В. Н., Сиунов Н. С. Магнитная проницаемость электротехнической стали при подмагничивании потоком повышенной частоты. — «Изв. вузов. Электромеханика» 1961, № 2, с. 21—26.
5. Грей Э., Мэтьюз Г. Б. Функции Бесселя и их приложение к физике и механике. М., Изд-во иностр. лит., 1953 372 с.

[7.6.1974]





# Уравнения напряжений на обмотках трехфазного трансформатора при установившихся коротких замыканиях

ПЕРОВ Н. В.

ВНИИЭ

На многих отечественных электростанциях для возбуждения мощных синхронных генераторов применяются выпрямительные системы самовозбуждения с двумя группами управляемых клапанов — рабочей и форсировочной [Л. 1].

Расчет отдельных элементов выпрямительных систем возбуждения, определение регулировочных характеристик их преобразователя, а также оптимальной настройки системы регулирования возбуждения связаны с необходимостью исследования режимов коммутации тока клапанами. В двухгрупповых преобразовательных устройствах в зависимости от значения выпрямленного тока, углов регулирования клапанов, коммутирующих э. д. с. и сопротивлений контуров коммутации возможны следующие пять режимов коммутации тока [Л. 2 и 3]:

между клапанами рабочей группы двух фаз;

прямая и обратная коммутация между клапанами рабочей и форсировочной групп одной фазы; одновременная коммутация тока с клапанами рабочей и форсировочной групп одной фазы на клапан рабочей группы чередующейся фазы (коммутация трех клапанов);

между клапанами форсировочной группы одной фазы и рабочей группы чередующейся фазы;

между клапанами форсировочной группы двух фаз.

Расчет трех промежуточных режимов коммутации связан со значительными трудностями [Л. 4 и 5], поэтому значение эквивалентного сопротивления контура коммутации при таких режимах предполагается определять из опытов холостого хода и короткого замыкания [Л. 5].

Известно, что каждый режим коммутации клапанов обуславливается тем или иным видом короткого замыкания источника питания, в данном случае трехфазного трансформатора с отпайками, поэтому основной задачей является определение по заданным линейным первичным напряжениям первичных и вторичных фазных токов и напряжений на вторичных обмотках при таких видах установившихся коротких замыканий.

Ниже указаны характерные для режимов коммутации в двухгрупповом преобразователе четыре вида коротких замыканий трехфазного трансформатора и приведены уравнения для определения фазных токов и напряжений на его обмотках, соединенных на схеме «звезда — звезда с отпайками»; уравнения получены на основе общей теории трехобмоточных трансформаторов при условии пренебрежения током намагничивания и активными сопротивлениями обмоток трансформатора, при этом приняты следующие обозначения:

$x_{k12}, k_{12} = \frac{w_1}{w_2}$  — приведенное к первичной обмотке

индуктивное сопротивление короткого замыкания первичной и рабочей (1—2) обмоток и коэффициент приведения;

$x_{k13}, k_{13} = \frac{w_1}{w_3}$  — то же, но первичной и форсировочной частей (1—3) обмоток и коэффициент при-

ведения;

Таблица 1

Результаты	$U_{AB, \text{в}}$	$U_{BC, \text{в}}$	$U_{CA, \text{в}}$	$I_{2к, \text{а}}$	$I_{A, \text{а}}$	$U_{2а, \text{в}}$	$U_{2в, \text{в}}$	$U_{2с, \text{в}}$	$U_{1а, \text{в}}$	$U_{1в, \text{в}}$	$U_{1с, \text{в}}$
Опыта	443	450	443	820	51,2	9	8,8	16,4	24,2	24,2	48,8
Расчета	443	443	443	800	50	8	8	16	24,5	24,5	48
Расхождение, %	—	1,6	—	2,5	2,4	12,5	10	2,5	1,2	1,2	1,7

Таблица 2

Результаты	$U_{AB, \text{в}}$	$U_{BC, \text{в}}$	$U_{CA, \text{в}}$	$I_{1к, \text{в}}$	$I_{A, \text{а}}$	$I_{B, \text{а}}$	$I_{C, \text{а}}$	$U_{2а, \text{в}}$	$U_{2в, \text{в}}$	$U_{2с, \text{в}}$	$U_{1а, \text{в}}$	$U_{1в, \text{в}}$	$U_{1с, \text{в}}$
Опыта	443	447	443	216	18	8,82	9,06	≈0	22	22	≈0	65	65
Расчета	443	443	443	228	19	9,5	9,5	0,5	23,5	23,5	0,5	70	70
Расхождение, %	—	1,6	—	5,3	5	7	4,7	—	6,4	6,4	—	7,2	7,2

Таблица 3

Результаты	$U_{AB, \text{в}}$	$U_{BC, \text{в}}$	$U_{CA, \text{в}}$	$I_{2а, \text{а}}$	$I_{3а, \text{а}}$	$I_{A, \text{а}}$	$I_{B, \text{а}}$	$I_{C, \text{а}}$	$U_{2а, \text{в}}$	$U_{2в, \text{в}}$	$U_{2с, \text{в}}$	$U_{1а, \text{в}}$	$U_{1в, \text{в}}$	$U_{1с, \text{в}}$
Опыта	436	436	444	700	144	54	50	6,1	2,4	2,55	24,2	2,55	13	68,5
Расчета	443	443	443	770	140	52	49,5	5,85	2,5	2,5	22	2,5	14	69,5
Расхождение, %	1,6	1,6	—	9,1	2,9	4	1	4,4	4	—	10	—	7	1,4

Таблица 4

Результаты	$U_{AB, \text{в}}$	$U_{BC, \text{в}}$	$U_{CA, \text{в}}$	$I_{к, \text{а}}$	$I_{A, \text{а}}$	$I_{B, \text{а}}$	$I_{C, \text{а}}$	$U_{2а, \text{в}}$	$U_{2в, \text{в}}$	$U_{2с, \text{в}}$	$U_{1а, \text{в}}$	$U_{1в, \text{в}}$	$U_{1с, \text{в}}$
Опыта	443	447	443	240	36,8	25,3	10,45	6,15	19,2	24	19,2	59	67
Расчета	443	443	443	252	36,8	26,2	10,5	6,2	19,5	22	19,5	60	67
Расхождение, %	—	1,6	—	4,8	—	3,4	—	0,8	—	9	—	1,7	4,5

$x_K, k_{11} = \frac{w_1}{w_2 + w_3} = \frac{k_{12}k_{13}}{k_{12} + k_{13}}$  — то же, но первич-

ной и полной вторичной обмоток и коэффициент приведения;  $x_0$  — индуктивное сопротивление нулевой последовательности, приведенное к первичной обмотке;  $x_{123}$  — сопротивление общего электромагнитного влияния обмоток, определяемое по [Л. 6].

С помощью приведенных ниже уравнений были получены значения фазных токов и напряжений на вторичных обмотках (на обмотке 2 и полной вторичной) при четырех видах установившихся коротких замыканий трансформатора из условия заданных линейных первичных напряжений и известных из опытов сопротивлений его обмоток.

Для анализа полученных результатов проводились опыты соответствующих установившихся коротких замыканий на трансформаторах ТМР-3200/10, 2450 кв·а Саратовской ГЭС и ТСЗП-2500/15ВУ4, 1090 кв·а Нурекской ГЭС. Закономерность опытных и расчетных результатов у этих трансформаторов одинакова, поэтому здесь приводятся результаты лишь для трансформатора ТМР-3200/10, у которого известно:  $x_{K12} = 4,42 \text{ ом}$ ;  $x_{K13} = 4,02 \text{ ом}$ ;  $x_K = 3,72 \text{ ом}$ ;  $x_0 = 18,8 \text{ ом}$ ;  $x_{123} = 3,57 \text{ ом}$  и  $k_{12} = 16$ ;  $k_{13} = 8$ ;  $k_{11} = 5,34$ .

Фазные токи и напряжения на вторичных обмотках при двухфазном коротком замыкании обмотки 2 трансформатора (фазы А-В) можно определить из уравнений:

$$I_{2a} = -I_{2b} = I_{2K} = -j \frac{(\dot{U}_A - \dot{U}_B)/k_{12}}{2x_{K12}/k_{12}^2};$$

$$I_A = -I_B = \frac{I_{2K}}{k_{12}};$$

$$\dot{U}_{2a} = \frac{\dot{U}_A}{k_{12}} - I_{2a} j \frac{x_{K12}}{k_{12}^2};$$

$$\dot{U}_{2b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{12}} - I_{2b} j \frac{x_{K12}}{k_{12}^2};$$

$$\dot{U}_{1a} = \frac{\dot{U}_A}{k_{11}} - I_{2a} j \frac{k_{13}x_{K12} + k_{12}x_{123}}{k_{12}^2k_{13}};$$

$$U_{1b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{11}} - I_{2b} j \frac{k_{13}x_{K12} + k_{12}x_{123}}{k_{12}^2k_{13}}.$$

Фазные напряжения  $U_{1a}$  и  $U_{1b}$  в общем случае равны лишь по модулю. Результаты опыта и расчета даны в табл. 1.

Фазные токи и напряжения на вторичных обмотках при однофазном коротком замыкании обмотки 3 трансформатора (фаза А, рис. 1):

$$I_{3a} = I_{1K} = -j \frac{3\dot{U}_A/k_{13}}{(x_0 + 2x_{K13})/k_{13}^2};$$

$$I_A = -\frac{2}{3k_{13}} I_{1K}; \quad I_B = I_C = \frac{1}{3k_{13}} I_{1K};$$

$$\dot{U}_{2a} = \dot{U}_{1a} = \frac{\dot{U}_A}{k_{12}} - I_{1K} j \frac{x_0 + 2x_{123}}{3k_{12}k_{13}};$$

$$\dot{U}_{2b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{12}} - I_{1K} j \frac{x_0}{3k_{12}k_{13}};$$

$$U_{2c} = \frac{\dot{U}_C}{k_{12}} - I_{1K} j \frac{x_0}{3k_{12}k_{13}};$$

$$\dot{U}_{1b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{11}} - I_{1K} j \frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{3k_{12}k_{13}^2};$$

$$\dot{U}_{1c} = \frac{\dot{U}_C}{k_{11}} - I_{1K} j \frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{3k_{12}k_{13}^2}.$$

Результаты опыта и расчета даны в табл. 2.

Фазные токи и напряжения на вторичных обмотках при одновременном двухфазном коротком замыкании обмотки 2 (фазы А-В) и однофазном коротком замыкании обмотки 3 (фаза А, рис. 2):

$$I_{2a} = -I_{2b} = \frac{1}{1 - mn} \left( I_{2K} - \frac{1}{3} m I_{1K} \right);$$

$$I_{3a} = \frac{1}{1 - mn} (I_{1K} - 3n I_{2K}),$$

где

$$m = \frac{k_{12}}{k_{13}} \frac{x_{123}}{x_{K12}}; \quad n = \frac{k_{13}}{k_{12}} \frac{x_{123}}{(x_0 + 2x_{K13})};$$

(значение и направление токов  $I_{2K}$  и  $I_{1K}$  определяются соответственно независимыми режимами двухфазного короткого замыкания обмотки 2 и однофазного короткого замыкания обмотки 3);

$$I_A = -\frac{I_{2a}}{k_{12}} - \frac{2}{3} \frac{I_{3a}}{k_{13}}; \quad I_B = \frac{I_{2a}}{k_{12}} + \frac{1}{3} \frac{I_{3a}}{k_{13}}; \quad I_C = \frac{1}{3} \frac{I_{3a}}{k_{13}};$$

$$\dot{U}_{2a} = \frac{\dot{U}_A}{k_{12}} - I_{2a} j \frac{x_{K12}}{k_{12}^2} - I_{3a} j \frac{x_0 + 2x_{123}}{3k_{12}k_{13}};$$

$$\dot{U}_{2b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{12}} - I_{2b} j \frac{x_{K12}}{k_{12}^2} - I_{3a} j \frac{x_0}{3k_{12}k_{13}};$$

$$\dot{U}_{2c} = \frac{\dot{U}_C}{k_{12}} - I_{3a} j \frac{x_0}{3k_{12}k_{13}};$$

$$\dot{U}_{1a} = \frac{\dot{U}_A}{k_{11}} - I_{2a} j \frac{k_{13}x_{K12} + k_{12}x_{123}}{k_{12}^2k_{13}} -$$

$$- I_{3a} j \frac{x_0(k_{12} + k_{13}) + 2(k_{12}x_{K13} + k_{13}x_{123})}{3k_{12}k_{13}^2};$$

$$\dot{U}_{1b} = \frac{\dot{U}_B}{k_{11}} - I_{2b} j \frac{k_{13}x_{K12} + k_{12}x_{123}}{k_{12}^2k_{13}} - I_{3a} j \frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{3k_{12}k_{13}^2};$$

$$\dot{U}_{1c} = \frac{\dot{U}_C}{k_{11}} - I_{3a} j \frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{3k_{12}k_{13}^2}.$$

Результаты опыта и расчета даны в табл. 3.

Фазные токи и напряжения на вторичных обмотках с неравными числами витков отдельных фаз при двухфазном коротком замыкании (фазы А-В, рис. 3):

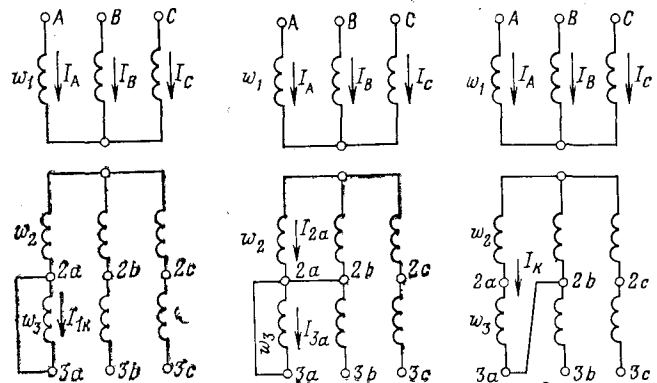


Рис. 1. Схема однофазного короткого замыкания обмотки (фаза А).

Рис. 2. Схема двухфазного короткого замыкания обмотки (фазы А-В) и однофазного короткого замыкания обмотки (фаза А).

Рис. 3. Схема двухфазного короткого замыкания при неравных числах витков отдельных фаз (фазы А-В).

$$\begin{aligned}
I_{\text{па}} &= -I_{2b} = I_{\text{к}} = \\
&= -j \frac{3(\dot{U}_A/k_{\text{п}} - \dot{U}_B/k_{12})}{x_0/k_{13}^2 + 2x_{\text{к}}/k_{12}^2 + 4x_{\text{к}12}/k_{12}^2 + 2x_{123}/k_{12}k_{13}}; \\
I_A &= -\left(\frac{1}{k_{12}} + \frac{2}{3k_{13}}\right)I_{\text{к}}; \quad I_B = \left(\frac{1}{k_{12}} + \frac{1}{3k_{13}}\right)I_{\text{к}}; \\
I_C &= \frac{1}{3k_{13}}I_{\text{к}}; \\
U_{2a} &= \frac{\dot{U}_A}{k_{12}} - I_{\text{па}}j\left(\frac{x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} + \frac{x_0 + 2x_{123}}{3k_{12}k_{13}}\right); \\
U_{2b} &= \frac{\dot{U}_B}{k_{12}} - I_{2b}j\left(\frac{x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} - \frac{x_0 - x_{123}}{3k_{12}k_{13}}\right); \\
U_{2c} &= \frac{\dot{U}_C}{k_{12}} - I_{\text{па}}j\frac{x_0 - x_{123}}{3k_{12}k_{13}}; \\
U_{\text{па}} &= \frac{\dot{U}_A}{k_{\text{п}}} - I_{\text{па}}j\frac{1}{3}\left[\frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}^2} + \frac{2x_{\text{к}}}{k_{12}^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} + \frac{x_{123}}{k_{12}k_{13}}\right]; \\
U_{\text{пб}} &= \frac{\dot{U}_B}{k_{\text{п}}} - I_{\text{па}}j\frac{1}{3}\left[\frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}^2} - \frac{x_{\text{к}}}{k_{12}^2} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} - \frac{2x_{123}}{k_{12}k_{13}}\right]; \\
U_{\text{пс}} &= \frac{\dot{U}_C}{k_{\text{п}}} - I_{\text{па}}j\frac{1}{3}\left[\frac{x_0(k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}^2} - \frac{x_{\text{к}}}{k_{12}^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} + \frac{x_{123}}{k_{12}k_{13}}\right].
\end{aligned}$$

Результаты опыта и расчета даны в табл. 4.

Индуктивные сопротивления обмоток (кроме сопротивления нулевой последовательности  $x_0$ , когда первичная и полная вторичная обмотки соединяются по схеме «звезда—звезда») можно определить расчетным путем по геометрическим размерам проектируемого трансформатора заданной мощности.

Рассматривая симметричную отпайку в каждой фазе на вторичной стороне как общую точку последовательного соединения двух самостоятельных обмоток 2 и 3 с учетом указанных выше условий, т. е. в пренебрежении активными сопротивлениями обмоток и током намагничивания и равенстве витков всех обмоток, можно на основе общей теории трехобмоточного однофазного трансформатора записать уравнения его напряжений в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 &= \dot{E}_1 - j(I_1x_{11} + I_2x_{12} + I_3x_{13}); \\
U_2 &= \dot{E}_2 - j(I_1x_{21} + I_2x_{22} + I_3x_{23}); \\
\dot{U}_3 &= \dot{E}_3 - j(I_1x_{31} + I_2x_{32} + I_3x_{33}).
\end{aligned}$$

В этих уравнениях  $I_1 = -I_2 - I_3$ ;  $x_{11}$ ,  $x_{12} = x_{21}$ ;  $x_{13} = x_{31}$ ,  $x_{23} = x_{32}$ ,  $x_{22}$ ,  $x_{33}$  — коэффициенты пропорциональности между токами и наведенными э. д. с.

Принимая во внимание, что сопротивления короткого замыкания каждой пары обмоток определяются из соотношений:

$$\begin{aligned}
x_{\text{к}12} &= x_{11} - 2x_{12} + x_{22}; \\
x_{\text{к}13} &= x_{11} - 2x_{13} + x_{33},
\end{aligned}$$

а сопротивление взаимной индукции рассеяния соответствующей третьей обмотки  $x_{123} = x_{132} = x_{231}$  находится из преобразованных уравнений:

$$\dot{U}_2 - \dot{U}_3 = I_2j(x_{132} - x_{\text{к}12}) + I_3j(x_{\text{к}13} - x_{123});$$

$$\dot{U}_2 - \dot{U}_3 = I_1jx_{231} + I_3jx_{\text{к}23}$$

при  $I_2 = -I_3$ ,  $I_1 = 0$  или из соотношения [Л. 6]:

$$x_{123} = x_{11} - x_{12} - x_{13} + x_{23} = \frac{x_{\text{к}12} + x_{\text{к}13} - x_{\text{к}23}}{2},$$

в результате преобразования можно получить уравнения для определения падений напряжения на обмотках при нагрузке приведенного трансформатора:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 - \dot{U}_2 &= I_2jx_{\text{к}12} + I_3jx_{123}; \\
\dot{U}_1 - \dot{U}_3 &= I_2jx_{123} + I_3jx_{\text{к}13}.
\end{aligned}$$

В реальном трансформаторе приведенные к первичной обмотке значения напряжений и токов будут равны:  $U_1$ ,  $U_2k_{12}$ ,  $U_3k_{13}$  и  $I_1$ ,  $I_2/k_{12}$ ,  $I_3/k_{13}$ , поэтому уравнения падений напряжения на обмотках такого трансформатора имеют вид:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 - \dot{U}_2k_{12} &= \frac{I_2}{k_{12}}jx_{\text{к}12} + \frac{I_3}{k_{13}}jx_{123}; \\
\dot{U}_2 - \dot{U}_3k_{13} &= \frac{I_2}{k_{12}}jx_{123} + \frac{I_3}{k_{13}}jx_{\text{к}13}.
\end{aligned}$$

При анализе электромагнитных процессов (не только в преобразователях) приходится в основном иметь дело с вторичными напряжениями и токами трансформатора, поэтому уравнения вторичных напряжений при нагрузке трехобмоточного трансформатора можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
U_2 &= \frac{U_1}{k_{12}} - I_2j\frac{x_{\text{к}12}}{k_{12}^2} - I_3j\frac{x_{123}}{k_{12}k_{13}}; \\
U_3 &= \frac{U_1}{k_{13}} - I_2j\frac{x_{123}}{k_{12}k_{13}} - I_3j\frac{x_{\text{к}13}}{k_{13}^2}.
\end{aligned}$$

Эти уравнения полностью соответствуют уравнениям фазных напряжений при симметричной нагрузке трехобмоточного трехфазного трансформатора.

Условием короткого замыкания последовательно включенных обмоток 2 и 3 является равенство нулю напряжения на них, поэтому

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 &= \frac{1}{k_{12} + k_{13}}j\left[\frac{k_{13}}{k_{12}}I_2x_{\text{к}12} + (I_2 + I_3)x_{123} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{k_{12}}{k_{13}}I_3x_{\text{к}13}\right].
\end{aligned}$$

Сопротивление короткого замыкания полной обмотки в этом случае [Л. 6]

$$x_{\text{к}} = \frac{\dot{U}_1}{I_1} = \frac{\dot{U}_1}{I_2/k_{12} + I_3/k_{13}},$$

поэтому можно определить сопротивление короткого замыкания трехобмоточного трансформатора с разным числом витков его обмоток:

$$x_{\text{к}} = \frac{k_{13}^2x_{\text{к}12} + 2k_{12}k_{13}x_{123} + k_{12}^2x_{\text{к}13}}{(k_{12} + k_{13})^2}$$

или

$$x_{\text{к}} = \frac{(k_{12} + k_{13})(k_{13}x_{\text{к}12} + k_{12}x_{\text{к}13}) - k_{12}k_{13}x_{\text{к}23}}{(k_{12} + k_{13})^2}.$$

(Сопротивления  $x_{\text{к}12}$ ,  $x_{\text{к}13}$ ,  $x_{\text{к}23}$ ,  $x_{\text{к}}$  и  $x_{123}$  приведены к первичной обмотке трансформатора.)

Фазные э. д. с., наведенные потоком нулевой последовательности при несимметричной нагрузке трехобмоточного трехфазного трансформатора, можно найти, если принять во внимание, что

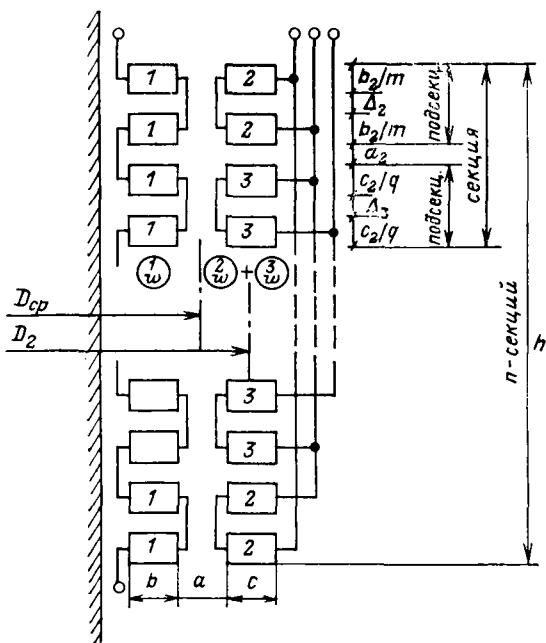


Рис. 4. Расположение трех обмоток на сердечнике трансформатора в конструкции двухслойной обмотки.

в трансформаторе с реальными обмотками эти э. д. с. пропорциональны отношению числа витков обмоток. Например, при протекании по обмотке 2 тока нулевой последовательности  $I_0$  в ней наводит-ся э. д. с. нулевой последовательности

$$E_{02} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}^2};$$

в первичной обмотке

$$E_{01} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}^2} \frac{w_1}{w_2} = \frac{I_0}{k_{12}} x_0;$$

обмотке 3

$$E'_{03} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}^2} \frac{w_3}{w_2} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}k_{13}};$$

в полной вторичной обмотке

$$E'_{0\text{II}} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}^2} + I_0 \frac{x_0}{k_{12}k_{13}} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})}{k_{12}^2 k_{13}}.$$

При протекании по обмотке 3 тока нулевой последовательности в ней наводится э. д. с.

$$E_{03} = I_0 \frac{x_0}{k_{13}^2};$$

соответственно в первичной обмотке

$$E_{01} = \frac{I_0}{k_{13}} x_0;$$

в обмотке 2

$$E'_{02} = I_0 \frac{x_0}{k_{13}^2} \frac{w_2}{w_3} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}k_{13}};$$

в полной вторичной обмотке

$$E'_{0\text{II}} = I_0 \frac{x_0}{k_{12}k_{13}} + I_0 \frac{x_0}{k_{13}^2} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}^2}.$$

При протекании по полной вторичной обмотке тока нулевой последовательности в отдельных фазных обмот-

ках наводятся соответственно э. д. с.:

$$E_{0\text{II}} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})^2}{k_{12}^2 k_{13}^2}; \quad E_{01} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}};$$

$$E'_{02} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})^2}{k_{12}^2 k_{13}^2} \frac{w_2}{w_2 + w_3} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})}{k_{12}^2 k_{13}};$$

$$E'_{03} = I_0 \frac{x_0 (k_{12} + k_{13})}{k_{12}k_{13}^2}.$$

Приведенные выражения характеризуют принципы взаимности индукции потоков нулевой последовательности в трехобмоточном трехфазном трансформаторе.

Для определения сопротивления взаимоиндукции  $x_{123}$  достаточно найти  $x_{K12}$ ,  $x_{K13}$  и  $x_{K23}$ .

Здесь дается определение сопротивлений короткого замыкания для трех характерных вариантов конструкции сложных обмоток. Выражения для  $x_{K12}$  и  $x_{K13}$  в конструкции двухслойной обмотки получены на основе известной теории образования магнитных полей цилиндрическими и дисковыми обмотками.

В двухслойной обмотке (рис. 4) первичная обмотка — цилиндрическая непрерывная, а полная вторичная — секционированная дисковая, многопараллельная с одинаковым числом витков во всех дисках (катушках), каждая секция которой состоит из двух последовательно включенных подсеций обмоток 2 и 3.

Приведенные к первичной обмотке сопротивления короткого замыкания полной обмотки  $x_K$  и вторичных обмоток  $x_{K23}$  можно определить из выражений [Л. 6 и 7]:

$$x_K = \frac{2\pi f \mu_0 w^2 \pi D_{cp} \delta_1 \rho_1}{h_1}; \quad x_{K23} = \frac{2\pi f \mu_0 w^2 \pi D_2 \delta_2 \rho_2}{nh_2};$$

а сопротивления короткого замыкания 1—2 (рис. 5) и 1—3 обмоток найдем по формулам:

$$x_{K12} = \frac{2\pi f \mu_0 w^2 \pi D_{cp} \delta_1 \rho_1}{h_1} \left[ 1 + \left( \frac{c_2}{b_2 + c_2} \right)^2 \frac{h_1 \delta_2 \rho_2 D_2}{nh_2 \delta_1 \rho_1 D_{cp}} \right] = x_K + \left( \frac{c_2}{b_2 + c_2} \right)^2 x_{K23};$$

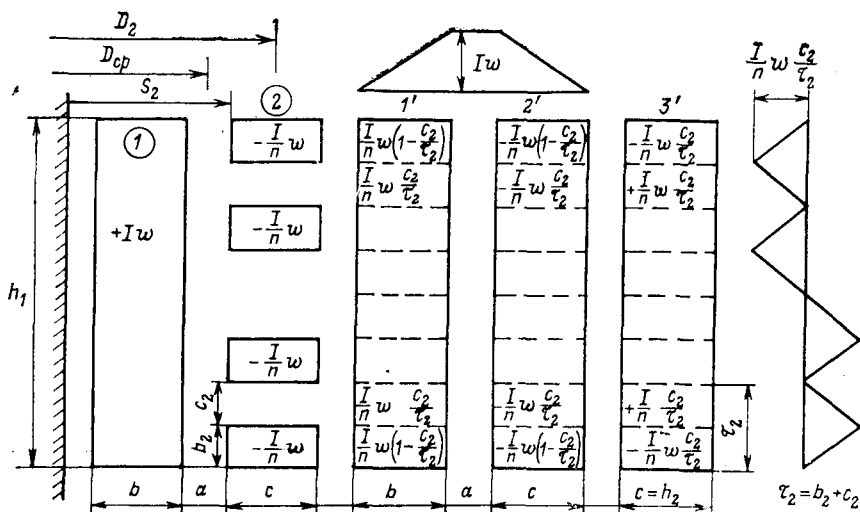


Рис. 5. Разложение магнитного поля на продольную и поперечную составляющие заменой двух реальных (1 и 2) обмоток тремя фиктивными

$$x_{k13} = \frac{2\pi f \mu_0 \omega^2 \pi D_{cp} \delta_1 \rho_1}{h_1} \left[ 1 + \left( \frac{b_2}{b_2 + c_2} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \frac{h_1 \delta_2 \rho_2 D_2}{n h_2 \delta_1 \rho_1 D_{cp}} \right] = x_k + \left( \frac{b_2}{b_2 + c_2} \right)^2 x_{k23}.$$

В подобной конструкции двухслойной обмотки вторичные обмотки 2 и 3 занимают равные объемы, имеют одинаковое количество дисков, но с разным числом витков в них. Такую конструкцию обмоток имеют, например, трансформаторы типа ТМР-3200/10 и ТСЗП-2500/15ВУ4, в которых каждый диск обмотки 3 имеет число витков в 2 раза больше, чем каждый диск обмотки 2.

Сопrotивление короткого замыкания полной обмотки в этом случае можно определить, если принять во внимание, что при протекании тока в полной секции вторичной обмотки происходит неравномерное распределение ампер-витков вдоль сердечника трансформатора за счет неравенства витков в двух ее объемах (в двух подсекциях). Таким образом, сопротивление короткого замыкания полной обмотки

$$x'_k = x_k + \left( \frac{\beta}{100} \right)^2 x_{k23},$$

где

$$\beta = \frac{w_3 - w_2}{2(w_2 + w_3)} 100\%.$$

Равенство объемов обмоток 1—2 и 1—3 с равным числом витков приводит в такой конструкции к равенству сопротивлений короткого замыкания этих обмоток, т. е.

$$x_{k12} = x_{k13} = x_k + \frac{1}{4} x_{k23}.$$

Равенство объемов обмоток 1—2 и 1—3, но с разным числом витков, приводит к неравенству сопротивлений короткого замыкания этих обмоток.

Сопrotивления обмоток  $x_{k12}$  и  $x_{k13}$  в этом случае определяются по формулам:

$$x_{k12} = x_k + \left( \frac{50 + \beta}{100} \right)^2 x_{k23}; \quad x_{k13} = x_k + \left( \frac{50 - \beta}{100} \right)^2 x_{k23},$$

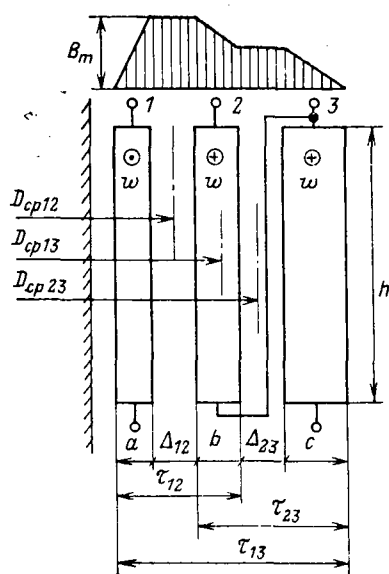


Рис. 6. Расположение трех обмоток на сердечнике трансформатора в конструкции трехслойной обмотки. Кривая распределения магнитного поля обмоток.

Таблица 5

Тип трансформатора	Данные	$x_{k12}$ , ОМ	$x_{k13}$ , ОМ	$x_{k23}$ , ОМ	$x_k$ , ОМ	$x_{k23}$ , ОМ
ТМР-3200/10, Саратовская ГЭС	опыта расчета расхождение, %	4,42 4,7 6,3	4,02 4,05 —	1,95 1,95 —	3,72 3,9 4,8	3,25 3,4 4,6
ТСЗП-2500/15ВУ4, Нурекская ГЭС	опыта расчета расхождение, %	9,03 9,07 —	7,53 7,3 3,0	5,57 5,37 3,6	6,8 6,82 —	5,5 5,5 —

где  $x_k$  определяется из выражения, полученного для цилиндрических обмоток в предположении равномерного распределения в них ампер-витков.

В конструкции трехслойной обмотки (рис. 6) сопротивления  $x_{k12}$ ,  $x_{k13}$  и  $x_{k23}$  каждой пары обмоток можно определить из выражений для цилиндрических обмоток при условии равномерного распределения в них ампер-витков, при этом формула для определения сопротивления короткого замыкания полной обмотки имеет вид:

$$x_k = \frac{2\pi f \mu_0 \omega^2 \pi}{h (k_{12} + k_{13})^2} [(k_{12} + k_{13})(k_{13} D_{12} \delta_{12} \rho_{12} + \\ + k_{12} D_{13} \delta_{13} \rho_{13}) - k_{12} k_{13} D_{23} \delta_{23} \rho_{23}],$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  — магнитная проницаемость воздуха;  $f$  — частота переменного тока;  $\omega$  — число витков первичной обмотки.

Для цилиндрических обмоток:  $D_{cp}$  — средний диаметр;  $\delta_1 \approx a + \frac{b+c}{3}$  — приведенная ширина воздушного канала;  $\rho_1 = 1 - \sigma_1$  — коэффициент Роговского;  $\sigma_1 = \frac{a+b+c}{\pi h_1}$ .

Для дисковых обмоток:  $D_2$  — средний диаметр;  $\delta_2 \approx a_2 + \Sigma \Delta_2 + \Sigma \Delta_3 + \frac{b_2 + c_2}{3}$  — приведенная ширина воздушного канала;  $\Sigma \Delta_2$ ,  $\Sigma \Delta_3$  — суммарные воздушные зазоры между дисками обмоток;  $\rho_2 = 1 - \sigma_2 (1 - e^{-\frac{1}{\sigma_2}})$  — коэффициент Роговского;  $\sigma_2 = \frac{\tau_2}{\pi h_2}$ ;  $\tau_2 = a_2 + \Sigma \Delta_2 + \Sigma \Delta_3 + b_2 + c_2$  — ширина секции;  $h_2$  — высота обмотки;  $n$  — число параллельно включенных секций.

В табл. 5 приведены для сравнения экспериментальные и расчетные значения сопротивлений двухслойных обмоток трансформаторов ТМР-3200/10 с масляным охлаждением и ТСЗП-2500/15ВУ4 с естественным воздушным охлаждением.

Сопrotивление нулевой последовательности  $x_0$ , когда обмотки соединяются по схеме звезда — звезда, можно найти лишь опытным путем, для ТМР-3200/10 значение  $x_0 \approx 5x_k$ , для ТСЗП-2500/15ВУ4 —  $x_0 = 11x_k$ .

**Выводы.** 1. В рассматриваемых короткозамкнутых контурах с несимметричными параметрами можно рассчитать токи и напряжения на обмотках трехфазного трансформатора по заданным первичным

линейным напряжениям и сопротивлениям. Уравнения показывают, что три режима коммутации вентилей характеризуются составляющей потока нулевой последовательности, поэтому в случае применения схемы обмоток выпрямительного трансформатора «звезда — звезда с отпайками» становится затруднительным на стадии разработки системы возбуждения определить расчетным путем ее настроечные параметры.

2. При соответствующих режимах коммутации вентилей трансформатор работает с циклической однофазной нагрузкой, а схема обмоток «звезда — звезда» весьма чувствительна к однофазным нагрузкам [Л. 6]. Такие режимы приводят к несимметрии фазных напряжений, влияющих также на работу системы управления вентилями. Возникает чрезмерный нагрев конструктивных элементов трансформатора, увеличиваются активные потери в нем, уменьшается к. п. д. Отмеченные недостатки устраняет схема обмоток «треугольник — звезда с отпайками». Ее применение обеспечивает возможность определять расчетным путем настроечные параметры системы возбуждения на стадии разработки, так как сопротивление нулевого следования фаз при этом становится известным, т. е.  $x_0 = x_k$ .

3. Коммутационные провалы в кривой выпрямленного напряжения, появляющиеся в результате взаимной индукции обмоток, уменьшаются с применением трехслойной обмотки. Кроме того, при такой

конструкции обмоток отсутствует поперечная составляющая магнитного поля, влияющая на нагрев конструктивных элементов трансформатора.

Рассматривая трансформаторы с отпайками как частные случаи обычных трехфазных силовых трансформаторов, можно использовать приведенные уравнения для некоторых расчетов релейной защиты трансформаторов при различных видах коротких замыканий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Смирнитский М. А. Основные направления работ и научно-технические задачи в области систем возбуждения турбогенераторов, гидрогенераторов и синхронных компенсаторов. — В сб.: Системы возбуждения, регулирования и устойчивости синхронных машин. Л., «Наука», 1968.
2. Глух Е. М. Работа вентилей в ионном возбудителе по схеме с двумя группами вентилей и с двойной коммутацией. — «Труды ВНИИЭМ», 1966, т. 23.
3. Глебов И. А. Основные расчетные соотношения двухгрупповых схем выпрямления. — В сб.: Системы возбуждения и регулирования синхронных машин и мощные статические преобразователи. Л., «Наука», 1967.
4. Глебов И. А. Системы возбуждения синхронных генераторов с управляемыми преобразователями. М., 1960 (АН СССР).
5. Савченко Е. В. Двухгрупповая преобразовательная схема, применяемая в системе возбуждения ТГВ-200. «Электричество», 1968, № 8.
6. Петров Г. Н. Трансформаторы, т. I. М., ОГИЗ, 1934.
7. Васютинский С. Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л., «Энергия», 1970.

[1.10.1973]



УДК 62-83.35

## Экстремальное управление позиционным электроприводом с оптимизацией точности отработки перемещений

Канд. техн. наук КОЖЕВНИКОВ К. И.

Ростов-на-Дону

Рассматриваемые позиционные механизмы высокой точности с числовой программной системой для формирования сигналов на изменение скорости двигателя, такие как координатные механизмы металлорежущих станков, имеют рабочий орган, который перемещается из одного фиксированного положения в другое по заданной программе. Точность позиционирования достигается двухступенчатой остановкой.

Применяется двигатель постоянного тока независимого возбуждения, скорость которого регулируется напряжением якоря при номинальном магнитном потоке и изменяется в функции пути. Максимальный момент двигателя значительно больше статического момента, поэтому его действие не учитывается при незначительной погрешности выполняемых расчетов [Л. 1 и 2].

Суммарное время работы, затраченное на отработку программы перемещений, определяется по его заданной производительности установки, однако распределение между отдельными перемещениями не ограничивается и может свободно варьироваться. Экстремальное управление выбирает и

реализует такой вариант, при котором погрешность позиционирования имеет минимальное значение. Оптимизация достигается воздействием вычислительной машины на уставки регуляторов привода и числовой программной системы.

В статье разработана функциональная схема экстремального управления, и получен алгоритм оптимизирующей вычислительной машины. Исследовано влияние параметров привода на действие экстремального управления и на этой основе выведены соотношения для рационального привода.

Ранее была решена аналогичная задача [Л. 2], но с иными исходными положениями, исключающими рассматриваемый здесь процесс оптимизации.

Для математических выкладок применяются следующие относительные единицы и символы:

$\tau = \frac{t}{B_n}$  — время ( $B_n = \frac{GD^2 n_n}{375 M_n}$  — механическая постоянная времени привода, сек);  $\alpha = \frac{A}{A_n}$  — угол, отрабатываемый валом двигателя ( $A_n = \frac{B_n n_n}{60}$  — угловая

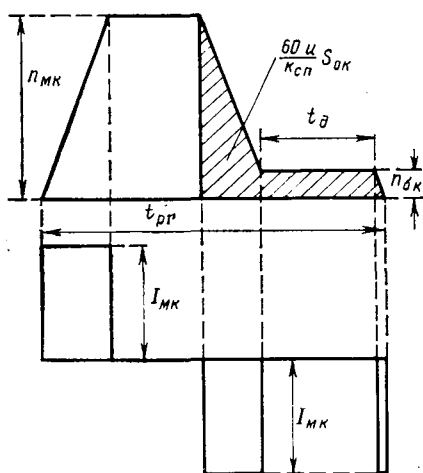


Рис. 1.

постоянная привода);  $i = \frac{I}{I_n}$  — ток якоря ( $I_n$  — номинальный ток, а);  $v = \frac{n}{n_n}$  — угловая скорость вращения двигателя ( $n_n$  — номинальная скорость, об/мин).

**Оптимальные уставки регуляторов.** Исходя из требований, предъявляемых к позиционным механизмам, принимаем, что заданная программа перемещения рабочего органа

$$S_{p1}, S_{p2}, \dots, S_{pr}, \dots, S_{pR} \quad (1)$$

должна быть выполнена в заданное суммарное время работы

$$t_p = \sum_{r=1}^R t_{pr}, \quad (2)$$

где  $r$  — текущий номер перемещения;  $R$  — число перемещений в программе (1).

При оптимальных уставках регуляторов выполняются следующие, обоснованные ниже, соотношения (рис. 1):

$$I_{m1} = I_{m2} = \dots = I_{mr} = \dots = I_{mR} = I_{mk}; \quad (3)$$

$$n_{d1} = n_{d2} = \dots = n_{dr} = \dots = n_{dR} = n_{dk}; \quad (4)$$

$$n_{m1} = n_{m2} = \dots = n_{mr} = \dots = n_{mR} = n_{mk}; \quad (5)$$

$$S_{01} = S_{02} = \dots = S_{0r} = \dots = S_{0R} = S_{0k}, \quad (6)$$

где  $I_{mk}$ ,  $n_{mk}$ ,  $n_{dk}$  — оптимальные уставки регуляторов тока якоря, максимальной скорости и скорости в период доводки рабочего органа механизма;  $S_{0k}$  — уставка регулятора числовой программной системы для формирования сигналов на уменьшение скорости двигателя:

$$S_{p1} - S_{0k}, S_{p2} - S_{0k} \dots S_{pr} - S_{0k} \dots S_{pR} - S_{0k}. \quad (7)$$

При постоянных значениях уставок (3) — (6) во время отработки программы перемещений (1) достигается значительное упрощение настройки регуляторов и одновременно сохраняется существование экстремума. Уставки (3) и (4) соответствуют также постоянной абсолютной погрешности позиционирования, что согласуется с требованиями, предъявляемыми к рассматриваемым механизмам.

Ниже излагается метод расчета оптимальных уставок и связанный с ним выбор рациональных параметров привода.

Оптимальная уставка регулятора тока якоря (3) должна быть равна максимально допустимому току якоря

$$I_{mk} = i_{mk} I_n, \quad (8)$$

где  $i_{mk}$  — перегрузочная способность двигателя с учетом условий коммутации на коллекторе и нагрева обмоток.

Уставка (8) не только минимизирует абсолютную погрешность позиционирования [Л. 1 и 2], но и сокращает до предела продолжительность движения со скоростью доводки  $t_d$  за счет понижения времени торможения на первой ступени.

Оптимальная уставка регулятора скорости в период доводки (4) определяется из заданного значения выбега рабочего органа приводного механизма.

Из-за низкой скорости в начале остановки (рис. 1) время выбега настолько мало, что быстрое действие регулятора тока якоря может оказаться недостаточным для формирования его прямоугольной диаграммы при полном использовании перегрузочной способности двигателя. Поэтому определим выбег по обобщенной диаграмме тока (рис. 2), частными случаями которой являются реальные диаграммы.

Воспользовавшись ранее изложенным методом [Л. 3], получим:

$$S_3 = \left( \frac{v_{dk}}{212} \right)^2 \frac{f \left( \delta G D_{я}^2 u + \frac{G D_m^2}{u} \right)}{k_{сп} M_{mk}}, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{2(1-a_3)}{\xi_3 \zeta_3}, \\ a_3 &= \frac{t_{п.т}}{t_3}, \quad \xi = \frac{I_{оп.з}}{I_{м.з}}, \quad \zeta_3 = \frac{I_{м.з}}{I_{м.н}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $S_3$  — выбег рабочего органа механизма, мм;  $M_{mk}$  — момент двигателя, кгс·м, соответствующий уставке (8);  $v_{dk}$  — скорость перемещения рабочего органа в период доводки, мм/мин;  $G D_{я}^2$  — маховой момент якоря, кгс·м<sup>2</sup>;  $G D_m^2$  — маховой момент механизма, отнесенный к скорости тихоходного вала редуктора, кгс·м<sup>2</sup>;  $\delta$  — коэффициент, учитывающий маховой момент редуктора и муфты;  $u$  — передаточное число редуктора;  $k_{сп}$  — спрямляющее число — отношение перемещения рабочего органа механизма к углу поворота тихоходного вала редук-

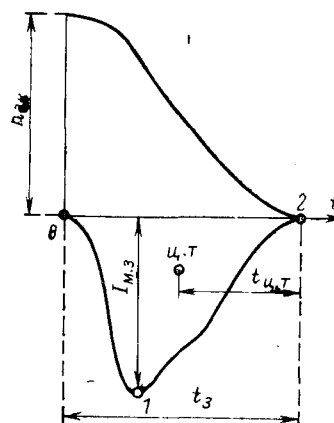


Рис. 2.

тора, мм/об;  $t_{ц.т}$  и  $\xi_3$  — соответственно абсцисса центра тяжести и коэффициент заполнения площади 0—1—2—0 (рис. 2);  $\xi_3$  — коэффициент использования перегрузочной способности двигателя.

Из (9) находим:

$$v_{dk} = 212 \sqrt{\frac{k_{оп} M_{мк} S_3}{f (\delta G D_{я}^2 u + \frac{G D^2}{u})}}, \quad (11)$$

откуда следует, что скорость перемещения рабочего органа в период доводки имеет максимальное значение

$$v_{dkв} = 150 \sqrt{\frac{k_{оп} b_{нк} S_3}{f \sqrt{\delta G D_{я}^2}}}, \quad (12)$$

при передаточном числе

$$u_{в} = \sqrt{\frac{G D_{я}^2}{\delta G D_{я}^2}}, \quad (13)$$

где  $b_{нк}$  — динамический показатель двигателя, рассчитанный для оптимальной уставки регулятора тока якоря,

$$b_{нк} = \frac{M_{мк}}{\sqrt{G D_{я}^2}}. \quad (14)$$

Передаточное число (13) выгодно влияет на плавность движения рабочего органа механизма. Эффективным способом повышения плавности движения, как следует из (12), может явиться и увеличение габарита двигателя. Так, замена двигателя единой серии П на больший, смещенный на одну ступень шкалы типоразмеров, приводит к увеличению скорости  $v_{dk}$  на 7—18% (для двигателей 1—4 габаритов).

Из (11)—(13) получим:

$$\frac{v_{dk}}{v_{dkв}} = \sqrt{\frac{2\sigma}{1+\sigma^2}} \quad (15)$$

и

$$v_{dk} = 150 \sqrt{\frac{k_{оп} b_{нк} S_3}{f \sqrt{\delta G D_{я}^2}} \left( \frac{2\sigma}{1+\sigma^2} \right)}, \quad (16)$$

где  $\sigma = \frac{u}{u_{в}}$  — относительное передаточное число редуктора.

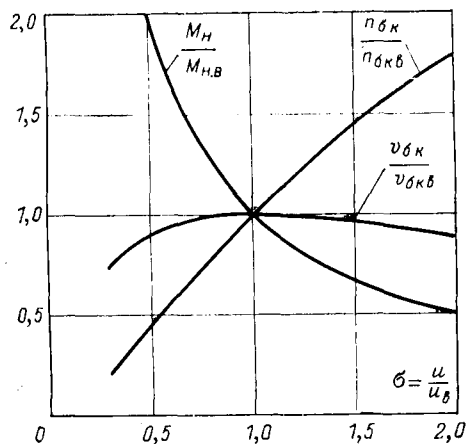


Рис. 3.

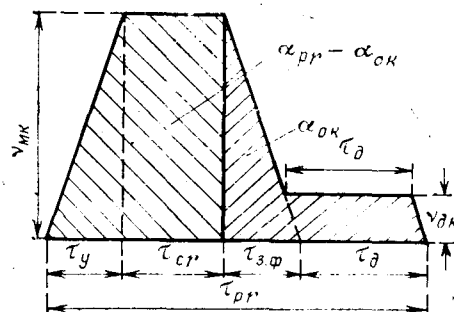


Рис. 4.

Уставка регулятора скорости в период доводки будет:

$$n_{dk} = \frac{v_{мк} u}{k_{оп}}; \quad (17)$$

$$n_{dkв} = \frac{v_{мкв} u_{в}}{k_{оп}}; \quad (18)$$

откуда с учетом (15)

$$\frac{n_{dk}}{n_{dkв}} = \sigma \sqrt{\frac{2\sigma}{1+\sigma^2}}. \quad (19)$$

На рис. 3 по (15) и (19) построены графики, иллюстрирующие изменение скорости перемещения рабочего органа механизма и уставки регулятора скорости в период доводки, вызванное отклонением передаточного числа редуктора от его выгодного значения (13).

Целесообразно рассмотреть влияние передаточного числа редуктора на величину номинального момента двигателя, при которой обеспечивается малое изменение выбега, вызванное изменением статического момента. На рис. 3 представлен график, рассчитанный по уравнению [Л. 2]:

$$\frac{M_{н}}{M_{н.в}} = \frac{1}{\sigma},$$

где  $M_{н}$ ,  $M_{н.в}$  — номинальные моменты двигателей при передаточных числах  $u$  и  $u_{в}$ .

Оптимальная уставка максимальной скорости (5) рассчитывается так, чтобы заданная программа перемещений (1) отрабатывалась в заданное время работы (2). Воспользуемся диаграммой скорости (рис. 4), где двигатель и во время выбега имеет прямоугольную диаграмму тока якоря с полным использованием перегрузочной способности ( $f=1$ ). Это допущение упрощает расчеты и вносит незначительную погрешность в определение максимальной скорости, так как этот расчет связан с рассмотрением интервала времени  $\tau_{пр}$ , когда  $\tau_3 \ll \tau_{пр}$  и  $\alpha_3 \ll \alpha_{пр}$ .

Имеем

$$\tau_3 (v_{мк} - v_{dk}) = v_{мк} \tau_{пр} - \alpha_{пр} - \frac{v_{мк}^2}{i_{мк}},$$

выполняя суммирование в левой и правой частях этого уравнения по всем  $R$  перемещениям программы, найдем:

$$\tau_d (v_{мк} - v_{dk}) = \frac{1}{R} \left[ v_{мк} \tau_{пр} - \sum_{r=1}^R \alpha_{пр} \right] - \frac{v_{мк}^2}{i_{мк}}. \quad (20)$$



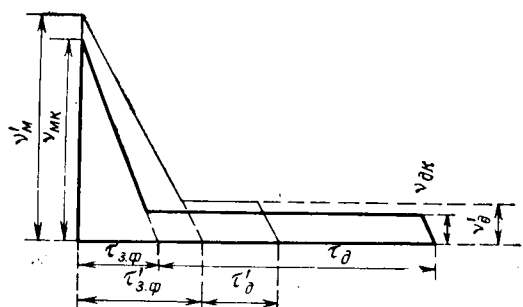


Рис. 5.

Время движения рабочего органа механизма со скоростью доводки  $\tau_d$  определим по диаграммам скорости (рис. 5), построенным при расчетных (средних) параметрах и при отличных от них вследствие изменения характеристик привода и механизма, наблюдаемого в эксплуатации. Параметры, отличающиеся от расчетных, снабжены штрихом; в обоих случаях используются одни и те же базовые величины  $n_n$  и  $B_n$ . По соображениям, изложенным выше (для рис. 4), на рис. 5 во время выбега  $f=1$ .

Расчетное время  $\tau_d$  должно быть определено так, чтобы при наиболее неблагоприятном изменении параметров диаграммы скорости перемещение рабочего органа механизма для формирования сигнала на снижение скорости оставалось постоянным

$$\alpha'_{0k} = \alpha_{0k}, \quad (21)$$

а время  $\tau'_d$  не было меньше предельно допустимого значения, необходимого для надежной фиксации скорости доводки в начале остановки

$$\tau'_d \geq \tau_{д.п}. \quad (22)$$

Условия (21) и (22) представляются (рис. 5) уравнением:

$$\frac{v'_m \tau'_{з.ф}}{2} + v'_d \tau_{д.п} = \frac{v_{mk} \tau_{з.ф}}{2} + v_{dk} \tau_d,$$

откуда

$$\tau_d = B_{с.д} \tau_{д.п} + \frac{v_{mk}}{2v_{dk}} \tau_{з.ф} (B - 1).$$

Подставляя значение фиктивного времени

$$\tau_{з.ф} = \frac{v_{mk}}{i_{mk}},$$

получаем

$$\tau_d = B_{с.д} \tau_{д.п} + \frac{(B-1) v_{mk}^2}{2v_{dk} i_{mk}}.$$

и

$$\left. \begin{aligned} t_d &= B_{с.д} t_{д.п} + \frac{(B-1) B_n v_{mk}^2}{2v_{dk} i_{mk}}; \\ B &= \frac{B_{с.м}}{B_n}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где  $B_{с.м}$ ,  $B_{с.д}$ ,  $B_n$  — коэффициенты, определяющие соответственно изменение максимальной скорости, скорости доводки и замедления:

$$B_{с.м} = \frac{v'_m}{v_{mk}} = \frac{n'_m}{n_{mk}}, \quad B_{с.д} = \frac{v'_d}{v_{dk}} = \frac{n'_d}{n_{dk}}, \quad B_n = \frac{i'_n}{i_{nk}}.$$

(24)

Оптимальная уставка регулятора максимальной скорости находится в результате совместного решения (20) и (23), которое сводится к отысканию корней уравнения

$$F(v_{mk}) - f(v_{mk}) = 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq v_{mk} \leq 1, \quad (25)$$

где

$$\left. \begin{aligned} F(v_{mk}) &= v_{mk}^2 \left[ 1 + \frac{v_{mk} - v_{dk}}{2v_{dk}} (B - 1) \right]; \\ f(v_{mk}) &= \frac{i_{mk}}{B_n} \left( \frac{t_p}{R} - B_{с.д} t_{д.п} \right) v_{mk} - \\ &- \frac{i_{mk}}{B_n} \left[ \frac{60u_n}{k_{сн} n_n R} \sum_{r=1}^R S_{pr} - B_{с.д} t_{д.п} v_{dk} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Уравнение (25) имеет два корня  $v_{mk1}$ ,  $v_{mk2}$ . Для выбора наиболее выгодного решения воспользуемся условием реализуемости соотношений (3) — (6)

$$S_{pm} \geq S_{p.п}, \quad (27)$$

где  $S_{pm}$  — минимальное перемещение программы, мм;  $S_{p.п}$  — предельное перемещение (мм), определенное по диаграмме скорости (рис. 4) при  $\tau_{cr}=0$

$$S_{p.п} = \frac{k_{сн}}{60u} \left( \frac{B_n n_n v_{mk}^2}{i_{mk}} + t_{д.п} n_{dk} \right). \quad (28)$$

Оптимальная уставка максимальной скорости должна определяться по меньшему корню уравнения (25)

$$v_{mk} = \min(v_{mk1}, v_{mk2}), \quad (29)$$

так как при этом предельное перемещение (28) имеет наименьшее значение, что согласно (27) расширяет набор реализуемых программ. Повышенная стабильность уставки достигается при изменении коэффициентов  $B$  и  $B_{с.д}$ , что определяет стабильность предельного перемещения (28) и уставки числовой программной системы (30).

Так, например, для привода, рассмотренного в приложении:  $v_{mk} = v_{mk1} = 0,3$ ,  $S_{p.п} = 1,3$  мм, а  $v_{mk2} = 0,725$ ,  $S_{p.п2} = 5,38$  мм; изменение коэффициента  $B$  с 2 до 1,5 сопровождается уменьшением  $v_{mk}$  только на 9%, между тем  $v_{mk2}$  увеличивается почти в 1,5 раза, соответственно предельное перемещение изменяется:  $S_{p.п}$  — с 1,30 до 1,04 мм, а  $S_{p.п2}$  — с 5,38 до 10,84 мм.

Уставка регулятора числовой программной системы (6) для формирования сигналов на снижение скорости двигателя (рис. 4)

$$S_{ок} = \frac{k_{сн}}{60u} \left( \frac{B_n n_n v_{mk}^2}{2i_{mk}} + t_{д.п} n_{dk} \right). \quad (30)$$

Оптимальное распределение суммарного времени работы  $t_p$  между отдельными перемещениями определяется по формуле (рис. 4)

$$t_{pr} = \frac{60u}{n_{mk} k_{сн}} (S_{pr} - S_{p.п}) + t_{p.п}, \quad (31)$$

где  $t_{p.п}$  — время отработки предельного перемещения

$$t_{p.п} = t_d + \frac{2B_n v_{mk}}{i_{mk}}. \quad (32)$$

Экстремальное управление. На рис. 6 представлена блок-схема экстремального управления меха-

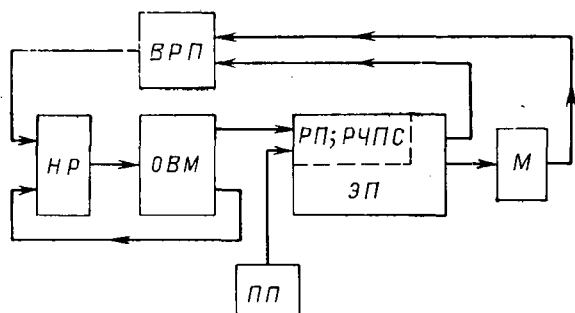


Рис. 6.

низмом  $M$  и его электроприводом  $ЭП$ . Рассмотрим действие этой схемы при обработке крупной партии изделий, когда числовое программное управление является наиболее эффективным [Л. 1].

Перед обработкой первого изделия наладчик режимов  $НР$  вводит в оптимизирующую вычислительную машину  $ОВМ$  исходные данные;  $ОВМ$  рассчитывает оптимальные уставки регуляторов, ее выходные сигналы автоматически воздействуют на настройку регуляторов привода  $РП$  и числовой программной системы  $РЧПС$ . В  $РЧПС$  вводится заданная программа перемещения  $ПП$ , и привод отработывает эту программу с минимальной погрешностью позиционирования.

На основе информации, полученной с выходов  $ОВМ$  и вычислителя реализованных показателей  $ВРП$ , наладчик режимов контролирует выполнение исходных данных и команд  $ОВМ$ . Таким образом, осуществляется корректирующая обратная связь. Когда  $НР$  обнаруживает необходимую стабильность режима привода, уставки регуляторов фиксируются и его функции заканчиваются. Как видно, для нескольких приводов можно применить один комплект  $ОВМ$  и  $ВРП$ , работающий по скользящему графику. Алгоритм  $ОВМ$  выполним и на вычислительной машине, абонируемой в заводском вычислительном центре, при этом опрос  $ВРП$  осуществляется по каналу связи. Блок-схема алгоритма  $ОВМ$  представлена на рис. 7.

Блок 1 хранит исходные данные  $ИД$ : неизменные параметры

$$\frac{2\sigma}{(1+\sigma^2)\sqrt{\delta GD_M^2}}, \quad k_{сш}, u, f, B, B_{с.д}, b_{н.к}, n_n, I_{м.к}, \frac{B_n}{i_{м.к}}$$

и характеристики технологического процесса

$$S_{p1}, S_{p2}, S_{p3}, \dots, S_{pR}; R, S_3, \Delta t_p.$$

Блок 2 содержит исходное суммарное время работы  $t_{р.и}$ , которое может посредством специального сигнала увеличиваться.

Блок 3 рассчитывает по (16) скорость перемещения рабочего органа механизма в период доводки  $v_{д.к}$  с коррекцией согласно необходимой плавности движения и определяет по (17) оптимальную уставку регулятора скорости доводки  $РСД$   $n_{д.к}$ .

Блок 4 вычисляет оптимальную уставку регулятора максимальной скорости  $РМС$   $n_{м.к}$  в результате решения уравнений (25) с последующим применением (29). Если решение в установленной области отсутствует (условный выходной сигнал «0»), применяется дискретное увеличение исходного суммар-

ного времени работы  $t_{р.и}$  (блок 2) с шагом  $\Delta t_p$  до тех пор, пока не будет получено решение уравнения (25).

Блок 5 контролирует реализуемость оптимальных уставок по условию (27). Если оно не выполняется, применяется дискретное увеличение времени  $t_{р.и}$ .

Блок 6 рассчитывает по (30) уставку регулятора числовой программной системы  $S_{0.к}$ .

Блок 7 запоминает результаты расчета ( $n_{д.к}$ ,  $n_{м.к}$ ,  $I_{м.к}$ ,  $S_{0.к}$ ,  $t_p$ ), а также заданную программу перемещения  $ПП$  и по этим данным вырабатывает сигналы для настройки  $РП$  и  $РЧПС$ .

**Пример.** Рассмотрим выбор рациональных параметров привода и расчет уставок регуляторов по алгоритму  $ОВМ$  для приводного механизма перемещения стола координатного сверлильного станка.

Характеристика механизма:  $k_{сш}=4$  мм,  $GD_M^2=6$  кгс·м²,  $M_{с.м}=0,85$  кгс·м,  $\delta=1,2$ .

Технологические данные: программа перемещения 2,1; 9,8; 16,8; 20,1; 43,2 (мм),  $R=5$ ,  $t_{р.и}=35$  сек,  $S_3=0,01$  мм.

Характеристики привода:  $f=2$ ,  $B=2$ ,  $B_{с.д}=1,05$ ,  $t_{д.п}=0,95$  сек.

Применен двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, который питается от тиристорного преобразователя.

Предварительно выбираем двигатель: П22,  $P_n=1,0$  кВт,  $n_n=1700$  об/мин,  $M_n=0,573$  кгс·м,  $GD_n^2=0,055$  кгс·м²,  $i_{м.к}=1,8$ .

Наиболее выгодное передаточное число редуктора, рассчитанное по (13), равно  $u_v=9,54$ ; принимаем редуктор с передаточным числом  $u=10$  ( $\sigma=1,05$ ), что вызывает незначительное уменьшение скорости перемещения стола в период доводки по сравнению с его максимальным значением.

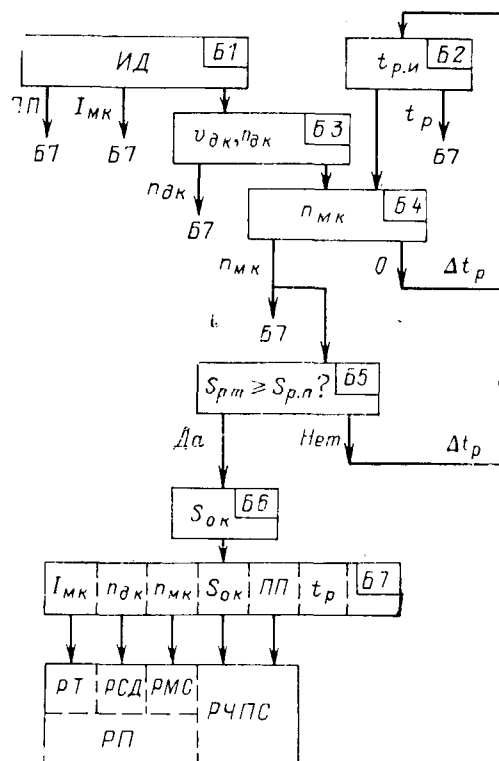


Рис. 7.

При выбранных двигателе и редукторе выполняется условие [Л. 2]:

$$\frac{M_{mh}}{M_c} \geq 8 \div 10,$$

которое обеспечивает небольшое влияние изменения статического момента на выбег стола. Дальнейшие расчеты выполняются по разработанному в статье алгоритму ОВМ. Скорость стола в период доводки  $v_{dk} = 27,2$  мм/мин, что обеспечивает необходимую плавность движения.

Оптимальные уставки регуляторов привода: тока якоря  $I_{mh} = 1,8 I_n$ , скорости доводки  $n_{dk} = 68$  об/мин, максимальной скорости  $n_{mh} = 510$  об/мин. Условия реализуемости уставок вы-

полняются:  $510 < 1700$  об/мин и  $2,1 > 1,30$  мм. Уставка регулятора числовой программной системы  $S_{0h} = 1,01$  мм.

Предварительно выбранный двигатель обеспечивает выполнение технологического задания.

#### Список литературы

1. Зусман В. Г., Мейстель А. М., Херсонский Ю. И. Автоматизация позиционных электроприводов. М., «Энергия», 1970.
2. Кожевников К. И. Рациональные параметры электропривода металлорежущих станков с программным управлением. — «Электричество», 1964, № 1.
3. Кожевников К. И. Выбор передаточного числа редуктора приводов вспомогательных механизмов прокатных станов. — «Электричество», 1957, № 7.

[24.6.1974]

УДК 62-83:621.3.018.782.3

## Энергопотребление вентильных преобразователей в неустановившихся режимах работы привода

РОДЬКИН Д. И., КАНЕВСКИЙ В. В.

Криворожский горнорудный институт

Область рационального применения тиристорного привода становится объектом изучения с учетом его энергетических и скоростных характеристик, степени влияния на питающую сеть и другие потребители [Л. 1]. Пуско-тормозные режимы привода, сброс и наброс нагрузки, характеризующиеся регулированием скорости и момента двигателя, сопровождаются изменением во времени углов управления и тока силовой цепи вентильного преобразователя. Энергетика процессов, протекающих при этом, отличается количественными и качественными показателями от статических режимов.

Излагаемые в статье результаты исследований энергетики неустановившихся режимов позволяют критически оценить вопросы компенсации реактивной мощности, эффективности фильтров высших гармонических в сетях с вентильными преобразователями. Схемная общность статических преобра-

зователей позволяет при необходимости распространить полученные результаты на сложные вентильные схемы, включая преобразователи частоты.

Картина неустановившегося режима работы вентильного преобразователя, характеризующаяся приращениями угла управления  $\Delta\alpha$  и тока якорной цепи  $\Delta I_d$  за время проводимости вентилья, представлена на рис. 1, а. В соответствии с рисунком ток  $I_d(\vartheta)$  представим двумя составляющими: первая из них постоянна на протяжении угла проводимости вентилья  $\lambda$  и равна  $I_{d0}$ , вторая — изменяется в соответствии с законом тока якорной цепи. Зависимость  $I_d(\vartheta)$  определяется характером управляющих и возмущающих воздействий и может быть получена из решения дифференциальных уравнений системы привода. Для упрощения последующих выкладок, но без ущерба для точности результатов, кривую  $I_d(\vartheta)$  в интервале проводимости вентилья аппроксимируем прямой линией. При отсчете угла от точки включения вентилья зависимость  $I_d(\vartheta)$  в соответствии со сделанным допущением выразится равенством:

$$I_d(\vartheta) = I_{d0} + \frac{\Delta I_d}{\lambda} \vartheta = I_{d0} + \delta_i \vartheta. \quad (1)$$

Анализ особенностей энергопотребления в динамических режимах следует производить в сравнении со статическим режимом, характерным постоянством во времени углов управления и тока силовой цепи преобразователя. В то время как картина переходного процесса, сопровождающегося ростом тока  $I_d$  при неизменном угле управления, ясна и легко сравнима со статическим режимом, процесс, сопровождающийся регулированием угла управления, полного аналога со статикой не имеет. В связи с этим в неустановившемся режиме следует рассматривать средние значения напряжения, мощности и т. д. в интервале проводимости вентилья  $\lambda$ , а в статическом режиме необходимо ана-

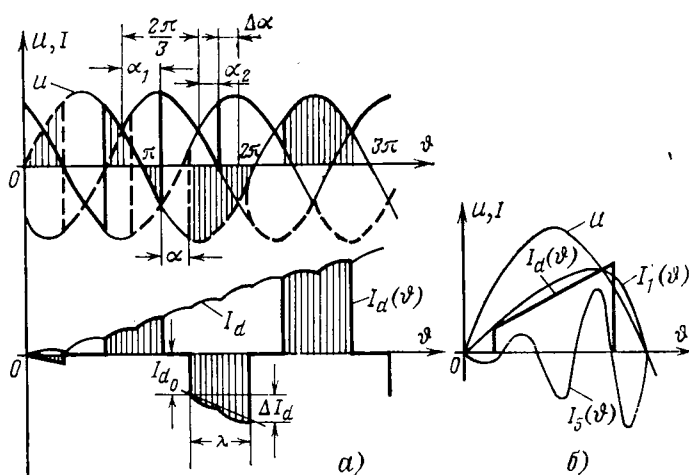


Рис. 1. Диаграммы напряжения и тока сети (а), первичного тока  $I_d(\vartheta)$  и его гармонических составляющих  $I_1(\vartheta)$ ,  $I_5(\vartheta)$  (б) преобразователя в неустановившемся режиме.

лизировать средние значения соответствующих величин в таком же интервале изменения угла  $\Delta\alpha$  как и его приращение, имеющее место в переходном режиме.

**Определение активной и реактивной составляющих мощности.** При определении составляющих мощности в неустойчившемся режиме работы привода выпрямленное напряжение определяется интегрированием кривой напряжения источника питания  $U$  в интервале проводимости вентиля

$$\lambda' = \frac{2\pi}{m} \pm \Delta\alpha. \text{ Используя выражение выпрямленного}$$

напряжения в неустойчившемся режиме [Л. 2], зависимости активной и реактивной составляющих мощности для  $I_{d0}$  представим следующим образом:

$$P_g = 2UI_{d0}m \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{2\pi + m\Delta\alpha} \cos\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right); \quad (2)$$

$$Q_g = 2UI_{d0}m \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{2\pi + m\Delta\alpha} \sin\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right), \quad (3)$$

где  $U$  — амплитудное значение напряжения сети;  $m$  — число фаз преобразователя.

Неустойчившийся режим можно сравнить с установившимся, определив средние значения соответствующих составляющих мощности статического режима в заданном интервале приращения угла  $\Delta\alpha$ . При этом пределы интегрирования следует принять равными  $\alpha_1 = \alpha$  и  $\alpha_2 = \alpha + \Delta\alpha$ , а ток  $I_d = I_{d0}$ .

Не останавливаясь на операции интегрирования, приведем окончательные выражения составляющих в интервале приращения угла:

$$P_c = 2UI_{d0}m \frac{\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\pi\Delta\alpha} \cos\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right); \quad (4)$$

$$Q_c = 2UI_{d0}m \frac{\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\pi\Delta\alpha} \sin\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right); \quad (5)$$

Анализ показывает, что отношения составляющих мощности статического и динамического режимов не зависят от угла управления, а изменяются в зависимости от величины и знака приращения его. Взяв отношение соответствующих мощностей, получим выражение для коэффициента, характеризующего энергетическую неэквивалентность рассматриваемых режимов:

$$k_p = \frac{P_g}{P_c} = \frac{\pi\Delta\alpha \sin^2\left(\frac{\pi}{m} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{(2\pi + m\Delta\alpha) \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \sin \frac{\pi}{m}}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что даже при воздействиях, значительно меньших по частоте, чем частота сети, имеет место несоответствие выходных энергетических характеристик преобразователя статическим. Указанное явление, вследствие которого происходит искажение выходной реакции преобразователя, проявляется в разной мере в зависимости от значения угла управления, величины и знака  $\Delta\alpha$ . Коли-

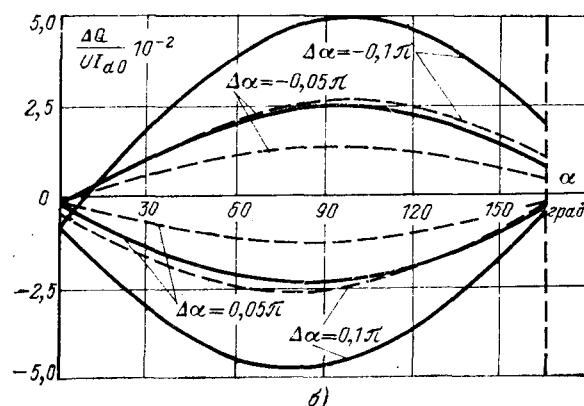
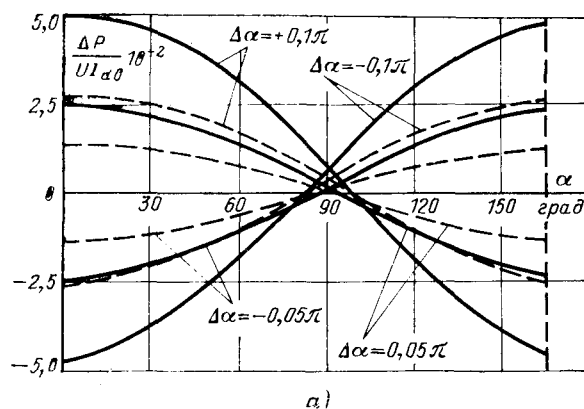


Рис. 2. Кривые относительных значений приращений активной  $\Delta p$  и реактивной  $\Delta q$  составляющих мощности.

—  $m=3$ ; - - -  $m=6$ .

чественная оценка ошибки может быть получена путем определения разности (2), (4) или (3), (5):

$$\Delta P = 2UI_{d0}m \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{2\pi + m\Delta\alpha} - \frac{\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\pi\Delta\alpha} \right] \cos\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right); \quad (7)$$

$$\Delta Q = 2UI_{d0}m \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)}{2\pi + m\Delta\alpha} - \frac{\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\pi\Delta\alpha} \right] \sin\left(\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}\right).$$

На рис. 2 представлены кривые относительных значений  $\Delta P$  и  $\Delta Q$ , вычисленные по (7) и (8) на ЦВМ. Анализ кривых и приведенных зависимостей показывает, что ошибка при регулировании преобразователя не постоянна, а изменяется вследствие того, что вступающий в работу вентиль имеет угол управления на  $\Delta\alpha$ , отличный от предыдущего. Результирующее значение ошибки можно определить суммированием (7) или (8) на интервалах проводимости вентиля каждой из фаз. Характерно при этом, что указанные вычисления упрощаются с увеличением  $\Delta\alpha$ , т. е. в тех случаях, когда возможное значение ошибки велико.

Для второго слагаемого выпрямленного тока (1) составляющие мощности на основании интеграль-

ного метода определения энергетических показателей [Л. 3] определяются выражениями:

$$P_1 = \frac{\delta_i}{\pi} \int_0^\pi \vartheta U(\vartheta) d\vartheta = \frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} \int_0^\lambda \vartheta \sin(\vartheta + \varphi) d\vartheta =$$

$$= \frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} [(\sin \lambda - \lambda \cos \lambda) \cos \varphi + (\cos \lambda +$$

$$+ \lambda \sin \lambda - 1) \sin \varphi]; \quad (9)$$

$$Q_1 = -\frac{\delta_i}{\pi} \int_0^\pi \vartheta \frac{dU(\vartheta)}{d\vartheta} d\vartheta =$$

$$= -\frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} \int_0^\lambda \vartheta \cos(\vartheta + \varphi) d\vartheta =$$

$$= -\frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} [(\sin \lambda - \lambda \cos \lambda) \sin \varphi - (\cos \lambda +$$

$$+ \lambda \sin \lambda - 1) \cos \varphi]; \quad (10)$$

$$\varphi = \frac{\pi(m-2)^2}{2m} + \alpha; \quad \lambda = \frac{2\pi}{m} + \Delta\alpha.$$

Из (9) можно заметить, что знак  $P_1$  определяется как знаком  $\Delta I_d$ , так и значением угла управления. Отрицательный знак перед составляющей  $P_1$  при положительном  $\Delta I_d$  указывает на наличие дополнительной ошибки при отработке приводом управляющего воздействия, так как потребляемая преобразователем мощность меньше расчетной для заданного угла управления. Положительные значения  $P_1$  в свою очередь характеризуют положительную ошибку в переходном режиме. Приравняв (9) нулю и сделав несложные преобразования, получим значение угла управления, при котором активная составляющая меняет знак:

$$\alpha = \arctg \frac{\lambda \cos \lambda - \sin \lambda}{\cos \lambda + \lambda \sin \lambda - 1} - \frac{\pi(m-2)}{2m}.$$

Заметим, что при анализе трехфазных нулевой и мостовой схем в (9) и (10) следует принять  $m=3$ , тогда уравнения, определяющие активную и реактивную составляющие мощности в переходных режимах, характерных изменением тока при по-

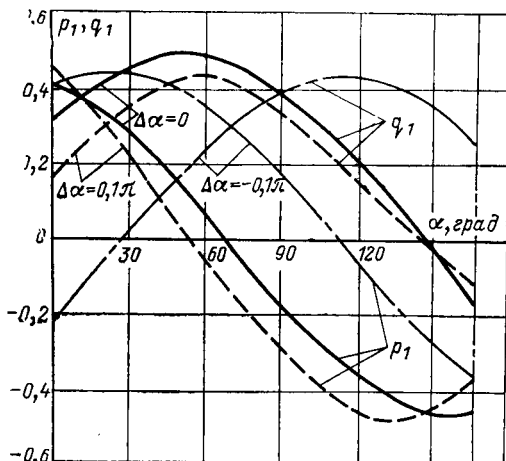


Рис. 3. Кривые относительных значений составляющих мощности в переходном режиме.

$$P_1 = \frac{P_1}{\Delta I_d U}; \quad q_1 = \frac{Q_1}{\Delta I_d U}.$$

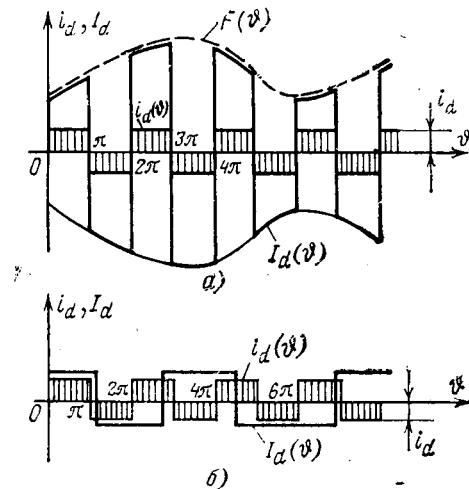


Рис. 4. Диаграммы амплитудной (а) и частотной (б) модуляции сетевого тока преобразователя.

стоянных значениях углов управления, упрощаются и принимают вид:

$$P_1 = \frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} \left[ \frac{\pi}{\sqrt{3}} \cos \alpha + \left( \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right) \sin \alpha \right]; \quad (11)$$

$$Q_1 = \frac{\Delta I_d U}{\pi \lambda} \left[ \frac{\pi}{\sqrt{3}} \sin \alpha - \left( \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right) \cos \alpha \right]. \quad (12)$$

Зависимости (11) и (12) дают представление о характере энергопотребления в переходном режиме, сопровождающемся изменением тока силовой цепи преобразователя во времени. Характерно, что при  $I_d \neq 0$  также не равна нулю составляющая  $P_1$  в случае, если  $\alpha = \pi/2$ . Анализируя же приведенные на рис. 3 расчетные кривые  $P_1(\alpha)$  и  $Q_1(\alpha)$ , можно заметить наличие довольно значительной погрешности, неизбежной при пренебрежении неустановившимися процессами.

Приведенный выше анализ с представлением тока  $I_d(\vartheta)$  в форме (1) позволяет распространить выводы и на периоды коммутации тока в вентилях преобразователя, если учесть, что на коммутационных участках ток, проходящий через вентиль, представляется линейно возрастающим или убывающим [Л. 4]. В таком случае выражения для  $P_1$  и  $Q_1$  определяются как суммы средних за полпериода напряжения значений соответствующих составляющих полной мощности на каждом из участков аппроксимированной кривой сетевого тока.

**Составляющие мощности гармоник.** Для определения составляющих мощности гармоник целесообразно прежде всего выяснить некоторые положения, касающиеся характера изменения гармонических в переходных режимах. С этой целью докажем следующую теорему.

**Теорема.** Если периодическая функция, разлагающаяся в ряд Фурье, модулирована по амплитуде и частоте (или по одному из параметров), то полученная зависимость имеет разложение в тригонометрический ряд с гармониками, модулированными по амплитуде и частоте теми же законами модуляции.

Для наглядности доказательство теоремы осуществим от обратного для случаев модуляции по амплитуде и частоте независимо друг от друга.

Предположим (рис. 4,а), что кривая  $i_d(\theta)$  разлагается в ряд Фурье по синусам:

$$i_d(\theta) = i_{da} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n} = i_{da} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta$$

и каждая из гармоник ряда модулирована по амплитуде с огибающей  $F(\theta)$ , т. е. определяется зависимостью:

$$I_{dn}(\theta) = F(\theta) i_{da} \frac{\sin n\theta}{n}, \quad (13)$$

где  $a$  — постоянный коэффициент, определяемый разложением в ряд Фурье кривой  $i_d(\theta)$ ;  $a_n = a/n$ .

Сумма  $I_{dn}(\theta)$  дает:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} F(\theta) i_{da} \frac{\sin n\theta}{n} &= \\ &= F(\theta) \sum_{n=1}^{\infty} i_{da} \frac{\sin n\theta}{n} = F(\theta) i_d(\theta), \end{aligned}$$

так как за знак суммы выносятся  $F(\theta)$ , являющаяся множителем для конкретного значения аргумента. Полученный результат, совпадающий с известными положениями, указывает на справедливость одного из положений теоремы.

При модуляции частотой каждому значению аргумента  $\theta$  соответствует вполне определенное значение частоты, зависящее от закона ее изменения. Период исследуемой кривой при этом меняется дискретно, что никоим образом не дает оснований для аппроксимации ее рядом Фурье с гармониками фиксированной частоты.

Пусть имеется ряд с модулированными по частоте гармониками (рис. 4,б):

$$I_d(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\theta) \sin n(\theta) \theta. \quad (14)$$

На основании известной теоремы разложения абсолютно интегрируемой функции в ряд Фурье на произвольном промежутке значения  $a_n(\theta)$  определяется как

$$a_n(\theta) = \frac{n(\theta)}{n\pi} \int_{-\pi \frac{n}{n(\theta)}}^{\pi \frac{n}{n(\theta)}} I_d(\theta) \sin n(\theta) \theta d\theta. \quad (15)$$

Если ряд (14) — искомый, то он сходится к  $I_d(\theta)$  при любом значении  $\theta$ . Пусть при  $\theta = \theta_0$   $n(\theta) = n\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — положительная величина больше или меньше единицы, тогда в условиях нашего примера с учетом (15):

$$a_n(\theta_0) = \frac{n\varepsilon}{n\pi} \int_{-\pi \frac{n}{n\varepsilon}}^{\pi \frac{n}{n\varepsilon}} I_d \sin n\varepsilon \theta d\theta = I_d \frac{2}{n\pi} = I_d \frac{a}{n},$$

а сумма членов ряда при фиксированной частоте

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a I_d}{n} \sin n\varepsilon \theta = a I_d \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\varepsilon \theta}{n} = I_d(\theta).$$

Таким образом, и второе положение теоремы имеет силу.

Рассмотрим неустойчивый режим, характерный постоянными углами управления и током  $I_d$ , изменяющимся во времени.

В этом случае гармонический состав сетевого тока не изменяется, однако каждая из гармоник модулирована кривой, описывающей закон изменения во времени тока  $I_d$  [Л. 5]. Из-за изменения амплитуды гармоник имеют конечные значения в течение периода переменного напряжения активная и реактивная составляющие мощности, при этом активная мощность гармоники определится интегрированием произведения мгновенных значений напряжения и тока, и в соответствии с рис. 1,б выражение исходного интеграла примет вид:

$$P_n = \frac{a_n U}{\pi} \int_0^\pi I_d(\theta) \sin \theta \sin n(\theta - \alpha) d\theta. \quad (16)$$

Для случая линейного закона изменения тока главной цепи во времени уравнение (16) будет иметь такой вид:

$$P_n = \frac{m a_n U \Delta I_d}{2\pi^2} \int_0^\pi \theta \sin \theta \sin n(\theta - \alpha) d\theta. \quad (17)$$

После несложных преобразований окончательно получим для  $n$ -й гармоники:

$$P_n = \frac{m a_n U \Delta I_d}{2\pi} \frac{n}{n^2 - 1} \sin n\alpha. \quad (18)$$

Равенство (18), справедливое для  $n \neq 1$ , может иметь положительный знак в зависимости от знака  $\Delta I_d$  и величины угла управления. Для  $\Delta I_d > 0$  значение  $P_n > 0$ , если  $\alpha < \pi/n$ .

Реактивная составляющая мощности в соответствии с (16) и (17) определяется из выражения:

$$Q_n = \frac{m a_n U \Delta I_d}{2\pi^2} \int_0^\pi \theta \cos \theta \sin n(\theta - \alpha) d\theta, \quad (19)$$

которое после преобразований принимает вид

$$Q_n = \frac{m a_n U \Delta I_d}{2\pi} \frac{n}{n^2 - 1} \cos n\alpha. \quad (20)$$

Из (18) и (20) очевидно, что в неустойчившемся режиме активная и реактивная составляющие мощности устройства передаются 1-й гармоникой тока и частично высшими модулированными гармоническими. Суммарные их значения равны:

$$\begin{aligned} P_{\Sigma} &= \frac{m U \Delta I_d}{2\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n n}{n^2 - 1} \sin n\alpha; \\ Q_{\Sigma} &= \frac{m U \Delta I_d}{2\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n n}{n^2 - 1} \cos n\alpha. \end{aligned}$$

Изложенные результаты, являющиеся следствием неортогональности функций напряжения сети и модулированных гармоник тока, характеризуют энергетические взаимосвязи в цепях с нестационарными и нелинейными параметрами. Они указывают на погрешность при определении энергетических показателей с учетом лишь 1-й гармоники тока. Значение ошибки, как следует из полученных зави-

симостей, будет тем выше, чем больше скорость изменения тока  $I_d$  во времени.

Характерной особенностью преобразователя в переходных режимах, сопровождающихся изменением во времени углов управления, является смещение частот гармонических. При этом, как показано в [Л. 6], кривая сетевого тока имеет отличную от сетевой частоту основной гармоники, т. е. оказывается модулированной по частоте некоторой кривой, определяемой характером изменения углов управления во времени.

В общем случае изменения углов управления период тока сети будет равен  $2\pi(1 + da/d\vartheta)$ , а круговая частота гармоники [Л. 7 и 8]

$$\nu(\vartheta) = \frac{\omega_0 n}{1 + \frac{da}{d\vartheta}} = \omega_0 n(\vartheta), \quad (21)$$

где  $\omega_0$  — круговая частота сети.

Имеющее место в преобразователях с естественной коммутацией ограничение по углу управления ( $\pi > \alpha \geq 0$ ), а также недопустимость трактовки преобразователя как звена с непрерывным управлением при частотах входного сигнала  $\omega_{\gamma} > \omega_0$ , делают очевидной необходимость ограничения производной в (21). Такой границей является равенство  $da/d\vartheta = \pm 1$ , соответствующее предельной частоте сигнала управления  $\omega = \omega_0$ .

Отмечая, что рассмотренные неуставившиеся режимы далеко не исчерпывают их многообразия, следует указать на то обстоятельство, что генерирование преобразователем в сеть гармоник, не характерных для статического режима, снижает эффективность неуправляемых резонансных фильтров, устанавливаемых в сетях с преобразователями и настраиваемых на гармоники конического порядка.

**Мощность несимметрии преобразователя.** В вентильных преобразователях мощность несимметрии возникает как при несимметрии конструкции, обусловленной силовой схемой преобразователя, так и при несимметрии управления вентилями [Л. 9]. При симметричном синусоидальном напряжении питания мощность несимметрии преобразователя проявляется в несимметрии токов питающей сети. Так как несимметричная система токов может быть представлена системами прямой и обратной последовательности, то можно заключить, что мощность несимметрии в рассматриваемом случае эквива-

лентна мощности токов обратной последовательности.

В неуставившемся режиме, характерном изменением углов управления, скорости вращения векторов тока и напряжения, как уже указывалось, неодинаковы. В результате положения векторов тока относительно напряжения определяются углами  $\Delta\alpha_A, \Delta\alpha_B, \Delta\alpha_C$  (рис. 5а). В течение следующего периода напряжения значения углов изменятся, так как каждый из них получит приращение. Общие выражения для гармоник токов фаз в соответствие с (14) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_{nA} &= I_d(\vartheta) a_n \sin n(\vartheta) \vartheta; \\ I_{nB} &= I_d(\vartheta) a_n \sin n(\vartheta) \left(\frac{2}{3}\pi + \vartheta\right); \\ I_{nC} &= I_d(\vartheta) a_n \sin n(\vartheta) \left(\frac{4}{3}\pi + \vartheta\right). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Спроектировав векторы токов на координатные оси  $xy$ , получим составляющие:

$$\left. \begin{aligned} I_{oxn} &= I_d(\vartheta) a_n \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{m} - n\Delta\alpha_B + n\Delta\alpha_C\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} + n\Delta\alpha_C - n\Delta\alpha_A\right) \right]; \\ I_{oyn} &= I_d(\vartheta) a_n \left[ \sin\left(\frac{\pi}{m} - n\Delta\alpha_B + n\Delta\alpha_A\right) - \sin\left(\frac{\pi}{m} + n\Delta\alpha_C - n\Delta\alpha_A\right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

из которых модуль вектора

$$I_{on} = \sqrt{I_{oxn}^2 + I_{oyn}^2} = I_d(\vartheta) a_n \times \sqrt{3 + 2 \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{m} + n\Delta\alpha_C - n\Delta\alpha_B\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} + n\Delta\alpha_C - n\Delta\alpha_A\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} - n\Delta\alpha_B + n\Delta\alpha_A\right) \right]}. \quad (24)$$

Выражение (24) не равно нулю при соблюдении условия  $n(\vartheta) \neq \text{const}$ . При линейно изменяющемся параметре  $n(\vartheta)$  равенство (24) упрощается и приобретает вид:

$$I_{on} = I_d(\vartheta) a_n \sqrt{3 + 2 \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{m} + n\Delta\alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} + 2n\Delta\alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} - n\Delta\alpha\right) \right]}. \quad (25)$$

Составляющие прямой и обратной последовательности равны между собой и составляют половину значения  $I_{on}$ . Следует отметить, что вектор  $I_{on}$  с изменением угла управления поворачивается вокруг точки  $O$  с частотой  $\nu(\vartheta) - n\omega_0$ .

С учетом (25) мощность несимметрии  $n$ -й гармоники преобразователя

$$P_n = UI_d(\vartheta) \frac{3 \sin \frac{n\pi}{3}}{\sqrt{2} n} \sqrt{3 + 2 \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{m} + n\Delta\alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} + 2n\Delta\alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{m} - n\Delta\alpha\right) \right]}. \quad (26)$$

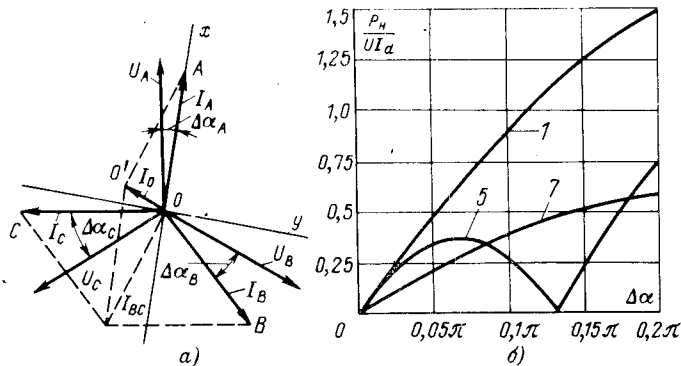


Рис. 5. Векторная диаграмма токов и напряжений (а) и расчетные кривые относительных значений составляющих мощности несимметрии (б).

На рис. 5,6 приведены расчетные зависимости относительных значений мощности несимметрии, полученные согласно (26) для случая  $I_a = \text{const}$ . Мощность несимметрии, как видим из рисунка, велика. Хотя рассматриваемая составляющая мощности, появляющаяся при симметрии преобразовательного устройства лишь в переходных режимах, имеет несколько другую физическую сторону по сравнению с несимметрией в статике, проявление ее и влияние на питающую сеть и другие потребители отличия никакого не имеет и может быть исследовано общепринятыми методами.

**Выводы.** 1. Энергопотребление вентильного преобразователя в неустановившемся режиме с качественной и количественной сторон отличается от статичности. Энергетическая неэквивалентность переходных и статических режимов проявляется по-разному в зависимости от характера переходного процесса, скорости изменения тока силовой цепи и углов управления преобразователя, т. е. в устройствах со сложными динамическими характеристиками. Так как энергопотребление характеризует систему электропривода как со стороны его электромеханических свойств, так и со стороны влияния на питающую энергосистему, именно в этом плане следует рассматривать возможность использования полученных в статье результатов.

2. Ввиду того, что поток активной мощности в конечном итоге определяет скорость и момент двигателя, полученные выражения при использовании их в уравнении баланса мощностей позволяют определить ошибку скорости в процессе регулирования.

3. Выражения для реактивной мощности и гармонических составляющих в кривой первичного тока преобразователя позволяют определить текущие значения показателей, характеризующих сте-

пень искажения формы кривой питающего напряжения. Это особенно важно при решении вопросов параллельной работы тиристорных агрегатов.

4. Отклонение частоты тока сети от расчетной, как указывалось, приводит к снижению эффективности фильтров высших гармонических; количественная оценка этого явления может быть произведена при наличии данных по характеру переходного процесса (скорости изменения углов управления), а также значений сопротивлений элементов фильтра и сети.

#### Список литературы

1. Крупович В. И. Пути прогресса в электроснабжении промышленных предприятий.— «Промышленная энергетика», 1971, № 1.
2. Шипило В. П., Сирица В. В., Булатов О. Г. Электромагнитные процессы в быстродействующем реверсивном ионном преобразователе. М., Госэнергоиздат, 1963.
3. Маевский О. А. Интегральные методы определения энергетических соотношений в вентильных преобразователях.— «Изв. вузов. Энергетика», 1965, № 3.
4. Каганов И. Л. Электронные и ионные преобразователи. М., Госэнергоиздат, 1956.
5. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения металлургических заводов.— «Электричество», 1972, № 11.
6. Эттингер Е. Л. Коэффициент мощности преобразователя частоты без звена постоянного тока.— «Электротехническая промышленность. Преобразовательная техника», 1971, вып. 22.
7. Винницкий А. С. Модулированные фильтры и следящий прием ЧМ сигналов. М., «Советское радио», 1969.
8. Родькин Д. И., Каневский В. В., Чермалых В. М. Энергетические показатели вентильных преобразователей в неустановившихся режимах работы привода.— В сб.: Повышение эффективности устройств преобразовательной техники. Киев, «Паукова думка», 1972.
9. Маевский О. А. Определение энергетических соотношений и составляющих полной мощности в вентильных преобразовательных установках.— «Электричество», 1965, № 3.

[26.3.1974]



УДК 621.314.22.08.088

## Коррекция погрешностей синусно-косинусных трансформаторов

АСИНОВСКИЙ Э. Н., МИШИН В. С.

Москва

Постоянная тенденция к снижению габаритов измерительных микромашин — синусно-косинусных трансформаторов (СКТ), сельсинов, индукционных датчиков угла, фазовращателей — находится в противоречии с растущими требованиями к их характеристикам. Уменьшение габаритов измерительных микромашин снижает их точность и ухудшает электрические параметры, например, ведет к уменьшению входного и увеличению выходного сопротивлений, что отрицательно влияет на качество схем устройств автоматики.

В настоящее время возможности традиционного технологического пути улучшения характеристик измерительных микромашин почти исчерпаны: радиальные воздушные зазоры между ротором и статором современных микромашин составляют 0,02—0,05 мм, некруглость рабочих диаметров ротора и статора достигает 1 мкм и менее, применяются обмоточные провода диаметрами до 0,03 мм.

Выходом из противоречия между требованиями уменьшения габаритов и улучшения электрических характеристик может быть сочетание измерительной микромашины с электронным устройством, которое позволяет одновременно и скорректировать основные технологические погрешности микромашины, и значительно улучшить ее важнейшие параметры. Причем с развитием микроэлектроники это направление становится особенно перспективным.

В статье рассматривается одно из электронных корректирующих устройств, построенное на базе двух операционных усилителей и предназначенное для работы с синусно-косинусным трансформатором.

Рассмотрение проведено для работы СКТ в режимах датчика и приемника трансформаторной дистанционной передачи угла. Однако режим работы СКТ-датчика в такой передаче соответствует также режимам работы СКТ в качестве координат-



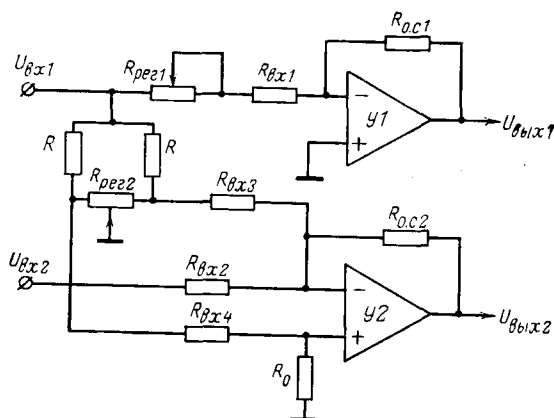


Рис. 1.

тора вектора (разложение вектора по координатам) в счетно-решающих схемах и в схеме однофазного фазовращателя с  $RC$ -цепочкой на выходе. Режим работы СКТ-приемника в дистанционной передаче соответствует режимам работы СКТ в качестве построителя вектора в счетно-решающих схемах и в схемах фазовращателя с двухфазным питанием.

Таким образом, результаты анализа работы СКТ с корректирующим устройством в трансформаторной дистанционной передаче угла могут быть распространены и на другие режимы работы СКТ, а электронное корректирующее устройство может рассматриваться как унифицированное.

Схема корректирующего устройства, показанная на рис. 1, содержит два дифференциальных усилителя постоянного тока, один из которых (усилитель У1) включен по схеме с несимметричными, другой (усилитель У2) — с симметричными входами. Инвертирующие и неинвертирующие входы усилителей обозначены на схеме знаками минус и плюс соответственно. Сопротивления  $R_{о.с}$  и  $R_{вх}$  являются элементами цепей отрицательной обратной связи и обеспечивают требуемый коэффициент усиления каждого усилителя. Регулирующее сопротивление  $R_{п.с1}$ , включенное на входе усилителя У1, позволяет изменять его коэффициент усиления по напряжению.

В состав корректирующего устройства входит также мостовой потенциометрический датчик, состоящий из двух одинаковых сопротивлений  $R$  и регулирующего потенциометра  $R_{п.с2}$ . Потенциометрический датчик питается напряжением  $U_{вх1}$ , часть которого через сопротивления  $R_{вх3}$  и  $R_{вх4}$  подается на входы У2 и суммируется с напряжением  $U_{вх2}$  или вычитается из него в зависимости от положения движка потенциометра  $R_{п.с2}$ . Для симметричности регулировки коэффициенты усиления У2 по обоим входам должны быть одинаковыми, для чего необходимо, чтобы  $R_{вх3} = R_{вх4}$  и  $R_0 = R_{о.с2}$ . Оба регулировочных сопротивления  $R_{п.с1}$  и  $R_{п.с2}$ , как будет показано ниже, необходимы для компенсации погрешностей СКТ, вызванных неперпендикулярностью и неравенством коэффициентов трансформации фаз.

При использовании корректирующего устройства для компенсации погрешностей СКТ-датчика напряжения его синусной и косинусной обмоток по-

даются на входы обоих каналов, как показано на рис. 2.

Напряжение на выходе усилителя У1

$$U_{вых1} = -U_s(-K_1) = U_s K_1.$$

Напряжение на выходе усилителя У2

$$U_{вых2} = -(U_c + \varepsilon U_s)(-K_2) = (U_c + \varepsilon U_s) K_2,$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — коэффициенты усиления У1 и У2 (знак минус в выражениях показывает, что коэффициенты записаны относительно инвертирующих входов усилителей);  $U_s$  и  $U_c$  — выходные напряжения синусной и косинусной обмоток СКТ (учитывая, что У1 и У2 инвертируют входные напряжения, эти обмотки подключаются к усилителям не началами, а концами, и поэтому на входы усилителей поступают напряжения  $-U_s$  и  $-U_c$ );  $\varepsilon$  — доля сигнала  $U_s$ , складываемая на У2 с сигналом  $U_c$  (величина  $\varepsilon$  определяется положением движка потенциометра  $R_{п.с2}$ ).

Пусть

$$U_s = U_m \sin \alpha;$$

$$U_c = U_m (1 + \lambda) \cos (\alpha + \Delta \alpha).$$

где  $\Delta \alpha$  — неперпендикулярность выходных обмоток;  $U_m$  — максимальное значение выходного напряжения СКТ;  $\lambda$  — относительное отклонение коэффициентов трансформации выходных обмоток, тогда  $U_{вых1} = K_1 U_m \sin \alpha$ .

Учитывая значения величин  $\Delta \alpha$  и  $\lambda$ , с точностью до малых второго порядка имеем:

$$U_{вых2} = K_2 U_m [(1 + \lambda) \cos \alpha - (\varepsilon - \Delta \alpha) \sin \alpha].$$

Потенциометром  $R_{п.с2}$  можно добиться, чтобы  $\varepsilon - \Delta \alpha = 0$ , тогда

$$U_{вых2} = K_2 U_m (1 + \lambda) \cos \alpha,$$

а сопротивлением  $R_{п.с1}$  величину коэффициента усиления У1 можно отрегулировать так, чтобы  $K_1 = K_2 (1 + \lambda) = K^*$ . В результате на выходе корректирующего устройства напряжения будут иметь вид:

$$U_{вых1} = K^* U_m \sin \alpha;$$

$$U_{вых2} = K^* U_m \cos \alpha,$$

что соответствует выходным напряжениям СКТ-датчика, не имеющего электромагнитной асимметрии.

Методика регулировки СКТ-датчика с корректирующим устройством проста. Для этого СКТ-датчик закрепляют на угломерном устройстве, например, на оптической делительной головке и соединяют с корректирующим усилителем по схеме рис. 2. Ротор СКТ-датчика устанавливают в нулевое положение, которое фиксируется по минимальному значению напряжения  $U_{вых1}$ . После этого ротор СКТ с помощью угломерного устройства по-

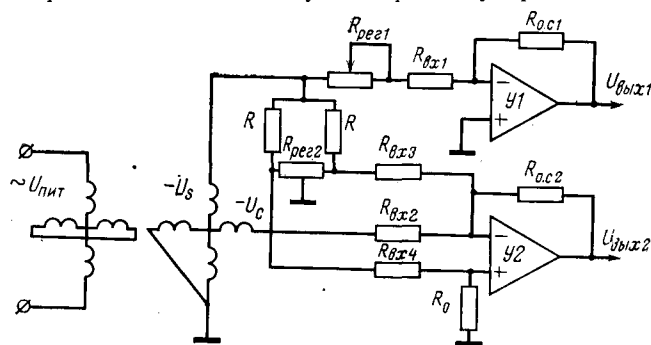


Рис. 2.

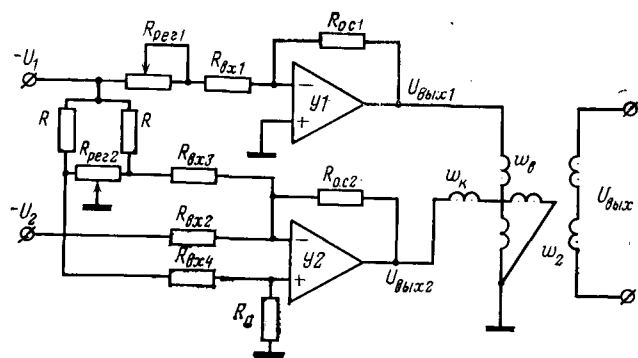


Рис. 3.

ворачивается ровно на  $90^\circ$ , и изменением сопротивления  $R_{\text{per}2}$  напряжение  $U_{\text{вых}2}$  доводится до минимальной величины. Затем ротор СКТ устанавливают в положение  $45^\circ$  и сопротивлением  $R_{\text{per}1}$  регулируют до минимальной величины разность напряжений  $U_{\text{вых}1}$  и  $U_{\text{вых}2}$ . На этом настройка СКТ-датчика с корректирующим усилителем заканчивается.

При использовании корректирующего устройства для компенсации погрешностей СКТ-приемника его синусная и косинусная обмотки подключаются к выходам усилителей, как показано на рис. 3.

Запишем уравнения второго закона Кирхгофа для этой схемы, полагая, что выходная обмотка СКТ-приемника не нагружена и приведена к первичным обмоткам  $w_1$  и  $w_2$ :

$$\begin{aligned} U_1 K_1 &= I_B Z_B + I_K Z_{BK}; \\ (U_2 + \varepsilon U_1) K_2 &= I_B Z_{BK} + I_K Z_K; \\ U_{\text{вых}} &= I_B Z_{B2} + I_K Z_{K2}, \end{aligned}$$

где  $Z_B$  и  $Z_K$  — полные сопротивления обмотки возбуждения и квадратурной обмотки СКТ;  $Z_{BK}$ ,  $Z_{B2}$ ,  $Z_{K2}$  — сопротивления взаимной индукции обмоток  $w_1$  и  $w_2$  между собой и обмоткой  $w_2$ . Для идеального СКТ имеем:

$$\begin{aligned} Z_B &= Z_K; & Z_{BK} &= 0; \\ Z_{B2} &= Z_0 \sin \alpha; & Z_{K2} &= Z_0 \cos \alpha, \end{aligned}$$

где  $Z_0$  — максимальное значение сопротивления взаимной индукции фаз. Пусть в реальном СКТ

$$\begin{aligned} Z_K &= Z_B + \Delta Z_B; & Z_{BK} &\neq 0; \\ Z_{B2} &= Z_0 \sin \alpha; \end{aligned}$$

$$Z_{K2} = Z_0 (1 + \delta Z_0) \cos (\alpha + \Delta \alpha),$$

где  $\delta Z_0 = \Delta Z_0 / Z_0$  — относительное отклонение сопротивлений взаимной индукции;  $\Delta \alpha$  — неперпендикулярность фаз входных обмоток.

Для выявления компенсационных возможностей корректирующего устройства при работе с СКТ-приемником будем считать, что последний работает с идеальным датчиком, т. е.

$$U_1 = U_m \sin \alpha_d \quad \text{и} \quad U_2 = U_m \cos \alpha_d,$$

где  $\alpha_d$  — угол поворота ротора СКТ-датчика.

Решая систему уравнений с учетом приведенных выражений и пренебрегая членами второго порядка малости, получаем:

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}} &= U_m \left\{ \left[ K_1 + \frac{\Delta K}{2} + \frac{K_2}{2} \left( \delta Z_0 - \frac{\Delta Z_B}{Z_B} \right) \right] \times \right. \\ &\times \sin (\alpha - \alpha_d) + \frac{1}{2} \left( \Delta K - K_2 \frac{\Delta Z_B}{Z_B} + K_2 \delta Z_0 \right) \times \\ &\times \cos (\alpha + \alpha_d) + \frac{1}{2} \left( \varepsilon K_2 - K_2 \frac{Z_{BK}}{Z_B} - K_2 \Delta \alpha - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. - K_1 \frac{Z_{BK}}{Z_B} \right) \sin (\alpha - \alpha_d) + \frac{1}{2} \left( \varepsilon K_2 - \right. \\ &\left. - K_1 \frac{Z_{BK}}{Z_B} - K_2 \frac{Z_{BK}}{Z_B} - K_2 \Delta \alpha \right) \sin (\alpha + \alpha_d) \Big\}, \end{aligned}$$

где  $\Delta K = K_2 - K_1$ .

В положении согласования  $\alpha - \alpha_d = \frac{\pi}{2} - \Delta \gamma$ , где  $\Delta \gamma$  — погрешность СКТ-приемника.

Величину выходного напряжения СКТ-приемника в положении, близком к согласованному  $\Delta U_{\text{вых}}$ , найдем из выражения  $U_{\text{вых}}$ , полагая, что

$$\begin{aligned} \cos (\alpha - \alpha_d) &\approx \Delta \gamma; & \sin (\alpha - \alpha_d) &\approx 1; \\ \cos (\alpha + \alpha_d) &\approx -\sin 2\alpha; & \sin (\alpha + \alpha_d) &\approx \cos 2\alpha, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{вых}} &= U_m \left\{ \left[ K_1 + \frac{\Delta K}{2} + \frac{K_2}{2} \left( \delta Z_0 - \frac{\Delta Z_B}{Z_B} \right) \right] \Delta \gamma + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \left( \varepsilon K_2 - K_2 \frac{Z_{BK}}{Z_B} - K_2 \Delta \alpha - K_1 \frac{Z_{BK}}{Z_B} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left( \Delta K - K_2 \frac{\Delta Z_B}{Z_B} + K_2 \delta Z_0 \right) \sin 2\alpha + \\ &+ \frac{1}{2} \left( \varepsilon K_2 - K_2 \frac{Z_{BK}}{Z_B} - K_2 \Delta \alpha - K_1 \frac{Z_{BK}}{Z_B} \right) \cos 2\alpha \Big\}. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что изменяя  $\Delta K$  и  $\varepsilon$  с помощью сопротивлений  $R_{\text{per}1}$  и  $R_{\text{per}2}$ , можно добиться выполнения с точностью до малых второго порядка равенства:

$$U_{\text{вых}} = U_m \left[ K_1 + \frac{\Delta K}{2} + \frac{K_2}{2} \left( \delta Z_0 - \frac{\Delta Z_B}{Z_B} \right) \right] \Delta \gamma.$$

Выходное напряжение, как видно, пропорционально малым углам рассогласования  $\Delta \gamma$  датчика и приемника. Такое соотношение характеризует работу идеального СКТ-приемника, следовательно, рассматриваемое корректирующее устройство позволяет компенсировать собственные ошибки реального СКТ.

По аналогичной методике, описанной выше для СКТ-датчика, регулируют и СКТ-приемник, который закрепляют на угломерном устройстве и соединяют с корректирующим усилителем по схеме рис. 3.

Нулевое положение устанавливается при подаче на схему напряжений  $U_1 = 0$ ;  $U_2 = U_{\text{пит}}$ , которые имитируют подключение к идеальному СКТ-датчику, выведенному в нулевое положение. В этом режиме питания ротор СКТ поворачивается до получения минимального напряжения  $U_{\text{вых}}$  (рис. 3), и шкала угломерного устройства фиксируется в нулевом положении. Затем ротор СКТ-приемника с помощью угломерного устройства поворачивается на  $90^\circ$ , на вход схемы подаются напряжения  $U_1 = U_{\text{пит}}$ ,  $U_2 = 0$ , соответствующие сигналам идеального СКТ-датчика в положение  $90^\circ$ , и изменением сопротивления  $R_{\text{per}2}$  напряжение  $U_{\text{вых}}$  сводится к минимальной величине.

Последней операцией регулировки СКТ-приемника является получение минимального напряжения  $U_{\text{вых}}$  при угловом положении ротора  $45^\circ$  и подаче на схему рис. 3 напряжений  $U_1 = U_2 = 0,707 U_{\text{пит}}$ , что соответствует сигналам идеального СКТ-датчика, повернутого на угол  $45^\circ$ .

При определении компенсирующих возможностей корректирующего устройства для СКТ-датчи-

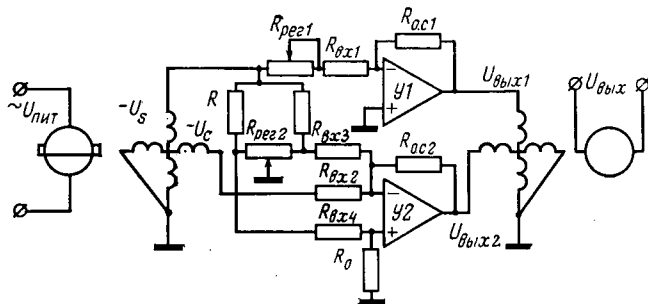


Рис. 4.

ка и СКТ-приемника под  $Y1$  и  $Y2$  понимались идеальные усилители, имеющие стабильный коэффициент усиления по напряжению. Практически это условие не выполняется, так как в зависимости от условий эксплуатации и, в первую очередь, температуры окружающей среды, меняются не только параметры элементов усилителей, но и величины сопротивлений цепей обратной связи ( $R_{вх}$  и  $R_{о.с}$ ), что приводит к изменению коэффициентов усиления обоих усилителей и, как следствие, к дополнительным погрешностям корректируемых СКТ.

Для анализа погрешностей, вносимых корректирующим устройством, рассмотрим схему дистанционной передачи угла (рис. 4), в которой датчик и приемник будем считать идеальными. В такой схеме, поскольку СКТ идеальные, погрешность определяется только корректирующим устройством. Для рассматриваемой схемы

$$U_{вых} = U_m K_1 \sin \alpha_d \sin \alpha_n + U_m K_2 \cos \alpha_d \cos \alpha_n = \\ = U_m \left[ \frac{K_1 + K_2}{2} \cos(\alpha_d - \alpha_n) + \frac{K_2 - K_1}{2} \cos(\alpha_d + \alpha_n) \right].$$

При малых углах рассогласования, полагая  $\alpha_d - \alpha_n = \frac{\pi}{2} - \Delta\alpha$  и считая  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \Delta\alpha\right) \approx \Delta\alpha$ , а  $\cos(\alpha_d + \alpha_n) \approx \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin 2\alpha$  получим:

$$\Delta U_{вых} = U_m \frac{K_1 + K_2}{2} \left[ \Delta\alpha - \frac{K_2 - K_1}{K_2 + K_1} \sin 2\alpha \right] = \\ = U_m K \left[ \Delta\alpha - \frac{\Delta K}{2K} \sin 2\alpha \right],$$

где  $K$  — средний коэффициент усиления обоих усилителей;  $\Delta K = K_2 - K_1$  — комплексная величина, определяемая разностью модулей и фаз коэффициентов усиления  $K_1$  и  $K_2$ .

Из условия, что в положении согласования  $\Delta U_{вых}$  должно быть минимальным, получим выражение для угловой погрешности (мин) дистанционной передачи [Л. 1]:

$$\Delta\alpha = 1720 \sin 2\alpha \operatorname{Re} \frac{\Delta K}{K}.$$

Отношение минимального (остаточного) напряжения  $\Delta U$  к крутизне  $\rho$

$$\frac{\Delta U}{\rho} = 1720 \sin 2\alpha \operatorname{Im} \frac{\Delta K}{K}.$$

В схеме рис. 4 можно считать, что корректирующее устройство подключено к СКТ-датчику для компенсации только его погрешностей, а СКТ-приемник включен без коррекции, точно также можно считать, что корректирующее устройство компенсирует погрешности СКТ-приемника, а СКТ-

датчик не имеет коррекции. Выражения для угловой погрешности  $\Delta\alpha$  и отношения остаточного сигнала к крутизне  $\frac{\Delta U}{\rho}$  относятся, таким образом,

как к корректирующему устройству СКТ-датчика, так и СКТ-приемника. Следовательно, требования по величине и стабильности коэффициентов усиления  $K_1$  и  $K_2$  одинаковы для обоих СКТ. Обозначим  $\delta K$  — относительное отклонение модулей коэффициентов усиления,  $\Delta\varphi$  — разность фазовых сдвигов усилителей. Учитывая, что эти величины малы, можно показать, что

$$\operatorname{Re} \frac{\Delta K}{K} \approx \delta K \text{ и } \operatorname{Im} \frac{\Delta K}{K} \approx \Delta\varphi.$$

Тогда формулы  $\Delta\alpha$  и  $\Delta U/\rho$  запишутся в следующем виде:

$$\Delta\alpha = 1720 \delta K \sin 2\alpha; \quad (1)$$

$$\frac{\Delta U}{\rho} = 1720 \Delta\varphi \sin 2\alpha. \quad (2)$$

Из (1) и (2) видно, что наиболее жесткие требования к равенству коэффициентов усиления предъявляются при углах поворота, близких к  $45^\circ$ . Однако часто СКТ работают в зоне малых отклонений. В этом случае для обеспечения заданной точности СКТ требования к усилителям по равенству их коэффициентов усиления, определяемые из формул (1) и (2), могут быть менее жесткими.

Дополнительная погрешность СКТ возникает также при неодинаковых входных сопротивлениях двух каналов корректирующего устройства.

Угловая погрешность  $\Delta\alpha$  и отношение остаточного напряжения к крутизне  $\Delta U/\rho$  при несимметричной нагрузке СКТ-датчика равны [Л. 1]:

$$\Delta\alpha = 1720 \operatorname{Re} \frac{\Delta Z/Z_n}{1 + Z_{вых}/Z_n} \sin 2\alpha; \quad (3)$$

$$\frac{\Delta U}{\rho} = 1720 \operatorname{Im} \frac{\Delta Z/Z_n}{1 + Z_{вых}/Z_n} \sin 2\alpha, \quad (4)$$

где  $Z_{вых}$  — выходное сопротивление датчика;  $Z_n$  — средняя величина сопротивления нагрузки фаз датчика;  $\Delta Z$  — отклонение сопротивлений нагрузки фаз датчика.

Для СКТ-датчика нагрузкой является только само корректирующее устройство. Поскольку при регулировке СКТ-датчика угловая погрешность компенсируется, то отклонение входных сопротивлений корректирующего устройства приводит только к изменению остаточного напряжения.

Отклонение входных сопротивлений корректирующего устройства, используемого с СКТ-приемником, вызывает как угловую погрешность, так и увеличение остаточного сигнала за счет влияния на СКТ-датчик, к которому подключается этот СКТ-приемник. При этом следует учитывать, что к СКТ-датчику могут подключаться, помимо данного СКТ-приемника с корректирующим устройством, другие нагрузки: СКТ-приемники, вычислители или иные устройства. В таких случаях  $Z_n$  — это полная нагрузка фазы СКТ-датчика, вычисленная как эквивалентное сопротивление всех устройств, подключенных к нему, а  $\Delta Z$  — отклонение эквивалентных нагрузок фаз датчика.

В качестве  $Y1$  и  $Y2$  можно применить операционные усилители, имеющие большой (десятки

тысяч) разомкнутый коэффициент усиления по напряжению.

Замкнутый коэффициент усиления таких усилителей определяется формулой [Л. 2]:

$$K = -\frac{K_0 R_{0.c}}{R_{вх} + R_{0.c} + K_0 R_{вх}} = -\frac{K_0 (1 - \beta)}{1 + \beta K_0}, \quad (5)$$

где  $R_{вх}$  и  $R_{0.c}$  — входное сопротивление и сопротивление обратной связи;  $K_0$  — разомкнутый коэффициент усиления;  $\beta = R_{вх}/R_{вх} + R_{0.c}$  — коэффициент обратной связи.

Нестабильность замкнутого коэффициента усиления при изменении параметров элементов схемы найдем из полного дифференциала коэффициента усиления  $K$  (5).

Переходя к малым приращениям, можем записать:

$$\delta K \approx \frac{\delta K_0}{1 + \beta K_0} - \frac{K}{1 + K} (\delta R_{вх} - \delta R_{0.c}), \quad (6)$$

где  $\delta R_{0.c} = \frac{\Delta R_{0.c}}{R_{0.c}}$  и  $\delta R_{вх} = \frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}$  — относительные изменения входного сопротивления и сопротивления обратной связи;  $\delta K = \frac{\Delta K}{K}$  и  $\delta K_0 = \frac{\Delta K_0}{K_0}$  — относительные изменения замкнутого и разомкнутого коэффициентов усиления усилителя.

Из выражения (6) видно, что при больших значениях  $K_0$  нестабильность замкнутого коэффициента усиления определяется разностью относительных изменений входного сопротивления и сопротивления обратной связи. При использовании в качестве  $R_{вх}$  и  $R_{0.c}$  обычных дискретных резисторов для обеспечения требуемой стабильности  $\delta K$  (десятые доли процента) приходится тщательно подбирать эти электроэлементы таким образом, чтобы их  $TKC$  (температурные коэффициенты сопротивления) были близки друг другу, что является весьма трудоемкой операцией.

Значительно лучшие результаты получаются при использовании в качестве сопротивлений  $R_{вх}$  и  $R_{0.c}$  пленочных резисторов, изготовленных в едином технологическом процессе, на одной подложке и из одного резистивного материала. В этом случае разность относительных изменений сопротивлений очень мала и не превышает 0,05% во всем рабочем интервале температур.

Согласно (6) нестабильность замкнутых коэффициентов усиления  $U1$  и  $U2$  равна:

$$\delta K_1 = \frac{\delta K_{01}}{1 + \beta_1 K_{01}} - \frac{K_1}{1 + K_1} [\delta R_{вх1} - \delta R_{0.c1} + \frac{R_{пер1}}{R_{вх1}} \delta R_{пер1}];$$

$$\delta K_2 = \frac{\delta K_{02}}{1 + \beta_2 K_{02}} - \frac{K_2}{1 + K_2} [\delta R_{вх2} - \delta R_{0.c2}],$$

где

$$\delta R_{пер1} = \frac{\Delta R_{пер1}}{R_{пер1}}.$$

При использовании в качестве регулировочных сопротивлений  $R_{пер1}$  и  $R_{пер2}$  резисторов типа СП5-14; величина  $\delta R_{пер}$  составляет менее 0,4% в диапазоне температур от  $-60^\circ$  до  $+100^\circ C$ .

Обозначим  $\delta R_{вх} - \delta R_{0.c} = \delta R_{пл}$ . Поскольку величины  $K_0$ ,  $R_{0.c}$ ,  $R_{вх}$  для обоих усилителей соответственно близки, и исходя из случайного характера изменения значений  $\delta K_0$ ,  $\delta R_{0.c}$  и  $\delta R_{пер1}$  можно записать:

$$\delta K_1 - \delta K_2 = \delta K = \sqrt{2 \left( \frac{\delta K_0}{1 + \beta K_0} \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{1 + K} \right)^2 \delta R_{пл}^2 + \left( \frac{R_{пер1}}{R_{вх1}} \right)^2 \delta R_{пер1}^2}. \quad (7)$$

Учитывая, что элементами цепи обратной связи являются активные сопротивления  $R$ , фазовые сдвиги, вносимые каждым усилителем, определяются формулами [Л. 2]:

$$\operatorname{tg} \Delta \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{01}}{1 + \beta K_{01}}; \quad \operatorname{tg} \Delta \varphi_2 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{02}}{1 + \beta K_{02}},$$

где  $\varphi_{01}$  и  $\varphi_{02}$  — фазовые сдвиги разомкнутых  $U1$  и  $U2$ , которые в усилителях постоянного тока на низких частотах (до 1000 гц) обычно не превышают  $20-30^\circ$ . В этом случае можно считать, что  $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ . Тогда формулы фазового сдвига можно записать в виде:

$$\Delta \varphi_1 \approx \frac{\varphi_{01}}{1 + \beta K_{01}}; \quad \Delta \varphi_2 \approx \frac{\varphi_{02}}{1 + \beta K_{02}}.$$

Разность фазовых сдвигов обоих усилителей, которая, как было указано выше, приводит к увеличению остаточного напряжения, равна  $\Delta \varphi = \Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_2$  и может быть оценена по формуле:

$$\Delta \varphi \approx \sqrt{2} \frac{\varphi_0}{1 + \beta K_0}, \quad (8)$$

где  $\varphi_0$  — максимальный фазовый сдвиг разомкнутого усилителя во всех условиях эксплуатации.

Точность компенсации корректирующим устройством неперпендикулярности фаз  $\Delta \alpha$  определяется стабильностью коэффициента  $\varepsilon$ , выражающего долю напряжения синусной фазы СКТ, складываемую с напряжением косинусной фазы. Анализируя схему корректирующего устройства, находим:

$$\varepsilon = \frac{R_{пер2}}{R + R_{пер2}}.$$

Нестабильность коэффициента  $\varepsilon$  равна:

$$\delta \varepsilon = \frac{R}{R_{пер2} + R} (\delta R_{пер2} - \delta R).$$

Таким образом, с помощью описываемого корректирующего устройства неперпендикулярность фаз при всех условиях эксплуатации не может быть достигнута лучше, чем

$$\Delta \alpha_{\min} = 3440 \varepsilon \delta \varepsilon = 3440 \frac{R_{пер2}}{R} (\delta R_{пер2} - \delta R), \text{ мин}$$

(при условии, что  $R_{пер2} \ll R$ ).

С учетом случайного характера величин  $\delta R_{пер}$  и  $\delta R$  для оценки  $\Delta \alpha_{\min}$  можно пользоваться формулой:

$$\Delta \alpha_{\min} \approx 3440 \frac{R_{пер2}}{R} \sqrt{\delta R_{пер}^2 + \delta R^2}, \text{ мин}. \quad (9)$$

Формулы (1) — (9) позволяют оценить точность, которую может обеспечить СКТ с корректирующим устройством.

Примем, что  $\frac{R_{\text{пер}1}}{R_{\text{вх}1}} = \frac{R_{\text{пер}2}}{R} = 0,03$  (т. е. 3%), что

вполне достаточно как для компенсации неравенства коэффициентов усиления обоих усилителей из-за разброса величин сопротивлений, так и для компенсации погрешностей СКТ классов точности до 1%, имеющих угловые погрешности порядка  $\pm(30-35)$  угл. мин, и  $\delta R_{\text{пер}1,2} = 0,4\%$ ;  $\delta R_{\text{пл}} = 0,05\%$ ;  $K_0 = (1-5) \cdot 10^{-4}$ ;  $\delta K_0 = (60-70)\%$ ;  $\varphi_0 = 30^\circ$ ;  $K = 0,8$ ;  $\beta = 1/K = 1,25$ ;  $\delta R = 0,8\%$ .

По формуле (7) получим:  $\delta K = 0,00034$ .

Такое относительное неравенство коэффициентов усиления приводит в соответствии с (1), к угловой погрешности  $\Delta\alpha = 0,585 \sin 2\alpha$ , мин.

Разность фаз усилителей оценим, пользуясь соотношением (8),  $\Delta\varphi \approx 0,2$  [угл. мин]. В соответствии с (2) эта разность фаз может увеличить отношение остаточного сигнала к крутизне на величину  $\Delta U/\rho = 0,1 \sin 2\alpha$ , мин.

Величину неперпендикулярности фаз, которую может обеспечить СКТ с корректирующим устройством, определим по формуле (9)  $\Delta\alpha_{\text{min}} = 0,95$  мин.

Таким образом, угловая погрешность СКТ, создаваемая неперпендикулярностью фаз его обмоток и неравенством коэффициентов трансформации, мо-

жет быть с помощью электронного корректирующего устройства снижена с  $\pm(30-35)$  до  $\pm 1$  мин и удержана в этих пределах в достаточно широком диапазоне температур.

Кроме повышения точности электронное корректирующее устройство обеспечивает существенное улучшение электрических параметров СКТ. Выходное сопротивление СКТ-датчика с корректирующим устройством, очевидно, равно выходному сопротивлению операционного усилителя с глубокой отрицательной обратной связью, т. е. составляет доли ома. Входное сопротивление СКТ-приемника с корректирующим устройством на входе равно входному сопротивлению операционного усилителя, т. е. достигает сотен килоом. Указанные свойства позволяют успешно использовать СКТ с корректирующими устройствами в каскадных схемах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асиновский Э. Н. Исследование погрешностей малогабаритных синусно-косинусных трансформаторов в дистанционных передачах систем автоматики. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1968. (МИИТ).
2. Чесноков А. А. Решающие усилители. М., «Энергия», 1969.

[5.11.1974]



УДК 621.313.014.1

## Расчет электромагнитного поля многополюсного индукционного датчика угла поворота

МИНЦ М. Я., МАХОТИН Н. Д., ПУНГИН Л. М., САМОЙЛЕНКО Б. Ф.

Харьков

Индукционные многополюсные датчики угла поворота с торцевыми печатными обмотками типа индуктосин обладают высокой надежностью и точностью, достигающей единиц угловых секунд. Они просты по конструкции и весьма перспективны в системах передачи угла различных автоматических устройств. На закон распределения плотности тока в первичной обмотке датчика оказывает влияние частота входного напряжения, поперечные размеры и взаимное расположение проводников.

Электромагнитное поле индуктосина исследовалось в работах Сафонова Л. Н., Александрова Н. Н., Самойленко Б. Ф. и др. Так, Александровым Н. Н. с помощью конформного отображения получены выражения для комплексного потенциала и плотности тока в обмотках для случая сверхпроводящего материала обмоток. В этой статье предлагается метод расчета электромагнитного поля в индуктосине, использующий некомплексные потенциалы, а непосредственно составляющие электрического и магнитного полей. Проводится анализ гармонического состава электрического и магнитного полей и даются рекомендации по оптимизации конструкции индуктосина с целью подавления высших гармоник.

Если токоведущие проводники имеют высокую проводимость, а их поперечные размеры значительно превышают глубину проникновения элек-

тромагнитной волны, то, как известно, в первом приближении электрическое и магнитное поле можно считать поперечным. Во втором приближении по найденным поперечным составляющим могут быть определены продольные составляющие и потери энергии в проводниках.

На рис. 1 изображена развертка цилиндра, коаксиального оси датчика, на плоскость комплексного переменного  $z = x + iy$  и показаны следы пересечения проводников первичной обмотки с поверхностью цилиндра. Ширину проводников первичной обмотки обозначим через  $2a$ . Проводники распределены по оси  $x$  с периодом  $2t$ . Толщина проводников обычно значительно меньше их ширины, поэтому при расчете поперечных составляющих полей вне проводников ею можно пренебречь.

При отсутствии продольных составляющих поперечные составляющие полей связаны соотношениями, вытекающими из уравнений Максвелла:

$$E_x = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_y; \quad E_y = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_x; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (1)$$

поэтому функция

$$\Phi(z) = E_x - iE_y = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (H_y + iH_x) \quad (2)$$

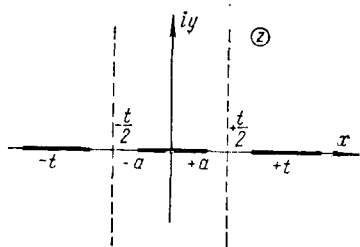


Рис. 1.

является аналитической функцией  $z = x + iy$ ;  $\Phi(z)$  — производная комплексного потенциала, так что

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= E_x + iE_y = \bar{\Phi}(z); \\ \dot{H} &= H_x + iH_y = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} i\bar{\Phi}(z). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Выразим функцию  $\Phi(z)$ , учитывая распределение поверхностных зарядов на проводниках  $\tau_K(x)$ , в виде интеграла типа Коши:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \int_{-a+\kappa}^{a+\kappa} \frac{\tau_K(x) dx}{x-z} = \\ &= -\frac{1}{2t\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{\tau(x) dx}{\sin \frac{\pi}{t}(x-z)}. \end{aligned} \quad (4)$$

При суммировании в (4) мы пользовались тем, что

$$\tau_K(x + \kappa t) = (-1)^{\kappa} \tau(x).$$

Граничное условие на поверхности проводников имеет вид:

$$E_x = \operatorname{Re} \Phi(x \pm i0) = 0 \quad (5)$$

при  $-a < x < a$ .

Вычислив предельные значения  $\Phi(x \pm i0)$ , найдем из (4):

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x + i0) &= -\frac{i}{2\epsilon_0} \tau(x) - \\ &- \frac{1}{2t\epsilon_0} V_0 P_0 \int_{-a}^a \frac{\tau(x') dx'}{\sin \frac{\pi}{t}(x' - x)}; \\ \Phi(x - i0) &= \frac{i}{2\epsilon_0} \tau(x) - \\ &- \frac{1}{2t\epsilon_0} V_0 P_0 \int_{-a}^a \frac{\tau(x') dx'}{\sin \frac{\pi}{t}(x' - x)}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В (6) символ  $V.P.$  означает главное значение интеграла. Учитывая граничное условие (5), получаем из (6)

$$\Phi(x + i0) + \Phi(x - i0) = 0. \quad (7)$$

Таким образом, задача определения полей сводится, как видно из (4), к отысканию аналитической вне отрезков  $-a + \kappa t \leq x \leq a + \kappa t$  и периодической с периодом  $2t$  функции, удовлетворяющей условию (7) и стремящейся к нулю при  $|z| \rightarrow \infty$  ( $y \neq 0$ ). Условие (7) показывает, что функция  $\Phi(z)$  имеет

корневые точки ветвления при  $x = \pm a + \kappa t$  ( $\kappa = 0, \pm 1, \dots$ ) и, следовательно, равна:

$$\Phi(z) = \frac{A}{\sqrt{\sin \frac{\pi}{t}(z-a) \sin \frac{\pi}{t}(z+a)}}. \quad (8)$$

Функция (8) удовлетворяет граничному условию (5), являясь аналитической во всей плоскости  $z$  за исключением особых точек  $z = \pm a + \kappa t$  и, следовательно, решает поставленную задачу.

Для определения постоянной интегрирования  $A$  воспользуемся законом полного тока

$$I_{\text{вх}} = -2 \int_{-a}^a H_{x(y=0)}^+ dx = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_{-a}^a E_{y(y=0)}^+ dx, \quad (9)$$

где  $I_{\text{вх}}$  — ток, протекающий через проводник.

Выражение для  $E_y^+$  на поверхности проводника найдем из (8)

$$E_{y(y=0)}^+ = \frac{A}{\sqrt{\sin(\alpha_0 - \alpha) \sin(\alpha_0 + \alpha)}} = \frac{A}{\sqrt{\sin^2 \alpha_0 - \sin^2 \alpha}}, \quad (10)$$

где  $\alpha = \frac{\pi}{t} x$ ,  $\alpha_0 = \frac{\pi}{t} a$ .

Подставляя выражение для  $E_y^+$  из (10) в (9), полагая  $\sin \alpha_0 = k$  и вводя новую переменную  $\sin \alpha = k \sin \varphi$ , получаем выражение для постоянной

$$A = \frac{I_{\text{вх}} \pi}{4t \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} K(\sin \alpha_0)}, \quad (11)$$

где  $K(\sin \alpha_0)$  — полный эллиптический интеграл I рода.

Разделив на вещественную и мнимую части функцию

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= u(\delta, \alpha) + i v(\delta, \alpha) = \\ &= \frac{A}{\sqrt{\sin(\alpha - \alpha_0 + i\delta) \sin(\alpha + \alpha_0 + i\delta)}}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\delta = \frac{\pi}{t} h$  ( $h$  — расстояние от осей проводников

первичной обмотки до осей проводников вторичной обмотки), получим выражения для составляющих магнитного поля индуктосина в плоскости вторичной обмотки:

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} G(\delta, \alpha); \\ H_y &= A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} F(\delta, \alpha), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} G(\delta, \alpha) &= \sqrt{\frac{V(\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)^2 + (\sin 2\alpha \times}{(\cos 2\alpha_0 -} \\ &\rightarrow \frac{\times \operatorname{sh} 2\delta)^2 - (\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)}{-\cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)^2 + (\sin 2\alpha \operatorname{sh} 2\delta)^2}} \\ F(\delta, \alpha) &= \sqrt{\frac{V(\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)^2 +}{(\cos 2\alpha_0 -} \\ &\rightarrow \frac{+ (\sin 2\alpha \operatorname{sh} 2\delta)^2 + (\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)}{-\cos 2\alpha \operatorname{ch} 2\delta)^2 + (\sin 2\alpha \operatorname{sh} 2\delta)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

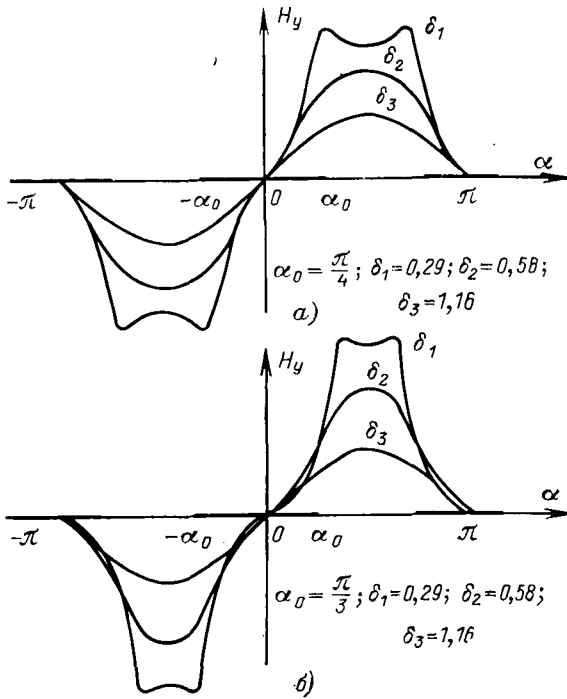


Рис. 2.

Кривые  $H_y$ , рассчитанные для трех значений величины воздушного зазора, приведены на рис. 2, из которого видно, что при малом значении  $\delta$  распределение поля существенно отличается от синусоидального, а вблизи края проводника безгранично растет при  $\delta \rightarrow 0$ . С увеличением воздушного зазора распределение электромагнитного поля в плоскости вторичной обмотки стремится к синусоидальному, при этом амплитудные значения составляющих поля, уменьшаясь, стремятся к нулю.

Используя (13) и (14) и пренебрегая влиянием проводников вторичной обмотки на распределение поля, можно известными методами рассчитать такие параметры датчика, как индуктивное и емкостное сопротивления первичной обмотки, а также коэффициент взаимной индукции между проводниками первичной и вторичной обмоток.

Погрешность индуктосина, работающего в режиме фазовращателя, пропорциональна степени несинусоидальности выходного напряжения в функции угла поворота ротора относительно статора. Искажение формы выходного сигнала вызвано в основном несинусоидальностью распределения магнитного поля вдоль воздушного зазора индуктосина.

Известно, что в индуктосине с количеством пар полюсов, равным 128, для получения точности не хуже 5—4 сек по углу поворота коэффициент искажений не должен превышать 0,15%. Если не принимать специальных мер, содержание гармоник в кривой выходного напряжения индуктосина может составлять единицы процентов, а ошибка измерения угла достигнуть десятков секунд. Учитывая это обстоятельство, анализу формы магнитного поля и способам проектирования обмоток, обеспечивающих низкий уровень содержания пространственных гармоник как в кривой распределения

магнитного поля, так и в выходном сигнале, уделяется большое внимание.

Для анализа магнитного поля индуктосина разложим составляющие  $H_x$  и  $H_y$  в ряд Фурье. Проще всего это разложение может быть получено непосредственно из (12). Для этого запишем  $\Phi(z)$  в виде:

$$\Phi(z) = -2iAe^{-\delta+i\alpha}\{1-2e^{-\delta+i2\alpha} = e^{2\alpha_n} + e^{-\delta+i4\alpha}\}^{-1/2}. \quad (15)$$

Используя известную формулу для производящей функции полиномов Лежандра  $P_n(x)$

$$(1-2tx+t^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n, \quad (16)$$

получаем:

$$\Phi(z) = -2iA \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos 2\alpha_0) e^{-(2n+1)\delta} e^{(2n+1)i\alpha}. \quad (17)$$

Отделяя вещественную и мнимую части в (17), найдем:

$$\left. \begin{aligned} H_y(\alpha) &= 2A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos 2\alpha_0) \times \\ &\times e^{-(2n+1)\delta} \sin(2n+1)\alpha; \\ H_x(\alpha) &= -2A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos 2\alpha_0) \times \\ &\times e^{-(2n+1)\delta} \cos(2n+1)\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Из (18) следует, что форма магнитного поля в воздушном зазоре индуктосина зависит только от параметров первичной обмотки и величины воздушного зазора. В частности, амплитуда 3-й гармоники поля, равная  $2AP_1(\cos 2\alpha_0)e^{-3\delta}$  (где  $P_1(x) = x$ ), будет отсутствовать при  $\alpha_0 = \pi/4$ , а так как при нечетном индексе полинома Лежандра значение  $P_{(2n+1)}(0) = 0$ , то в кривых распределения магнитного поля вдоль воздушного зазора при  $\alpha_0 = \pi/4$  будут присутствовать лишь гармоники порядка  $4n+1$ , и выражения для  $H_y$  и  $H_x$  при этом примут вид:

$$\left. \begin{aligned} H_y(\alpha) &= 2A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \times \\ &\times \frac{(2n-1)!!}{2n!!} e^{-(4n+1)\delta} \sin(4n+1)\alpha; \\ H_x(\alpha) &= -2A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \times \\ &\times \frac{(2n-1)!!}{2n!!} e^{-(4n+1)\delta} \cos(4n+1)\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Сафоновым Л. Н. для подавления 3-й гармоники поля при условии равномерного распределения плотности тока было получено значение  $\alpha_0 = \pi/3$ , откуда следует, что при реальных частотах оптимальное значение угла  $\alpha_0$  лежит в пределах

$$\frac{\pi}{4} < \alpha_0 < \frac{\pi}{3}.$$

Коэффициент нелинейных искажений формы электромагнитного поля определяется формулой:

$$K_n = \sum_{n=0}^{\infty} P_n^2 (\cos 2\alpha_0) e^{-4n\delta} - 1. \quad (20)$$

Для преобразования (20) к виду, удобному для анализа, вычислим интеграл

$$J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \Phi(z) \overline{\Phi(z)} dz. \quad (21)$$

Применив формулу (15), произведение сопряженных функций  $\Phi(z) \overline{\Phi(z)}$  получим в виде:

$$\Phi(z) \overline{\Phi(z)} = 2A^2 [c - 2b \cos 2\alpha + \cos^2 \alpha]^{-\frac{1}{2}}, \quad (22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} c &= \operatorname{ch}^2 2\delta - \sin^2 2\alpha_0; \\ b &= \cos 2\alpha_0 \operatorname{ch} 2\delta. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

С учетом (22)

$$J = 2A^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} [c - 2b \cos 2\alpha + \cos^2 \alpha]^{-\frac{1}{2}} d\alpha. \quad (24)$$

Вычисляя интеграл (24), найдем:

$$J = \frac{4A^2}{\eta} kK(k), \quad (25)$$

где  $\eta = \sin 2\alpha_0$ ,  $k = \frac{\eta}{\operatorname{sh}^2 2\delta + \eta^2}$ ,  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл I рода.

Применяя (17), для интеграла (21) будем иметь

$$J = 4\pi A^2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n^2 (\cos 2\alpha_0) e^{-(2n+1)\delta}. \quad (26)$$

Сравнивая (26) и (20) с учетом (25), для коэффициента нелинейных искажений получим формулу:

$$K_n^2 = \frac{e^{2\delta}}{\pi\eta} kK(k) - 1. \quad (27)$$

Исследуем характер изменения коэффициента  $K_n$  и определим параметры датчика, при которых он является минимальным.

Можно легко показать, что первое слагаемое формулы (27), равное

$$y = \frac{e^{2\delta}}{\pi\eta} kK(k), \quad (28)$$

в пределах изменения аргумента функции  $K$  от 0 до 1 положительно, больше единицы и стремится

к ней при  $\delta \rightarrow \infty$ . Следовательно, исследование на минимальное значение коэффициента  $K_n$  равнозначно исследованию функции  $y$  в зависимости от параметра  $\eta$  на минимум.

Представим (28) в виде:

$$y = \frac{e^{2\delta}}{\pi} kK(k) = \frac{e^{2\delta}}{\pi} \frac{k'}{d} K(k), \quad (29)$$

где

$$k' = \frac{\eta}{\sqrt{1-k^2}}; \quad d = \operatorname{sh} 2\delta.$$

Продифференцируем ее по модулю  $k$ :

$$y' = \frac{e^{2\delta}}{\pi d} \left( k' \frac{dK}{dk} + K \frac{dk'}{dk} \right) = \frac{e^{2\delta}}{\pi} \frac{kk'}{d} \left( \frac{1}{k} \frac{dk}{dk} - \frac{K}{k'^2} \right). \quad (30)$$

Рассматривая интеграл  $K$  как функцию аргумента  $x = k^2$ , первое слагаемое в скобках формулы (30) можно представить так:

$$\frac{1}{k} \frac{dK}{dk} = 2 \frac{dK}{dx} = \frac{E}{x(1-x)} - \frac{K}{x}. \quad (31)$$

С учетом (31) выражение для  $y'$  получим в виде:

$$y' = \frac{e^{2\delta}}{\pi} \frac{E-K}{dkk'} < 0. \quad (32)$$

Из (32) следует, что производная  $y'$  по модулю  $k$  всегда отрицательна, и, следовательно, функция  $y$  — убывающая, отсюда минимальное ее значение будет при максимально возможном значении модуля  $k$  или при минимально возможном значении

$$\left( \frac{k'}{k} \right)_{\min}^2 = \left( \frac{1-k^2}{k^2} \right)_{\min} = \left( \frac{d}{\eta} \right)_{\min}^2. \quad (33)$$

Переменная  $\eta$  изменяется от 0 до 1, и поэтому минимальное значение (33) может быть только при  $\eta=1$ , т. е. при  $\alpha_0 = \pi/4$ .

Таким образом, исследуя зависимость коэффициента  $K_n$  от параметров датчика, приходим к выводу, что наименьший коэффициент нелинейных искажений в области больших частот и высокой проводимости проводников обмотки имеет место также при  $\alpha_0 = \pi/4$  и оказывается при этом равным

$$(K_n^2)_{\min} = \frac{e^{2\delta}}{\pi \operatorname{ch} 2\delta} K \left( \frac{1}{\operatorname{ch} 2\delta} \right) - 1. \quad (34)$$

С увеличением  $\delta$  величина  $(K_n)_{\min}$  экспоненциально убывает, стремясь к нулю.

Формула (34) позволяет выбрать значение  $\delta$ , обеспечивающее заданную величину коэффициента искажений, а следовательно, и заданную точность.

[26.2.1974]





# Применение метода определяющих состояний к решению смешанных задач электростатики

ЛИСИЦИН Э. М.

При рассмотрении электростатической задачи для однородной изотропной среды в основе метода определяющих состояний [Л. 1] лежит формула Грина [Л. 2]:

$$\int_{\Omega} (v \Delta u - u \Delta v) d\Omega = \int_S \left( v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right) dS. \quad (1)$$

Здесь  $\Omega$  — некоторая область (сколь угодно сложной формы, двух- или трехмерная), ограниченная замкнутой поверхностью  $S$ ;  $u, v$  — функции, принадлежащие классу  $C_2$  (дважды непрерывно дифференцируемые);  $\frac{\partial}{\partial n}$  — оператор дифференцирования по внешней нормали к поверхности области.

Смешанная электростатическая задача формулируется следующим образом: отыскать распределение поля в области  $\Omega$ , если потенциал поля  $u$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Delta u = \Phi \quad (2)$$

и краевым условиям

$$u|_{S_1} = f_1; u|_{S_2} = f_2, \dots; \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S_i} = f_i (S = S_1 + S_2 + \dots + S_i). \quad (3)$$

Согласно (2) функция, описывающая распределение потенциала в области  $\Omega$ , принадлежит классу  $C_2$ . Поэтому для отыскания этой функции может быть использована формула Грина (1).

Для нахождения функции  $u$ , выражающей искомый потенциал поля, с помощью формулы Грина (1) необходимо, во-первых, построить функцию  $v$ , во-вторых, «привязать» возможное решение получаемого из (1) уравнения к дифференциальному уравнению (2) и краевым условиям (3) задачи. Функция  $v$  ( $v \in C_2$ ) может быть легко построена.

Пусть  $v = v_1$ , тогда выражение (1) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (v_1 \Delta u - u \Delta v_1) d\Omega &= \left( \int_{S_1} v_1 \frac{\partial u}{\partial n} dS + \right. \\ &+ \int_{S_2} v_1 \frac{\partial u}{\partial n} dS + \dots + \int_{S_i} v_1 \frac{\partial u}{\partial n} dS \Big) - \\ &- \left( \int_{S_1} u \frac{\partial v_1}{\partial n} dS + \int_{S_2} u \frac{\partial v_1}{\partial n} dS + \dots + \int_{S_i} u \frac{\partial v_1}{\partial n} dS \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Для «привязки» решения уравнения (4) к условиям (2) и (3) вводим эти условия в левую и правую части (4). Одновременно сгруппируем члены, содержащие известные функции под интегралом:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u \Delta v_1 d\Omega + \int_{S_1} v_1 \frac{\partial u}{\partial n} dS + \int_{S_2} v_1 \frac{\partial u}{\partial n} dS + \dots \\ \dots + \left( - \int_{S_i} u \frac{\partial v_1}{\partial n} dS \right) = d_1; \end{aligned} \quad (5)$$

$$d_1 = \int_{S_1} f_1 \frac{\partial v_1}{\partial n} dS + \int_{S_2} f_2 \frac{\partial v_1}{\partial n} dS + \dots$$

$$\dots + \left( - \int_{S_i} v_1 f_i dS \right) + \int_{\Omega} v_1 \Phi d\Omega.$$

2. Обозначив  $A$  операции, проводимые над  $u$  и  $v$  в левой части (5), получаем:

$$A(u, v_1) = d_1. \quad (6)$$

Задавая  $n$  разными функциями  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , получаем систему  $n$  интегральных выражений, содержащих один и тот же оператор:

$$\left. \begin{aligned} A(u, v_1) &= d_1; \\ A(u, v_2) &= d_2; \\ &\dots \dots \dots \\ A(u, v_n) &= d_n. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Функции  $v_1, v_2, \dots, v_n$  в дальнейшем будем называть определяющими состояниями.

Система вида (7) может быть получена для любой электростатической задачи, исследующей поле в диэлектрической среде, диэлектрическая проницаемость которой не зависит от приложенного поля. При этом в зависимости от вида условий, заданных задачей, формы области и свойств среды изменяется вид оператора  $A$ .

Искомый потенциал поля  $u^*$  представим линейной комбинацией:

$$u^* = \sum_{i=1}^n a_i \psi_i, \quad (8)$$

где  $a_i$  — неопределенные численные коэффициенты;  $\psi_i$  — координатные функции [Л. 3], задаваемые независимо от краевых условий задачи.

После подстановки (8) в систему (7) и необходимых вычислений получаем систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными коэффициентами  $a_i$ :

$$\left. \begin{aligned} P_1(a_i) &= 0; \\ P_2(a_i) &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ P_n(a_i) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь  $P_1, P_2, \dots, P_n$  — полиномы от  $a_i$ .

Таким образом, метод определяющих состояний, как и другие прямые методы [Л. 6], позволяет свести электростатическую задачу с дифференциальным уравнением (2) и краевыми условиями (3) к алгебраической системе (9).

Замечательной особенностью метода определяющих состояний является возможность использования координатных элементов, не связанных краевыми условиями задачи. Это позволяет, во-первых, рассматривать задачи с самой сложной формой области и видом граничных условий, во-вторых, подчинить построение координатных функций соображениям, связанным с вычислительным процессом. Метод определяющих состояний открывает возможности широкого применения небольшого числа табулированных систем функций и вспомогательной числовой информации (в частности, значений интегралов по областям различной формы),

что способствует уменьшению трудоемкости этапа «алгебраизации» электростатической задачи.

Рассмотрим вопрос существования, единственности и сходимости приближенного решения, получаемого методом определяющих состояний. Отнесем функции, которые могут быть подставлены в формулы Грина вместо  $u$  и  $v$  соответственно к множеству искомым решений  $M^u$  и множеству определяющих состояний  $M^v$ . Так как в (1) под знаком интегрирования по области над  $u$  и  $v$  производится одна и та же операция  $\Delta$ , то

$$M^u = M^v = M. \quad (10)$$

В связи с этим искомые решения и определяющие состояния объединим общим названием — возможные состояния. Таким образом, множество  $M$  является множеством возможных состояний. Всякое возможное состояние, например  $v_i$ , включает в свой состав компоненты  $\frac{\partial v_i}{\partial n}$ ,  $\Delta v_i$  этого возможного состояния. Множество  $M$  является линейным, т. е. этому множеству принадлежат не только возможные состояния, но и их суммы, а также суммы произведений возможных состояний на численные коэффициенты.

Назовем базисом  $B_M$  множества  $M$  ( $B_M \in M$ ) подмножество функций, на основе которых для любого возможного состояния, например,  $u^*$ , можно построить возможное состояние — последовательность  $u_n^*$  вида (8), которое при  $n \rightarrow \infty$  покомпонентно сходится в среднем к компонентам  $u^*$  в соответствующих областях рассмотрения, определяемых областью и ее границами, рассматриваемыми в задаче, т. е. имеем:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_S [u^* - u_n^*]^2 dS &= 0; \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \int_S \left[ \frac{\partial u^*}{\partial n} - \frac{\partial u_n^*}{\partial n} \right]^2 dS &= 0; \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \int_\Omega [\Delta u^* - \Delta u_n^*] d\Omega &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Сузим множество  $M^v$  до подмножества  $T \in M$ , наложив на возможные состояния  $v_i$  однородные краевые условия:

$$\left. \begin{aligned} v_i|_{S_1} &= 0; \\ v_i|_{S_2} &= 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial v_i}{\partial n}|_{S_i} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

и потребовав, чтобы компоненты возможных состояний

$$\Delta v_i = \varphi_i, \quad (13)$$

где  $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$  — полная в  $M$  система функций. В результате (12) и (13) система (5) упростится:

$$\int_\Omega u \varphi_i d\Omega = b_i. \quad (14)$$

Существует функция  $u^*$ , удовлетворяющая системе (14). Покажем, что решение  $u^*$  единственно. Пусть существует некоторая другая функция  $u^*_1 \in T$ , отличная от  $u^*$ , также удовлетворяющая

системе (14). Тогда в  $T$  существует непрерывная, отличная от нуля, функция  $(u^* - u^*_1)$ , удовлетворяющая системе:

$$\int_\Omega (u^* - u^*_1) \varphi_i d\Omega = 0. \quad (15)$$

Равенство (15) в силу полноты системы функций  $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$  возможно только при условии

$$(u^* - u^*_1) = 0.$$

Таким образом, решение  $u^*$  единственно. Применение определяющих состояний из  $M$ , не отвечающих условиям (12) и (13), приведет к получению той же функции  $u^*$ , потому что функция  $u^*$  удовлетворяет условиям (2) и (3), т. е. является решением электростатической задачи. Единственность же решения электростатической задачи доказана в [Л. 4].

Из (11) следует:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_S u_n^* dS &= \int_S u^* dS; \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \int_S \frac{\partial u_n^*}{\partial n} dS &= \int_S \frac{\partial u^*}{\partial n} dS; \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \int_\Omega \Delta u_n^* d\Omega &= \int_\Omega \Delta u^* d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Коль скоро, согласно (16), приближенное решение задачи  $u_n^*$ , построенное с использованием базисных функций множества  $M$ , сходится к единственному решению  $u^*$ , то решение  $u_n^*$  также единственно. Итак, единственность решения электростатической задачи (2) и (3), получаемого методом определяющих состояний, доказана: введение в (4) условий (2) и (3) «сужает» множество  $M^u$  (непрерывных и сходящихся в среднем вместе со своими производными до 2-го порядка функций) до единственного элемента  $u_n^*$ , удовлетворяющего условиям (2) и (3) и формально сколь угодно точно приближающегося к искомому решению  $u^*$  задачи. Если теперь положить, что система функций  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$ , принадлежащая базису  $B_M$  и входящая в (8), является ортонормированной, то, наложив на определяющие состояния дополнительные условия (12) и  $\Delta v_i = \psi_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ , получим, что последовательность (8) при  $n \rightarrow \infty$  представляет собой ряд Фурье точного решения задачи  $u^*$  по системе  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$ . При этом входящие в (8) коэффициенты  $a_i$  являются коэффициентами Фурье по системе  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$ , определяемыми из выражения  $a_i = \int_\Omega u^* \psi_i d\Omega$ .

Действительно, на основании (12) и (13) и с учетом  $u = u_n^*$  система интегральных выражений (5) преобразуется к виду:

$$\int_\Omega u_n^* \psi_i d\Omega = b_i \quad (17)$$

или при  $n \rightarrow \infty$

$$\int_\Omega u^* \psi_i d\Omega = b_i.$$

При подстановке в это выражение последовательности (8) с учетом ортонормированности системы  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$  получаем  $a_i = b_i$ . Отсюда, не накладывая

дывая на определяющие состояния условий (12) и (17) и сохранив представление (8) через ортонормированную систему  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$ , имеем для (8) при  $n \rightarrow \infty$  тот же ряд Фурье, ибо по доказанному выше решение  $u^*$  — единственно.

Итак, если функции  $\psi_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) ортонормированы в  $M$  и для построения искомого решения применяются функции, принадлежащие  $B_M$ , то выражение (8) при  $n \rightarrow \infty$  является рядом Фурье функции  $u^*$ , представляющей точное выражение для потенциала по системе функций  $\{\psi_i\}_{i=1}^n$ . Этот факт открывает определенные возможности (с учетом непрерывности потенциала в диэлектрических средах) в представлении искомого решения в виде быстро сходящихся рядов [Л. 5 и 6]. Последнее обстоятельство является весьма важным с точки зрения корректности постановки электростатической задачи, решаемой методом определяющих состояний.

Рассмотренные выше положения метода определяющих состояний легко распространяются на случай с обобщенной формулой Грина. Обобщенная формула Грина имеет вид [Л. 7]:

$$\int_{\Omega} [vQ(u) - uQ'(v)] d\Omega = \int_S \left( v \frac{\partial u}{\partial n'} - u \frac{\partial v}{\partial n'} + uv \right) dS. \quad (18)$$

Здесь  $Q(u)$  и  $Q'(v)$  — соответственно основной и сопряженный дифференциальные операторы:

$$Q(u) = \sum_{i,k=1}^m A_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_{i=1}^m B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + Cu; \quad (19)$$

$$Q'(v) = \sum_{i,k=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} (A_{ik}v) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x_i} (B_i v) + Cv; \quad (20)$$

$A_{ik}$ ,  $B_i$ ,  $C$  — непрерывные вместе со своими производными до 2-го порядка включительно функции координат  $x_1, \dots, x_m$ ,  $A_{ik} = A_{ki}$ ;  $\frac{\partial}{\partial n'}$  — операция

дифференцирования по конормали [Л. 7];  $\Omega$  —  $m$ -мерная область с кусочно-гладкой границей  $S$ .

Использование в методе определяющих состояний обобщенной формулы Грина позволяет рассматривать электростатические задачи для неоднородных анизотропных (по отношению к свойству поляризации) диэлектрических сред.

Диэлектрическая проницаемость линейной [Л. 8] диэлектрической среды может быть представлена тензором  $\Pi$  ранга  $\epsilon$ , приведенным к диагональному виду:

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  — составляющие тензора  $\bar{\epsilon}$ , соответствующие координатам  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ .

Будем считать диэлектрик анизотропным, если не соблюдается равенство  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$ , и неоднородным, если хотя бы одна из составляющих тензора является функцией координаты  $\epsilon_i = \epsilon_i(\xi_i)$ ,  $i=1, 2, 3$ .

В [Л. 9] рассматривается прямолинейная аксиальная и сферическая анизотропия. В связи с этим получен дифференциальный самосопряжен-

ный [Л. 7] оператор уравнения для электростатического поля в неоднородной анизотропной среде, записанный в произвольной ортогональной системе координат:

$$Q(u) \equiv Q'(u) \equiv \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_{i=1}^3 \epsilon_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( \frac{h_1 h_2 h_3}{h_i^2} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \right) + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \xi_i} \right) \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \right). \quad (22)$$

В соответствии с (22) преобразована обобщенная формула Грина (18):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left\{ u \left[ \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_{i=1}^3 \epsilon_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( \frac{h_1 h_2 h_3}{h_i^2} \frac{\partial v}{\partial \xi_i} \right) + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \xi_i} \right) \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial v}{\partial \xi_i} \right) \right] - \right. \\ \left. - v \left[ \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_{i=1}^3 \epsilon_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( \frac{h_1 h_2 h_3}{h_i^2} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \right) + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \xi_i} \right) \left( \frac{1}{h_i} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \right) \right] \right\} d\Omega = \\ = \int_S \left[ u \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i \epsilon_i \frac{1}{h_i} \frac{\partial v}{\partial \xi_i} - v \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i \epsilon_i \frac{1}{h_i} \frac{\partial u}{\partial \xi_i} \right] dS. \quad (23) \end{aligned}$$

В (22) и (23)  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  — произвольные ортогональные координаты;  $h_1, h_2, h_3$  — коэффициенты Ламе, выбираемые в соответствии с системой координат [Л. 10];  $\vec{e}_i$  — орты выбранной системы координат.

Используя векторные операции, выражения (22) и (23) можно записать в виде:

$$Q(u) \equiv \sum_{i=1}^3 \epsilon_i (\nabla^2 u)_i + \overrightarrow{(\text{grad } \epsilon_i)} \overrightarrow{(\text{grad } u)}, \quad (24)$$

где  $(\nabla^2 u)_i$  —  $i$ -я ( $i=1, 2, 3$ ) составляющая функции  $\nabla^2 u$ ,

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [uQ(v) - vQ(u)] d\Omega = \\ = \oint_S (u \overrightarrow{(\text{grad } v)} - v \overrightarrow{(\text{grad } u)}) d\vec{S}. \quad (25) \end{aligned}$$

Методом определяющих состояний решен ряд электростатических задач. Приведем для примера задачу из [Л. 11], где требуется определить распределение потенциала поля в области, изображенной на рис. 1 (среда однородная изотропная). Граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} x=0 \\ x=1,0 \\ y=0, \\ y=1,0, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 0 \leq y \leq 1, 0, \quad u=0; \\ 0 \leq x \leq 1, 0, \quad u = \cos \frac{\pi x}{2}; \\ 0 \leq x \leq 1, 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

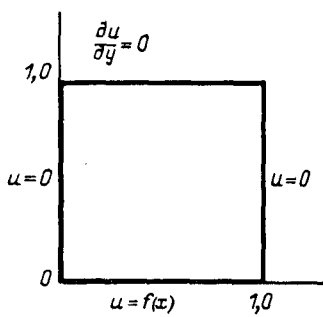


Рис. 1.

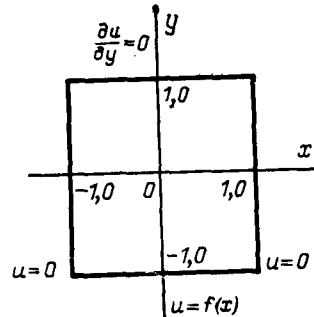


Рис. 2.

Искомое выражение для потенциала записываем в виде линейной комбинации:

$$u = \sum_{i,k} a_{ik} P_i(x) P_k(y), \quad (27)$$

где  $P_i(x)$ ,  $P_k(y)$  — полиномы Лежандра.

Определяющие состояния выражаем степенными функциями

$$v_{ik} = x^i y^k. \quad (28)$$

В (27) и (28)  $i=0, 2, 4, 6, 8$  благодаря симметричности функции  $\cos \frac{\pi x}{2}$  относительно оси  $y$ , имею-

щей место после несложного преобразования координат (рис. 2 и 3);  $k=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

В табл. 1 приведены значения коэффициентов  $a_{ik}$  последовательности (27).

Коэффициенты  $a_{ik}$  быстро уменьшаются с ростом  $i, k$ . Так, отношения  $\left| \frac{a_{02}}{a_{03}} \right| = 3,6$ ;  $\left| \frac{a_{03}}{a_{04}} \right| = 4,2$ ;  $\left| \frac{a_{04}}{a_{05}} \right| = 6,2$  и т. п. Это определяет хорошую сходимость полученного решения. Для оценки полученных результатов рассчитаны потенциал, его производные и  $\Delta^2 u$  в 15 точках (рис. 3). Результаты сведены в табл. 2 и 3.

В табл. 4 приведены значения потенциала и его производных, рассчитанные с помощью точного выражения, полученного в [Л. 11]:

$$u(x, y) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{\alpha} \sin \alpha \pi x \left\{ \frac{\operatorname{ch} [\alpha \pi (1-y)]}{\operatorname{ch} \alpha \pi} \right\},$$

где

$$C_{\alpha} = \frac{2}{\alpha} \int_0^1 \cos \frac{\pi x}{2} \sin \alpha \pi x dx.$$

Таблица 1

k	i				
	0	2	4	6	8
0	0,20189	-0,21789	0,01642	-0,00042	0,00000
1	-0,25203	0,27201	-0,02049	0,00051	-0,00002
2	0,13474	-0,14542	0,01094	-0,00026	0,00000
3	-0,03739	0,04036	-0,00303	0,00006	0,00001
4	0,00892	-0,00964	0,00071	0,00002	-0,00002
5	-0,00144	0,00156	-0,00011	-0,00001	-0,00002
6	0,00023	-0,00026	0,00000	0,00003	-0,00001

Сравним полученные результаты для потенциала и его производных с данными табл. 4 и крайними условиями, а полученные значения  $\nabla^2 u$  — с равенством  $\nabla^2 u = 0$ .

Разность между вычисленными значениями потенциала и точным значением  $u=0$  на границе области, по сравнению с наибольшим значением потенциала  $u=1$ , составляет доли процента. Весь-

Таблица 2

Номера точек	Система координат рис. 1		Система координат рис. 2		Значение $u(x, y)$
	x	y	x	y	
1	0	1,0	0	1,0	0,08627
2	0,5	1,0	0,5	1,0	0,06100
3	1,0	1,0	1,0	1,0	-0,00005
4	0	0,75	0	0,5	0,11429
5	0,5	0,75	0,5	0,5	0,08081
6	1,0	0,75	1,0	0,5	-0,00002
7	0	0,5	0	0	0,21645
8	0,5	0,5	0,5	0	0,15306
9	1,0	0,5	1,0	0	0,00002
10	0	0,25	0	-0,5	0,45919
11	0,5	0,25	0,5	-0,5	0,32469
12	1,0	0,25	1,0	-0,5	-0,00002
13	0	0	0,5	-1,0	0,99998
14	0,5	0	0,5	-1,0	0,70720
15	1,0	0	1,0	-1,0	-0,00010

Таблица 3

Номера точек	Производные потенциала и значение		
	$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{\partial u}{\partial y}$	$\Delta^2 u$
1	0,00000	0,00054	0,01099
2	-0,09585	0,00032	0,00654
3	-0,13652	-0,00103	-0,02529
4	0,00000	-0,11754	0,00097
5	-0,12692	-0,08313	0,00000
6	-0,17980	-0,00004	-0,00113
7	0,00000	-0,31202	0,00079
8	-0,24044	-0,22064	-0,00025
9	-0,33973	0,00004	0,00092
10	0,00000	-0,70824	-0,00059
11	-0,51001	-0,50078	0,00025
12	-0,72158	-0,00010	-0,00108
13	0,00000	-1,56450	-0,00636
14	-0,11090	-1,10690	-0,00725
15	-1,57260	0,00184	-0,04829

Таблица 4

Номера точек	$u(x, y)$	$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{\partial u}{\partial y}$
1	0,08640	0	0
2	0,06109	-0,00592	0
3	0	-0,13565	0
4	0,11442	0	-0,11777
5	0,08091	-0,12703	-0,08327
6	0	-0,17964	0
7	0,21664	0	-0,31190
8	0,15316	-0,24047	-0,22052
9	0	-0,33006	0
10	0,45712	0	-0,70741
11	0,32322	-0,50747	-0,49827
12	0	-0,71765	0
13	1	0	-1,58250
14	0,70710	-1,11020	-1,10480
15	0	-1,57000	0

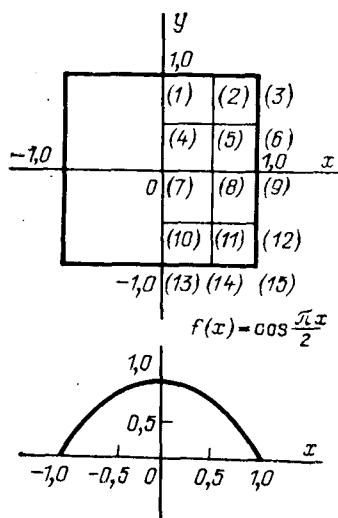


Рис. 3.

Таким образом, полученное приближенное решение фактически совпадает с точным. Выражения (27) и (28) могут быть применены для решения задач с разнообразными краевыми условиями. Координатные и определяющие состояния могут выражаться также тригонометрическими функциями, полиномами Якоби и т. д. Важно, что выбор этих функций может быть подчинен таким целям, как упрощение вычислительного процесса и получение требуемой точности решения. Так, например, выражая определяющие состояния гармоническими полиномами, получаем  $\Delta u_i = 0$ , вследствие чего отпадает необходимость в вычислении  $n^2$  интегралов вида  $\int_{\Omega} u \Delta u_i d\Omega$ , входящих в левые части уравнений системы (7). Опыт показывает, что применение в (8) алгебраических функций простого вида упрощает по сравнению с другими вариационными методами процессы вычисления интегралов и обработки результатов на 20—25%. Число членов ряда (8) выбирается тем большим, чем лучшая точность решения требуется.

ма точно решение удовлетворяет краевому условию  $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .

Погрешность по сравнению с наибольшим значением  $\frac{\partial u}{\partial y} = 1,56450$  составляет для точки 3 (максимальное значение погрешности) величину, меньшую 0,1%. Значения  $\nabla^2 u$ , приведенные в табл. 3, показывают, что полученное решение хорошо удовлетворяет уравнению Лапласа.

Однако явление неустойчивости вычислительного процесса [Л. 12] накладывает ограничения на возможность улучшения точности приближения с ростом  $n$ . В связи с этим представляется перспективным применение координатных элементов, построенных с использованием  $R$ -функций [Л. 13] и частично или полностью удовлетворяющих краевым условиям. В результате заметно снижается степень  $n$  системы линейных алгебраических уравнений, к которым сводится задача. Исследования показывают, что применение метода определяющих состояний с координатными функциями, удовлетворяющими граничным условиям, и в этом случае содержит возможности упрощения вычислительного процесса по сравнению с методами Рунца и Бубнова — Галеркина.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лисицин Б. М. К вопросу о расчете железобетонных плит сборных покрытий городских дорог.— В сб.: Наука и техника в городском хозяйстве. Вып. V. Киев, «Будивельник», 1966, с. 26—34.
2. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. II. М., ГИФМЛ, 1962, 628 с.
3. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М., «Наука», 1970, 512 с.
4. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М., ГИТТЛ, 1957, 620 с.
5. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., ГИФМЛ, 1963, т. III, 656 с.
6. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., ГИФМЛ, 1962, 708 с.
7. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. М., ГИФМЛ, 1962, 767 с.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Б. М. Электродинамика сплошных сред. М., ГИФМЛ, 1959, 532 с.
9. Нетушил А. В. Электрические поля в анизотропных средах.— «Электричество», 1950, № 3, с. 9—19.
10. Морс Ф. М., Фешбах Г., Методы теоретической физики. Т. I. М., Изд-во иностр. лит., 1958, 930 с.
11. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М., «Энергия», 1970, 376 с.
12. Гавурин М. К. Лекции по методам вычислений. М., «Наука», 1971, 248 с.
13. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев, «Техника», 1967, 211 с.

[13.2.1974]



УДК 621.315.55:538.311.001.24

## Определение плотности индуктированного тока методом коллокаций

Доктор техн. наук КОГАН М. Г.

Москва

Задача определения плотности тока, индуктированного в проводниках, возникает в теории нагрева металлов в электромагнитном поле при расчетах экранов, электромеханических преобразователей и т. д.

Рассмотрим систему неподвижных неферромагнитных проводников в квазистационарном электромагнитном поле. Изложенный ниже метод расчета такой системы при некотором усложнении вычислительного алгоритма может быть распространен и на ферромагнитные тела, а также на движущиеся проводники, в частности, в бегущем поле, с произвольным скольжением.

Ограничимся исследованием квазидвухмерных полей в соосных телах вращения, предположив, что величина плотности тока не зависит от азимутального угла. Разделим все объекты на две группы. К первой отнесем  $P_1$  короткозамкнутых одновитковых тел с искомым распределением плотности тока  $\delta$ , рассматриваемой как функция радиальной  $r$  и осевой  $z$  координат. Ко второй группе отнесем  $P_2$  секций индуктора, каждая из которых образована

последовательным соединением нескольких витков (в частности, одним витком) с искомыми токами  $I$ . Считаем заданными геометрические параметры всех объектов, их удельные электрические сопротивления  $\rho$ , полные сопротивления секций индуктора  $R$  и приложенные к ним комплексные э. д. с.  $E$ , изменяющиеся с круговой частотой  $\omega$  и произвольными сдвигами фаз, в частности, образующими трех- или многофазные системы.

Пусть  $p$  и  $q$  — текущие номера объектов первой или второй группы. Обозначим взаимную индуктивность между двумя круговыми контурами, обтекаемыми токами в телах первой группы, через  $M(p, q)$ ; между контуром в теле первой группы и секцией индуктора (объект второй группы) через  $\bar{M}(p, q)$ ; между двумя объектами второй группы — через  $\bar{\bar{M}}(p, q)$ . Тогда уравнения Кирхгофа можно представить в виде следующей системы интегральных уравнений Фредгольма относительно комплексных величин  $\delta$  и  $I$ :

$$[2\pi r \rho \delta]_p + j\omega \left\{ \sum_{q=1}^{p_1} \left[ \int M(p, q) \delta d\sigma \right]_q + \sum_{q=p_1+1}^{p_1+p_2} \bar{M}(p, q) I_q \right\} = 0; \quad p=1, \dots, p_1; \quad (1)$$

$$[RI]_p + j\omega \left\{ \sum_{q=1}^{p_1} \left[ \int \bar{M}(p, q) \delta d\sigma \right]_q + \sum_{q=p_1+1}^{p_1+p_2} \bar{\bar{M}}(p, q) I_q \right\} = E_p; \quad p=p_1+1, \dots, p_1+p_2. \quad (2)$$

Здесь интегрирование производится по площади меридионального сечения каждого из тел первой группы.

В [Л. 1] уравнение (1) решено численным методом, который отличается простотой вычислительного алгоритма. Однако при исследовании большой совокупности объектов предпочтительно применение прямых (полуаналитических) методов, основанных на представлении плотности тока в виде суммы априорно выбранных координатных функций  $\{\varphi_k\}$  с искомыми комплексными коэффициентами разложения  $\{a_k\}$ :

$$\delta^{(p)}(r, z) = \sum_k a_k^{(p)} \varphi_k^{(p)}(r, z); \quad p=1, \dots, p_1. \quad (3)$$

Основное преимущество такого подхода состоит в том, что при заданной точности аппроксимации решения можно обойтись вычислением гораздо меньшего количества коэффициентов  $a_k$ , чем требуется при непосредственном описании поля массивом значений сеточных функций [Л. 2]. Форма (3) удобна также в тех случаях, когда полученное решение используется в последующих расчетах, например, при определении джоулева тепла или электромагнитных сил.

Применение прямых (вариационных) методов к внутренним задачам электродинамики обосновано в [Л. 3]. Для расчета индуцированных токов в телах вращения [Л. 4] был использован метод моментов. Этот метод доставляет сходимость в среднем по области. Но его практическая реали-

зация связана с большим объемом вычислений, так как в  $N$ -мерной задаче мнимые компоненты элементов ее матрицы выражаются  $2N$ -мерными интегралами, ядра которых содержат в качестве множителей полные эллиптические интегралы.

Применим для решения поставленной задачи коллокационный метод [Л. 5], который отличается от других полуаналитических методов простотой вычислительного алгоритма. Подставим (3) в интегральные уравнения и потребуем тождественного удовлетворения (1) и (2) в узлах интерполяции, число которых в каждом теле первой группы прием равным количеству неизвестных коэффициентов  $\{a_k^{(p)}\}$ .

Относительно же тел второй группы заметим, что если секции индуктора содержат только по одному узлу интерполяции (соответственно числу искомым токам), то точность расчетов может оказаться недостаточной. Ввиду этого будем рассматривать в качестве неизвестных также и сторонние э. д. с., приходящиеся на каждый из витков, учитывая, что их сумма равна напряжению, приложенному к зажимам секции индуктора. Такой прием позволяет увеличить число точек интерполяции и, следовательно, улучшить точность расчетов. Мы получим таким образом систему линейных алгебраических уравнений относительно комплексных неизвестных. Действительные компоненты коэффициентов системы образуют квазидиагональную матрицу с элементами вида

$$\alpha = 2\pi r \rho \varphi(r, z), \quad (4)$$

а мнимые — всюду плотную матрицу с элементами

$$\beta = \omega \int M(p, q) \varphi(r, z) d\sigma. \quad (5)$$

Для дальнейшего упрощения вычислительного алгоритма и придания ему большей универсальности разделим массивные тела на вложенные одна в другую оболочки, по толщине стенки которых можно пренебречь изменением плотности тока, т. е. перейдем к квазиодномерной трактовке задачи. Ограничимся рассмотрением оболочек в виде усеченных конусов (в частности, дисков и цилиндров) вообще с переменной толщиной стенки, а тела более сложной формы заменим сочетанием этих элементов. Представим уравнение образующей каждого тела  $p$  с текущими координатами  $r$  и  $z$ , а также толщину  $d$  в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} r(p) &= r_1^{(p)} + s(r_2^{(p)} - r_1^{(p)}); \\ z(p) &= z_1^{(p)} + s(z_2^{(p)} - z_1^{(p)}); \\ d(p) &= d_1^{(p)} + s(d_2^{(p)} - d_1^{(p)}); \end{aligned} \right\} \quad p=1, 2, \dots, p_1+p_2; \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (6)$$

и выберем в качестве координатных функций степени параметра  $s$ , т. е. положим

$$\delta^{(p)}(s) = \sum_k a_k^{(p)} s^k. \quad (7)$$

При формировании матрицы системы уравнений исключим логарифмическую особенность из интегралов вида (5) и вычислим их по гауссовой фор-

муле. Взаимную индуктивность круговых контуров определим по формуле Максвелла:

$$M(p, q) = \mu_0 V \sqrt{[r(p) + r(q)]^2 + [z(p) + z(q)]^2} \times \\ \times \sum_{i=0}^n \eta^i [e_i - f_i \ln \eta],$$

где

$$\eta = \frac{[r(p) - r(q)]^2 + [z(p) - z(q)]^2}{[r(p) + r(q)]^2 + [z(p) + z(q)]^2}$$

— дополнительный модуль эллиптического интеграла;  $e_i$  и  $f_i$  — коэффициенты чебышевской аппроксимации эллиптических интегралов [Л. 6].

Решим систему уравнений методом Жордана с выделением главного члена. Предварительно приспособим этот метод к операциям непосредственно с комплексными коэффициентами, так как сведение к задаче с действительной матрицей удвоенного порядка невыгодно с вычислительной точки зрения. При исключении очередного неизвестного в качестве главного будем принимать элемент с наибольшим модулем в ведущем столбце.

Результатом расчетов является вектор-столбец комплексных коэффициентов в формулах (7) для плотности токов, а также токов и витковых э. д. с. в секциях индуктора. Получив таким образом аналитические выражения для плотностей токов, легко найти объемное распределение джоулева тепла, напряженности электромагнитного поля и составляющих пондеромоторных сил. Согласование же внешних характеристик источника и нагрузки достигается простым пересчетом приложенных напряжений и чисел витков в секциях индуктора по результатам пробного расчета.

Практическая реализация коллокационного метода предполагает применение ЦВМ для формирования матрицы и решения системы алгебраических уравнений высокого порядка. Необходимость экономного использования оперативной памяти и особенно машинного времени накладывает ограничения на общее количество неизвестных, подлежащих определению. Вследствие этого возникает задача такого выбора порядка аппроксимирующих полиномов и разбиения тел на элементы, при котором достигается компромисс между двумя противоречивыми требованиями: повышением точности результатов и уменьшением объема вычислений. Один из возможных подходов состоит в следующем.

Чем более сложным предполагается график распределения тока в данном теле, тем выше должен быть порядок аппроксимирующего полинома. Соответственно растет и число точек интерполяции. Однако при этом не гарантируется равномерная сходимость, поскольку интерполяционные полиномы высокого порядка могут давать экстремумы в промежутках между узлами. Более целесообразно подразделить тела на малые участки и для каждого выписать аппроксимирующий полином невысокого порядка. Здесь имеется полная аналогия с численным интегрированием посредством составных (так называемых «больших») квадратурных формул простой структуры вместо «малых» сложных формул.

Этот второй подход предпочтителен и в отношении проверки точности расчетов. Обычно на практике, не прибегая к априорным оценкам, сравнивают результаты двух последовательных расчетов с разным выбором порядка аппроксимирующих полиномов (7). Разбиение же основных объектов системы на составные части позволяет сделать заключение о достигнутой точности по результатам одного расчета, если проверить, насколько плавно переходят кривые распределения плотности тока через «внутренние» границы в пределах одного объекта. Удобной характеристикой погрешности реализации метода является также невязка между общей входной мощностью и суммой значений джоулева тепла, выделившегося во всех телах первой и второй групп.

В виде примера рассчитаем распределение плотности тока в системе, изображенной на рис. 1. Исходные данные для расчета приведены в табл. 1, а полученная в результате решения матрица коэффициентов аппроксимирующих полиномов в фор-

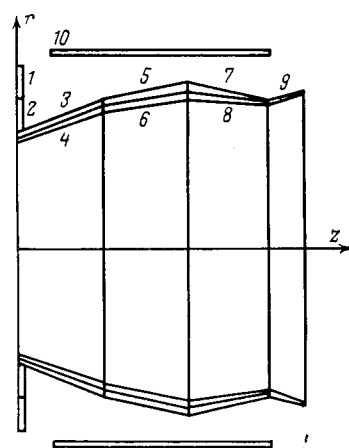


Рис. 1. Расположение объектов первой ( $p=1, 2, \dots, 9$ ) и второй ( $p=10$ ) групп в системе соосных тел вращения.

Таблица 1

Номер тела	Геометрические размеры, м						Удельное сопротивление, мком·м
	$r_1$	$r_2$	$z_1$	$z_2$	$d_1$	$d_2$	
1	0,5	0,6	0,0	0,0	0,002	0,002	0,8
2	0,4	0,5	0,0	0,0	0,002	0,002	0,8
3	0,4	0,5	0,0	0,25	0,001	0,002	1,0
4	0,398	0,498	0,0	0,25	0,001	0,002	1,0
5	0,5	0,55	0,25	0,50	0,002	0,003	1,0
6	0,498	0,547	0,25	0,50	0,002	0,003	1,0
7	0,55	0,498	0,50	0,75	0,003	0,001	1,0
8	0,547	0,498	0,50	0,75	0,003	0,001	1,0
9	0,498	0,51	0,75	0,85	0,002	0,002	0,8
10	0,55	0,65	0,1	0,75	0,003	0,003	0,02

Таблица 2

Номер тела	$10^{-3}a_0$		$10^{-3}a_1$		$10^{-3}a_2$	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im
1	21,90	201,84	47,29	382,56	-509,44	-157,01
2	40,22	57,51	24,81	46,99	-76,78	106,97
3	45,94	39,59	-87,14	146,27	-14,86	58,82
4	44,31	39,59	-72,85	141,35	-9,23	64,50
5	-61,82	247,71	84,16	53,15	-86,15	75,83
6	-42,93	248,72	93,054	-55,74	-68,09	78,73
7	63,02	269,5	77,61	-42,46	-72,43	18,98
8	-17,15	270,89	-4,40	43,98	-35,88	19,09
9	-51,42	30,04	83,54	37,58	-255,91	-28,76
10	0,0025	-0,0958	0	0	0	0

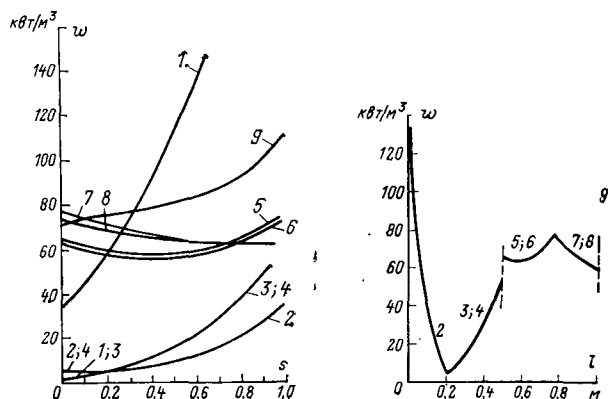


Рис. 2. Распределение удельной объемной мощности в объектах первой группы.

а — вдоль образующих отдельных участков; б — вдоль общей развертки.

мулах (7) — в табл. 2. Частота тока 2,4 кГц, приложенное напряжение  $E=100$  в. Порядок аппроксимирующих полиномов в телах первой группы ( $p=1, 2, \dots, 9$ ) равен  $M=2$ , число витков индуктора — 10.

Объемное распределение джоулева тепла

$$\omega = \rho [(Re\delta)^2 + (Im\delta)^2]$$

представлено на рис. 2.

Мощность, выделенная во всех телах, равна 692,1 вт, к. п. д. — 94%,  $\cos \varphi = 0,078$ . Подведенная мощность

$$\omega = ReI \cdot ReE + ImI \cdot ImE$$

составляет 751,9 вт. Таким образом, невязка не превышает 59,8 вт, что соответствует относительной погрешности 8,65%.

Пересчитаем теперь индуктор на напряжение 750 в и мощность 50 кВт, исходя из очевидного соотношения

$$Wn^2E^{-2} = Idem.$$

Число витков индуктора  $n$ , обеспечивающего согласование параметров источника и нагрузки, должно быть равно:

$$n = 10 \cdot \frac{750}{100} \sqrt{\frac{751,9}{50 \cdot 10^3}} \approx 9.$$

Заметим, что для повышения точности при том же количестве неизвестных величин можно было бы разбить объекты первой группы на большее число частей за счет уменьшения числа витков индуктора при пробном расчете. Обычно без чрезмерного увеличения объема вычислительной работы удастся снизить относительную невязку решения (по мощности) до 1—2%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. Киев, «Техника», 1967.
2. Колмогоров А. М., Тихомиров В. М. Е-энтропия и Е-емкость множеств в функциональных пространствах. — «Успехи математических наук», 1959, № 2, т. 14.
3. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренней задачи электродинамики. М., «Наука», 1967.
4. Каркер Я. И., Коган М. Г. Распределение плотности тока при индукционном нагреве тел вращения. — «Электричество», 1970, № 9.
5. Красносельский М. А. и др. Приближенное решение операторных уравнений. М., «Наука», 1969.
6. Hasting C. Approximations for digital computers. — «Princeton University press», 1955.

[9.12.1974]



#### НОВЫЕ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ЭНЕРГИЯ» КОТОРЫЕ РЕКОМЕНДУЮТСЯ ЧИТАТЕЛЯМ НАШЕГО ЖУРНАЛА.

Проектирование статических преобразователей. 1974. 408 с. Авт.: П. В. Голубев, В. М. Карпенко, М. Б. Коновалов и др.

Рассматриваются вопросы расчета и проектирования трехфазных транзисторных преобразователей постоянного тока в переменный. Содержатся рекомендации по выбору схем, узлов и элементов преобразователей. Анализируются несимметричные режимы работы.

Соколов М. М., Сорокин Л. К. Электропривод с линейными асинхронными двигателями. 1974. 136 с.

Рассматриваются вопросы теоретического и экспериментального исследования линейных асинхронных двигателей и электропривода возвратно-поступательного движения. Значительная часть материала посвящена исследованию характеристик, энергетике пуска и торможения линейных асинхронных двигателей с учетом и без учета электромагнитных переход-

ных процессов. Рассматриваются способы автоматического управления линейными асинхронными двигателями в приводе возвратно-поступательного движения. Даны теоретические зависимости, необходимые для проведения инженерных расчетов и проектирования линейных асинхронных двигателей и системы управления.

Электротехнический справочник. Том 1. Под ред. П. Г. Грудинского, Г. Н. Петрова, М. М. Соколова и др. Изд. 5-е, испр. 1974. 776 с.

Помещены сведения по теоретическим основам электротехники, электрическим явлениям в газах, электротехническим материалам, кабельным изделиям, силовым конденсаторам, электрическим машинам и аппаратам низковольтного напряжения. Введен новый раздел, посвященный общим вопросам исполнения электрооборудования.





## Лавинные транзисторы в схемах фазового управления тиристорами

Доктор техн. наук КАГАНОВ И. Л., канд. техн. наук ДЬЯКОНОВ В. П.,  
инж. ЗИЕНКО С. И.

Для фазового управления тиристорами в различных преобразовательных устройствах широко используются резисторно-конденсаторные релаксационные схемы управления с разрядом накопительного конденсатора на управляющий электрод тиристора через негатрон — прибор с S-образной вольт-амперной характеристикой [Л. 1 и 2]. В качестве негатронов используются неоновые лампы, маломощные динисторы, а в последнее время — однопереходные транзисторы и кремниевые лавинные диоды [Л. 2].

В большинстве простейших схем управления [Л. 2] выбор параметров негатронов противоречив. Например, если использовать низковольтные негатроны, то для получения требуемой амплитуды импульсов тока запуска тиристора нужно уменьшать сопротивление разрядной цепи. Однако в этом случае уменьшается длительность импульсов запуска, так как уменьшается постоянная времени разряда накопительного конденсатора. Увеличение постоянной времени за счет увеличения емкости конденсатора нежелательно, так как ведет к увеличению его габаритов и уменьшению предельной рабочей частоты. Увеличение напряжения включения негатронов позволяет при заданных сопротивлении разрядной цепи и длительности импульсов запуска повысить амплитуду последних, но в простейших схемах [Л. 2] ведет к уменьшению пределов плавной регулировки угла отпирания.

Необходимо также отметить, что обычно применяемые в схемах управления негатроны имеют сравнительно низкое

быстродействие. Этот недостаток пока не особенно существен ввиду большого времени включения тиристора. Однако в связи с тенденцией постоянного роста быстродействия вновь разрабатываемых тиристорных преобразователей возникает необходимость в повышении быстродействия схем управления. Малое время нарастания запускающих импульсов облегчает одновременный запуск нескольких тиристорных, например, при их последовательном или параллельном включении.

В данной работе рассматривается возможность построения схем управления тиристорами на лавинных транзисторах. В отличие от лавинных диодов лавинные транзисторы имеют базовый вывод и легко изменяемые S- и N-образные вольт-амперные характеристики [Л. 3 и 4]. Это позволяет разделить цепи регулировки угла отпирания тиристора от цепей заряда и разряда накопительного конденсатора. Благодаря этому можно существенно увеличить амплитуду разрядных (управляющих) импульсов, не уменьшая пределы регулировки угла отпирания. Малое (доли вольта) напряжение включения лавинного транзистора по базовой или эмиттерной цепи позволяет обеспечить в однополупериодных и двухполупериодных схемах регулировку угла отпирания в пределах от 0 до 180°.

Простейшая схема управления тиристором, построенная на лавинном транзисторе, приведена на рис. 1, а, а временные диаграммы, поясняющие ее работу — на рис. 1, б. На лавинном транзисторе  $T_1$  выполнен синхронизированный релаксационный генератор, содержащий зарядный резистор  $R_K$  и накопительный конденсатор  $C_N$ . Синхронизирующее однополупериодное напряжение  $U_{cx}$  подается на вход и ограничивается кремниевым стабилитроном  $D_2$ .

Для правильной работы схемы необходимо, чтобы синхронизирующее напряжение отрицательной полярности опережало рабочие полупериоды напряжения сети на 180° (рис. 1, б). При появлении синхронизирующего напряжения отрицательной полярности диод  $D_1$  открывается и конденсатор  $C_N$  заряжается до напряжения, близкого к напряжению пробоя стабилитрона  $D_2$  (малым падением напряжения на  $D_1$  пренебрегаем). Это происходит в начале роста синхронизирующего напряжения. Лавинный транзистор  $T_1$  при этом запирается и конденсатор  $C_N$  заряжается через резистор  $R_K$  до напряжения лавинного пробоя коллекторного перехода  $U_M$ .

В момент времени  $t_1$  синхронизирующее напряжение уменьшается до уровня, меньшего  $U_{np}$ . В результате этого диод  $D_1$  закрывается и начинается процесс разряда  $C_N$  через резистор  $R_N$ . В ходе этого разряда, длительностью которого определяется угол отпирания тиристора  $\alpha$ , напряжение на конденсаторе  $C_N$  уменьшается, стремясь перейти через нуль и достичь уровня управляющего напряжения  $U_y$ . В момент, когда напряжение на конденсаторе достигает напряжения включения лавинного транзистора со стороны эмиттера  $U_{э.вкл}$  (анализ показывает, что  $U_{э.вкл} \approx 0$  [Л. 3]), эмиттерный переход лавинного транзистора открывается и возникает релаксационный процесс разряда конденсатора  $C_N$  через лавинный транзистор и управляющий электрод тиристора.

Считая  $U_{э.вкл} = 0$ , найдем время разряда конденсатора

$$t_{разр} = C_N R_N \ln \frac{U_{np} + U_y}{U_{np}} \quad (1)$$

Время заряда конденсатора  $C_N$  от конечного уровня  $U_{cx} \approx U_B$  ( $U_B$  — напряжение пробоя транзистора  $T_1$  при обрыве базы) до начального  $U_M$

$$t_{зар} = C_N R_K \ln \frac{E_K - U_{cx}}{E_K - U_M} \quad (2)$$

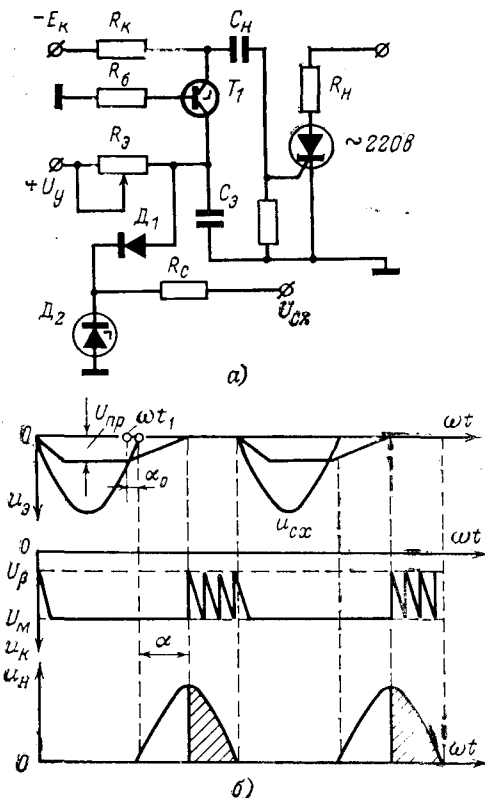


Рис. 1. Схема фазового управления тиристорами с премагнитной RC-цепочкой в цепи эмиттера (а) и временные диаграммы работы устройства (б).

Параметр	Лавинный транзистор ГТ338Б	Обычный транзистор в лавинном режиме		
		П416Б	ГТ313	ГТ321
$U_m, в$	30—90	50—58	28—32	60—70
$U_p, в$	18—30	15—18	10	15—20
$R_T, ом$	5—20	20—50	50—100	15—50
$I_{pmax}, а$	0,5—1	0,5	0,2	1,5
$t_{\phi}, нсек$	<1	5—15	4—5	20—30

выбирается существенно меньшим, чем длительность полупериода напряжения сети.

Угол отпираания тиристора будет равен:

$$\alpha = 2\pi f_c t_{разр} - \alpha_0, \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \arcsin(U_{пр}/U_{mc}); \quad (4)$$

$f_c$  — частота сетевого напряжения;  $U_{mc}$  — амплитуда синхронизирующего напряжения.

Подставляя (1) и (4) в (3), получим:

$$\alpha = 2\pi f_c C_n R_n \ln \frac{U_{пр} + U_y}{U_{пр}} - \arcsin(U_{пр}/U_{mc}). \quad (5)$$

Из (5) непосредственно следует возможность изменения  $\alpha$  в пределах от 0 до  $180^\circ$  путем изменения как  $R_n$ , так и  $U_y$ . Первое удобно при ручной регулировке, второе при электрической.

При сравнительно больших значениях  $C_n$ , что типично для рассматриваемых схем, параметры выходных импульсов (амплитуда  $I_p$ , постоянная времени спада  $\tau_c$  и время нарастания  $t_{\phi}$ ) можно определить по формулам [Л. 3 и 4]:

$$I_p = \frac{U_m - U_p}{R_T + R_{н.э}}; \quad (6)$$

$$\tau_c = C_n(R_T + R_{н.э}); \quad (7)$$

$$t_{\phi} \approx 3\tau_{эфф}, \quad (8)$$

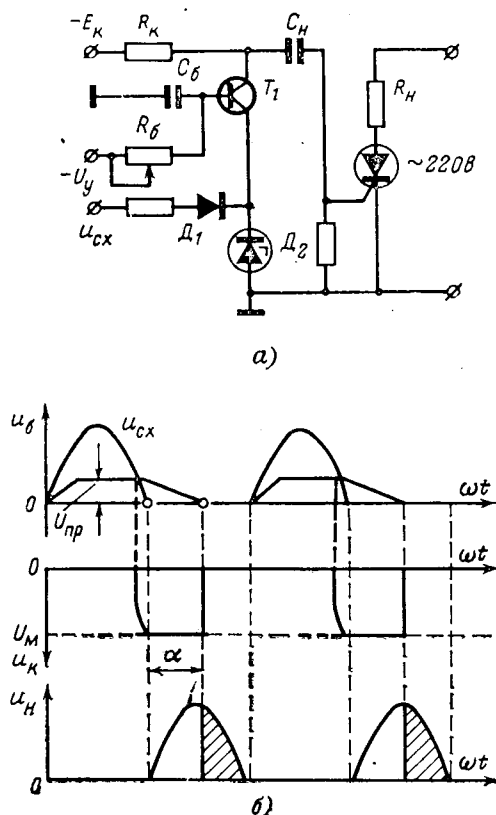


Рис. 2. Схема фазового управления тиристорами с времязадающей RC-цепочкой в цепи базы (а) и временные диаграммы работы устройства (б).

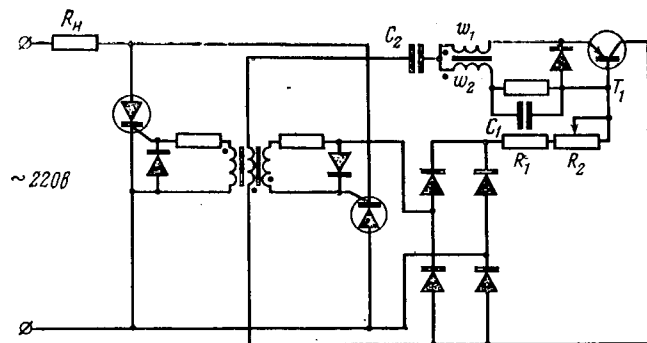


Рис. 3. Принципиальная схема тиристорного регулятора переменного напряжения со схемой управления на лавинном транзисторе.

где  $R_T$  — сопротивление лавинного транзистора в области больших токов (единицы — десятки ом);  $R_{н.э}$  — эквивалентное сопротивление нагрузки;  $\tau_{эфф}$  — эффективное время пролета носителями базовой области транзистора.

Параметры нескольких типов транзисторов, дающие представление о возможности их в описанной схеме, даны в таблице,  $I_{pmax}$  — значение  $I_p$  при  $R_n=20$  ом,  $C_n=0,1$  мкф. Время нарастания импульсов измерено при осциллографировании их непосредственно на активном сопротивлении нагрузки  $R_n$ , т.е. без учета влияния разделительных цепей. Это время намного меньше времени, необходимого для быстрого включения всех серийных тиристоров.

Исследование надежности работы обычных транзисторов (П416Б, ГТ313 и др.) в схемах, подобных изображенной на рис. 1,а, показало, что снижения надежности в лавинном режиме практически не происходит. Партии указанных транзисторов в количестве 100 шт. каждая непрерывно работали в течение 500 ч при температуре  $+60^\circ\text{C}$ . Выхода транзисторов из строя или изменения их параметров, выходящих за пределы ТУ, не было отмечено.

Другой вариант схемы управления и временные диаграммы ее работы приведены на рис. 2. Здесь используется другая полярность синхронизирующего и управляющего напряжений. Кроме того, времязадающая цепь  $R_6C_6$  перенесена в цепь базы. Это приводит к некоторым отличиям в работе данной схемы от описанной выше.

При воздействии синхронизирующего напряжения диод  $D_1$  и эмиттерный переход лавинного транзистора  $T_1$  открывается, и последний оказывается в состоянии насыщения. Конденсатор  $C_6$  заряжается до напряжения  $U_{пр}$  пробоя стабилитрона  $D_2$  через открытый переход транзистора. Когда  $U_{cx}$  становится меньше  $U_{пр}$ , диод и лавинный транзистор закрываются. После этого одновременно начинаются два процесса: сравнительно быстрый заряд  $C_n$  через  $R_k$  до напряжения  $U_m$  и медленный разряд  $C_6$  через  $R_6$ . Время заряда  $C_n$  определяется формулой (2), где, учитывая насыщение транзистора, надо считать  $U_{cx} \approx 0$ . Время разряда  $C_6$  определяется формулой (1). Когда напряжение на  $C_6$  в ходе разряда пройдет через нуль, лавинный транзистор включается и  $C_n$  разряжается, включая тиристор.

Из описанного ясно, что выражения (5)–(8) остаются справедливыми и для схемы рис. 2,а. К концу разряда  $C_n$  напряжение на коллекторе лавинного транзистора падает до нуля и остается равным нулю вплоть до появления очередной полуволны синхронизирующего напряжения. Для обеспечения режима насыщения необходимо выполнить условие

$$\frac{U_y}{R_6} > \frac{E_k}{BR_k}, \quad (9)$$

где  $B$  — статический коэффициент передачи базового тока в обычном режиме.

Используя несколько схем, подобных рис. 1,а или рис. 2,а, можно осуществить многофазное управление, в частности, двухполупериодное. В ряде случаев источник питания  $E_k$  коллекторной цепи можно исключить, подключив  $R_k$  через диод к аноду тиристора.

Примером двухполупериодного управления тиристорами от одной схемы может служить схема регулятора переменного напряжения, показанная на рис. 3. Переменное напряжение на нагрузке  $R_n$  регулируется двумя встречно включенными ти-

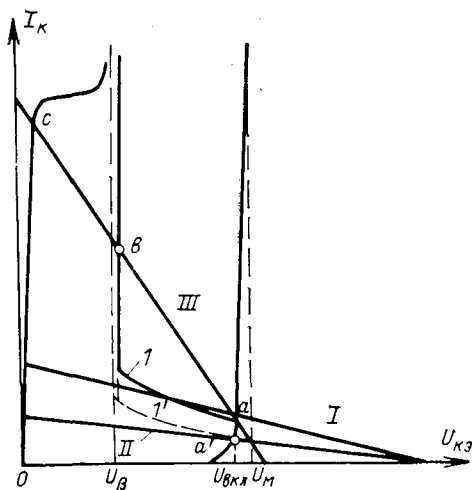


Рис. 4. Статические вольт-амперные характеристики лавинного транзистора и положения нагрузочных прямых.

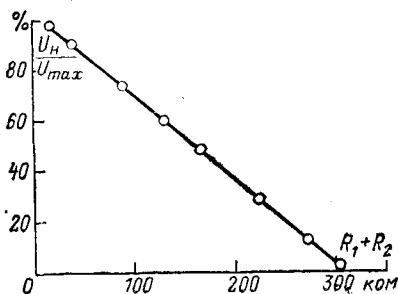


Рис. 5. Регулировочная характеристика тиристорного регулятора напряжения.

ристорами (или одним двунаправленным тиристором), управляемыми от схемы управления на лавинном транзисторе  $T_1$ . Регулировка возможна в пределах угла отпирания каждого тиристора от  $\alpha_{\min} = \arcsin(U_M/U_{mc})$  до  $\alpha_{\max} = 180^\circ$ .

Положения рабочих точек иллюстрируют рис. 4. Синхронизирующее напряжение снимается с тиристора и подается через диодный мост и резисторы  $R_1$  и  $R_2$  на базу лавинного транзистора. Во время роста синхронизирующего напряжения происходит заряд конденсаторов  $C_2$  и  $C_1$ . Пока напряжение на  $C_2$  меньше напряжения включения  $U_{вкл} \approx U_M$  лавинного транзистора, он закрыт. При достижении напряжением на  $C_2$  значения  $U_{вкл}$ , коллекторный переход лавинного транзистора пробивается и дальнейший рост напряжения на  $C_2$  прекращается.

При малых значениях  $R_1 + R_2$  линия нагрузки этих резисторов занимает положение I. Поэтому, как только напряжение на  $C_2$  достигнет уровня  $U_{вкл}$ , лавинный транзистор включается и  $C_2$  разряжается через лавинный транзистор и первичные обмотки трансформаторов  $Tr_1$  и  $Tr_2$ . Это приводит к включению соответствующего тиристора.

При больших  $R_1 + R_2$  линия нагрузки занимает положение II. В этом случае рабочая точка  $a$  располагается на устойчивом участке вольт-амперной характеристики с положитель-

ным дифференциальным сопротивлением. Поэтому после достижения напряжением на  $C_2$  значения  $U_{вкл} \approx U_M$  включение лавинного транзистора не происходит. В процессе разряда конденсатора  $C_1$  уменьшается запирающее смещение на базе лавинного транзистора, что приводит к характерному изменению вольт-амперной характеристики — уменьшению тока включения [Л. 3]. Из положения I характеристика постепенно смещается в положение I', и рабочая точка  $a$  попадает на участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением. В этот момент происходит включение лавинного транзистора. Таким образом, благодаря включению цепи  $C_1 R_3$  достигается задержка, необходимая для получения угла отпирания каждого тиристора  $\alpha_{\max} = 180^\circ$ , что позволяет регулировать напряжение практически с нуля.

Другой особенностью схемы рис. 3 является принудительное управление лавинным транзистором в процессе формирования управляющего импульса. Оно достигается введением положительной обратной связи через трансформатор  $Tr_2$ . В процессе разряда  $C_2$  лавинный транзистор вводится в состояние насыщения, что резко (с  $U_\beta$  до долей вольта) снижает остаточное напряжение и позволяет формировать более мощные и длинные управляющие импульсы.

В начале формирования управляющих импульсов вольт-амперная характеристика занимает положение I (или I'). На рис. 4 показана линия нагрузки III разрядной цепи. После включения рабочая точка из положения  $a$  стремится перейти в положение  $b$ , что ведет к регенеративному росту тока через лавинный транзистор и обмотку трансформатора  $Tr_2$ . На обмотке  $\omega_2$  возникает импульс напряжения, который приводит к насыщению транзистора. В результате его вольт-амперная характеристика изменяется и в конце концов принимает вид кривой 2. Рабочая точка оказывается в положении  $c$ , характерном малым остаточным напряжением.

Управляющие импульсы подаются на тиристоры через разделительный трансформатор  $Tr_1$ . Применение трансформатора позволяет согласовать нагрузку со схемой управления, что также способствует получению более мощных импульсов.

На рис. 5 приведена экспериментальная зависимость относительного изменения напряжения на нагрузке от  $R_1 + R_2$ . Эта зависимость близка к линейной. Исследования показали, что регулятор не критичен к смене тиристоров и лавинного транзистора. Разброс выходного напряжения составляет около 6% при смене транзисторов (для 90 приборов из 100).

Описанные схемы не исчерпывают многообразия схем управления, которые могут быть выполнены на лавинных транзисторах, и лишь иллюстрируют некоторые принципы их построения. Простота схем, широкий диапазон регулирования угла отпирания, большая амплитуда управляющих импульсов и малое время их нарастания позволяют считать схемы управления на лавинных транзисторах перспективными, особенно при разработке лавинных транзисторов, специально предназначенных для таких схем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каганов И. Л. Промышленная электроника. М., «Высшая школа», 1968.
2. Тиристоры (технический справочник). Перевод с англ. под ред. В. А. Лабунцова, С. Г. Обухова и А. Ф. Свиридова. М., «Энергия», 1971.
3. Дьяконов П. В. Лавинные транзисторы и их применение в импульсных устройствах. М., «Советское радио», 1973.
4. Дьяконов В. П. Лавинные полупроводниковые негатроны и их применение (обзор). — «Приборы и техника эксперимента», 1973, № 3, 7.

[14.8.1974]



# Построение непрерывной составляющей напряжения регулируемого вентильного преобразователя

ГОЛУБЕВ Ф. Н., ЛАТЫШКО В. Д.

Ленинград

Сложная форма кривой мгновенного значения выпрямленного напряжения создает значительные трудности при проведении всестороннего анализа динамических режимов автоматических систем регулирования, содержащих вентильные преобразователи. Пульсации напряжения, которые не создают полезного эффекта и могут рассматриваться как помехи или шум, при изменениях углов отпирания вентилей и выпрямленного тока изменяются по величине и фазе, что существенно усложняет задачу выделения усредненной непрерывной (полезной) составляющей выходного напряжения в динамических режимах.

Большое внимание определению непрерывной составляющей напряжения, ее использованию при анализе динамических режимов уделено в работах А. А. Булгакова [Л. 1—3]. Предложенная им методика базируется на интерполяции точек реально существующих значений выходного сигнала преобразователя, возникающих в моменты отпирания вентилей и образующих решетчатую функцию. Выпрямленное напряжение в эти «контактные» моменты принимается равным среднему за интервал значению, а внутренние точки каждого интервала подчиняются тому же закону изменения во времени, что и «контактные» точки, заданные непрерывной управляющей функцией. Получаемая таким образом непрерывная гладкая составляющая выходного напряжения преобразователя характеризуется минимальной скоростью изменения во времени. Интервалы усреднения либо принимаются неизменными, равными  $1/m$  части периода сети (где  $m$  — число фаз выпрямителя), либо определяются промежутками между моментами включения вентилей. В обоих случаях предполагается, что на интервале усреднения происходит включение только одного вентиля. При быстрых изменениях выпрямленного напряжения, когда промежутки между моментами включения вентилей резко отличаются друг от друга, такая методика дает заметную погрешность. Кроме того, в этом случае значительную трудность вызывает интерполирование значений непрерывной составляющей внутри интервалов усреднения.

Поэтому усредненную непрерывную (полезную) составляющую выпрямленного напряжения в любой момент времени целесообразно определять как среднее значение истинной величины напряжения за интервал, центром которого является данный момент времени, а длительность равна  $1/m$  части периода сети, т. е.

$$u_{ан}(\omega t) = \frac{m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{m}}^{\frac{\pi}{m}} u_d(\omega t + \Delta\omega t) d(\Delta\omega t). \quad (1)$$

Такое выделение непрерывной составляющей является более строгим и точным по сравнению с методом А. А. Булгакова. Поскольку определяемая выражением (1) величина является непрерывной функцией времени, отпадает необходимость последующей интерпо-

ляции, т. е. преобразования дискретно заданной величины в непрерывную. Хотя получаемая кривая не отвечает условию наибольшей «гладкости» (т. е. не обладает минимальными мгновенными значениями производных), нахождение ее позволяет существенно облегчить анализ динамических процессов в схемах с вентильными преобразователями. В случае, когда необходимо определить именно наиболее «гладкую» кривую выпрямленного напряжения, преобразование по выражению (1) может использоваться как промежуточная операция, облегчающая выполнение основной задачи.

Практическое построение непрерывной составляющей выпрямленной э. д. с. преобразователя наиболее просто выполняется графо-аналитическим методом при управлении углами отпирания вентилей по вертикальному принципу регулирования фазы с синусоидальным опорным напряжением и при условии непрерывности выпрямленного тока. В этом случае

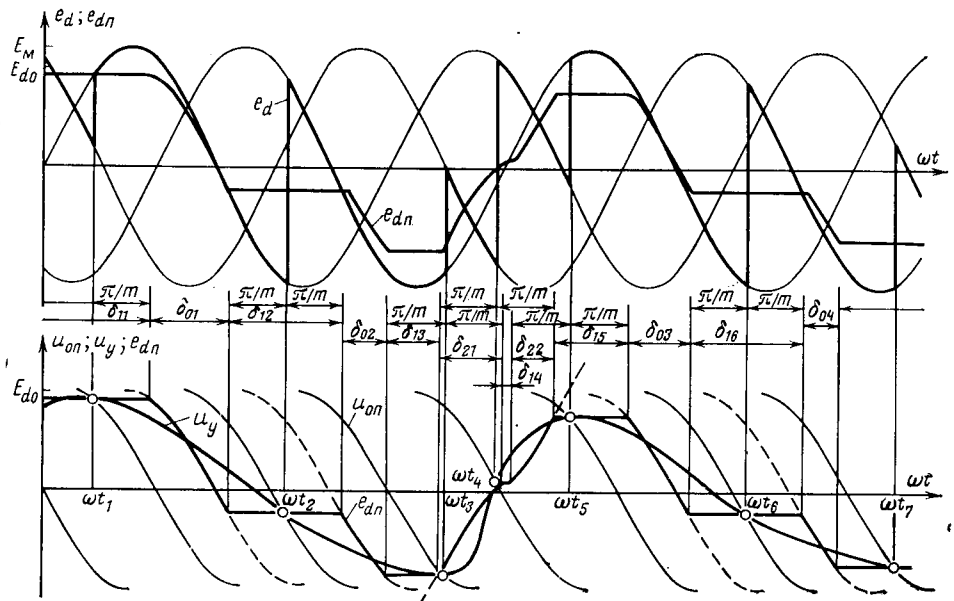


Рис. 1.

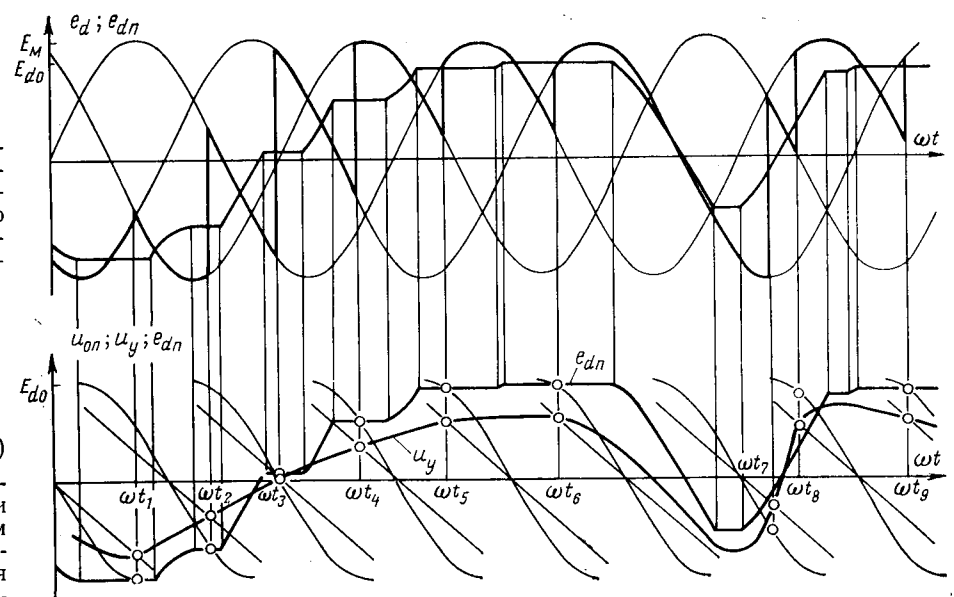


Рис. 2.

мгновенное значение выпрямленной э. д. с. в промежутке между включениями двух вентилях (соответственно в моменты времени  $t_k$  и  $t_{k+1}$ ) определяется выражением:

$$e_d(\omega t) = E_m \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{u_y(t_k)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_k) \right], \quad (2)$$

где  $E_m$  — амплитуда синусоид, отрезки которых составляют кривую выпрямленной э. д. с.;  $u_y(t_k)$  — сигнал управления в момент отпирания вентиля;  $U_{оп.м}$  — амплитуда синусоидального опорного напряжения.

В зависимости от характера кривой  $u_y(t)$  на интервале усреднения  $-\frac{\pi}{m} \leq \Delta\omega t \leq \frac{\pi}{m}$  может происходить либо переключение

одного или нескольких вентилях, либо на всем интервале во включенном состоянии может находиться один и тот же вентиль. Это и определяет характер изменения непрерывной составляющей.

Если на интервале усреднения переключение вентилях не происходит, то, обозначив через  $t_0$  момент включения вентиля, на основании выражений (1) и (2), получим значение непрерывной (полезной) составляющей выпрямленной э. д. с.:

$$e_{дн}(\omega t) = \frac{m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{m}}^{\frac{\pi}{m}} E_m \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_0) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) = E_{д0} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_0) \right], \quad (3)$$

где  $E_{д0} = \frac{m}{\pi} E_m \sin \frac{\pi}{m}$  — максимальное значение выпрямленной э. д. с. преобразователя.

Следовательно, в рассматриваемом случае непрерывная составляющая выпрямленной э. д. с. изменяется по синусоиде, совпадающей по фазе с синусоидой мгновенного значения э. д. с. и имеющей амплитуду, равную  $E_{д0}$ . Для показанной на рис. 1 кривой управляющего сигнала на входе системы управления трехфазного преобразователя этому случаю соответствуют промежутки времени, обозначенные  $\delta_{01}$ ,  $\delta_{02}$ ,  $\delta_{03}$ ,  $\delta_{04}$ .

Если на интервале усреднения происходит одно переключение вентилях в момент времени  $t_1$ , удовлетворяющий условию  $\omega t - \frac{\pi}{m} < \omega t_1 < \omega t + \frac{\pi}{m}$ , как это имеет место в промежутках времени  $\delta_{11} \div \delta_{16}$  на рис. 1, то мгновенное значение непрерывной составляющей выпрямленной э. д. с. будет равно:

$$e_{дн}(\omega t) = \frac{m}{2\pi} E_m \left\{ \int_{-\frac{\pi}{m}}^{\omega(t_1-t)} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_0) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) + \int_{\omega(t_1-t)}^{\frac{\pi}{m}} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_1)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_1) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) \right\}. \quad (4)$$

Как легко заметить, разность величин

$$\left[ \arcsin \frac{U_y(t_1)}{U_{оп.м}} + \omega t_1 \right] - \left[ \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega t_0 \right]$$

представляет собой фазный сдвиг между опорными синусоидами двух соседних фаз, т. е. равна  $\frac{2\pi}{m}$ . Также очевидно, что в общем случае

$$\left[ \arcsin \frac{U_y(t_k)}{U_{оп.м}} + \omega t_k \right] - \left[ \arcsin \frac{U_y(t_i)}{U_{оп.м}} + \omega t_i \right] = \frac{2\pi}{m} (k - i), \quad (5)$$

где  $t_k$ ,  $t_i$  — моменты включения  $k$ -го и  $i$ -го вентилях. С учетом этого после несложных преобразований выражения (4) получим:

$$e_{дн}(\omega t) = E_{д0} \frac{U_y(t_1)}{U_{оп.м}}. \quad (6)$$

Таким образом, на рассматриваемых промежутках времени величина непрерывной составляющей постоянна и определяется значением сигнала управления в момент переключения вентилях, как это и показано на рис. 1.

Когда на интервале усреднения происходит два переключения вентилях (соответственно в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ ), непрерывная составляющая э. д. с. будет равна:

$$e_{дн}(\omega t) = \frac{m}{2\pi} E_m \left\{ \int_{-\frac{\pi}{m}}^{\omega(t_1-t)} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_0) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) + \int_{\omega(t_1-t)}^{\omega(t_2-t)} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_1)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_1) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) + \int_{\omega(t_2-t)}^{\frac{\pi}{m}} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_2)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_2) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) \right\}.$$

После преобразований с использованием соотношения (5) получим:

$$e_{дн}(\omega t) = E_{д0} \left\{ \frac{U_y(t_1) + U_y(t_2)}{U_{оп.м}} - \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_1)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_1) \right] \right\}. \quad (7)$$

Этому случаю на рис. 1 соответствуют промежутки времени  $\delta_{21}$  и  $\delta_{22}$ . Непрерывная составляющая э. д. с. на этих промежутках изменяется по синусоиде с амплитудой  $E_{д0}$ , смещенной по оси на величину, определяемую моментами включения вентилях.

В общем случае, когда на интервале усреднения происходит  $n$  переключений вентилях в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , непрерывная составляющая э. д. с. определяется выражением:

$$e_{дн}(\omega t) = \frac{m}{2\pi} E_m \left\{ \int_{-\frac{\pi}{m}}^{\omega(t_1-t)} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_0)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_0) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) + \sum_{k=1}^{n-1} \int_{\omega(t_k-t)}^{\omega(t_{k+1}-t)} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_k)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_k) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) + \int_{\omega(t_n-t)}^{\frac{\pi}{m}} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_n)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_n) + \Delta\omega t \right] d(\Delta\omega t) \right\} = E_{д0} \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{U_y(t_k)}{U_{оп.м}} - \frac{\sin \frac{\pi}{m} (n-1)}{\sin \frac{\pi}{m}} \sin \left[ \pi - \frac{\pi}{m} - \arcsin \frac{U_y(t_n)}{U_{оп.м}} + \omega(t - t_n) + \Delta\omega t \right] \right\}$$

$$\left. + \omega(t - t_n) + \frac{\pi}{m} n \right\}. \quad (8)$$

Преобразование данного выражения, как и в предыдущих случаях, производится с использованием соотношения (5).

На основании полученных выражений (3), (6)—(8) можно предложить весьма простой графо-аналитический метод построения усредненной непрерывной составляющей выпрямленного напряжения по любой форме сигнала на входе системы управления вентилями, работающей по вертикальному принципу регулирования фазы с произвольной формой опорного напряжения, или по известной кривой мгновенного значения выпрямленного напряжения.

Как показано на рис. 1, от моментов включения вентилях ( $\omega t_1, \omega t_2, \omega t_3, \dots$ ), определяемых точками пересечения сигнала управления с опорными синусоидами, в обе стороны откладываются отрезки, равные  $\frac{\pi}{m}$  и определяют

промежутки времени  $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ , на которых в интервале усреднения не происходит переключения или включения соответствующее число (1, 2, 3 и т. д.) вентилях. Затем на промежутках  $\delta_i$  через точки  $u_{\gamma}(t_i)$  проводятся горизонтальные отрезки прямых, граничные точки которых соединяются на промежутках  $\delta_0, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$  отрезками синусоид, амплитуда которых и вертикальное смещение определяются по выражениям (3), (7) и (8). Методика построения существенно упрощается при использовании синусоидальных шаблонов.

Поскольку при диапазоне регулирования углов отпирания вентилях, равном  $\pi$ , максимально возможное число переключений на интервале длительностью  $\frac{2\pi}{m}$  равно  $n \leq \frac{m}{2} + 2$ , требуемое в соответствии с выражением (8) число шаблонов будет:

$$N \leq \frac{m}{2} + 1.$$

Если управление углами отпирания вентилях производится по вертикальному принципу с несинусоидальным опорным напряжением, необходимо предварительно нанести на график опорных напряжений дополнительные синусоиды, как это показано на рис. 2 для случая линейно изменяющегося опорного напряжения. Точки пересечения сигнала управления с опорными кривыми сносят по вертикали на соответствующие синусоиды и по ним производится построение непрерывной составляющей выпрямленной э. д. с. описанным выше способом.

Таким же образом с помощью переноса моментов отпирания вентилях на вспомогательные синусоиды выполняется построение непрерывной составляющей э. д. с. по заданной кривой мгновенного значения напряжения преобразователя. Синусоиды при этом проводятся таким образом, чтобы точки их пересечения с нулевой линией совпадали с моментами отпи-

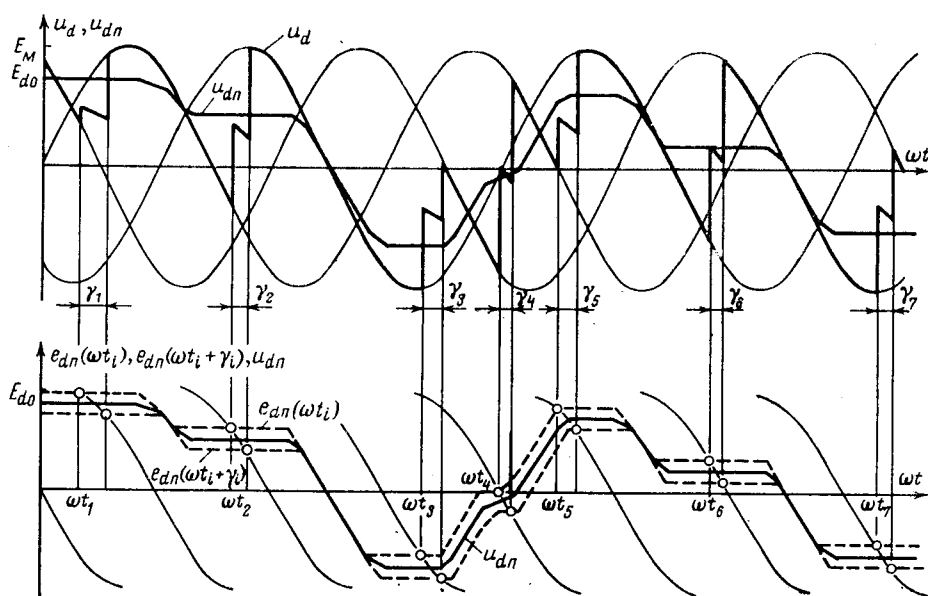


Рис. 3.

рания вентилях при углах  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . При таких построениях масштаб графика непрерывной составляющей определяется амплитудой опорных (или вспомогательных) синусоид, величине которой соответствует значение  $e_{дп} = E_{до}$ .

Для построения непрерывной составляющей выпрямленного напряжения с учетом влияния коммутации вентилях строятся две кривые: одна кривая составляющей выпрямленной э. д. с., определяемая реальными моментами включения вентилях  $\omega t_i$ , и вторая кривая, определяемая моментами  $\omega t_i + \gamma_i$  (где  $\gamma_i$  — угол коммутации при включении  $i$ -го вентиля). Искомая кривая находится как полусумма этих двух. Для этого на опорные (или вспомогательные) синусоиды сносят точки  $\omega t_i$  и  $\omega t_i + \gamma_i$  и выполняются построения описанным способом, как это показано на рис. 3. Такое построение правомерно, поскольку кривая выпрямленного напряжения может быть представлена в виде полусуммы кривой э. д. с. при углах отпирания вентилях  $\alpha_i$  и кривой э. д. с., построенной для углов отпирания  $\alpha_i + \gamma_i$ . В соответствии с выражением (1) в виде полусуммы непрерывных составляющих этих двух кривых может быть представлена и непрерывная составляющая выпрямленного напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгаков А. А. Определение непрерывной полезной составляющей в квазинепрерывных импульсных системах. — «Доклады АН СССР», 1967, № 1.
2. Булгаков А. А. К теории импульсных квазинепрерывных систем. — «Автоматика и телемеханика», 1967, № 12.
3. Булгаков А. А. Новая теория управляемых выпрямителей. М., «Наука», 1970.

[13.7.1973]



# Усовершенствование схем ограничения и регулирования тока в электроприводах

Канд. техн. наук БУНАКОВ В. Л., канд. техн. наук МЕЛИХОВ Н. Н., инж. МОРОЗОВ В. А.

Московский энергетический институт

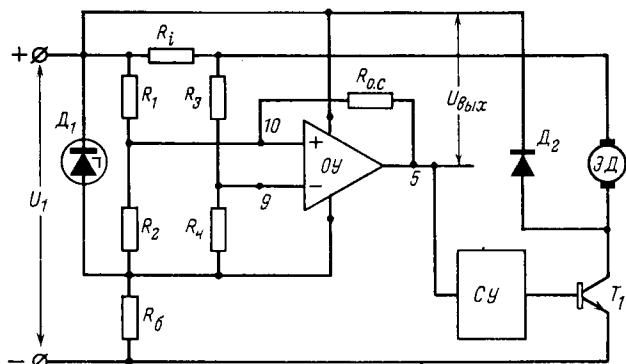
Применение полупроводниковых преобразователей для питания электродвигателей в современных системах регулируемого электропривода обеспечивает глубокое регулирование скорости вращения двигателя и получение специальных режимов, осуществление которых было бы невозможно без использования полупроводниковых устройств.

В большинстве случаев для управляемых приводов требуемая кратность изменения тока не превышает 4, кратность же пускового тока может достигать 20 и более. Возникает необходимость в ограничении пусковых токов электроприводов, кроме того, в автономных системах электропитания часто бывает необходимо регулировать потребляемый двигателем ток.

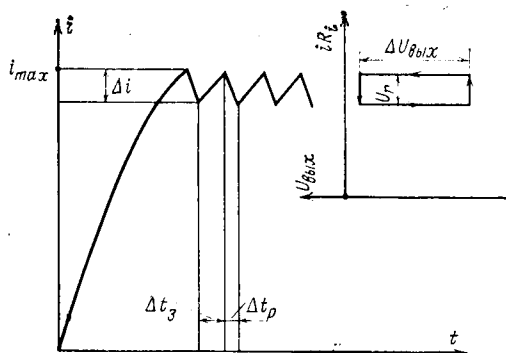
Существующие схемы импульсных регуляторов тока [Л. 1 и 2] содержат в качестве измерительных элементов либо трансформатор тока, либо резистор. Наличие трансформатора тока препятствует миниатюризации схемы управления, а при использовании резистора в сочетании с известными схемами регулирования возрастает мощность потерь в измерительной цепи или схема измерения усложняется за счет введения модулятора.

Применение интегральных операционных усилителей (ОУ), обладающих высокой чувствительностью и стабильностью характеристик, позволяет разработать схемы импульсного регулирования и ограничения тока, в значительной мере свободные от указанных выше недостатков.

Ток в индуктивно-активной нагрузке можно регулировать импульсным способом с фиксированной частотой коммутации и с использованием вибрационного принципа. Для регулируемого электропривода более предпочтительным является вибрационный принцип или, как иногда говорят, релейный принцип, реализующий требуемый закон изменения тока и обеспечивающий заданную амплитуду пульсаций. Современные методы дают возможность значительно повысить частоту переключения и снизить амплитуды пульсаций тока по сравнению с традиционным вибрационным принципом. (Частота может быть повышена до 10 кГц и выше.)



а)



б)

Рис. 1.

Выше на рис. 1, а изображена одна из схем регулирования тока якоря электродвигателя постоянного тока ЭД, а на рис. 1, б приведена осциллограмма этого тока. Схема регулирования состоит из измерительного органа (резисторы  $R_1, R_2, R_3, R_4$ ), компаратора на операционном усилителе ОУ, схемы управления СУ и силового транзистора Т1. Компаратор формирует импульсы напряжения, поступающие на СУ, которая обеспечивает импульсный режим транзистора Т1. Питание измерительного органа и операционного усилителя осуществляется параметрическим стабилизатором ( $D_1, R_6$ ).

При подключении схемы к источнику питания с напряжением  $U$  потенциал точки 9 (инвертирующий вход ОУ) выше потенциала точки 10 (неинвертирующий вход ОУ), напряжение на выходе ОУ ( $U_{вых}$ ) велико, и СУ поддерживает Т1 в открытом состоянии. По мере увеличения тока якоря ЭД напряжение на измерительном резисторе  $R_1$  возрастает, потенциал точки 9 падает, и при  $U_{вых}$ , близком к нулю, происходит переключение ОУ, напряжение  $U_{вых}$  уменьшается, и СУ обеспечивает запуск Т1. Из-за наличия положительной обратной связи после переключения ОУ потенциал точки 10 возрастает на величину, равную напряжению гистерезиса  $U_r$ , поэтому обратное переключение ОУ произойдет при уменьшении тока ЭД, протекающего после запитывания Т1 через диод  $D_2$  и резистор  $R_1$ , на величину  $\Delta i = U_r / R_1$ .

Время замкнутого  $\Delta t_3$ , время разомкнутого  $\Delta t_p$  состояний Т1 и частоту коммутации  $f$  довольно просто определить, решив дифференциальные уравнения для двух состояний схемы. При замкнутом Т1 справедливо следующее выражение:

$$L_a \frac{di_3}{dt} + i_3 R_\Sigma + E = U_1; \quad (1)$$

при разомкнутом Т1:

$$L_a \frac{di_p}{dt} = E + \Delta U_{D2} + i_p R_\Sigma, \quad (2)$$

где  $L_a$  — индуктивность нагрузки;  $i_3$  — мгновенное значение тока нагрузки при замкнутом Т1;  $R_\Sigma$  — суммарное сопротивление коммутируемой цепи;  $E$  — э. д. с. вращения ЭД;  $\Delta U_{D2}$  — падение напряжения на диоде  $D_2$  при разомкнутом Т1.

Переходя в (1) и (2) к конечным приращениям и учитывая, что в установившемся режиме  $\Delta i_3 = \Delta i_p = \Delta i$ , можно записать:

$$L_a \frac{\Delta i}{\Delta t_3} + (i_{min} + \Delta i) R_\Sigma + E = U_1; \quad (3)$$

$$L_a \frac{\Delta i}{\Delta t_p} = E + \Delta U_{D2} + (i_{max} - \Delta i) R_\Sigma. \quad (4)$$

Из этих выражений следует:

$$\Delta t_3 = \frac{L_a \Delta i}{U_1 - E - i_{min} R_\Sigma}; \quad (5)$$

$$\Delta t_p = \frac{L_a \Delta i}{E + \Delta U_{D2} + i_{min} R_\Sigma}; \quad (6)$$

$$f = \frac{1}{\Delta t_3 + \Delta t_p} = \frac{(U_1 - E - i_{min} R_\Sigma)(E + \Delta U_{D2} + i_{min} R_\Sigma)}{L_a \Delta i (U_1 + \Delta U_{D2} - R \Delta i)}. \quad (7)$$

Из последнего выражения видно, что частота коммутации зависит от многих параметров и, в первую очередь, от амплитуды пульсаций тока  $\Delta i$ . Так как с уменьшением  $\Delta i$  растет частота коммутации  $f$ , а следовательно, и мощность динамических потерь в транзисторе Т1 и диоде  $D_2$ , то, естественно, минимум  $\Delta i$  ограничен частотными свойствами коммутирующих элементов и операционных усилителей.

Для уменьшения мощности потерь в измерительном резисторе величину  $R_1$  необходимо выбирать минимальной. Однако, как показано далее, минимум  $R_1$  определяется не только параметрами ОУ и требуемой погрешностью поддержания тока  $\Delta I$ , но зависит также и от схемы измерительного органа.

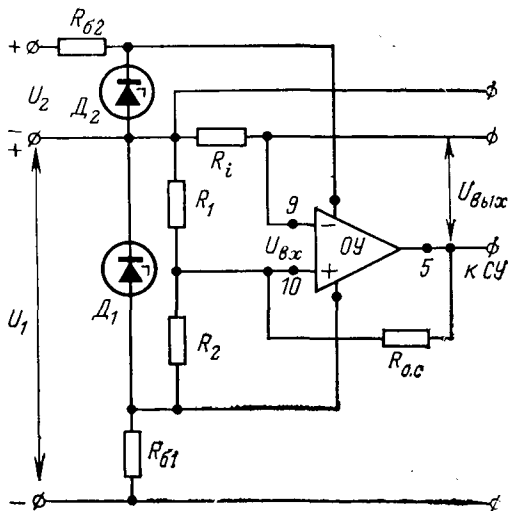


Рис. 2.

Если считать ОУ идеальным (входной ток  $i_{вх}=0$ , коэффициент усиления дифференциального сигнала  $k_{и}=\infty$ , напряжение смещения  $U_{см0}=0$ , то при отсутствии положительной обратной связи  $R_{о.с}$  (рис. 1,а) изменение выходного напряжения ОУ произойдет в момент, когда входное напряжение ОУ станет равным нулю, т. е.

$$U_{вх} = U_{д1} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) - i_{а} R_i \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0, \quad (8)$$

где  $U_{д1}$  — напряжение стабилизации стабилитрона Д1.

При введении положительной обратной связи в выходной характеристике компаратора появляется гистерезис [Л. 3], и точки срабатывания при использовании ОУ с симметричным выходным каскадом будут располагаться симметрично относительно точки срабатывания без обратной связи (рис. 1,б), причем напряжение гистерезиса

$$U_{г} = \Delta U_{вых} \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_{о.с} (R_1 + R_2)}, \quad (9)$$

где  $\Delta U_{вых}$  — изменение выходного напряжения ОУ при переключении.

Таким образом, в схеме регулирования рис. 1,а максимум тока нагрузки

$$i_{max} = \frac{U_{д1}}{R_i} \frac{R_3 + R_4}{R_4} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) + \frac{U_{г}}{2R_i} \frac{R_3 + R_4}{R_4}, \quad (10)$$

а амплитуда пульсаций тока

$$\Delta i = \frac{U_{г}}{R_i} \frac{R_3 + R_4}{R_4}. \quad (11)$$

Реальные ОУ обладают погрешностью, обусловленной наличием напряжения смещения  $U_{см0}$ , разностного тока  $\Delta i_{вх}$  и их температурным дрейфом. Разностный ток, протекая через сигнальные цепи, создает падение напряжения на внутренних сопротивлениях источника сигнала, что приводит к изменению тока нагрузки. С учетом погрешностей ОУ для схемы рис. 1,а получаем:

$$i_{max} = \frac{U_{д1}}{R_i} \frac{R_3 + R_4}{R_4} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) + \frac{R_3 + R_4}{R_4} \left[ \frac{U_{г}}{2R_i} \pm \frac{U_{см0}}{R_i} \pm \frac{\Delta i_{вх}}{R_i} \times \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right) \right]. \quad (12)$$

Из (12) видно, что  $i_{max}$  определяется многими параметрами, которые зависят от дестабилизирующих факторов и прежде всего от температуры. Так, при изменении температуры от  $-60$  до  $+125^\circ\text{C}$  изменение напряжения смещения  $\delta U_{см0} = 2$  мВ для ОУ типа 1УТ401 и  $\delta U_{см0} = 3,7$  мВ для ОУ ти-

па 1УТ402, а изменение разностного тока  $\delta i_{вх} = 1,5$  мкА для 1УТ401 и  $\delta i_{вх} = 0,6$  мкА для 1УТ402. Кроме того, с изменением температуры изменяется  $\Delta U_{вых}$  ОУ, что отражается на величине  $U_{г}$ , а также изменяются напряжение стабилизации  $U_{д1}$  и значения резисторов измерительного моста.

Для повышения точности поддержания тока нагрузки или для уменьшения  $R_i$  при заданной погрешности  $\delta I$  необходимо отношения  $R_1/(R_1 + R_2)$  и  $R_3/(R_3 + R_4)$  выбирать минимально возможными. Очевидно, минимум этих отношений ограничен допустимым изменением синфазного сигнала на входе ОУ.

Расчеты показывают, что при использовании для питания измерительного моста и ОУ источника с напряжением  $U_{д1} = (5-10)$  в погрешность, обусловленная термостабильностью резисторов  $R_1-R_4$  (рис. 1,а), в несколько раз превышает погрешность, обусловленную неидеальностью ОУ.

В изображенной на рис. 2 схеме для питания ОУ использован дополнительный источник с напряжением  $U_2$ . Это позволяет избавиться от одного плеча измерительного моста ( $R_3, R_4$  на рис. 1,а) и свести к минимуму отношение  $R_1/(R_1 + R_2) \approx \approx U_{д1}/U_2$  ( $U_{д1} \ll U_2$ ).

Ток нагрузки, при котором происходит переключение ОУ в этой схеме, определяется из выражения:

$$i_{max} = \frac{1}{R_i} \left( U_{д1} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{U_{г}}{2} \pm \pm U_{см0} \pm \Delta i_{вх} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right). \quad (13)$$

По заданному значению погрешности  $\delta I$  из (13) можно определить минимальное значение резистора  $R_i$ :

$$R_{i \min} \geq \frac{\delta \left( U_{д1} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) + \delta U_{г} + \delta U_{см0} + \delta \left( \Delta i_{вх} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{\delta I}. \quad (14)$$

В этой схеме погрешности, обусловленные нестабильностью  $U_{д1}$  и нестабильностью резисторов  $R_1$  и  $R_2$ , оказываются сравнимыми с погрешностью, обусловленной величиной  $\delta U_{см0}$ .

Величина  $\delta \left( \Delta i_{вх} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$  за счет небольшого  $R_i$  оказы-

вается более чем на порядок меньше величины  $\delta U_{см0}$ , что необходимо учитывать при выборе ОУ для этой схемы.

Мощность потерь в измерительном резисторе  $R_i$  в схеме рис. 2 при равной погрешности  $\delta I$  получается в несколько раз меньше, чем в схеме рис. 1,а.

В рассмотренных схемах регулирования после отключения коммутирующего транзистора ток нагрузки протекает через измерительный резистор  $R_i$ , однако такой режим не всегда удается обеспечить. Например, при питании электропривода от сравнительного высоковольтного источника ( $U_1 > 100$  В) мощность потерь в схеме управления существенно возрастает, поэтому приходится измерительный резистор включать в цепь эмиттеров коммутирующих транзисторов, как показано на рис. 3. После отключения коммутирующего транзистора ток нагрузки через  $R_i$  не протекает, поэтому значение напряжения гистерезиса  $U_{г}$  компаратора, выполненного на ОУ1, должно

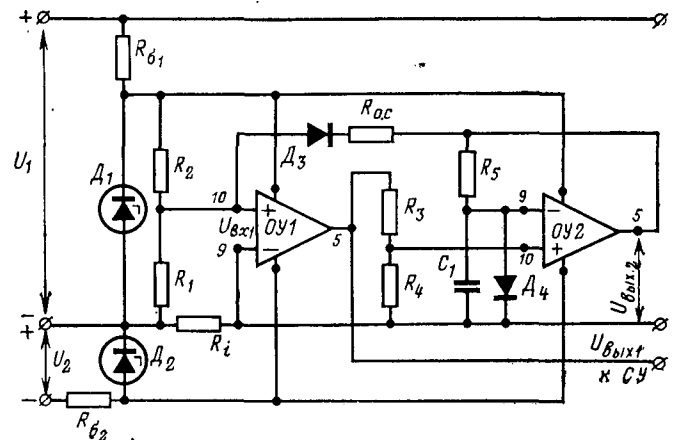


Рис. 3.



быть больше  $U_r > i_{\max} R_i$ . Время, в течение которого на вход ОУ1 подается сигнал обратной связи ( $D_3, R_{0.c}$ ) при запертом коммутирующем транзисторе, определяется длительностью импульсов, генерируемых одновибратором, выполненным на ОУ2.

До тех пор, пока ток нагрузки меньше  $i_{\max}$ , потенциал т. 10 ОУ1 выше потенциала т. 9, на схему управления с выхода ОУ1 подается высокий потенциал, и СУ обеспечивает включенное состояние коммутирующего транзистора. Выходное напряжение ОУ2 также выше нуля, так как потенциал его т. 10 выше потенциала т. 9 ( $+U_{c1} = \Delta U_{d4}$ ). Срабатывает ОУ1 при

$$i = \frac{1}{R_i} \left( U_{d1} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \pm U_{cm} \pm \Delta i_{ex} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right), \quad (15)$$

потенциал т. 10 ОУ2 становится равным  $U_{10} = -U_{вых} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$ , и ОУ2 также переключается ( $U_{вых2} < 0$ ), что приводит к уменьшению потенциала т. 10 ОУ1 на величину

$$U_r = -(U_{вых2} - \Delta U_{d3}) \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_{0.c} (R_1 + R_2)} > i_{\max} R_i. \quad (16)$$

При выполнении условия (16) потенциал т. 9 ОУ1 оказывается выше потенциала т. 10 и при отсутствии тока нагрузки в резисторе  $R_i$ , т. е. ОУ1 возвратится в исходное состояние лишь после обратного переключения ОУ2. Длительность импульсов задержки, генерируемых ОУ2, определяется временем перезаряда конденсатора С1 и равна:

$$t_p \approx R_5 C_1 \ln \frac{R_3 + R_4}{R_3}. \quad (17)$$

Таким образом, при использовании данной схемы максимальное значение тока электродвигателя определяется выражением (15), а амплитуда пульсаций тока  $\Delta i$  — выражением (6) при подстановке в него значения  $t_p$  из (17).

В заключение следует заметить, что еще одно ограничение на величину  $R_i$  накладывает конечность коэффициента усиления  $k_u$ .

Так как  $k_u \neq \infty$ , скорость изменения выходного напряжения компаратора  $\frac{dU_{вых}}{dt} = \frac{dU_{вх}}{dt} k_u$  зависит от скорости изменения

входного напряжения  $IR_i$  и будет тем меньше, чем меньше величина  $R_i$ . Это ограничение менее существенно для ОУ типа 1УТ402, так как его коэффициент усиления значительно (примерно на порядок) больше, чем у 1УТ401. Однако практически это ограничение не очень важно, так как обычно компаратор работает на импульсный усилитель, состоящий из не-

скольких каскадов. При практическом проектировании схем регулирования описываемого типа следует иметь в виду, что ОУ типа 1УТ402 склонен к самовозбуждению, и поэтому нуждается в более тщательной частотной коррекции, чем ОУ типа 1УТ401.

Очевидно, чем меньше гистерезис компаратора, тем меньше пульсации тока в двигателе и тем выше частота переключений силовых транзисторов. Если с точки зрения оптимального проектирования двигателя увеличение частоты и уменьшение пульсаций тока являются положительными факторами, то для схем коммутаторов существует некоторый предел.

Максимальная частота коммутаций определяется частотными свойствами операционных усилителей, элементов импульсного усилителя и силовых ключей. Современная элементная база позволяет повысить частоту коммутаций до нескольких сотен килогерц. Но если даже отбросить повышенную генерацию помех и неисследованную еще биологическую опасность столь высокой частоты при существенной выходной мощности, то практически частота переключений должна быть ограничена значениями в несколько десятков килогерц, поскольку с увеличением частоты возрастают динамические потери и, следовательно, габариты теплоотводящих радиаторов.

Подобные системы могут применяться как для ограничения тока, так и для его регулирования. Для регулирования тока можно в приведенных выше схемах изменять один из резисторов измерительного органа, например  $R_2$ , или напряжение питания измерительного органа. Ограничение и регулирование тока может осуществляться в электроприводах с различными типами двигателей, например с бесколлекторными.

Описанный метод был экспериментально исследован на ряде макетных образцов электроприводов. Например, для привода с двигателем мощностью 500 Вт (кратность пускового тока 30) ограничение рабочей кратности до 3 позволило уменьшить установленную мощность инвертора в 10 раз, его массу приблизительно в 7 раз, массу двигателя на 40%. При этом пульсации тока не превышали 0,1 А, а максимальная частота переключений силовых транзисторов в режиме токового ограничения составляла 2 кГц.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубцов В. И., Садовский Л. А., Филатов А. С. Системы с силовыми шаговыми двигателями для металлургической промышленности. М., «Энергия», 1967.
2. Панкратьев Л. Д., Паппе И. Г., Петров Б. И. Импульсные и релейные следящие приводы постоянного тока с полупроводниковыми усилителями. М., «Энергия», 1968.
3. The application of linear microcircuits by the Application engineering staff of the SGS — Fairchild group. Fairchild, 1969.

[4.7.1974]

УДК 621.315.619.005

## Удельные экономические характеристики импульсных конденсаторов

БЕСПАЛОВ В. Д., КОНОТОП В. В., ФЕРТИК С. М.

Харьковский политехнический институт

Для сравнительной оценки качества силовых конденсаторов применяют весовые и объемные характеристики [Л. 1]. Такая оценка может быть уточнена, если учесть ресурс конденсатора и ввести понятие удельных экономических характеристик [Л. 2]. Дальнейшее уточнение оценки качества импульсных конденсаторов можно получить, исследовав влияние на ресурс режима работы конденсатора.

В статье исследовалось влияние трех основных параметров работы конденсатора: рабочей напряженности  $E$ , декремента колебания  $\Delta$ , частоты тока разрядного контура  $F$  при колебательном разряде на ресурс импульсного конденсатора  $M$  и его удельные экономические характеристики. Иногда вместо декремента колебания используют величину степени затухания контура  $\Delta'$ , последняя связана с декрементом колебания выражением  $\Delta' = 1/\sqrt{\Delta}$ .

В качестве объекта исследования была выбрана конденсаторная секция, являющаяся элементом различных импульсных конденсаторов. Емкость секции 0,018 мкФ, она изготовлена

из бумаги КОН-11 толщиной 10 мкм. Общая толщина изоляции между обкладками 40 мкм. Бумага пропитывалась под вакуумом касторовым маслом. Ресурсные испытания проводились на высоковольтном стенде, обеспечивающем изменение формы разрядной кривой в широких пределах, с частотой следования импульсов 2 Гц непрерывно до пробоя. Число циклов заряд — разряд фиксировалось счетчиком импульсов. Увеличение частоты следования импульсов в диапазоне 1—10 Гц приводит к незначительному увеличению ресурса [Л. 3].

При исследовании был применен аппарат многофакторного планирования [Л. 4]. Планирование эксперимента проводилось на трех уровнях: верхнем (+1), среднем (0) и нижнем (—1) для трех факторов ( $\Delta$ ,  $F$ ,  $E$ ) согласно табл. 1. Было реализовано 27 комбинаций режимов работы конденсаторов. Каждая комбинация повторялась 5 раз. Выбор пределов изменения факторов был обусловлен, с одной стороны, охватом наиболее распространенных режимов работы (изменением  $\Delta$ ,  $F$ ), с другой стороны, — проведением испытаний в ускоренном режиме за

Таблица 1

Факторы	Уровни			Обозначения
	-1	0	+1	
Декремент колебания	1,38	4	11,1	$X_1$
Частота разрядного контура, кГц	50	100	190	$X_2$
Рабочая напряженность, кВ/мм	130	140	150	$X_3$

Таблица 2

Опыты	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\lg M$	$\sigma^2$	$(\lg M)_p$	$\delta(\lg M) = (\lg M)_p - \lg M$
1	—	—	—	4,380	0,020	4,330	-0,049
2	+	—	—	5,111	0,015	5,087	-0,024
3	—	+	—	4,224	0,064	4,199	-0,025
4	+	+	—	4,857	0,015	4,955	+0,098
5	—	—	+	3,916	0,030	3,995	+0,081
6	+	—	+	4,763	0,015	4,753	-0,010
7	—	+	+	3,871	0,035	3,865	-0,006
8	+	+	+	4,685	0,015	4,621	-0,064

$\Sigma \delta(\lg M) = +0,001$

счет изменения рабочей напряженности и частоты следования импульсов. В качестве основного режима работы было принято  $\Delta = 1,38$  ( $\Delta' = 0,85$ ),  $F = 100$  кГц [Л. 5].

В основу расчета было положено предположение о линейной зависимости логарифма ресурса от изучаемых факторов ( $\Delta$ ,  $F$ ,  $E$ ), что в исследуемом диапазоне не противоречит экспериментальным данным. Поэтому для нахождения зависимости ресурса от величин  $\Delta$ ,  $F$ ,  $E$  была выделена матрица планирования на двух уровнях (табл. 2): верхнем (+) и нижнем (—). Как следует из табл. 2, для реализации этой матрицы необходимо было исследовать восемь комбинаций режимов работы. Значения  $\lg M$  и  $\sigma^2$ , приведенные в табл. 2, находились по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \lg M &= \frac{\sum_{k=1}^T \lg M_k}{\gamma}, \\ \sigma^2 &= \frac{\sum_{k=1}^T (\lg M_k - \lg M)^2}{\gamma - 1}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

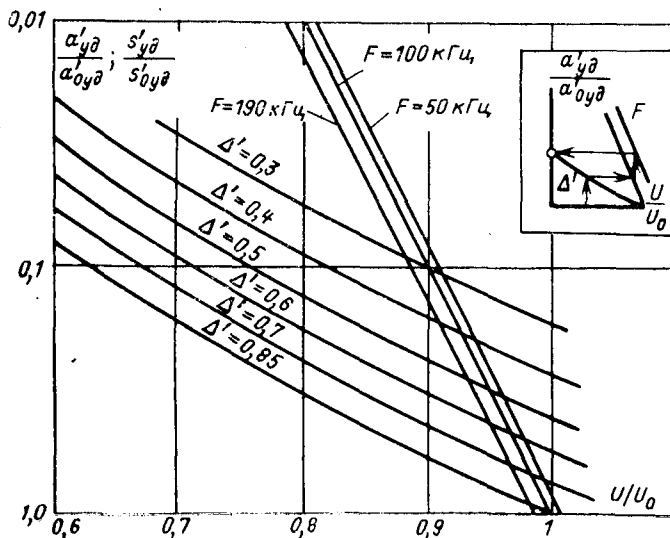


Рис. 1. Номограмма для определения удельных экономических показателей конденсаторов.

где  $M$  — ресурс, циклы заряд — разряд;  $\lg M$  — среднее значение логарифма ресурса;  $k$  — номер опыта в комбинации;  $\gamma$  — число опытов в одной комбинации;  $\sigma^2$  — дисперсия ряда опытов одной комбинации.

Зависимость ресурса конденсаторных секций от изучаемых факторов можно выразить эмпирической формулой вида [Л. 1 и 3]

$$M = 10^{b_0} \Delta^{b_1} F^{b_2} E^{b_3}, \quad (2)$$

где  $b_0, b_{1,2,3}$  — показатели, определяемые опытным путем.

Если учесть результаты, полученные при проведении экспериментов для исследуемого диапазона факторов  $\Delta$ ,  $F$  и  $E$  (табл. 1), и обозначить:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{2(\lg \Delta - \lg \Delta_0)}{\lg \Delta_+ - \lg \Delta_-}; & X_2 &= \frac{2(\lg F - \lg F_0)}{\lg F_+ - \lg F_-}; \\ X_3 &= \frac{2(\lg E - \lg E_0)}{\lg E_+ - \lg E_-}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Delta_+, F_+, E_+$  — значение факторов на верхнем уровне (+1);  $\Delta_-, F_-, E_-$  — то же на нижнем уровне (—1);  $\Delta_0, F_0, E_0$  — то же на среднем уровне (0), то, логарифмируя (2), получим следующее выражение:

$$\lg M = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3. \quad (4)$$

Коэффициенты уравнения (4) можно вычислить по формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \lg M_j; \quad (5)$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij} \lg M_j, \quad (6)$$

где  $j$  — текущий номер комбинации;  $i$  — текущий номер фактора;  $N$  — число комбинаций.

Расчетные значения для  $\lg M_j$  приведены в табл. 2. Подставляя  $b_0, b_{1,2,3}$ , вычисленные по формулам (5), (6), и значения  $X_1, X_2, X_3$ , вычисленные по (3), в выражение (4), получаем

$$\lg M = 15,287 - 5 \lg E + 0,82 \lg \Delta - 0,22 \lg F. \quad (7)$$

Проверка равнозначности вычисления коэффициентов уравнения (4) проводилась по критерию, изложенному в [Л. 4 и 6], согласно которому

$$G = \frac{\sigma_{j \max}^2}{N \sum_{j=1}^N \sigma_j^2} < G_m, \quad (8)$$

где  $G_m$  — критерий, табличная величина [Л. 6];  $\sigma_{j \max}^2$  — наибольшая дисперсия среди реализованных комбинаций (табл. 2).

Критическое значение  $G_m$  для числа сочетаний (8), числа степеней свободы (4), равняется 0,391 для доверительной вероятности 0,95. Так как  $G = 0,306 < G_m$ , то опыты равнозначны.

В табл. 2 приведены расчетные значения логарифма ресурса  $(\lg M)_p$ , вычисленные по уравнению (4) при  $X_{1,2,3} = \pm 1$ , и отклонения  $\delta(\lg M)$ , представляющие собой разность между расчетным и опытным значениями. Эти данные свидетельствуют о том, что достигнута удовлетворительная аппроксимация исследуемого процесса линейным многочленом.

После потенцирования (7) получаем:

$$M = 1,94 \cdot 10^{15} \Delta^{0,82} F^{-0,22} E^{-5}, \quad (9)$$

где  $F$  выражено в кГц,  $E$  — в кВ/мм;  $M$  — в циклах зарядов-разрядов.

Непосредственный перенос данных, полученных на отдельных секциях, при проектировании конденсатора без учета увеличения емкости конденсатора и специфики исполнения его конструкции может привести к существенному (до 50%) снижению ресурса.

Подставляя полученное выражение для ресурса (9) в формулы для удельного экономического веса  $a'_{уд}$  и удельной стоимости одного разряда  $s'_{уд}$  [Л. 2], получаем следующие выражения для удельных экономических характеристик с учетом режима работы:

$$a'_{уд} = \frac{1,17 \cdot 10^{-11} E^3 F^{0,22} \gamma_1}{\epsilon k_1 \Delta^{0,82}}, \quad (10)$$

$$s'_{уд} = \frac{1,17 \cdot 10^{-11} E^3 F^{0,22} (\gamma_1 \rho_1)}{\epsilon k_1 k_2 \Delta^{0,82}}, \quad (11)$$

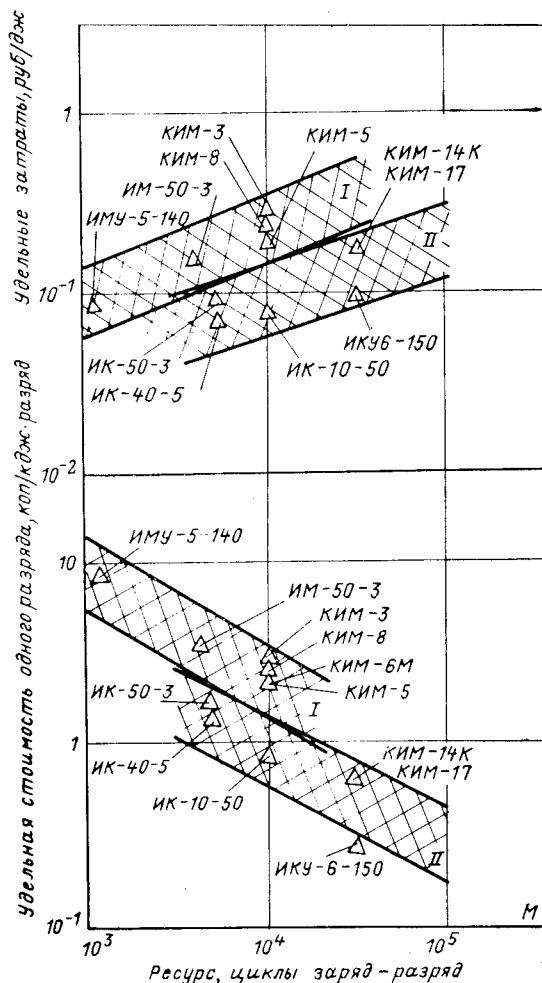


Рис. 2. Зависимость удельных затрат и удельной стоимости одного разряда от ресурса для импульсных конденсаторов.

где  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость изоляции;  $\gamma_1$  — удельный вес пропитанного диэлектрика;  $k_1$  — коэффициент, учитывающий заполнение объема конденсатора активным диэлектриком (0,7—0,9);  $p_1$  — стоимость диэлектрика (1,8 руб/кг);  $k_2$  — коэффициент, зависящий от отношения между стоимостью диэлектрика и отпускной стоимостью конденсатора (0,15—0,4).

Таким образом, удельно-экономические характеристики определяются с учетом влияния изменения режима работы конденсаторов. Испытания с целью ускорения проводились при напряжениях 130—150 кВ/мм (отношение испытательного напряжения к номинальному принимают равным 1,5—2 [Л. 7], предполагая при этом неизменность механизма старения ди-

электрика, что допустимо для бумажно-касторового диэлектрика, который имеет большую стойкость к воздействию частичных разрядов [Л. 8]. Поэтому для перехода на напряженности 70—80 кВ/мм применяется экстраполяция по формулам (10) и (11). Следует ожидать, что при такой экстраполяции значения коэффициентов будут несколько отличаться от приведенных выше. Эти отличия могут быть оценены после накопления информации о работе секции в диапазоне 70—80 кВ/мм.

Для определения изменения удельных экономических характеристик конденсатора от режима работы построена номограмма (рис. 1), по которой оценивается изменение  $a'_{уд}$  и  $s'_{уд}$ .

**Пример.** Необходимо оценить изменение  $a'_{уд}$  при переходе от основного режима к работе с параметрами  $F=50$  кГц,  $\Delta' = 0,6$  при  $U=0,8U_{раб}$ . Для этого, пользуясь рис. 1, отмечаем на оси абсцисс значение  $0,8U_{раб}$  и находим соответствующую ему точку на кривой  $\Delta' = 0,6$ . Из точки пересечения проводим горизонтальную линию к прямой  $F=100$  кГц, затем из этой точки поднимаемся по вертикали к прямой  $F=50$  кГц.

Результат для  $a'_{уд}$  и  $s'_{уд}$  получим, если из этой точки проведем горизонтальную линию к оси  $a'_{уд}/a'_{уд0}$ ,  $s'_{уд}/s'_{уд0}$ . Для рассматриваемого примера получили снижение удельных характеристик почти в 8 раз. За основной может быть принят любой режим, для которого известен ресурс.

На рис. 2 приведены удельные стоимости одного разряда и удельные затраты для выпускаемых в настоящее время силовых импульсных конденсаторов в случае пропитки бумаги минеральным маслом (область 1) и касторовым маслом (область 2). Здесь удельные характеристики рассчитаны с учетом режимов работы и ресурса, оговоренного в технических условиях на конденсаторы. Пользуясь номограммой, можно определить изменение экономических характеристик при изменении режима работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ренне В. Т. Электрические конденсаторы. М., «Энергия», 1969, 592 с.
2. Конотоп В. В., Фертик С. М. Удельные характеристики высоковольтных импульсных конденсаторов. — «Электричество», 1969, № 6, с. 71—73.
3. Беспалов В. Д., Конотоп В. В. Исследование влияния эксплуатации высоковольтного импульсного конденсатора в режиме МИУ на его ресурс. — «Вестник ХПИ». ХГУ, 1971, вып. 1, № 53, с. 53—56.
4. Бородюк В. П., Чирков И. М. Получение математического описания методами пассивного и активного эксперимента. — «Труды МЭИ», 1963, вып. 51, с. 49—114.
5. Беспалов В. Д., Конотоп В. В. Влияние параметров разрядного контура на ресурс импульсного конденсатора. — «ЭП. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы», 1973, вып. 1 (21), с. 15—17.
6. Румшицкий Л. З. Математическая обработка результатов экспериментов. М., «Наука», 1971, 192 с.
7. Ренне В. Т. Теоретические основы силового конденсаторостроения. — В сб.: Некоторые вопросы силового конденсаторостроения. М., 1967, с. 3—20.
8. Кучинский Г. С. Высоковольтные импульсные конденсаторы. Л., «Энергия», 1973, 176 с.

[12.4.1974]

УДК 621.313.333.004.2

## Экспериментальное сравнение асинхронных двигателей с короткозамкнутым и двухслойным роторами в различных режимах работы

Канд. техн. наук ОЛЕЙНИКОВ А. М.

Севастополь

Рассматриваются режимы работы электропривода, в которых применение двигателя с двухслойным ротором (АДДР) [Л. 1] по сравнению с двигателем с нормальным короткозамкнутым ротором (АДКР) будет более выгодным благодаря высоким пусковым характеристикам, хорошим регулировочным свойствам, особенностям конструкции и большей механической прочности ротора АДДР.

Важнейшей характеристикой АДДР является коэффициент использования габаритной мощности  $K_g$ , под которым подразумевается отношение номинальной мощности АДДР к номинальной мощности АДКР того же габарита в рассматриваемом режиме.

Известно [Л. 2], что для двигателя с массивным ротором из стали (АДМР) номинальные значения момента (в долях

Таблица 1

Тип двигателя	$P_n, \text{Вт}$	$\cos \varphi$	$\eta, \%$	$s, \%$	$K_p = \frac{P_n}{P_{\text{н}}}$	$\frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{н}}}$	$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}}$	$D_{\text{п}}$
Двигатель с короткозамкнутым ротором, $\delta=0,4 \text{ мм}$	2800	0,86	81,5	4,35	1	1,60	6,1	0,26
Двигатель с массивным гладким ротором из стали, $\delta=0,4 \text{ мм}$	1100	0,60	52,5	6,5	0,39	1,85	2,2	0,84
Двигатель с двухслойным ротором, с рифлением и магнитными клиньями, $\delta=0,5 \text{ мм}$	2235	0,73	76	5	0,80	3,45	4,5	0,77

номинального момента АДКР) и скольжения в длительном режиме лежат в пределах:  $M_{\text{н}}=0,5-0,6$ ,  $s_{\text{н}}=0,16-0,20$ , а коэффициент  $K_p=0,4-0,5$ .

Применение в качестве материала ротора сплава с оптимальными значениями удельного электросопротивления  $\rho$  и магнитной проницаемости  $\mu$ , а также двухслойной конструкции массивного ротора существенно улучшает характеристики двигателя при номинальной нагрузке и позволяет свести к минимуму потери при пуске [Л. 1]. Использование габаритной мощности АДДР увеличивается в длительном режиме до значений  $K_p=0,60-0,65$  и ограничивается высокими добавочными потерями, которые могут быть в 4 раза выше, чем в АДКР. Добавочные потери в АДДР значительно уменьшаются при увеличении воздушного зазора, рифлении поверхности ротора, применении в пазах статора магнитных клиньев [Л. 3].

В табл. 1 приведены экспериментальные номинальные и пусковые данные двигателя А41-2А с различными роторами. Параметр  $D_{\text{п}}$  характеризует добротность пуска:

$$D_{\text{п}} = \frac{M_{\text{п}}/M_{\text{н}}}{I_{\text{п}}/I_{\text{н}}}.$$

Номинальные данные двигателей определены из условия допустимого нагрева обмотки статора в длительном режиме работы. Массивный ротор выполнен из обычной стали марки ст. 3 и не имеет короткозамкающих колец. Двухслойный ротор выполнен из железомедного сплава [Л. 4], имеющего  $\rho=1,3 \cdot 10^{-7} \text{ ом} \cdot \text{м}$  и  $\mu \approx 30$  (при номинальном скольжении). Толщина массивного цилиндра равна 7 мм, на торцах двухслойного ротора приварены медные короткозамкающие кольца.

Из табл. 1 следует, что по сравнению с АДМР использование габаритной мощности АДДР увеличивается в 2 раза и лишь на 20% уступает АДКР. Энергетические показатели  $\eta$  и  $\cos \varphi$  АДДР приближаются к соответствующим характеристикам АДКР, сохраняется также высокая добротность пуска, которая оказывается примерно в 3 раза выше, чем у АДКР.

Эти результаты дают основание рекомендовать АДДР к применению не только в установках с динамическим режимом работы, но и в электроприводах длительного режима, когда некоторое снижение габаритной мощности двигателя оправдывается разрешением других весьма сложных проблем.

В дальнейшем рассматриваются только АД с «нормальным» и двухслойным роторами.

**Режим частых пусков.** Одним из главных преимуществ АДДР перед АДКР является значительное уменьшение пусковых потерь. Как показывают расчеты многих двигателей, замена короткозамкнутого ротора двухслойным приводит к уменьшению пусковых потерь в обмотке статора АД в 5 и более раз, что обусловлено уменьшением пускового тока, увеличением пускового момента и соответствующим снижением времени пуска. В таком же отношении уменьшаются потери в АДДР при реверсах и торможениях. В то же время большие пусковые потери современных двигателей могут существенно ограничивать возможное увеличение производительности грузоподъемных механизмов, широко применяемых в промышленности и на судах.

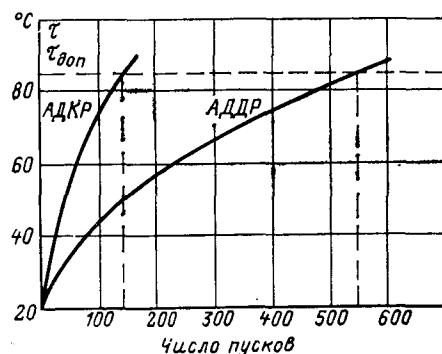


Рис. 1.

На рис. 1 даны зависимости нагрева обмотки статора от числа периодических пусков (3 сек — работа, 3 сек — пауза) двигателя А42-4 с различными роторами при номинальном (для АДКР) моменте сопротивления. У двигателей с «нормальным» ротором допустимое число пусков равно 130.

С применением двухслойного ротора допустимое число пусков увеличивается более, чем в 4 раза. Температура обмотки статора определялась путем измерения сопротивления этой обмотки постоянному току. Поскольку время цикла мало, кривая нагрева считается плавной. В этом опыте не исследовалась возможность уменьшения добавочных потерь в АДДР.

Двигатели серии А предназначены в основном для работы в длительных режимах. Если сравнить АДДР по допустимому числу пусков с двигателями серии МАП динамического режима работы, то преимущество также остается за первыми. Например, двигатель МАП 121-4 с короткозамкнутым ротором при том же моменте сопротивления, что и АДДР А42-4, допускает 200 пусков подряд, т. е. в 2,7 раза меньше. Хотя статоры этих двигателей выполнены конструктивно по-разному, моменты инерции их роторов примерно одинаковы, что имеет решающее значение для сравнения пусковых свойств.

**Повторно-кратковременный режим.** В этом режиме большое значение могут иметь потери при установившейся скорости вращения. Пусковые потери АДДР всегда меньше, чем потери АДКР; потери же АДДР в установившемся режиме больше, особенно если не принимать мер по уменьшению добавочных потерь.

В табл. 1 сравниваются номинальные (при номинальном для АДКР моменте сопротивления) данные двигателя А42-4 с различными роторами.

Как видно из табл. 2, при равных примерно значениях  $\cos \varphi$  к. п. д. АДДР на 14% ниже к. п. д. АДКР. Составляющие потери и суммарные потери в АДКР и АДДР соответственно равны:

$$\Delta p_{\text{м1}}=200 \text{ и } 300 \text{ Вт}; \Delta p_{\text{м2}}=135 \text{ и } 365 \text{ Вт};$$

$$\Delta p_{\text{ст+мех}}=200 \text{ и } 220 \text{ Вт}; \Delta p_{\text{доб}}=85 \text{ и } 315 \text{ Вт};$$

$$\Sigma \Delta p=620 \text{ и } 1200 \text{ Вт}.$$

Таким образом, суммарные потери в АДДР почти в 2 раза превосходят суммарные потери в АДКР.

Влияние пусковых потерь на нагрев двигателя, работающего в повторно-кратковременном режиме, тем больше, чем больше частота включений, а влияние установившихся потерь тем значительнее, чем больше длительность включения ПВ и время цикла

$$ПВ = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} 100\% = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\%.$$

где  $t_p$  — время рабочего периода, сек;  $t_0$  — время паузы, сек.

Таблица 2

Тип ротора	$M_{\text{н}}, \text{н} \cdot \text{м}$	$I_1, \text{а}$	$\cos \varphi$	$\eta, \%$	$s, \%$	$P_1, \text{Вт}$
Короткозамкнутый ротор	18,7	6,1	0,85	82	4,5	3420
Двухслойный ротор	18,7	7,4	0,79	67,7	11	3850

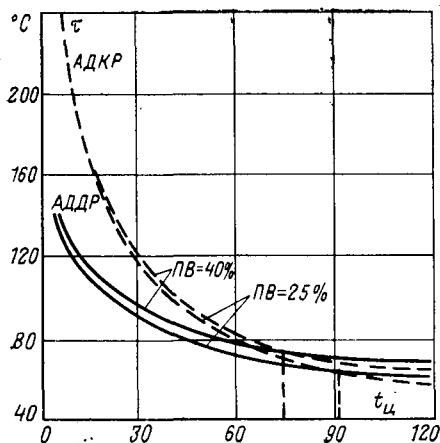


Рис. 2.

На рис. 2 представлены экспериментальные зависимости нагрева двигателя А42-4 с различными роторами от времени цикла при  $PВ=25$  и  $40\%$  и  $M_c=M_n$ .

Из рис. 2 следует, что при малом времени цикла для всех значений  $PВ$  нагрев АДДР значительно меньше, чем нагрев АДКР. В этом случае определяющими будут пусковые потери. Если время цикла увеличивать, то нагревы двигателей постепенно выравниваются и при некотором критическом значении  $t_{ц,кр}$  становятся одинаковыми. Это значит, что эквивалентные потери (пусковые и установившиеся) за время цикла для обоих типов двигателей равны. Дальнейшее увеличение времени цикла приводит к более сильному нагреву АДДР за счет преобладающего действия установившихся потерь. В частности, для рассматриваемого двигателя при  $PВ=40\%$  значение  $t_{ц,кр}=75$  сек, т. е. нагрев АДДР А42-4 при  $M_c=M_n$  и  $PВ=40\%$  будет больше, чем нагрев АДКР при тех же условиях, если число пусков в час  $z < 48$ . При уменьшении  $PВ$  значение  $t_{ц,кр}$  увеличивается.

Следовательно, для АДДР, работающего в повторно-кратковременном режиме при больших значениях  $PВ$  и времени цикла, нужно стремиться уменьшать добавочные потери или нагреву.

**Кратковременный режим.** Если продолжительность непрерывной работы АДДР сокращать, то допустимая из условий нагрева обмотки статора нагрузка двигателя может быть увеличена. Зависимость полезного момента, развиваемого АДДР А41-2, от времени непрерывной работы показана на рис. 3. В конструкции этого двигателя предусмотрено все для уменьшения добавочных потерь: АДДР развивает номинальный момент исходного АДКР при длительности работы 25 мин. При дальнейшем уменьшении времени работы двигателя допустимый момент нагрузки увеличивается. Все точки кривой рис. 3 соответствуют температуре нагрева обмотки статора  $t=85^\circ\text{C}$ .

К АД кратковременного режима работы могут предъявляться требования по обеспечению допустимого времени «стоянки»<sup>1</sup> при заторможенном роторе. Пусковой ток АДДР, как правило, в 1,5–2 раза меньше, чем у АДКР того же габарита. Поскольку допустимое время «стоянки» под пусковым током  $t_{ст.п}$  обратно пропорционально квадрату плотности тока, то это время для АДДР в 2–4 раза больше.

Редкими включениями и малой (до 3 мин) продолжительностью цикла характеризуется электропривод запорной арматуры [Л. 5], что позволяет применить для него двигатель с простым и дешевым двухслойным ротором без медных короткозамыкающих колец. Сравнительные номинальные (при номинальном токе АДКР) и пусковые данные двигателя А42-4 с различными роторами приведены в табл. 3.

Из табл. 3 следует, что номинальная мощность АДДР уменьшается на 34%, однако это не скажется отрицательно на работе электропривода, так как наибольшую мощность двигатель должен развивать в области больших скольжений. В то

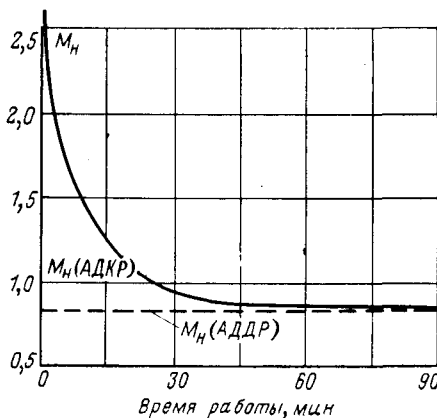


Рис. 3.

же время значительное снижение пускового тока и соответствующее увеличение (в 4 раза) допустимого времени «стоянки» при заторможенном роторе, а также большую пусковой момент создают высокую эксплуатационную надежность АДДР при низкой стоимости изготовления.

**Длительный режим. Регулируемый электропривод.** Характерными особенностями АДДР являются мягкие механические характеристики и лучшие по сравнению с АДКР энергетические показатели  $\eta$  и  $\cos \phi$  при больших скольжениях, что позволяет регулировать скорость вращения АДДР в широких пределах изменением подводимого напряжения.

Ограничивающим фактором при этом способе регулирования являются потери в роторе и статоре, которые при увеличении скольжения могут несколько возрастать.

На рис. 4 и 5 даны некоторые результаты исследования двигателя А41-2А с различными роторами, регулируемого напряжением при квадратичном моменте сопротивления. Данные этого двигателя приведены в табл. 1 (первая и третья строки). Из рис. 4 следует, что устойчивое регулирование скорости вращения АДДР возможно в диапазоне  $(3:1) - (4:1)$ . В тех же условиях диапазон регулирования АДКР составляет 2:1 при меньшей стабильности, что связано с отрицательным приращением момента при больших скольжениях. На рис. 5 показаны зависимости превышения температуры статора и произведения  $\eta \cos \phi$  от скольжения.

Как видно, параметр  $\eta \cos \phi$ , характеризующий добротность номинального режима, у АДДР выше, чем у АДКР, при скольжениях  $s > 0,1$ . Максимальное превышение температуры АДДР составляет  $94^\circ\text{C}$ , т. е. на  $29^\circ\text{C}$  выше допустимого. В диапазоне скольжений  $s=0,2-0,6$  в условиях самовентиляции возможна только кратковременная работа АДДР в течение 25 мин. На всем диапазоне регулирования АДДР не перегревается, если номинальную мощность (2235 Вт) дополнительно уменьшить на 22%. Это соответствует использованию габаритной мощности АДДР  $K_p=0,625$ . В то же время АДКР при регулировании перегревается выше допустимой температуры на  $93^\circ\text{C}$ . Из условий допустимого нагрева мощность регулируемого АДКР надо ограничить величиной  $0,36 P_n$  нерегулируемого АДКР; необходимое увеличение габарита регулируемых АДДР и АДКР составляет соответственно 1,6 и 2,8. Подобные соотношения получены и для регулируемого двигателя с массивным зубчатым ротором из стали [Л. 6]. В установках с усиленной вентиляцией использование габаритной мощности АДДР может быть увеличено до значения  $K_p=0,75$ , необходимое увеличение габарита двигателя составит при этом 1,35.

**Маломощные электроприводы.** К асинхронным двигателям предъявляются жесткие требования по ограничению вибраций и шумов. Благодаря особенностям конструкции ротора АДКР являются интенсивным источником магнитных шумов и вибраций, возможное уменьшение которых связано с необходимостью выбора оптимального соотношения чисел пазов на статоре и роторе. Однако это соотношение часто вступает в противоречие с соотношением пазов, обеспечивающим требуемые пусковые и энергетические характеристики АДКР. Применение двухслойного гладкого ротора позволяет исключить из кривой результирующего поля двигателя высшие гармоники, обусловленные зубчатостью ротора и взаимной зубчатостью статора и ротора. Так как шумы и вибрации магнитного происхождения вызваны усилиями, возникающими от взаимодействия высших гармонических магнитных полей, то отсутствие в ин-

Таблица 3

Тип ротора	$P_n$ , Вт	$\eta$ , %	$\cos \phi$	$s$ , %	$\frac{I_{п}}{I_n}$	$\frac{M_{п}}{M_n}$	$t_{ст.п.}$ , сек
Короткозамкнутый ротор	2800	82	0,85	4,5	6,3	1,62	31
Двухслойный ротор без короткозамыкающих колец	1850	63	0,80	12	3,3	2,40	120

<sup>1</sup> Под допустимым временем «стоянки» подразумевается время, в течение которого температура обмотки статора в режиме короткого замыкания достигает предельно допустимого для данного класса изоляции значения.

дукции результирующего магнитного поля АДДР перечисленных гармоник закономерно приводит к существенному улучшению виброшумовых характеристик этого двигателя.

Экспериментальные исследования, проведенные на двигателе МАП 311-4/12, показывают, что при замене короткозамкнутого ротора двухслойным измеренные на лапах двигателя виброускорения при номинальной нагрузке ( $2p=4$ ) уменьшаются на зубцовых частотах АДКР до 13 дБ и меньше. Общий уровень вибраций при холостом ходе уменьшается до 2 дБ, а общий уровень шума — до 4 дБ. Эксперименты проводились с помощью измерителя ИВПШ и комплекта приборов фирмы Брюль и Кьер.

**Электроприводы с однократными, но тяжелыми пусками.** В ряде случаев при  $M_c = M_n = \text{const}$  или при разгоне больших масс прямой пуск АДКР приводит к напряженному режиму работы пусковой аппаратуры и создает опасность выхода двигателя из строя (по причине больших пусковых потерь). При пуске от слабой сети (линии большой протяженности с недостаточной пусковой способностью, потребительские трансформаторы в сельскохозяйственном электроснабжении, автономные генераторы на судах и т. д.) возникающие в линии падения напряжения, достигающие 45% номинального и выше, приводят к ухудшению качества пуска, значительному увеличению пусковых потерь, а в некоторых случаях пуск АДКР оказывается невозможным по причине чрезмерного уменьшения пускового момента.

Таким образом, для отдельных двигателей длительного режима работы существенное уменьшение пусковых потерь и улучшение добротности пуска может рассматриваться как главная проблема.

Увеличение габарита АДКР в этих условиях не решает проблемы пуска: с увеличением пускового момента увеличивается также и пусковой ток, что ведет к еще большему провалу напряжения на зажимах двигателя и вновь к уменьшению пускового момента. При замене короткозамкнутого ротора двухслойным момент при пуске увеличивается, а ток уменьшается — условия пуска двигателя значительно улучшаются. Необходимое увеличение габарита АДДР из условий обеспечения номинального момента составляет 25%.

Применение АДДР также позволяет значительно уменьшить пусковые потери, обусловленные падением напряжения при прямом пуске. Зависимость пусковых потерь от напряжения и момента сопротивления при пуске определяется выражением [Л. 7]:

$$A_n \equiv \frac{M}{M - M_c} \equiv \frac{M_n (U_n)^2}{M_n (U_n)^2 - M_c} \equiv \frac{U_n}{U_n - \frac{M_c}{M_n}},$$

где  $M_n$  — эквивалентный пусковой момент;  $U_n$  — напряжение на зажимах двигателя в долях номинального.

Из этого уравнения следует, что при наличии момента сопротивления даже незначительное снижение напряжения

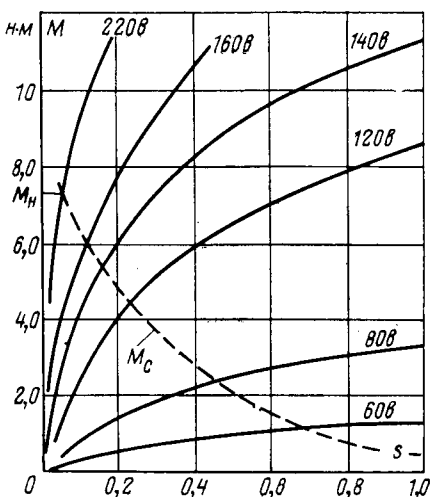


Рис. 4.

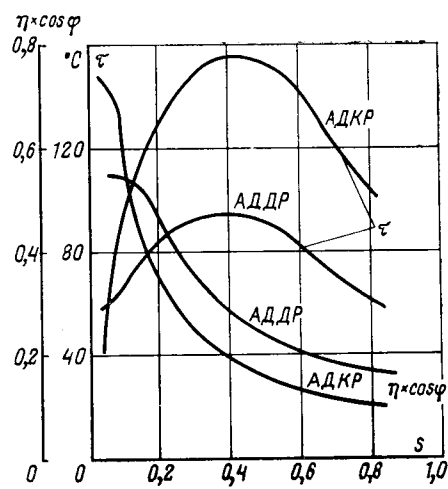


Рис. 5.

резко увеличивает пусковые потери. Двигатель с двухслойным ротором имеет меньший пусковой ток, поэтому сопровождающее его падение напряжения в линии будет меньше, чем при пуске АДКР; соответственно снижаются пусковые потери. Так, расчет показывает, что при уменьшении падения напряжения пуска с 30 до 20%, что может быть достигнуто заменой короткозамкнутого ротора двухслойным, и значений  $M_c/M_n = 0,4$  пусковые потери уменьшаются в 2,4 раза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Могиляников В. С., Стрельников А. Н. Перспективы улучшения характеристик асинхронных двигателей с массивными роторами. — «Электротехника», 1970, № 3.
2. Куцевалов В. М. Вопросы теории и расчета асинхронных машин с массивными роторами. М., «Энергия», 1966.
3. Олейников А. М. Пути повышения коэффициента использования габаритной мощности двигателя с двухслойным ротором в длительном режиме работы. — «ЭП. Электрические машины», 1973, № 7 (29).
4. Стрельников А. Н., Михайлиди В. А. Литой сплав на основе железа. А. С. № 240262 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1969, № 12.
5. Использование асинхронных двигателей с массивным ротором в электроприводах запорной арматуры. — «ЭП. Электрические машины», 1970, № 5. Авт.: Гольдин Л. С., Плахотный Н. М., Зинзивер Ф. К. и др.
6. Исследование регулируемого электропривода переменного тока для механизмов с квадратичным моментом. Белорусский политехнический институт. Республиканские межведомственные сборники «Электроэнергетика», 1971, вып. 2. Авт.: Шумилин Г. Д., Германович А. П., Шипуль П. Т., Пухарт А. Р.
7. Петров И. И., Мейстель А. М. Специальные режимы работы асинхронного двигателя. М., «Энергия», 1968.

[12.3.1974]



УДК 621.315.668.1

## Целесообразность применения деревянных опор на линиях электропередачи

ШНЕЛЛЬ Р. В., КИТУШИН В. Г., КИСЕЛЕВ В. В., КУЛЕШОВ А. П.

Новосибирск

Линии электропередачи (ВЛ) — одна из немногих сфер строительства, где древесина может эффективно применяться в качестве конструктивного материала без значительной переработки.

К основным достоинствам деревянных опор следует отнести [Л. 1]:

хорошие экономические показатели по сравнению с опорами из других материалов (за счет низкой стоимости древесины);

простота изготовления;

высокие электроизоляционные свойства, позволяющие применять деревянные опоры без грозозащитных тросов;

Тип опор	Территориальные районы	ВЛ 35 кВ (провод АС-120; протяженность 23,4 км; II РКУ)		ВЛ 110 кВ (провод АС-120; протяженность 46,7 км; I РКУ)		ВЛ 220 кВ (провод АСО-300; протяженность 69 км; I—II РКУ)	
		С <sub>к</sub> , %	П, %	С <sub>к</sub> , %	П, %	С <sub>к</sub> , %	П, %
Металлические	Московская обл.	158	134 (135)	157	137 (140)	137/124	127 (130) / 116 (119)
	Московская обл.*	164	136 (137)	161	136 (139)	134/120	125 (127) / 114 (116)
	Киевская обл.*	159	132 (133)	158	135 (138)	131/118	123 (124) / 112 (113)
	Ставропольский край*	159	133 (134)	163	123 (126)	133/120	126 (126) / 115 (116)
	Свердловская обл.	165	138 (140)	158	138 (141)	139/126	129 (132) / 118 (121)
	Тувинская АССР	168	137 (139)	155	137 (139)	136/124	125 (126) / 116 (119)
	Казахская ССР*	160	133 (135)	158	136 (139)	132/119	123 (125) / 113 (115)
	Иркутская обл.	171	143 (145)	162	142 (145)	143/132	133 (135) / 123 (126)
Железобетонные	Дальний восток*	176	147 (148)	191	160 (162)	147/132	136 (138) / 125 (126)
	Московская обл.	112	93 (94)	122	104 (105)	128/116	112 (115) / 103 (105)
	Московская обл.*	117	94 (96)	129	106 (108)	128/114	115 (117) / 105 (106)
	Киевская обл.*	114	93 (94)	126	104 (107)	124/113	114 (115) / 103 (105)
	Ставропольский край*	112	92 (93)	126	104 (106)	124/111	113 (113) / 103 (104)
	Свердловская обл.	121	99 (101)	124	106 (108)	128/116	115 (117) / 105 (108)
	Тувинская АССР	115	95 (97)	118	102 (103)	120/110	108 (111) / 100 (103)
	Казахская ССР*	115	94 (96)	128	106 (108)	126/114	114 (116) / 104 (106)
	Иркутская обл.	122	100 (102)	125	107 (109)	129/118	116 (118) / 107 (110)
	Дальний Восток*	118	98 (99)	141	111 (112)	138/125	125 (127) / 115 (117)

Примечания. Приведенные затраты и стоимость ВЛ на деревянных опорах принята за 100 %. Для ВЛ 220 кВ в числителе даны показатели для бестросовых и в знаменателе для тросовых ВЛ. В скобках приведены данные при сроке службы деревянных опор 30 лет, без скобок—20 лет.

\* Территориальные районы, по которым все показатели определялись для опор новой унификации.

высокая перегрузочная способность (что особенно важно для районов с большим гололедом).

В Сибирском отделении института Энергосетьпроект в течение ряда лет проводится комплексный анализ вопросов проектирования, строительства и эксплуатации ВЛ 35—220 кВ с применением опор из дерева, стали и железобетона. Было проведено изучение литературы, материалов, полученных от научно-исследовательских и проектных институтов, сетевых строительных трестов и эксплуатационных организаций. Были также обследованы заводы Сибири по изготовлению опор и ВЛ ряда электропередач 110—220 кВ.

В статье остановимся лишь на новейших сведениях по экономическим показателям ВЛ на опорах, в том числе на опорах новой унификации.

В качестве определяющего показателя приняты приведенные затраты  $P$ , определяемые по методике, разработанной в Сибирском отделении института Энергосетьпроект [Л. 2 и 3]. Приведенные затраты  $P$  по этой методике

$$P = C_k + C_{н.р.тр} + C_{п.к} + C_{п.и.э} + C_{п.э.а},$$

где  $C_k$  — капиталовложения в объект;  $C_{н.р.тр}$  — изменение накладных расходов вследствие изменения трудоемкости возведения;  $C_{п.к}$  — часть приведенных затрат, зависящая от объема капиталовложений в базу (в производство конструкций и материалов, в приобретение монтажных и транспортных средств и в строительстве предприятий по их ремонту и обслуживанию);  $C_{п.и.э}$  — часть приведенных затрат, зависящая от издержек эксплуатации;  $C_{п.э.а}$  — часть приведенных затрат, зависящая от потерь электроэнергии и ущерба от ее недоотпуска.

Расчеты были выполнены для линий 35, 110, 220 кВ, проходящих в средних геологических, климатических и рельефных условиях (I—II РКУ). Техничко-экономический анализ проводился на ВЛ со стальными, деревянными и железобетонными опорами для ряда районов СССР.

Объемы работ определялись по рабочим чертежам, а стоимость — по единичным расценкам. Расстояние транспортировки материалов и конструкций до трассы определено в 20 км, по трассе — 5 км во всех территориальных районах. Средние сроки службы проводов, стальных и железобетонных опор приняты 50 лет, а деревянных опор из пропитанной древесины — 30 и 20 лет, тросов — 20 лет.

Показатели капитальных и приведенных затрат (в процентах от затрат для ВЛ на деревянных опорах) для опор старой (применяемой) и новой унификации приведены в таблице, из которой видно, что для опор ВЛ 35—220 кВ наиболее экономичны дерево и железобетон, и в большинстве случаев лидерство за деревом.

Причем возможности снижения стоимости ВЛ на деревянных опорах далеко не исчерпаны. К ним относится применение клееной древесины и увеличение высоты существующих опор [Л. 4].

Основным препятствием широкому внедрению древесины в линейном строительстве является совокупность следующих причин:

недостатки в развитии базы по изготовлению деревянных опор;

низкое качество поставляемой древесины и неудовлетворительная пропитка;

дефекты строительства;

недостаточное качество эксплуатации;

низкая групповность бестросовых линий на деревянных опорах при отдельных металлических опорах;

отсутствие должной заинтересованности у строительных и эксплуатирующих организаций (низкая индустриальность строительства, увеличение затрат ручного труда, большие издержки в процессе эксплуатации).

Недостатком в развитии базы по изготовлению деревянных опор является диспропорция между изготовлением и потребностью. Поэтому, хотя бывает целесообразно применять деревянные опоры, приходится использовать железобетонные, изготовление которых организовано более широко. По этой причине ряд линий, на которых предусматривалась установка деревянных опор, по настоянию эксплуатирующих и строительных организаций построено в железобетоне. Наряду с удорожанием строительства замена деревянных опор железобетонными привела к существенному увеличению расхода стали.

Низкое качество поставляемой древесины коренится в поставке леса большого диаметра и большей сбежистости по сравнению с нормируемыми допусками по ГОСТ, в недостаточном количестве длинномерного леса, а также в отсутствии гарантии в поставке лиственницы зимней рубки. Все это приводит к перерасходу древесины при строительстве линий по сравнению с проектом и увеличению стоимости строительства.

Причина быстрого загнивания деталей деревянных опор — неудовлетворительная пропитка их на заводах. Поступающие славом бревна сосны недостаточно высушиваются. При пропитке масляными антисептиками в недосушенном состоянии древесина пропитывается на незначительную глубину. При высыхании в эксплуатации образуются трещины, часто довольно глубокие: при этом обнажается непропитанная часть древесины, куда легко попадают споры грибов, вызывающие загнивание.

На обследованных линиях обнаружены массовые коромыслообразные прогибы траверс и стоек, выполненных из



сосны заводской пропитки. Появление таких прогибов объясняется пропиткой древесины во влажном состоянии. Пропитанная масляными антисептиками заболонь ухудшает естественное испарение влаги из бревна, создает повышенную температуру ее мокрой сердцевины и приводит к изгибу. На обследованных линиях прогиб стоек и траверс составил 10—50 см. Кроме того, при загнивающей влажной сердцевине опоры ток молнии проходит не по поверхности, а углубляется в дерево и вызывает большие грозовые щепления [Л. 5].

Пропитка влажной древесины связана с созданием запасов, необходимых для ее естественной сушки. Необходимо внедрение искусственной сушки и пропитки водорастворимыми антисептиками, не требующей предварительной сушки древесины. По зарубежным данным пропитанные таким способом столбы могут служить 20—25 лет [Л. 6].

К дефектам строительства можно отнести: неравномерное натяжение проводов в пролетах, неравномерное заглубление пасынков, наличие незаделанных пробками отверстий и затеска деталей опор, приводящая к снятию пропитанного слоя.

Неравномерное натяжение проводов в пролетах приводит к развороту опор и появлению наклонов стоек вдоль оси линии. Появление дополнительных изгибающих моментов от веса проводов и гирлянд или при наклоне опор способствует дополнительному изгибу стоек. На обследованных линиях наблюдались наклоны опор и перпендикулярно линии, вызванные неравномерным заглублением пасынков.

Наличие незаделанных пробками отверстий и затеска в узлах сопряжения, приводящая к снятию пропитанного слоя, создает дополнительные очаги загнивания.

Основным недостатком эксплуатации является отсутствие повторной пропитки опор в процессе эксплуатации; рекомендуемые для этого методы широкого применения не нашли, в то время как они позволяют увеличить срок службы опор на 5—9 лет [Л. 6].

Опыт эксплуатации ряда линий 220 кВ, построенных на деревянных опорах без троса, показал, что отдаленные защищенные металлические опоры приводят к большому количеству грозовых отключений; оно возрастает в 6—7 раз по сравнению с линией, выполненной целиком на деревянных опорах [Л. 5]. Необходимо поэтому избегать установки металлических опор. Однако выполнить полностью это требование в ряде случаев невозможно из-за наличия инженерных сооружений или естественных преград. Если количество металлических опор лежит в пределах одной на 10 км линии, их можно защищать трубчатыми разрядниками. При большем количестве защита их трубчатыми разрядниками может оказаться неэффективной из-за каскадной работы последних. В этом случае может оказаться целесообразной защита таких линий тросом. Поскольку сооружение линии с тросом требует дополнительных затрат, то целесообразность подвески троса следует определять технико-экономическим расчетом с учетом возможного ущерба от перерывов электроснабжения.

Как показывают расчеты применительно к линиям 220 кВ на деревянных опорах без металлических опор, являющихся единственным источником электроснабжения района, подвеска троса целесообразна при 23,13 и 8 грозовых дней в году для ВЛ с проводом соответственно АСО-300, АСО-400 и АСО-500. При наличии 50%-ного резервирования подвеска троса оправдывается при числе грозовых дней в году соответственно 100, 50 и 32. Если же на линии имеется большое количество металлических опор, подвеска троса практически всегда оправдана, так как допустимое количество грозовых дней в году для бестросовых линий со всеми сечениями проводов составляет меньше 10 даже при 50%-ном резервировании передаваемой мощности. Если же имеется полное резервирование, то подвеска троса даже для неоднородной линии становится неэффективной, так как минимально необходимое количество грозовых дней должно превышать величину 100—300 [Л. 7 и 8].

Аналогичные расчеты для линий 110 кВ на деревянных опорах показали, что применение троса здесь не экономично. Действительно, соотношение между количеством грозовых отключений для линий с тросом и без троса получается примерно такое же, как и для линий 220 кВ. В то же время разница в стоимости между тросовыми и бестросовыми опорами 110 кВ сравнительно велика, а ожидаемый ущерб значительно ниже, так как мощности, передаваемые в среднем по линиям 110 кВ, существенно меньше мощностей, передаваемых по линиям 220 кВ. Так, разница в стоимости одного километра ВЛ на тросовых и бестросовых опорах 110 кВ в зависимости от грунтов, климатических районов и сечения

проводов лежит в пределах 1,8—3,6 тыс. руб., т. е. в 3—6 раз больше, чем для линий 220 кВ, экономические мощности в зависимости от сечения проводов колеблются от 18 до 120 Мвт, т. е. в 3—6 раз меньше, чем для линий 220 кВ. С учетом всех этих факторов получаем, что минимальное количество грозовых дней в году, при котором будет экономически целесообразно строить линию с тросами, должно быть в 10—40 раз больше минимального количества грозовых дней, необходимых для линий 220 кВ [Л. 7].

Немаловажным фактором, тормозящим более широкое внедрение деревянных опор, является существующая система оценки деятельности строительно-монтажных организаций по объему капитальных вложений в объект. Поскольку стоимость линий на деревянных опорах меньше стоимости линий на металлических и железобетонных опорах, а трудоемкость работ при строительстве линий на дереве выше, тем более при низком качестве поставляемой древесины сооружение таких линий становится «невыгодным» для строительно-монтажных организаций.

С другой стороны, линии на деревянных опорах, имеющие низкие капитальные вложения, предполагают повышенные эксплуатационные расходы. При существующем положении, когда выделение и распределение капитальных вложений практически не зависит от деятельности энергосистемы и не определяются ее работой, а системе только передается на баланс построенная линия, то принятие объектов с повышенными эксплуатационными расходами вызывает снижение прибыли у энергосистем за счет повышения себестоимости, увеличивает трудоемкость эксплуатации из-за увеличения капитальных и текущих ремонтов, поэтому РЭУ, как правило, против линий на деревянных опорах.

Наличие недостатков по качеству поставляемой древесины, ее пропитке, строительству и эксплуатации ведет к снижению эффективности применения деревянных опор, прежде всего за счет сокращения сроков службы опор. Применять деревянные опоры для ВЛ 35—220 кВ при среднем сроке службы 8—12 лет нецелесообразно. Для тросового варианта ВЛ 220 кВ предел целесообразности применения деревянных опор по сроку службы составляет 14—15 лет [Л. 2]. Однако перечисленные недостатки не являются неизбежными и их ликвидация позволит увеличить срок службы деревянных опор до нормативного 24—30 лет и более.

Учет надежности при оценке проектных решений, рекомендуемый Сибирским отделением института Энергосетьпроект [Л. 3, 5 и 7], позволяет избежать ошибок, которые были допущены в прошлом.

На базе работ по применению экономико-математических методов возникла и получила большое практическое использование методология оптимального планирования, которая по-новому решает в числе прочих проблему развития, размещения и специализации промышленности.

Одной из задач, связанных с планированием строительства, является задача выбора рационального материала для строительных конструкций. В более конкретном виде она может быть представлена как задача планирования поставок рациональных взаимозаменяемых конструкций с каждого предприятия на каждый объект, т. е. задача оптимизации структуры потребления конструкций в строительстве. Экономико-математическая модель такой задачи с использованием линейного программирования применительно к энергосетевому строительству описана в [Л. 9]. Эта модель дает возможность комплексного учета факторов, влияющих на эффективность проектных решений и решает следующие задачи:

определение пропорций и структуры строительства ВЛ, при которой бы использовались рациональные конструктивные материалы, позволяющие максимально экономить общественные издержки;

выявление рациональных направлений и объемов поставок элементов ВЛ от заводов — изготовителей строительных конструкций до строящихся линий;

определение целесообразности строительства новых предприятий, пункты их размещения, мощность, объем капитальных вложений в строительную базу.

Кроме этого, в результате решения задачи определяются необходимый объем капитальных вложений на строительство каждой линии и сумма приведенных затрат.

По предложенной методике была оптимизирована структура применения конструкций в строительстве ВЛ на 1975 г. для ряда областей Сибири и достигнуто снижение общей суммы капиталовложений в строительство ВЛ на 11% и приведенных затрат на 6%.



Анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. Более широкое внедрение в строительстве линии электропередачи деревянных опор имеет большие технические и экономические предпосылки, однако для этого необходимо: развивать индустриальную базу по изготовлению и пропитке деталей деревянных опор; повысить качество эксплуатации, обязательно применять повторную пропитку деревянных опор в процессе эксплуатации;

в проектах ВЛ на деревянных опорах без тросов избегать установку отдельных незащищенных трубчатыми разрядниками металлических опор и отдельных участков на металлических опорах, увеличивающих примерно в 7 раз количество грозовых отключений; если установка металлических опор неизбежна, необходимо специально прорабатывать вопросы грозоупорности линий и предусматривать мероприятия по ее повышению, особенно для ВЛ 220 кв.

2. Для определения пропорций капиталовложений в строительство стройбазы и линий электропередачи целесообразно применять экономико-математические методы и, в частности, оптимальное линейное программирование.

Все эти мероприятия совместно с упорядочением системы планирования и материальной заинтересованности строительно-монтажных и эксплуатирующих организаций позволят правильно решить столь сложную проблему по определению целесообразного объема строительства ВЛ на деревянных опорах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бургсдорф В. В., Овсенко В. В., Рашкес В. С. Применение деревянных опор на линиях электропередачи. — «Электричество», 1970, № 3.

2. Кулешов А. П. Методика технико-экономической оценки рационального материала опор линий электропередачи. — «Энергетическое строительство», 1969, № 11.

3. Кулешов А. П. Методика определения приведенных эксплуатационных затрат при выборе рационального материала опор ВЛ. — «Энергетическое строительство», 1971, № 5.

4. Шнелль Р. В. О теории оптимизации высоты опор и длины пролета воздушных линий. — «Электричество», 1971, № 7.

5. Китушин В. Г., Кулешов А. П. К вопросу применения древесины в строительстве линий электропередачи. — В сб.: Материалы научно-технической конференции, посвященной 50-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Новосибирск, 1967.

6. Пропитка антисептиками древесины опор линий электропередачи. — Энергетика за рубежом, М., БТИ ОРГРЭС, 1965.

7. Китушин В. Г. О целесообразности подвески тросов на линиях с деревянными опорами. — В сб.: Материалы научно-технической конференции, посвященной 50-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Новосибирск, 1967.

8. Киселев В. В. О применении деревянных опор на магистральных воздушных линиях 220 кв. — В сб.: Материалы научно-технической конференции, посвященной 50-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Новосибирск, 1967.

9. Комаров В. Ф., Кулешов А. П. Методика оптимизации структуры применения конструкций в строительстве ВЛ. — «Энергетическое строительство», 1971, № 7.

[23.4.1973]



Московский дом книги имеет в продаже и высылает наложенным платежом книги.

Рекомендуем приобрести перечисленные книги издательства «Энергия», которые могут быть использованы в Вашей работе.

Билибин К. И., Духанин А. М. и Скороходов Е. А. Намоточные работы в производстве элементов электроавтоматики. 1972. 216 с.

В книге рассмотрены основные типы обмоток, даны термины, понятия и определения, встречающиеся в намоточном производстве. Приводятся технические данные, описывающие кинематика и наладка намоточного и изолировочного оборудования, технологической оснастки и инструмента. Излагаются вопросы пропитки, заливки, обволакивания и сушки обмоток, есть технические данные оборудования.

Книга предназначена для инженерно-технических работников, она может быть полезна рабочим-обмотчикам и электромеханикам.

Смолов В. Б., Кантер Е. Л. Мостовые вычислительные устройства. 1971. 176 с.

В книге рассматриваются основы теории, элементы расчета и примеры практического применения мостовых вычислительных устройств, выполняющих основные математические операции с погрешностью порядка десятых — сотых долей процента. Приводятся структуры, элементы теории, проектирования и практические схемы МВУ.

Книга предназначена для специалистов в области вычислительных и информационных устройств.

Топфер Г., Шрепель Д. и Шварц А. Система пневматических элементов релейной техники. 1972. 88 с.

Книга посвящена описанию системы пневматических логических элементов. Рассмотрены назначение, область применения системы и критический обзор иных логических систем пневмоавтоматики. Приводится описание системы «Дрелоба», ее функциональные возможности, характеристики, технические данные (конструкция, монтаж) и примеры применения.

Книга представляет интерес для разработчиков пневматических релейных схем и пневматической релейной аппаратуры.

Заказы на книги направлять по адресу: 121019, Москва Г-19, п/я 42, пр. Калинина, д. 26, Московский дом книги.



## Применение потребителей-регуляторов в энергосистемах

Доктор техн. наук КОНСТАНТИНОВ Б. А., канд. техн. наук ЖИЛОВ Г. М.,  
инж. КУНКС Э. И., канд. экон. наук РОДИОНОВ В. П., инж. ФЕДОТОВ Б. А.

Ленинград

Графики электрической нагрузки большинства энергосистем носят неравномерный характер в течение суток, и их анализ на перспективный период показывает, что в дальнейшем ожидается еще большая неравномерность. В качестве основного оборудования вновь строящихся тепловых электростанций предусматриваются блоки мощностью 800, 1200 Мвт, имеющие более низкие маневренные свойства по сравнению с блоками 150, 200, 300 Мвт, а также ожидается увеличение доли атомных электростанций, требующих по экономическим показателям работы только в базисном режиме. Все указанное ведет к значительным трудностям покрытия пиков и прохождения ночных провалов графиков нагрузки энергосистем.

Наиболее рациональным в этих условиях представляется выравнивание графиков нагрузки с помощью электроемких потребителей-регуляторов, которые могут быть созданы на базе действующих и проектируемых производств.

В качестве примера рассмотрим использование заводов по производству желтого фосфора электрохимическим методом в качестве промышленного потребителя-регулятора, так как такие предприятия — крупнейшие потребители электроэнергии в ряде энергосистем страны. Исследование возможности выравнивания графика нагрузки таких энергосистем предполагает изучение графиков потребления электроэнергии на данных заводах и анализ режимов агрегатов, потребляющих электроэнергию с целью определения возможности их использования в качестве потребителей-регуляторов.

Основными потребителями электроэнергии на предприятиях, производящих желтый фосфор, являются руднотермические электропечи. Эти печи представляют собой агрегаты непрерывного действия и потребляют более 85% общего расхода электроэнергии данных предприятий, составляющего сотни миллионов киловатт-часов в месяц. Среднемесечное потребление в течение всего года остается примерно постоянным (колебания не превосходят  $\pm 8\%$ ).

Фосфорная электропечь питается от трехфазной сети промышленной частоты через специальные понижающие трансформаторы, преобразующие сетевое напряжение 35—110 кВ в напряжение 300—500 В. Единичная мощность электропечей достигает 50 МВ·а и строится печи мощностью 80 МВ·а. Установленная мощность трансформаторных агрегатов одного электропечного цеха по производству желтого фосфора составляет 300 МВ·а и более, а заводов — 700—800 МВ·а.

На рис. 1 представлен характерный зимний суточный график нагрузки одной из энергосистем, на который нанесена нагрузка фосфорных предприятий, питающихся от этой энергосистемы. За значение базисной мощности  $P_0$  принята суммарная установленная мощность основных генераторов энергосистемы. Нагрузка, превышающая базисную мощность, покрывается перетоками из соседних энергосистем за счет работы гидроэлектростанций и частично за счет пиковых агрегатов тепловых электростанций этих систем. Из рис. 1 следует, что в энергосистеме и на фосфорных предприятиях имеет место значительная неравномерность потребления электроэнергии в течение суток, причем нагрузка фосфорных предприятий играет существенную роль в формировании графика нагрузки энергосистемы.

Коэффициент заполнения графика нагрузки  $k_z$  фосфорных предприятий колеблется в диапазоне 0,75—0,85, а среднее значение при нормальном технологическом режиме равно 0,81. Средний коэффициент заполнения графиков нагрузки остальных потребителей равен 0,75 и колеблется незначительно. Общее значение нагрузки в зимний период года увеличивается за счет роста потребления электроэнергии остальными потребителями при относительно неизменной нагрузке фосфорных предприятий.

В энергосистеме наблюдалась разновременность максимумов нагрузки фосфорных предприятий и остальных потребителей электроэнергии. Коэффициент разновременности максимума нагрузки в рассматриваемые сутки лежит в пределах 0,91—0,95. Двухставочный тариф обеспечивал снижение нагрузки фосфорных предприятий во время вечернего максимума потребления. Анализ статистических данных потребления электроэнергии показал, что среднее значение коэффициента снижения мощности одного из фосфорных заводов в период вечернего максимума нагрузки составляет 0,7. Снижение мощности имеет место в течение года независимо от режима работы энергосистемы. В летний период времени и особенно в выходные и праздничные дни это не соответствует рациональному графику нагрузки системы (рис. 2): энергосистема загружена по сравнению с базисной мощностью лишь на 80%.

Неравномерность суточного потребления электроэнергии фосфорными предприятиями объясняется изменением потребления электроэнергии фосфорными электропечами в течение суток. На рис. 3 приведен суточный график нагрузки фосфорных электропечей одного из предприятий, из которого следует, что нагрузка каждой электропечи в течение суток значительно изменяется. Колебания электропотребления объясняются как особенностями технологического процесса, так и техническим состоянием оборудования. Печи 1, 3, 4 имели заданную мощность 40—48 Мвт и снижали нагрузку на 50% в период вечернего максимума энергосистемы (с 19 по 21 ч) по указанию диспетчера. На печи 4 время проведения ремонтных работ было приурочено к периоду диспетчерского ограничения нагрузки. На печи 2 с 8 по 12 ч снижалась нагрузка из-за производства аварийных ремонтных работ в ее отдельных узлах.

Фосфорные электропечи оборудуются двумя системами электрофильтров, причем каждая из систем периодически отключается для чистки и профилактического ремонта на 48—72 ч. В этот период печь продолжает работу при сниженном примерно на половину значении мощности. Соответственно снижается потребление электроэнергии. К другим причинам снижения рабочей мощности относятся: проведение ремонтов элементов оборудования без отключения печи, требующих снижения производительности; неполадки в системе шихтоподготовки; откачка фосфора и т. п.

Наряду с работой печи при пониженной мощности имеют место полные отключения, при которых серьезно нарушается технологический режим и снижается надежность работы оборудования печи. При нормальной (регламентной) эксплуатации печей коэффициент использования времени составляет около 0,9, а коэффициент использования максимальной мощности колеблется в пределах 0,75—0,80. Опыт эксплуатации отечественных фосфорных печей и статистическая обработка эксплуатационных материалов показывают, что без нарушения ведения технологического процесса возможно регулярно снижать рабочую мощность печи до 50—60% номинальной мощности электропечного трансформатора. При этом надежность работы элементов оборудования печи не снижается, а лишь уменьшается производительность отдельных агрегатов и несколько увеличивается удельный расход электроэнергии. Следовательно, такой режим технически осуществим как средство ограничения мощности при использовании фосфорных печей в режиме регуляторов нагрузки. При этом, как показано далее, необходимо увеличить установленную мощность электропечных агрегатов в целях сохранения производительности предприятий.

Технико-экономические показатели фосфорных предприятий при работе их в режиме потребителей-регуляторов могут ухудшаться из-за ущерба, который возникает при неполном использовании мощности электропечей в период ограничений [Л. 1 и 2]. Так, в настоящее время фосфорные предприятия, оплачивающие стоимость потребляемой электроэнергии по двухставочному тарифу, основная ставка которого предусматривает оплату заявленной мощности в часы максимума энергосистемы, участвуют в регулировании графика нагрузки, снижая мощность в часы вечернего максимума. Но такое снижение нагрузки производится даже в период отсутствия дефицита мощности в энергосистеме в соответствии с договорной мощностью, которая потребляется исходя из средней планируемой цены на электроэнергию. Это играет решающую роль, так как доля энергозатрат в себестоимости фосфора составляет около 40%. Если указанное снижение нагрузки по заводу не производить, то стоимость электроэнергии возрастет, и себестоимость фосфора резко увеличится.

При работе предприятия в режиме потребителя регулятора приведенные затраты на выпуск продукции увеличиваются. Народнохозяйственный экономический эффект при осуществлении регулирования нагрузки энергосистемы с помощью фосфорных потребителей-регуляторов может иметь место в том случае, если экономический эффект энергосистемы превысит значение ущерба предприятий-потребителей. Следовательно, народнохозяйственный экономический эффект

$$\Delta Z = \Delta Z_a - \Delta Z_p > 0, \quad (1)$$

где  $\Delta Z_a$  — экономический эффект, получаемый энергосистемой;  $\Delta Z_p$  — ущерб потребителя, работающего в режиме регулирования.

Экономический эффект, получаемый энергосистемой от внедрения промышленного потребителя-регулятора,

$$\Delta Z_a = E \Delta K + \Delta I + \Delta I_T, \quad (2)$$

где  $E$  — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;  $\Delta K$  — экономия капиталовложений в энергосистеме в связи с уменьшением генерирующей мощности;  $\Delta I$  — экономия ежегодных издержек в энергосистеме без затрат на топливо;  $\Delta I_T$  — экономия затрат на топливо.

Экономия капиталовложений в энергосистеме

$$\Delta K = P_{отк} \alpha_{рез} k_{уд.а}, \quad (3)$$

где  $P_{отк}$  — отключаемая мощность в энергосистеме в связи с применением потребителя-регулятора;  $\alpha_{рез}$  — коэффициент, учитывающий резерв мощности в энергосистеме;  $k_{уд.а}$  — удель-

ные капиталовложения в устанавливаемую мощность на электростанциях.

Экономия ежегодных издержек в энергосистеме

$$\Delta I = \Delta I_{ам} + \Delta I_{экс}, \quad (4)$$

где  $\Delta I_{ам}$  — величина амортизационных отчислений;  $\Delta I_{экс}$  — расходы по эксплуатации, включая расходы на текущий ремонт, заработную плату и общепроизводственные расходы.

Экономия по топливной составляющей в энергосистеме

$$\Delta I_T = \varphi [S_3 \omega_3 - (S_2 \omega_2 + S_1 \omega_1)], \quad (5)$$

где  $\varphi$  — замыкающие затраты по топливу;  $S_1, S_2, S_3$  — относительные приросты стоимости электроэнергии соответственно в зонах провала, полулика и пика графика нагрузки;  $\omega_1$  — количество электроэнергии, переносимой в зону провала нагрузки из пиковой зоны;  $\omega_2$  — количество электроэнергии, переносимой в зону полулика нагрузки из зоны пика;  $\omega_3$  — количество электроэнергии, переносимой из зоны пика нагрузки в зоны полулика и провала.

Ущерб фосфорного предприятия, работающего в режиме потребителя-регулятора, из-за увеличения эксплуатационных затрат и необходимости увеличения установленной мощности печей, как показали расчеты, может быть с достаточной точностью представлен линейным выражением:

$$\Delta Z_p = k_{уд.п} (1 - \Delta P_{н.м}) W, \quad (6)$$

где  $k_{уд.п}$  — коэффициент увеличения удельных приведенных затрат предприятия при его переводе со свободного графика нагрузки в режим потребителя-регулятора;  $\Delta P_{н.м}$  — отношение изменения коэффициента использования максимальной мощности, связанное с переходом от свободного графика нагрузки на режим работы потребителя-регулятора;  $W$  — годовое потребление электроэнергии потребителем-регулятором.

При этом необходимое увеличение установленной мощности электропечных агрегатов

$$\Delta P = P_{т.р} - P_T = P_T (k_p - 1), \quad (7)$$

где  $P_{т.р}$  — установленная мощность агрегатов в режиме потребителя-регулятора;  $P_T$  — их установленная мощность при свободном графике нагрузки;  $k_p$  — коэффициент увеличения установленной мощности за счет регулирования.

Значение  $k_p$  определяется из выражения:

$$k_p = \frac{1}{t_{н.э}^* + \beta \sum_{i=1}^n \frac{t_{т.и}^* k_{н.и}}{W_{т.и}}}, \quad (8)$$

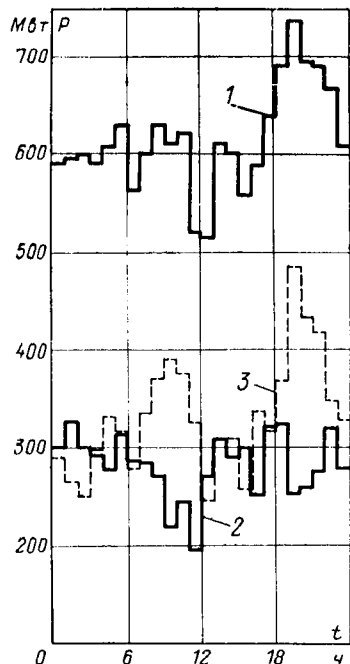


Рис. 1. Суточный график нагрузки энергосистемы за зимние сутки.

1 — энергосистема; 2 — фосфорные предприятия; 3 — другие потребители.

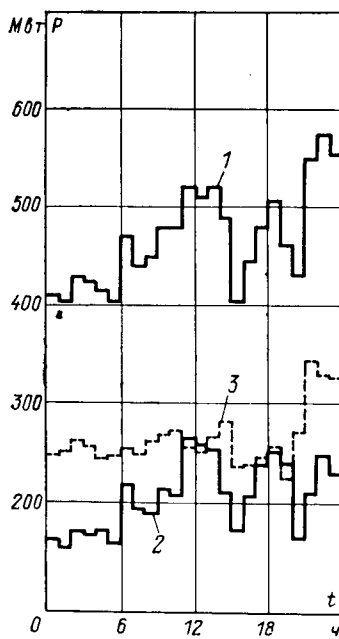


Рис. 2. Суточный график нагрузки энергосистемы за летние сутки.

1 — энергосистема; 2 — фосфорные предприятия; 3 — другие потребители.

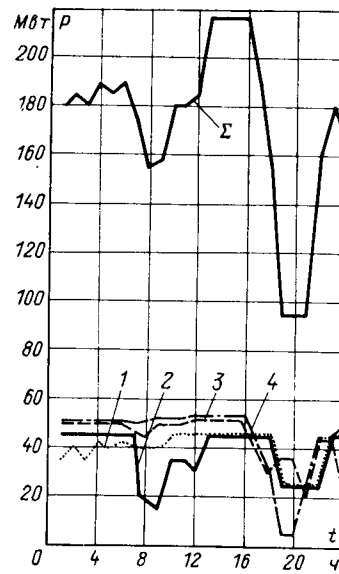


Рис. 3. График нагрузки печей фосфорного предприятия.

1, 2, 3, 4 — номера печей; Σ — суммарный график нагрузки.

где  $t_{п.э}^* = \frac{t_{п.э}}{24}$  — относительное время работы печей в режиме максимальной мощности;  $t_i^* = \frac{t_i}{24}$  — то же в режиме снижен-

ной мощности;  $k_{нi} = \frac{P_i}{P_{т.р}}$  — коэффициент снижения нагрузки

в период времени  $t_i$ ;  $W_i^* = \frac{W_1 + \Delta W_i}{W_1}$  — удельный расход

электроэнергии при работе печей в режиме понижения мощности, выраженный в относительных единицах;  $W_1$  — удельный расход электроэнергии при работе в режиме максимальной мощности;  $\beta$  — коэффициент, учитывающий отклонение средней мощности печи от максимально заданной на данный период времени.

Таким образом, выражение для расчета народнохозяйственного экономического эффекта от применения фосфорных потребителей-регуляторов в энергосистеме можно представить в виде корреляционной зависимости:

$$\Delta Z = EP_{отк} \alpha_{рез} k_{уд.э} + \Delta I_{ам} + \Delta I_{эко} + \Delta I_{т} - k_{уд.п} (1 - \Delta \Pi_{и.м}) W. \quad (9)$$

Расчет эффективности регулирования нагрузки энергосистемы с помощью фосфорных потребителей-регуляторов на перспективу с учетом развития как предприятий-потребителей, так и энергосистемы показал целесообразность его осуществления. В перспективе возможно снижение устанавливаемой генерирующей мощности или ее использование для энергообеспечения других вновь строящихся или развивающихся предприятий, что даст экономию капиталовложений и эксплуатационных расходов в энергетике дополнительно к экономии по топливной составляющей.

На основании приведенных выражений был произведен расчет народнохозяйственного экономического эффекта для одной из энергосистем СССР, в которой эксплуатируются крупные фосфорные предприятия, ограничивающие мощность в часы максимума энергосистемы.

Народнохозяйственный экономический эффект с учетом развития как производства электроэнергии, так и ее потребления фосфорными потребителями-регуляторами в рассматриваемой энергосистеме предварительно оценивается в 3,4 млн. руб.



## Контроль и анализ качества напряжения в электрических сетях с помощью приборов САКН

Канд. техн. наук МАРКУШЕВИЧ Н. С.

Рига

Эффективность электроснабжения и использования электроэнергии в народном хозяйстве в значительной степени зависит от качества электроэнергии. В электрических сетях энергосистем, коммунальных хозяйств, промышленных и сельскохозяйственных предприятий имеются неиспользованные возможности по улучшению качества электроэнергии, в особенности такого показателя, как отклонение напряжения. Причем во многих случаях требуются мероприятия, не влекущие за собой сколь-нибудь значительных затрат (правильное размещение и использование местных средств регулирования напряжения, правильный выбор ответвления распределительных трансформаторов, автоматизация и правильная настройка автоматов по регулированию напряжения трансформаторов, квалифицированная экспертиза проектов и др.).

Для принятия правильного решения о выборе мероприятий эксплуатационный персонал должен располагать достоверной и достаточной информацией. Достаточной в данном случае является информация, позволяющая ответить на следующие вопросы:

соответствие качества напряжения требуемому; причина несоответствия; мероприятия, необходимые для введения качества напряжения в допустимую область; прогноз качества напряжения после выбора мероприятий.

В общем случае получение такой информации с помощью показывающих и регистрирующих приборов, находящихся

в перспективе развития промышленных потребителей-регуляторов должно предусматривать комплексный подход к получению народнохозяйственного экономического эффекта. Здесь должны сочетаться интересы как предприятий, производящих электроэнергию, так и предприятий-потребителей.

Для сохранения планируемого количества продукции при осуществлении регулирования необходимо предварительно соответственно увеличить мощности электропечных агрегатов. Для обеспечения сохранения технико-экономических показателей производства необходимо компенсировать увеличение приведенных затрат, возникающих при использовании фосфорных электропечей в качестве регуляторов нагрузки, соответствующим выбором структуры тарифа на электроэнергию [1, 3 и 4]. График регулирования целесообразно изменять в зависимости от дня недели и других вероятностных процессов. Наиболее эффективным может оказаться введение диспетчерского регулирования.

В случае заключения договора между энергосистемой и предприятием-регулятором об участии последнего в выравнивании графика потребления электроэнергии по указанию диспетчера системы тариф должен иметь скидку, соответствующую 50% прибыли, получаемой энергосистемой за счет внедрения данного мероприятия. Целесообразный принцип построения тарифа может создать условия совместной работы потребителей и энергосистем по оптимизации графиков нагрузок.

### Список литературы

1. Техничко-экономические показатели работы руднотермических печей при введении дифференциальных тарифов на электроэнергию. — «Труды ин-та Ленингипрохим. Исследования в области химической электротермии», 1969, вып. 2. Авт.: Данцис Я. Б., Жилов Г. М., Тузов Ю. Я. и др.
2. Рябов В. И., Рахманов Е. К. К вопросу о тарифах на электроэнергию для алюминиевых заводов. — «Промышленная энергетика», 1970, № 8.
3. Горнштейн В. М. Проблема пиковых мощностей в энергосистемах и тарифы. — «Электрические станции», 1963, № 8.
4. Горнштейн В. М., Штейнгауз В. Е. Основы построения тарифов, стимулирующих работу потребителей в режиме выравнивания графиков нагрузки энергосистем. — «Труды ВНИИЭ», 1972, вып. 40.

[2.8.1974]

УДК 621.316.1.015.004.5

в распоряжении эксплуатации, практически невозможно. Необходимо разработка, серийное производство и внедрение в практику электрических сетей приборов, позволяющих получать достаточную информацию при малой затрате труда эксплуатационного персонала. Один из таких приборов — статистический анализатор качества напряжения (САКН).

На рис. 1 приведена схема распределительной сети, в различные пункты которой могут быть включены приборы

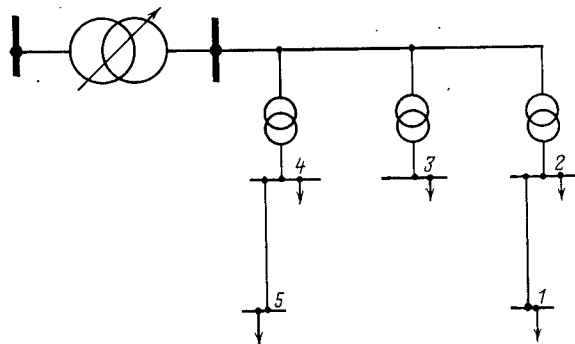


Рис. 1. Схема распределительной сети.

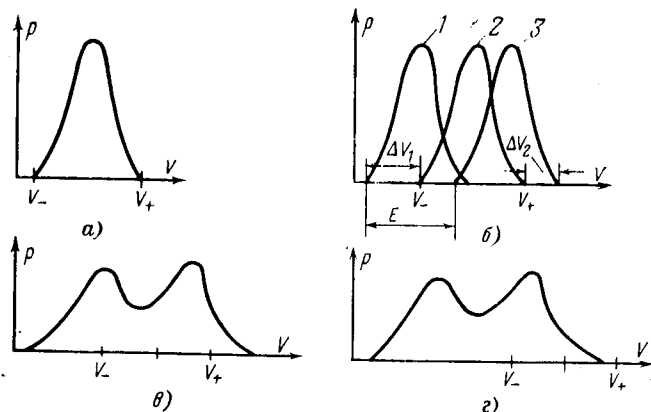


Рис. 2. Варианты кривых распределения отклонений напряжения в узле нагрузки 1.

а — кривая распределения с малым рассеянием в допустимом диапазоне; б — то же со смещением относительно допустимого диапазона; в — кривая распределения с большим рассеянием; г — то же со смещенным центром.

САКН, с помощью которых снимаются интегральные гистограммы отклонений напряжения за один или несколько суток.

Проанализируем информацию, получаемую на основе этих гистограмм в различных точках распределительной сети. Не следует забывать, что эксплуатационный персонал, устанавливая САКН в ту или иную точку сети, располагает некоторой предварительной информацией о характере режима в данной точке, а также о характере режима напряжения в центре питания. Рассмотрим случай, когда в центре питания ведется согласное регулирование напряжения (с ростом нагрузки напряжение повышается).

**Узел 1.** Прибор САКН установлен в низковольтной сети наиболее удаленного трансформаторного пункта (ТП). Электрическая удаленность точки сети от центра питания (ЦП) определяется значением потери напряжения на участке сети от ЦП до данной точки. Если нагрузка этого участка сети существенно изменяется в течение суток, то даже при согласном регулировании напряжения в ЦП на шинах низкого напряжения удаленного ТП согласное изменение напряжения практически уже не наблюдается. Следовательно, в низковольтной сети, подключенной к этому ТП, напряжение изменяется обратно изменению нагрузки этой низковольтной сети, а в большинстве случаев в основном обратно изменению нагрузки в ЦП.

Действительно, в ЦП согласное регулирование, осуществляемое обычно по всей или доминирующей нагрузке ЦП, может быть представлено следующими четырьмя типами графиков напряжения: 1 — стабилизация напряжения; 2 — явно выраженное снижение напряжения в течение ночного времени и повышение в дневное; 3 — явно выраженное повышение напряжения в часы утреннего максимума и 4 — явно выраженное повышение напряжения в часы вечернего максимума.

На шинах низкого напряжения ТП можно ожидать такие же типы графиков нагрузки и как редкое явление можно предположить наличие графика нагрузки пятого типа: явно выраженный минимум нагрузки в дневное время и максимум нагрузки ночью. Сочетания первых четырех типов графиков напряжения в ЦП и нагрузки на шинах низкого напряжения удаленного ТП создают в сети низкого напряжения более или менее строгую тенденцию изменения напряжения — обратно изменению нагрузки. Только при первом и пятом виде графика нагрузки ТП в определенных условиях возможно согласное изменение напряжения в сети низкого напряжения и в ЦП. Однако эти случаи обычно известны персоналу. При других типах нагрузки персоналу ясно, что в удаленной точке режим напряжения — обратный согласному, т. е. при наибольших нагрузках напряжения наименьшие, при наименьших нагрузках — наибольшие.

Характер гистограмм, измеренных в этой точке, может быть различным:

1. «Узкая» гистограмма, не выходящая за допустимые пределы отклонений напряжения (рис. 2, а); стандарт и интегральная вероятность удовлетворяет условиям:

$$\sigma_u \leq \frac{U_+ - U_-}{4}; p(u_- < u < u_+) \geq 0,95,$$

где  $U_+$ ,  $U_-$  — наибольшее и наименьшее допустимые отклонения напряжения. (Отклонения напряжения соответствуют ГОСТ 13109—67).

2. «Узкая» гистограмма, центр рассеяния (МО) смещен относительно середины допустимого диапазона, часть времени измерения отклонения напряжения выходят за допустимый диапазон (рис. 2, б, кривая 1); здесь

$$\sigma_u \leq \frac{U_+ - U_-}{4}; p(u_- < u < u_+) < 0,95.$$

(Отклонения напряжения не соответствуют ГОСТ 13109-67).

Возможные причины несоответствия: неправильный выбор ответвления РТ, несоответствующая уставка по напряжению регулятора в ЦП и др. Необходимо переместить гистограмму по оси  $U$  на значение  $\Delta U_1$  (кривая 2). Возможные мероприятия по введению отклонений напряжения в допустимую область: изменение рабочего ответвления у распределительных трансформаторов (РТ), изменение постоянно включенной мощности конденсаторных батарей (КБ), изменение уставки по напряжению регулятора ЦП (если это не противоречит условиям электроснабжения других узлов нагрузки), включение (отключение) постоянной вольтодобавки.

Если добавка напряжения  $E \geq \Delta U_1$ , то ее введение может не обеспечить требований ГОСТ 13109—67 (кривая 3). В этом случае для введения отклонений напряжения в допустимую область необходимо уменьшить рассеяние ( $\sigma_u$ ). Это может быть осуществлено:

повышением напряжения на значение  $\Delta U_1$  в режиме наибольшей нагрузки (без введения добавки  $E$ ); это повышение напряжения должно продолжаться в течение времени, соответствующего вероятности выхода отклонений напряжения за допустимый диапазон по кривой 1;

понижением напряжения на значение  $\Delta U_2$  в часы наименьшей нагрузки после введения добавки  $E$  (по кривой 3). Длительность этого понижения напряжения определяется вероятностью превышения отклонения  $U_+$ .

Повышение напряжения в режиме наибольших нагрузок или понижение в режиме наименьших нагрузок может быть осуществлено как с помощью местных средств регулирования напряжения (включением или отключением дополнительной мощности КБ, изменением возбуждения синхронных двигателей и т. д.), так и централизованными воздействиями в ЦП (если это не противоречит условиям электроснабжения других узлов нагрузки).

Если требования к электроснабжению различных узлов нагрузки данной сети противоречивы, то до оснащения сети необходимыми местными средствами регулирования напряжения или до ее реконструкции приходится выбирать компромиссный режим сети, приводящий к наименьшему в данных условиях народнохозяйственному ущербу. Выбор таких режимов осуществляется на основе совокупной информации из различных характерных узлов нагрузки данной сети.

Прогноз качества напряжения с учетом выполнения того или иного мероприятия производится на основе преобразованной исходной гистограммы: перемещение гистограммы параллельно самой себя по оси  $U$  на значение  $E$  при изменении постоянного добавка напряжения на то же значение; перемещение низших или высших разрядов гистограммы (в области  $\Delta U_1$  или  $\Delta U_2$ ) на значение изменения напряжения  $\Delta U_1$  или  $\Delta U_2$  со сложением вероятностей соответствующих разрядов.

3. «Широкая» гистограмма, математическое ожидание близко к середине допустимого диапазона, часть времени измерения отклонения напряжения выходят за допустимый диапазон (рис. 2, в); здесь

$$\sigma_u > \frac{U_+ - U_-}{4};$$

$$\bar{U} \approx U_- + \frac{U_+ - U_-}{2}; p(u_- < u < u_+) < 0,95.$$

Отклонения напряжения не соответствуют требованиям 13109—67.

Возможные причины несоответствия: неправильный закон регулирования в ЦП; перегруженность низковольтной сети или сети среднего напряжения. Возможные мероприятия: напомним, что в рассматриваемой точке сети напряжение изменяется обратно согласному. В этом случае необходимо уменьшить рассеяние гистограммы с помощью увеличения диапазона согласного регулирования в ЦП (если это не противоречит условиям электроснабжения других узлов нагрузки) или

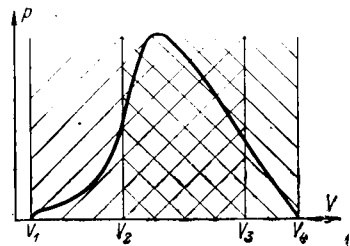


Рис. 3. Диапазоны отклонений напряжения, допустимые при разных режимах.

$U_1-U_2$  — диапазон, допустимый при минимальной нагрузке;  $U_2-U_3$  — то же при максимальной нагрузке;  $U_2-U_3$  — то же при любой нагрузке.

На шинах низковольтных сетей допустимые отклонения напряжения отличаются от допустимых на зажимах электроприемников на значение потерь напряжения в сети низкого напряжения. Следовательно, при различных нагрузках — разные диапазоны допустимых отклонений.

Пусть в узле 2 в режиме наибольших нагрузок отклонения напряжения должны находиться в диапазоне  $U_2-U_4$ , а в режиме наименьших нагрузок в диапазоне  $U_1-U_3$ . В диапазоне  $U_2-U_3$  отклонения напряжения могут находиться при любом режиме нагрузок. Так как в данной сети низкие напряжения наблюдаются в режиме наибольших нагрузок, а высокие — в режиме наименьших, не удается использовать зоны допустимых отклонений  $U_1-U_2$  и  $U_3-U_4$ . Приходится вводить отклонения напряжения в область  $U_2-U_3$ . Таким образом, гистограмма, приведенная на рис. 3, несмотря на то, что она находится в пределах диапазона  $U_1-U_4$ , говорит о неудовлетворительном качестве напряжения. Введение гистограммы в область  $U_2-U_3$  производится с помощью приведенных выше мероприятий.

**Узел 3.** Шины низкого напряжения среднеудаленного ТП. Наиболее вероятный характер изменения напряжения — обратный согласному, но может выдерживаться нестрого, особенно при очень глубоком согласном регулировании в ЦП или при наличии местного регулирования напряжения в самом узле 3. Характер изменения напряжения может быть уточнен по самой гистограмме.

Если рассеяние гистограммы в узле 3 больше рассеяния гистограммы в ЦП (точка б) — изменение обратное согласному. Если это сравнение не дает четкого ответа, сравниваются между собой гистограммы с преобладанием измерений в рабочие сутки с гистограммами с преобладанием измерений в выходные сутки. Например, гистограмма, измеренная в период от понедельника до пятницы, и гистограмма, измеренная от пятницы первой недели до вторника второй. В первом случае преобладают рабочие дни, во втором выходные. Если значение математического ожидания первой гистограммы ниже, чем второй, то изменение напряжения обратное согласному, в противном случае — согласное.

Если и это сопоставление не дает четкого ответа, можно в ряде случаев в период контрольных замеров установить в ЦП режим стабилизации. Этот способ можно применять при сравнительно небольшой электрической протяженности сети, когда существует такой уровень стабилизации напряжения, который не приводит к существенному ухудшению режима напряжения у электроприемников. В этом случае во всех точках распределительной сети изменение напряжения будет обратное согласному и анализ режима напряжения упростится.

Если и это мероприятие по каким-либо причинам неосуществимо, дополнительная информация может быть получена измерением напряжения в заданное время, например, прибором типа СИГН [Л.2]. Такой прибор нужен в основном для измерений других показателей режима сети, но может в отдельных случаях использоваться в качестве источника дополнительной к гистограмме (зачастую уже избыточной) информации о качестве напряжения.

После выяснения характера изменения напряжения в узле 3 можно судить о соответствии отклонений напряжения требуемым в данной точке. Если изменение — обратное согласному, то получаем случай, аналогичный рассмотренному для узла 2. Если изменение напряжения — согласное, то допустимая область отклонений расширится до диапазона  $U_1-U_4$ . Это не означает, что вся гистограмма может разместиться

провести мероприятия по повышению пропускной способности распределительной сети. Для выбора конкретных мер в последнем случае недостаточно гистограммы только из узла 1. Необходимы гистограммы из точек 2 и 6.

4. То же, что в п. 3, но со смещением математического ожидания (рис. 2,г). К мероприятиям добавляется правильный выбор добавки напряжения  $E$ .

**Узел 2.** Шины низкого напряжения удаленного ТП. Изменение напряжения — обратное согласному.

в диапазоне  $U_1-U_2$  или  $U_3-U_4$ . Допустимая длительность нахождения в этих диапазонах определяется характером интегрального графика нагрузки узла и может быть проконтролирована на основе информации, полученной с помощью интегральной гистограммы. Подробное рассмотрение вопроса выходит за рамки настоящей статьи.

**Узел 4.** Шины низкого напряжения ближайшего ТП. При глубоком согласном регулировании в ЦП и малой нагрузке РГ наиболее вероятный характер изменения напряжения согласный. При большой нагрузке характер зависит от однородности графика напряжения в ЦП и графика нагрузки в узле, рассеяние гистограмм обычно малое. При необходимости уточнения характера изменения напряжения в данном узле могут применяться методы, приведенные выше для узла 3. Выяснение соответствия отклонений напряжения требуемым и определение причин несоответствия и мероприятий по введению в допустимую область осуществляется аналогично вышеприведенному.

**Узел 5.** Сеть низкого напряжения ближайшего ТП. Наиболее вероятный характер изменения напряжения обратный согласному с малым рассеянием. При малом рассеянии информации о характере изменения напряжения обычно не требуется, так как в этом случае причиной выхода отклонений из допустимого диапазона является смещение центра рассеяния, исправляемое введением постоянной добавки.

**Узел 6.** Шины ЦП распределительных сетей. На шинах ЦП прибор САКН обычно устанавливается одновременно с установкой приборов в контрольных точках распределительной сети для анализа режима напряжений в сети, подключенной к данному ЦП, и выбора на этой основе необходимого закона регулирования в ЦП. Одновременно в ряде случаев можно использовать показания прибора САКН, установленного в ЦП для контроля соответствия фактического закона регулирования в ЦП выбранному. Требуемые отклонения напряжения определяются необходимым законом согласного регулирования напряжения в ЦП:

$$U_{\text{ц}} = U_0 + k I_{\text{т.к}},$$

где  $U_{\text{ц}}$  — требуемое отклонение напряжения в ЦП;  $U_0$  — уставка регулятора напряжения;  $k$  — коэффициент статизма регулирования по току  $I_{\text{т.к}}$ .

Гистограмма, отвечающая этому закону регулирования, должна характеризоваться следующими параметрами:

$$\bar{U}_{\text{ц}} = U_0 + k \bar{I}_{\text{т.к}}; \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{ц}} = \sqrt{k^2 \sigma_I^2 + \frac{\Delta U_{\text{нч}}^2}{16}}, \quad (2)$$

где  $\Delta U_{\text{нч}}$  — величина зоны нечувствительности регулирования в ЦП;  $\sigma_I$  — стандарт тока компенсации.

Соотношения (1) и (2) позволяют по известным моментам измеренной гистограммы определить фактические параметры закона регулирования напряжения:

$$U_0 = \bar{U}_{\text{ц}} - k \bar{I};$$

$$k = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{ц}}^2 - \frac{\Delta U_{\text{нч}}^2}{16}}{\sigma_I^2}}.$$

В настоящее время нет приборов для измерения стандартного отклонения величины тока. Однако, если во время контрольных измерений производится снятие суточного графика величины тока компенсации, то можно пользоваться значением величины  $\sigma_I$ , определенным расчетом по этому графику. Определение параметров закона регулирования по этому способу может дополнить или заменить способ, основанный на измерениях напряжений персоналом по щитовым приборам.

Рассмотрим информацию, получаемую при одновременном измерении нескольких гистограмм в разных точках распределительной сети.

Узлы 1 и 2. По одновременно измеренным гистограммам в точках 1 и 2 можно оценить потери напряжения в линии между этими точками, что позволит в еще большей мере конкретизировать перечень возможных мероприятий по введению отклонений напряжения в допустимую область. Так как и в точке 1, и в точке 2 изменение напряжения обратное согласному, можно предположить, что максимальная потеря



напряжения в линии 1—2 равна разности минимальных отклонений напряжения в точке 1 и 2:

$$\Delta U_{\max} \approx U_{2\min} - U_{1\min}.$$

Минимальная потеря напряжения

$$\Delta U_{\min} \approx U_{2\max} - U_{1\max},$$

средняя потеря напряжения

$$\Delta \bar{U} = \bar{U}_2 - \bar{U}_1.$$

На основании гистограмм в точках 1 и 2 (или 4 и 5) могут быть получены оценки математического ожидания и стандарта потери напряжения в линии 1—2 (4—5), что характеризует и характер нагрузки этой линии, а также может быть построена наиболее вероятная гистограмма потерь напряжения в линии. Стандарт потери напряжения определяется на основе стандартов первой и второй гистограммы, а также характеристики взаимосвязи изменений отклонений напряжения в каждой точке — интегрального коэффициента корреляции  $r_{1-2}$ :

$$\sigma_{\Delta u} = \sqrt{\sigma^2_1 + \sigma^2_2 - 2r_{1-2}\sigma_1\sigma_2}. \quad (3)$$

При одинаковом характере изменения напряжения в точках 1—2  $r_{1-2} = 0,8-1$ , при противоположном изменении  $r_{1-2} = -0,8-1$ . В первом случае при  $r = 1$

$$\sigma_{\Delta u} = |\sigma_2 - \sigma_1|;$$

во втором случае при  $r = -1$

$$\sigma_{\Delta u} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

Коэффициент вариации потери напряжения практически равен коэффициенту вариации графика нагрузки линии:

$$\frac{\sigma_{\Delta u}}{\bar{U}} \approx \frac{\sigma_I}{\bar{I}}.$$

По этому показателю можно судить о плотности графика нагрузки. Как известно, измерения напряжения в электросетях более доступны, чем измерения нагрузки. Поэтому получение информации о нагрузках на основе измерений напряжения также представляет интерес.

Наиболее вероятная гистограмма потери напряжения, характер которой совпадает с характером гистограммы нагрузок, может быть построена на основе корреляционной таблицы отклонений напряжения в начале и конце участка, полученной с использованием информации о характере взаимосвязи изменений напряжения в начале и конце участка [Л. 3].

Узлы 2, 3, 4, 6. Измерения производятся на шинах низкого напряжения характерных ТП и на шинах распределительной сети, питающейся от данного ЦП. Установленный закон регулирования в ЦП известен (согласное регулирование или стабилизация). На основании анализа гистограмм в каждой точке измерения изложенными выше методами формируются требования к изменению закона регулирования в ЦП и анализируется их совместимость. При этом используются имеющиеся местные средства воздействия на отклонение напряжения.

При таком методе определения коррекции (или выбора) закона регулирования напряжения в ЦП персонал должен располагать наглядным представлением гистограмм и их параметрами. Сложные расчеты для этого не требуются, но требуется логический анализ, предполагающий хорошее знакомство с методами анализа гистограмм.

На основании измерений гистограмм в характерных точках распределительной сети может быть осуществлен формализованный выбор закона регулирования в ЦП [Л. 4].

В соответствии с этим методом поправки параметров закона регулирования в ЦП определяются по формуле:

$$\Delta U_0 = - \frac{\sum_1^l a_i (\bar{U}_i - U_{\text{нпт}i})}{\sum_1^l a_i} - \Delta k \bar{I}_{\text{т.к}}; \quad (4)$$

$$\Delta k = - \frac{\sum_1^l a_i r_i \sigma^2_i}{\sigma_I \sum_1^l a_i}, \quad (5)$$

где  $a_i$  — весовой коэффициент  $i$ -го узла, например, пропорциональный значимости представляемых этим узлом нагрузок и обратно пропорциональный квадрату ширины диапазона допустимых отклонений в  $i$ -ом узле;  $\bar{U}_i$  — математическое ожидание отклонений напряжения в  $i$ -м узле до изменения закона регулирования;  $U_{\text{нпт}i}$  — среднее значение диапазона допустимых отклонений напряжения в  $i$ -м узле;  $r_i$  — коэффициент корреляции между  $I_{\text{т.к}}$  и  $U_i$ ;  $\sigma^2_i$  — стандарт отклонений напряжения в  $i$ -м узле до изменения закона регулирования.

Введение в (4) и (5) весовых коэффициентов облегчает выбор компромиссного закона регулирования в ЦП в тех случаях, когда не удается ввести отклонения напряжения в допустимую область во всех контрольных точках, до осуществления мер по реконструкции сети или установки местных средств регулирования напряжения. В этих случаях при выборе режима напряжений нагрузочным узлам с большим значением величины  $a_i$  отдается предпочтение по сравнению с нагрузочными узлами, для которых установлены меньшие значения весового коэффициента. Выбор величины  $a_i$  может осуществляться различным образом.

Коэффициент корреляции  $r_i$  может быть определен на основании измерений гистограмм при двух различных законах регулирования по данному току компенсации:

$$r_i = \frac{\sigma^2_i - (\sigma^0_i)^2 - (\sigma^0_{\text{ц}} - \sigma_{\text{ц}})^2}{2\sigma^0_i(\sigma^0_{\text{ц}} - \sigma_{\text{ц}})},$$

где  $\sigma^0_{\text{ц}}$  ( $\sigma_{\text{ц}}$ ) — стандарт отклонения напряжения в ЦП до (после) изменения закона регулирования.

Прогноз параметров гистограмм после коррекции закона регулирования осуществляется по формулам:

$$\bar{U}_i = \bar{U}_i^0 + \Delta U_0 + \Delta k \bar{I}_i;$$

$$\sigma_i = \sqrt{(\sigma^0_i)^2 + (\Delta k)^2 \sigma^2_I + 2r_i \Delta k \sigma^0_i \sigma_I}.$$

Опыт применения приборов САКН в Латвийской энергосистеме показывает, что для обоснованной коррекции закона регулирования в ЦП достаточно 6—8 приборов, устанавливаемых на 4—7 суток.

Снятие показаний целесообразно производить при установке приборов, при снятии приборов и один раз для выделения измерений с преобладанием выходных суток. При максимальном объеме измерений набирается около 20 гистограмм. В этом случае их обработка целесообразна на ЦВМ. В латвийской энергосистеме разработана и внедрена программа обработки показаний приборов САКН на ЦВМ М-220. Исходной информацией для программы служат записи показаний приборов, осуществляемые измерителями на месте в специально подготовленные бланки.

Контроль и анализ качества напряжения являются составной частью автоматизированной системы управления режимом распределительных сетей (АСУ РРС) [Л. 5]. Проводимые в этом направлении разработки основаны на использовании централизованной в масштабе энергосистемы информационной модели распределительной сети, моделей нагрузок узлов сети, функциональной модели режима распределительной сети, оптимизации режимов на базе этих моделей и выработке рекомендаций по управляющим воздействиям. Но и в условиях функционирования АСУ РРС потребность в применении приборов САКН остается. Это вызвано тем, что интегральная гистограмма представляет собой очень удобную, представленную в «сжатом» виде информацию для проверки достоверности моделей режима сети.

**Выводы.** 1. Интегральные гистограммы отклонений напряжения в распределительной сети позволяют получить достаточную информацию для контроля и анализа отклонений напряжения в этой сети при малой затрате труда персоналом по организации и проведению измерений.

2. При анализе гистограмм используются имеющиеся у персонала предварительные знания о режиме и схеме сети.

3. Существенную информацию можно извлечь из сопоставления гистограмм, измеренных в одной точке за рабочие и выходные сутки и одновременно в разных точках сети.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баркан Я. Д., Маркушевич Н. С. Определение статистических критериев качества напряжения. — «Электричество», 1965, № 2.
2. Маркушевич Н. С., Крикет Д. Д. Измерение показателей режима электрической сети в сечениях суточных реализаций. — «Электричество», 1973, № 9, с. 73—76.

# К определению оптимального режима работы ГЭС в энергосистеме

Инж. ГЛЕЙЗЕР Д. М., канд. техн. наук ЮЛДАШЕВ Х.

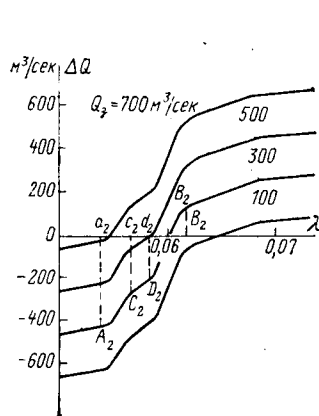
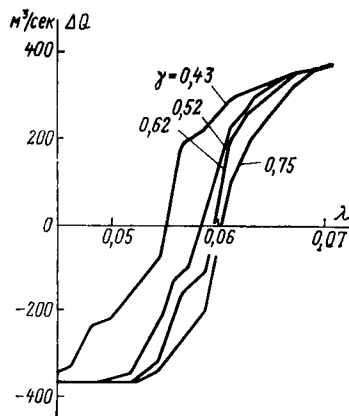
Ташкент

В программах оптимизации суточных режимов ОЭС с использованием дифференциальных характеристик вычисления множителей Лагранжа  $\lambda$  для электростанций с заданными расходами энергоносителя (как правило ГЭС) производится градиентным методом или методом Ньютона. Однако градиентный метод приводит к очень медленной сходимости, неприемлемой для оперативных расчетов. Метод Ньютона в большинстве случаев обладает быстрой сходимостью процесса, однако он неустойчив по отношению к выбору начального приближения  $\lambda^{(0)}$ .

Для анализа влияния некоторых факторов на причину несходимости итеративного процесса уточнения  $\lambda$  по методу Ньютона на примере реальной энергосистемы были построены зависимости невязки по расходу воды  $\Delta Q_j$ , как разность между заданными  $Q_{zj}$  и посчитанным  $Q_{пj}$  среднесуточными расходами воды  $\Delta Q_j = f(\lambda_j)$ , где  $j$  — номер ГЭС, при фиксированных в точке решения значениях  $\lambda$  остальных ГЭС и оптимальном распределении нагрузки системы между всеми станциями. Указанные кривые, полученные для одной из ГЭС, изображены на рис. 1 и 2, где  $\lambda$  в единицах условного топлива  $т/м^3$ .

Зависимости на рис. 1 определены для различных значений  $Q_{zj}$  при неизменном графике нагрузки ОЭС и фиксированных  $Q_{zj}$  остальных ГЭС. Кривые на рис. 2 построены для различной неравномерности суточного графика  $\gamma$  при фиксированных  $Q_{zj}$  всех ГЭС.

В случае одной ГЭС вычисление  $\lambda_j$  сводится к решению с заданной точностью  $\varepsilon_Q$  уравнения (1). Наличие нескольких точек перегиба является характерной чертой графика  $\Delta Q = f(\lambda)$  для любой ГЭС и затрудняет расчет  $\lambda$  методом Ньютона. Эта особенность объясняется формой характеристик удельных приростов и суточного графика нагрузки и усугубляется с ростом его неравномерности, типичном для большинства энергосистем (рис. 2). Очевидно, что при попадании очередного значения  $\lambda_j$  на некоторые участки оси абсцисс (например, отрезки  $[-\infty, a]$ ,  $[b, +\infty]$  и  $[c, d]$  на рис. 1) процесс последовательных приближений по методу Ньютона будет несходящимся. Задание расходов, близких к минимально или максимально допустимому, также повышает вероятность несходимости при попадании на крайние горизонтальные участки, где производная  $\frac{\partial Q}{\partial \lambda}$  изменения расхода воды от изменения  $\lambda$  равна нулю.

Рис. 1. Зависимость  $\Delta Q = f(\lambda)$ .Рис. 2. Зависимость  $\Delta Q = f(\lambda)$ .

Для преодоления указанных затруднений был разработан комбинированный алгоритм, основанный на сочетании метода Ньютона с методом хорд. Рассмотрим его сначала на примере с одной ГЭС.

Начальное значение  $\lambda_j^{(0)}$  определим по методу «среднего» часа. Значение функции  $\Delta Q_j^{(0)} = f(\lambda_j^{(0)})$  и производной  $\left(\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\right)_j^{(0)}$  вычислим путем однократного покрытия графика нагрузки энергосистемы. Если окажется, что  $\left(\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\right)_j^{(0)} \neq 0$  вне

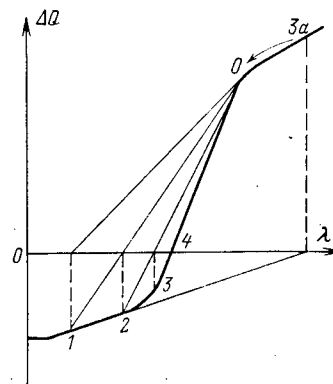
горизонтального участка зависимости  $\Delta Q = f(\lambda)$ , то первое уточнение  $\lambda_j$  выполним по методу Ньютона ( $\lambda_j^{(1)}$  на рис. 3), в противном случае нижеописанным способом находим вторую опорную точку ( $\lambda_j^{(1)}$ ,  $\Delta Q_j^{(1)}$ ) и уточнение производится по методу хорд.

Если  $\Delta Q_j^{(0)} > 0$ , то  $\lambda_j^{(1)}$  должно заведомо соответствовать полной загрузке ГЭС ( $Q_{\max}$  и  $\Delta Q_j^{(1)} < 0$ ) и с целью экономии времени определяется по одной характерной точке суточного графика нагрузки — ночному провалу. Значение  $\lambda_j^{(1)}$  выберем таким, чтобы была полная загрузка ГЭС во время ночного провала, что обеспечит ее максимальной нагрузкой во все часы суток. Для расчета относительного прироста системы  $b_{н.п.}$  выполним оптимальное распределение нагрузки между ГЭС при максимальной нагрузке ГЭС. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \lambda_j^{(1)} &= \frac{b_{н.п.}}{q_{\max j}}; \\ \Delta Q_j^{(1)} &= Q_{zj} - Q_{\max j}; \\ \lambda_j^{(1)} &\leq \bar{\lambda}_j \leq \lambda_j^{(0)}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $q$  — относительный прирост расхода воды на ГЭС;  $\bar{\lambda}$  — искомое значение  $\lambda$ .

Если  $|\Delta Q_j^{(0)}| < 0$ , то  $\lambda_j^{(1)}$  должно заведомо соответствовать полной разгрузке ГЭС в течение суток ( $Q_{\min}$  и  $\Delta Q_j^{(1)} > 0$ ) и

Рис. 3. Комбинированный алгоритм уточнения  $\lambda$  для одной ГЭС.

3. Маркушевич Н. С. Методы контроля и анализа качества электроэнергетики в Латвийской энергосистеме. Листки технической информации. Сер. 11А-01 № 3-74—12-74, ЛатИНТИ, Рига, 1974.

4. Баркан Я. Д., Маркушевич Н. С. Использование статистической информации о качестве напряжения в электрических сетях. М., «Энергия», 1973, 120 с.

5. Маркушевич Н. С. Принципы автоматизированного управления режимом распределительных сетей. — «Экспресс-информация ВИНТИ. Средства управления в энергетике», 1973, № 8, с. 37—39.

[26.10.1973]





определяется по вечернему максимуму нагрузки:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_j^{(1)} &= \frac{b_{a.m}}{q_{\min j}}; \\ \Delta Q_j^{(1)} &= Q_{aj} - Q_{\min j}; \\ \lambda_j^{(0)} &\leq \bar{\lambda}_j \leq \lambda_j^{(1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В последующих итерациях производим уточнение  $\lambda$  (рис. 3):

а) если  $\Delta Q^{(n-1)} \Delta Q^{(n)} > 0$ , то по методу Ньютона ( $\lambda^{(3a)}$ ,  $\lambda^{(4)}$ ):

$$\lambda^{(n+1)} = \lambda^{(n)} - \frac{|\Delta Q^{(n)}|}{\left(\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\right)^{(n)}}; \quad (3)$$

б) если  $\Delta Q^{(n-1)} \Delta Q^{(n)} < 0$ , то по методу хорд ( $\lambda^{(2)}$ ,  $\lambda^{(3)}$ ):

$$\lambda^{(n+1)} = \lambda^{(n)} - \frac{\lambda^{(s)} - \lambda^{(n)}}{\Delta Q^{(s)} - \Delta Q^{(n)}} \Delta Q^{(n)}, \quad (4)$$

где в данном случае  $s=n-1$ .

Если при уточнении  $\lambda$  по методу Ньютона не выполняется условие

$$\Delta Q^{(s1)} < \Delta Q^{(n+1)} < \Delta Q^{(s2)}, \quad (5)$$

где  $s1, s2$  — наибольший индекс, такой что  $\Delta Q^{(s1)} < 0$  и  $\Delta Q^{(s2)} > 0$ , то результаты итерации  $(n+1)$  аннулируем ( $\lambda^{(3a)}$ ) и уточнение  $\lambda$  осуществляется по формуле (4), где

$$\left. \begin{aligned} \text{если } \Delta Q^{(n+1)} < \Delta Q^{(s1)}, \text{ то } s = s1; \\ \text{если } \Delta Q^{(n+1)} > \Delta Q^{(s2)}, \text{ то } s = s2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Применительно к итерации 3а (рис. 3) имеем  $s1=2$  и  $s2=0$ . Так как условие (5)  $\Delta Q^{(2)} < \Delta Q^{(3a)} < \Delta Q^{(0)}$  не выполняется ( $\Delta Q^{(3a)} > \Delta Q^{(0)}$ ), то значение  $\lambda^{(3a)}$  аннулируется и уточнение  $\lambda^{(3)}$  выполняется по (4), где  $s=s2=0$  и  $n=2$ .

Обобщим описанный алгоритм на случай  $m$  ГЭС. На каждой итерации выполним однократное покрытие графика нагрузки и определим для  $m$  ГЭС вектор невязок по расходам воды  $\|\Delta Q\|$  и матрицу  $\left\| \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \right\|$ .

Перед очередной  $(n+1)$  уточнением  $\lambda$  совокупность ГЭС делим на два множества  $X$  и  $H$ , руководствуясь соотношениями (3)–(6):

для  $X$  уточнение  $\lambda$  будем выполнять по методу хорд ( $x$  — количество ГЭС в группе);

для  $H$  уточнение  $\lambda$  будем выполнять по методу Ньютона ( $n$  — количество ГЭС в группе).

Для множества  $X$  расчет  $\lambda$  выполним по формуле (4). Итерационная формула уточнения  $\lambda$  множества  $H$  имеет вид:

$$\lambda_j^{(n+1)} = \lambda_j^{(n)} + \Delta \lambda_j^{(n)}; \quad j \in H. \quad (7)$$

<sup>1</sup> Заметим, что для одной ГЭС метод хорд всегда сходится к существующему на отрезке  $[s, n]$  решению уравнения  $f(\lambda) = 0$ .

Вектор коррекции  $\|\Delta \lambda\|$  найдем из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\left\| \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \right\| \|\Delta \lambda\| = \|\Delta Q\|, \quad (8)$$

преобразованной следующим образом. Путем вычеркивания строк ( $j \in X$ ) исключим ГЭС, для которых уточнение  $\lambda$  на данной итерации было выполнено по методу хорд. В оставшихся строках ( $j \in H$ ) перенесем в правую часть элементы столбцов с  $i \in X$  [вычитаемое в выражении (9)]. Таким образом, порядок системы уравнений будет понижен с  $m$  до  $h$ :

$$\sum_{i \in H}^h \left[ \left( \frac{\partial Q_j}{\partial \lambda_i} \right)^{(n)} \Delta \lambda_i^{(n)} \right] = \Delta Q_j^{(n)} - \sum_{i \in X}^x \left[ \left( \frac{\partial Q_j}{\partial \lambda_i} \right)^{(n)} (\lambda_i^{(n)} - \lambda_i^{(n+1)}) \right]; \quad j \in H. \quad (9)$$

Далее вычисления производятся согласно (5) и (6) и в случае необходимости корректируются  $X$  и  $H$ .

Комбинированный алгоритм был использован при разработке нового блока вычисления  $\lambda$  программы оптимизации суточного режима энергосистем Средней Азии. Для сопоставления был также разработан вариант блока с применением только метода Ньютона. Блоком используются характеристики удельных приростов электростанций, перестроенные с учетом потерь в сети, ограничений по нагрузкам станций и перетоков по ВЛ. Перестроение характеристик производится другими блоками программы оптимизации.

Блок расчета  $\lambda$  осуществляет:

определение начальных приближений  $\lambda^{(0)}$ ;

поинтервальное распределение нагрузки по равенству удельных приростов с одновременным вычислением матрицы производных  $\left\| \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \right\|$  и расходов воды;

уточнение значений  $\lambda$ .

Расчетная проверка работы блока для ЦВМ БЭСМ-4 была выполнена на многих режимах ОЭС Средней Азии. Нагрузка распределялась между 4 ГЭС суммарной мощностью 520 Мвт и 7 ТЭС суммарной мощностью 3880–4160 Мвт. При  $\varepsilon_Q = 1\%$  от  $Q_a$  количество уточнений  $\lambda$  составляло от 1 до 5, последнее относится к случаям, когда метод Ньютона вообще не давал сходящегося процесса. Время одной итерации равнялось 12–15 сек. Алгоритм проверен для большого числа ГЭС (до 10). Общее количество электростанций при этом было равно 20, время одного уточнения около 25 сек, количество итераций — 1÷5. Алгоритм хорошо работает также в случае значительного удельного веса ГЭС в энергосистеме (50%).

[2.4.1974]

## Эквивалентные схемы замещения цепи возбуждения ударного униполярного генератора цилиндрического типа

ЮРИНОВ В. М., ХАРИТОНОВ В. В., ЗЛОБИНА О. А.

Ленинград

При формировании импульсов тока определенной конфигурации разряд ударного униполярного генератора (УУГ) может сопровождаться регулированием потока возбуждения, при этом в массивном магнитопроводе УУГ возникают вихревые токи, оказывающие существенное влияние на переходные процессы. В статье рассматривается метод учета действия этих токов, основанный на использовании эквивалентной электрической схемы замещения цепи возбуждения, приводятся выражения для расчета ее параметров.

Система токоотводящих шин УУГ цилиндрического типа обычно выполняется таким образом, что индуктированное

поле якоря не выходит за пределы токонесущих элементов якорной цепи. В этом случае переходные процессы в цепи возбуждения описываются уравнением, которое в операторной форме можно представить в виде:

$$U_a(p) = I(p)r + pL_a I(p) + U_0(p), \quad (1)$$

где

$$U_a(p) = U(p) + pL_a i(0) + p\omega \Phi_0(0); \quad U_0(p) = p\omega \Phi_0(p);$$

$U(p)$ ,  $I(p)$  — операторные изображения напряжения и тока цепи возбуждения;  $r$ ,  $L_a$ ,  $\omega$  — активное сопротивление, индуктивность рассеяния и число витков обмотки возбуждения;

Уча- сток	Граничные условия (цилиндрические координаты)	$Z(p)$	Параметры схемы замещения	Коэффициенты для расчета параметров схемы замещения
1	$H_z(0,5l_1) = 0$ $H_r(R_0) = \begin{cases} 0 - \text{вне участков} \\ \Phi_0 / (2\pi R_0 a_3 \mu_1) - \text{в} \\ \text{зоне участков} \end{cases}$ (3, 4)	$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{pL_{km}} + \frac{1}{r_m}}$	$L_{km} = \frac{2w^2 R_0}{(x_k^2 + \lambda_m^2 R_0^2) C_m}$ $r_m = \frac{2w^2}{\mu_1 \gamma_1 R_0 C_m}$	$C_m = \frac{16 \sin^2 \left[ \frac{\lambda_m}{2} (2b + a_3) \right] \sin^2 \left( \frac{\lambda_m}{2} a_3 \right)}{\pi \mu_1 R_0 a_3^2 l_1 \lambda_m^4}$ $\lambda_m = \frac{(2m+1)\pi}{l_1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$ $x_k$ — корни уравнения $I_0(x) = 0$
2	$H_z(R_1) = H_0$ $\frac{\partial H_z(R_3)}{\partial r} = 0$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{pL_n} + \frac{1}{r_2}$	$L_n = \frac{w^2 \mu_2 S_2 \xi_n}{l_2}$ $r_2 = \frac{4\pi w^2 R_2}{\gamma_2 a_2 l_2}$	$\xi_n = \frac{8}{(2n-1)^2 \pi^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$
3	$H_r(\pm b) = H_0$ $\frac{\partial H_r(\pm 0,5l_1)}{\partial z} = 0$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{pL_n} + \frac{1}{r_3}$	$L_n = \frac{w^2 \mu_3 S_3 \xi_n}{l_3}$ $r_3 = \frac{4\pi w^2}{\gamma_3 a_3 \ln R_2/R_0}$	$\xi_n = \frac{8}{(2n-1)^2 \pi^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$ $S_3 = \frac{2\pi l_3 a_3}{\ln R_2/R_0}$

$\Phi_0(p)$  — операторное изображение магнитного потока, замыкающегося по магнитопроводу и сцепляющегося со всеми витками обмотки возбуждения.

Расчет переходных процессов на основании (1) можно, как известно [Л. 1], свести к чисто цепной трактовке, когда наличие массивного магнитопровода учитывается введением в цепь обмотки возбуждения некоторого эквивалентного элемента электрической цепи. Его синтез проводится на основе реализации эквивалентного операторного сопротивления магнитопровода:

$$Z_0(p) = \frac{U_0(p)}{I(p)} = p\omega \frac{\Phi_0(p)}{I(p)} \quad (2)$$

Очевидно, необходимым условием рассматриваемого метода, ограничивающим область его применения, является линейность рабочего участка кривой намагничивания магнитопровода. Преимущество метода заключается в простоте, наглядности и универсальности, так как достаточно один раз рассчитать параметры схемы замещения и затем использовать их для исследования любого режима работы цепи как аналитическим способом, так и с использованием специальных моделей или вычислительных машин.

Основная задача рассматриваемого метода заключается в расчете и реализации эквивалентных операторных сопротивлений  $Z_i(p)$  участков магнитной цепи, так как можно записать:

$$Z_0(p) = p\omega^2 \frac{\Phi_0(p)}{F(p)} = p\omega^2 \frac{\Phi_0(p)}{\sum_{i=1}^a F_i(p)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^a \frac{1}{Z_i(p)}}, \quad (3)$$

где

$$Z_i(p) = p\omega^2 \frac{\Phi_0(p)}{F_i(p)};$$

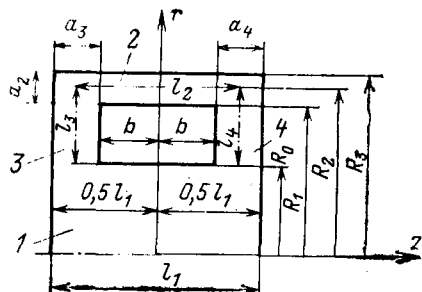


Рис. 1. Схема магнитной цепи УУГ соответствующая паре полюсов (воздушные зазоры не показаны).

$F(p)$ ,  $F_i(p)$  — операторные изображения соответственно полной н. с. обмотки возбуждения и той ее части, которая приходится на  $i$ -й участок магнитной цепи;  $a$  — число участков магнитной цепи.

В линейной постановке задачи для расчета эквивалентных операторных сопротивлений участков можно рассмотреть наиболее простой с вычислительной точки зрения режим скачкообразного появления напряжения  $U_0$  на зажимах схемы замещения магнитопровода. В этом случае  $Z_i(p)$  определится из расчета установления поля участка при скачкообразном изменении напряженности на его поверхности. Для определения  $F_i(p)$  можно использовать условие равенства мощностей, поглощаемых участком как элементом магнитной и электрической цепей:

$$\oint_S [\vec{E} \times \vec{H}] \cdot d\vec{S} = u_0 i'. \quad (4)$$

Ток  $i'$  участка схемы замещения связан с н. с.  $F_i$  соотношением

$$i' = F_i / w. \quad (5)$$

Решая совместно (4) и (5) и принимая во внимание, что на поверхности участка отношение  $E/u_0$  на основании закона электромагнитной индукции не зависит от времени, можно в операторной форме записать:

$$F_i(p) = \oint_S [\vec{f}(M) \times \vec{H}(p)] \cdot d\vec{S},$$

где  $f(M)$  — функция координат  $M$  точек поверхности.

Следует отметить, что для участков с равномерным распределением поля по длине  $F_i(p) = F_s(p)$ , где  $F_s(p)$  — операторное изображение н. с. на поверхности.

Изложенная методика и была использована при построении схемы замещения цепи возбуждения УУГ цилиндрического типа с массивным магнитопроводом. Рассмотрим симметричную магнитную систему двухполюсного УУГ (рис. 1). Она состоит из следующих характерных участков: ротора 1, ярма 2, полюсов 3, 4 и двух рабочих магнитных зазоров под полюсами. В таблице приведены выражения для расчета операторных сопротивлений и схем замещения отдельных участков. Там же выписаны граничные условия, принимаемые при расчете поля, где обозначено:  $H_0$  — установившееся значение напряженности магнитного поля на поверхности участка;  $\mu$ ,  $\gamma$  — характеристики материала.

Общий вид схемы замещения цепи возбуждения УУГ показан на рис. 2.

Элемент  $Z_1$ , полученный на основе реализации операторного сопротивления  $Z_1(p)$  ротора, является

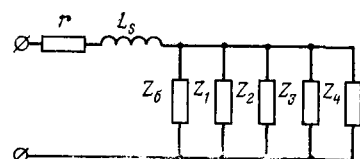


Рис. 2. Полная схема замещения цепи возбуждения.

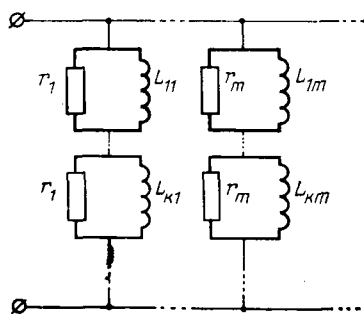


Рис. 3. Участок схемы замещения, соответствующий ротору.

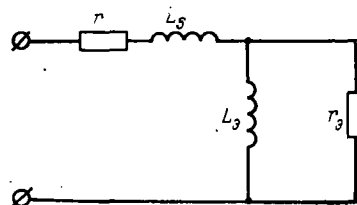


Рис. 4. Упрощенная схема замещения цепи возбуждения.

люсных частей, показанных на рис. 1. В этом случае расчет параметров схемы необходимо проводить по формулам таблицы, исходя из геометрических размеров магнитной цепи и числа витков обмотки возбуждения, соответствующих паре полюсов.

Для получения необходимой точности расчета по схеме рис. 2 при реализации операторных сопротивлений участков необходимо учитывать достаточно большое число элементов. В связи с этим для расчетов целесообразно использовать вычислительные машины. Для аналитического исследования переходных процессов можно рекомендовать упрощенную схему замещения, обеспечивающую необходимую для практики точность. Ее синтез основан на подборе более простых выражений для  $Z_i(p)$  участков магнитопровода. Например, находя операторные сопротивления, а затем и точное решение для магнитного потока в зависимости от времени в режиме становления поля, можно затем бесконечные ряды, входящие в выражение для  $\Phi_0(t)$ , заменить приближенно одной экспонентой. В результате операторные сопротивления  $Z_i(p)$  будут

в общем случае сложной схемой (рис. 3), содержащей теоретически бесконечное число индуктивностей  $L_{km}$  и активных сопротивлений  $r_m$ . Элементы  $Z_{2,3,4}$ , соответствующие ядру и полюсам, также состоят из бесконечного числа параметров, но имеют более простой вид, представляя собой первую параллельную ветвь схемы рис. 3.

Элемент  $Z_\delta$ , эквивалентирующий рабочие воздушные зазоры, состоит из двух параллельно соединенных индуктивностей вида  $L_\delta = \omega^2 \lambda_\delta$ , где  $\lambda_\delta$  — проводимость соответствующего зазора.

Как показал анализ, полученная схема замещения цепи возбуждения может быть использована и для многополюсных УУГ, магнитная система которых состоит из ряда двухполюсных частей, показанных на рис. 1. В этом случае расчет параметров схемы необходимо проводить по формулам таблицы, исходя из геометрических размеров магнитной цепи и числа витков обмотки возбуждения, соответствующих паре полюсов.

эквивалентированы двумя элементом, параметры которых можно выразить через постоянную времени  $T_{i1}$ , соответствующую первому члену ряда точной зависимости  $\Phi_0(t)$ :

$$r_{\delta i} = \frac{v_i L_{\delta i}}{T_{i1}}; L_{\delta i} = \omega^2 \lambda_{\delta i},$$

где  $\lambda_i$  — магнитная проводимость участка в стационарном режиме;  $v_i$  — поправочный коэффициент, определяемый при подборе приближенной экспоненциальной зависимости.

Экспериментально установлено, что для ротора целесообразно принять  $v=1,4$ , а для ядра и полюсов  $v=1,25$ .

Полная схема замещения цепи возбуждения в этом случае существенно упрощается (рис. 4); ее параметры определяются соотношениями:

$$L_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\alpha} \frac{1}{L_{\delta i}}}; r_3 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\beta} \frac{1}{r_{\delta i}}},$$

где  $\beta, \alpha$  — число массивных и общее число участков магнитной цепи, включая воздушные зазоры.

Величина  $L_0$  является индуктивностью обмотки возбуждения, определенной без учета рассеяния и действия вихревых токов в магнитопроводе. Ее значение зависит от уровня насыщения магнитопровода. В тех случаях, когда рабочий участок кривой намагничивания находится в зоне насыщения, расчет  $L_0$  необходимо проводить исходя из приращений потока и тока возбуждения. Исследования процессов установления, затухания и регулирования потока возбуждения ряда опытных УУГ подтвердили достаточно высокую точность расчетов (погрешность до 10%) по упрощенной схеме замещения цепи возбуждения [Л. 2].

Полученные схемы замещения представляют удобную основу для исследования различных режимов работы УУГ с регулированием потока возбуждения. Упрощенная схема позволяет разработать приближенные методы анализа. Необходимые уточнения можно провести на основе полной схемы с использованием специальных моделей или вычислительных машин.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агаронян Г. Н., Юринов В. М. Исследование переходных процессов в электрических цепях, содержащих катушки с массивными сердечниками. — «Труды ЛПИ им. М. И. Калинина», 1966, № 273.
2. Харитонов В. В. Исследование режимов работы ударного униполярного генератора с регулированием потока возбуждения. — «Электротехника», 1971, № 12.

[30.11.1971]

УДК 621.316.925.42

## Двухступенчатое мостовое импульсное реле

ТЫШКО В. А., ПОГУДИН А. И.

Азербайджанский научно-исследовательский электротехнический институт

В различных областях техники часто сталкиваются с необходимостью осуществления контроля величины напряжения (или иного параметра в функции напряжения) по верхнему и нижнему порогам допустимого изменения. Устройства подобного назначения<sup>1</sup> отличаются значительной сложностью, обусловленной функциональным построением схемы, предусматривающим использование отдельных каналов контроля параметра по верхнему и нижнему порогам. Совмещение каналов контроля в один канал с возможностью автономного регулирования верхнего и нижнего порогов упрощает схему и повышает степень ее практической целесообразности.

На рис. 1, а приведена принципиальная схема двухступенчатого мостового импульсного реле с совмещенными каналами контроля. Устройство включает в себя несимметричный резистивный мост R5—R8, в одно из плеч которого включен диод D4, усилитель на транзисторе T1, работающем в ключевом режиме, и источник стабильного напряжения на стабилизаторе D1 и резисторе R1. В одну из диагоналей резистивного моста через R2 и R3 подается контролируемое напряжение  $u_k$ , а в другую включен переход база — эмиттер транзистора T1. Выход источника стабильного напряжения через диод D2, потенциометр R4 и диод D3 подключен к измерительной диагонали резистивного моста.

При включении реле по цепям R2, R3, R5, R6 и R2, R3, R7, R8 протекают токи и на резисторах R6 и R8 выделяются соответственно напряжения  $u_1$  и  $u_2$  (рис. 2). Эти напряжения сравниваются на переходе база — эмиттер транзистора T1. Несимметрия резисторного моста осуществлена таким образом, что  $u_1 > u_2$  (например, при R5=R7 и R6=R8). С изменением величины  $u_k$  в пределах допустимого неравенство  $u_1 > u_2$  сохраняется (интервалы 0— $t_2$  и  $t_5$ — $t_7$  на рис. 2), обеспечивая запертое состояние транзистора T1.

С увеличением  $u_k$  в момент  $t_1$  напряжение  $u_1$  нарастает до величины напряжения  $u_{01}$  на стабилизаторе D1 и фиксируется им через отпираемый при этом диод D2. Напряжение  $u_2$  продолжает расти и в момент  $t_3$ , соответствующий переходу  $u_k$  через верхний допустимый порог, становится равным  $u_1$ . При последующем увеличении  $u_k$  напряжение  $u_2$  превышает  $u_1$ , вызывая отпирание транзистора T1.

<sup>1</sup> Англ. патент H2H и H2K № 4457/62 «Устройство контроля напряжения».

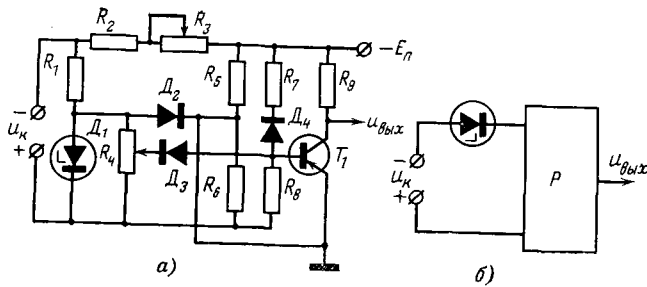


Рис. 1.

С понижением  $u_k$  идет процесс, обратный рассмотренному и в интервале  $t_4-t_5$  транзистор  $T1$  запирается. При последующем снижении  $u_k$  в момент  $t_6$  напряжение  $u_2$  становится равным напряжению  $u_{02}$  на выходе потенциометра  $R4$ . Диод  $D4$  запирается, а  $D3$  отпирается и на  $R8$  фиксируется напряжение  $u_{02}$ . Напряжение  $u_1$  продолжает уменьшаться и в момент  $t_7$ , соответствующий переходу  $u_k$  через нижний допустимый порог, становится равным, а затем и меньшим  $u_2$ , что вызывает отпирание транзистора  $T1$ .

Таким образом, отпирание транзистора  $T1$  происходит дважды: один раз при переходе  $u_k$  через верхний допустимый порог, за счет роста  $u_2$  при фиксированном  $u_1$ , и второй раз — при переходе  $u_k$  через нижний допустимый порог, за счет снижения  $u_1$  при фиксированном  $u_2$ .

Верхний порог срабатывания реле устанавливается потенциометром  $R3$ , а нижний потенциометром  $R4$ . В случае необходимости срабатывания реле при  $u_k=0$  цепь  $R1, D1$  рекомендуется питать от отдельного источника постоянного напряжения.

При большой величине контролируемого напряжения и малых величинах допустимого его отклонения усложняется настройка реле из-за близости устанавливаемых порогов срабатывания. В таких случаях источник  $u_k$  рекомендуется подключать в схеме через дополнительный стабилизатор (рис. 1,б).

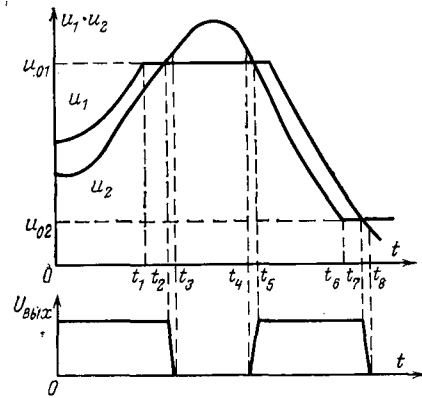


Рис. 2.

с напряжением стабилизации на 10—20 в меньшим номинального значения  $u_k$ . Это увеличивает относительное отклонение напряжения  $\delta_k$  на входе реле, что упрощает его настройку и повышает точность контроля. Так, для схемы, показанной на рис. 1,а, величина  $\delta_k$  определяется из выражения:

$$\delta_k = \frac{u_{k.в.п} - u_{k.н.п}}{u_{k0}},$$

где  $u_{k.в.п}$  и  $u_{k.н.п}$  — верхний и нижний пороги допустимого изменения напряжения;  $u_{k0}$  — номинальная величина  $u_k$ .

При подключении источника к реле через дополнительный стабилизатор с напряжением стабилизации  $u_{ст}$  величина  $\delta_k$  увеличивается и составляет:

$$\delta_k = \frac{u_{k.в.п} - u_{k.н.п}}{u_{k0} - u_{ст}}.$$

Отсюда видно, что изменением напряжения  $u_{ст}$  можно получить практически любое значение  $\delta_k$ .

[27.5.1974]

УДК 621.3.014.12

## Упрощенный расчет потерь в массивных ферромагнитных телах при сильных полях

СМЕРТИН Н. Т.

Новосибирский электротехнический институт

При решении многих технических задач необходимо знать закономерности теплового воздействия электромагнитного поля на массивные ферромагнитные тела. Численную оценку интенсивности этого воздействия можно произвести по методике, разработанной Нейманом [Л. 1].

Как известно, в [Л. 1] дано аналитическое решение уравнений электромагнитного поля с учетом потерь на гистерезис и непостоянства магнитной проницаемости ферромагнитной среды при следующих упрощающих предположениях:

- 1) истинные кривые напряженностей электрического и магнитного полей заменены основными гармониками;
- 2) основная кривая намагничивания аппроксимирована параболой

$$B = KH^n; \quad (1)$$

3) в случае плоской волны комплексная магнитная проницаемость принята зависящей от координаты  $z$  и угла потерь на гистерезис  $\psi'$  в виде:

$$\mu = \mu_e \left(1 - \frac{z}{z_h}\right)^{-2} e^{-j\psi'}. \quad (2)$$

При этих предположениях для комплексной амплитуды основной гармоники напряженности магнитного поля и для активной составляющей вектора Пойнтинга получены следующие выражения:

$$\dot{H}_m(z) = \dot{H}_{me} \left(1 - \frac{z}{z_h}\right)^{\alpha}; \quad (3)$$

$$S_a(z) = \frac{k}{\gamma} \frac{\alpha'}{kz_h} \frac{H_{me}^2}{2} \left(1 - \frac{z}{z_h}\right)^{2\alpha'-1}, \quad (4)$$

где  $\dot{H}_{me}$  и  $\mu_e$  — комплексная амплитуда основной гармоники напряженности магнитного поля и модуль магнитной проницаемости на поверхности тела;  $\psi'$  — среднее по глубине значение аргумента  $\mu$ ;

$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_e \gamma}{2}} = \frac{1}{z_a}$  — величина, обратная эквивалентной глубине проникновения при  $\mu = \mu_e = \text{const}$ ;  $\gamma$  — удельная проводимость;  $\omega$  — круговая частота;  $\alpha$  — корень характеристического уравнения

$$\alpha^2 - \alpha - j2k^2 z_h^2 e^{-j\psi'} = 0, \quad (5)$$

равный

$$\alpha = \alpha' + j\alpha'' = \frac{2n}{n-1} +$$

$$+ j \frac{2n}{n-1} \sqrt{\frac{n+1}{2n} - \frac{(3n+1)^2 \sin^2 \psi'}{8n^2 \cos^2 \psi'}} \times \\ \times \left( \sqrt{1 - \left(\frac{n-1}{3n+1}\right)^2 \cos^2 \psi'} - \sin \psi' \right); \quad (6)$$

$$kz_h = \frac{3n+1}{2(n-1) \cos \psi'} \times$$

$$\times \sqrt{1 - \left(\frac{n-1}{3n+1}\right)^2 \cos^2 \psi' - \sin^2 \psi'}. \quad (7)$$

Приведенное решение, хотя оно и получено в аналитическом виде, трудно использовать из-за сложности выражений (6) и (7). В связи с этим основные выводы работы [Л. 1] представлены графически и сформулированы в виде усредненных рекомендаций.

Между тем решение данной задачи при тех же исходных предположениях можно получить в виде более простых аналитических зависимостей. С этой целью обратимся к уравнению (5) и найдем из него

$$\alpha = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + j8k^2 z_k^2 e^{-j\psi'}}).$$

В большинстве случаев, имеющих практическое значение,  $8k^2 z_k^2 \gg 1$ . Поэтому единицей в подкоренном выражении можно пренебречь. С учетом этого после несложных преобразований получим:

$$\alpha = \alpha' + j\alpha'' = \frac{1}{2} + kz_k \sqrt{1 + \sin \psi'} + jkz_k \sqrt{1 - \sin \psi'}. \quad (8)$$

Так как вещественная часть (8), как и в «точном» решении, должна быть равна:

$$\alpha' = \frac{2n}{n-1}, \quad (9)$$

то для  $kz_k$  и  $\alpha''$  получим:

$$kz_k = \frac{3n+1}{2(n-1)} \frac{1}{\sqrt{1 + \sin \psi'}}; \quad (10)$$

$$\alpha'' = \frac{3n+1}{2(n-1)} \sqrt{\frac{1 - \sin \psi'}{1 + \sin \psi'}}. \quad (11)$$

Теперь легко получить простые аналитические выражения для любых величин, характеризующих электромагнитное поле в ферромагнитной среде. Приведем только выражение для относительного изменения активного сопротивления поверхностного слоя, обусловленного непостоянством магнитной проницаемости:

$$r_* = \frac{r}{r_{\mu=\text{const}, \psi'=0}} = \frac{\alpha'}{kz_k} = \frac{4n}{3n+1} \sqrt{1 + \sin \psi'}. \quad (12)$$

В достаточно сильных полях ( $\sin \psi' < 0.25$ ) это выражение можно представить в еще более простом виде:

$$r_* = \frac{4n}{3n+1} (1 + 0.5 \sin \psi'). \quad (13)$$

Точность выражения (12) практически такая же, как и аналогичного выражения из [Л. 1], в чем легко убедиться, задавшись конкретными значениями  $n$  и  $\psi'$  и проверив результат по кривой рис. 26 [Л. 1], причем, как показывают расчеты, выражение (13) дает даже лучшее приближение, чем (12) при любом  $n$  и  $\psi'$ .

Поскольку формула (13) дает простую аналитическую зависимость сопротивления от величины  $n$  и  $\psi'$ , то нет необходимости рекомендовать среднее значение этой величины. Так, при  $n=4$  и  $\psi'=0$  получим  $r_*=1.23$ , а при  $n=10$  и  $\psi'=30^\circ$   $r_*=1.61$ , что значительно отличается от средней величины  $r_*=1.4$ , рекомендуемой в [Л. 1].

Используем полученные соотношения для отыскания упрощенных аналитических зависимостей потерь на единицу поверхности  $P_s$  и в единице объема  $P_v$ .

Для плоской волны из выражения (4) получим:

$$P_v(z) = -\frac{dS_a(z)}{dz} = \frac{2k^2}{\gamma} \frac{\alpha'}{kz_k} \frac{2\alpha' - 1}{2kz_k} \times \times \frac{H_{me}^2}{2} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{2\alpha' - 2}. \quad (14)$$

Наибольшее количество тепла выделяется вблизи поверхности ( $z=0$ ). Относительное увеличение потерь в единице объема в этой точке (по сравнению со случаем  $\mu=\mu_c=\text{const}$ ;  $\psi'=0$ ) равно:

$$P_{v*}(0) = \frac{\alpha'}{kz_k} \frac{2\alpha' - 1}{2kz_k} = r_* \frac{2\alpha' - 1}{2kz_k}.$$

Подставив сюда  $\alpha'$  и  $kz_k$  из (9) и (10), получим:

$$P_{v*}(0) = \frac{4n}{3n+1} (1 + \sin \psi') = r_* \sqrt{1 + \sin \psi'}. \quad (15)$$

Ввиду того, что решить уравнение теплопроводности с распределением источников по закону (14) практически невозможно (так как при  $n > 1$  это выражение имеет смысл только при  $z < z_k$ , а дальше следует считать  $P_v(z)=0$ ), принимают, что

источники по глубине изменяются по экспоненциальному закону [Л. 2]:

$$P_v(z) = \frac{2k'^2}{\gamma} \frac{H_{me}^2}{2} e^{-2k'z}, \quad (16)$$

причем в соответствии с рекомендацией [Л. 1] считают  $k' = 1.4k$ .

Однако сопоставление (14) и (16) показывает, что такая замена в большинстве случаев неправомерна. Так, если можно считать  $\psi'=0$ , то  $P_v(0)$  возрастает практически в такой же степени, как и  $r_*$  (т. е. примерно в 1.4 раза), а по выражению (16) оно возрастает в 2 раза, т. е. потери в единице объема вблизи поверхности завышаются в 1.4 раза. Неучет этого обстоятельства может привести к ошибочным выводам, например, при экспериментальном исследовании потерь от вихревых токов по изменению температуры на поверхности в начальный момент.

Причина такого несоответствия кроется в недостаточной точности аппроксимации зависимости (4) в виде одной экспоненты:

$$S'_a(z) = \frac{k'}{\gamma} \frac{H_{me}^2}{2} e^{-2k'z}.$$

Зависимость (4) следовало бы аппроксимировать суммой нескольких, по крайней мере двух, экспонент, чтобы обеспечить равенство потерь и на единицу поверхности и в единице объема. Только для очень сильных полей можно получить приемлемую точность аппроксимации одной экспонентой, если ее представить в виде:

$$S_a(z) = \frac{k}{\gamma} r_* \frac{H_{me}^2}{2} e^{-2kz}.$$

В этом случае потери в единице объема

$$P_v(z) = \frac{2k^2}{\gamma} r_* \frac{H_{me}^2}{2} e^{-2kz}$$

в точке  $z=0$  будут отличаться от истинных, определяемых выражением (15), только на величину небольшого поправочного множителя

$$\frac{2\alpha' - 1}{2kz_k} = \sqrt{1 + \sin \psi'},$$

а потери на единицу поверхности  $P_s=S_a(0)$  будут в точности совпадать с истинными. Тогда обеспечивается достаточная точность решения уравнения теплопроводности как для установившихся, так и для нестационарных режимов.

Однако и упрощенные аналитические зависимости потерь  $P_s$  и  $P_v$  неудобны для использования в тех случаях, когда напряженность поля на поверхности  $H_{me}$  не остается постоянной во времени, так как при каждом новом значении  $H_{me}$  нужно находить другие значения  $\mu_e$  и  $k$ . Поэтому целесообразно найти аналитическую зависимость  $\mu_e$  от  $H_{me}$  и подставить ее в расчетные выражения.

По определению, принятому в [Л. 1],

$$\mu_e = \frac{B_{me}}{H_{me}},$$

однако амплитуда основной гармоники индукции  $B_{me}$  известна не всегда. Поэтому численное значение  $\mu_e$  в [Л. 1] рекомендуется находить из основной кривой намагничивания (1) при действующем значении напряженности поля на поверхности  $H_e$ . Возникающая при этом погрешность, как это видно из кривых рис. 11 [Л. 1], не превышает 10% при любом показателе  $n$  и практически любой форме кривой. Но если выразить  $\mu_e$  через  $H_e$  из основной кривой намагничивания (1), то в аналитических зависимостях  $P_s$  и  $P_v$  от  $H$  появятся два различных значения напряженности  $H_e$  и  $H_{me}$  и придется выражать одну из этих величин через другую (имеется в виду, что граничные условия на поверхности заданы так, что между ними можно установить однозначную связь).

Можно поступить иначе, определив магнитную проницаемость  $\mu_e^{(1m)}$  по основной кривой намагничивания при амплитуде основной гармоники  $H_{me}$ , а затем умножить ее на поправочный множитель:

$$\beta = \frac{\mu_e}{\mu_e^{(1m)}},$$

величина которого дана в виде семейства кривых на рис. 10 [Л. 1]. При ориентировочных расчетах можно взять среднее

значение  $\beta_{\text{ср}}=1,15$ . Возникающая при этом погрешность не будет превышать  $\pm 10\%$ .

Хотя точность определения  $\mu_e$  по амплитуде основной гармоники и будет несколько меньшей, чем при определении по действующему значению, однако при этом отпадает необходимость замены  $H_e$  через  $H_{me}$ , в процессе которой в расчеты может быть внесена дополнительная погрешность. Поэтому при подстановке в расчетные выражения воспользуемся следующей аналитической зависимостью  $\mu_e$  от  $H_{me}$

$$\mu_e = \beta \mu_e^{(1m)} = \beta K H_{me}^{\frac{1}{n}-1}. \quad (17)$$

С учетом (17) из (4) и (14) получим:

$$P_s = S_a(0) = \frac{k}{\gamma} r_* \frac{H_{me}^2}{2} = \sqrt{\frac{\beta K \omega}{4\gamma}} r_* H_{me}^{\frac{3n+1}{2n}}; \quad (18)$$

$$P_v(0) = \frac{2k^2}{\gamma} r_* \sqrt{1 + \sin \psi'} \frac{H_{me}^2}{2} = \frac{\beta K \omega}{2} r_* \sqrt{1 + \sin \psi'} H_{me}^{\frac{n+1}{n}}. \quad (19)$$

Строго говоря, в соотношениях (18) и (19) следовало бы исключить величину  $\sin \psi'$ , поскольку она тоже зависит от  $H_{me}$ . Однако при напряженностях поля, больших 30—60 а/см,  $\sin \psi'$  не превышает 0,05—0,07, поэтому изменением  $\sin \psi'$  во времени можно пренебречь, приняв некоторое среднее значение, либо вообще положив  $\psi'=0$ .

Хотя точность зависимостей (18) и (19) не очень высока, с их помощью можно получить хорошие качественные результаты. Так, например, в сильных полях при достаточно большом  $n$  приближенно можно считать, что потери на единицу поверхности пропорциональны  $H_{me}^{1,5}$ , а потери в единице объема вблизи поверхности пропорциональны первой степени  $H_{me}$ , а не квадрату, как это имеет место при  $\mu=\text{const}$ . Первое из этих соотношений имеет экспериментальное подтверждение. Так, усредненная опытная кривая потерь на единицу поверхности ферромагнитных материалов, приведенная на рис. 58 [Л. 1], при  $H_{me} > 10$  а/см аппроксимируется достаточно точно параболой

$$P_s = c \sqrt{f} H_{me}^{\eta} \quad (20)$$

◇ ◇ ◇

при численных значениях  $c=10^{-4}$  и  $\eta=1,53$ , что свидетельствует о том, что формула (20) с приемлемой точностью характеризует основные закономерности электромагнитных процессов в массивной ферромагнитной среде.

Это позволяет надеяться, что и полученная из (4) зависимость (19) не менее точна, чем зависимость (18). Представим ее также в виде параболы:

$$P_v(0) = b f H_{me}^{\lambda}. \quad (21)$$

Принципиальное отличие формулы (21) от (20) заключается в том, что в ней коэффициент

$$b = \beta K \pi r_* \sqrt{1 + \sin \psi'} \quad (22)$$

не будет одинаковым (как  $c$ ) для различных ферромагнитных материалов.

Для качественных оценок при сильных полях можно принимать:

$$\eta = \frac{3n+1}{2n} \approx 1,5;$$

$$\lambda = \frac{n+1}{n} \approx 1,0.$$

В заключение необходимо отметить, что для грубо ориентировочных расчетов формулы (20) и (21) могут использоваться и при слабых полях ( $n < 1$ ), так как исходные зависимости (9)—(11) для слабых полей так же точны, как и для сильных.

Кроме того, нужно особо подчеркнуть, что экстраполяция результатов, полученных при опытном исследовании закономерностей поверхностного эффекта в слабых полях на область сильных полей совершенно недопустима. Так, например, при  $n=0,5$  будет  $\lambda=3$ , т. е. в этом случае потери в единице объема пропорциональны третьей степени напряженности поля, а не первой, как в сильных полях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. Госэнергоиздат, 1949.
2. Кашарский Э. Г., Чемоданова Н. Б., Шапиро А. С. Потери и нагрев в массивных роторах синхронных машин. «Наука», 1968.

[13.7.1973]

Редакция и редколлегия журнала «Электричество» с глубоким при-  
скорбием сообщают о кончине ЛЕОНИДА РОБЕРТОВИЧА НЕЙМАНА,  
академика АН СССР, доктора технических наук, старейшего члена ред-  
коллегии журнала «Электричество», и выражают соболезнование род-  
ным и близким покойного.

## 50 лет работы секции электрической изоляции Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности<sup>1</sup>

Электроизоляционные материалы и конструкции чрезвычайно важны для электропромышленности, энергетики и радиоэлектроники. Они в значительной степени определяют экономичность в производстве изделий электропромышленности и эксплуатационную надежность как этих изделий, так и электроэнергетических систем, устройств радиоэлектроники, автоматики и пр. в целом. За последние годы электроизоляционные и другие диэлектрические материалы привлекают к себе все большее внимание широких кругов инженерно-технических работников и физиков — как экспериментаторов, так и теоретиков.

Это объясняется, с одной стороны, все возрастающими требованиями к электрической изоляции с точки зрения получения малых масс и габаритных размеров электротехнических изделий при высоких мощностях, напряжениях и частотах, а также ужесточающимися требованиями к повышению надежности в суровых условиях окружающей среды (весьма высокие или же весьма низкие температуры и давления, влажность, химически агрессивные среды, ионизирующие излучения и т. п.). С другой стороны, это определяется возможностями, которые представляют использование активных (вправляемых) диэлектрических материалов в устройствах новой техники; все отчетливее намечается перспектива вытеснения активными диэлектриками в некоторых случаях даже полупроводников, которые в свое время произвели полтинную революцию в электротехнике и радиоэлектронике. Наконец, это связано с интересными и важными проблемами изучения строения вещества, образующими одно из основных направлений современной физики. С весьма существенными вопросами квантовой механики, физики твердого тела, физики плазмы и др., ключ к решению которых может дать изучение процессов, протекающих при взаимодействии диэлектриков с электромагнитным полем.

Разработка, изучение и применение электроизоляционных материалов образовали ту область, в которой особенно планомерно и плодотворно работала инженерно-техническая общественность нашей страны. Еще в 1924 г. была создана — в виде Оргкомитета по созыву Всесоюзной конференции по электрической изоляции — инициативная группа крупнейших электротехников, физиков и химиков, работавших в основном в Ленинградском индустриальном институте (ныне — Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина) и Ленинградском физико-техническом институте (ныне — Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе). В Оргкомитет вошли А. Ф. Иоффе, М. А. Шателен, А. А. Чернышев, А. А. Смуров, Л. В. Залужский, Н. Д. Зелинский и др. Эта группа оказала конкретную помощь в реализации Ленинского плана ГОЭЛРО разработкой и стандартизацией ряда материалов — масел, пластиков и др., а также фарфоровых изоляторов высокого напряжения. Первая Всесоюзная конференция по электрической изоляции была созвана 25—28 мая 1929 г. в Москве. Эта конференция, предложившая мероприятия по развитию электроизоляционной техники в стране и по усовершенствованию постановки высшего образования и научно-исследовательской работы в области электрической изоляции, избрала постоянный рабочий орган, получивший название «Всесоюзное бюро электрической изоляции». Первым председателем бюро был Л. В. Залужский. Впоследствии бюро было реорганизовано в секцию электрической изоляции при Центральном правлении Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности (ЦП НТОЭиЭП).

Председателями бюро и секции электрической изоляции в разное время избирались академики К. А. Андрианов, Б. М. Вул и А. Ф. Иоффе и такие виднейшие деятели электроизоляционной науки и техники как Н. П. Богородицкий, Ю. В. Корицкий, В. Т. Ренне и др. Большую работу в качестве заместителя председателя секции выполняет Т. Ю. Баженова. Ученые секретари секции: с 1930 по 1952 г. — Б. М. Тареев, с 1952 г. и по настоящее время — В. Б. Березин.

На протяжении ряда лет при секции работали подсекции: кабельной техники (председатели — С. М. Брагин и В. А. Привезенцев) и металлических электротехнических материалов (председатель — чл.-корр. АН СССР В. К. Аркадьев).

Помимо секции электрической изоляции при ЦП НТОЭиЭП (Ленинград) работают также секции электрической изоляции при областных и республиканских правлениях НТОЭиЭП: Московском (председатель — Ю. В. Корицкий, заместитель председателя — В. Б. Березин), Армянском (председатель — М. М. Маркосян), Харьковском (председатель — С. В. Цукерник) и др. Были созданы также первичные организации секции при многих предприятиях.

В работе секции принимали участие видные специалисты Советского Союза, в области электроизоляционной техники и физики диэлектриков: академики А. П. Александров, М. П. Костенко, И. В. Курчатov, Л. Р. Нейман и И. В. Тамм; члены-корреспонденты АН СССР А. Ф. Вальтер, И. А. Глебов, П. П. Кобеко, М. В. Костенко и Я. И. Френкель; Н. В. Александров, М. С. Асланова, Ю. В. Багалец, А. И. Бертинов, Л. М. Бернштейн, Х. С. Валеев, Д. С. Варшавский, Ю. Н. Вершинин, К. А. Володьков, Ю. М. Волокобрынский, А. А. Воробьев, Г. А. Воробьев, Е. А. Гайлиш, А. Н. Губкин, К. С. Демирчян, В. С. Дмитриевский, Д. В. Ефремов, Ф. А. Квитнер, С. Н. Колесов, С. Н. Койков, В. Д. Кучин, Г. С. Кучинский, Г. П. Михайлов, М. Н. Михайлов, Г. И. Меланов, М. М. Морозов, А. В. Невшил, В. В. Пасынков, А. Н. Перфилов, И. Б. Пешков, Л. Т. Пономарев, Г. И. Скани, С. Г. Трубаев, П. А. Флоренский, Ю. С. Чатинян, С. А. Яманов и многие другие, перечисление которых в настоящей краткой заметке, к сожалению, не представляется возможным.

Секция всегда поддеживала самую тесную связь с министерствами, Академией наук СССР, производственными предприятиями, научно-исследовательскими учреждениями и вузами, помогая разработке и претворению в жизнь всех пятилетних планов народного хозяйства страны в области электроизоляционной техники, конденсаторостроения и кабельной техники, и способствуя повышению уровня науки и техники в этих областях. В поле зрения секции всегда были вопросы совершенствования технологии, вопросы экономии и замены дефицитных материалов, освобождения страны от импорта материалов. Весьма напряженной была работа секции в годы Великой Отечественной войны и в первые послевоенные годы, когда требовалось быстро восстановить действие ряда электроизоляционных, изоляторных и кабельных заводов и создать условия для дальнейшего, еще более бурного развития электроизоляционной науки и техники.

Секция применяла такие формы работы, как проведение конференций и совещаний — широких и по отдельным, более узким вопросам, проработка вопросов в специальных комиссиях, направление бригад специалистов в помощь предприятиям и институтам, издание печатных трудов и т. п.

После уже упоминавшейся первой Всесоюзной конференции проводились Всесоюзные конференции по электрической изоляции: вторая — в Москве 22—24 февраля 1931 г., третья — в Ленинграде 29 ноября — 5 декабря 1934 г., четвертая — в Москве 5—8 мая 1940 г. и пятая — в Ленинграде 20—

<sup>1</sup> Сокращенное изложение доклада на научно-техническом юбилейном заседании, посвященном 50-летию секции (Ленинград, 18 февраля 1975 г.).

23 декабря 1970 г. Проводились также: Всесоюзная конференция по регенерации турбинных и трансформаторных масел (Ленинград, 1932 г.), Всесоюзные научно-технические сессии по электрической изоляции (Ленинград, 1946, 1948 и 1959 г.), специализированные совещания по асбестовой изоляции (Москва, 1933 г.), по стекловолоконной изоляции (Ленинград, 1946 г.), по керамической изоляции (Ленинград, 1954 и 1957 г.) и др. В разные годы было проведено 35 расширенных пленумов секции по различным актуальным темам.

17 апреля 1944 г. и 25 января 1950 г. в Москве под председательством Ю. В. Корицкого были проведены юбилейные научно-технические совещания, посвященные соответственно 20-летию и 25-летию секции.

Совместно с республиканскими и областными управлениями НТОЭиЭП и другими организациями научно-технической общественности неоднократно проводились совещания по электрической изоляции и физике диэлектриков и в других крупных центрах науки и техники Советского Союза. Так, 9—13 апреля 1947 г. в Ростове-на-Дону состоялась Всесоюзная научно-техническая конференция по эксплуатации высоковольтной изоляции в энергетических системах. Проводились также различные совещания и семинары в Баку, Братске, Владивостоке, Воронеже, Днепрпетровске, Ереване, Иркутске, Киеве, Львове, Новосибирске, Петрозаводске, Свердловске, Тбилиси, Томске, Ужгороде, Фрунзе и других городах. Оче-

редное Всесоюзное совещание по электрической изоляции намечается провести в Харькове в октябре 1975 г.

За 50 лет работы секции на различных совещаниях было обсуждено более 1800 докладов. Крупные конференции и совещания по электрической изоляции собирали от 200 до 500 делегатов из различных городов, а принимавшиеся ими решения всегда имели конкретный характер и приносили реальную помощь развитию электроизоляционной техники в стране.

Секция, помимо организации выпуска трудов конференций и совещаний, являлась инициатором издания целого ряда печатных трудов, в том числе монографий крупнейших ученых в области физики диэлектриков и электроизоляционных материалов, учебников и учебных пособий, справочников, библиографических указателей и др. Сведения о работе секции помещались в различных периодических изданиях. Редакция старейшего и ведущего электротехнического журнала Советского Союза — журнала «Электричество» — на протяжении многих лет предоставляла свои страницы для публикации докладов секции и текущей информации о ее работе.

*Председатель секции электрической изоляции Центрального управления Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности Б. М. ТАРЕЕВ*



## К десятилетию Совета старейших энергетиков

Созданный в 1964 г. Совет старейших энергетиков был первой в Советском Союзе организацией, объединяющей ветеранов труда. По Положению членом ССЭ мог стать гражданин СССР, проработавший в области энергетики не менее 25 лет.

В настоящее время Советы старейших энергетиков работают при республиканских министерствах, энергосистемах или отдельных электростанциях в Москве, Ленинграде, Свердловске, Ташкенте и в других городах, объединяя в общей сложности около 6 тыс. человек. Председателем президиума Центрального ССЭ является министр энергетики и электрификации тов. П. С. Непорожний.

Основные задачи Совета старейших энергетиков: пропаганда ленинских идей электрификации; содействие ознакомлению советской и зарубежной общественности с историей, достижениями и перспективами развития энергетики СССР; проведение бесед и вечеров по вопросам электрификации; сбор архивных и музейных материалов; организация выставок и музеев истории электрификации.

Работа ССЭ проводится в ряде случаев совместно с НТОЭиЭП, обществом «Знание», музеями, архивными организациями.

Советом за прошедшие годы организовывались и проводились юбилейные вечера, посвященные крупным датам в развитии энергетики и электрификации: 100-летию со дня рождения В. И. Ленина, 40 и 50-летию плана ГОЭЛРО, пуску Шатурской, Каширской, Волховской ГРЭС и др. Активное участие принимал Совет в организации и проведении торжественных вечеров, посвященных памяти выдающихся ученых-энергетиков И. И. Радченко, А. В. Винтера, Н. Г. Смиловича, Б. И. Урюмова, К. А. Круга, Г. О. Графтио, Г. М. Кржижановского.

\* \* \*

Первым председателем Совета старейших энергетиков был один из видных деятелей российского революционного движения, большевик-ленинец, член КПСС с 1899 г., Герой Социалистического Труда Петр Иванович Воеводин (1884—1964 гг.).

Вся жизнь П. И. Воеводина — жизнь профессионального революционера — была посвящена делу беззаветного служения Коммунистической партии. Многие годы он руководил

Члены ССЭ встречались с писателями и журналистами, были гостями на пионерских слетах, выступали на крупных предприятиях и в воинских частях, многократно читали лекции в лекториях Всесоюзного общества «Знание», в дворцах культуры, в высших и средних учебных заведениях. Передача опыта, рассказы о людях и событиях, помощь в воспитании молодежи в духе лучших традиций трудового героизма, показ на конкретных примерах роста энергетической базы страны — таково содержание бесед и встреч членов ССЭ.

Члены ССЭ передали на хранение более 30 личных собраний и архивов отдельных видных деятелей энергетики, более 50 тысяч документов и фотографий. Сбор архивных материалов высоко оценен Государственным архивом народного хозяйства и музеем Революции.

Во многих случаях архивные и исторические материалы приводят к созданию местных музеев электрификации. Такие музеи организованы по инициативе членов ССЭ в Ленинграде при Ленэнерго, в Ташкенте при Узбекэнерго, на Шатурской ГРЭС, при клубе «Юный энергетик» 478 школы г. Москвы.

Успешно развивается издательская деятельность ССЭ. Члены ССЭ подготовили или приняли творческое участие в подготовке таких книг, как «Сделаем Россию электрической» — сборник биографий более чем 5 тыс. советских энергетиков, созданный по инициативе членов ССЭ Ленинграда; «Развитие энергосистемы Ленинграда»; брошюры и сборники, освещающие вопросы электрификации Средней Азии, Волгоградской области и др.

ССЭ организует и консультирует создание кинокартин, выступления по радио и телевидению, участвует в рассмотрении технических предложений, новинок техники.

Ветераны труда продолжают свою деятельность по пропаганде ленинских идей электрификации.

журналом «Электричество», активно участвовал в Научно-техническом обществе энергетиков.

В первые годы осуществления ленинского плана ГОЭЛРО по предложению В. В. Куйбышева Петру Ивановичу поручается руководство работой по пропаганде электрификации страны.

Известно, какое исключительное значение придавал этому вопросу В. И. Ленин. В декабре 1920 г. в проекте «Наказа





по вопросам хозяйственной работы, принятом IX Всероссийским съездом Советов, Владимир Ильич писал: «Что во исполнение решений VIII съезда Советов о пропаганде плана электрификации сделано и еще далеко недостаточно» (т. 33, стр. 156). Не случайно, что на этот ответственный участок партия поставила одного из своих старейших членов — П. И. Воеводина.

«Свою судьбу с партией, с революцией, — пишет П. И. Воеводин в «Правде» 1 октября 1964 г., — я связал 15-летним

подростком в конце прошлого века. Мои «революционные университеты» проходили среди рабочих Екатеринослава, нынешнего Днепропетровска. Мне очень повезло: я знал одного из талантливейших учеников Ленина, профессионального революционера и блестящего пропагандиста идей марксизма-ленинизма Ивана Васильевича Бабушкина».

После победы Великой Октябрьской социалистической революции П. И. Воеводин был назначен председателем Совета Народного хозяйства Западной Сибири. Впоследствии он был переведен в Московский Областной Продовольственный комитет и затем в Высший Совет Народного хозяйства.

В 1921 г. В. И. Ленин поручает П. И. Воеводину реорганизацию кинематографии молодой Советской республики. Заведую Всероссийским фото-кино-отделом Главполитпросвета, Петр Иванович закладывает основы советской кинематографии, завоевавшей впоследствии признание во всем мире.

С января 1923 г. П. И. Воеводин руководит работами по пропаганде ленинского плана электрификации. В это время он возглавляет журналы «Электричество» и «Электрификация», принимает активное участие в издании целого ряда книг и брошюр, popularизирующих электрификацию страны.

Используя опыт в области кинематографии, Петр Иванович создает первые документальные фильмы, посвященные важнейшим объектам энергетического строительства: «Волховстрой», «Шатурская ГРЭС», «Земо — Авчалская ГЭС». По сценарию П. И. Воеводина был также снят фильм «Электричество в деревне», сыгравший большую роль в пропаганде электрификации сельского хозяйства.

Петр Иванович был одним из организаторов Научно-технического общества содействия электрификации. Он участвовал в работе международных конгрессов по энергетике в 1930 г. в Берлине и в 1956 г. в Белграде.

В 1964 г. за большие заслуги перед Коммунистической партией и советским народом П. И. Воеводину было присвоено звание Героя Социалистического Труда и вручен орден Ленина.

К. П. КУДРОВ



## ВЯЧЕСЛАВ СЕМЕНОВИЧ ТУЛИН

(К 70-летию со дня рождения)

Доктор техн. наук, профессор В. С. Тулин свою трудовую деятельность начал в 1925 г. на Харьковском электромеханическом заводе (ХЭМЗ); Вячеслав Семенович возглавлял бюро горного электропривода. Под техническим руководством В. С. Тулина произошло освоение электрооборудования для нефтяной, горной и особенно угольной промышленности.

В годы войны В. С. Тулин работал главным инженером Восстановительно-монтажного треста, созданного постановлением Государственного комитета обороны. За успешное выполнение работ по восстановлению электрооборудования Донбасса в 1948 г. Вячеславу Семеновичу была присуждена Государственная премия первой степени.

Крупные научно-технические работы выполнены В. С. Тулиным в ЦКБ «Электропривод», где он работал в должности главного инженера. За одну из них — создание мощного шагающего экскаватора ЭШ-14/65 — Вячеслав Семенович в 1954 г. во второй раз был удостоен Государственной премии первой степени, а в 1956 г. награжден орденом Трудового Красного Знамени.



С 1957 по 1960 г. Вячеслав Семенович работал главным специалистом Госплана СССР по аппаратуре управления и автоматизированному электропри-

воду. В 1960 г. он начинал педагогическую деятельность в должности заведующего кафедрой автоматики и телемеханики Московского горного института. В 1962 г. В. С. Тулин защитил докторскую диссертацию.

В настоящее время, работая профессором кафедры автоматики и управляющих машин, Вячеслав Семенович наряду с педагогической работой много сил и энергии отдает научной работе по созданию шахт будущего. За время работы в институте Вячеслав Семенович осуществил научное руководство 27 аспирантами и соискателями и был научным консультантом ряда докторских работ. Он является автором многих научных трудов, широко известных среди специалистов по горному электроприводу. В. С. Тулин член КПСС с 1948 г.

Огромное трудолюбие, широта кругозора, внимательное отношение к людям снискали Вячеславу Семеновичу глубокое уважение, признание и большой авторитет. Поздравляем Вячеслава Семеновича с 70-летием со дня рождения и желаем ему крепкого здоровья и творческих успехов.

Группа товарищей

## ТАТЬЯНА АНАТОЛЬЕВНА ГЛАЗЕНКО

(К 50-летию со дня рождения)

В ноябре 1974 г. исполнилось 50 лет со дня рождения и 25 лет инженерной, научной, педагогической и общественной деятельности доктора технических наук, профессора Татьяны Анатольевны Глазенко, заведующей кафедрой электротехники Ленинградского института точной механики и оптики. Профессор Т. А. Глазенко хорошо известна как видный специалист в области полупроводниковой преобразовательной техники и автоматизированного электропривода.

Татьяна Анатольевна родилась в Ленинграде. В суровые годы Великой Отечественной войны и блокады Ленинграда она окончила курсы медсестер и работала в клиническом госпитале при больнице им. Эрисмана. Еще не закончилась война, когда Татьяна Анатольевна поступила на энергетический факультет Ленинградского ордена Ленина института инженеров железнодорожного транспорта и в 1948 г. с отличием защитила дипломный проект инженера-энергетика.

После этого Татьяна Анатольевна в течение ряда лет работала на кафедре теоретической и общей электротехники Ленинградского института механизации и электрификации сельского хозяйства и в 1954 г. после одногодичной аспирантуры защитила кандидатскую диссертацию по исследованию работы муфт с ферромагнитным наполнителем для электроприводов сельскохозяйственного назначения.

С 1960 г. Т. А. Глазенко руководит исследованиями по применению полупроводниковых преобразовательных устройств и импульсных усилителей для систем электропривода. Результаты ее многочисленных работ в этой области нашли отражение в докторской диссер-



тации «Исследование полупроводниковых преобразователей с явно выраженным звеном постоянного тока в системах электропривода», которую Т. А. Глазенко успешно защитила в 1966 г.

Татьяна Анатольевна является автором более 50 опубликованных научных работ, которые получили широкое распространение в Советском Союзе и за рубежом. Такие монографии, как «Импульсные полупроводниковые усилители в электроприводах» и «Полупроводниковые преобразователи в электро-

приводах постоянного тока», являются настольными книгами работников проектных и конструкторских организаций. Работы Т. А. Глазенко в области полупроводниковых преобразователей позволили значительно улучшить технико-экономические показатели систем электроприводов различного назначения.

Коммунист Т. А. Глазенко ведет большую общественную работу. Она является консультантом в обществе «Знание», членом бюро секции «Электропривод и промышленная автоматика» при ЛДНТИ и ЦНТОЭ и ЭП, членом редколлегии журнала «Электротехническая промышленность. Преобразовательная техника», активно сотрудничает в журнале «Электричество».

Педагогическую деятельность Татьяна Анатольевна начала в 1949 г. С 1957 г. она — доцент ЛИТМО, а с 1965 г. заведует кафедрами электрических машин и электротехники ЛИТМО. Много сил и энергии Татьяна Анатольевна отдает делу воспитания высококвалифицированных научных кадров. Она является автором и редактором многочисленных методических пособий и указаний, участвует в работе Методической комиссии МВ и ССО СССР.

Широту кругозора, глубину научных идей, оригинальность мышления — все это с глубокой душевностью и человечностью воплощает в себе видный ученый, прекрасный человек и педагог Татьяна Анатольевна Глазенко. Сердечно поздравляем Татьяну Анатольевну с 50-летием и желаем ей крепкого здоровья, личного счастья и новых успехов в научной, педагогической и общественной деятельности.

Группа товарищей



### О КОНКУРСЕ НА СОИСКАНИЕ ИМЕННОЙ ПРЕМИИ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Отделение физико-технических проблем энергетики Академии наук СССР сообщает, что в 1975 г. будет произведен конкурс на соискание премии Г. М. Кржижановского в размере 2000 руб. за лучшие исследования в области энергетики и за лучшие научные труды в области экономических наук.

Срок представления работ до 22 сентября 1975 г.

Право выдвижения кандидатов на соискание премий имеют научные учреждения, высшие учебные заведения, конструкторское бюро, научные общества, ведомства, действительные члены и члены-корреспонденты Академии наук СССР и академий наук союзных республик.

На соискание именных премий представляются:

опубликованные научные работы (серия работ) или материалы научного открытия (изобретения) в 3-х экземплярах (количество авторов не более 3-х человек);

мотивированное представление, включающее научную характеристику работы, ее значение для развития науки и народного хозяйства, а также сведения об авторе с перечнем его основных научных работ и изобретений.

Материалы с надписью «На соискание премии имени Г. М. Кржижановского» направлять в Отделение физико-технических проблем энергетики АН СССР (117901, Москва В-71, Ленинский просп. 14, корп. 1).



# СОДЕРЖАНИЕ

Жежеленко И. В. Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с нелинейными нагрузками . . . . .	1	Из опыта работы	
Бальян Р. Х., Рошаль М. И. — Анализ переходных процессов в кабельных линиях по корням характеристического уравнения . . . . .	7	Каганов И. Л., Дьяконов В. П., Зиенко С. И. — Лавинные транзисторы в схемах фазового управления тиристорами . . . . .	60
Афанасьев В. В., Добрянская Н. А. — Математическая модель процесса развития начальной длины непрерывного лидера в длинных воздушных промежутках . . . . .	12	Голубев Ф. Н., Латышко В. Д. — Построение непрерывной составляющей напряжения регулируемого вентильного преобразователя . . . . .	63
Паластин Л. М. — Физические особенности индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния явнополюсных синхронных машин . . . . .	14	Бунаков В. Л., Мелихов Н. Н., Морозов В. А. — Усовершенствование схем ограничения и регулирования тока в электроприводах . . . . .	66
Копылов И. П., Каросас И. И., Кузнецов Н. Л., Артемьев В. А. — Оптимизация переходных процессов в сварочных генераторах постоянного тока . . . . .	20	Беспалов В. Д., Конотоп В. В., Фертик С. М. — Удельные экономические характеристики импульсных конденсаторов . . . . .	68
Сандлер А. С., Шапиро Л. Я., Лабунец И. А. — Об одно-временном намагничивании стали двумя потоками разных частот . . . . .	24	Олейников А. М. — Экспериментальное сравнение асинхронных двигателей с короткозамкнутым и двухслойным роторами в различных режимах работы . . . . .	70
Перов Н. В. — Уравнения напряжений на обмотках трех-фазного трансформатора при установившихся коротких замыканиях . . . . .	28	Шнелль Р. В., Китушин В. Г., Киселев В. В., Кулешов А. П. — Целесообразность применения деревянных опор на линиях электропередачи . . . . .	73
Кожевников К. И. — Экстремальное управление позиционным электроприводом с оптимизацией точности отработки перемещений . . . . .	33	Сообщения	
Родькин Д. И., Каневский В. В. — Энергопотребление вентильных преобразователей в неустановившихся режимах работы привода . . . . .	38	Константинов Б. А., Жилов Г. М., Кункс Э. И., Родионов В. П., Федотов Б. А. — Применение потребителей-регуляторов в энергосистемах . . . . .	77
Асиновский Э. Н., Мишин В. С. — Коррекция погрешностей синусно-косинусных трансформаторов . . . . .	43	Маркушевич Н. С. — Контроль и анализ качества напряжения в электрических сетях с помощью приборов САКН . . . . .	79
Минц М. Я., Махотин Н. Д., Пунгин Л. М., Самойленко Б. Ф. — Расчет электромагнитного поля многополюсного индукционного датчика угла поворота . . . . .	48	Глейзер Д. М., Юлдашев Х. — К определению оптимального режима работы ГЭС в энергосистеме . . . . .	83
Лисицин Э. М. — Применение метода определяющих состояний к решению смешанных задач электростатики . . . . .	52	Юринов В. М., Харитонов В. В., Злобина О. А. — Эквивалентные схемы замещения цепи возбуждения ударного униполярного генератора цилиндрического типа . . . . .	84
Коган М. Г. — Определение плотности индуктированного тока методом коллокаций . . . . .	56	Тышко В. А., Погудин А. И. — Двухступенчатое мостовое импульсное реле . . . . .	86
		Смертин Н. Т. — Упрощенный расчет потерь в массивных ферромагнитных телах при сильных полях . . . . .	87
		Хроника . . . . .	90



## CONTENTS

KVAR Compensation in Networks With Non-Linear Loads — I. V. Djedjelenko . . . . .	1	FROM OPERATING EXPERIENCE	
Analysis of Cable Line Transients Using the Roots of the Characteristic Equation — R. H. Balyan, M. I. Ro-shal . . . . .	7	Special Transistors in Thyristor Phase Control Circuits — I. L. Kaganov, V. P. Diakonov, S. I. Zienko . . . . .	60
A Mathematical Model for the Development of the Initial Length of the Continuous Leader in Long Air Gaps — V. V. Afanasiev, N. A. Dobryanskaya . . . . .	12	Determining the Continuous Voltage Component of a Controlled Electronic Converter — F. N. Golubev, V. D. Latishko . . . . .	63
The Physical Features of Inductive Reactances for Additional Leakage in Salient Pole Synchronous Machines — L. M. Palastin . . . . .	14	Improved Circuits for Limiting and Controlling the Current in Electric Drives — V. L. Bunakov, N. N. Melikhov, V. A. Morozov . . . . .	66
Optimization of Transients in D. C. Welding Generators — I. P. Kopilov, I. I. Karosas, N. L. Kuznetsov, V. A. Artemyev . . . . .	20	The Specific Economic Characteristics of Surge Capacitors — V. D. Bespalov, V. V. Konotop, S. M. Fertik . . . . .	68
On Magnetizing Steel Simultaneously With Two Fluxes of Different Frequency — A. S. Sandler, L. Y. Shapiro, I. A. Labunets . . . . .	24	An Experimental Comparison of Induction Motors With Squirrel Cage and Double Layer Rotors for Different Operating Conditions — A. M. Oleinikov . . . . .	70
Equations for the Steady-state Voltages on the Windings of a Three-Phase Transformer for Short Circuit Conditions — N. V. Perov . . . . .	28	The Expediency of Using Wood Poles for Transmission Lines — R. V. Shnell, V. G. Kitushin, V. V. Kiselev, A. P. Kuleshov . . . . .	73
Optimizing Control of a Positional Drive With Optimization of the Accuracy of Displacement — K. I. Kodjevnikov . . . . .	33	REPORTS	
The Power Consumed by Electronic Converters for Transient Performance of the Drive — D. I. Rodkin, V. V. Kanevski . . . . .	38	Application of Consumer-Regulators in Power Systems — B. A. Constantinov, G. M. Djilov, E. I. Kunks, V. P. Rodionov, B. A. Fedotov . . . . .	77
Error Correction of Sine-Cosine Transformers — E. N. Asinovski, V. S. Mishin . . . . .	43	Monitoring and Analysing the Quality of Network Voltage by Means of Type CAKH Instruments — N. S. Markushevitch . . . . .	79
Calculating the Electromagnetic Field of Multi-Pole Induction Type Displacement Angle Transmitter — M. Y. Mints, N. D. Makhotin, L. M. Pungin, B. F. Samoilenko . . . . .	48	Optimum Operating Conditions for a Hydro-Electric Station in a Power System — D. M. Gleiser, H. Uldashev . . . . .	83
Application of the Fundamental State Method for Solving Composite Problems in Electrostatics — E. M. Lisitsin . . . . .	52	Equivalent Circuits for the Excitation of a Unipolar Cylindrical Type Surge Generator — V. M. Urinov, V. V. Haritonov, O. A. Zlobina . . . . .	84
Determining the Density of Induced Current by the Method of Collocation — M. G. Kogan . . . . .	56	A Two-Stage Bridge Type Impulse Relay — V. A. Tishko, A. I. Pogudin . . . . .	86
		Simplified Calculations of Losses in Solid Ferromagnetic Bodies in Strong Fields — N. T. Smertin . . . . .	87
		CHRONICLE . . . . .	90

# РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.316.1.016.25

Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с нелинейными нагрузками. Жежеленко И. В. — «Электричество», 1974, № 3.

При установке в сети предприятия нескольких цеховых трансформаторных подстанций с батареями конденсаторов, подключенными к шинам низшего напряжения, а также одной или нескольких нелинейных нагрузок, резонанс токов в цепях батарей конденсаторов возникает на частотах гармоник 5–7-го порядков. В этом режиме возможна недопустимая перегрузка батарей конденсаторов по току. Наличие гармоник указанных порядков в амплитудных спектрах токов нелинейных нагрузок обуславливает необходимость защиты конденсаторов с помощью реакторов или использование их в схемах резонансных фильтров. Библ. 3.

УДК 621.315.2.018.782.3.001.24

Анализ переходных процессов в кабельных линиях по корням характеристического уравнения. Бальян Р. Х., Рошаль М. И. — «Электричество», 1975, № 3.

Рассмотрен метод определения корневых годографов характеристического уравнения передаточной функции нагруженной кабельной линии при любой, в том числе комплексной, нагрузке. Доказана возможность определения основных показателей переходного процесса — перегулирования и времени установления — по взаимному положению ограниченного числа корней исследуемого трансцендентного характеристического уравнения. Предложенный метод позволяет использовать при анализе динамических характеристик нагруженного участка кабельной линии критерии качества, широко используемые в теории автоматического регулирования. Библ. 9.

УДК 537.523.4:621.3.015.5

Математическая модель процесса развития начальной длины непрерывного лидера в длинных воздушных промежутках. Афанасьев В. В., Добрянская Н. А. — «Электричество», 1975, № 3.

Предложена вероятностная модель процесса развития начальной длины непрерывного лидера, найден закон ее распределения. Определены параметры теоретического распределения. Статистический анализ показал хорошее согласие математической модели и результатов эксперимента. Библ. 3.

УДК 621.313.32:537.311.6

Физические особенности индуктивных сопротивлений добавочного рассеяния явнопольных синхронных машин. Паластин Л. М. — «Электричество», 1975, № 3.

Дан анализ наиболее важных опубликованных работ по индуктивному сопротивлению добавочного рассеяния обмотки якоря. Установлены физические особенности образования добавочного рассеяния обмотки якоря в установившихся, переходных и сверхпереходных режимах при нагрузке нормальных синхронных машин и бесконтактных машин с добавочными воздушными зазорами. Библ. 25.

УДК 621.313.12.024.018.782.3

Оптимизация переходных процессов в сварочных генераторах постоянного тока. Копылов И. П., Каросас И. П., Кузнецов Н. Л., Артемьев В. А. — «Электричество», 1975, № 3.

Исследуются динамические процессы, происходящие в системах, включающих генераторы постоянного тока. Математическая теория электрических машин позволяет представить уравнения генераторов в осях  $d$  и  $q$  в виде матрицы, решение которой дает картину переходного процесса. Для нахождения функциональных зависимостей, связывающих динамические показатели и параметры системы, используется аппарат планирования экстремальных экспериментов. Задача оптимизации решается с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа в условиях наложения ограничения в функциональном виде. Библ. 3.

УДК 621.313.042:538.24

Об одновременном намагничивании стали двумя потоками разных частот. Сандлер А. С., Шапиро Л. Я., Лабунец И. А. — «Электричество», 1975, № 3.

Рассмотрены процессы намагничивания тороидов двумя магнитными потоками, частоты которых могут находиться в произвольном соотношении. Используемая модель служит некоторым приближением для магнитной системы бесконтактной машины двойного питания. Определены критерии выбора максимальных значений обеих гармонических составляющих индукции. Библ. 5.

УДК 621.314.212.064.1.001.24

Уравнения напряжения на обмотках трехфазного трансформатора при установившихся коротких замыканиях. Перов Н. В. — «Электричество», 1975, № 3.

Приводятся уравнения для определения токов и напряжений на обмотках трехфазного трансформатора при установившихся сложных видах коротких замыканий, при этом заданы первичные линейные напряжения и известны сопротивления. Для сравнения с экспериментальными данными приводятся расчетные значения токов и напряжений. Библ. 6.

УДК 62-83:621.3.018.782.3

Энергопотребление вентиляльных преобразователей в неустановившихся режимах работы привода. Родькин Д. И., Канзский В. В. — «Электричество», 1975, № 3.

Разработан метод анализа энергетических характеристик вентиляного преобразователя в переходных режимах электропривода. На основании этого метода определены составляющие полной мощности в неустановившихся режимах, характерных изменением тока выпрямленной цепи и углов управления. Показано, что в неустановившихся режимах имеется несоответствие выходных энергетических характеристик статическим, проявляющееся в разной мере в зависимости от скорости изменения угла управления. Произведена оценка мощности искажения и несимметрии в переходных режимах. Метод анализа энергетики преобразователя может быть использован при определении степени влияния преобразовательного устройства на питающую сеть. Библ. 9.

УДК 62-83.35

Экстремальное управление позиционным электроприводом с оптимизацией точности отработки перемещений. Кожевников К. И. — «Электричество», 1975, № 3.

Рассматриваются позиционные механизмы высокой точности с числовой программной системой для формирования сигналов изменения скорости двигателя, такие как координатные механизмы металлорежущих станков. Для привода применяется двигатель постоянного тока независимого возбуждения, скорости которого регулируются напряжением якоря при номинальном магнитном потоке.

В статье разработана функциональная схема экстремального управления и получен алгоритм оптимизирующей вычислительной машины. Исследованы влияющие параметры привода на действие экстремального управления и на этой основе выведены соотношения для рационального привода. Применение полученных результатов иллюстрируется на числовом примере. Библ. 3.

УДК 621.314.22.08.088

Коррекция погрешностей синусно-косинусных трансформаторов. Асиновский Э. Н., Мишин В. С. — «Электричество», 1975, № 3.

Описан принцип действия электронного устройства, подключаемого к синусно-косинусному трансформатору, корректирующего его погрешности от перпендикулярности обмоток и неравенства их коэффициентов трансформации. Устройство построено на базе двух операционных усилителей с глубокой обратной связью. Рассмотрены погрешности устройства от изменения параметров входящих в него элементов электронной техники. Библ. 2.

УДК 621.313.014.2

Расчет электромагнитного поля многополюсного индукционного датчика угла поворота. Минц М. Я., Махотин Н. Д., Пунгин Л. М., Самойленко Б. Ф. — «Электричество», 1975, № 2.

Аналитически решена задача расчета электромагнитного поля индукционного многополюсного датчика угла с торцевыми печатными обмотками на диэлектрической подложке типа индуктосин.

Даны рекомендации по выбору оптимального соотношения между размерами проводников и расстоянием между проводниками, пригодные при больших значениях частоты питания и удельной проводимости материала печатной обмотки.

УДК 537.213

Применение метода определяющих состояний к решению смешанных задач электростатики. Лисицин Э. М. — «Электричество», 1975, № 3.

Анализируется применение метода определяющих состояний к решению краевых электростатических задач. Рассмотрена электростатическая задача с краевыми условиями III типа для случаев анизотропной неоднородной и более простых диэлектрических сред. Основным отличительным свойством метода определяющих состояний является возможность применения координатных функций, не удовлетворяющих краевым условиям задачи. Это свойство определяет применимость метода к задачам со сложными формами области и краевыми условиями, а также возможности упрощения вычислительного процесса. Рассмотрен числовой пример. Библ. 13.

УДК 621.314.632:62-52

Лавинные транзисторы в схемах фазового управления тиристорами. Каганов И. Л., Дьяконов В. П., Зиенко С. И. — «Электричество», 1975, № 3.

Рассмотрены принципы построения схем управления тиристорами на лавинных транзисторах. Показано, что применение лавинных транзисторов упрощает схемы управления и позволяет получать импульсы управления с большей амплитудой и меньшим временем нарастания, чем у схем, выполненных на лавинных и двухбазовых диодах. Показана возможность разработки схем с ручной и электронной регулировкой угла отпирания тиристоров в пределах от 0 до 180°. Описаны конкретные схемы управления на лавинных транзисторах и приведены их данные. Библ. 4.

УДК 621.314.632

Построение непрерывной составляющей напряжения регулируемого вентильного преобразователя. Голубев Ф. Н., Латышко В. Д. — «Электричество», 1975, № 3.  
Приводится теоретическое обоснование и излагается графо-аналитический метод построения непрерывной (полезной) составляющей выпрямленного напряжения регулируемого вентильного преобразователя в динамических режимах по заданной форме сигнала управления или по известной форме кривой выпрямленного напряжения. Получаемая непрерывная составляющая облегчает проведение анализа работы систем регулирования, содержащих вентильные преобразователи. Библ. 3.

УДК 62-83:621.3.072.1

Усовершенствование схем ограничения и регулирования тока в электроприводах. Бунаков В. Л., Мелихов И. И., Морозов В. А. — «Электричество», 1975, № 3.  
Предлагаемая схема с применением операционных усилителей основана на вибрационном принципе. Приводится теоретическое обоснование расчетов характеристик и параметров схемы управления. Рассмотрено влияние изменения температуры окружающей среды на характеристики токоограничения электропривода. Библ. 3.

УДК 621.315.619.00.5

Удельные экономические характеристики импульсных конденсаторов. Беспалов В. Д., Конотоп В. В., Фертик С. М. — «Электричество», 1975, № 3.  
Приведены результаты исследований по влиянию режима работы на удельные экономические характеристики высоковольтных импульсных конденсаторов с бумажным диэлектриком, пропитанных касторовым маслом. Получены основные зависимости и построены номограммы для определения удельных экономических характеристик конденсаторов. Библ. 8.

УДК 621.313.333.004.2

Экспериментальное сравнение асинхронных двигателей с короткозамкнутым и двухслойным роторами в различных режимах работы. Олейников А. М. — «Электричество», 1975, № 3.  
Характеристики асинхронных двигателей с двухслойными роторами (АДДР) сравниваются с характеристиками серийных короткозамкнутых двигателей (АДКР). Делается вывод о целесообразности применения АДДР при частых пусках, реверсах, торможениях, в повторно-кратковременных режимах, при малой длительности рабочего периода. В длительном режиме работы номинальная мощность АДДР может составить 80% номинальной мощности АДКР того же габарита. Использование АДДР в этом режиме при некотором увеличении габарита двигателя упрощает проблему регулирования скорости вращения, уменьшает вибрации и шумы, улучшает условия пуска электроприводов с одиночными, но тяжелыми пусками, обеспечивает высокую механическую прочность и лучшие балансировочные свойства ротора. Библ. 7.

УДК 621.315.668.1

Целесообразность применения деревянных опор на линиях электропередачи. Шнелль Р. В., Китушин В. Г., Киселев В. В., Кулешов А. П. — «Электричество», 1975, № 3.  
Рассмотрены основные тенденции в применении опор ВЛ из различного материала. Раскрыты основные достоинства и недостатки деревянных опор и факторы, мешающие их широкому внедрению в практику энергосетевого строительства, и предложены пути ликвидации недостатков. Библ. 9.

УДК 621.311.016.3

Применение потребителей-регуляторов в энергосистемах. Константинов Б. А., Жилов Г. М., Кункс Э. И., Родионов В. П., Федотов Б. А. — «Электричество», 1975, № 3.  
Рассматривается возможность использования химических заводов по производству желтого фосфора в режиме регулирования нагрузки. Показано, что народнохозяйственный экономический эффект должен оцениваться как с точки зрения интересов энергосистем, так и предприятий, выступающих в роли регуляторов нагрузки. Библ. 4.

УДК 621.316.1.015.004.5

Контроль и анализ качества напряжения в электрических сетях с помощью приборов САКН. Маркушевич Н. С. — «Электричество», 1975, № 3.  
Указывается на актуальность оснащения эксплуатационного персонала электросетей практической методикой контроля и анализа качества напряжения. Описываются основные положения такой методики для контроля и анализа отклонений напряжения с помощью прибора САКН. Библ. 5.

УДК 621.311.1.001.24

К определению оптимального режима работы ГЭС в энергосистеме. Глосейзер Д. М., Юлдашев Х. — «Электричество», 1975, № 3.  
Анализируются причины несходности итеративного процесса вычисления множителей Лагранжа для ГЭС методом Ньютона и предлагается комбинированный алгоритм расчета с использованием метода Ньютона и метода хорд, обладающий высокой надежностью и быстротой действия. Библ. 3.

УДК 621.313.291.012.8

Эквивалентные схемы замещения цепи возбуждения ударного униполярного генератора цилиндрического типа. Юринов В. М., Харитонов В. В., Злобина О. А. — «Электричество», 1975, № 3.  
Проводится синтез схемы замещения цепи возбуждения ударного униполярного генератора на основе реализации эквивалентных операторных сопротивлений характерных участков магнитной цепи. Операторное сопротивление участка определяется из расчета поля в массиве. Получены полная и упрощенная схемы замещения. Полная схема содержит теоретически бесконечное число элементов. Расчет по ней целесообразно проводить на специальных моделях или аналоговых машинах. Упрощенная схема содержит минимальное число элементов и является удобной основой аналитического исследования процессов в цепи возбуждения генератора. Библ. 2.

УДК 621.316.925.42

Двухступенчатое мостовое импульсное реле. Тышко В. А., Погодин А. И. — «Электричество», 1975, № 3.  
Рассматривается двухступенчатое мостовое импульсное реле с совмещенными каналами контроля напряжения, выполненное на основе резистивного несимметричного моста, в измерительную диагональ которого включен транзисторный усилитель.

УДК 621.3.014.12

Упрощенный расчет потерь в массивных ферромагнитных телах при сильных полях. Смертин Н. Т. — «Электричество», 1975, № 3.  
Получены упрощенные аналитические зависимости для оценки термического воздействия электромагнитного поля на полуограниченное ферромагнитное тело, позволяющие производить расчеты при меняющихся во времени граничных условиях. Показано, что в сильных полях потери в единице объема ферромагнитного тела, определяющие темп его нагревания в начальной стадии, примерно пропорциональны первой степени линейной плотности тока, а потери на единицу поверхности, определяющие температуру в установившемся режиме, примерно пропорциональны линейной плотности тока в степени 1,5. Результаты работы получены путем упрощения решения, приведенного в книге Л. Р. Неймана «Поверхностный эффект в ферромагнитных телах». Библ. 2.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Костенко М. П., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нейман Л. Р., Нетушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Хачатуров А. А., Чиликин М. Г., Шаталов А. С.

Адрес редакции: 103012 Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: 101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Л. Н. Никитина

Сдаю в набор 15/II 1975 г.

Подписано к печати 28/II 1975 г.

T-03278

Формат 60×90/8

Усл. печ. л. 12

Уч.-изд. л. 15,28

Тираж 9 681 экз.

Зак. 17

Цена 80 коп.

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, Москва М-114, Шлюзовая наб., 10.