

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



1974

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

10

Некоторые вопросы фазового управления режимами электрических систем

Канд. техн. наук В. М. ЧЕБАН

Новосибирск

Для развития электроэнергетики в настоящее время характерно увеличение единичных мощностей генераторных блоков. Это явление приводит к увеличению сопротивлений генераторов и трансформаторов, и уменьшению инерционных постоянных генераторов [Л. 1]. Укрупнение энергосистем и стремление обеспечить оптимальную их надежность связаны с появлением неоднородных многоконтурных сетей. В этих условиях представляют интерес различные способы фазового управления переходными процессами электрических систем [Л. 2—4], предлагаемые с целью повышения устойчивости при малых и больших возмущениях. Способ дискретного фазового регулирования в статорных цепях с целью повышения динамической устойчивости одноцепных электропередач исследовался в 60-е годы на кафедре электрических систем МЭИ и кафедре электрических систем и сетей НЭТИ. Непосредственный сдвиг фаз напряжений на углы, кратные $2\pi/3$, может быть осуществлен переключением группы соединений обмоток трансформатора, а также другими методами [Л. 5—8]. В последующие годы в НЭТИ рассматривались более сложные случаи двухцепных и многоцепных электропередач с учетом многократного фазового воздействия, а также исследовались некоторые вопросы установившихся режимов, пропускной способности и устойчивости неоднородных сетей. Главным результатом дискретного фазового регулирования («эффектом фазы») явилось принудительное перераспределение потоков активной мощности на участке цепи вследствие изменения на нем разности фаз напряжений. Изменение потерь активной мощности при регулировании фаз незначительно влияет на выдаваемые генераторами мощности.

Исследования по фазовому регулированию в последнее время проводятся также и в ряде других организаций как в нашей стране, так и за рубежом [Л. 9 и 10]. В [Л. 10] содержится анализ влияния общего фазового сдвига в линии связи двухмашинной электрической системы на динамическую устойчивость этой системы. Заметим, что результаты [Л. 10] в значительной мере повторяют проведенные ранее исследования, которые нашли отражение в патентной и технической литературе [Л. 5 и 6].

Дискретный фазовый сдвиг в статорных, первичных цепях, обладающих по сравнению с роторными цепями существенно меньшей электромагнитной инерцией, может быть осуществлен в сотые доли секунды и, как показали исследования [Л. 5, 7—10], является весьма эффективным.

Учет группы соединений обмоток трансформаторов. Как известно, возможные варианты схем соединений обмоток «звездой» и «треугольником» составляют 12 сочетаний, называемых группами соединений. Номер каждой группы соответствует определенному взаимному расположению векторов напряжений пары обмоток трансформатора [Л. 11].

Если учитывать комплексный характер коэффициента трансформации, то в соответствии с приведенным в [Л. 11] определением номера группы соединений обмоток, имеют место следующие зависимости для трансформаторов:

повышающего

$$|\dot{U}_2| > |\dot{U}_1|; |\dot{K}| = \left| \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right| > 1$$
$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = k e^{jN30^\circ} = k \underline{N30^\circ}; \quad (1)$$

понижающего

$$\left. \begin{aligned} |\dot{U}_2| < |\dot{U}_1|; |k| = \left| \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right| < 1; \\ \dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = ke^{-jN30^\circ} = k \angle -N30^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где \dot{K} — комплексный коэффициент трансформации; N — номер группы соединений обмоток трансформатора.

Выражения комплексного коэффициента трансформации (1) и (2) для повышающего и понижающего трансформаторов различны, что необходимо учитывать в расчетах. На рис. 1 приведены векторные диаграммы повышающего и понижающего трансформаторов, имеющих одинаковые схемы, но различные группы ($N=11$, $N=1$) соединенный обмоток.

Фазовые соотношения и физические представления. При анализе электромеханических переходных процессов в условиях фазового управления необходимо отличать фазовые смещения векторов, вызванные протеканием токов в элементах электрической цепи и соответствующими падениями напряжения, и фазовые углы, обусловленные схемой соединения обмоток трансформаторов. Фазовые углы, вызванные токами и условно обозначенные через δ_z , можно рассматривать как исходные компоненты режима электрической системы

$$P = f_1(\delta_z), \quad Q = f_2(\delta_z).$$

В случае работы генератора в блоке с трансформатором угол фазового сдвига, обусловленный группой соединений трансформатора, условно обозначенный через δ_N , не связан с установившимся режимом сети и определяет только дополнительное относительное смещение ротора генератора при его синхронном вращении. Это оправдывает широко

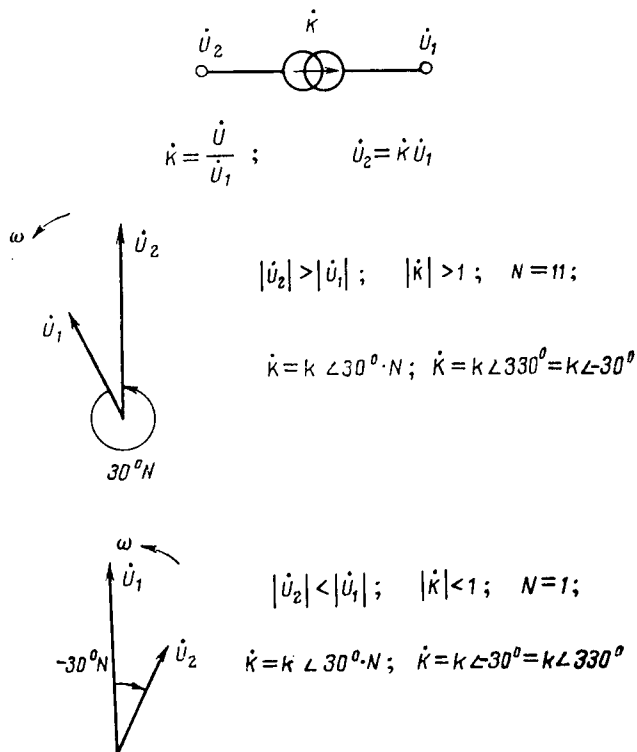


Рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

распространенное в литературе построение векторных диаграмм электропередач без учета реальной группы соединения трансформаторов, как бы полагающая ее равной 12 (0). В схемах, имеющих сложную замкнутую структуру, в целях их фазировки используются пары трансформаторов, группы соединения которых обеспечивают взаимную компенсацию фазового сдвига, что также позволяет условно не учитывать фазовые смещения δ_N в расчетах установившихся и переходных процессов.

Однако такой подход неприемлем в случае несбалансированных по фазе (по аргументу) коэффициентов трансформации. В частности, это имеет место при продольно-поперечном регулировании напряжения для компенсации параметрической (фазовой) неоднородности, а также фазовым управлением динамическими процессами в электрических системах и на физических моделях.

Сказанное выше поясняется на примере дискретного фазового регулирования в электропередаче, показанной на рис. 2, а. На этом же рисунке приведены: векторная диаграмма исходного режима (рис. 2, б), векторная диаграмма в момент введения фазового сдвига $\Delta\delta = -60^\circ$ (рис. 2, в) и векторная диаграмма нового установившегося режима после поворота ротора генератора (рис. 2, г). Фазовый сдвиг получен мгновенным изменением группы соединения обмоток трансформатора 1. При построении векторных диаграмм величина э. д. с. генератора \dot{E}'_q принята постоянной, а напряжение на шинах системы представлено неизменным вектором \dot{U}_c (система неограниченной мощности). Упрощенно все элементы электропередачи замещены индуктивными сопротивлениями.

Вектор тока \dot{I}'_1 является при построении диаграмм задающим. Модуль и аргумент тока \dot{I}'_1 в момент введения фазового сдвига могут быть получены по вспомогательной векторной диаграмме (рис. 2, в, штриховые линии), построенной для исходного режима без учета группы соединений обмоток трансформатора с последующим поворотом вектора \dot{E}'_q от \dot{E}'_{q1} к \dot{E}'_{q2} на величину фазового сдвига $\Delta\delta = \delta_{N2} - \delta_{N1}$.

Результирующий угол электропередачи в исходном режиме:

$$\delta_0 = (\dot{E}'_q \dot{U}_c) = \delta_{x'd} + \delta_{xT} + \delta_{N1} + \delta_{xЛ}. \quad (3)$$

При фазовом воздействии на величину $\Delta\delta = \delta_{N2} - \delta_{N1}$ этот угол, определяемый из выражения

$$\delta' = \delta'_{x'd} + \delta'_{xT} + \delta_{N2} + \delta'_{xЛ}, \quad (3a)$$

не изменяется из-за механической инерционности ротора.

Результирующий угол в новом установившемся режиме

$$\delta_\infty = \delta_{x'd} + \delta_{xT} + \delta_{N2} + \delta_{xЛ} \quad (3б)$$

или

$$\delta_\infty = \delta_0 + (\delta_{N2} - \delta_{N1}) = \delta_0 + \Delta\delta.$$

Фазовый сдвиг может быть учтен смещением характеристики активной мощности на величину фазового воздействия при непрерывном изменении угла δ или же изменением угла δ_z на величину фазового сдвига $\delta_{N2} - \delta_{N1}$.

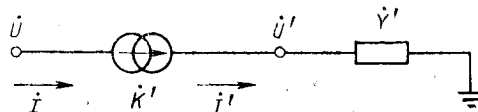
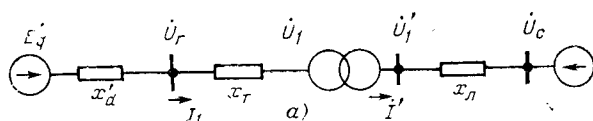


Рис. 4.

где \dot{U} — столбцовая матрица внешних напряжений; \dot{U}' — столбцовая матрица внутренних напряжений; \dot{I} — столбцовая матрица внешних токов; \dot{I}' — столбцовая матрица внутренних токов; \dot{K}' — диагональная матрица комплексных коэффициентов трансформаций, ориентированных от внешних углов к внутренним; \dot{Z}' — квадратная симметричная матрица внутренних обобщенных параметров; \dot{Z} — квадратная несимметричная матрица внешних обобщенных параметров;

Рис. 2.

В первом случае рассматривается полный угол между э. д. с. генератора и напряжением системы, а во втором — угол, определяемый только с падением напряжения в сопротивлениях связи генератора с системой.

На рис. 3,а приведены примерные характеристики переходного процесса в простейшей системе, в которой рассматривалось отключение линии пауза и АПВ с фазовым сдвигом $\Delta\delta < 0$. На рис. 3,б изображен фазовый сдвиг в координатах P, δ_z .

Приведенный анализ фазового управления переходными процессами возможен при наличии полной информации о фазовых воздействиях, отнесенных к каждому генератору системы, что является очевидным только в простых схемах (одномашинная, двухмашинная). В общем случае одно или несколько управляющих фазовых воздействий в различных местах сложной электрической системы необходимо учитывать комплексными коэффициентами трансформации.

Алгоритмические вопросы учета фазового сдвига. Известно, что в случае расположения идеальных трансформаторов у границ многополюсника (рис. 4) матричное уравнение, связывающее значения внешних и внутренних напряжений и токов, имеет вид [Л. 12]:

$$\dot{U} = \dot{K}' \dot{U}' = \dot{K} \dot{Z}' \dot{I}' = \dot{K}' \dot{Z}' \dot{K} \dot{I} = \dot{Z} \dot{I}, \quad (4)$$

Могут быть получены аналогичные матричные уравнения с использованием обобщенных проводимостей, которые определяются путем обращения диагональных матриц \dot{K}' и \dot{K} . Для упрощения записи уравнений целесообразно изменить ориентацию комплексных трансформаций на противоположную (рис. 5). Это соответствует введению матрицы \dot{K} , для которой справедливы соотношения:

$$\bar{\dot{Z}} = \dot{K} \dot{Z}' \dot{K}. \quad (5)$$

Используя матрицы \dot{K} и $\bar{\dot{K}}$, можно получить уравнение:

$$\dot{I} = \dot{Y} \dot{U} = \bar{\dot{K}} \dot{I}' = \bar{\dot{K}} \dot{Y}' \dot{U}' = \bar{\dot{K}} \dot{Y}' \dot{K} \dot{U}, \quad (7)$$

где

$$\dot{Y} = \bar{\dot{K}} \dot{Y}' \dot{K}; \quad (7a)$$

\dot{Y} и \dot{Y}' — квадратные матрицы обобщенных проводимостей относительно внешних и внутренних полюсов схемы соответственно за комплексной трансформацией. Матрица \dot{Y} в общем случае является несимметричной.

В частном случае трехполюсника, эквивалентная схема которого приведена на рис. 5, обозначен-

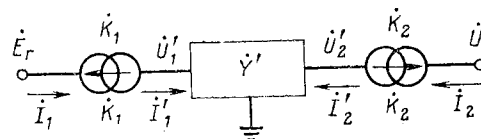


Рис. 5.

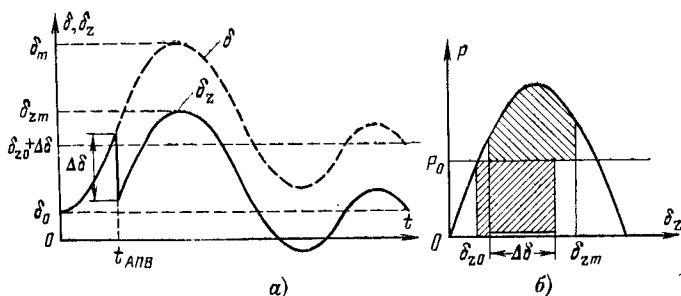


Рис. 3.

ные выше матрицы имеют вид:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \dot{K}_1 & \\ & \dot{K}_2 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{Y}}' = \begin{bmatrix} \dot{Y}'_{11} & \dot{Y}'_{12} \\ \dot{Y}'_{21} & \dot{Y}'_{22} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где

$$\dot{K}_1 = \frac{\dot{U}'_1}{E'_r}, \quad \dot{K}_2 = \frac{\dot{U}'_2}{U_c}.$$

Так как рассматривается схема с пассивными элементами без внутренних комплексных трансформаций, то $\dot{Y}'_{12} = \dot{Y}'_{21}$.

Матрица обобщенных проводимостей относительно внешних полюсов

$$\dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{\hat{K}} \dot{\mathbf{Y}}' \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \\ & \hat{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y}'_{11} & \dot{Y}'_{12} \\ \dot{Y}'_{21} & \dot{Y}'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{K}_1 & \\ & \dot{K}_2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Выполняя операции перемножения матриц, получаем:

$$\dot{Y}_{11} = \hat{K}_1 \dot{Y}'_{11} \dot{K}_1 = k_1^2 \dot{Y}'_{11}; \quad (11)$$

$$\dot{Y}_{22} = \hat{K}_2 \dot{Y}'_{22} \dot{K}_2 = k_2^2 \dot{Y}'_{22}; \quad (12)$$

$$\dot{Y}_{12} = \hat{K}_1 \dot{Y}'_{12} \dot{K}_2; \quad (13)$$

$$\dot{Y}_{21} = \hat{K}_2 \dot{Y}'_{21} \dot{K}_1 = \hat{K}_2 \dot{Y}'_{12} \dot{K}_1. \quad (14)$$

Если вторая трансформация отсутствует ($\dot{K}_2 = \hat{K}_2 = 1$), то:

$$\dot{Y}_{11} = k_1^2 \dot{Y}'_{11}; \quad (11a)$$

$$\dot{Y}_{22} = \dot{Y}'_{22}; \quad (12a)$$

$$\dot{Y}_{12} = \hat{K}_1 \dot{Y}'_{12}; \quad (13a)$$

$$\dot{Y}_{21} = \dot{K}_1 \dot{Y}'_{21} = \dot{K}_1 \dot{Y}'_{12}. \quad (14a)$$

Выражения показывают, что в общем случае

$$\dot{Y}_{12} \neq \dot{Y}_{21}.$$

При введении комплексной трансформации $\dot{K}_1 = 1/\underline{e}^{-j\Delta\delta}$ напряжение $\dot{U}'_1 = \dot{K}_1 E'_r$ сдвигается по фазе на угол $-\Delta\delta$. В этом случае новые обобщенные проводимости определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= k_1^2 \dot{Y}'_{11} = \dot{Y}'_{11}; \\ \dot{Y}_{12} &= \hat{K}_1 \dot{Y}'_{12} = 1/\underline{e}^{+j\Delta\delta} \dot{Y}'_{12} \underline{e}^{j\psi'_{12}} = \dot{Y}'_{12} \underline{e}^{j(\psi'_{12} + \Delta\delta)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Активная мощность генератора

$$\begin{aligned} P &= P' + P'' = E'^2_{r1} y_{11} \sin \alpha_{11} + E'_r U_c y_{12} \sin (\delta - \alpha_{12}) = \\ &= E'^2_{r1} y'_{11} \sin \alpha'_{11} + E'_r U_c y'_{12} \sin (\delta - \Delta\delta - \alpha'_{12}). \end{aligned} \quad (16)$$

Из этой формулы следует, что в рассматриваемых схемах фазовый сдвиг в цепи генератора не изменяет собственную составляющую мощности P' , а приводит к изменению составляющей обменной мощности P'' . Знак смещения противоположен знаку аргумента соответствующего коэффициента трансформации.

В случае схем сложной конфигурации матрица $\dot{\mathbf{Y}}$ формируется из соответствующих подматриц внешних и внутренних узлов, в том числе и узлов,

граничных к комплексным трансформациям. При этом матричное уравнение узловых напряжений может быть записано в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где \dot{I}_1 , \dot{U}_1 , \dot{I}_2 , \dot{U}_2 — подматрицы режимных параметров соответственно генераторных и внутренних узлов схемы; \dot{Y}_{11} , \dot{Y}_{22} — квадратные подматрицы собственных и взаимных проводимостей генераторных и внутренних узлов соответственно; \dot{Y}_{12} , \dot{Y}_{21} — прямоугольные подматрицы взаимных проводимостей между генераторными и внутренними узлами.

В соответствии с первым законом Кирхгофа подматрица суммарных токов внутренних узлов равна нулю ($\dot{I}_2 = 0$). Поэтому матрица обобщенных эквивалентных проводимостей всей схемы, записанная относительно генераторных узлов, может быть получена исключением \dot{U}_2 [Л. 13]:

$$\dot{Y}_{31} = \dot{Y}_{11} - \dot{Y}_{12} (\dot{Y}_{22})^{-1} \dot{Y}_{21}. \quad (18)$$

Матрица \dot{Y}_{31} может быть определена также методом последовательной трансформации многолучевой звезды в схему полного многоугольника, при исключении внутренних узлов. При исследовании вопросов фазового управления переходными процессами автор пользовался советами кафедры «Электрические системы» МЭИ (проф. В. А. Веников, проф. Н. А. Мельников).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М., «Высшая школа», 1970, 472 с.
2. Фазылов Х. Ф. Применение бустер-трансформаторов для повышения пропускной способности длинных ЛЭП и сравнительный анализ его для случая неустойчивого режима с предложением отключения реактора. Автореф. дис. на соиск. учен. степени кандидата техн. наук, Ташкент, 1946.
3. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. М., «Наука», 1969, 141 с.
4. Hamdi-Sepen C. Process for increasing the transient stability power units on a.c. transmission systems CIGRE. Paper 305. May 1963, May, 1964.
5. Розанов М. Н. Способ повышения динамической устойчивости при трехфазном АПВ на линиях с двусторонним питанием. — «Труды ВЭИ», 1964, вып. 25.
6. Чебан В. М. Способ повышения динамической устойчивости электрических систем. А. С. № 176624 (СССР). Оpubл. в бюлл. — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1965, № 23.
7. Чебан В. М., Смирнова С. Н. Повышение динамической устойчивости электрических систем путем переключения обмоток трансформатора. — «Труды СибНИИЭ», 1966, вып. 4, с. 139—145.
8. Смирнова С. Н. Использование экстренного поперечного регулирования для повышения динамической устойчивости электропередач. Автореф. дис. на соиск. учен. степени кандидата техн. наук. Новосибирск, 1971.
9. Базилевич В. П. Некоторые вопросы управления дальними электропередачами при работе их в сложной системе. — «Труды СибНИИЭ», 1972, вып. 23, с. 103—108.
10. O'Kelly D., Musgrave G. Improvement of power — system transient stability by phase — shift insertion. — «Proc. Inst. Elec. Eng.», 1973, 120, N 2, p. 247—252.
11. Петров Г. Н. Электрические машины, ч. I, М., Госэнергоиздат, 1956, 224 с.
12. Мельников Н. А. Электрические сети и системы. М., «Энергия», 1969, 456 с.
13. Максимович Н. Г. Линейные электрические цепи и их преобразования. М., Госэнергоиздат, 1961, 264 с.

[15.1.1974]

Оптимизация параметров двухзвеньеовой городской электрической сети среднего напряжения

Канд. техн. наук ГЛАЗУНОВ А. А., инженеры МРЗЕЛ Ю. Л., КОНДАКОВА Л. А., КОНДАКОВ О. А.

Московский энергетический институт

При проектировании систем электроснабжения городов и промышленных предприятий актуальной является задача рационального размещения источника питания потребителей электроэнергии — понижающей подстанции, распределительного пункта, сетевой трансформаторной подстанции — по отношению к массе потребителей электроэнергии. В таком случае ставится задача нахождения оптимальных соотношений между отдельными элементами системы электроснабжения в зависимости от расположения источника питания с тем, чтобы обеспечивались оптимальные суммарные технико-экономические показатели.

Очевидно, выбор места сооружения указанных источников питания на территории рассматриваемого района (города, микрорайона, квартала, промышленного предприятия) определяется и по соображениям планировки, градостроительства, с учетом транспортных задач и т. п. Вместе с тем следует признать необходимым стремиться сочетать указанные требования с задачами экономически целесообразного размещения источников питания, а потому является актуальным анализ оптимального размещения указанных энергетических объектов на территории обслуживаемого ими района.

Обзор материалов по данному вопросу позволяет сделать следующие выводы:

1. В ряде исследований рекомендуется размещение источников питания промышленных предприятий в центре нагрузок или с учетом вероятностной зоны рассеяния этого центра; при этом не приводятся технико-экономические обоснования такого решения [Л. 1—2];

2. Размещение источника питания определяется однозначно или в виде зоны рассеяния в связи с вероятностным заданием нагрузок, но без учета возможной зоны рассеяния из-за неточностей задания технико-экономических показателей [Л. 1—3];

3. Выбор местоположения источника питания нагрузок осуществляется без учета технико-экономических связей этого расположения с параметрами элементов системы электроснабжения, например с оптимальными номинальными сечениями токоведущих жил кабелей [Л. 1—4];

4. Метод, описанный в [Л. 3], определяет не только оптимальное местоположение источника питания, но и чувствительность целевой функции.

Выполнение исследования расположения источников питания, свободное от указанных выше недостатков, возможно с применением метода критериального программирования при выборе приведенных затрат в качестве целевой функции [Л. 5 и 6]*.

* Предлагаемая публикация преследует, во-первых, продемонстрировать возможности применения одного из методов прикладной математики — метода критериального программирования — к оптимизационному технико-экономическому анализу сетевых задач и, во-вторых, выявить некоторые конкретные оптимальные соотношения параметров городских электросетей среднего напряжения.

Метод критериального программирования позволяет минимизировать многофункциональные модели, в которых ряд исходных данных имеет лишь предположительный характер. Этот метод позволяет установить связь между рядом оптимизируемых параметров при наличии технических ограничений и выбрать технически выполнимый вариант из области равно экономических решений.

Данный метод с успехом уже использовался для оптимизационных задач в области электроснабжения [Л. 7—9].

В настоящей статье рассматривается частная задача оптимизации местоположения распределительного пункта (РП) и номинальных параметров питающих и распределительных линий городской электрической сети среднего напряжения. При этом не анализируется экономическая целесообразность осуществления сети с РП, а также экономически целесообразная мощность РП**. Задача рассматривается при статическом задании нагрузок. Выполнение анализа для ряда значений плотности нагрузки позволяет с определенной достоверностью распространить его результаты на случаи равномерного роста нагрузок всех потребителей рассматриваемого района. Изменение параметров сети сечения, номинальное напряжение и т. д. при построении целевых функций условно принималось непрерывным. Распределение электрических нагрузок по площади района города принималось равномерным ($\sigma, \text{Мва/км}^2 = \text{const}$).

Модель сети выбиралась таким образом, чтобы отражать реальные качественные и количественные соотношения, как, например, количество трансформаторных подстанций (ТП), подключенных к одной линии, непрямолинейность трасс линий и т. д. Район представлялся в виде правильной геометрической фигуры, например в виде квадрата. Рассматривались модели петлевой сети с различным числом ТП, подключенных к одной линии и неизменными расстояниями между отдельными ТП ($a, \text{км}$ — на рис. 1) [Л. 7 и 9]. Мощность ТП в зависимости от плотности нагрузки принималась по [Л. 7]. Увеличение сторон квадрата влечет за собой увеличение площади района, а следовательно, при определенной плотности нагрузки — и суммарной мощности, числа распределительных магистралей и количества ТП на одной петлевой линии. Рассматриваются квадраты с числом ТП на одной петлевой линии $n=4, 6, 8$ и 10 , что соответствует $16, 36, 64$ и 100 ТП, питающихся от одного РП (рис. 1).

По схеме рис. 1 определялись коэффициенты непрямолинейности трасс распределительных линий, которые для указанных выше значений n соответственно равны $1,34; 1,32; 1,31; 1,30$, что соот-

** Сооружение РП во многих случаях оказывается необходимым или целесообразным по условиям электроснабжения районов новой застройки городов или по соображениям удобства эксплуатации городских электросетей.

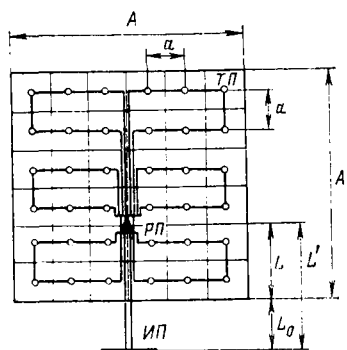


Рис. 1. Модель двухзвеной распределительной сети.

ветствует реальным условиям городских электросетей [Л. 7]. Для принятой модели городской электрической сети составлялось уравнение приведенных затрат, составленное применительно к зада-

че отыскания наивыгоднейшего местоположения РП, сечения жил кабелей питающих линий ($Z_{п.с}$) и распределительной сетей ($Z_{р.с}$) и номинального напряжения сети:

$$Z = Z_{п.с} + Z_{р.с}. \quad (1)$$

Затраты на сооружение РП не учитывались, поскольку мощность РП не являлась оптимизируемым параметром. Не учитывались и затраты на ТП и электрические сети до 1000 в, так как ряд исследований и практические расчеты показывают отсутствие их влияния на величины оптимизируемых параметров сетей среднего напряжения [Л. 7 и др.].

Для дальнейшего анализа (1) представляется в следующем виде:

$$Z = p_z k_F(U_n, F) L' + p_z k_f(U_n, f) l_{р.с}(L) + \tau \Delta P_{р.с}(L, U_n, f) + \tau \Delta P_{п.с}(U_n, f) L', \quad (2)$$

где $p_z = p_n + p_p + p_{к.р} + p_o$; p_n — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений (0,12); p_p — приведенное значение коэффициента отчисления на реновацию кабельных линий (0,003); $p_{к.р}$ — коэффициент отчисления на капитальный ремонт (0,005); p_o — то же, на текущую эксплуатацию (0,02); $k_F(U_n, F)$, $k_f(U_n, f)$ — соответственно стоимости 1 км линии питающей и распределительной сетей, зависящие от напряжения (U_n) и сечений токоведущих жил (F , f), тыс. руб/км; L — длина трассы питающих линий на территории района, км; L' — расстояние центра питания от РП, км ($L' = L + L_0$, рис. 1); $l_{р.с}(L)$ — суммарная длина распределительной сети, км; τ — удельная стоимость потерь электроэнергии [$0,9 \cdot 10^{-5}$ тыс. руб/(квт \times ч)]; τ — время потерь в линиях, которое в конкретных расчетах принималось равным 1600 ч/год; ρ — удельное сопротивление металла токоведущих жил кабелей или проводов (для алюминия принималось 0,0315 ом \cdot мм²/м; $\Delta P_{р.с}(L_0, U_n, f)$ — суммарные потери мощности в распределительной сети, зависящие от местоположения РП, напряжения и сечения, квт; $\Delta P_{п.с}(U_n, F)$ — то же, в питающей сети, квт.

Устанавливались функциональные зависимости членов уравнения (2) от оптимизируемых параметров: потерь активной мощности в распределительной сети $\Delta P_{р.с}(L, U_n, f)$, суммарной протяженности линий распределительной сети $l_{р.с}(L)$, потерь мощности в питающей сети $\Delta P_{п.с}(U_n, F)$, стоимостных показателей $k_F(U_n, F)$ и $k_f(U_n, f)$.

В ходе исследования рассматривалось различное удаление РП от источника питания $L = 0 \dots \frac{n}{2} =$

$= A/2$. Перемещение РП всегда производилось по линии, проходящей через центр квадрата, перпендикулярно к его стороне. Зависимости $l_{р.с}(L)$, $\Delta P_{р.с}(L)$ устанавливались в относительных единицах от их базисных значений при расположении РП в центре квадрата и других параметрах U_n , F , $f = \text{const}$:

$$\left. \begin{aligned} L_{(6)} &= a \frac{n}{2}; \quad l_{р.с(6)} = \frac{3}{2} a n^2; \\ \Delta P_{р.с(6)} &= \frac{k'_o S_{ТП}^2 a p}{U_n^2 f} \frac{n^2}{24} (5n^2 + 4), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где a — расстояние между ТП, зависящее от плотности нагрузки σ , км; k'_o — средний коэффициент одновременности для распределительной сети, принят равным 0,8 [Л. 10]; $S_{ТП}$ — мощность одной ТП, зависящая от плотности нагрузки σ , кв \cdot а.

Соответствующие значения рассматриваемых величин в относительных единицах:

$$L_* = \frac{L}{L_{(6)}}; \quad l_{р.с*} = \frac{l_{р.с}}{l_{р.с(6)}}; \quad \Delta P_{р.с*} = \frac{\Delta P_{р.с}}{\Delta P_{р.с(6)}}. \quad (4)$$

Полученные зависимости $\Delta P_{р.с*}(L, U_n, f, n)$ и $l_{р.с*}(L, n)$ незначительно изменяются от n , поэтому они были заменены усредненными, общими для всех рассматриваемых n . Последние аппроксимировались аналитическими выражениями по методу наименьших квадратов:

$$l_{р.с*}(L) = a_1 L^{-b_1} + c_1 L; \quad (5)$$

$$\Delta P_{р.с*}(L) = a_2 L^{-b_2} + c_2 L, \quad (6)$$

где a_1 , b_1 , c_1 , a_2 , b_2 , c_2 — постоянные коэффициенты.

На основании материалов [Л. 4 и др.] при подборе аппроксимирующего выражения добивались наиболее точного совпадения с экспериментальной зависимостью на интервале $0,5 \leq L \leq 1$.

Были приняты следующие аппроксимации:

$$\begin{aligned} l_{р.с}(L) &= l_{р.с(6)} (0,66 L^{-0,5} + 0,34 L) = \\ &= \frac{3}{2} a n^2 (0,66 L^{-0,5} + 0,34 L); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{р.с}(L) &= \Delta P_{р.с(6)} (0,71 L^{-0,5} + 0,29 L) = \\ &= \frac{k'_o S_{ТП}^2 a p}{U_n^2 f} \frac{n^2}{24} (5n^2 + 4) (0,71 L^{-0,5} + 0,29 L). \end{aligned} \quad (8)$$

Потери мощности в питающей сети

$$\Delta P_{п.с}(L) = \frac{k''_o S_{ПП}^2}{U_n^2 F} (L + L_0), \quad (9)$$

где $S_{ПП}$ — суммарная мощность района, питаемого от РП; k''_o — коэффициент одновременности для питающей сети, принят равным 0,70 [Л. 10].

Влияние потерь мощности на нагрузку и потери мощности в питающих линиях и распределительной сети не учитывались.

Капиталовложения на сооружение кабельных линий, построенные по данным [Л. 11] с учетом приведенных в этой статье рекомендаций по стоимости

кабелей 20 кВ аппроксимировались уравнением плоскости

$$k_f(U_n, f) = 0,019f + 0,106U_n + 1,68 \text{ тыс. руб/км}; \quad (10)$$

$$k_F(U_n, F) = 2(0,019F + 0,106U_n + 1,68), \text{ тыс. руб/км}. \quad (11)$$

Для питающей сети в (12) оптимизируется суммарное сечение одной кабельной линии с учетом прокладки двух линий в (разных траншеях).

Функция приведенных затрат (2) с учетом (7)–(11) принимает вид:

$$\begin{aligned} Z = & 0,3(0,019F + 0,106U_n + 1,68) \left(\frac{an}{2} L + L_0 \right) + \\ & + 0,15(0,019f + 0,106U_n + 1,68) a \frac{3n^2}{2} \times \\ & \times (0,66L^{-0,5} + 0,34L) + 0,9 \cdot 10^{-5} 1600 \times \\ & \times \frac{k'_{\sigma} S_{ТП}^2 a p}{U_n^2 f} (0,71L^{-0,5} + 0,29L) \frac{n^2}{24} (5n^2 + 4) + \\ & + 0,9 \cdot 10^{-5} \cdot 1600 \frac{k'_{\sigma} n^4 S_{ТП}^2}{U_n^2 F} \left(a \frac{n}{2} L + L_0 \right). \quad (12) \end{aligned}$$

Функция приведенных затрат (12) не каноническая, число оптимизируемых параметров приводит к восьмой степени трудности задачи оптимизации без учета технических ограничений. Поскольку в данном исследовании необходимо введение ограничений по нагреву кабельных линий, то степень трудности целевой функции возрастает до десяти.

Понизить степень трудности можно либо уменьшая количество членов функции (12) введением дополнительных аппроксимаций, либо переводом некоторых переменных в разряд постоянных.

В исследовании использовалась вторая возможность: номинальное напряжение принималось неизменным и равным 10 кВ. Рассматривалась более узкая задача — определение оптимального местоположения и сечений жил кабелей линий распределительной и питающей сетей 10 кВ — нахождение локального минимума функции (12).

Целевую функцию затрат целесообразно записать в относительных единицах при базисных значениях:

$$F_{(6)} = 70 \text{ мм}^2; f_{(6)} = 70 \text{ мм}^2; Z_{(6)} = \sum_{i=1}^M Z_{i(6)}, \quad (13)$$

где M — число членов целевой функции (12); соответствующие значения в относительных единицах:

$$F = \frac{F}{F_{(6)}}, \quad f = \frac{f}{f_{(6)}}, \quad Z = \frac{Z}{Z_{(6)}}. \quad (14)$$

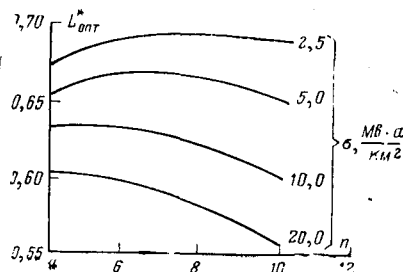


Рис. 2. Зависимость оптимального расположения РП от числа ТП, присоединенных к одной петлевой линии.

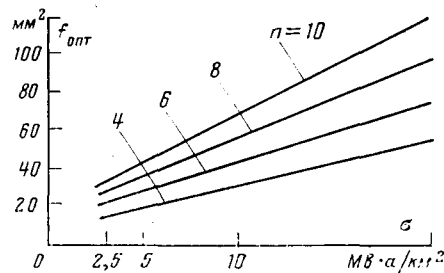


Рис. 3. Зависимость сечения алюминиевых жил кабельной распределительной линии 10 кВ от плотности нагрузок при разном числе ТП, присоединенных к одной петлевой линии.

После такого преобразования и с учетом технических ограничений по нагреву (14) примет вид:

$$\begin{aligned} Z = & A_{11} F L + A_{21} F + A_{31} L + A_{41} f L^{-0,5} + A_{51} f L + A_{61} L^{-0,5} + \\ & + A_{71} L^{-0,5} f^{-1} + A_{81} L f^{-1} + A_{91} L F^{-1} + A_{101} F^{-1} \quad (15) \end{aligned}$$

при ограничениях:

$$A_{11} F^{-1} \leq 1,$$

$$A_{12} f^{-1} \leq 1,$$

где A_{11} , A_{12} — допустимые сечения питающей и распределительной линий в относительных единицах.

Задача решалась по алгоритмам, составленным на кафедре «Электрические системы» МЭИ [Л. 6], на ЦВМ «Мир-1».

Чтобы получить обобщение зависимости оптимизируемых параметров, целевая функция оптимизировалась для плотности нагрузки $\sigma = 2,5 \div 20 \text{ МВ} \times \text{а/км}^2$, числа ТП на одной петле n от 4 до 10 и расстояния центра питания от границы района $L_0 = 0 \dots 6 \text{ км}$. В качестве примера расчета приведем целевую функцию с ограничениями для $\sigma = 10 \text{ МВ} \cdot \text{а/км}^2$, $n = 6$; $L_0 = 0$; $U_n = 10 \text{ кВ}$:

$$\begin{aligned} Z = & 0,019 F L + 0,165 L + 0,114 f L^{-0,5} + 0,059 f L + \\ & + 0,242 L^{-0,5} + 0,054 f^{-1} L^{-0,5} + 0,022 f^{-1} L + 0,323 F^{-1} L \\ & \text{при ограничениях } 3,45 F^{-1} \leq 1, 0,70 f^{-1} \leq 1. \end{aligned}$$

Полученные оптимальные значения оптимизируемых параметров

$$F_{\text{опт}} = 290 \text{ мм}^2, f_{\text{опт}} = 50 \text{ мм}^2; L_{\text{опт}} = 0,64.$$

По результатам комплекса вычислений построены зависимости оптимальных значений параметров F , f и L от σ и n , приведенные в графическом виде на рис. 2–4. Далее анализировалась экономиче-

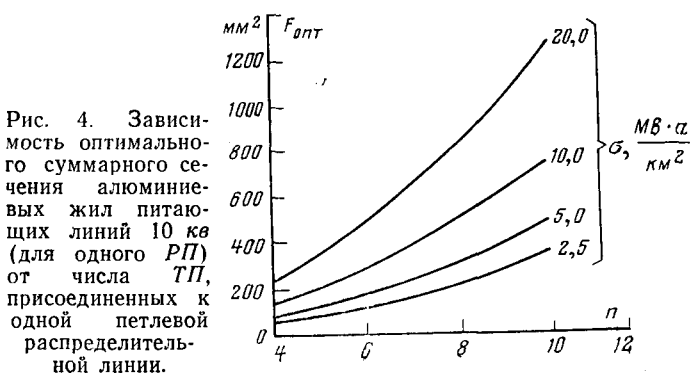


Рис. 4. Зависимость оптимального суммарного сечения алюминиевых жил питающих линий 10 кВ (для одного РП) от числа ТП, присоединенных к одной петлевой распределительной линии.

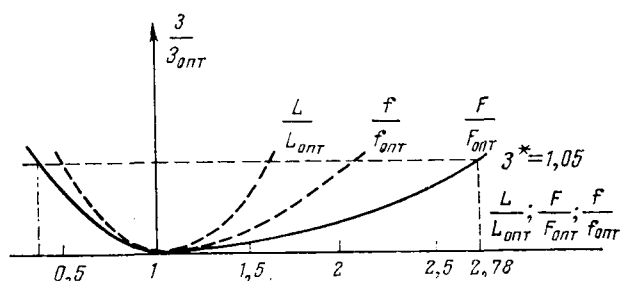


Рис. 5. Устойчивость критериальной функции в окрестностях минимума при двух фиксированных параметрах и $\sigma = 10 \text{ Мв} \cdot \text{а/км}^2$; $n = 6$.

ская устойчивость исследуемых технико-экономических моделей, что необходимо для формулировки конкретных рекомендаций с учетом разброса параметров определенной погрешности расчетов, а также дискретности шкалы номинальных параметров электрооборудования.

При этом все варианты считаются равноэкономичными внутри диапазона изменений оптимизируемого параметра, соответствующего приведенным затратам

$$Z = Z_{\min} + \varepsilon,$$

где $\varepsilon = \frac{Z - Z_{\min}}{Z_{\min}}$ — некоторая малая величина, соот-

ветствующая возможной погрешности расчетов и исходных данных; величина ε принималась равной 0,05. Экономическая устойчивость анализировалась на основании критериального уравнения

$$\frac{Z}{Z_{\text{опт}}} = \sum_{i=1}^M \pi_i \prod_{j=1}^N x_{ij}^{\alpha_{ij}}, \quad (16)$$

где π_i — критерии подобия.

На рис. 5 представлены зависимости, характеризующие поведение критериальной функции приведенных затрат в окрестности точки минимума для случая $\sigma = 10 \text{ Мв} \cdot \text{а/км}^2$, $n = 6$. Аналогичный анализ экономической устойчивости и чувствительности функции приведенных затрат проводился для всего указанного в статье диапазона изменений σ и n в сети 10 кВ.

Выводы. 1. Получена обобщенная технико-экономическая модель двухзвеньевого сети городского электроснабжения, которая может использоваться для анализа ряда оптимизационных задач.

2. Оптимальное расположение РП не совпадает с центром нагрузок обслуживаемого района. При равномерной плотности нагрузки в пределах $2,5 \div 20 \text{ Мв} \cdot \text{а/км}^2$ оптимальное расположение РП равно 60—70% расстояния между центром нагрузки и границей района, ближайшей к источнику питания.

3. С увеличением плотности нагрузки оптимальное местоположение РП сдвигается к границе района (рис. 2). Однако этот сдвиг незначителен, в связи с чем отпадает необходимость пользования какими-либо были сложными зависимостями.

4. Исследование экономической устойчивости позволяет сделать вывод, что наиболее чувствительным из исследованных параметров является длина питающих линий. При необходимости по каким-либо причинам отступления от его оптимального значения более выгоден сдвиг РП к центру нагрузок.

5. Зона экономической устойчивости сечения распределительных и питающих кабельных линий широка, особенно в сторону увеличения сечения (рис. 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров А. А. Основы электроснабжения промышленных предприятий. М., «Энергия», 1972.
2. Каменева В. В. Определение местоположения главной понижающей подстанции, распределительного пункта промышленных предприятий. — «Электричество», 1970, № 9.
3. Mrzel J. Optimalna lokacija parajalnega vira električni mreži. — «Elektrotehniški vestnik», Ljubljana, 1971, № 1—3.
4. Чматов А. П. Оптимальное размещение источника питания электроэнергией. — «Электричество», 1969, № 12.
5. Метод относительных единиц при решении некоторых технико-экономических задач энергетики. — «Электричество», 1967, № 8. Авт.: Веников В. А., Астахов Ю. Н., Зуев Э. Н., Карасев Д. Д.
6. Критериальный анализ технико-экономических задач в энергетике. В сб.: Кибернетика — на службу коммунизму, т. 7. Под ред. А. И. Берга и В. А. Веникова. М., «Энергия», 1973. Авт.: Астахов Ю. Н., Гордиевский И. Г., Карасев Д. Д. и др.
7. Козлов В. А. Городские распределительные сети. М., «Энергия», 1971.
8. Технический прогресс в электроснабжении городов. М., «Энергия», 1970.
9. Опыт проектирования систем электроснабжения городов. Под ред. В. А. Козлова. М., «Энергия», 1973.
10. Глазунов А. А., Фокин Ю. А. Определение активных расчетных нагрузок городских электрических сетей 6—20 кВ по статическим графикам нагрузок. — «Электрические станции», 1968, № 4.
11. Лордкипанидзе В. Д. Выбор напряжений в городских сетях с учетом роста нагрузок. — «Электрические станции», 1971, № 3.

[15.4.1974]

УДК 621.315.1.015.532

Коронный разряд на расщепленных проводах линий электропередачи

Канд. техн. наук ЕМЕЛЬЯНОВ Н. П., инж. СЕМЕНОВ А. С.

Москва

Электрическое поле системы расщепленных проводов отличается от поля коаксиальных цилиндров неравномерностью расположения силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. Однако в определенных зонах оно может быть заменено участками эквивалентных цилиндрических полей. Подобная замена позволяет сопоставить характеристики по-

терь на корону на одиночных и расщепленных проводах.

Решение интегрального уравнения движения объемных зарядов при короне на расщепленных проводах. На рис. 1 представлено семейство эквипотенциальных $\varphi = \text{const}$ и силовых $\psi = \text{const}$ линий расщепленного на пять составляющих провода. Уравнения этих линий приведены в приложении. Уже непо-

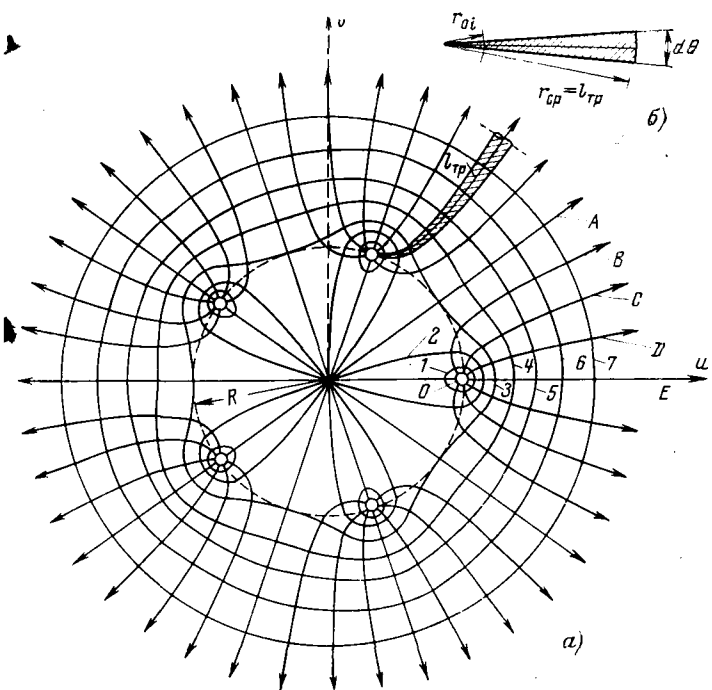


Рис. 1. Семейство эквипотенциальных ($\varphi = \text{const}$) и силовых ($\psi = \text{const}$) линий электрического поля, расщепленного на 5 составляющих провода $R/r_0 = 20,83$; $r_a/R = 10,46$.

0 — $\varphi = U_{\text{пр}}$; 1 — $\varphi = 0,944 U_{\text{пр}}$; 2 — $\varphi = 0,893 U_{\text{пр}}$; 3 — $\varphi = 0,832 U_{\text{пр}}$; 4 — $\varphi = 0,786 U_{\text{пр}}$; 5 — $\varphi = 0,734 U_{\text{пр}}$; 6 — $\varphi = 0,681 U_{\text{пр}}$; 7 — $\varphi = 0,628 U_{\text{пр}}$.

$$A - \text{силовая линия } \operatorname{tg} \psi \frac{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{\text{пр}}} = 0, \psi = \frac{\pi U_{\text{пр}}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}; \quad B - \operatorname{tg} \psi = \frac{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{\text{пр}}} =$$

$$= -1, \psi = \frac{3\pi}{4} \frac{U_{\text{пр}}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}; \quad C - \operatorname{tg} \psi \frac{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{\text{пр}}} = \pm \infty; \quad D - \operatorname{tg} \psi = \frac{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{\text{пр}}} =$$

$$= 1, \psi = \frac{\pi}{4} \frac{U_{\text{пр}}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}; \quad E - \operatorname{tg} \psi = \frac{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{\text{пр}}} = 0, \psi = 0.$$

а — элементарная трубка силовых линий; б — эквивалентный сектор.

средственное рассмотрение картины поля на рис. 1 позволяет заключить, что с удалением поле пучка проводов приближается к цилиндрическому, так, как если бы в центре фазы поместить весь ее заряд. Более детальное представление дает рис. 2, на котором показано изменение напряженности электрического поля в характерных направлениях: по линии максимальных градиентов $\psi = 0$, кривая 1; в обратном направлении, кривая 2; и по силовой линии среднего градиента

$$\psi \frac{\ln \frac{r_a}{r_0}}{U_{\text{пр}}} = \pm \pi/2,$$

кривая 3. Можно видеть, что в ближней зоне характер изменения напряженности электрического поля вдоль средней силовой линии аналогичен изменению поля одиночного провода радиуса r_0 , а в дальней зоне — изменению поля одиночного провода эквивалентного радиуса nr_0 . Такое эквивалентирование в нашем случае интересно и потому, что позволяет в эквивалентной системе сохранить оди-

наковым среднее значение поверхностного градиента, имеющегося в действительности на поверхности расщепленных проводов. В самом деле, при условии равенства зарядов обеих систем и равных градиентов потенциала у поверхности проводов выражение эквивалентного радиуса как раз соответствует nr_0 :

$$q = 2\pi r_0 E_{\text{пов}} = 2\pi r_0 n E_{\text{ср}}$$

или $r_0 = nr_0$ (при $E_{\text{пов}} = E_{\text{ср}}$; $E_{\text{пов}}$ — напряженность электрического поля у поверхности эквивалентного провода радиуса r_0 ; $E_{\text{ср}}$ — среднее значение напряженности поля по периметру составляющей расщепленного провода¹.

Заменив поле системы расщепленных проводов в различных зонах участками поля двух коаксиальных цилиндров, можно на эту систему распространить решение задачи о движении объемных зарядов [Л. 1]. Для любой силовой линии поля

$$-u(t) = \int_{r_\xi}^{r_0} E dr + \int_{r_a}^{r_\xi} E dr,$$

где r — расстояние от центра провода вдоль силовой линии; r_0 — радиус провода; r_ξ — радиус фронта объемного заряда; r_a — радиус внешнего цилиндрического электрода.

Итак, считая, что поле между r_0 и r_ξ в основном совпадает с полем одиночного провода радиуса r_0 (случай $r \leq R$, R — радиус расщепления) и заполнено объемным зарядом, а поле между r_ξ и r_a сов-

падает с полем пучка проводов (случай $r > R$), которое эквивалентно полю одиночного провода радиуса nr_0 при отсутствии в нем объемных зарядов, для отдельного провода системы расщепленных проводов вдоль средней силовой линии, можно записать:

$$-u(t) = \int_{r_0}^t E_{t\tau} \frac{\partial r_{t\tau}}{\partial \tau} d\tau + \int_{r_a}^{r_\xi} E_\xi \frac{r_\xi}{r} dr =$$

$$= \int_{r_0}^t (Er) \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \tau} d\tau + E_\xi r_\xi \ln \frac{r_\xi}{r_a}, \quad (1)$$

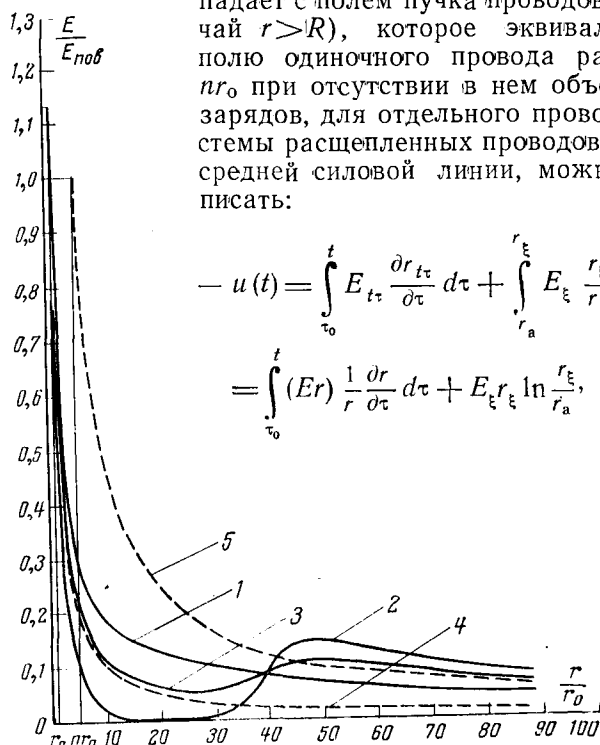


Рис. 2. Изменение напряженности электрического поля $E/E_{\text{пов}}$ с удалением от оси провода ($R/r_0 = 20,83$; $n=5$).

1, 2, 3 — изменение максимальных, минимальных и средних значений E расщепленного на 5 составляющих провода; 4 — значение E для одиночного провода радиуса $r=r_0$; 5 — то же, но для $r=nr_0$.

¹ Это выражение эквивалентного радиуса не следует смешивать с известным понятием эквивалентного радиуса расщепленной фазы, которое применяется для вычисления емкости фазы.

где τ_0 — время начала короны; τ — время начала движения какого-либо иона; E_ξ — напряженность электрического поля на фронте объемного заряда, определяемая полем всего пучка проводов.

Используя соотношение, приведенное в [Л. 1],

$$E_{t\tau} r_{t\tau} = E_0 r_0 + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau_0}^{\tau} J(\xi) d\xi,$$

имеем:

$$-u(t) = \int_{\tau_0}^t \left[E_0 r_0 + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau}^t J(\xi) d\xi \right] \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau + \\ + n \left[E_0 r_0 + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau_0}^t J(\xi) d\xi \right] \ln \frac{r_\xi}{r_a}.$$

Обозначая

$$\int_{\tau_0}^t J(\xi) d\xi = V(t) \text{ и}$$

$$\int_{\tau}^t J(\xi) d\xi = \int_{\tau}^t J(\xi) d\xi - \int_{\tau_0}^{\tau} J(\xi) d\xi = V(t) - V(\tau),$$

получаем:

$$-u(t) = E_0 r_0 \ln \frac{r_0}{r_\xi} + \frac{V(t)}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r_\xi} - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau_0}^t V(\tau) \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau + \\ + n r_0 E_0 \ln \frac{r_\xi}{r_a} + \frac{nV(t)}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_\xi}{r_a} = E_0 r_0 \left(\ln \frac{r_0}{r_\xi} + n \ln \frac{r_\xi}{r_a} \right) + \\ + \frac{V(t)}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{r_0}{r_\xi} + n \ln \frac{r_\xi}{r_a} \right) - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau_0}^t V(\tau) \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau.$$

Далее выразим $u(t)$ как:

$$u(t) = -n r_0 E_{м.ср} \ln \frac{n \sqrt{r_0 n R^{n-1}}}{r_a} \cos \omega t = \\ = -E_{м.ср} r_0 \cos \omega t \left(\ln \frac{r_0}{d_{ср}} + n \ln \frac{d_{ср}}{r_a} \right), \quad (2)$$

где $d_{ср} = \sqrt[n-1]{n} R$ — среднее геометрическое расстояние между проводами и расщепленной фазе; $E_{м.ср}$ — амплитуда напряженности электрического поля у поверхности составляющей расщепленного провода при отсутствии короны (среднее значение по периметру составляющей).

Подставляя $u(t)$ в уравнение (2), получаем:

$$E_{м.ср} r_0 \cos \omega t \left(\ln \frac{r_0}{d_{ср}} + n \ln \frac{d_{ср}}{r_a} \right) = \\ = E_0 r_0 \left(\ln \frac{r_0}{r_\xi} + n \ln \frac{r_\xi}{r_a} \right) + \frac{V(t)}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{r_0}{r_\xi} + n \ln \frac{r_\xi}{r_a} \right) - \\ - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\tau_0}^t V(\tau) \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau. \quad (3)$$

Далее, обозначая

$$\frac{1}{\ln \frac{r_a}{r_\xi} + n \ln \frac{r_\xi}{r_0}} = \frac{1}{n} \frac{1}{\ln \frac{n \sqrt{r_0 n R^{n-1}}}{r_a}} = \frac{\lambda_{экр}(\xi)}{n}; \quad (4)$$

$$\frac{1}{\ln \frac{r_0}{d_{ср}} + n \ln \frac{d_{ср}}{r_a}} = \frac{1}{n} \frac{1}{\ln \frac{n \sqrt{r_0 d_{ср}^{n-1}}}{r_a}} = \frac{\lambda_{экр}}{n}, \quad (5)$$

получаем из (3) интегральное уравнение для объемного заряда коронирующего провода в расщепленной фазе:

$$g(t) = V(t) - \frac{\lambda_{экр}(\xi)}{n} \int_{\tau_0}^t V(\tau) \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau. \quad (6)$$

Левая часть уравнения (6), обозначенная через $g(t)$, состоит из членов уравнения (3), не включающих в себя искомой функции заряда V :

$$g(t) = 2\pi\epsilon_0 r_0 E_{м.ср} \left[\cos \omega t \frac{\lambda_{экр}(\xi)}{\lambda_{экр}} - \frac{E_0}{E_{м.ср}} \right].$$

Оценивая значение $\lambda_{экр}(\xi)$, находим, что оно изменяется с изменением u , поскольку изменяется r_ξ . Однако оно должно быть ограничено пределами изменения r_ξ .

Из конфигурации поля расщепленного провода следует, что $r_0 < r_\xi < r_a$. Следовательно, по абсолютному значению справедливо неравенство

$$\lambda_0 < \lambda_{экр}(\xi) < n\lambda_0,$$

где λ_0 — параметр интегрального уравнения в случае одиночного провода в цилиндре [Л. 1],

$$\lambda_0 = \frac{1}{\ln \frac{r_0}{r_a}}. \quad (7)$$

При $r_\xi = d_{ср}$ $\lambda_{экр}(\xi) = \lambda_{экр}$ и мало зависит от r_ξ , поскольку в выражении для $\lambda_{экр}(\xi)$ значение r_ξ входит под логарифмом.

Принимая для $r_\xi \leq 2d_{ср}$ $\lambda_{экр}(\xi) = \lambda_{экр}$, находим, что уравнения (6) при обозначении $\lambda_{экр}/n = \lambda$ совпадает с уравнением для $g(t)$, приведенным в [Л. 1 и 2] для случая поля двух коаксиальных цилиндров.

Выражение $V(t) - g(t)$ представляет собой значение заряда, стекающего с коронирующего провода в момент времени t , и может быть получено в виде аналитической формулы как результат решения уравнения (6), (см. [Л. 2]).

Потери энергии на корону

$$W = \int_{\tau_0}^t i u d\tau = \int_{\tau_0}^t [V'(\tau) - g'(\tau)] U_{м} \cos \omega \tau d\tau = \\ = \int_{\tau_0}^t \lambda \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_{\tau_0}^{\tau} V(\tau) \frac{\partial \ln r}{\partial \tau} d\tau \right] U_{м} \cos \omega \tau d\tau.$$

Приближенное аналитическое решение этих интегралов в интервале времени от момента зажигания короны до амплитуды напряжения $(\tau_0, 0)$ мо-

жет быть получено в виде (см. [Л. 2]):

$$W = \lambda U_m b \left\{ \frac{\tau_0^2}{2 \cos \omega \tau_0} + \left(\frac{2}{\omega^2 \cos \omega \tau_0} - \frac{2}{\omega^2} \right) \ln \frac{a}{a - \tau_0} + \right. \\ \left. + \omega \tau_0 \sin \omega \tau_0 \left[\frac{25}{144} \tau_0^2 - \frac{11}{18} \frac{\tau_0 \operatorname{tg} \omega \tau_0}{\omega} + \left(\frac{\tau_0^2}{12} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\tau_0 \operatorname{tg} \omega \tau_0}{3 \omega} \right) \ln \frac{a}{a - \tau_0} \right] - \lambda \left[- \frac{0,37 \tau_0 \operatorname{tg} \omega \tau_0}{\omega} - \right. \\ \left. - \frac{2 \tau_0 \operatorname{tg} \omega \tau_0}{\omega} \ln \frac{a}{a - \tau_0} \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{a}{a - \tau_0} \right) + 0,96 \tau_0^2 + \right. \\ \left. \left. + \frac{\tau_0^2}{2} \ln \frac{a}{a - \tau_0} \left(3 + \ln \frac{a}{a - \tau_0} \right) \right] \right\}, \quad (8)$$

где $a = \frac{r_0}{2KE_0}$; K — подвижность ионов;

$$b = \frac{\pi \epsilon_0 r_0 E_0 \omega^2}{2}; \quad \tau_0 = -\frac{1}{\omega} \arccos \frac{E_0}{E_{м.ср}} = -\frac{1}{\omega} \arccos \frac{U_0}{U_m};$$

$$\lambda = \frac{\lambda_{э.к.п.}}{n} = -\frac{C_\phi}{2\pi \epsilon_0 n};$$

C_ϕ — емкость расщепленного провода (фазы).

Мы полагаем, что заданное здесь значение начального напряжения короны U_0 должно соответствовать значениям, получаемым по методу редуцированных характеристик.

Обобщение экспериментальных характеристик потерь мощности на корону. В функциональном выражении для энергии (8) можно выявить критерии подобия, которыми определяются потери на корону. Для этого представим логарифмический член выражения в виде разности, зависящей от безразмерных комплексов $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$ и $\omega \tau_0^*$:

$$\ln \frac{a}{a - \tau_0} = \ln \frac{\omega a}{\omega a - \omega \tau_0} = \ln \omega a - \ln (\omega a - \omega \tau_0) = \\ = \ln \frac{r_0 \omega}{2KE_0} - \ln \left(\frac{r_0 \omega}{2KE_0} - \omega \tau_0 \right).$$

Подставив значение коэффициентов в выражение энергии W , получим с учетом представления логарифмических членов:

$$W = \frac{\lambda U_m \pi \epsilon_0 r_0 E_0}{2} f \left[(\omega \tau_0), \lambda, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right],$$

где через $f \left[(\omega \tau_0), \lambda, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right]$ обозначено выражение в фигурных скобках формулы для энергии (8), предварительно умноженное на ω^2 .

Далее, умножая числитель и знаменатель на U_0 , имеем:

$$W = \frac{\lambda U_0 \pi \epsilon_0 r_0 E_0}{2} \frac{U_m}{U_0} f \left[(\omega \tau_0), \lambda, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right].$$

С учетом того, что для одиночного провода

$$E_0 = -\frac{\lambda U_0}{r_0}; \quad -\lambda = \frac{C}{2\pi \epsilon_0};$$

$$-\omega \tau_0 = \arccos \frac{E_0}{E_{м.ср}} = \arccos \frac{U_0}{U_m},$$

* Здесь r_0 может быть в общем случае как радиусом одиночного провода, так и провода в пучке расщепленной фазы.

имеем:

$$W = \frac{C^2 U_0^2}{\epsilon_0} \pi F \left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{C}{2\pi \epsilon_0}, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right).$$

Переходя от выражения потерь энергии W за первый полупериод к мощности потерь за первый полупериод

$$P_1 = \frac{2W}{T} = \frac{W\omega}{\pi}$$

и относя размерный коэффициент в левую часть уравнения энергии, получим следующее соотношение в критериальной форме:

$$\frac{P_1 \epsilon_0}{\omega C^2 U_0^2} = F \left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{C}{2\pi \epsilon_0}, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right), \quad (9)$$

где каждый комплекс физических величин является безразмерным критерием подобия.

Соотношение (9) является справедливым как для значений потерь мощности за первый полупериод приложенного напряжения P_1 , так и установившихся значений потерь мощности на корону P , поскольку отношение потерь мощности за первый полупериод к установившимся потерям мощности является функцией только комплекса (U_m/U_0) .

Безразмерное соотношение может быть получено методами теории подобия [Л. 3, 4, 8], однако определение критериев подобия еще не выявляет связь между ними и степень их значимости.

Полученное аналитическое выражение для функции в правой части соотношения (9) позволяет производить расчеты потерь на корону и оценивать влияние тех или иных комплексов или отдельных параметров.

Подобный анализ формулы (9) показывает, что влияние комплекса U_m/U_0 весьма существенно, а влияние комплексов $\frac{C}{2\pi \epsilon_0}$ и $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$ слабо сказывается

на численное значение комплекса $\frac{P \epsilon_0}{\omega C^2 U_0^2}$. В силу

этого зависимость (9) может быть представлена разложением в ряд Тейлора с учетом только двух линейных членов по параметрам $\frac{C}{2\pi \epsilon_0} = -\lambda$ и $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$

в точке, соответствующей некоторым фиксированным (лучше средним) значениям этих параметров $C_{ср}$ и r_0 ср, для применяемой номенклатуры проводов и конструкций линий электропередач:

$$\frac{P \epsilon_0}{\omega C^2 U_0^2} = F \left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{C_{ср}}{2\pi \epsilon_0}, \frac{r_0 \omega}{KE_0} \right) + \frac{\partial F}{\partial \lambda} \Delta \lambda + \\ + \frac{\partial F}{\partial \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0} \right)} \Delta \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0} \right), \quad (10)$$

где $\Delta \lambda$ и $\Delta \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0} \right)$ — отклонения комплексов λ и $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$ для интересующей линии от фиксированных значений комплексов $\lambda_{ср}$ и $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$.

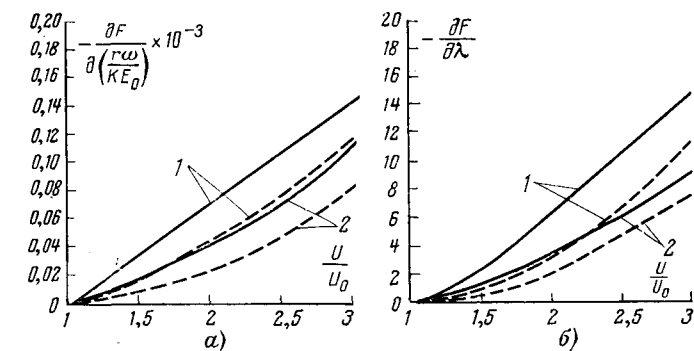


Рис. 3. Зависимость коэффициентов $\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0}\right)}$ и $\frac{\partial F}{\partial \lambda}$ от кратности перенапряжения U_m/U_0 .

а — $\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0}\right)}$ при $\lambda = -0,2$ (кривая 1) и $\lambda = -0,1$ (кривая 2); б — $\frac{\partial F}{\partial \lambda}$

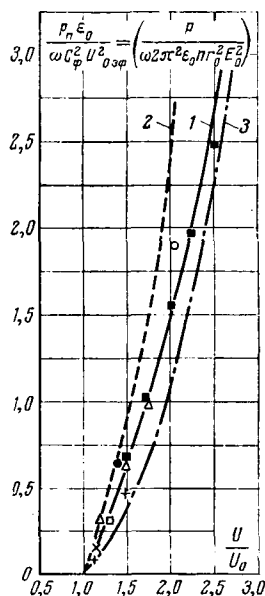
при $\frac{r_0 \omega}{KE_0} = 5 \cdot 10^3$ (кривая 1) и $\frac{r_0 \omega}{KE_0} = 16 \cdot 10^3$ (кривая 2).

— установившийся режим; --- — первый полупериод приложенного напряжения.

Значения коэффициентов $\frac{\partial F}{\partial \lambda}$ и $\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0}\right)}$, полученные расчетным путем из формул (8) и (9), приведены на рис. 3 в виде зависимостей от комплекса напряжения $\frac{U_m}{U_0}$.

Добавочные члены в формуле (10) определяются значениями коэффициентов $\frac{\partial F}{\partial \lambda}$ и $\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{r_0 \omega}{KE_0}\right)}$, а так-

же диапазоном изменения параметров λ и $\frac{r_0 \omega}{KE_0}$. Последний определяется номенклатурой применяемых для линий электропередачи проводов и конструкций опор.



Расчеты показывают, что добавочные члены не превышают 20% от значения основного члена, в большинстве случаев значительно меньше, и могут быть отброшены. Отбрасывание этих членов приводит к упрощению критериального соотношения (9) до однознач-

Рис. 4. Обобщенная характеристика потерь мощности на корону.

1 — среднее значение по опытным точкам (данные потерь приведены к базисной линии $r_0=1,08$ см, $C=8,4$ пф/м).

× — $r_0=1,81$ см, $C=7,35$ пф/м

+ — $r_0=1,85$ см, $C=7,35$ пф/м

○ — $r_0=1$ см, $C=7,41$ пф/м

● — $r_0=1,51$ см, $C=7,89$ пф/м

■ — $r_0=1,08$ см, $C=8,4$ пф/м

△ — $2 \times \text{ACO-240/40}$, $C_\Phi=11,3$ пф/м

2 — среднее значение по данным [Л. 5, 6]; 3 — среднее значение по данным [Л. 7].

ной зависимости вида

$$\frac{P_{\epsilon_0}}{\omega C^2 U_0^2} = F\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{C}{2\pi\epsilon_0}, \frac{r_0 \omega}{KE_0}\right) \approx \Phi\left(\frac{U_m}{U_0}\right). \quad (11)$$

Для системы расщепленных проводов значение параметра C должно быть заменено значением C_Φ/n . Заменяя при этом значение мощности одиночного провода значением мощности всей фазы $P_\Phi = nP$, имеем для фазы:

$$\frac{P_\Phi n \epsilon_0}{\omega C_\Phi^2 U_0^2} = F\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{C_\Phi}{2\pi n \epsilon_0}, \frac{r_0 \omega}{KE_0}\right) \approx \Phi\left(\frac{U_m}{U_0}\right). \quad (12)$$

Зависимость (12) приведена на рис. 4 по данным измерений потерь мощности на корону в установившемся режиме на различных проводах². Данные измерений приведены к базисной линии ($r_0=1,08$ см; $C=8,4$ пф/м) с помощью добавочных членов, определяемых по рис. 3.

Приведенные на рис. 3 три кривые относятся к существенно различным условиям эксперимента. Кривая 1 построена по данным, полученным в условиях окраины города, не имеющей особых загрязнений воздуха. Условия эксперимента для кривой 2, наоборот, характеризуются специфическими, хотя, видимо, и незначительными загрязнениями атмосферы от цементного производства, расположенного в некотором удалении от опытного пролета. Кривая 3 характеризует измерения, выполненные в лабораторных условиях на предварительно очищенных проводах.

Уточнение критериев подобия для расщепленных проводов может быть получено при более полном учете неравномерности поля расщепленного провода при короне. В начале статьи эквивалентировалось электрическое поле лишь по средней силовой линии, приравнивая его полю одиночных проводов с двумя значениями радиусов: $r=r_0$ и $r=nr_0$.

Однако можно эквивалентировать поле вдоль множества силовых линий, приравнивая его полю одиночных проводов с радиусами r_{01} , r_{02} , r_{03} и т. д. Итак, разбивая поле расщепленного провода (рис. 1) на трубки силовых линий и заменяя каждую такую трубку в пределах распространения объемного заряда угловым сектором, эквивалентным такой трубке, по параметрам, определяющим движение объемных зарядов, можно вычислить потери мощности внутри каждого такого сектора по формуле цилиндрического поля, а потом просуммировать все такие секторы. Умножив результат на число проводов в пучке, получим полное значение потерь мощности на корону.

Параметрами, определяющими движение ионов внутри каждой i -й силовой трубки или эквивалентного сй сектора являются значения λ_i , E_{mi} и r_{0i} , связанные между собой соотношением — $\lambda_i = \frac{E_{mi} r_{0i}}{U_m}$.

Эти параметры распределены по поверхности провода по периодическому закону. Пределы изменения λ_i ограничены соотношением $\lambda_0/n > \lambda_i > \lambda_0$; пре-

² За начальные напряжения короны U_0 принимались значения, указанные самими авторами. Надо полагать, что в [Л. 5] U_0 определено по моменту вспышки короны на образующей расщепленного провода, соответствующей зоне наибольшего градиента.

дела изменения r_{0i} — соотношением $0 < r_{0i} < nr_0$. Максимальные значения λ_i и r_{0i} соответствуют внешним участкам провода, минимальные — внутренним.

При отсутствии объемных зарядов $U \leq U_0$ эквивалентный радиус для всех участков провода одинаков и равен r_0 . Эквивалентные секторы у поверхности провода совпадают с силовыми трубками. Значение напряженности поля на поверхности провода с учетом соотношения $-\lambda U_m = E_m r_0$ может быть выражено формулой [Л. 2, 3 и 10]

$$E_{m\theta} = -\frac{U_m \lambda_{\text{экр}}}{nr_0} \left[1 + (n-1) \frac{r_0}{R} \cos \theta \right],$$

откуда

$$\lambda_\theta = -\frac{E_m r_0}{U_0} = \frac{\lambda_{\text{экр}}}{n} \left[1 + (n-1) \frac{r_0}{R} \cos \theta \right] = \frac{\lambda_{\text{экр}}}{n} (1 + \beta_\lambda \cos \theta).$$

Наличие короны и движущихся объемных зарядов искажает картину поля, приведенную на рис. 1 и 2, в сторону большей неравномерности распределения r , E и λ по поверхности провода, объясняемое более сильным развитием короны в зоне с повышенными градиентами. Приняв распределение r и λ синусоидальными (первая гармоника любого периодического распределения) можно записать в общем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_\theta &= \lambda_{\text{ср}} (1 + \beta_\lambda \cos \theta); \\ r_\theta &= r_{\text{ср}} (1 + \beta_r \cos \theta); \\ E_{m\theta} &= -\frac{U_m \lambda_\theta}{r_\theta} = -\frac{U_m \lambda_{\text{ср}}}{r_{\text{ср}}} \frac{1 + \beta_\lambda \cos \theta}{1 + \beta_r \cos \theta}, \end{aligned}$$

где коэффициенты β_λ и β_r меньше единицы.

Считая суммарные потери для системы n проводов по сумме потерь эквивалентных секторов, согласно (12) имеем:

$$P_\Phi = n \sum_{i=1}^m \frac{\omega C_i^2 U_{0i}^2}{\epsilon_0} \frac{1}{m} F_i \left(\frac{U_m}{U_{0i}}, \frac{C_i}{2\pi\epsilon_0}, \frac{r_{0i}\omega}{KE_{0i}} \right),$$

где m — число элементарных секторов, эквивалентных силовым трубкам поля провода; C_i , U_{0i} и r_{0i} — параметры i -го сектора круглого провода.

Учитывая, что диапазон изменения U_{0i} невелик, удобно под знаком функции принять $U_{0i} \approx U_{0\text{ср}}$. Заменяем далее под знаком функции C_i как $C_{\text{ср}}$ и r_{0i} как $r_{\text{ср}}$. Значения C_i и U_{0i} под знаком суммы заменяются как:

$$C_i = -2\pi\epsilon_0 \lambda_i = C_{\text{ср}} (1 + \beta_\lambda \cos \theta_i);$$

$$U_{0i} = \frac{2\pi\epsilon_0 E_0 r_{\text{ср}} (1 + \beta_r \cos \theta_i)}{C_{\text{ср}} (1 + \beta_\lambda \cos \theta_i)} = U_{0\text{ср}} \frac{1 + \beta_r \cos \theta_i}{1 + \beta_\lambda \cos \theta_i}.$$

Полагая также $m = \frac{2\pi}{d\theta}$, получаем, переходя от суммы к интегралу,

$$\begin{aligned} P_\Phi &= \frac{n\omega C_{\text{ср}}^2 U_{0\text{ср}}^2}{\epsilon_0} F \left(\frac{U_m}{U_{0\text{ср}}}, \frac{C_{\text{ср}}}{2\pi\epsilon_0}, \frac{r_{0\text{ср}}\omega}{KE_0} \right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \\ &+ \beta_r \cos \theta)^2 d\theta = \frac{n\omega C_{\text{ср}}^2 U_{0\text{ср}}^2}{\epsilon_0} F \left(\frac{U_m}{U_{0\text{ср}}}, \frac{C_{\text{ср}}}{2\pi\epsilon_0}, \frac{r_{0\text{ср}}\omega}{KE_0} \right) \times \\ &\times \frac{2 + \beta_r^2}{2}. \end{aligned}$$

Переносим размерный коэффициент в левую часть, получаем безразмерное соотношение

$$\frac{P_\Phi n \epsilon_0}{\omega C_{\text{ср}}^2 U_{0\text{ср}}^2} k = F \left(\frac{U_m}{U_{0\text{ср}}}, \frac{C_{\text{ср}}}{2\pi\epsilon_0}, \frac{r_{0\text{ср}}\omega}{KE_0} \right), \quad (13)$$

где k — коэффициент неравномерности,

$$k = \frac{2}{2 + \beta_r^2} \left(\frac{C_\Phi}{nC_{\text{ср}}} \right)^2.$$

Значение β_r ограничено по определению соотношением $0 \leq \beta_r < 1$, а значение $C_{\text{ср}}$ — соотношением $C_0/n \leq C_{\text{ср}} < C_0$. Поэтому значение коэффициента неравномерности K тоже ограничено соотношением

$$\frac{2C_\Phi^2}{3(nC_0)^2} < k \leq 1.$$

Точные значения коэффициента K могут быть определены экспериментально по сопоставлению характеристик потерь мощности на корону на одинаковых и расщепленных проводах. При $\beta_r^2 \ll 2$ и $C_{\text{ср}} \approx C_\Phi/n$ формула (13) совпадает с (12). Зависимость (12) для потерь мощности на корону определяет проводимость провода, вызванную потерями на корону согласно соотношению $g = P/U^2$. Последняя может быть выражена в обобщенных координатах в виде безразмерного соотношения

$$\frac{gn\epsilon_0}{\omega C_\Phi^2} \approx G \left(\frac{U_m}{U_0} \right)$$

и обладает той характерной особенностью, что при увеличении U_m/U_0 до значений $U_m/U_0 > 2$ скорость роста $\frac{gn\epsilon_0}{\omega C_\Phi^2}$ сильно снижается, приближаясь к нулю.

Приложение. Расчет значений напряженности электрического поля. Воспользуемся конформным преобразованием электростатического поля расщепленных проводов в плоскости и к полю одиночного провода, описываемого комплексным потенциалом

$$U(z) = \psi + j\varphi = \frac{jU_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \ln \frac{r_{az}}{z}. \quad (\text{П-1})$$

Покажем, что такая задача вполне удовлетворительно решается с помощью функции комплексного переменного

$$w = \sqrt{z + R^n}. \quad (\text{П-2})$$

где n — число проводов в пучке; R — радиус расщепления.

Действительно, подставив вместо z уравнение окружности провода в комплексной форме $z = r_{0z} e^{j\theta}$, получим при $r_{0z} \ll R^n$ в плоскости w :

$$w = \sqrt{r_{0z} e^{j\theta} + R^n} \approx R \left(1 + \frac{r_{0z}}{nR^n} e^{j\theta} \right). \quad (\text{П-3})$$

Формула (П-3) есть первый двучлен разложения в ряд Тейлора по $r_{0z} e^{j\theta}$ и представляет собой уравнение окружности радиуса $\frac{r_{0z}}{nR^{n-1}}$ с центром, удаленным от начала координат на рас-

стояние R по оси абсцисс. Умножение функции w на $e^{j\frac{2\pi k}{n}}$ (k в нашем случае означает номер провода) не меняет значений функции $z = w^n - R^n$; следовательно, в плоскости w одной окружности $r_{0z} e^{j\theta}$ плоскости z соответствует n окружностей $\frac{r_{0z}}{nR^{n-1}} e^{j\theta}$, удаленных на расстояние R от начала координат и сдвинутых на угол $2\pi/n$, т. е. расположенных в углах пра-

вильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R (система расщепленных проводов).

Выражение

$$U = \frac{jU_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \ln \frac{r_{az}}{W^n - R^n} = \frac{jU_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \ln \frac{r_{az}}{(u + jv)^n - R^n} \quad (\Pi-4)$$

является полной функцией комплексного потенциала в плоскости

$$w = u + jv.$$

Используя формулу бинома Ньютона для выражения $(u + jv)^n$, имеем:

$$\begin{aligned} (u + jv)^n &= \sum_{k=0}^n C_n^k u^{n-k} (jv)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k + \\ &+ j \sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{U_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \times \\ &\times \ln \frac{r_{az}}{\sqrt{\left[\sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n \right]^2 + \\ &+ \left[\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k \right]^2}}; \\ \psi &= \frac{U_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k}{- \sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n}, \end{aligned}$$

где C_n^m — число сочетаний из n по m (биномиальные коэффициенты).

Уравнения

$$\begin{aligned} \left(\frac{\varphi \ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{r_{az} e} \right)^2 &= \left[\sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n \right]^2 + \\ &+ \left[\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k \right]^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\psi \ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}}{U_{np}} &= \frac{\sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n}{\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k} = \end{aligned}$$

при $\varphi = \text{const}$ и $\psi = \text{const}$ являются уравнениями эквипотенциальных и силовых линий поля в плоскости w .

Значение напряженности электрического поля определяется как градиент потенциала:

$$E(w) = jU'(w) = \frac{U_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \frac{n \bar{W}^{n-1}}{W^n - R^n}. \quad (\Pi-5)$$

Из формулы (Π-5) имеем для модуля и аргумента 4 следующие выражения:

$$\begin{aligned} |E(u, v)| &= \frac{U_{np}}{\ln \frac{r_{az}}{r_{oz}}} \times \\ &\times \frac{n \sqrt{\left[\sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n \right]^2 + \\ &+ \left[\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k \right]^2}}{\sqrt{\left[\sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n \right]^2 + \\ &+ \left[\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k \right]^2}}; \\ \arg [E(u, v)] &= \\ &= \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=0}^{\frac{n+\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k+1} u^{n-2k-1} v^{2k+1} (-1)^k}{- \sum_{k=0}^{\frac{n+1+\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{2} - 1} C_n^{2k} u^{n-2k} v^{2k} (-1)^k - R^n} \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емельянов Н. П. К теории коронного разряда. — «Электричество», 1968, № 5, с. 32—38.
2. Емельянов Н. П., Козлов В. С. Коронный разряд на проводах. Минск, «Наука и техника», 1971, 240 с.
3. Александров Г. Н. Коронный разряд на линиях электропередачи. М.—Л., «Энергия», 1964, 227 с.
4. Левитов В. И. Корона переменного тока. М., «Энергия», 1969, 271 с.
5. Александров Г. Н., Шербакова Г. А. Характеристика коронного разряда при коммутационных перенапряжениях. — «Электричество», 1967, № 12 с. 16—20.
6. Шербакова Г. А. Характеристика коронного разряда на опытной линии с проводом АСО-600 при коммутационных перенапряжениях. — Изв. вузов. Энергетика, 1970, № 7, с. 29—33.
7. Богданова Н. Б. Начальные напряжения короны на проводах. — В сб. «Электроэнергетика». М., изд. АН СССР, 1963, вып. 7, с. 3—15.
8. Тиходеев Н. Н. Критериальные соотношения в теории короны. — «Электричество», 1957, № 4, с. 25—29.
9. Gerber O. Les pertes par effet de couronne de conducteurs simples et de conducteurs en faisceaux. CIGRE, 1950, Rep. № 403.
10. Александров Г. Н. Сверхвысокие напряжения. Л., «Энергия», 1973, 182 с.

[20.4.1974]

УДК 621.316.98

Выбор точки удара разрядом молнии

БАЗЕЛЯН Э. М.

Москва

Определение вероятности поражения объекта молнией является основой выбора средств молниезащиты и оценки их надежности. В последние годы получила распространение электрогеометрическая методика оценки вероятности прорыва [Л. 1] и различные варианты статистического расчета [Л. 2 и 3], использующие понятие о некотором критическом расстоянии между головкой молнии и вершиной объекта, предопределяющем точку удара. В наиболее развитом виде такой подход сформулирован в [Л. 3], где предложена двухэтапная схема ориентации молнии.

По [Л. 3] первый этап процесса начинается в среднем, когда головка канала внизнаправленного лидера достигнет высоты ориентировки H_0 . При этом происходит ориентировка лидера в направлении системы заземленных электродов, например, молниеотвода и объекта. Иными словами, в среднем на уровне H_0 решается вопрос о том, произойдет ли разряд молнии в землю или в возвышающиеся на ней сооружения. Усредненное значение высоты ориентировки нетрудно вычислить, используя эксплуатационные данные о поражении молнией уединенных заземленных объектов различной высоты [Л. 2].

Во втором этапе осуществляется выбор точки удара уже внутри системы электродов. Именно здесь происходят события, приводящие, например, к прорыву молнии мимо молниеотвода к защищаемому объекту. Высота выбора принимается существенно меньшей по сравнению с высотой ориентировки.

Выработанная расчетная схема опирается на самые общие соображения, почерпнутые скорее из опыта человеческой деятельности, чем из фактических данных о процессе выбора траектории разрядом молнии.

Высоковольтная техника пока еще не располагает сведениями об исследованиях процесса выбора. Подобные исследования были предприняты в последние годы только для лабораторной искры [Л. 4]. Их результаты подтвердили гипотезу о выборе точки удара в системе заземленных электродов за счет

конкурирующего развития встречных разрядных процессов. По этой гипотезе, подкрепленной прямыми измерениями, раннее возникновение и преимущественное развитие встречного разряда от вершины одного из заземленных электродов обуславливает снижение напряженности электрического поля у соседних электродов, тормозит развитие от них встречных лидеров и тем самым предопределяет наиболее вероятную точку удара. С рассмотренных позиций процесс выбора завершается в начальной фазе развития встречного разряда. При определенной высоте электродов и размерах промежутка не исключена ситуация, когда выбор точки удара произойдет раньше, чем завершится ориентировка разряда в направлении системы заземленных электродов.

Определение истинной последовательности событий ориентировки и выбора при разряде молнии имеет принципиальное значение для практики молниезащиты. Гипотеза, относящая процесс выбора точки удара к завершающей фазе разряда, по существу не оставляет места для попыток управления траекторией молнии за счет внешних активных воздействий на процесс со стороны заземленных электродов. Действительно, завершающая, сквозная фаза разряда происходит в очень сильном электрическом поле, когда зона ионизации занимает все межэлектродное пространство, не перекрытое каналами лидеров. В подобной ситуации трудно надеяться на эффективность слабых управляющих воздействий таких, например, как слабая предварительная ионизация воздуха или локальное изменение его плотности у заземленных электродов.

Если же выбор точки поражения для молнии так же, как для искры, происходит в начальной фазе развития встречных лидеров, управление процессом выбора фактически сводится к управлению возникновением встречного разряда и его формированием в приэлектродной области. В этом случае перспектива внешних активных воздействий кажется далеко не безнадёжной.

Чтобы показать, что встречный разряд действительно имеет отношение к выбору наиболее вероят-

ной точки удара молнии в системе заземленных объектов, нужно прежде всего оценить условия развития встречных лидеров и сравнить длину их каналов, способных сформироваться до сквозной фазы, с высотой объектов и расстоянием между ними. Молниезащита имеет дело с геометрическими размерами, по крайней мере, в десятки метров. Но вполне понятным причинам длина канала встречного лидера должна иметь тот же порядок величин, для того чтобы можно было говорить о его значительном экранирующем действии.

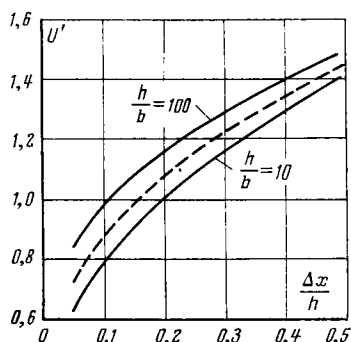
Экспериментальные данные о длине встречных лидеров крайне немногочисленны и в определенной степени противоречивы [Л. 5]. Возможно это связано с меньшей яркостью положительных встречных лидеров по сравнению с хорошо развитым вниз-направленным лидером отрицательной молнии и, как следствие, нечеткой регистрации их камерой Боиса. Наблюдения же с помощью электронно-оптических преобразователей пока еще не принесли успеха. Приходится прибегнуть к аналитической оценке, практическая реализация которой осложнена отсутствием достоверных критериев устойчивости развития встречного лидера. В данном случае речь идет не об условиях возникновения лидера, а именно о критерии развития достаточно протяженного канала, способного покинуть приэлектродную область с локальным усилением электрического поля неровностями на вершине заземленного сооружения. В плане поставленной задачи короткие незавершенные лидеры от этих неровностей не должны приниматься во внимание.

Для высоких уединенных сооружений (опоры, мачты, трубы и т. п.) эквивалентный радиус кривизны вершины обычно не превышает 10 м. В связи с этим в произведенных ниже расчетах момент возникновения встречного лидера определялся временем формирования электрического поля, способного обеспечить продвижение канала на расстояние $\Delta x = 5-10$ м от вершины электрода.

В первом приближении было принято, что развитие лидера с длиной канала Δx будет обеспечено, если в момент его возникновения напряженность у вершины электрода $E(x)$ достаточно велика для выполнения неравенства

$$\int_0^{h+\Delta x} E(x) dx \geq U_{\text{пр}}(\Delta x), \quad (1)$$

где h — высота электрода; $U_{\text{пр}}(\Delta x)$ — пробивное напряжение воздушного промежутка стержень — плоскость длиной Δx .



Грубая приближенность используемого интегрального критерия в определенной степени компенсируется его слабой зависи-

Рис. 1. Зависимость приведенной разности потенциалов $U'(\Delta x)$ от длины участка интегрирования (Δx) . — — — усредненная кривая.

мостью от формы вершины электрода, благодаря чему появляется возможность хотя бы оценочных расчетов для реальных сооружений.

Известно, что усиление поля у вершины электрода, установленного на плоскости, очень сильно зависит от его конфигурации. Можно получить достаточно простое решение для напряженности у вершины, если допустить равномерность первоначального поля у земли в месте установки электрода. Например, для полуэллипсоида вращения

$$E(x) = E_0 \left[1 - \frac{\text{Arth} \frac{h}{x} A^{1/2} - \frac{h}{x} A^{1/2}}{\text{Arth} A^{1/2} - A^{1/2}} + \frac{A}{x^2/h^2 - b^2/n^2 - 1} \cdot \frac{\frac{h}{x} A^{1/2}}{\text{Arth} A^{1/2} - A^{1/2}} \right], \quad (2)$$

где b и h — малая и большая полуоси эллипсоида, $A = (1 - b^2/h^2)$; x — расстояние по вертикальной оси от поверхности земли; E_0 — напряженность неискаженного поля.

Для практически важных случаев отношение $h/b = 10-100$. Изменение соотношения полуосей в таких пределах увеличивает напряженность у вершины $E(h)$ более чем на порядок величин. Однако значения приведенной разности потенциалов

$$U'(\Delta x) = \frac{1}{E_0 h} \int_0^{h+\Delta x} E(x) dx \quad (3)$$

различаются достаточно слабо (рис. 1), для того чтобы оправдать ввод усредненной кривой $U'(\Delta x)$, нанесенной пунктиром на рис. 1. Именно это обстоятельство позволяет воспользоваться критерием (1) для оценки условий развития встречного лидера.

Совместное решение (1) и (3) задает напряженность неискаженного поля у поверхности земли (E_0), которая соответствует началу активного лидерного процесса от заземленного электрода

$$E_0 = \frac{U_{\text{пр}}(\Delta x)}{h U'(\Delta x)}. \quad (4)$$

Значение E_0 позволяет определить высоту головки вниз-направленного лидера молнии.

Действительно, электрическое поле у поверхности земли нарастает при развитии молнии за счет переноса заряда от облака к земле вниз-направленным лидером. Заряд лидера распределен по длине канала и локализован в ветвях стримерной зоны. В отличие от лабораторной искры, где удельный вес избыточного объемного заряда стримерной зоны весьма значителен [Л. 6], для хорошо развитого лидера молнии можно принять во внимание только заряд канала. Основанием к этому служат оценки длины стримерной зоны, которые при среднем потенциале грозового облака дают величину не более 50 м [Л. 3].

Если расстояние от головки канала лидера до поверхности земли значительно, неравномерность распределения заряда по длине канала лидера не будет сильно сказываться на величине электрического поля у земли. В этом случае обычно ориентируются на постоянную плотность заряда τ и отожд-

дествляют лидер с вертикальной заряженной осью [Л. 7]. Тогда для напряженности у поверхности земли легко получить

$$E_0 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{H_{\text{л}}^2 + r^2}} - \frac{1}{\sqrt{H_{\text{об}}^2 + r^2}} \right), \quad (5)$$

где $H_{\text{л}}$ и $H_{\text{об}}$ — соответственно высоты головки внизнаправленного лидера и грозовой ячейки облака; r — горизонтальное смещение вертикальной оси лидера относительно точки измерения напряженности.

Для молний, поражающих заземленный объект, в среднем справедливо [Л. 8]: $r_{\text{ср}} \approx 3h$. Подстановка этого соотношения в (5) с учетом $H_{\text{об}} \gg r_{\text{ср}}$ дает для средней напряженности у поверхности земли:

$$E_{0 \text{ ср}} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{H_{\text{л}}^2 + 9h^2}} - \frac{1}{H_{\text{об}}} \right). \quad (6)$$

Совместное решение (6) и (4) позволяет получить достаточно простое выражение для средней высоты головки канала внизнаправленного лидера в момент возникновения встречного лидера от заземленного сооружения высотой h :

$$H_{\text{л}} = \left[\left(\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \frac{U_{\text{пр}}(\Delta x)}{hU'(x)} + \frac{\tau}{H_{\text{об}}} \right)^2 - 9h^2 \right]^{1/2}. \quad (7)$$

В численном решении, ориентируясь на усредненные параметры молний, можно принять $\tau = 10^{-3}$ к/м, $H_{\text{об}} = 4 \cdot 10^3$ м.

Для определения $U_{\text{пр}}(\Delta x)$ целесообразно использовать разрядные характеристики длинных воздушных промежутков при пологих положительных импульсах напряжения, поскольку нарастание электрического поля у вершины электрода происходит во время развития внизнаправленного лидера молнии и длится тысячи микросекунд, причем для большинства разрядов напряженность поля положительна. По данным [Л. 10] $U_{\text{пр}} = 1200$ и 1850 кВ при $\Delta x = 5$ и 10 м.

Зависимости $H_{\text{л}}(h)$, рассчитанные по выражению (7) с учетом выбранных параметров и кривой $U(\Delta x)$ (рис. 1), построены на рис. 2. Максимальное расхождение между кривыми за счет неопределенности величины Δx не превосходит 20% при $h \leq 200$ м. В дальнейших оценках использовалась зависимость $H_{\text{л}}(h)$, соответствующая $\Delta x = 10$ м, которая дает меньшие размеры встречного лидера.

Вертикальную составляющую длины канала встречного лидера $l_{\text{вс.л}}$ легко вычислить при известном соотношении скоростей внизнаправленного и встречного лидеров

$$k_v = \frac{v_{\text{вс.л}}}{v_{\text{вн.л}}}.$$

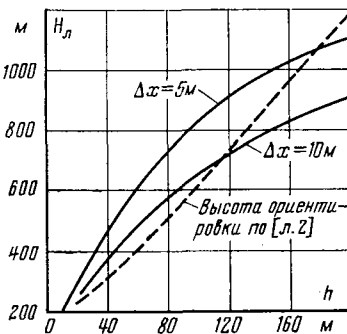
В момент перехода к сквозной фазе молнии, когда зона ионизации пересечет весь разрядный промежуток,

$$l_{\text{вс.л}} = \frac{k_v}{1 + k_v} (H_{\text{л}} - h - l_{\text{ст.з}}) + \Delta x, \quad (8)$$

где $l_{\text{ст.з}}$ — длина стримерной зоны в момент перехода к сквозной фазе; по [Л. 3] $l_{\text{ст.з}} \approx 50$ м.

По лабораторным исследованиям, которые выполнены в промежутках до 15 м, средняя скорость положительного лидерного канала определяется крутизной фронта импульса напряжения [Л. 11].

Рис. 2. Зависимость высоты головки канала внизнаправленного лидера в момент возникновения встречного лидера $H_{\text{л}}$ от высоты заземленного электрода h .



Чтобы сравнить условия развития разряда в промежутках различной длины, целесообразно перейти от напряжения к средней напряженности в межэлектродном пространстве ($E_{\text{ср}}$). Крутизну средней напряженности можно оценить, построив зависимость $E_{\text{ср}}(t)$ по выражению

$$E_{\text{ср}}(t) = \frac{U'(S)}{S} h E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{(v_{\text{вн.л}} t)^2 + 9h^2}} - \frac{1}{H_{\text{об}}} \right), \quad (9)$$

где S — длина участка усреднения напряженности.

Построение зависимости $E_{\text{ср}}(t)$ для $h = 100$ м, $S/h = 0,5$, при отсчете времени от момента возникновения встречного лидера $t_0 = \frac{H_{\text{л}}}{v_{\text{вн.л}}}$, рассчитанного по средней скорости внизнаправленного лидера $v_{\text{вн.л}} = 1,5 \cdot 10^5$ м/сек [Л. 9], показало, что средняя крутизна напряженности равна $A_E = 0,23$ в/см · мксек.

Оптические регистрации при крутизне $A_E = 0,3 - 0,4$ в/см · мксек в промежутке длиной 15 м [Л. 11] дают среднюю скорость непрерывной фазы лидера около $(1 \div 2) 10^4$ м/мксек. Учитывая относительно небольшое различие величины A_E в эксперименте и произведенном расчете, в первом приближении можно распространить полученные значения средней скорости на положительный встречный лидер и принять $k_v = 0,067 - 0,13$.

Результаты оценок длины канала встречного лидера по выражению (8) представлены на рис. 3. Можно видеть, что длина канала $l_{\text{вс.л}}$ успешного развиться до сквозной фазы, вполне соизмерима с высотой заземленного объекта h и с величиной расстояния между объектами в типичных молниезащитных конструкциях. При такой ситуации преимущественное развитие встречного лидера от одного из заземленных электродов системы не может не оказывать значительного экранирующего эффекта, задерживая тем самым формирование встречного разряда с соседних электродов и предопределяя наиболее вероятную точку поражения.

Важно отметить, что высота $H_{\text{л}}$, соответствующая возникновению встречного лидера, весьма близка к высоте ориентировки молнии H_0 . Последнее иллюстрируется рис. 2, где нанесена кривая $H_0(h)$, заимствованная из [Л. 2]. Это позволяет предположить, что выбор точки удара молнией от отрицательного облака действительно происходит в начале процесса ориентирования, а не в его завершающей фазе. Точнее, следует говорить не о выборе точки удара, а о выборе потенциально возможной точки, поскольку собственно факт поражения системы заземленных электродов к моменту

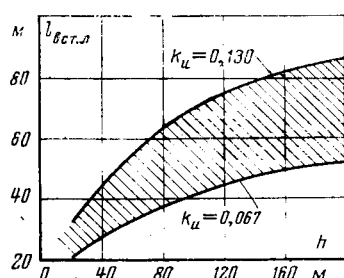


Рис. 3. Длина встречного лидера в момент перехода к сквозной фазе в зависимости от высоты объекта.

завершения процесса выбора еще однозначно не установлен и канал молнии может быть ориентирован в землю.

Из-за отсутствия данных о плотности лидерного заряда произведенные оценки нельзя повторить для положительной молнии. Остается заметить, что более высокая величина $U_{пр}(\Delta x)$ в выражении (7), соответствующая отрицательному лидеру при положительной молнии, не является достаточным основанием для заключения о снижении высоты $H_{л}$ и сокращении длины канала встречного лидера. В связи с этим приходится сожалеть об отсутствии надежной статистики прорывов молнии к высоким объектам, защищенным молниеотводами. Снижение экранирующего эффекта отрицательного встречного лидера, если бы оно действительно имело место, проявилось бы увеличением удельного веса положительных молний при ударах в объект по сравнению с их долей при разрядах в землю.

С позиций развитых представлений, по крайней мере для отрицательных молний, можно надеяться на успешный поиск средств активного вмешательства в процесс выбора точки удара. Разработка таких средств, по-видимому, должна производиться с учетом конкретной высоты объекта и расстояния между ним и молниеприемником.

Если исключить использование мощных и энергоемких управляющих воздействий, способных каким-либо образом влиять непосредственно на вниз-направленный лидер, управление траекторией молнии ограничится изменением условий в приэлектродной зоне, обеспечивающих с возможно большей вероятностью преимущественное развитие встречного лидера с молниеприемника, а не от защищаемого объекта. Требуется достаточно близкое расстояние между молниеотводом и объектом, для того чтобы внешнее управляющее воздействие было поддержано и усилено экранирующим эффектом преимущественно развивающегося встречного лидера. В противном случае трудно надеяться на сколько-нибудь значительное изменение вероятности поражения объектов молнией.

Именно это обстоятельство заставляет проявлять известную осторожность к возможности расширения границы зоны защиты применением молниеприемников с радиоактивной головкой. В плане высказанных соображений уместно ставить вопрос о повышении эффективности защиты близко расположенных объектов молниеотводами малого превышения, но никак не об увеличении предельного радиуса защиты.

Можно полагать, что, помимо прочего, успех регулирования вероятности поражения будет зависеть от высоты защищаемых сооружений. Основанием к такому предположению служат оценки скорости роста напряженности у вершины электродов при развитии молнии.

Согласно выражению (2) изменение поля в приэлектродной области определяется скоростью роста напряженности E_0 , для которой в момент возникновения встречного лидера справедливо

$$\left(\frac{dE_0}{dt}\right)_{H_{л}} = \frac{\tau_{вн.л}}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{H_{л}}{(H_{л}^2 + 9h^2)^{3/2}}. \quad (10)$$

Имея в виду зависимость $H_{л}(h)$, можно показать, что с увеличением высоты объекта h от 20 до 200 м величина производной $\left(\frac{dE_0}{dt}\right)_{H_{л}}$ снижается приблизительно на порядок.

Это, вероятно, усилит надежность регулирования, поскольку в случае низкой крутизны импульса напряженности не придется заботиться о компенсации статистического разброса параметров встречного лидера и принимать во внимание инерционность проработки его канала.

Иными словами, активизация защитного действия молниеотводов применением внешних управляющих воздействий будет наиболее полезной для высоких объектов.

Объективной проверкой любой системы молниезащиты с активным воздействием на траекторию молнии должен служить только опыт эксплуатации. Однако накопление необходимых данных потребует массовых наблюдений, которые из-за больших материальных затрат вряд ли окажутся целесообразными без предварительных лабораторных исследований.

Задача лабораторных испытаний в поставленном плане принципиально отличается от моделирования молнии длиной искрой, обычно используемого при определении зон защиты. Нужно иметь в виду, что встречный разряд развивается в ограниченной зоне у вершины заземленных электродов и до сквозной фазы не имеет непосредственного контакта с вниз-направленным лидером молнии. Поэтому для воспроизводства процесса встречного разряда в лабораторных условиях достаточно правильно передать распределение поля в узкой приэлектродной зоне и динамику его изменения во время развития молнии. Задача о лабораторном моделировании сводится тем самым к правильному выбору параметров импульса напряжения и геометрии промежутка.

Импульс напряжения, принятый для испытаний, должен передать скорость нарастания электрического поля, обусловленного зарядом вниз-направленного лидера, с момента возникновения встречного лидера до перехода к сквозной фазе.

Согласно (8) среднее время развития лидера до сквозной фазы определяется выражением:

$$\Delta t_{вс} = \frac{H_{л} - (h + l_{ст.з} + l_{встр.л})}{v_{вн.л}},$$

и при $h=100$ м равно 3000 мксек. Следовательно, речь должна идти об испытаниях пологими импульсами напряжения. Причем желательно использовать линейный участок фронта, поскольку скорость нарастания поля при приближении вниз-направленного лидера к электроду не может уменьшаться.

Размеры лабораторного промежутка должны быть сопоставлены со средней длиной встречного

лидера в момент перехода к сквозной фазе. Зависимость $I_{вс.л}(h)$, построенная на рис. 3, позволяет заключить, что искру в промежутке около 50 м можно рассматривать как модель встречного разряда молнии натуральной величины для заземленных объектов высотой порядка 100 м. Исследование промежутков такой длины не должно казаться нереальным, поскольку речь идет о положительном разряде при напряжении, соответствующем минимуму электрической прочности, и не потребует высоковольтных установок напряжением более, чем на 5—7 Мв.

Работа в промежутках до 10 м, вероятно, также не лишена смысла, поскольку и здесь еще можно говорить о крупномасштабном моделировании в отличие, например, от лабораторных измерений зон защиты, где приходится иметь дело с масштабным коэффициентом порядка 1:100.

Таким образом, лабораторные исследования средств активного воздействия на встречный разряд в состоянии дать достоверные сведения о процессе выбора и пригодны для предварительных оценок эффективности управления траекторией молнии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Golde R. The Lightning Conductor.—*Journal of Franklin Institute*, v. 283, 1967, № 6, p. 417—426.
2. Базелян Э. М. Зоны защиты одиночных стержневых молниеотводов. — *«Электричество»*, 1967, № 7, с. 64—69.
3. Горин Б. Н., Берлина Н. С. Метод оценки защитного действия тросовых молниеотводов с учетом характеристик разброса. — *«Электричество»*, 1972, № 6, с. 38—42.
4. Базелян Э. М., Левитов В. И., Пулавская И. Г. Электрический разряд в многоэлектродных системах. — *«Электричество»*, 1974, № 5, с. 44—50.
5. Юман М. Молния. М., «Мир», 1972, 327 с.
6. Базелян Э. М. Роль объемного заряда в формировании длинной положительной искры при импульсном напряжении. — *ЖТФ*, 1966, вып. 2, т. XXXVI, с. 365—373.
7. Разевиг Д. В. Атмосферные перенапряжения на линиях электропередачи. М., Госэнергоиздат, 1959, 216 с.
8. Акопян А. А. Исследование защитного действия молниеотводов. Труды ВЭИ, 1940, вып. 36, с. 94—158.
9. Schonland B. F., Malan D. J., Collens H. Progressive Lightning. — *«Pros. Roy. Soc.»*, v. 152, November, 1935, p. 595—624.
10. Александров Г. Н., Иванов В. Л., Кизеветтер В. Е. Электрическая прочность наружной высоковольтной изоляции. М., «Энергия», 1969, 239 с.
11. Горин Б. Н., Шкилев А. В. Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности. — *«Электричество»*, 1974, № 2, с. 29—38.

[21.6.1974]

УДК 621.316.933:621.313

Защитные свойства элементов схем грозозащиты электрических машин

ПЕЧЕНКИН И. Д.

Ленинград

Импульсная прочность изоляции электрических машин значительно ниже импульсной прочности изоляции другого оборудования соответствующего класса напряжения. Поэтому при разработке схем грозозащиты электрических машин, непосредственно связанных с воздушными линиями, необходимо обеспечить глубокое ограничение перенапряжений. С этой целью на шинах станции устанавливаются машинные вентильные разрядники типа РВМ и конденсаторы емкостью примерно 0,25—0,5 мкф на фазу [Л. 1]. Последние предназначены для снижения скорости подъема напряжения на зажимах машины, что необходимо для защиты междувитковой изоляции многовитковых машин и снижения перенапряжений на изолированной нейтрали.

На подходе устанавливаются трубчатые и вентильные разрядники с возможно малыми значениями сопротивлений заземления, отводящие в землю значительную часть тока молнии до шин станции. Обычно осуществляется защита подхода от прямых ударов молнии с помощью тросов или отдельно стоящих молниеотводов.

Оборудуются противовесы, соединяющие заземления защитных разрядников на подходе с заземляющими контурами станций.

При защите подхода от прямых ударов молнии с помощью троса последний выполняет дополнительно и роль противовеса. Наряду с этим в схемах грозозащиты используются индивидуальные особенности сети, а именно, наличие токоограничиваю-

щих реакторов и кабельных вставок, используемых для ввода воздушных линий на шины станций. На надежность схем грозозащиты оказывает влияние стекание тока молнии через заземления грозозащитных устройств на противоположном конце линии и через сопротивление «самозаземления» молнии при перекрытии изоляции линии на землю, а также наличие на линии металлических и железобетонных опор.

Защитные свойства некоторых из указанных элементов, таких, например, как разрядники и реакторы хорошо, известны. Что касается таких элементов схем грозозащиты как кабельные вставки и противовесы, то их защитные свойства в настоящее время выяснены не полностью. Недостаточно изучено влияние на надежность схем грозозащиты грозозащитных устройств подстанции, расположенной на противоположном конце линии, а также «самозаземления» молнии при перекрытии деревянных опор линии. В одних случаях это объясняется встречающимися трудностями при выполнении расчетов, для выяснения защитных свойств других элементов необходима постановка экспериментальных исследований на реальных линиях.

В статье исследования защитных свойств указанных элементов выполнены на реальном защитном подходе и на анализаторе грозозащиты подстанций [Л. 2] с дополнительными устройствами, предназначенными для исследований переходных процессов в распределительных сетях 6—10 кВ.

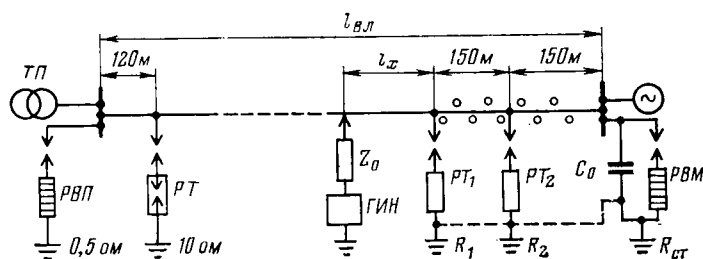


Рис. 1. Принципиальная схема, используемая при определении показателя грозоупорности схемы грозозащиты.

В предшествовавших публикациях защитное действие грозозащитных устройств соседних подстанций сети не учитывалось. Так, в [Л. 3] для отходящих от шин станций воздушных линий при расчетах принимались их реальные длины, но при линейной зависимости грозоупорности схемы грозозащиты от расстояния до места прямого удара в линию за подходом, что справедливо для линии бесконечной длины. При учете «самозаземления» молнии, под которым понимается стекание тока молнии в землю в местах перекрытия изоляции линии, предполагалось, что происходит перекрытие только одной опоры, а сопротивление самозаземления принималось равным 100 Ом. В реальных условиях может иметь место перекрытие нескольких опор, а сопротивление самозаземления изменяться в пределах от 30 до 100 Ом.

Исследование защитных свойств грозозащитных устройств соседней подстанции и самозаземления молнии выполнено на анализаторе грозозащиты в схеме рис. 1 (без противовеса) применительно к сети 10 кВ. Схема грозозащиты состояла из воздушного подхода длиной 300 м с двумя комплектами трубчатых разрядников (PT_1 и PT_2). На шинах станции установлен комплект вентильных разрядников РВМ-10 и защитные конденсаторы емкостью по 0,5 мкФ на фазу. Грозозащита трансформаторной подстанции ТП на противоположном конце линии осуществляется с помощью комплекта подстанционных вентильных разрядников на шинах и комплекта трубчатых разрядников на линии.

Рассматривались линии на деревянных опорах длиной 1020, 1980 и 3180 м. Импульсный уровень изоляции опор по отношению к земле принимался равным 1500 кВ. Значения сопротивлений самозаземления молнии принимались равными 30, 50 и 100 Ом. Как показали исследования, при перекрытии одиночных опор изменение величины сопротивления самозаземления в пределах от 30 до 100 Ом приводит к изменению грозоупорности схемы грозозащиты примерно на 10%.

При ударах молнии, приводящих к перекрытию нескольких опор, различие в величине сопротивления самозаземления практически не сказывается, поскольку возникновение на линии повышенных потенциалов при больших значениях сопротивления самозаземления приводит к перекрытию большего числа опор. Поэтому в дальнейшем не указываются конкретные значения принятых в расчете сопротивлений самозаземления. Изменение характеристик тех или иных элементов схемы грозозащиты приводит к изменению ее грозоупорности I_0 , под которой

обычно понимают ток прямого удара молнии в начало защитного подхода, при котором амплитуда грозовых перенапряжений на шинах станции оказывается равной допустимому импульсному напряжению U_d для изоляции машины. В частности, при прочих равных условиях, будут иметь место различные значения I_0 при разных значениях сопротивления заземления у какого-либо из разрядников на подходе.

Исследования выполнены для трех схем грозозащиты с относительно высокими, средними и малыми значениями сопротивлений заземления у разрядников на подходе, при которых значения грозоупорности I_0 получились соответственно равными: 12, 31 и 50 кА. В опытах определялись зависимости $I_{0x} = f(l_x)$ грозоупорности схемы грозозащиты от расстояния l_x между началом подхода и точкой прямого удара молнии в линию при допустимом импульсном напряжении изоляции машины $U_d = 1,7\sqrt{2}U_n = 25,5$ кВ и волне прямого удара молнии 1,5/40 мксек.

Опыты показали, что при перемещении точки прямого удара к противоположному концу линии грозоупорность схемы резко возрастает (вследствие отвода тока молнии в землю грозозащитными устройствами трансформаторной подстанции) — возрастает значение тока молнии, необходимое для возникновения на шинах станции опасных перенапряжений. Однако влияние грозозащитных устройств трансформаторной подстанции на грозоупорность I_0 схемы, определяемую при ударе молнии в начало подхода, очень мало даже при длине линии порядка километра.

На основании зависимостей $I_{0x} = f(l_x)$, вид которых для схемы с грозоупорностью $I_0 = 31$ кА приведен на рис. 2, выполнены расчеты показателя грозоупорности рассмотренных схем грозозащиты, обусловленные приходом к защитному подходу грозовых волн с воздушных линий электропередачи. Используемый для оценки надежности схем грозозащиты показатель грозоупорности M численно равен вероятному числу лет работы электрической

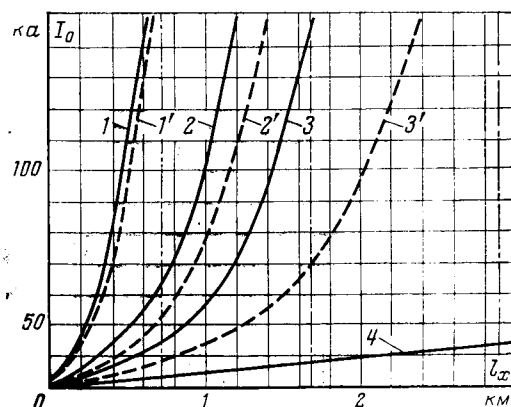


Рис. 2. Зависимость грозоупорности схемы грозозащиты от расстояния между началом защитного подхода и точкой прямого удара молнии в воздушную линию.

1, 2, 3 — с учетом грозозащитных устройств подстанции противоположного конца линии и «самозаземления» молнии; 1', 2', 3' — с учетом грозозащитных устройств подстанции противоположного конца линии, но без учета «самозаземления» молнии; 4 — без учета грозозащитных устройств подстанции противоположного конца линии; 1 и 1', 2 и 2', 3 и 3' — соответственно для линии длиной 1020, 1980 и 3180 м. — — — место расположения подстанции на противоположном конце линии.

Грозоупорность схемы грозозащиты I_0 , кА	Длина воздушной линии за подходом l , м	Показатель грозоупорности схемы грозозащиты M , год		
		С учетом грозозащитных устройств подстанции противоположного конца линии		Без учета грозозащитных устройств подстанции противоположного конца линии
		действительные значения	без учета «самозаземления» молнии	
12	720	43	40	19
	1680	19	15	8
	2880	11	9	5
31	720	82	71	27
	1680	35	29	12
	2880	21	14	7
50	720	206	175	44
	1680	83	57	20
	2880	55	29	12

установки, в течение которых будет не более одного случая перенапряжений с опасной амплитудой — равной или превышающей U_d . Результаты расчетов приведены в таблице.

Полученные результаты показывают, что грозозащитные устройства подстанции противоположного конца воздушной линии эффективно участвуют в отводе тока молнии и повышают показатель грозоупорности схем грозозащиты в 2—5 раз.

Защитное действие «самозаземления» молнии существенно сказывается только в случае схем грозозащиты с большой грозоупорностью при длинных отходящих линиях — показатель грозоупорности повышается примерно в два раза. В остальных случаях защитное действие «самозаземления» молнии незначительно.

Как видно из рис. 2, при перемещении точки прямого удара молнии к месту установки разрядников в конце линии грозоупорность защитной схемы существенно возрастает. Примерно такое же действие будет оказывать и разрядник, установленный в промежуточной точке линии. Таким образом, установка дополнительного комплекта разрядников на линии за подходом приводит к смещению зависимости $I_{0x} = f(l_x)$ в область больших токов, в результате чего уменьшается расположенная выше кривой $I_{0x} = f(l_x)$ область опасных токов молнии. Показатель грозоупорности защитной схемы при этом увеличивается. Это обстоятельство указывает на то, что в отдельных случаях для повышения надежности схем грозозащиты целесообразна установка разрядников в промежуточных точках линии за подходом.

Эффективно это в том случае, когда на подходе трудно обеспечить достаточно низкие значения сопротивлений заземления у разрядников (из-за плохой проводимости грунта), а на трассе линии имеются участки с высокой проводимостью грунта, где легче обеспечить малые значения сопротивлений местных заземляющих контуров. Подключение в этих местах к линии разрядников способствует существенному повышению надежности схемы грозозащиты.

Для рассмотренной выше схемы с грозоупорностью $I_0 = 12$ кА выполнены расчеты показателя грозоупорности при наличии в одной из промежуточных точек линии длиной 3 км комплекта трубча-

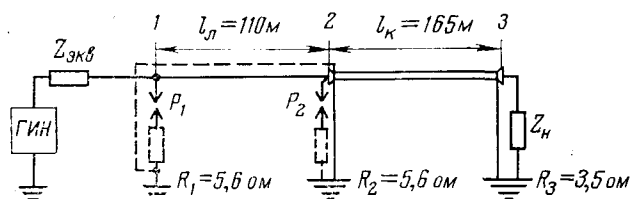


Рис. 3. Принципиальная схема защитного подхода.

тых разрядников с сопротивлением заземления 3 Ом. При отсутствии на линии (за подходом) разрядников показатель грозоупорности схемы равен $M = 11$ лет. При расположении комплекта разрядников на расстоянии $l_p = 1$ км от шин станции показатель грозоупорности равен $M = 30$ лет, а при $l_p = 2$ км — $M = 17$ лет. Таким образом, в зависимости от места расположения разрядников, при данных значениях сопротивления заземления и длины линии, показатель грозоупорности схемы грозозащиты повышается в 1,5—3 раза.

Исследование защитных свойств кабельной вставки и противовеса (троса) проводилось на защитном подходе, принципиальная схема которого приведена на рис. 3. Подход состоял из участка воздушной линии длиной $l_л = 110$ м и кабельной вставки длиной $l_к = 165$ м, выполненной кабелем АСБ-3×95 на напряжение 6 кВ. При проведении соответствующих опытов в точках 1 и 2 воздушной линии устанавливались разрядники P_1 и P_2 , а между этими точками подключался трос. Сопротивления местных заземляющих контуров по концам воздушной линии, измеренные на переменном токе, составляли $R_1 = R_2 = 5,6$ Ом.

На шинах станции в качестве эквивалентного сопротивления $Z_н$ нагрузки подключались конденсаторы, активные сопротивления и эквивалентная схема замещения обмотки электрической машины. Сопротивление заземляющего контура на станции составляло $R_3 = 3,5$ Ом. Напряжение на подход подавалось от генератора импульсных напряжений (ГИН) через сопротивление $Z_{экв}$, равное эквивалентному сопротивлению в точке прямого удара молнии в воздушную линию.

В качестве элемента схем грозозащиты кабельная вставка была предложена [Л. 4] на том основании, что при нагоне грозовой волны на кабель с непосредственно соединенными между собой жилами и оболочкой со стороны воздушной линии ток молнии в основном протекает по оболочке и напряжение между жилой и оболочкой на станционном конце кабеля, определяемое падением напряжения в оболочке, значительно меньше допустимого импульсного напряжения изоляции машин. Но в реальных условиях соединение жил с оболочкой происходит после срабатывания разрядников, характеристики которых будут оказывать существенное влияние на защитные свойства кабельной вставки.

При нагоне с линии грозовых волн, не приводящих к срабатыванию разрядников, установленных в начале кабельной вставки (со стороны воздушной линии), в кабель будут проходить полные грозовые волны с амплитудой меньшей или примерно равной пробивному напряжению разрядника.



Рис. 4. Осциллограмма напряжения на шинах станции в опытах при удаленном расположении разрядника и при отсутствии противовеса между комплектом трубчатых разрядников в начале подхода и кабельной вставкой. $U_{\max} = 84,5 \text{ кВ}$; $\tau_{\text{гр}} = 10 \text{ мксек}$.



Рис. 5. Осциллограмма напряжения на шинах станции при замыкании жил кабеля на оболочку через сопротивление $R = 10 \text{ Ом}$ со стороны воздушной линии и при подключенной к шинам обмотке машины. $U_{\max} = 13 \text{ кВ}$; $\tau_{\text{гр}} = 2 \text{ мксек}$.

Кроме того, для осуществления электрического соединения жил с оболочкой используются как трубчатые, так и вентильные разрядники. Срабатывание трубчатых разрядников приводит к глухому замыканию жил с оболочкой, а в случае вентильных разрядников замыкание жилы с оболочкой осуществляется через рабочее сопротивление разрядника. Наряду с этим на практике, кроме схем грозозащиты, в которых один из комплектов разрядников включается непосредственно в начале кабельной вставки, широко практикуется включение ближайшего комплекта разрядников на значительном удалении от кабельной вставки (50—150 м). В этом случае замыкание жилы с оболочкой происходит с помощью провода участка воздушной линии, разрядника и противовеса.

Целью опытов на защитном подходе являлось выяснение защитных свойств кабельной вставки в зависимости от места установки и типа разрядника, осуществляющего электрическое соединение жил с оболочкой со стороны воздушной линии.

Исследование защитных свойств кабельной вставки при удаленном расположении разрядника проводилось при использовании в схеме рис. 3 разрядника P_1 (точка 1). Опыты проводились как при отсутствии непосредственной связи между заземлением разрядника P_1 и оболочкой кабеля, так и при соединении данного заземления с оболочкой кабеля с помощью троса (противовеса). В опытах получены осциллограммы напряжений на шинах станции без нагрузки и при подключенной к шинам нагрузке в виде активных сопротивлений по 10 Ом на фазу. Активное сопротивление 10 Ом примерно равно сопротивлению разрядника РВМ-6 при протекании через него максимального нормированного тока (ток координации), при котором остающееся напряжение разрядника равно допустимому импульсному напряжению изоляции машины $U_d = 1,7 \sqrt{2} U_n = 15,5 \text{ кВ}$.

На рис. 4 приведена осциллограмма напряжения, возникающего в схеме с трубчатым разрядником в начале подхода (точка 1 в схеме рис. 3) при отсутствии нагрузки на шинах станции и противовеса. Как видно из рис. 4, напряжение содержит аperiodическую и колебательную составляющие. После соединения заземления разрядника P_1 с оболочкой кабеля, амплитуда напряжения снизилась с 84,5 до 58 кВ. Однако частота переходного процесса в обоих случаях получилась одной и той же,

равной 31 кГц, что совпадает с расчетным значением основной частоты колебаний рассматриваемого участка линии длиной 110 м, нагруженного на конденсатор емкостью, равной емкости кабеля — 0,13 мкФ. Противовес шунтирует сопротивления заземлений по концам участка линии на подходе, уменьшая тем самым аperiodическую составляющую. Колебательная составляющая практически остается без изменения.

Наличие подключенных к шинам станции сопротивлений приводит к существенному снижению напряжений. Однако отношение амплитудного значения напряжения, полученного в схеме без противовеса, к соответствующему значению напряжения в схеме с противовесом получилось примерно таким же, как и в выше рассмотренном случае. Из приведенных результатов следует, что при включении разрядника на некотором удалении от кабельной вставки (в данном случае на расстоянии одного пролета) последняя играет роль емкости независимо от того, осуществляется замыкание жил кабеля с оболочкой или нет. Схему грозозащиты с кабельной вставкой в этом случае следует рассматривать как схему с воздушным подходом и противовесом. Защитное действие включенной в конце воздушного подхода емкости, эквивалентной емкости кабельной вставки, невелико. Так, конденсатор относительно большой емкости, равной емкости кабеля АСБ-3×185 длиной 300 м, повышает грозоупорность схемы всего лишь на 2—3%.

Вторая часть опытов проводилась при замыкании жил с оболочкой с помощью разрядника P_2 , установленного непосредственно в начале кабельной вставки (точка 2 в схеме рис. 3). При этом рассматривалось глухое замыкание жил с оболочкой и замыкание через активное сопротивление. Вместо рабочего сопротивления вентильного разрядника в опытах использовалось активное сопротивление для предельного режима, отвечающего одной из точек вольт-амперной характеристики разрядника при заданном расчетном токе.

Глухое замыкание осуществлялось с помощью соединения жил с оболочкой через искровой промежуток. Сопротивление включалось между жилой и оболочкой как через искровой промежуток, так и непосредственно. В последнем случае напряжение подавалось на кабельную вставку с предварительным соединением между собой (через сопротивление) жилами и оболочкой. При замыкании жил с оболочкой через искровой промежуток опыты проводились без разрядника P_1 в схеме рис. 3 и при отсутствии нагрузки на шинах станции.

Полученные в опытах осциллограммы напряжений на шинах станции приведены на рис. 5 и 6. Сравнение осциллограмм показывает, что способ соединения жил с оболочкой — глухое замыкание или замыкание через сопротивление — оказывает существенное влияние на защитные свойства кабельной вставки. На рис. 5 приведена осциллограмма на-

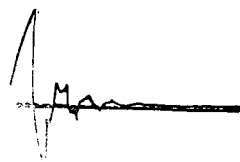


Рис. 6. Осциллограмма напряжения на шинах станции при срабатывании трубчатого разрядника установленного в начале кабельной вставки. $U_{\text{пр}} = 55 \text{ кВ}$; $\tau_{\text{гр}} = 2 \text{ мксек}$.

пряжения на шинах станции, полученная при замыкании жил с оболочкой в начале кабельной вставки через сопротивления $R=10\text{ ом}$. Наряду с этим в работе проводились опыты, в которых указанные сопротивления (по 10 ом на фазу) включались между жилами и оболочкой кабеля со стороны шин станции. Полученные в этих опытах осциллограммы показали, что форма напряжения на шинах станции получилась такой же как и на осциллограмме рис. 5. Однако амплитудное значение напряжения снизилось с 13 до 12 кВ.

Как показали опыты, после срабатывания вентильного разрядника, установленного в начале кабельной вставки, напряжение между жилой и оболочкой на станционном конце кабеля равно сумме падений напряжений на рабочем сопротивлении разрядника и в оболочке кабеля. При установке же этого разрядника на шинах станции на изоляцию машины воздействует напряжение, меньшее на значение падения напряжения в оболочке кабеля. И в этом случае кабельная вставка не оказывает ранее предполагавшегося защитного действия, обусловленного стеканием тока молнии через оболочку. Практически при использовании вентильных разрядников схемы грозозащиты с кабельными вставками также равноценны схемам с воздушным подходом (при использовании на подходе идентичных грозозащитных устройств).

Срабатывание установленного в начале кабельной вставки трубчатого разрядника, как видно из осциллограммы рис. 6, приводит к существенному снижению напряжения между жилой и оболочкой на станционном конце кабеля.

Полученные результаты показывают, что только при глухом замыкании жил с оболочкой проявляются высокие защитные свойства кабельной вставки. В [Л. 4] показано, что в случае набегающей грозовой волны на кабель с замкнутыми между собой жилами и оболочкой со стороны воздушной линии для изоляции машины не представляют опасности даже удары молнии в начало кабельной вставки с токами, превышающими 100 кА. С другой стороны, в [Л. 5] показано, что амплитуда пропущенного в кабель после срабатывания трубчатого разрядника короткого пика напряжения существенно снижается и для изоляции машины становится безопасной. Опасность могут представлять проходящие в кабель полные волны грозовых напряжений. При этом машинный вентильный разрядник будет обеспечивать защиту при ударах молнии, не вызывающих протекания через разрядник токов, превышающих максимальный нормированный ток. При более сильных ударах будет иметь место интервал опасных токов молнии еще не обеспечивающих срабатывания трубчатого разрядника, но вызывающих протекание через вентильный разрядник токов, превышающих максимальный нормированный ток. При заданных характеристиках вентильного разрядника интервал опасных токов тем меньше, чем ниже пробивное напряжение трубчатого разрядника.

Результаты исследований используемых на практике схем грозозащиты показывают, что из-за высокого значения пробивного напряжения установленный в начале кабельной вставки трубчатый раз-

рядник срабатывает только при ударах молнии с весьма большими токами, вероятность которых мала. В результате надежность этих схем мало отличается от надежности схем с воздушным подходом. Улучшить условия срабатывания трубчатого разрядника можно за счет включения между местом его присоединения и кабельной вставкой сосредоточенной индуктивности. Но без экспериментальных исследований нельзя сказать, какими защитными свойствами будет обладать при этом кабельная вставка.

Применение противовеса основано на том, что противовес разгружает заземление комплекта разрядников в начале подхода, отводя часть тока молнии к заземлениям промежуточных разрядников и заземлению станции. Следовательно, защитное действие противовеса от грозовых волн, набегающих с линии, будет определяться его сопротивлением и индуктивностью, а также значениями сопротивлений заземления у разрядников на подходе и на станции. Заземления у разрядников на подходах обычно выполняются с сопротивлениями от 3 до 10 ом [Л. 1 и 6]. Сопротивление заземления станции может находиться в пределах от 0,5 до 4 ом [Л. 6].

В опытах на подходе, схема которого приведена на рис. 3, рассматривалось защитное действие противовеса (троса) длиной 110 м. В начале подхода противовес был подключен к заземляющему контуру с сопротивлением 5,6 ом. Сопротивление заземления на противоположном конце противовеса было равно 1,6 ом (сопротивление соединенных с помощью оболочки кабеля заземлений конца воздушной линии и станции).

Защитные свойства противовеса определялись в опытах одновременно с исследованием защитных свойств кабельной вставки при замыкании жил с оболочкой с помощью разрядника, расположенного на удалении одного пролета от начала кабеля. Как отмечалось выше, опыты проводились в схеме без нагрузки на шинах станции и в схеме с подключенными к шинам сопротивлениями по 10 ом на фазу. Как в той, так и в другой схеме кратность снижения перенапряжений получилась одной и той же — наличие противовеса привело к снижению перенапряжений примерно на 30%.

Наряду с этим были выполнены расчеты показателя грозоупорности для приведенной на рис. 1 схемы грозозащиты с воздушным подходом при наличии противовеса. Длина воздушной линии принималась равной $l=3\text{ км}$. Сопротивления заземлений у разрядников на подходе (R_1 и R_2) изменялись в пределах от 3 до 10 ом, а на станции ($R_{ст}$) от 0,5 до 10 ом. Исследования распределения токов в схеме без противовеса показали, что большая часть тока молнии стекает в землю через заземлитель в начале подхода, возрастая с уменьшением сопротивления этого заземлителя.

При сопротивлениях заземления станции 0,5 и 10 ом показатель грозоупорности M рассматриваемой схемы грозозащиты с противовесом соответственно равен 22 и 19 годам при сопротивлениях заземления на подходе $R_1=R_2=10\text{ ом}$ и $M=84$ и 78 годам при сопротивлениях заземления $R_1=R_2=$

$= 3$ ом. При сопротивлениях заземления у разрядников на подходе 10 и 3 ом показатель грозоупорности этой схемы при отсутствии противовеса соответственно равен 14 и 60 годам. Как видно, больший эффект противовеса оказывает при больших значениях сопротивлений заземления у разрядников на подходе и малом сопротивлении заземления станции. При этом показатель грозоупорности схемы грозозащиты повышается примерно в 1,6 раза.

Для сравнительной оценки выполнены также расчеты показателя грозоупорности схемы грозозащиты с реактором. Рассматривалась схема рис. 1 без противовеса, в которой между линией и шиной станции были включены токоограничивающие реакторы с индуктивностью по 1 мГн на фазу. При наличии реакторов показатель грозоупорности схемы грозозащиты с воздушным подходом повысился с $M=14$ до $M=45$ годам при сопротивлениях заземления у разрядников на подходе $R_1=R_2=10$ ом и с $M=60$ до $M=170$ годам при $R_1=R_2=3$ ом — примерно в 3 раза.

Выводы. 1. Грозозащитные устройства подстанции, расположенной на противоположном конце линии, повышают надежность схемы грозозащиты в 2—5 раз, что нужно учитывать при расчетах.

2. При плохой проводимости грунтов на подходе и при наличии на трассе линии участков с повышенной проводимостью грунта установка в этих местах линии разрядников способствует существенно повышению надежности схемы грозозащиты.

3. Влияние «самозаземления» молнии возрастает с увеличением грозоупорности схемы грозозащиты и длины линии; при большой грозоупорности и

длинной линии показатель грозоупорности повышается примерно в 2 раза.

4. Высокими защитными свойствами, обусловленными стеканием тока молнии через оболочку, кабельная вставка обладает лишь в случае глухого замыкания жил с оболочкой в месте ее соединения с воздушной линией; такое замыкание можно обеспечить с помощью трубчатых разрядников.

5. Высокие пробивные напряжения современных трубчатых разрядников не позволяют в достаточной мере использовать защитные свойства кабельной вставки.

6. При высоких значениях сопротивлений заземления у разрядников на подходе использование противовеса дает возможность повысить показатель грозоупорности схемы грозозащиты примерно в полтора раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проект руководящих указаний по защите от перенапряжений электроустановок переменного тока 3—500 кВ. Грозозащита вращающихся машин. — «Электрические станции», 1965, № 1, с. 94—96.
2. Половой И. Ф. Передовой научно-технический и производственный опыт. Анализатор грозозащиты подстанций высокого напряжения. Филлал ВИНТИ, 1958, 26 с.
3. Половой И. Ф., Печенкин И. Д., Пирязева А. И. Оценка надежности схем грозозащиты вращающихся машин. — «Электричество», 1962, № 7, с. 30—36.
4. Богомолов А. Ф. Эффективность кабельных подходов при прямых ударах молнии в воздушные линии. — «Электрические станции», 1941, № 10—14, с. 19—26.
5. Разевиг Д. В. Защита вращающихся машин, работающих на воздушные сети, от атмосферных перенапряжений. — «Электричество», 1949, № 9, с. 45—50.
6. Правила устройства электроустановок. М., «Энергия», 1964.

[13.2.1974]

УДК 621.316.542.064.42

Электрическая дуга в изоляционных щелях переменного сечения

Доктор техн. наук, проф. БРОН О. Б., инженеры ЛЯРСКИЙ Б. А., КУКЛЕВ Ю. В.

Ленинград

Задачи работы. Во многих дугогасительных устройствах выключающих аппаратов электрическая дуга возникает на контактах, расположенных между относительно широко расставленными изоляционными стенками, а потом загоняется электромагнитными силами в узкие продольные изоляционные щели. Этот переход сопровождается процессами, которые могут замедлить движение дуги или даже остановить ее, что ведет к аварии. Выход дуги из узких щелей в ряде случаев приводит к возникновению повторных зажигания, осложняющих процесс гашения. Настоящая работа посвящена электромагнитным и газодинамическим явлениям, которые здесь происходят.

В результате исследований, описанных в [Л. 1], была установлена следующая общая картина явлений (рис. 1). Перед дугой, движущейся в широкой щели δ_1 , возникает область повышенного давления p_1 , которая распространяется со скоростью звука. В месте перехода AB в узкую щель δ_2 возникает отраженная волна p'_2 и проникающая в узкую щель преломленная волна p_3 . Отраженная волна движет-

ся навстречу дуге, складывается с падающей волной p_1 , образуя волну p_2 , которая повышает давление перед дугой, замедляет ее движение, а сама претерпевает новое отражение от дуги, перебегая несколько раз все сокращающееся расстояние между дугой и местом перехода. Отраженные волны становятся все меньше по амплитуде и после нескольких отражений затухают. Преломленная волна p_3 распространяется в узкой щели, доходит до ее конца и здесь у выхода в свободное пространство претерпевает отражение, создавая волну p_4 . Возникает вопрос о тех соотношениях, которые связывают величины, влияющие на описанные процессы.

Влияние скорости движения дуги. В зависимости от величины скорости дуги можно установить следующие различные по своему характеру процессы.

При медленном движении дуги перед ней распространяется волна давления p_1 с пологим фронтом. Достигнув места перехода, волна отражается в соответствии с законами акустики. Одна-

ко явление осложняется перетеканием газа из широкой щели в узкую.

На рис. 2,а приведены осциллограммы, соответствующие описываемому случаю. На пути движения дуги были установлены два датчика давления: датчик D_1 , находившийся на расстоянии $l=300$ мм до места перехода AB , и датчик D_2 , стоявший непосредственно у места перехода. Датчик D_1 регистрировал давление перед дугой, датчик D_2 — давление у места перехода. Приведенные осциллограммы давлений p_1 и p_2 получены при движении дуги с током 4400 а при небольшой скорости $v=38$ м/сек. Как можно видеть, на участке BC давление p_1 нарастает постепенно, и фронт волны имеет пологий характер.

По мере увеличения скорости дуги крутизна фронта увеличивается, его форма приближается к прямоугольной. Примером могут служить осциллограммы давлений p_1 и p_2 , полученные при токе 4400 а и скорости $v=66$ м/сек (рис. 2,б). С увеличением скорости v уменьшается роль перетекания газа. Процесс отражения и преломления волн давления происходит по законам акустики, согласно которым отраженная волна давления p_2 должна быть меньше падающей p_1 , т. е. $p_2 < 2p_1$. В нашем случае

$$2p_1 = 2 \cdot 0,25 = 0,5 \text{ кгс/см}^2;$$

$$p_2 = 0,25 + 0,15 = 0,40 \text{ кгс/см}^2.$$

При дальнейшем повышении скорости перед дугой возникает ударная волна. Ее отражение и преломление резко отступают от законов акустики. Здесь отраженная волна оказывается больше падающей, т. е. $p_2 > 2p_1$. Примером может служить осциллограмма на рис. 2,в, полученная при токе 13 200 а и скорости дуги $v=154$ м/сек. Здесь $2p_1 = 2 \cdot 0,77 = 1,54 \text{ кгс/см}^2$; $p_2 = p_1 + p'_2 = 0,77 + 1,25 = 2,02 \text{ кгс/см}^2$.

Волна с прямоугольным фронтом. Переходя к количественной оценке явлений, начнем с наиболее простого случая: волна давления имеет пря-

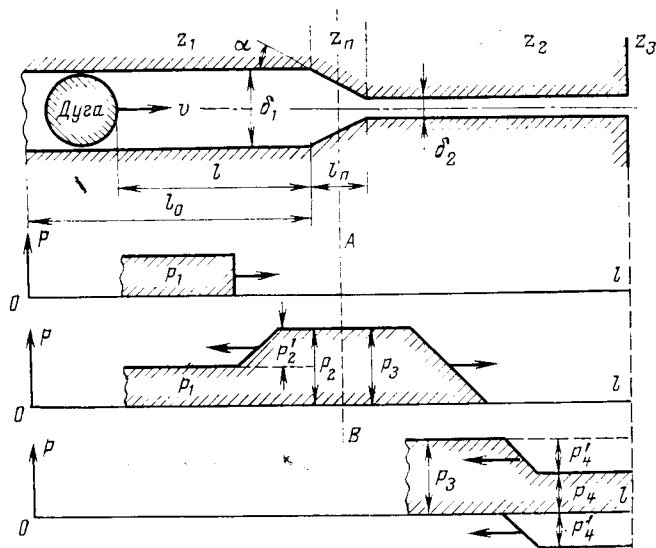


Рис. 1. 1. Схема движения дуги. 2. Волна давления p_1 перед дугой. 3. Волны давления в месте перехода. 4. Волны давления у выхода из узкой щели.

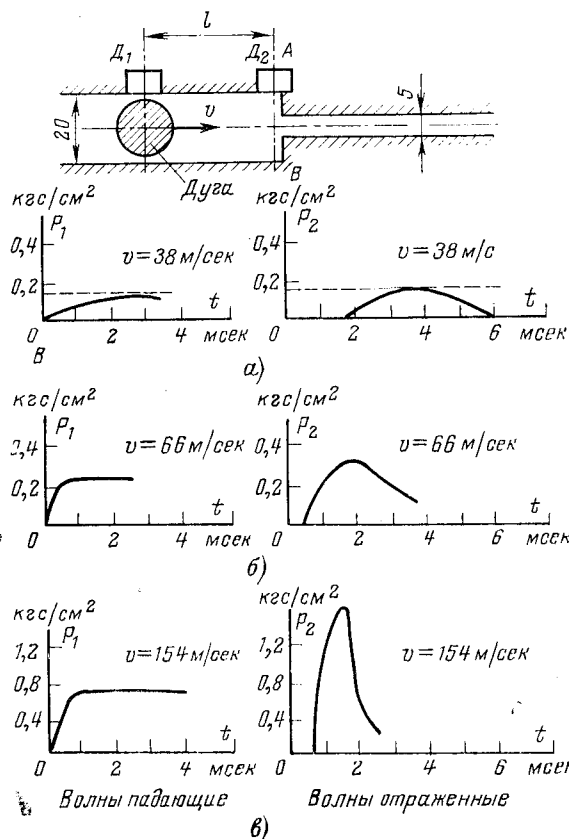


Рис. 2. Формы падающих p_1 и отраженных p_2 волн при различной скорости дуги v .

моугольную форму и подчиняется уравнениям акустики.

Пусть акустическое сопротивление широкой щели будет z_1 , а узкой z_2 . Эти сопротивления обратно пропорциональны ширине щели. Следовательно, согласно известным в акустике соотношениям [Л. 2 и 3] амплитуда отраженной волны p'_2 связана с амплитудой падающей волны p_1 соотношениями

$$p'_2 = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} p_1 = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} p_1, \quad (1)$$

а величина $p_2 = p_1 + p'_2$ оказывается равной:

$$p_2 = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} p_1 = \frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} p_1. \quad (2)$$

Достигнув дуги, волна p'_2 испытывает частичное отражение, частично поглощается самой дугой, частично проходит через нее. Коэффициент отражения β оказывается здесь меньше единицы. Отраженная от дуги волна становится меньше падающей, а суммарное давление перед дугой выражается соотношением

$$p_{11} = \beta \frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} p_1. \quad (3)$$

В месте перехода из широкой щели в узкую происходит новый процесс отражения и преломления волн и т. д. Для серии затухающих волн получаем следующие выражения:

$$p_{1n} = \beta^n \left(\frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \right)^n p_1; \quad (4)$$

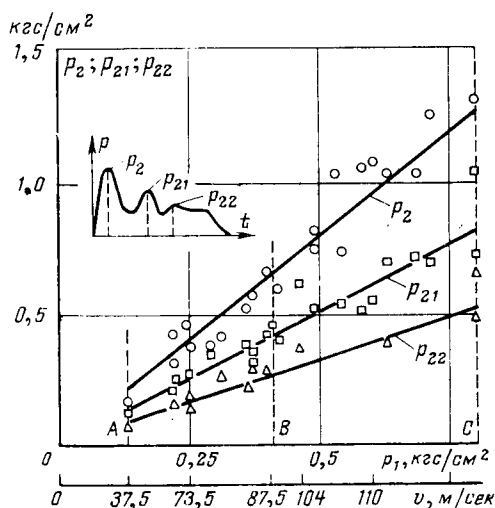


Рис. 3. Зависимость давления p_2 в месте перехода от скорости дуги v и давления p_1 падающей волны.

p_2 — первое, p_{21} — второе, p_{22} — третье отражение.

давление в месте перехода

$$p_{2n} = \beta^n \left(\frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \right)^{n+1} p_1. \quad (5)$$

Здесь n — номер отражения.

Были измерены и рассчитаны давления p_1 и p_2 при следующих условиях. Диапазон токов от 4 до 15,5 ка, магнитная индукция внешнего поля от 5×10^{-2} до $16 \cdot 10^{-2}$ т. Силы, передвигающие дугу, от 0,23 до 1,4 кгс/см. Размеры щели: $\delta_1 = 20$ мм, $\delta_2 = 5$ мм. Угол в месте перехода $\alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$.

Величина β , характеризующая отражение волн давления от дуги, в этих опытах оказалась равной 0,405. На рис. 3 приведены кривые, выражающие зависимость волн давления p_1 в месте перехода от амплитуды первой волны. Сплошными линиями отмечены расчетные значения, точками — результаты эксперимента. Совпадение расчетов и опытов оказалось удовлетворительным. Следует отметить, что изменение угла α в месте перехода от 90 до 45° не повлияло на величину давлений, приведенных на рис. 3, но отразилось на ширине области, в которой можно пользоваться законами акустики. Для прямоугольного перехода (область АВ) она оказалась уже, чем для перехода с углом $\alpha = 45^\circ$ (область АС).

Границы области акустического приближения. Как указывалось выше, согласно законам акустики волна давления в месте перехода p_2 не может превосходить $2p_1$. Однако с возрастанием скорости дуги это условие нарушается. В связи с этим возникает вопрос о той границе, которая определяет область акустического приближения. Показанная на рис. 4 кривая относится к прямоугольной форме перехода и выражает зависимость первой волны давления p_2 в месте перехода из широкой щели в узкую от величины падающей волны p_1 и скорости дуги v . В области АВ $p_2 < 2p_1$, и здесь можно пользоваться акустическим приближением при расчете отраженных волн. На участке ВС происходит резкий подъем давления и акустическое приближение нарушается. Дальнейший рост давления p_2 происходит по закону, близкому к линейному.

Для расчета величины p_2 здесь может быть использована теория отражения ударных волн. Согласно этой теории [Л. 4]

$$p_2 = p_1 \left(1 + \frac{p_1/p_0 + 1}{k - 1 \frac{p_1}{p_0} + 1} \right), \quad (6)$$

где p_0 — атмосферное давление; $k = c_p/c_v = 1,4$.

Рассчитанные по этому уравнению величины представлены сплошной линией на участке CD (рис. 4). Наблюдаемые значения p_2 отмечены точками.

Отражение косоугольных волн. При относительно медленном движении дуги возникают волны давления p_1 с пологим фронтом, который можно в ряде случаев аппроксимировать линейной зависимостью и считать волну косоугольной. В такой волне давление изменяется по закону $p = p_1 \frac{t}{t_\Phi}$, где t_Φ — временная протяженность фронта. Наличие медленно меняющегося давления может приводить к перетеканию газа из широкой щели в узкую, что должно понизить давление в месте перехода на величину $\frac{dp}{dt} t$. Если перетекания газа нет, то при наличии косоугольной волны давление в месте перехода определяется уравнением

$$p = \frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} p_1 \frac{t}{t_\Phi}. \quad (7)$$

Перетекание газа приводит к тому, что мгновенное значение давления в месте перехода становится равным:

$$p = \frac{2\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} p_1 \frac{t}{t_\Phi} - \frac{dp}{dt} t. \quad (8)$$

Интегрирование этого уравнения при условии, что $p = 0$ в начальный момент $t = 0$, дает

$$p = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} p_1 \frac{t}{t_\Phi}. \quad (9)$$

Наибольшего значения давление в месте перехода достигает при $t = t_\Phi$. Оно оказывается равным:

$$p_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2 + \delta_1} p_1. \quad (10)$$

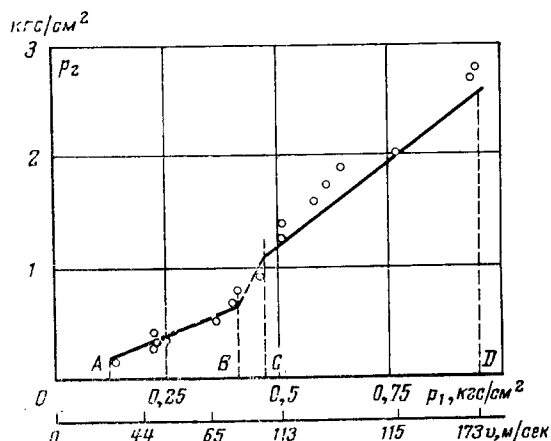


Рис. 4. Зависимость давления p_2 в месте перехода от давления падающей волны p_1 при прямоугольном переходе. АВ — область акустических явлений; ВС — переходная область; CD — область ударных волн.

Сопоставляя это выражение с уравнением (2), относящимся к прямоугольной волне, заметим, что в результате истечения газа давление понижается в два раза.

Были произведены опыты при относительно малых скоростях движения дуги v , в которых измерялись давления p_1 и p_2 в месте перехода (при $\delta_1 = 20$ мм; $\delta_2 = 5$ мм; $\alpha = 90^\circ$). Результаты сопоставлялись с расчетными значениями по соотношению (10). Полученные величины приведены в таблице.

v , м/сек	I , а	p_1 , кгс/см ²	p_2 , кгс/см ²	
			расчет	опыт
30	4100	0,12	0,10	0,11
30	4300	0,16	0,13	0,15
37,5	4350	0,15	0,12	0,15

Как можно видеть, расчетные величины близки к наблюдаемым.

Места замедленного движения дуги. Волны давления, отраженные от места перехода, достигая дуги, замедляют ее движение, могут остановить ее и даже заставить двигаться назад [Л. 1]. Замедление движения или остановка дуги влечет за собой повышенное обгорание стенок щели или их полное разрушение. В связи с этим возникает вопрос о том, где встречается дуга с отраженными волнами и в каких местах можно ожидать повышенного теплового разрушения стенок дугогасительных камер.

Обозначим через l_0 длину широкой части щели от места вхождения в нее дуги до места перехода в узкую щель (рис. 1). Пусть дуга, перемещающаяся со скоростью v , встречается с отраженной волной на расстоянии l от места перехода. Если при этом скорость падающей волны обозначить через N_1 , а отраженной через N_2 , то место встречи можно найти по уравнению

$$\frac{l_0 - l}{v} = \frac{l_0}{N_1} + \frac{l}{N_2}, \quad (11)$$

связывающему время движения дуги $\frac{l_0 - l}{v}$ с време-

нами распространения падающей $\frac{l_0}{N_1}$ и отраженной

$\frac{l}{N_2}$ волн. Отсюда следует, что

$$l = \frac{l_0}{N_1} \frac{N_1 + v}{N_2 + v} N_2. \quad (12)$$

Величины скоростей N_1 и N_2 связаны с давлением падающей волны p_1 , а значит и со скоростью дуги v . При этом величина N_1 определяется уравнением [Л. 4]

$$N_1 = c \sqrt{\frac{6}{7} \frac{p_1}{p_0} + 1}, \quad (13)$$

где $c = 340$ м/сек — скорость звука при нормальных условиях; p_0 — атмосферное давление.

Величина же N_2 определяется по уравнениям гидроаэродинамики [Л. 5] и для акустического приближения оказывается равной 220—250 м/сек.

Был проведен ряд опытов, подтвердивших возможность определения расстояния l по уравнению (12). Так, например, при $v = 125$ м/сек, $N_1 =$

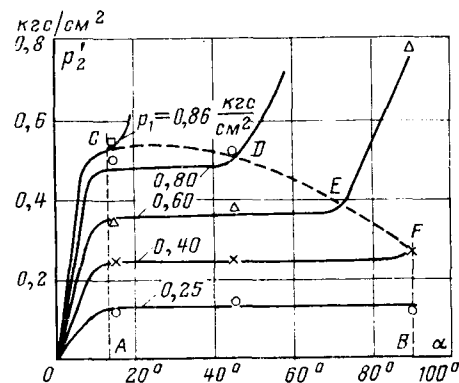


Рис. 5. Зависимость давления p'_2 отраженной волны от угла α при разных значениях давления падающей волны.

$= 440$ м/сек, $N_2 = 250$ м/сек и $l_0 = 590$ мм расчетное значение l оказалось 305 мм, а наблюдаемое по осциллограммам 300 мм.

Влияние формы перехода на волновые процессы и движение дуги. Переход из широкой щели δ_1 в узкую характеризуется углом α (рис. 1), который может изменяться от нуля (щель постоянного сечения) до 90° (прямоугольный переход). При этом на участке перехода длиной

$$l_n = \frac{\delta_1 - \delta_2}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

происходит деформация волн давления. Для рассмотрения происходящих здесь явлений можно применить электромагнитные аналогии, широко используемые в акустике. В таком случае акустические сопротивления заменяются волновыми сопротивлениями. Изменение волнового сопротивления от z_1 до z_2 происходит в месте перехода широкой щели в узкую, имеющем волновое сопротивление z_n .

При акустическом приближении можно принять, что в месте перехода не происходит потерь энергии. При этом волновое сопротивление z_n не должно содержать активной части. И подобно тому, как это имеет место в длинных линиях при прохождении электромагнитной волны мимо емкости или через индуктивность, амплитуды отраженной волны p'_2 и преломленной волны p_2 не изменяются. Однако происходит изменение формы фронта волны, который сглаживается, и тем больше, чем меньше угол α .

Этот процесс может быть осложнен перетеканием газа из широкой щели в узкую. Появление пологого фронта, как было показано выше, ведет к уменьшению амплитуды отраженной волны p'_2 . Эта амплитуда в таком случае должна падать с уменьшением угла α . Другое осложнение может быть вызвано возникновением ударной волны, в результате чего отраженная волна становится больше падающей и давление p'_2 растет с увеличением угла α . Приведенные положения иллюстрируются кривыми на рис. 5, которые выражают зависимость давления отраженной волны p'_2 от угла α при разных значениях волны давления p_1 с прямоугольным фронтом.

При небольших значениях давления p_1 , когда не осложняются акустические явления, на значительном участке AB амплитуда отраженной волны не зависит от угла α . Однако при малых углах α на участке OA начинает сказываться процесс истечения газа, обусловленный пологим фронтом. След-

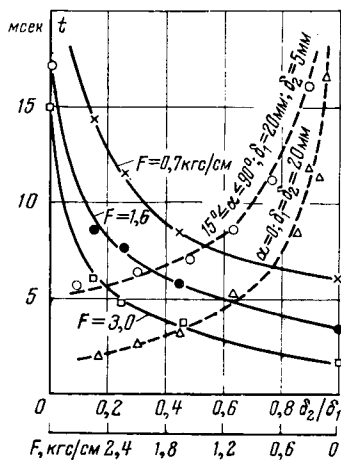


Рис. 6. Зависимость времени движения дуги t до места перехода широкой щели в узкую от величины движущей силы F и отношения δ_2/δ_1 .

— — — $t = f(\frac{\delta_2}{\delta_1})$, $\alpha = 15^\circ$;
— — — — — $t = f(F)$.

их действие может быть охарактеризовано тем временем t , которое необходимо дуге, вошедшей в широкую щель, для того, чтобы достигнуть места перехода. Надежность работы дугогасительного устройства возрастает с уменьшением этого времени.

На рис. 6 приведены экспериментально полученные кривые, выражающие зависимость времени t от величины движущей силы $F = BI$ (B — магнитная индукция, I — ток) угла α и отношения δ_2/δ_1 . Как можно видеть, время t уменьшается с возрастанием движущей силы (сплошн. линии). Изменение угла α от 15° до 90° мало влияет на время t (кривая $15^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$), а уменьшение угла α от 15° до нуля ведет к заметному сокращению времени t (кривая $\alpha = 0$). Время t уменьшается с увеличением отношения δ_2/δ_1 и достигает наименьшего значения при $\delta_2/\delta_1 = 1$, т. е. в щели постоянного сечения.

Силы, необходимые для перехода дуги из широкой щели в узкую. Процесс перехода сопровождается рядом явлений, трудно описываемых аналитически. Это тепловые явления, приводящие к выделению газов из стенок щели в месте перехода, газодинамические процессы, обусловленные движением самой дуги, и, наконец, электромагнитные явления, происходящие при деформации ствола дуги. Трудности, встретившиеся при попытке найти аналитические выражения для расчета сил, необходимых для рассматриваемого перехода побудили обратиться к эксперименту. Определялось то минимальное значение магнитной индукции B , которое необходимо для перехода дуги из широкой щели $\delta_2 = 20$ мм в узкую $\delta_1 = 5$ мм при различных материалах камеры и величинах тока I .

Результаты измерений представлены на рис. 7 кривыми 1, 2 и 3, выражающими зависимость $B = f(I)$ (пунктир). Оказалось, как это и следовало ожидать, что кривые 1, 2, относящиеся к мало газящему материалу, — стеклу и кордиеритовой ке-

рмике, лежат ниже кривой 3, полученной для стенок из высушенного асбестоцемента, выделяющего больше газов. С ростом тока увеличиваются и силы, необходимые для деформации дуги. Отсюда рост магнитной индукции с увеличением тока. Трудности, связанные с расчетом всех процессов, влияющих на величину магнитной индукции, заставили ограничиться только рассмотрением тех сил, которые необходимы для деформации ствола дуги. При этом были сделаны следующие допущения: сечение ствола дуги в широкой щели имеет форму круга с диаметром $D > \delta_2$, а при переходе в узкую щель сечение дуги становится прямоугольным со сторонами δ_2 и b (рис. 7), причем ни длина дуги, ни ее ток не изменяются. Считалось, что плотность тока распределена равномерно как по круглому, так и по прямоугольному сечению дуги.

Изменение энергии магнитного поля при рассматриваемой деформации ствола дуги может быть выражено так:

$$W_1 = \frac{1}{2} I^2 (L_1 - L_2), \quad (14)$$

где L_1 и L_2 — индуктивности ствола круглого и прямоугольного сечения соответственно.

Используя уравнения, приведенные в [Л. 6], получаем:

$$L_1 = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{r} - \frac{3}{4} \right); \quad (15)$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{g} - 1 \right), \quad (16)$$

где r — радиус круглого сечения; $g = 0,223(\delta_2 + b)$ — среднее геометрическое расстояние площади прямоугольного сечения; l — длина ствола дуги.

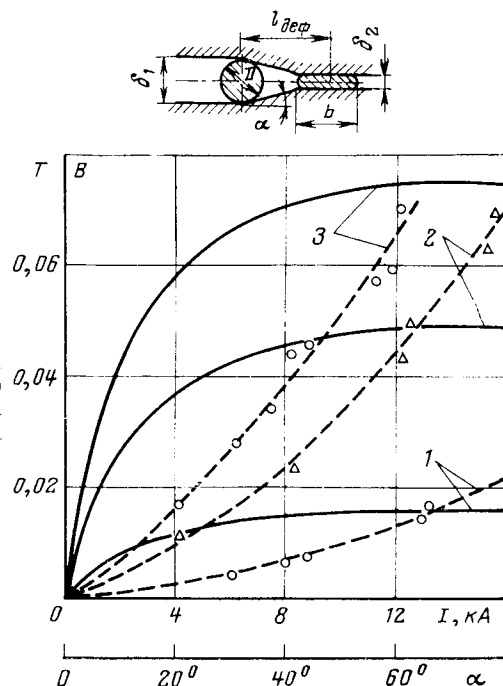


Рис. 7. Зависимость индукции B , необходимой для перехода дуги из широкой щели в узкую от тока I и угла α .

1 — стекло; 2 — кордиеритовая керамика; 3 — высушенный асбестоцемент.
— — — — — $B = f(I)$; $\alpha = 15^\circ$; — — — — — $B = f(\alpha)$; $I = 10$ кА.

Подставляя эти значения L_1 и L_2 в (14), получим

$$W_1 = \frac{\mu_0 l}{4\pi} I^2 \left(\ln \frac{g}{r} + \frac{1}{4} \right). \quad (17)$$

Электромагнитные силы, создаваемые током в проводнике, стремятся деформировать проводник так, чтобы его индуктивность увеличилась. Переход от круглого сечения к прямоугольному при указанных выше условиях сопровождается уменьшением индуктивности и может произойти только в результате воздействия внешних сил. Пми в нашем случае являются электромагнитные силы, создаваемые внешним магнитным полем. Работа этих сил на участке перехода равна:

$$W_2 = IB l_{\text{деф}}, \quad (18)$$

где $l_{\text{деф}}$ — длина пути, на котором происходит деформация ствола дуги (рис. 7).

Для деформации ствола дуги при вхождении ее в узкую щель необходимо условие $W_2 \geq W_1$. Используя уравнения (17) и (18), получаем:

$$B l_{\text{деф}} \geq \frac{\mu_0 l}{4\pi} I^2 \left(\ln \frac{g}{r} + \frac{1}{4} \right). \quad (19)$$

После введения поправочного коэффициента k , обусловленного неучтенными тепловыми и газодинамическими процессами, получаем выражение для индукции внешнего магнитного поля, необходимой для вхождения дуги в узкую щель:

$$B \geq k \frac{\mu_0}{4\pi l_{\text{деф}}} I \left(\ln \frac{g}{r} + \frac{1}{4} \right). \quad (20)$$

При подходе к месту сужения щели скорость дуги падает, ее диаметр возрастает. В приводимых ниже расчетах мы приняли, что диаметр дуги D становится равным ширине щели δ_1 . Поэтому $r = \delta_1/2$.

Для нахождения размера b области, занятой дугой в узкой щели, мы воспользовались соотношением

$$b = 30 + 3,25 \cdot 10^{-3} I \text{ мм}, \quad (21)$$

полученным на основании экспериментальных данных [Л. 7] при токах $I > 4 \text{ ка}$ и $\delta_2 = 3-5 \text{ мм}$.

Исходя из геометрических соображений для длины $l_{\text{деф}}$ участка, на котором происходит деформация ствола дуги, получаем:

$$l_{\text{деф}} = \frac{b}{2} + \frac{\delta_1}{2 \sin \alpha} - \frac{\delta_2}{2 \tan \alpha}. \quad (22)$$

В наших опытах при $\delta_1 = 20 \text{ мм}$, $\delta_2 = 5 \text{ мм}$ и токах от 4 до 16 ка поправочный коэффициент k в уравнении (20) оказался равным: для стекла $k=1$; для кордиеритовой керамики $k=3,15$; для асбестоцемента $k=4,7$.

На рис. 7 приведены экспериментально полученные точки и кривые 1, 2 и 3 $B=f(I)$, рассчитанные по приведенным выше уравнениям. На этом же рисунке даны сплошные кривые, выражающие зависимости $B=f(\alpha)$. Они получены расчетным путем с учетом экспериментально найденных поправочных коэффициентов k . Как можно видеть, увеличение угла α сверх 40° оказывает малое влияние на ве-

личину магнитной индукции. Значительное снижение индукции может быть получено при углах $\alpha < 15^\circ$.

Приведенные уравнения позволяют сопоставить величину электромагнитных и газодинамических сил сопротивления переходу дуги в узкую щель. Коэффициент k в уравнении (20) показывает, какая часть от полных сил сопротивления приходится на долю электромагнитных сил. При стенках из стекла существуют только электромагнитные силы сопротивления.

При кордиеритовой керамике они составляют $\frac{1}{k} = \frac{1}{3,15} = 31\%$, при асбестоцементе $\frac{1}{k} = \frac{1}{4,7} = 21\%$. Остальное приходится на долю газодинамических сопротивлений.

Другое представление о распределении сил в месте перехода можно получить путем сопоставления ординат кривых $B=f(I)$. Кривая 1 характеризует магнитную индукцию, необходимую для преодоления электромагнитных сил, возникающих при деформации дуги. Разность ординат кривых 2 и 1, а также 3 и 1 дает значение дополнительной магнитной индукции, необходимой для преодоления сил, возникающих в результате выделения газов в месте перехода.

Выход из узкой щели. У выхода из узкой щели в свободное пространство происходят явления, способствующие возникновению повторных зажиганий дуги. Волна повышенного давления p_3 (рис. 1), дойдя до конца узкой щели, переходит из области с акустическим сопротивлением z_2 в свободное пространство с сопротивлением z_3 . При этом возникает отраженная волна:

$$p'_4 = \frac{z_3 - z_2}{z_3 + z_2} p_3. \quad (23)$$

Но так как $z_3 < z_2$, то эта волна имеет отрицательный знак и является волной разрежения, понижающей давление перед дугой и облегчающей ее движение. Когда же дуга доходит до выхода из узкой щели и переходит в свободное пространство, то разрежение увеличивается. В результате этого понижается электрическая прочность воздуха, что способствует возникновению повторных зажиганий дуги, описанных в [Л. 1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брон О. Б., Лярский Б. А. Давление, создаваемое дугой при вхождении в узкие изоляционные щели. — «Электричество», 1973, № 10.
2. Релей Д. В. Теория звука. т. II, М.—Л., ОГИЗ, 1944.
3. Честер У. Распространение ударных волн в каналах переменного сечения. В книге «Проблемы механики», М., Изд-во иностр. лит., 1963.
4. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. Гостехиздат, 1955.
5. Гинзбург И. П. Прикладная гидро-газодинамика. Изд. Ленинградского университета, 1958.
6. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. М.—Л., Госэнергоиздат, 1955.
7. Neumann J. Über die Löschung von Lichtbögen in engen Spalten zwischen Isolierstoffwänden. Braunschweig. Dissertation, 1959.

[28.1.1974]

Расчет потенциала в прямоугольной пространственной системе сферических элементов, помещенных во внешнее однородное поле

Канд. техн. наук ТОЛМАЧЕВ С. Т.

Кривой Рог

Задача расчета потенциального поля совокупности однородных частиц, помещенных во внешнее поле, представляет большой теоретический и практический интерес. Еще в работах Мозотти, Максвелла, Лоренца и др. рассматривался вопрос об эффективной проницаемости кусочно-однородной среды со сферическими включениями. Эту же задачу рассматривал и Релей [Л. 1], исследования которого послужили толчком для целого ряда работ по проблеме смесей (обзор по этой проблеме см. [Л. 2, 3]). В последние годы интерес к задачам расчета поля полишаровых структур заметно возрос, так как эти задачи имеют многочисленные практические приложения в современных исследованиях. Не вдаваясь в детальную характеристику всех задач, имеющих отношение к рассматриваемому вопросу, приведем лишь перечень некоторых из них со ссылками на литературные источники. Это большая группа задач, связанных с расчетом магнитных характеристик искусственных магнитодиэлектриков и сплавов для постоянных магнитов [Л. 4–6]; это вопросы расчета и проектирования фильтр-сепараторов с шариковой рабочей зоной [Л. 7], вопросы флокуляции частиц во внешнем электрическом или магнитном поле [Л. 8] и т. п.

Как правило, перечисленные задачи требуют строгого решения, которое может быть получено на основе уравнения Лапласа. Применение численных методов (например, метода сеток, вариационного или коллокации) в данном случае неэффективно, так как требует использования мощных ЦВМ. Более приемлем путь, основанный на развитой Релеем [Л. 1] идее Максвелла о возможности представления решений уравнения Лапласа в виде потенциалов мультиполей. Такой подход позволяет свести решение задачи к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, исследование которой на практике сводится к решению конечной системы. Ниже произведено определение коэффициентов этой системы уравнений в общем виде, благодаря чему оказывается возможным аналитическое определение решения в произвольной точке пространства при любых сочетаниях геометрических и физических параметров кусочно-однородной среды. Единственным ограничением является требование, чтобы

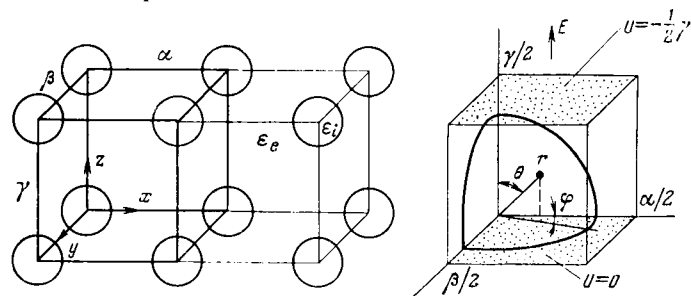


Рис. 1. Прямоугольная пространственная система сферических элементов. Справа показана часть пространства, ограниченно-поверхностями симметрии (поверхностями равного потенциала и поверхностями уровня).

однородные дискретные элементы одинаковых размеров были расположены в правильной системе точек, например, в узлах прямоугольной пространственной решетки.

Итак, рассмотрим в однородном поле E периодическую (с периодами α, β, γ) бесконечно протяженную систему сферических включений радиуса a , имеющих проницаемость ϵ_i (рис. 1). Проницаемость окружающей среды обозначим ϵ_e . Координатные оси прямоугольной системы x, y, z направим вдоль сторон решетки α, β, γ , а поле E условимся считать направленным вдоль оси z .

Поместим начало координат в центре произвольной сферы P . В сферических координатах r, θ, φ решение уравнения Лапласа с учетом условий симметрии имеет вид:

вне сферы

$$U_e = \sum_{m,n} (A_n^m r^n + B_n^m r^{-n-1}) P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi; \quad (1)$$

внутри сферы

$$U_i = \sum_{m,n} C_n^m r^n P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi. \quad (2)$$

Из условий симметрии вытекает, что

$$n=1, 3, 5, \dots; m=0, 2, 4, 6, \dots; m < n \text{ при } \alpha \neq \beta;$$

$$n=1, 3, 5, \dots; m=0, 4, 8, \dots; m < n \text{ при } \alpha = \beta.$$

Представляя потенциал U_e точки (x, y, z) , принадлежащей окрестности центральной сферы P , так результат наложения потенциала внешнего однородного поля ($-Ez$) и суммы потенциалов всех мультиполей сфер Q_s и P относительно точки (x, y, z) , можно записать

$$Ez + \sum_{m,n} A_n^m r^n P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi = \sum_{m,n} B_n^m \sum_{Q_s} r^{*-n-1} P_n^m(\cos \theta^*) \cos m\varphi^*, \quad (3)$$

где r^*, θ^*, φ^* — координаты точки (x, y, z) относительно центров сфер Q_s .

В выражении (3) суммирование производится по всем сферам, исключая P .

Используя граничные условия на поверхности сферы $r=a$, легко установить связь между коэффициентами решения:

$$A_n^m = \frac{1+\nu+1/n}{1-\nu} a^{-(2n+1)} B_n^m;$$

$$C_n^m = \frac{2n+1}{n+\nu n+1} A_n^m; \quad \nu = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_e}. \quad (4)$$

Для определения неизвестных коэффициентов в решениях (1) и (2) применим к выражению (3) оператор

$$L_N^M = \frac{\partial^N}{\partial z^{N-M} \partial x^M}$$

и перейдем к пределу при $(x, y, z) \rightarrow 0$.

Обозначим внутренние и внешние сферические гармоники, через которые выражается решение задачи, следующим образом:

$$E_n^m = r^n P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi, \quad F_n^m = r^{-n-1} P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi \quad (5)$$

Учитывая, что [Л.9]

$$E_n^m = \operatorname{Re} (x+iy)^m [a_0 z^{n-m} + a_1 \rho^2 z^{n-m-2} + \dots], \quad (6)$$

где

$$a_0 = \frac{(n+m)!}{2^m m! (n-m)!}; \quad (7)$$

$$a_j = \frac{(n-m)(n-m-1)\dots(n-m-2j+1)(-1)^j}{4^j j! (m+1)(m+2)\dots(m+j)} a_0;$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2,$$

нетрудно установить (см. приложение), что $\lim L_N^M \times E_n^m$ при $(x, y, z) \rightarrow 0$ не равен нулю только при $N=n$, когда его значение равно

$$\lim_{x, y, z \rightarrow 0} L_N^M E_n^m = M! (N-M)! a_h(N, m), \quad (8)$$

где $2h = M - m$; $a_h(N, m)$ определяется выражением (7).

Рассмотрим теперь результат воздействия оператора L_N^M на внешнюю сферическую гармонику F_n^m .

Поскольку [Л. 10]

$$F_n^m = \frac{(-1)^m}{(n-m)!} \operatorname{Re} \frac{\partial^{n-m}}{\partial z^{n-m}} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)^m \cdot \frac{1}{r}, \quad (9)$$

то

$$L_N^M F_n^m = \frac{(-1)^m}{(n-m)!} \operatorname{Re} \frac{\partial^{n-m+N-M}}{\partial z^{n-m+N-M}} \frac{\partial^M}{\partial x^M} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{1}{r} = (-1)^{N-M} \times$$

$$\times \frac{(l-m)!}{(n-m)!} \frac{\partial^M}{\partial x^M} [r^{-l-1} P_l^m(\cos \theta) \cos m\varphi],$$

где $l = n + N - M$.

Введем обозначение

$$\lim_{Q_S} \sum_{(x, y, z) \rightarrow 0} \frac{\partial^M}{\partial x^M} r^{-n-1} P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi = \Sigma_{n, m}^M. \quad (10)$$

Таким образом, применяя к уравнению (3) оператор L_N^M при соответствующих значениях N и M и осуществляя предельный переход в полученных выражениях, получим линейную систему уравнений относительно A_n^m и B_n^m , которая всегда может быть решена с учетом (4). Например, при $N=1$, $M=0$ получаем уравнение (в дальнейшем индексы нулевого порядка опущены)

$$A_1 + E = -2B_1 \Sigma_2 - 4B_3 \Sigma_4 - 2B_3^2 \Sigma_{4,2} - 6B_5 \Sigma_6 - \dots$$

Аналогично, применяя к уравнению (3) операторы L_3 и L_3^2 , получаем:

$$3! A_3 = -4! B_1 \Sigma_4 - \frac{6!}{3!} \Sigma_6 B_3 - 4! B_3^2 \Sigma_{6,2} -$$

$$- \frac{8!}{5!} B_5 \Sigma_8 - \dots;$$

$$-3A_3 + 30A_3^2 = -2B_1 \Sigma_2^2 - 4B_3 \Sigma_4^2 -$$

$$-2B_3^2 \Sigma_{4,2}^2 - 6B_5 \Sigma_6^2 - \dots$$

В общем виде система уравнений для нахождения коэффициентов A_n^m и B_n^m может быть представлена следующим образом:

$$-E_N - M! (N-M)! \sum_{m=0}^M A_N^m a_h(N, m) =$$

$$= \sum_n \sum_m \frac{(n+N-M-m)!}{(n-m)!} B_n^m \Sigma_{n+N-M, m}^M. \quad (11)$$

где $E_N = 0$ при $N \neq 1$; $E_1 = E$; $h = \frac{1}{2} (M - m)$; $N, n = 1, 3, 5, \dots$; $M, m = 0, 2, 4, 6, \dots$

Таким образом, для нахождения решения системы уравнений (11) необходимо вычислить вспомогательные коэффициенты $\Sigma_{n, m}^M$. Характерно, что они определяются только геометрическими характеристиками решетки, в узлах которой расположены сферы. Следует также отметить высокую сходимость числовых рядов $\Sigma_{n, m}^M$, в особенности для больших значений $n + M$.

Если обозначить через $\xi = \rho\alpha$, $\eta = \rho\beta$, $\zeta = \rho\gamma$ (ρ, q, r — произвольные целые числа) координаты произвольной сферы Q_S относительно начала координат и $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$, то для начальных порядков сумм можно получить следующие выражения¹:

$$\Sigma_2 = \frac{1}{2} \sum_{\substack{p, q, r \\ p^2 + q^2 + r^2 \neq 0}} \rho^{-5} (3\zeta^2 - \rho^2);$$

$$\Sigma_4 = \frac{1}{8} \sum \rho^{-9} (35\zeta^4 - 30\zeta^2 \rho^2 + 3\rho^4);$$

$$\Sigma_6 = \frac{1}{16} \sum \rho^{-13} (231\zeta^6 - 315\zeta^4 \rho^2 + 105\zeta^2 \rho^4 - 5\rho^6);$$

$$\Sigma_8 = \frac{1}{128} \sum \rho^{-17} (6435\zeta^8 - 12012\zeta^6 \rho^2 + 90090\zeta^4 \rho^4 -$$

$$- 30030\zeta^2 \rho^6 + 3465\zeta^2 \rho^8 - 63\rho^{10});$$

$$\Sigma_{4,2} = \frac{15}{2} \sum \rho^{-9} (\xi^2 - \eta^2) (3\zeta^2 - \rho^2);$$

$$\Sigma_{6,2} = \frac{105}{8} \sum \rho^{-13} (\zeta^2 - \eta^2) (33\zeta^4 - 18\zeta^2 \rho^2 + \rho^4); \quad (12)$$

$$\Sigma_2^2 = \frac{3}{2} \sum \rho^{-9} [\rho^4 - 5\rho^2 (\xi^2 + \zeta^2) + 35\zeta^2 \xi^2];$$

$$\Sigma_4^2 = \frac{15}{8} \sum \rho^{-13} [-\rho^6 + 7\rho^4 (\xi^2 + 2\zeta^2) - 21\rho^2 (6\xi^2 \zeta^2 +$$

$$+ \zeta^4) + 231\zeta^4 \xi^2];$$

$$\Sigma_6^2 = \frac{35}{16} \sum \rho^{-17} [5\rho^8 - 45\rho^6 (3\zeta^2 + \xi^2) + 495\zeta^2 \rho^4 (3\xi^2 +$$

$$+ \zeta^2) - 429\rho^2 \zeta^4 (15\xi^2 + \zeta^2) + 6435\zeta^6 \xi^2];$$

$$\Sigma_{4,2}^2 = \frac{15}{2} \sum \rho^{-13} [-4\rho^6 + 7\rho^4 (7\xi^2 - \eta^2 + 2\zeta^2) -$$

$$- 63\rho^2 (\xi^4 - \eta^2 \xi^2 + 5\xi \zeta^2 - \eta^2 \zeta^2) + 693\zeta^2 \xi^2 (\xi^2 - \eta^2)].$$

¹ Релей рассмотрел только случай $m=M=0$, когда решения (1) и (2) выражаются через зональные сферические гармоники, т. е. не зависят от координаты φ .

В выражениях (12) суммирование распространяется на центры всех сфер Q_S . При практических расчетах значения бесконечных числовых рядов $\Sigma_{n,m}^M$ могут быть найдены прямым суммированием по p, q, r , поскольку эти ряды быстро сходятся. Отдельно следует остановиться на ряде Σ_2 , который не является абсолютно сходящимся (см. [Л. 11, 12]) и поэтому его значение зависит от порядка суммирования. Для вычисления Σ_2 можно воспользоваться выражением [Л. 12]*, обладающим высокой сходимостью:

$$\Sigma_2 = 2\gamma^{-3} \left[1,202 - 16\pi^2 \sum_{p=0} \sum_{q=0} \sum_{r=1} r^2 K_0 \times \right. \\ \left. \times [2\pi r \sqrt{\varepsilon^2 p^2 + \mu^2 q^2}], \right. \quad (13)$$

где $\varepsilon = \frac{\alpha}{\gamma}$; $\mu = \frac{\beta}{\gamma}$; K_0 — модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Приведенные выражения для $\Sigma_{n,m}^M$ являются общими и из них легко получаются значения рядов для частных случаев. Например, при $\xi = \eta = 0$ (бесконечная цепь сфер, вытянутая вдоль оси z) $M = m = 0$. В этом случае Σ_n выражаются через значения ζ -функции Римана, которые протабулированы [Л. 11]. Имеем:

$$\Sigma_2 = \frac{1}{2} \sum_{r=-\infty}^{\infty} |\gamma r|^{-5} 2 (\gamma r)^2 = 2\gamma^{-3} \zeta(3); \quad \Sigma_4 = \\ = 2\gamma^{-5} \zeta(5); \quad \Sigma_n = 2\gamma^{-n-1} \zeta(n+1).$$

При расположении бесконечной цепи сфер вдоль оси x ($\eta = \xi = 0$, $\xi = p\alpha$) в решении (1) появляются тессеральные гармоники E_n^m , однако и в этом случае $\Sigma_{n,m}^M$ выражаются через ζ -функции Римана:

$$\Sigma_2 = -\alpha^{-3} \zeta(3); \quad \Sigma_4 = \frac{3}{4} \alpha^{-5} \zeta(5); \\ \Sigma_6 = -\frac{5}{8} \alpha^{-7} \zeta(7); \quad \Sigma_8 = -\frac{63}{64} \alpha^{-9} \zeta(9); \\ \Sigma_{4,2} = -15\alpha^{-5} \zeta(5); \quad \Sigma_{6,2} = \frac{105}{4} \alpha^{-7} \zeta(7), \dots$$

Рассмотренные частные случаи исчерпывают общий случай бесконечной цепи сфер во внешнем однородном поле.

Остановимся более подробно на случае кубической структуры ($\alpha = \beta = \gamma$), имеющей наибольшее практическое значение. Для этого случая можно записать

$$\Sigma_{n,m}^M = \alpha^{-(n+M+1)} S_{n,m}^M(p, q, r); \quad p^2 + q^2 + r^2 \neq 0.$$

Нижче приведены значения для $S_{n,m}^M$ различных порядков (Релей точно определил $S_2 = 2\pi/3$):

$$S_4 = 3,1059139^{**}; \quad S_6 = 0,5733099; \quad S_8 = 3,2592921; \\ S_{10} = 1,0092242; \quad S_{8,4} = -1444,7875; \\ S_{8,4} = 7971,5514; \quad S_{10,4} = -22380,547; \\ S_2^4 = -103,19921; \quad S_4^4 = 2737,806; \\ S_6^4 = 508,6494; \quad S_{6,4}^4 = -19793505.$$

* В выражении (13) исправлена опечатка, допущенная в [Л. 12].

Приведенные значения $S_{n,m}^M$ дают возможность с помощью простых вычислительных средств выполнить расчет поля для различных значений радиуса сферы и соотношений проницаемостей сред. В частности, для эффективной проницаемости смеси ε с учетом приведенных значений Σ_2 и Σ_4 на основе системы (11) легко получить следующее выражение

$$\varepsilon = 1 + \frac{3v}{\frac{v+2}{v-1} - v - 1,3082 \frac{v-1}{v+4/3} v^{10/3}}, \quad (14)$$

где v — объемная концентрация сферических включений.

Заметим, что в аналогичной формуле Релея вместо коэффициента 1,3082 ошибочно получен коэффициент 1,65 (на эту ошибку указывал К. М. Поливанов [Л. 2], который рекомендует вместо 1,65 применять коэффициент 1,31).

В более общем случае (при $\alpha \neq \beta \neq \gamma$) проницаемость не выражается однозначно через плотность упаковки сфер. Как показал Релей, ее значение определяется отношением B_1/E , а именно

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi B_1}{\alpha\beta\gamma E}.$$

Для различных значений $v, \alpha, \beta, \gamma, a$ значения B_1 , а следовательно, и ε , можно найти из системы уравнений (11), причем точность определения коэффициентов определяется числом уравнений системы. Вместе с тем следует помнить, что увеличение числа уравнений системы может служить источником накопления ошибки за счет округлений, поэтому при увеличении порядка системы следует увеличивать и количество верных знаков (разрядность).

Практика вычислений показывает, что искомые коэффициенты (пропорциональные моментам мультиполей), очень быстро уменьшаются. Поэтому для определения первых коэффициентов, как правило, достаточно ограничиться решением системы 3—5-го порядка. Точность легко оценивается путем сравнения полученного решения с известными граничными условиями на поверхности параллелепипеда со сторонами α, β, γ . При необходимости увеличить порядок системы следует принимать меры по обеспечению устойчивости решения.

Приложение. Перепишем выражение (3) в виде

$$Ez + \sum_{n,m} A_n^m E_n^m(x, y, z) = \sum_{n,m} B_n^m \sum_{Q_S} F_n^m(x^*, y^*, z^*), \quad (\Pi-1)$$

где $x^* = x - \xi$; $y^* = y - \eta$; $z^* = z - \zeta$ — координаты точки (x, y, z) относительно центра произвольной сферы Q_S .

Пусть $n - N = 2g$, $M - m = 2h$. Тогда с учетом (6) имеем

$$L_N^M E_n^m = \frac{\partial^M}{\partial x^M} \operatorname{Re} (x + iy)^m [a_0 (n - m) (n - m - 1) \dots \\ \dots (2g + 2h + 1) z^{2(g+h)} + a_1 (x^2 + y^2) (n - m - 3) (n - m - 4) \dots (2g + 2h - 1) z^{2(g+h-1)} + \dots \\ \dots + a_{g+h} (x^2 + y^2)^{g+h} (n - m - 2g - 2h)!]. \quad (\Pi-2)$$

В выражении (П-2) можно сразу отбросить слагаемые, содержащие в качестве множителей степени z или y , по-

** У Релея $S_4 = 3,11$.

сколько в пределе они исчезают, т. е.

$$\lim_{x,y,z \rightarrow 0} L_N^M E_n^m = \lim_{\partial x^M} \frac{\partial^M}{\partial x^M} (n-m-2g-2h)! a_{g+h} x^{m+2(g+h)}. \quad (\Pi-3)$$

Теперь очевидно, что предел выражения (II-3) не равен нулю только при выполнении условия $M=m+2g+2h$, т. е. при $g=0$ ($N=n$). Отсюда и получается выражение (8).

Если же применить оператор L_N^M к сферической функции $F_n^m(x, y, z)$, то в пределе $x=\xi, y=\eta, z=\zeta$, поэтому все слагаемые в правой части выражения (II-1) после воздействия оператора дадут ненулевые числа $\Sigma(\xi, \eta, \zeta)$, которые определяются выражением (10).

Пример. Для иллюстрации некоторых особенностей описанного метода расчета рассмотрим поле вокруг проводящей сферы радиуса $a=0,3$.

Геометрические параметры пространственной решетки: $\alpha=0,7, \beta=1, \gamma=1,3$. Потенциал определен из решения системы (11), состоящей из трех уравнений. Значения числовых рядов $\Sigma_{n,m}^M$ для указанных параметров решетки были вычислены отдельно на ЦВМ и оказались равными:

$$\begin{aligned} \Sigma_2 &= -1,223637; \quad \Sigma_4 = 6,296527; \quad \Sigma_6 = -8,46078; \\ \Sigma_{1,2} &= -72,97296, \quad \Sigma_{6,2} = 294,0521; \quad \Sigma_2^2 = -73,9222; \\ \Sigma_4^2 &= 273,9377; \quad \Sigma_{4,2}^2 = -3345; \end{aligned}$$

Система уравнений для определения коэффициентов B_n^m имеет вид (напряженность внешнего поля принята равной $E=1$):

$$\begin{aligned} 1 &= 39,254B_1 - 25,186B_3 + 145,95B_5^2; \\ 0 &= -25,186B_1 + 4741,5B_3 - 1176,2B_5^2; \\ 0 &= +147,84B_1 - 14813B_3 + 143860B_5^2; \end{aligned}$$

Решение этой системы: $B_1 = +0,025457; B_3 = +0,13211 \times 10^{-3}; B_5^2 = -0,1254 \cdot 10^{-4}$.

Принимая во внимание (4), получаем: $A_1 = -0,94283; A_3 = -0,60405; A_5^2 = +0,057337$.

На рис. 2,а изображены линии равного потенциала в плоскости $\varphi=0$, вычисленные по выражению (1) для найденных значений коэффициентов; на рис. 2,б приведены аналогичные линии для диагональной плоскости, а на рис. 2,в — для плоскости $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Как видно из приведенных результатов расчета,

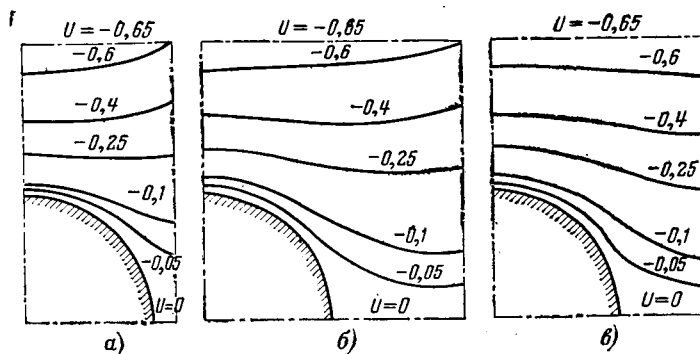


Рис. 2. Линии равного потенциала в различных плоскостях $\varphi = \text{const}$.

уже при малом порядке системы уравнений получено хорошее приближение к граничным условиям (а, следовательно, и к решению во всей области, поскольку все слагаемые (1) удовлетворяют уравнению Лапласа).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rayleigh J. W.—«Philosophical Magazine», v. 34, 1892.
2. Поливанов К. М. Ферромагнетики. Госэнергониздат, М., 1957.
3. Толмачев С. Т., Файнштейн Э. Г. Средняя проникаемость среды, образованной плотно упакованными шарами.— В сб.: Теоретическая электротехника, вып. 14. Изд. Львовского гос. университета, 1972.
4. Вольфарт Э. Магнитно-твердые материалы. Госэнергониздат, М.—Л., 1963.
5. Вонсовский С. В. Магнетизм. М., «Наука», 1971.
6. Jacobs J. S., Bean C. P.—«Phys. Rev.», v. 100, 1955.
7. Кармазин В. В. и др. Магнитная регенерация и сепарация при обогащении руд и россыпей. М., «Недра», 1968.
8. Кармазин В. В. Некоторые закономерности магнитной флокуляции тонкодисперсных сильномагнитных материалов.— В сб.: Электрические и магнитные методы сепарации. М., «Наука», 1965.
9. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
10. Гобсон Е. В. Теория сферических и эллипсоидальных функций. М., Изд-во иностр. лит., 1952.
11. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М., «Наука», 1968.
12. Kharadly M., Jackson W.—«Proc. IEE», v. 100, 1953, № 65.

[14.3.1974]

Расчет стационарных электрических, магнитных и температурных полей в сложных областях, заполненных неоднородной средой

Инженеры ТЕНЕТКО Н. И., ЧЕРЕМИСОВ И. Я.

Харьков

УДК 621.313.001.57

В современных мощных генераторах возникает проблема рационального проектирования узлов, от которых зависит надежная работа будущей электрической машины.

Большими возможностями объективной оценки работоспособности узлов проектируемой электрической машины обладают методы математического моделирования процессов, происходящих в этих узлах. Наибольшее распространение получил метод сеток. Однако обычный вариант этого метода, использующий сетку, набранную из прямо-

угольников декартовой или полярной системы координат, часто неприменим для решения важных задач, выдвигаемых практикой, так как клетки таких сеток не укладываются в границу сложной формы.

Статья посвящена разработке двух модификаций метода сеток, приспособленных для расчета (с использованием косоугольной сетки) двумерных стационарных электрических, магнитных и температурных полей в областях, имеющих сложную форму границы (а также сложную форму границы

раздела сред) и заполненных неоднородным веществом с непрерывно или скачкообразно меняющимися свойствами, а также с нелинейными характеристиками.

Рассмотрим системы уравнений, описывающих:

поле вектора электрической индукции \vec{D}

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \frac{\vec{D}}{\varepsilon} &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= f_1(x, y); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

поле вектора магнитной индукции \vec{B}

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \frac{\vec{B}}{\mu} &= \vec{f}_2(x, y); \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

поле вектора плотности теплового потока \vec{Q}

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \frac{\vec{Q}}{\lambda} &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{Q} &= f_3(x, y); \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где ε — диэлектрическая постоянная среды; μ — магнитная проницаемость среды; λ — коэффициент теплопроводности среды.

Так как системы (1) и (3) совершенно одинаковы, то в дальнейшем будем рассматривать только (1) и (2).

Для удобства дальнейших выкладок обозначим ε и $\frac{1}{\mu}$ через ν , в этом случае (1) и (2) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \left(\frac{\vec{D}}{\nu} \right) &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= f_1(x, y); \\ \operatorname{rot} (\nu \vec{B}) &= \vec{f}_2(x, y); \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решение этих систем будет единственным, если к ним добавить нормальные составляющие векторов \vec{D} и \vec{B} на контуре, ограничивающем область решения задачи.

Таким образом, чтобы найти распределение электрического или магнитного поля, необходимо решить соответственно следующие системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \left(\frac{\vec{D}}{\nu} \right) &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= f_1(x, y); \\ D_{N/\Gamma} &= F_1(x, y); \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} (\nu \vec{B}) &= \vec{f}_2(x, y); \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\ B_{N/\Gamma} &= F_2(x, y); \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $D_{N/\Gamma}$ и $B_{N/\Gamma}$ — нормальные составляющие соответственно векторов \vec{D} и \vec{B} на границе области решения задачи.

Распределение вектора \vec{D} будем искать с помощью скалярного потенциала, определяемого уравнением:

$$\vec{D} = -\nu \operatorname{grad} u,$$

а распределение вектора \vec{B} — с помощью векторного потенциала \vec{A} , связь которого с вектором магнитной индукции устанавливается следующим уравнением:

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

Первое уравнение системы (4) и второе уравнение системы (5) используем для введения потенциалов u и \vec{A} , оставшиеся же уравнения этих систем — для вывода сеточных уравнений модификаций метода сеток для расчетов с применением косоугольных сеток в областях, заполненных неоднородной средой. Для этого вместо оставшихся уравнений в соответствии с уравнениями Остроградского — Гаусса и Стокса запишем следующие интегральные уравнения:

$$\oint_{\Delta s} D_n dl = \iint_{\Delta s} f_1 ds; \quad (6)$$

$$\oint_{\Delta s} (\nu B_t) dl = \iint_{\Delta s} (\vec{f}_2)_n ds. \quad (7)$$

Предположим, что для решения применяется декартова система координат, а область решения задачи разбита на клетки произвольной формы. Координаты узлов сетки будем предполагать заданными. Обозначим произвольный узел сетки O (рис. 1). В качестве контуров интегрирования l в (6) и (7) выберем контуры, обозначенные на рис. 1 пунктиром. Контур l_1 состоит из перпендикуляров, проходящих через середины лучей, выходящих из узла O ; контур l_2 — из прямых, соединяющих окончания этих лучей, при этом контуру l_1 соответствует первая из рассматриваемых ниже модификаций метода сеток, а контуру l_2 — вторая.

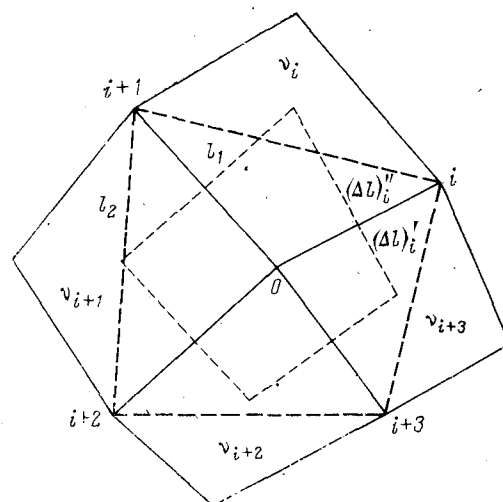


Рис. 1. Произвольный узел сетки внутри области решения задачи.

В уравнениях (6) и (7): D_n — нормальная составляющая вектора \vec{D} к контуру l ; B_l — касательная составляющая вектора \vec{B} к контуру l ; $(\vec{f}_2)_n$ — нормальная к площадке dS составляющая вектора \vec{f}_2 .

Уравнения (6) и (7) приближенно могут быть записаны следующим образом:

$$\sum_{i=1}^4 (D_n \Delta l)_i = (f_1)_{cp} \Delta S; \quad (6a)$$

$$\sum_{i=1}^4 (v B_l \Delta l)_i = (f_2)_{cp} \Delta S, \quad (7a)$$

где Δl — длина прямолинейного участка контура l ; $(D_n \Delta l)_i$ — поток вектора \vec{D} через прямолинейный участок контура l , пересекающийся с i -м лучом (для контура l_1) или заключенный между i -м и $(i+1)$ -м лучами (для контура l_2); $(v B_l \Delta l)_i$ — часть циркуляции вектора $v\vec{B}$ вдоль контура l , приходящаяся на прямолинейный участок этого контура, пересекающийся с i -м лучом (для контура l_1) или заключенный между i -м и $(i+1)$ -м лучами (для контура l_2); $(f_1)_{cp}$ — среднее значение функции f_1 внутри контура l ; $(f_2)_{cp}$ — среднее значение функции f_2 внутри контура l (в нашем случае функция f_2 имеет только одну составляющую, поэтому обозначена как скаляр); ΔS — площадь, заключенная внутри контура l .

Если в этих уравнениях D_n выразить через u , а B_l — через A (\vec{A} имеет в нашем случае только одну составляющую); а также предположить, что значение v постоянно внутри каждой из клеток и меняется скачкообразно при переходе через ее (клетки) границы, то в случае, когда интегрирование производится по контуру l_1 , получим следующие равенства:

$$\sum_{i=1}^4 \frac{u_i - u_0}{(\Delta L)_i} [v_i (\Delta l)''_i + v_{i+3} (\Delta l)'_i] = - (f_1)_{cp} \Delta S; \quad (6b)$$

$$\sum_{i=1}^4 \frac{A_i - A_0}{(\Delta L)_i} [v_i (\Delta l)''_i + v_{i+3} (\Delta l)'_i] = - (f_2)_{cp} \Delta S, \quad (7b)$$

где u_0, u_i — значения скалярного потенциала соответственно в точках O и i ; A_0 и A_i — значения векторного потенциала соответственно в точках O и i ; $(\Delta L)_i$ — длина луча Oi ; v_i, v_{i+3} — значения v соответственно в секторах $i+1, 0, i$ и $i, O, i+3$ (рис. 1); $(\Delta l)''_i, (\Delta l)'_i$ — части прямолинейного участка контура l_1 , приходящиеся соответственно на сектора $i+1, 0, i$ и $i, O, i+3$.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} z &= \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\Delta L)_i} [v_i (\Delta l)''_i + v_{i+3} (\Delta l)'_i]; \\ \alpha_i &= \frac{1}{z (\Delta L)_i} [v_i (\Delta l)''_i + v_{i+3} (\Delta l)'_i]; \\ \beta &= \frac{f_{cp} \Delta S}{z}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где f_{cp} соответствует $(f_1)_{cp}$ или $(f_2)_{cp}$.

В соответствии с этими обозначениями (6б) и (7б) можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \varphi_i + \beta,$$

где φ_0, φ_i обозначает u_0 и u_i или A_0 и A_i .

Координаты точек пересечения прямых, образующих контур l_1 , определяются так же, как в [Л. 1].

Рассмотрим случай, когда суммирование в (6а) и (7а) производится по контуру l_2 .

Поток вектора \vec{D} через прямолинейный участок контура l_2 , заключенный между i -м и $(i+1)$ -м лучами, а также часть циркуляции вектора $v\vec{B}$ вдоль контура l_2 , приходящаяся на прямолинейный участок этого контура, заключенный между i -м и $(i+1)$ -м лучами, можно выразить с помощью составляющих векторов \vec{D} и \vec{B} — D_x, D_y и B_x, B_y следующим образом:

$$(D_n \Delta l)_i = (D_x)_i (y_{i+1} - y_i) - (D_y)_i (x_{i+1} - x_i); \quad (9)$$

$$(v B_l \Delta l)_i = (v B_x)_i (x_{i+1} - x_i) + (v B_y)_i (y_{i+1} - y_i), \quad (10)$$

где $(D_x)_i, (D_y)_i$ и $(B_x)_i, (B_y)_i$ — x -я и y -я составляющие векторов \vec{D} и \vec{B} , соответствующие сектору, образованному лучами i и $i+1$; x_i, y_i и x_{i+1}, y_{i+1} — координаты x и y соответственно точек i и $i+1$.

В соответствии с уравнениями, устанавливающими связь между составляющими векторов \vec{E} и \vec{B} вдоль осей координат и потенциалами в узлах сетки [Л. 1], составляющие векторов \vec{D} и \vec{B} можно выразить через скалярный и векторный потенциалы следующим образом:

$$(D_x)_i = -v_i \frac{(u_i - u_0)(y_{i+1} - y_0) - (u_{i+1} - u_0)(y_i - y_0)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}; \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} (D_y)_i &= v_i \frac{(u_i - u_0)(x_{i+1} - x_0) - (u_{i+1} - u_0)(x_i - x_0)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}; \\ (B_x)_i &= -\frac{(A_i - A_0)(x_{i+1} - x_0) - (A_{i+1} - A_0)(x_i - x_0)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}; \\ (B_y)_i &= -\frac{(A_i - A_0)(y_{i+1} - y_0) - (A_{i+1} - A_0)(y_i - y_0)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где v_i — значение ϵ и $1/\mu$ для среды в секторе, образованном лучами i и $i+1$; u_0, u_i, u_{i+1} — значения скалярного потенциала вектора \vec{D} соответственно в точках $O, i, i+1$; A_0, A_i, A_{i+1} — значения векторного потенциала вектора \vec{B} соответственно в точках $O, i, i+1$; x_0, y_0 — координаты точки O .

Если подставить (11) и (12) в (9) и (10), а также ввести обозначения:

$$\left. \begin{aligned} z_i^{(1)} &= v_i \frac{(x_{i+1} - x_0)(x_{i+1} - x_i) + (y_{i+1} - y_0)(y_{i+1} - y_i)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}; \\ z_i^{(2)} &= -v_i \frac{(x_i - x_0)(x_{i+1} - x_i) + (y_i - y_0)(y_{i+1} - y_i)}{(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (x_{i+1} - x_0)(y_i - y_0)}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

то после преобразований получим:

$$(D_n \Delta l)_i = -[(u_i - u_0) z_i^{(1)} + (u_{i+1} - u_0) z_i^{(2)}];$$

$$(\nu B_i \Delta l)_i = -[(A_i - A_0) z_i^{(1)} + (A_{i+1} - A_0) z_i^{(2)}].$$

Таким образом, выражения, приближенно заменяющие (6) и (7), в данном случае можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^4 [(u_i - u_0) z_i^{(1)} + (u_{i+1} - u_0) z_i^{(2)}] = - (f_1)_{cp} \Delta s;$$

$$\sum_{i=1}^4 [(A_i - A_0) z_i^{(1)} + (A_{i+1} - A_0) z_i^{(2)}] = - (f_2)_{cp} \Delta s.$$

Если u_i и A_i обозначить как φ_i , а f_1 и f_2 — как j , то вместо этих двух уравнений можно записать одно:

$$\sum_{i=1}^4 [(\varphi_i - \varphi_0) z_i^{(1)} + (\varphi_{i+1} - \varphi_0) z_i^{(2)}] = - j_{cp} \Delta s,$$

отсюда

$$\varphi_0 (z_i^{(1)} + z_i^{(2)}) = \sum_{i=1}^4 \varphi_i (z_i^{(1)} + z_{i+3}^{(2)}) + j_{cp} \Delta s.$$

Если ввести обозначения

$$z^{(3)} = \sum_{i=1}^4 (z_i^{(1)} + z_i^{(2)}); \quad \alpha_i = \frac{z_i^{(1)} + z_{i+3}^{(2)}}{z^{(3)}}; \quad \beta = \frac{j_{cp} \Delta s}{z^{(3)}},$$

то это уравнение можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \varphi_i + \beta.$$

При расчете распределения электрического поля значения потенциала φ на границе области решения задачи, вообще говоря, неизвестны. Граничное условие $D_{N/\Gamma} = F_1(x, y)$ позволяет определить только $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\Gamma}$, поэтому значения φ на границе «Г» в процессе решения уточняются в соответствии с распределением значений нормальной производной на границе области решения.

При расчете же магнитного поля значения потенциала на границе области решения задачи можно найти по значениям

$$B_{N/\Gamma} = F_2(x, y).$$

Предлагаемые модификации метода сеток приспособлены для проведения расчетов в том случае, когда область решения задачи заполнена различными средами, свойства которых внутри массива одной среды остаются постоянными, а при переходе через границу раздела сред меняются скачкообразно. Предельным случаем заполнения области решения задачи различными средами является вариант, когда каждой ячейке косоугольной сетки, нанесенной на область решения задачи, соответствует новая среда со своим значением ν .

Для того чтобы был возможен учет изменения свойств среды при переходе через границу раздела, при нанесении сетки на область решения задач необходимо следить, чтобы стороны клеток, находящихся вблизи границы раздела сред, проходили по этой границе.

Так как в точке O в общем случае могут сходиться четыре различных среды, то при проведении расчета необходимо оговорить правило хранения соответствующих им значений ν . Можно условиться хранить ν среды клетки в ячейке памяти ЭВМ, являющейся для этой клетки «правым верхним» углом.

Сеточные уравнения предложенных модификаций метода сеток пригодны для расчетов полей и в том случае, когда область решения заполнена средой с непрерывно изменяющимся ν . В этом случае под ν клетки подразумевается его среднее значение для области, занятой клеткой.

После того, как определено поле потенциала, вычисляются и выдаются на печать составляющие векторов \vec{E} или \vec{B} . Сделать это можно было бы так же, как это описано в [Л. 1]. Однако такой способ выдачи информации о распределении полей в некоторых случаях может оказаться неудобным. Так, например, если область решения задачи заполнена средой с часто меняющимися свойствами, то при оформлении информации о распределении полей возникают трудности в том случае, когда одному узлу сетки соответствует несколько значений величины, характеризующей поле (например, несколько значений составляющих векторов \vec{E} и \vec{B}). При этом необходимо указать не только сами величины, характеризующие поле, но также и то, к какому из секторов, расположенных вокруг рассматриваемого узла, относится каждая из них.

В таких случаях удобнее выдавать информацию о распределении полей не по отношению к узлам нанесенной на область решения сетки, а в виде средних значений для площадок, заключенных внутри каждой из клеток, на которые разбита область решения задачи. Такой вариант определения величин, характеризующих распределение поля, удобен и при программировании. Так, например, при вычислении поля средних значений μ (в случае если решение ведется в ферромагнитной среде с непрерывно изменяющимся значением магнитной проницаемости) необходимо вычислять средние значения модуля вектора магнитной индукции именно для клеток, нанесенной на область решения задачи сетки, а не для узлов.

Для вычисления средних значений составляющих векторов \vec{E} и \vec{B} внутри каждой из клеток, на которые разбита область решения задачи, можно воспользоваться уравнениями, устанавливающими связь между составляющими векторов \vec{E} и \vec{B} вдоль осей координат и потенциалами в узлах сетки [Л. 1]. При этом под лучами 01 и 02 [Л. 1] будем подразумевать диагонали клетки (рис. 2) 31 и 42. После переобозначения получим:

$$E_x = - \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)(y_2 - y_4) - (\varphi_2 - \varphi_4)(y_1 - y_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)};$$

$$E_y = - \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)(x_2 - x_4) - (\varphi_2 - \varphi_4)(x_1 - x_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)};$$

$$B_x = - \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)(x_2 - x_4) - (\varphi_2 - \varphi_4)(x_1 - x_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)};$$

$$B_y = - \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)(y_2 - y_4) - (\varphi_2 - \varphi_4)(y_1 - y_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3)}.$$

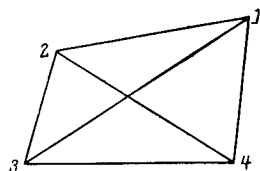


Рис. 2. Клетка сетки и ее диагонали, которые используются для вычисления составляющих векторов \vec{E} и \vec{B} .

В соответствии с математической аналогией при расчете распределения теплового поля можно пользоваться формулами для расчета распределения электрического поля. При этом необходимо учесть, что между электрическим и тепловым полями имеет место следующая математическая аналогия:

$$[E] = \text{в/см}; [q] = \left[\frac{Q}{\lambda} \right] = K/\text{см}; \vec{E} = -\nabla u; \vec{q} = -\nabla T;$$

$$[D] = \frac{a \cdot \text{сек}}{\text{см}^2}; [Q] = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \text{см}^2}; \vec{D} = \epsilon \vec{E}; \vec{Q} = \lambda \vec{q};$$

$$[\epsilon] = \frac{a \cdot \text{сек}}{\text{в} \cdot \text{см}}; [\lambda] = \frac{\partial \mathcal{E}}{K \cdot \text{см}}; \text{rot } \vec{E} = 0; \text{rot } \vec{q} = 0; [f_1] = \frac{a \cdot \text{сек}}{\text{см}^3};$$

$$[f_2] = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \text{см}^3}; \text{div } \vec{D} = f_1; \text{div } \vec{Q} = f_2;$$

Последовательность проведения расчетов с применением изложенных выше модификаций метода сеток аналогична той, которая применялась в [Л. 3].

Для проверки предложенных модификаций метода сеток было проведено расчетное и экспериментальное исследование магнитного поля внутри области, изображенной на рис. 3; те участки этой области, которые заняты ферромагнетиком (электротехническая сталь Э42), на рисунке заштрихованы.

В качестве граничных условий было принято, что на верхней и нижней границах значение потенциала постоянно и равно соответственно на границе LM — 20 000 и на границе ON — OA , а на боковых границах принималось условие $B_n = 0$. Измерение нормальной к границе составляющей вектора

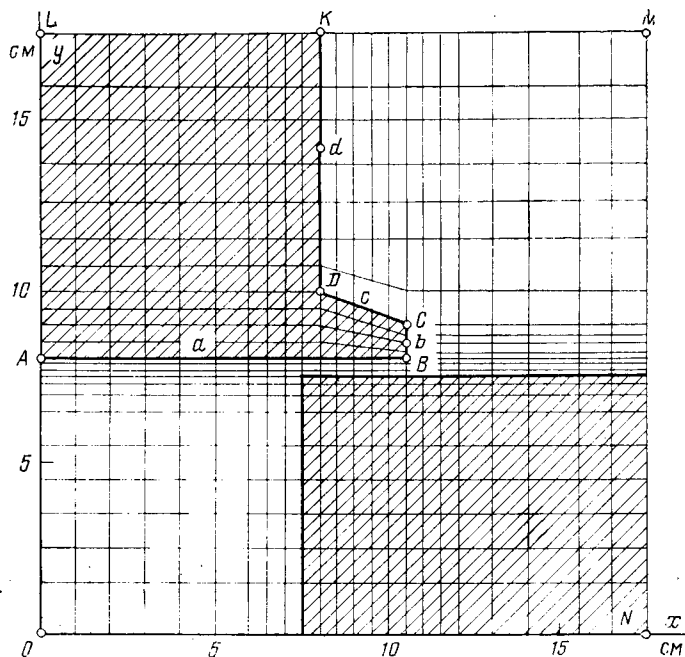


Рис. 3. Область решения с нанесенной сеткой, в которой проводилось экспериментальное определение распределения индукции.

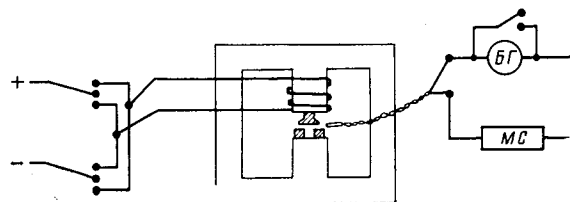


Рис. 4. Принципиальная схема экспериментальной установки, использовавшейся для определения распределения поля на границе $ABCDK$.

магнитной индукции производилось непосредственно на поверхности полюса $abcd$ баллистическим методом (рис. 4) с помощью петли из тонкого провода, имеющей в плоскости чертежа ширину 2,5 мм, предварительно протарированной по эталонному полю. Опыт был проведен на кафедре теоретической электротехники Новочеркасского политехнического института под руководством Коломейцева Л. Ф. и Колесникова Э. В.

На рис. 5 графически изображены расчетные значения нормальной составляющей вектора магнитной индукции на участке границы $ABCDK$ (a, b, c, d). Точками обозначены экспериментальные результаты.

В качестве примера, иллюстрирующего возможности предложенных модификаций метода сеток, приведем краткое описание и результаты расчета распределения магнитной индукции в магнитной системе криогенного генератора.

Область решения с нанесенной на нее сеткой изображена на рис. 6. Вдоль внешней границы рассматриваемой магнитной системы расположено ярмо из ферромагнитного материала (электротех-

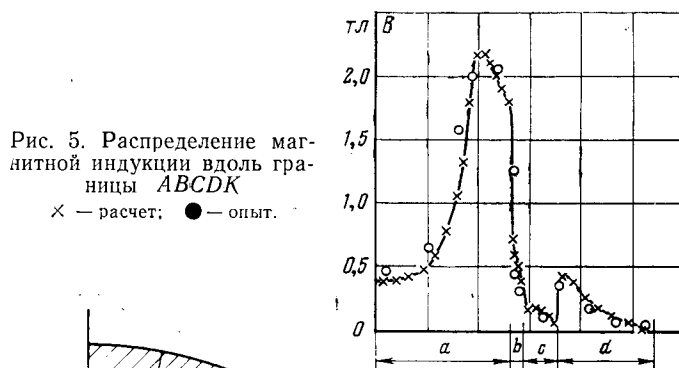


Рис. 5. Распределение магнитной индукции вдоль границы $ABCDK$
× — расчет; ● — опыт.

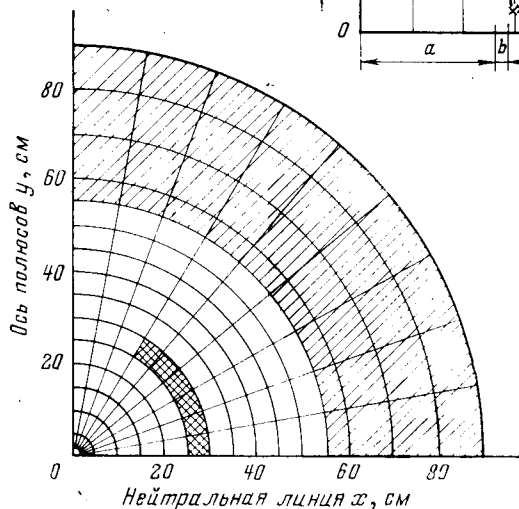


Рис. 6. Поперечное сечение магнитной системы криогенного генератора с нанесенной сеткой.

ническая сталь Э42). На рисунке эта часть области заштрихована. При решении учитывалась нелинейность зависимости $\mu=f(B)$. Остальная же часть магнитной системы не обладает ферромагнитными свойствами и однородна в магнитном отношении, поэтому детали в этой части магнитной системы для расчета не имеют значения и на рисунке опущены. Двойной штриховкой обозначена зона, занятая равномерно распределенным током. Предполагалось также, что в роторе имеется центральное отверстие диаметром 2 см.

Для расчета были приняты следующие граничные условия. На участке границы, совпадающем с осью полюсов (на рис. 5 совпадает с осью Oy), в качестве граничного условия для распределения магнитной индукции было принято условие симметрии первого рода. На внешней границе магнитной системы, а также вдоль границы центрального отверстия — условие невытекания магнитного потока. Вдоль участка границы, являющегося нейтральной линией (на рис. 5 совпадает с осью Ox), принималось условие отсутствия составляющей вектора \vec{B} вдоль этой границы.

Порядок расчета в данном случае был такой же, как в [Л. 3].

В результате проведенного расчета были получены распределения магнитной индукции в рассмат-

риваемой магнитной системе для различных плотностей тока в токовой зоне. В таблице приведено распределение модуля вектора магнитной индукции ($mл$) для плотности тока $j=7500 \text{ а/см}^2$ (в таблице приведены значения модуля вектора индукции для каждой из клеток сетки).

Внешняя граница

0,232	0,588	0,930	1,225	1,462	1,638	1,767	1,859	1,915	
0,486	0,712	0,981	1,250	1,474	1,654	1,794	1,891	1,932	
0,840	0,917	1,069	1,274	1,476	1,669	1,820	1,915	1,956	
1,145	1,157	1,202	1,301	1,461	1,673	1,843	1,936	1,982	
1,307	1,283	1,222	1,106	0,935	0,729	0,514	0,314	0,157	
1,453	1,431	1,371	1,248	1,062	0,842	0,620	0,422	0,287	
1,643	1,632	1,589	1,464	1,255	1,017	0,787	0,594	0,477	
1,893	1,912	1,928	1,811	1,555	1,287	1,045	0,856	0,749	
2,212	2,293	2,509	2,431	2,036	1,708	1,442	1,249	1,147	
2,563	2,704	3,085	2,907	2,174	1,667	1,284	1,000	0,837	
2,854	2,994	3,351	3,483	3,331	3,214	3,128	3,071	3,043	
3,023	3,093	3,212	3,267	3,236	3,195	3,158	3,132	3,118	
3,086	3,114	3,154	3,180	3,184	3,181	3,177	3,174	3,173	
3,049	3,066	3,096	3,129	3,161	3,191	3,217	3,237	3,247	
2,480	2,563	2,719	2,932	3,135	3,343	3,514	3,628	3,685	

Граница центрального отверстия

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тенетко Н. И., Черемисов И. Я. Модификация метода сеток для расчета электрических, магнитных и температурных полей в электрических машинах. — «Электричество», 1972, № 6.
2. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М., изд. АН СССР, 1951.
3. Черемисов И. Я., Тенетко Н. И., Корнилов В. И. Метод расчета характеристики намагничивания ярма статора двухполюсного турбогенератора. — «Электротехника», 1970, № 1.

[30.1.1974]

УДК 621.3.011.014.12.001.24

Эквивалентная индуктивность системы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» с учетом поверхностного эффекта

Инж. БАРАНОВ М. И., кандидаты техн. наук БЕЛЫЙ И. В. ХИМЕНКО Л. Т.

Харьковский политехнический институт

Одновитковый соленоид, отделенный относительно тонким изоляционным зазором от соосного замкнутого экрана, представляет собой электромагнитную систему, широко используемую при магнитно-импульсной обработке металлов, исследованиях ионизированной плазмы, генерации сверхсильных импульсных магнитных полей, высокочастотном индукционном нагреве [Л. 1—5].

Определение эквивалентной индуктивности системы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» при проявлении в ней явления поверхностного эффекта в [Л. 6 и 7] произведено для заданного момента времени $t = \frac{T}{4}$ (T — период изменения тока).

Исследования показали, что при строгом определении индуктивности системы для отдельных моментов времени она оказывается переменной величиной, изменяющейся от конечных значений до бесконечных. Последним соответствуют моменты времени $t = \frac{kT}{2}$ ($k=0, 1, 2, \dots$). Поэтому при поверхностном эффекте понятие индуктивности данной системы имеет смысл лишь как некоторой усредненной величины.

В [Л. 8] при условии резко выраженного поверхностного эффекта получены расчетные формулы для индуктивности системы массивных проводников «одновитковый соленоид — цилиндр», учитывающие протекание части тока вне области изоляционного зазора. Однако в диапазоне частот тока 5—100 кГц, обычно применяющихся при создании сильных импульсных магнитных полей, глубины проникновения электромагнитных волн в проводящие материалы соленоида и экрана оказываются соизмеримыми с величиной изоляционного зазора системы. По этой причине значение эквивалентной

индуктивности, рассчитанное в данном случае при условии резко выраженного поверхностного эффекта, может существенно отличаться от ее истинного значения.

Исследование рассматриваемой электромагнитной системы в предположении неподвижности ее элементов и установившегося процесса в металле позволяет значительно упростить расчет ее интегральных электрических параметров. Применимость подобных расчетов в устройствах, используемых при создании сильных импульсных магнитных полей, основывается на том, что обычно практический интерес представляет главным образом лишь первая полуволна получаемого магнитного поля, в интервале которой существенные перемещения экрана отсутствуют [Л. 9]. Кроме того, максимальное расхождение в значениях первых амплитуд напряженностей электромагнитного поля при импульсном и установившемся режимах лежит в пределах 13% [Л. 10].

Статья посвящена определению приближенных средних значений эквивалентной индуктивности системы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» за первый полупериод тока колебательного разряда конденсаторной батареи для различных геометрических форм с учетом поверхностного эффекта.

Допущения и метод расчета. На рис. 1 в разрезе изображен конический замкнутый экран 1, помещенный внутри конического одновиткового соленоида 2, по которому протекает ток i_0 разряда конденсаторной батареи. Угол у вершины конуса α . Диаметры верхнего и нижнего основания экрана соответственно D и d ; величина изоляционного зазора системы h ; толщина стенки соленоида a и стенки экрана b .

Ограничимся случаем, когда в системе слабо выражен краевой эффект, а аксиальная длина соленоида l равна длине замкнутого экрана. Магнитную проницаемость материалов

соленоида и экрана принимаем равной магнитной постоянной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ г/м}$.

Вводим следующие допущения:

1. Магнитный поток в изоляционном зазоре системы конической формы сохраняет в аксиальном направлении свое постоянное значение [Л. 11].

2. Глубины проникновения электромагнитного поля в материалы соленоида и экрана малы по сравнению с радиусами кривизны их поверхностей [Л. 6 и 7].

3. Величина изоляционного зазора системы h мала по сравнению с длиной соленоида $h \ll l$ и наружным радиусом экрана $h \ll d/2$ [Л. 7 и 8].

4. Толщина стенок соленоида a и экрана b выбраны такими, что, во-первых, волны поля, проникающие в материалы последних, «полностью» затухают, а, во-вторых, токи торцевых поверхностей системы пренебрежимо малы.

5. Токи соленоида i_c и экрана i_s равны по модулю и прямо противоположны по фазе [Л. 7].

В случае когда параметры колебательного контура, образованного конденсаторной батареей и рассматриваемой нами системой, постоянны, ток i_c изменяется по закону затухающей синусоиды [Л. 12]:

$$i_c = I_m \exp(-\delta t) \sin \omega t, \quad (1)$$

где I_m — начальное значение огибающей кривой тока; δ , ω — коэффициент затухания и круговая частота тока соответственно.

В практике создания сильных импульсных магнитных полей отношение δ/ω изменяется в пределах 0,1—0,3, тогда отклонение первого максимума кривой тока i_c от амплитуды первой гармоники составляет менее 1% [Л. 13]. В силу этого, закон изменения тока i_c в интервале первой полу волны можно представить в виде:

$$i_c = I_m \exp(j\omega t). \quad (2)$$

Если магнитные цепи контуров соленоида и экрана не содержат ферромагнитных материалов, то для собственного потокоцепления одного из них [Л. 14]

$$\Psi = L_k i_k, \quad (3)$$

где L_k — индуктивность контура; $i_k = i_c$ — мгновенное значение тока в контуре.

Кроме того, собственное потокоцепление контура [Л. 14]

$$\Psi = \frac{1}{i_c} \int \Phi di_c, \quad (4)$$

где di_c — элементарная трубка тока контура; Φ — поток магнитной индукции, сцепленный с элементарной трубкой тока.

Усредним выражения (3) и (4) в интервале первого полу периода гармонической функции тока:

$$\Psi_{cp} = \frac{L_k^1}{\pi} \int_0^\pi I_m \sin \varphi d\varphi = \frac{2L_k^1 I_m}{\pi}; \quad (5)$$

$$\Psi_{cp} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1}{i_c} \int \Phi di_c d\varphi, \quad (6)$$

где L_k^1 — среднее значение индуктивности контура за первый полупериод тока; $\varphi = \omega t$.

Из двух последних соотношений следует:

$$L_k^1 = \frac{1}{2I_m} \int_0^\pi \frac{1}{i_c} \int \Phi di_c d\varphi. \quad (7)$$

Сведем рассматриваемую систему к единому идеализированному контуру. Для этого, абстрагируясь от схемы соединения одновиткового соленоида с конденсаторной батареей, произведем вдоль аксиально направленной щели соленоида односторонний условный разрез системы. Соединив поверхности разреза экрана с противоположными сторонами щели соленоида двумя бесконечно близкими плоскими проводниками m и n (рис. 2), получим единый контур тока i_c . На рис. 2 представлено сечение идеализированного контура плоскостью, перпендикулярной координатной оси OY . Определение эквивалентной индуктивности системы «одновитковый соленоид — экран», согласно (7), сводится теперь к нахождению собственного и внешнего потокоцеплений полученного идеализированного контура.

Обычно при получении сильных и сверхсильных импульсных магнитных полей геометрические размеры системы «соле-

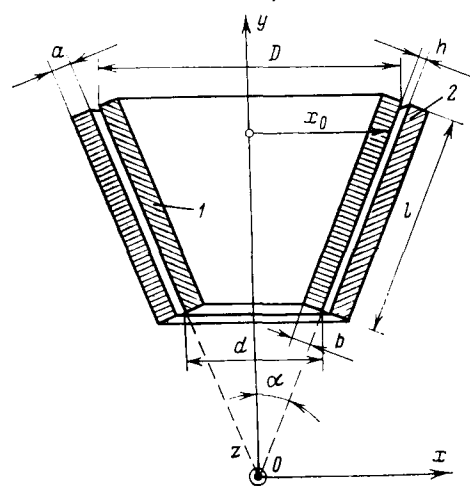


Рис. 1. Электромагнитная система конической формы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран».

ноид — экран» значительно меньше длин электромагнитных волн, распространяющихся вдоль ее токопроводов. Причем, в аксиальном направлении изоляционного зазора системы магнитное поле устанавливается практически мгновенно [Л. 14]. Поэтому при принятых допущениях для всей системы можно говорить о постоянстве мгновенного тока во всех ее сечениях, т. е. пренебречь фазовым запаздыванием электромагнитного процесса.

Первоначально определяем законы изменения напряженностей магнитного поля в изоляционном зазоре, материалах соленоида и экрана системы. Вырежем элементарный участок кольцевой формы изоляционного зазора длиной $\cos \alpha dy$ и площадью поперечного сечения $\pi \cos \alpha (2yh \sin \alpha + h^2)$. Магнитное сопротивление изоляционного зазора [Л. 14].

$$R_m = \frac{1}{\pi \mu_0} \int \frac{dy}{2yh \sin \alpha + h^2} = \frac{\ln \frac{D + h \cos \alpha}{d + h \cos \alpha}}{2\pi \mu_0 h \sin \alpha}. \quad (8)$$

Пренебрегая ничтожно малым магнитным сопротивлением пространства вне зазора, для потока магнитной индукции в зазоре системы имеем [Л. 7]:

$$\Phi_s = \frac{i_c}{R_m} = \frac{2\pi \mu_0 I_m h \sin \alpha \sin \varphi}{\ln \frac{D + h \cos \alpha}{d + h \cos \alpha}}. \quad (9)$$

Тогда выражение для амплитуды напряженности магнитного поля в зазоре приобретает вид:

$$H_{m0}(y) = \frac{2I_m h \tan \alpha}{\ln \frac{D + h \cos \alpha}{d + h \cos \alpha} (2yh \sin \alpha + h^2)}. \quad (10)$$

С учетом принятых допущений и системы координатных осей, законы изменения напряженностей магнитного поля

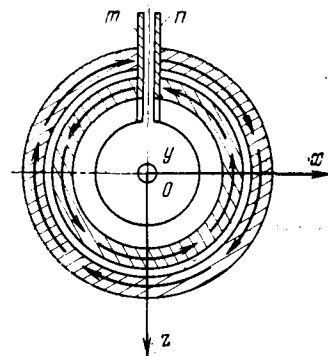


Рис. 2. Поперечное сечение элементов идеализированного контура системы.

в материалах соленоида и экрана запишем соответственно следующим образом [Л. 14]:

$$H_c = H_{m0}(y) \exp \left(-\frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} \right) \sin \left(\varphi - \frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} \right); \quad (11)$$

$$H_s = H_{m0}(y) \exp \left(-\frac{x_0 \cos \alpha - x \cos \alpha}{\Delta_s} \right) \sin \left(\varphi - \frac{x_0 \cos \alpha - x \cos \alpha}{\Delta_s} \right), \quad (12)$$

где $\Delta_c = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma_c}}$, $\Delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma_s}}$ — глубины проникновения электромагнитного поля в материал соленоида и экрана соответственно; γ_c , γ_s — удельные электропроводности материалов соленоида и экрана соответственно; $x_0 = y \cos \alpha \sin \alpha$ — значение координаты x на наружной поверхности экрана.

Внешняя индуктивность системы. Внешняя индуктивность рассматриваемой системы определяется потоком магнитной индукции в изоляционном зазоре между соленоидом и экраном. Выделим в системе элементарный ток

$$di_c = \frac{2I_m h \sin \alpha \sin \varphi dy}{\ln \frac{D+h \cos \alpha}{d+h \cos \alpha} (2yh \sin \alpha + h^2)}. \quad (13)$$

Согласно рис. 2 внутренняя область контура элементарного тока di_c пронизывается потоком Φ_b . Из (2), (7), (9) и (13) для внешней индуктивности системы конической формы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» получаем:

$$L_{kb}^1 = \frac{2\pi \mu_0 h \sin \alpha}{\ln \frac{D+h \cos \alpha}{d+h \cos \alpha}}. \quad (14)$$

Внутренние индуктивности соленоида и экрана системы. Используя первое уравнение Максвелла и выражения (11), (12), для плотностей токов соответственно в материалах соленоида и экрана имеем:

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{2} H_{m0}(y) \exp \left(-\frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} \right)}{\Delta_c} \times \sin \left(\varphi - \frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} + \frac{\pi}{4} \right); \quad (15)$$

$$\sigma_s = -\frac{\sqrt{2} H_{m0}(y) \exp \left(-\frac{x_0 \cos \alpha - x \cos \alpha}{\Delta_s} \right)}{\Delta_s} \times \sin \left(\varphi - \frac{x_0 \cos \alpha - x \cos \alpha}{\Delta_s} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (16)$$

Для определения составляющих частей потокоцепления внутреннего магнитного поля соленоида с его объемным током выделим на расстоянии x от оси конусов элементарную площадку продольного осевого сечения соленоида. Выражение для тока элементарной площадки примет вид:

$$di_c = \sigma_c \cos^2 \alpha dx dy. \quad (17)$$

Выделив на расстоянии x от оси конусов системы кольцевую трубку с поперечным сечением $ds_c = 2\pi x \cos \alpha dx$, запишем с учетом (11) выражение для внутреннего потока магнитной индукции, сцепленного с элементом тока di_c

$$\Phi_c = 2\pi \mu_0 \cos \alpha H_{m0}(y) \int_{x_0 + \frac{h}{\cos \alpha}}^x \exp \left(-\frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} \right) \times \sin \left(\varphi - \frac{x \cos \alpha - x_0 \cos \alpha - h}{\Delta_c} \right) x dx. \quad (18)$$

Из (7), (17) и (18) для внутренней индуктивности соленоида получим:

$$L_{k.c}^1 = \frac{\cos^2 \alpha}{2f_m^2} \int_0^\pi \sin^{-1} \varphi \int_{\frac{d}{\sin 2\alpha}}^{\frac{D}{\sin 2\alpha}} dy \int_{x_0 + \frac{h}{\cos \alpha}}^{x_0 + \frac{h+a}{\cos \alpha}} \sigma_c \Phi_c dx d\varphi. \quad (19)$$

Так как электромагнитные волны при проникновении в глубь материала соленоида полностью затухают, мы вправе при интегрировании выражения (19) опустить члены, содержащие множитель $\exp \left(-\frac{a}{\Delta_c} \right)$. Уже для $a=5\Delta_c$ амплиту-

да напряженности магнитного поля в металле составляет 0,67% от ее значения на внешней поверхности проводника. Для реальных систем $a > 5\Delta_c$. Поэтому практически погрешность, вносимая в расчет индуктивности неучетом членов, включающих множитель $\exp \left(-\frac{a}{\Delta_c} \right)$ близка к нулю. Окон-

чательно для внутренней индуктивности одновиткового соленоида системы конической формы имеем:

$$L_{k.c}^1 = \frac{\pi \mu_0 \Delta_c \sin \alpha}{\ln \frac{D+h \cos \alpha}{d+h \cos \alpha}}. \quad (20)$$

Аналогично (20) получаем выражение и для внутренней индуктивности экрана системы

$$L_{k.s}^1 = \frac{\pi \mu_0 \Delta_s \sin \alpha}{\ln \frac{D+h \cos \alpha}{d+h \cos \alpha}}. \quad (21)$$

Итак, эквивалентная индуктивность системы конической формы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран»

$$L_{c.k}^1 = L_{kb}^1 + L_{k.c}^1 + L_{k.s}^1 = \frac{2\pi \mu_0 \sin \alpha}{\ln \frac{D+h \cos \alpha}{d+h \cos \alpha}} \left(h + \frac{\Delta_c + \Delta_s}{2} \right). \quad (22)$$

Соответственно для цилиндрической и дисковой форм системы выражение (22) запишется как

$$L_{c.c}^1 = \frac{\pi \mu_0 (d+h)}{l} \left(h + \frac{\Delta_c + \Delta_s}{2} \right); \quad (23)$$

$$L_{c.d}^1 = \frac{2\pi \mu_0}{\ln \frac{D}{d}} \left(h + \frac{\Delta_c + \Delta_s}{2} \right). \quad (24)$$

Согласно [Л. 6 и 7] коэффициенты, стоящие в (22) перед глубинами проникновения поля в материалы соленоида и экрана системы, равны 3/8, что, как указывалось выше, обусловлено тем, что индуктивность системы была определена лишь для момента первого максимума напряженности магнитного поля.

По полученным формулам при длительности первой полу волны разрядного тока i_c равной $5 \cdot 10^{-5}$ сек, был проведен расчет эквивалентных индуктивностей для конических, цилиндрических и дисковых форм рассматриваемой системы. Материалом соленоида и экрана служила медь. Варьирование геометрических параметров системы производилось в пределах: $d = (250-500) \cdot 10^{-3}$ м; $\frac{D}{d} = 1,0-1,3$; $h = (1-5) \cdot 10^{-3}$ м.

Заданное ограничение: $l = 40 \cdot 10^{-3}$ м; $a = b = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м. Усредненные за первый полупериод разрядного тока значения индуктивностей были сопоставлены с величинами индуктивностей, полученными опытным путем при установившемся режиме переменного тока. Экспериментальная проверка предложенной методики расчета индуктивности была проведена на мосте переменного тока с классом точности 0,1 при циклической частоте $f = 10^4$ гц. Расхождение расчетных данных с опытными составило 3-7%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Паркинсон Д. М., Малхолл Б. Получение сильных магнитных полей. М., Атомиздат, 1971, 198 с.
2. Фертик С. М., Белый И. В. Магнитно-импульсная обработка металлов. — «Энергетика и электротехническая промышленность», 1964, № 2.

3. Putnam T. M., Kemp E. L. The energy storage system for a 3,5-megajoule magnetic compression experiment.— «IRE Trans. Nucl. Sci.», 1962, 9, № 2.
4. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972, 391 с.
5. Бабат Г. И. Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. М.—Л., «Энергия», 1965, 552 с.
6. Dietz H., Lippmann H., Schenk H. Theorie des Magnetform — Verfahrens: Erreichbarer Druck.— «ETZ-A», Bd. 88, 1967, H. 9.
7. Брон О. Б., Сегаль А. М. Давление на детали различной формы при магнитно-импульсной обработке металлов.— «Изв. вузов. Электромеханика», 1969, № 9.
8. Шнейерсон Г. А. Магнитное поле одновиткового соленоида, расположенного соосно с цилиндром или вблизи плоскости.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1969, № 2.
9. Брон О. Б., Елечурин В. П. Распределение давления и просачивание магнитного поля через деталь при магнитно-

импульсной обработке.— «Изв. вузов. Электромеханика», 1968, № 11.

10. Михайлов В. М. О распространении импульсного электромагнитного поля в системе «индуктор—обрабатываемая деталь».— «Вестник Харьковского политехнического института. Магнитно-импульсная обработка металлов», 1971, вып. 1.

11. Брон О. Б., Сегаль А. М. Многовитковые индукторы различной формы при магнитно— импульсной обработке деталей.— «Электротехника», 1971, № 3.

12. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. М.—Л., «Энергия», 1966, т. 1, с. 522.

13. Хименко Л. Т. Основные электрические соотношения в индукторе с концентратором магнитного поля.— «Вестник Харьковского политехнического института. Магнитно-импульсная обработка металлов», 1971, вып. 1.

14. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. М.—Л., «Энергия», 1966, т. 2, 407 с.

[25.1.1974]

УДК 621.3:538.3

Переходный процесс в электрической цепи с одновитковой катушкой из массивного провода, содержащей сердечник

Канд. техн. наук МИХАЙЛОВ В. М.

Харьков

В различных устройствах импульсной высокочастотной техники применяются катушки, выполненные из массивного провода и содержащие сердечники из хорошо проводящего материала. Одной из задач при проектировании таких устройств является анализ переходного процесса в цепи с учетом поверхностного эффекта в катушке и сердечнике. Подобные задачи были рассмотрены ранее для катушек из тонкого провода, в котором поверхностный эффект не учитывался [Л. 1—5]. В данной работе предлагается методика анализа переходного процесса в цепи одновитковой катушки из массивного провода для частного случая, когда поверхностный эффект в катушке проявляется резко.

Рассмотрим контур источника напряжения $u(t)$, содержащий массивную одновитковую цилиндрическую катушку из материала с постоянными магнитной проницаемостью μ_1 и удельной электропроводностью γ_1 (рис. 1). Внутри катушки, соосно с ней, помещен сплошной цилиндрический сердечник, имеющий радиус R_1 , из материала с постоянными магнитной проницаемостью μ_2 и удельной электропроводностью γ_2 . Зазор между катушкой и сердечником значительно меньше R_1 , а длина сердечника, равная длине катушки, $b \gg R_1$. Выводы катушки для подсоединения к источнику выполнены в виде плоских шин cd и fg , разделенных воздушным промежутком. Ширина этого промежутка h такова, что он практически не искажает осевую симметрию магнитного поля в зазоре. Токотвод к выводам катушки осуществляется равномерно со стороны их торцов.

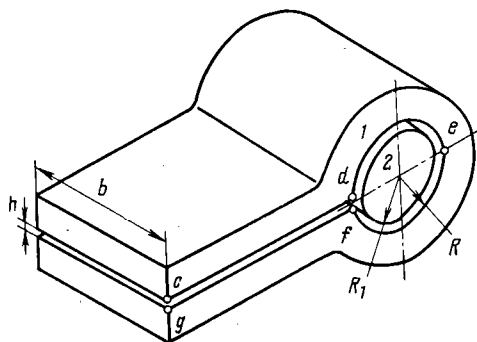


Рис. 1. Расчетная конструкция одновитковой катушки из массивного провода, внутри которой помещен сплошной сердечник.

1 — катушка, 2 — сердечник,

Пусть в катушке резко проявляется поверхностный эффект и волны электромагнитного поля в ее материале близки к плоским. Тогда краевые эффекты в системе «катушка — сердечник» проявляются незначительно, а магнитное поле в зазоре между катушкой и сердечником, в воздушном промежутке между выводами и в материале катушки близко к плоскому. Будем считать также, что размеры контура много меньше длины электромагнитной волны в диэлектрике вдоль проводников, а поверхностный эффект существенно проявляется только в катушке и сердечнике.

Полное операторное сопротивление контура можно представить в виде следующих четырех различных выражений:

$$\begin{aligned} Z_{\Sigma}(p) &= r_c + pL_c + \begin{cases} Z(p) + Z_1(p); & (1) \\ Z(p) + \frac{1}{Y_1(p)}; & (2) \\ \frac{1}{Y(p)} + \frac{1}{Y_1(p)}; & (3) \\ \frac{1}{Y(p)} + Z_1(p). & (4) \end{cases} \end{aligned}$$

где r_c , L_c — суммарные активное сопротивление и индуктивность элементов контура, в которых не проявляется поверхностный эффект (часть индуктивности L_c характеризует также суммарный магнитный поток в зазоре между катушкой и сердечником и в промежутке между выводами); $Z(p)$, $Z_1(p)$ — операторные внутренние сопротивления катушки и сердечника; $Y(p)$, $Y_1(p)$ — операторные проводимости катушки и сердечника.

Операторные сопротивления $Z(p)$ и $Z_1(p)$ равны:

$$\begin{aligned} Z(p) &= \frac{1}{Y(p)} = \frac{\mathcal{L} \left\{ \int_{cdefg} E_{1s}(i) dl \right\}}{I(p)}; \\ Z_1(p) &= \frac{1}{Y_1(p)} = \frac{\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Phi}{dt} \right\}}{I(p)}, \end{aligned}$$

где $E_{1s}(i)$ — напряженность электрического поля на поверхности катушки, обращенной к сердечнику; dl — элемент длины контура $cdefg$; Φ — магнитный поток в сердечнике (если сердечник выполнен в виде трубы, то величина Φ включает в себя магнитный поток, пронизывающий как сердечник, так и воздушную полость внутри него); $I(p) \doteq i(t)$; $i(t)$ — ток

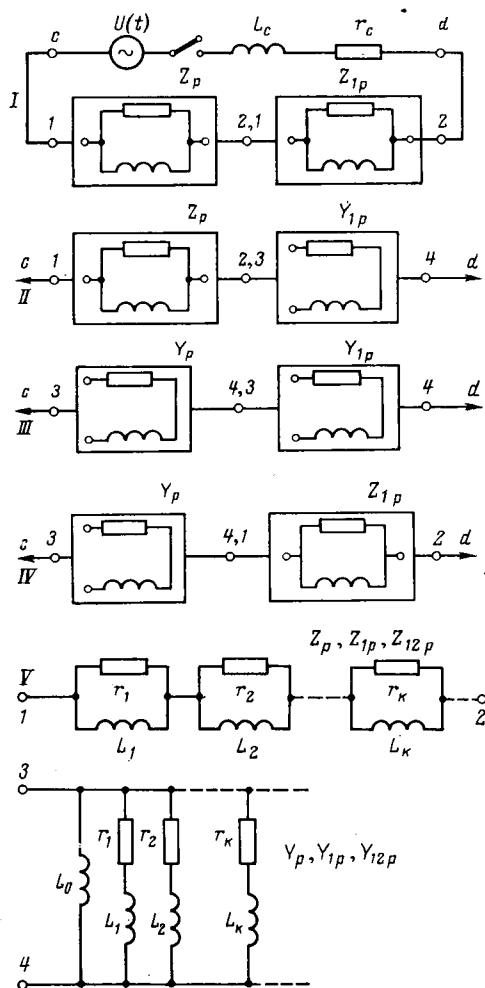


Рис. 2. Схемы для анализа переходных процессов в контуре, содержащем катушку с сердечником.

Условные обозначения частей схем I—IV, соответствующих величинам $Z(p)$, $Z_1(p)$, $Y(p)$, $Y_1(p)$, поясняются с помощью цепей V и VI.

в контуре; \mathcal{L} — изображение по Лапласу выражения в фигурных скобках.

В работе автора [Л. 6] была показана возможность реализации $Z(p)$ и $Y(p)$ для рассматривавшегося случая в виде цепей V и VI (рис. 2). Кроме того, как будет пояснено ниже, $Z_1(p)$ и $Y_1(p)$ также удастся реализовать в виде этих цепей. Следовательно, анализ переходного процесса в контуре, содержащем систему «катушка — сердечник», согласно формулам (1) — (4) сводится к анализу переходного процесса в одной из схем I—IV, показанных на рис. 2. Рассмотрим некоторые практические случаи.

Сплошной или полый сердечник в условиях резкого поверхностного эффекта. Подобно тому, как это сделано для катушки из массивного провода в работе [Л. 6], представим в следующем виде операторное сопротивление $Z_1(p)$:

$$Z_1(p) = -j l_2 \sqrt{\frac{p \mu_2}{\gamma_2}} \frac{J_1(j R_{2\pi} \sqrt{p \mu_2 \gamma_2})}{J_0(j R_{2\pi} \sqrt{p \mu_2 \gamma_2})}, \quad (5)$$

где $l_2 = 2\pi R_1$; J_0 , J_1 — функции Бесселя первого рода; $R_{2\pi}$ — фиктивный радиус.

Величина $R_{2\pi}$ может принимать любые значения, удовлетворяющие условию

$$R_{2\pi} \gg \Delta_2, \quad (6)$$

где Δ_2 — глубина проникновения поля в материал сердечника¹.

¹ Здесь и в дальнейшем под глубиной проникновения поля понимается величина, равная глубине проникновения плоской волны синусоидального магнитного поля в проводник

Формула (5) позволяет реализовать операторные сопротивление и проводимость сердечника в виде цепей V и VI (рис. 2) со следующими параметрами:

$$L_k = \frac{2\mu_2 l_2 R_{2\pi}}{b x_k^2}; \quad r_k = \frac{2l_2}{b \gamma_2 R_{2\pi}} = \text{const}; \quad (7)$$

для цепи VI

$$L_0 = L_k = \frac{\mu_2 l_2 R_{2\pi}}{2b} = \text{const}; \quad r_k = \frac{l_2 y_k^2}{2b \gamma_2 R_{2\pi}}, \quad (8)$$

где x_k , y_k — нули функций J_0 , J_1 соответственно [Л. 8].

Поскольку значение $R_{2\pi}$ выбирается произвольно, то его можно всегда подобрать так, чтобы удовлетворялись условия

$$R_{2\pi} \sqrt{\mu_2 \gamma_2} = R_{1\pi} \sqrt{\mu_1 \gamma_1}, \quad R_{1\pi} \gg \Delta_1, \quad (9)$$

где $R_{1\pi}$ — фиктивный радиус для расчета параметров цепей заменяющих катушку [Л. 6]; Δ_1 — глубина проникновения поля в материал катушки.

Условия (9) существенно упрощают решение задачи. Действительно, используя эти условия, сумму операторных сопротивлений катушки и сердечника можно преобразовать следующим образом:

$$Z_{12}(p) = Z(p) + Z_1(p) = -j l_2 \sqrt{\frac{p \mu_2}{\gamma_2}} \left(1 + \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{\mu_1 \gamma_2}{\mu_2 \gamma_1}} \right) \frac{J_1(j R_{2\pi} \sqrt{p \mu_2 \gamma_2})}{J_0(j R_{2\pi} \sqrt{p \mu_2 \gamma_2})}. \quad (10)$$

Выражение (10) дает возможность реализовать $Z_{12}(p)$ в виде цепей V и VI. Параметры этих цепей, как следует из сопоставления выражений (5) и (10), могут быть рассчитаны по формулам (7) и (8), если в последних l_2 заменить величиной

$$l_{12} = l_2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{\mu_1 \gamma_2}{\mu_2 \gamma_1}} \right).$$

Полый сердечник, выполненный в виде трубы; волны поля в материале сердечника близки к плоским. В работе [Л. 5] для этого случая анализ переходного процесса выполнен без учета поверхностного эффекта в катушке. Операторная проводимость, характеризующая электромагнитные процессы в сердечнике, была реализована при этом в виде цепи V (рис. 2). Используя эти результаты, а также результаты работы [Л. 6] при решении задачи можно использовать схемы II и III.

Для реализации схем I и IV введем операторное сопротивление полого сердечника, используя соответствующие записи из работы [Л. 9]. Опуская несложные промежуточные действия, приведем окончательный результат:

$$Z_1(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p L_k r_k}{p L_k + r_k}, \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} L_k &= \frac{2\mu_2 l_2 d}{b z_k} G(z_k); \quad r_k = \frac{2l_2}{\gamma_2 b d} G(z_k); \\ G(z_k) &= \left(1 + \frac{\frac{R_1}{2d}}{1 + \left(\frac{R_1}{2d} z_k \right)^2} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

d — толщина сердечника; z_k — корни трансцендентного уравнения $z_k \operatorname{tg} z_k = \frac{2d}{R_1 - d}$, табулированные в [Л. 10].

Формула (11) дает возможность реализовать $Z_1(p)$ для полого сердечника в виде цепи V и перейти к схемам I и IV.

Сплошной сердечник; волны электромагнитного поля, проникающего в материал сердечника, являются цилиндрическими. В этом случае для расчета параметров цепей, заменяющих сердечник, используются формулы, приведенные в работах [Л. 1, 4].

[Л. 7], причем полупериод синусоиды равен длительности полу волны кривой тока в контуре.

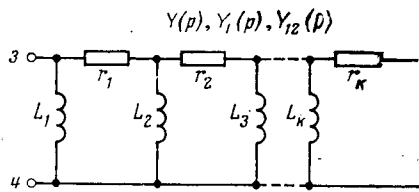


Рис. 3. Цепочечная схема для реализации операторной проводимости катушки и сердечника.

Обозначения выводов соответствуют обозначениям частей схем на рис. 2.

Применение цепочечных схем. Используя метод Кауэра [Л. 7], можно реализовать $Y(p)$ и $Y_1(p)$ для всех рассмотренных случаев в виде цепочечной схемы (рис. 3). Такая форма реализации полезна при анализе процессов в контурах, имеющих аналогичную схемную структуру. Приведем здесь лишь результаты для сплошного сердечника и катушки. Операторную проводимость сердечника в этом случае можно представить в виде следующей цепной дроби:

$$Y_1(p) = \frac{1}{pL_1} + \frac{1}{r_1 + \frac{1}{\frac{1}{pL_2} + \dots + \frac{1}{r_k + \frac{1}{\frac{1}{pL_{k+1}} + \dots}}}}, \quad (13)$$

где

$$L_k = \frac{\mu_2 R_{2\pi} l_2}{2(2k-1)b}; \quad r_k = \frac{4l_{2k}}{bR_{2\pi}\gamma_2}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (14)$$

При цилиндрических волнах в формулах (14) необходимо заменить $\frac{R_{2\pi} l_2}{2}$, $\frac{l_2}{R_{2\pi}}$ величинами πR_1^2 , 2π . Аналогичным образом можно преобразовать величину $Y(p)$; при этом в формулах (14) величины μ_2 , γ_2 , l_2 , $R_{2\pi}$ заменяются соответственно величинами μ_1 , γ_1 , l_1 , $R_{1\pi}$.

Таким образом, использование описанной цепочечной схемы позволяет применить при анализе переходных процессов кроме схем и цепей, показанных на рис. 2, еще четыре схемы: три из них получаются из схем II—IV (рис. 2) заменой частей схем, соответствующих $Y(p)$ и $Y_1(p)$, цепочечными схемами; кроме того, при выполнении условий (6), (9) цепочечная схема может быть использована непосредственно.

Пример расчета. В качестве примера рассмотрим разряд конденсатора емкостью C , предварительно заряженного до напряжения U_0 , на одновитковую катушку из массивного провода с сердечником, в котором резко проявляется поверхностный эффект. При решении задачи используем схему V (рис. 2). Введем следующие безразмерные величины:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\gamma_2 C} \left(\frac{l_{12}}{b} \right)^2}}; \quad i^* = \frac{i}{I_0}; \quad i_k^* = \frac{i_k}{I_0};$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\gamma_2} \left(\frac{l_{12} C}{b} \right)^2}; \quad t^* = \frac{t}{t_0}; \quad d_0 = \sqrt{\frac{l_{12} C}{\mu_2 b \gamma_2}};$$

$$r^* = 2 \left(\frac{R_{2\pi}}{d_0} \right)^{-1}; \quad r_c^* = \frac{r_c C}{t_0}; \quad r_k^* = x_k^2 \left(\frac{R_{2\pi}}{d_0} \right)^{-2};$$

$$L' = \frac{l_{12}}{b} \sqrt{\frac{l_{12} C}{b} \left(\frac{\mu_2}{\gamma_2} \right)^2};$$

$$L_k^* = 2 \frac{R_{2\pi}}{d_0} \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{x_k^2}; \quad u^* = \frac{u}{U_0},$$

где u — мгновенное значение напряжения на конденсаторе; i_k — контурный ток в k -м элементе цепи V (рис. 2).

Система уравнений, описывающих переходный процесс в контуре, может быть представлена в виде:

$$\frac{di^*}{dt^*} = - \frac{1}{\frac{L_c}{L'} + L_k^*} \left[(r_c^* + nr^*)i^* + u^* - r^* \sum_{k=1}^n i_k^* \right]; \quad (15)$$

$$\frac{di_k^*}{dt^*} = r_k^* (i^* - i_k^*), \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad (16)$$

$$\frac{du^*}{dt^*} = i^*. \quad (17)$$

Начальные условия:

$$i^*(0) = i_k^*(0) = 0, \quad u^*(0) = -1. \quad (18)$$

Как следует из первой формулы (7), индуктивности L_k уменьшаются приблизительно пропорционально k^{-2} , что позволяет, во-первых, ограничиться некоторым числом n звеньев цепи V и, во-вторых, учесть влияние остальных звеньев введением индуктивности L_0 [Л. 6]. Решение системы уравнений (15)—(17) с дополнительными условиями (18) легко реализуется на ЦВМ методом Рунге-Кутты. На рис. 4 приведены зависимости тока в разрядном контуре от времени при $r_c = 0$ и различных значениях L_c/L' .

Для отладки программы счета, выбора величины $R_{2\pi}$ и числа n был рассмотрен частный случай, когда ширина зазоров между катушкой и сердечником, а также между выводами катушки исчезающе мала, и $r_c = 0$, $\mu_1 = \mu_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$. К этому частному случаю применимо аналитическое решение, полученное в работе [Л. 11]. Некоторые результаты расчета i^* представлены в таблице.

Данные таблицы полностью совпадают (с учетом погрешностей и изменения масштабов) с известными результатами [Л. 11], что подтверждает правильность методики решения задачи в целом. Кроме того, эти данные иллюстрируют интересное свойство этой методики — возможность произвольного выбора значения $R_{2\pi}$ в пределах соотношений (6) и (9). Действительно, в широком диапазоне изменения $R_{2\pi}$ значения i^* отличаются друг от друга не более, чем на несколько процентов.

Выбор величины $R_{2\pi}$ определяется тем, что с увеличением $R_{2\pi}$ может быть повышена точность расчета, так как более точно соблюдаются условия плоской волны поля, но для обеспечения одной и той же точности расчета необходимо принять большее n , т. е. увеличить объем вычислительной работы.

Желательное увеличение n связано с тем, что влияние k -го звена цепи V на ход процесса приблизительно пропорционально $(R_{2\pi}/k)^2$, что следует из формул (7); поэтому при одних и тех же значениях k это влияние тем сильнее, чем больше $R_{2\pi}$. Например, для $i^* = 0,730$ при $R_{2\pi}/d_0 = 30$ и $t^* = 0,6$ потребовалось $n = 30$, а при $R_{2\pi}/d_0 = 40$ — $n = 40$ (см. таблицу). Данные таблицы рекомендуются для выбора $R_{2\pi}$ и n в практических расчетах. При использовании этих данных следует иметь в виду, что относительная погрешность результатов при $n = 50$ не превосходит 1%. Предварительная проверка выполнения условий (6) и (9) может быть сделана с помощью

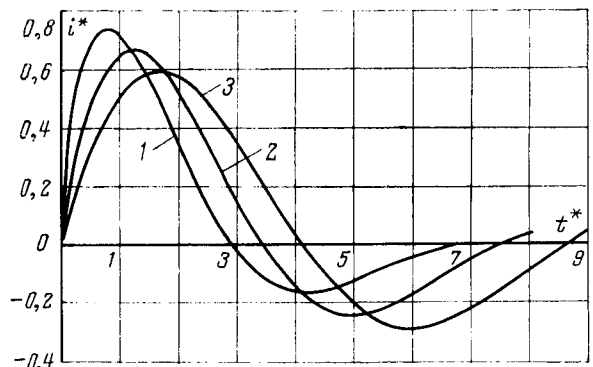


Рис. 4. Ток в разрядном контуре конденсатора, содержащем систему «катушка — сердечник».

$L_c/L' = 0,1$ (кривая 1); $L_c/L' = 0,5$ (кривая 2); $L_c/L' = 1,0$ (кривая 3).

приближенных методов анализа переходных процессов, например [Л. 12].

При реализации схем I—IV, а также цепи VI все отмеченные для схемы V свойства и рекомендации сохраняются, так как характер относительного изменения параметров этих схем один и тот же, что следует из формул (7), (8), (12), (14). Естественно, что для схем I—IV общее число звеньев, заменяющих систему «катушка — сердечник», вдвое больше, чем в рассмотренном примере и цепи VI. Схемы I и III, с точки зрения упрощения алгоритма счета на ЦВМ, предпочтительнее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокер Т. Г. О переходных процессах в цепях с массивными сердечниками. — «Электричество», 1941, № 5, с. 52—55.
2. Пеккер И. И. О влиянии вихревых токов на времена трогания и отпущения бронзового электромагнита с массивным сердечником. — «Электричество», 1953, № 12, с. 50—54.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1972, 736 с.
4. Агаронян Г. Н., Юринов В. М. Исследование переходных процессов в электрических цепях, содержащих катушки с массивными сердечниками. — «Труды Ленинградского политехнического института им. М. И. Калинина», № 273. М.—Л., «Энергия», 1966, с. 119—124.
5. Новгородцев А. Б., Шнеерсон Г. А. Переходные процессы и электродинамические усилия в системе соленоид — замкнутый экран. — «Труды Ленинградского политехнического института», № 273, М.—Л., «Энергия», 1966, с. 139—151.

6. Михайлов В. М. Переходный процесс в разрядном контуре конденсатора с массивным одновитковым соленоидом. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1974, № 2, с. 79—85.

7. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. М.—Л., «Энергия», 1966, 929 с.

8. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М., «Наука», 1964, 344 с.

9. Михайлов В. М. О распространении импульсного электромагнитного поля в системе «индуктор — обрабатываемая деталь». — «Вестник Харьковского политехнического института», № 53. Изд. Харьковского госуниверситета, 1971, с. 15—23.

10. Карслоу Г. и Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964, 487 с.

11. Новгородцев А. Д., Шнеерсон Г. А. О разряде конденсатора на идеальный бифиляр, образованный массивными проводниками. — «Известия вузов. Энергетика», 1965, № 12, с. 96—98.

12. Михайлов В. М., Фертик С. М. Определение параметров импульсов тока в сложных индукторных системах для обработки металлов давлением импульсного магнитного поля. — «Известия вузов. Энергетика», 1970, № 7, с. 39—44.

[12.3.1974]

УДК 621.313.3.045.025.4.013.1

Намагничивающая сила симметричных многофазных обмоток с максимальным распределением

ПОДРЕЗ В. М.

Ленинград

Рассматривается класс симметричных обмоток с таким распределением стержней (пазов) по фазам, при котором достигается максимально возможное значение э. д. с. фазы для данного числа пазов на полюс и фазу. Такие обмотки именуются коротко обмотками с максимальным распределением.

Намагничивающая сила двухслойной обмотки может быть представлена рядом Фурье:

$$F = -\frac{2\omega}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{yn}}{n} \sum_{k=0}^{z-1} i_k \cos n \left(\varphi_k + \frac{1}{2} \Phi - \varphi \right), \quad (1)$$

где $k_{yn} = \sin n \frac{\Phi}{2}$ — коэффициент смещения слоя (сокращения

шага); z — число пазов (стержней) статора (ротора); Φ — радиальный угол, занимаемый катушкой, или угол смещения слоя; i_k — ток стержня k одного слоя или катушки с числом витков ω ; φ_k — угол стержня k (координата тока i_k); $\varphi \in [0, 2\pi]$ — текущая координата.

Пусть $2p$ — число полюсов; m — число фаз; $k_\Phi = k'_\Phi m$ — число фазных групп на пару полюсов; $k_\Phi^1 = 1$ для m -зонных обмоток; $k'_\Phi = 2$ для $2m$ -зонных обмоток; $g = k_\Phi p$ — число полюсно-фазных групп в обмотке; $\gamma = \frac{2\pi}{k_\Phi}$ — угол фазной зоны;

$q = \frac{z}{2pt} = \frac{\mu d}{\mu c} = \frac{d}{c}$ — число пазов на полюс и фазу; $q_0 = \frac{z}{g} = \frac{\mu_0 d_0}{\mu_0 c_0} = \frac{d_0}{c_0}$ — число пазов на полюсно-фазную группу;

d_0 и c_0 — взаимно простые числа; d и c — взаимно простые числа; c и m — взаимно простые числа.

Можно доказать, что $2q = k'_\Phi q_0$, μ_0 кратно m , $\mu_0 c_0$ кратно k_Φ ($p = \frac{\mu_0 c_0}{k_\Phi}$). Можно доказать также, что условие симметрии обмоток (c и m — взаимно простые числа) равносильно условию: c_0 и m — взаимно простые числа.

Нетрудно доказать, что для симметричных обмоток с максимальным распределением номер N полюсно-фазной группы зависит от номеров ей принадлежащих стержней k следующим образом:

$$N = \left[\frac{k'_\Phi k}{2q} \right] = \left[\frac{k}{q_0} \right] = \left[\frac{kc_0}{d_0} \right], \quad (2)$$

где $N \in [0, g-1]$, $k \in [0, z-1]$; квадратные скобки здесь и в дальнейшем означают целую часть числа, заключенного в них.

Пусть симметричная m -фазная обмотка питается симметричной системой токов:

$$I_r = I \sin \left[\omega t + (r-1) \frac{2\pi}{k_\Phi} + \alpha_0 \right], \quad r \in [1, m],$$

где I — амплитуда тока фазы; ω — круговая частота; t — время; α_0 — начальная фаза.

Нетрудно доказать, что ток любого стержня полюсно-фазной группы N можно представить в виде:

$$I'_N = I \sin \left(\omega t + N \frac{2\pi}{k_\Phi} + \alpha_0 \right), \quad N \in [0, g-1], \quad (3)$$

где, как следует из (2) и (3), выражение для тока любого стержня k симметричных обмоток с максимальным распределением можно записать:

$$i_k = I \sin \left(\omega t + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \frac{2\pi}{k_\Phi} + \alpha_0 \right), \quad k \in [0, z-1]. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1), получим:

$$F = -\frac{\omega I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} k_{yn} (S_{1n} + S_{2n}) = -\frac{\omega I}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} k_{yn} S_{2n}, \quad (5)$$

где

$$S_{in} = \sum_{k=1}^{z-1} \sin \left(\omega t + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \frac{2\pi}{k_\Phi} + \alpha_0 + (-1)^i n \varphi_k + \right. \\ \left. + (-1)^i n \frac{\Phi}{2} + (-1)^i n \varphi \right), \quad (i=1, 2). \quad (6)$$

Сумма Σ' в (5) распространяется на все n , кроме $n=0$. Так как стержни (пазы) распределены по окружности равномерно, то $\varphi_k = \frac{2\pi}{z} k$, и для (6) получим:

$$S_{2n} = \sum_{k=1}^{z-1} \sin \left(k\beta + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \gamma + \alpha \right), \quad (7)$$

где

$$\beta = \frac{2\pi n}{z} = \frac{2\pi n}{\mu_0 d_0}, \quad \gamma = \frac{2\pi}{k_\Phi}, \quad \alpha = \omega t + \alpha_0 + n \frac{\Phi}{2} + n \varphi. \quad (8)$$

Применяя формулу (П-11) приложения к сумме (7), найдем:

$$S_{2n} = \frac{\sin \frac{1}{2} \mu_0 (d_0 \beta + c_0 \gamma)}{\sin \frac{1}{2} (d_0 \beta + c_0 \gamma)} \frac{\sin \frac{1}{2} d_0 (y_0 \beta + x_0 \gamma)}{\sin \frac{1}{2} (y_0 \beta + x_0 \gamma)} \times \\ \times \sin \left[\frac{1}{2} (\mu_0 - 1) (d_0 \beta + c_0 \gamma) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (d_0 - 1) (y_0 \beta + x_0 \gamma) + \alpha \right]. \quad (9)$$

Из вышеприведенного следует, что $c_0 \mu_0 \gamma = 2\pi p$, тогда величина $\frac{1}{2} \mu_0 (d_0 \beta + c_0 \gamma) = \pi n + \pi p$ кратна π , и поэтому числитель первого сомножителя (9) всегда равен нулю. Сумма S_{2n} может быть отлична от нуля только в случае, когда и знаменатель равен нулю, т. е. когда величина $\frac{1}{2} (d_0 \beta + c_0 \gamma)$ кратна π , иначе говоря, когда величина $\frac{n+p}{\mu_0} = \bar{n}$ — целому числу (ц. ч.).

Отсюда следует, что в составе гармонических н. с. могут быть только гармонические порядков:

$$\bar{n} = \mu_0 \bar{n} - p, \quad (\bar{n} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (10)$$

При этом значение $n=0$, отсутствующее в (5), автоматически исключается. Действительно

$$n = \mu_0 \bar{n} - \frac{\mu_0 c}{k_\Phi} = \mu_0 \left(\bar{n} - \frac{c_0}{k'_\Phi n} \right) \neq 0,$$

так как c_0 и m — взаимно простые числа (одно из условий симметрии многофазных обмоток).

С учетом (10) выражение н. с. (5) представим в виде:

$$F = \frac{\omega I z}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{\mu_0 n} \frac{\sin (\mu_0 n - p) \frac{\Phi}{2}}{\mu_0 n - p} k_{pn} \times \\ \times \sin \left[\alpha - \pi (d_0 - 1) \left(\frac{y_0 n}{d_0} - \frac{y_0 p}{\mu_0 d_0} + \frac{x_0}{k_\Phi} \right) \right], \quad (11)$$

где коэффициент распределения гармоники н. с. порядка n

$$k_{pn} = \frac{\sin d_0 \pi \left(\frac{y_0 n}{d_0} - \frac{y_0 p}{\mu_0 d_0} + \frac{x_0}{k_\Phi} \right)}{d_0 \sin \pi \left(\frac{y_0 n}{d_0} - \frac{y_0 p}{\mu_0 d_0} + \frac{x_0}{k_\Phi} \right)}; \quad (12)$$

При $n=0$ будем иметь гармоническую н. с. основного порядка с числом волн по окружности, равным числу пар полюсов p .

В (11) и (12) величины y_0 и x_0 являются соответственно числителем и знаменателем предпоследней подходящей дроби для конечной цепной дроби d_0/c_0 , разложенной с четным числом элементов; y_0 и x_0 легко находятся известными методами.

Выражения (11) и (12) можно несколько упростить, если учесть, что

$$-\frac{y_0 p}{\mu_0 d_0} + \frac{x_0}{k_\Phi} = \frac{1}{k_\Phi d_0}.$$

Ниже докажем, что коэффициент распределения гармонической н. с. (12) совпадает с коэффициентом распределения гармонической э. д. с. того же порядка. Рассмотрим четыре случая элементарных обмоток:

- 1) c — четное, $2m$ -зонные обмотки;
- 2) c — четное, m -зонные обмотки;
- 3) c — нечетное, $2m$ -зонные обмотки;
- 4) c — нечетное, m -зонные обмотки.

1. В этом случае имеем: $d_0 = d$; $c_0 = c$; $\mu_0 = m$; $p = p_0 = \frac{c}{2} = c_1$; $k_\Phi = 2m$. Пусть y'_0/x'_0 — предпоследняя подходящая

дробь для конечной цепной дроби md/c , разложенной с четным числом элементов. Такое соответствие коротко будем обозначать: $md/c \sim y'_0/x'_0$, тогда из (12) после некоторых преобразований получим:

$$k_{pn} = (-1)^{k_1} \frac{\cos d\pi \frac{y'_0 (mn - c_1)}{md}}{d \cos \pi \frac{y'_0 (mn - c_1)}{md}}.$$

Обозначая $mn - c_1 = p'$ и не обращая внимания на множитель $(-1)^{k_1}$, получаем коэффициент распределения гармонической э. д. с. порядка p' .

2. В этом случае $d_0 = d$; $c_0 = \frac{c}{2}$; $\mu_0 = m$; $k'_\Phi = 1$, $p = p_0 = \frac{c}{2} = c_1$. Пусть $\frac{md}{c_1} \sim \frac{y'_0}{x'_0}$, тогда после некоторых преобразований найдем:

$$k_{pn} = \frac{\sin d\pi \frac{y'_0 (mn - c_1)}{md}}{d \sin \pi \frac{y'_0 (mn - c_1)}{md}}.$$

Обозначая $mn - c_1 = p'$, получаем коэффициент распределения гармонической э. д. с. порядка p' .

3. В этом случае $d_0 = d$; $c_0 = c$; $\mu_0 = 2m$; $k'_\Phi = 2$; $p_0 = p = c$; m — нечетное. Пусть $2md/c \sim y'_0/x'_0$. Аналогично найдем:

$$k_{pn} = \frac{\sin d\pi \frac{y'_0 (2mn - c)}{2md}}{d \sin \pi \frac{y'_0 (2mn - c)}{2md}}.$$

Обозначая $2mn - c = p'$ (p' — нечетное, так как c — нечетное); получаем коэффициент распределения гармонической э. д. с. порядка p' .

4. В этом случае $d_0 = 2d$; $c_0 = c$; $k'_\Phi = 1$; $\mu_0 = m$; $p = p_0 = c$. Пусть $\frac{2md}{c} \sim \frac{y'_0}{x'_0}$, тогда

$$k_{pn} = (-1)^{tn+x'_0} \frac{\sin 2d\pi \frac{y'_0 (mn - c)}{2md}}{2d \sin \pi \frac{y'_0 (mn - c)}{2md}}.$$

Обозначая $mn-c=p'$, получаем коэффициент распределения гармонической э. д. с. порядка p' .

Таким образом, при определении коэффициентов распределения гармонических н. с. и э. д. с. можно пользоваться единым выражением (12). Однако гармонические э. д. с., соответствующие отсутствующим гармоническим н. с., определяются по выражениям, полученным для э. д. с.

Выражение (11) пригодно для определения н. с. однослойных обмоток, если однослойную обмотку рассматривать как двухслойную: четные пазы (стержни) — один слой, нечетные — второй слой.

Приложение. Найдем сумму:

$$S = \sum_{k=0}^{z-1} \exp \left\{ j \left(k\beta + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \gamma \right) \right\},$$

где $j = \sqrt{-1}$, $z = \mu_0 d_0$, c_0 и d_0 — взаимно простые числа; $d_0 \mu_0 \beta = 2\pi \lambda_1$; $c_0 \mu_0 \gamma = 2\pi \lambda_2$; λ_1 и λ_2 — любые целые числа.

Сумму S разобьем на d_0 сумм

$$S = \sum_{l=0}^{d_0-1} S_l \quad (\text{П-1})$$

следующим образом. К сумме S_l отнесем слагаемые k_l , для которых $k_l c$ делится на d_0 с остатком, равным l ($l \in [0, d_0-1]$), т. е.

$$\frac{k_l c_0 - l}{d_0} = \nu_l = \text{ц. ч.} \quad (\text{П-2})$$

Доказательство того, что каждое слагаемое суммы S войдет только в одну из сумм S_l не вызывает затруднений и в настоящем опускается.

Рассматривая равенство (П-2) как диофантово уравнение, найдем его общее решение:

$$\nu_l = -lx_0 + c_0 t_l, \quad k_l = -ly_0 + d_0 t_l, \quad (\text{П-3})$$

$$t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (\text{П-4})$$

где y_0 и x_0 — соответственно числитель и знаменатель предпоследней подходящей дроби для конечной цепной дроби d_0/c_0 , разложенной с четным числом элементов; x_0 и y_0 удовлетворяют соотношению:

$$d_0 x_0 - c_0 y_0 = 1. \quad (\text{П-5})$$

Пусть t'_l — число из (П-4), при котором выполняются следующие неравенства: $d_0 > k'_l = -ly_0 + d_0 t'_l \geq 0$, тогда в сумму S_l входят слагаемые с номерами $-ry_0 + d_0(t'_l + s)$ ($s \in [0, \mu_0 - 1]$), т. е. с номерами

$$k_{ls}' = -ly_0 + d_0(t'_l + s). \quad (\text{П-6})$$

Поэтому сумму S_l можно представить в виде:

$$S_l = \sum_{s=0}^{\mu_0-1} f(k'_{ls}) = \sum_{s=0}^{\mu_0-1} \exp \left\{ j \left(k'_{ls} \beta + \left[\frac{k'_{ls} c_0}{d_0} \right] \gamma \right) \right\}, \quad (\text{П-7})$$

Рассмотрим числа $t'_l + s$ ($s \in [0, \mu_0 - 1]$). Среди них имеется только одно число, кратное μ_0 . Пусть это число будет $t'_l + s'$, т. е. $t'_l + s' = \lambda \mu_0$, где λ — какое-то число из ряда $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Разобьем сумму S_l на две суммы:

$$S_l = \sum_{s=0}^{s'-1} f(k'_{ls}) + \sum_{s=s'}^{\mu_0-1} f(k'_{ls}). \quad (\text{П-8})$$

Если $s' = 0$, то первой суммы в (П-8) попросту нет.

Преобразуем функцию

$$\begin{aligned} f(k_l) &= \exp \left\{ j \left(\left(\frac{k_l c_0 - l}{d_0} + \frac{l}{d_0} \right) \frac{d_0 \beta}{c_0} + \left[\frac{k_l c_0}{d_0} \right] \gamma \right) \right\} = \\ &= \exp \left\{ j \left[\left(-lx_0 + c_0 t_l + \frac{l}{d_0} \right) \frac{d_0 \beta}{c_0} + (-lx_0 + c_0 t_l) \gamma \right] \right\}, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} f(k'_{ls}) &= \exp \left\{ j \left[\left(-lx_0 + c_0(t'_l + s) + \frac{l}{d_0} \right) \frac{d_0 \beta}{c_0} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-lx_0 + c_0(t'_l + s)) \gamma \right] \right\}. \quad (\text{П-9}) \end{aligned}$$

Изменив пределы суммирования в (П-8)

$$S_l = \sum_{s=\mu_0-s'}^{\mu_0-1} f(k'_{l, s-\mu_0+s'}) + \sum_{s=0}^{\mu_0-1-s'} f(k'_{l, s+s'})$$

и подставив соответствующие выражения для функции согласно (П-9), получим:

$$\begin{aligned} S_l &= \sum_{s=\mu_0-s'}^{\mu_0-1} \exp \left\{ j \left[\left(-lx_0 + c_0(t'_l + s - \mu_0 + s') + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{l}{d_0} \right) \frac{d_0 \beta}{c_0} + (-lx_0 + c_0(t'_l + s - \mu_0 - s')) \gamma \right] \right\} + \\ &+ \sum_{s=0}^{\mu_0-1-s'} \exp \left\{ j \left[\left(-lx_0 + c_0(t'_l + s + s') + \frac{l}{d_0} \right) \frac{d_0 \beta}{c_0} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-lx_0 + c_0(t'_l + s + s')) \gamma \right] \right\}. \end{aligned}$$

Так как $d_0 \mu_0 \beta_0$ и $c_0 \mu_0 \gamma$ кратны 2π , а $t'_l + s'$ кратна μ_0 , то

$$S_l = \sum_{s=0}^{\mu_0-1} \exp \left\{ j \left[\left(-lx_0 + c_0 s + \frac{l}{d_0} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{d_0 \beta}{c_0} + (-lx_0 + c_0 s) \gamma \right] \right\},$$

тогда

$$\begin{aligned} S &= \sum_{l=0}^{d_0-1} \sum_{s=0}^{\mu_0-1} \exp \left\{ j \left[l \left(\left(-x_0 + \frac{1}{d_0} \right) \times \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{d_0 \beta}{c_0} - x_0 \gamma \right) + s(d_0 \beta + c_0 \gamma) \right] \right\}. \quad (\text{П-10}) \end{aligned}$$

Суммируя (П-10) как геометрические прогрессии, с учетом (П-5) найдем:

$$S = \frac{1 - \exp \{ j \mu_0 (d_0 \beta + c_0 \gamma) \}}{1 - \exp \{ j (d_0 \beta + c_0 \gamma) \}} \cdot \frac{1 - \exp \{ -j d_0 (y_0 \beta + x_0 \gamma) \}}{1 - \exp \{ -j (y_0 \beta + x_0 \gamma) \}}. \quad (\text{П-11})$$

Переходя к тригонометрическим функциям, получим:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{z-1} \frac{\sin \left(k\beta + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \gamma + \alpha \right)}{\cos \left(k\beta + \left[\frac{kc_0}{d_0} \right] \gamma + \alpha \right)} = \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2} \mu_0 (d_0 \beta + c_0 \gamma)}{\sin \frac{1}{2} (d_0 \beta + c_0 \gamma)} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} d_0 (y_0 \beta + x_0 \gamma)}{\sin \frac{1}{2} (y_0 \beta + x_0 \gamma)} \times \\ &\quad \times \frac{\sin \left\{ \frac{1}{2} (\mu_0 - 1) (d_0 \beta + c_0 \gamma) - \right.}{\cos \left\{ \frac{1}{2} (\mu_0 - 1) (d_0 \beta + c_0 \gamma) - \right.} \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} (d_0 - 1) (y_0 \beta + x_0 \gamma) + \alpha \right\}}{\cos \left\{ \frac{1}{2} (\mu_0 - 1) (d_0 \beta + c_0 \gamma) - \right.} \quad (\text{П-12}) \end{aligned}$$

Выражения (П-11) и (П-12) справедливы, если знаменатель геометрической прогрессии не равен единице, т. е. если величины $d_0 \beta + c_0 \gamma$ и $y_0 \beta + x_0 \gamma$ не кратны 2π , в противном случае (П-10) суммируется непосредственно. В последнем случае можно также формально осуществить предельный переход (раскрыть неопределенность) и получить верный результат.

Характеристики бесколлекторной машины постоянного тока с компенсационной обмоткой

Доктор техн. наук, проф. ЧИЛИКИН М. Г., доктор техн. наук, проф. САНДЛЕР А. С.,
канд. техн. наук ГУСЯЦКИЙ Ю. М., инж. СУПТЕЛЬ А. А.

Московский энергетический институт

В бесколлекторной машине постоянного тока (БМПТ) или вентильном двигателе реакция якоря может оказывать существенное влияние на регулировочные свойства и степень использования активных материалов машины. Один из эффективных способов ослабления влияния реакции якоря заключается в использовании компенсационной обмотки, ось которой перпендикулярна оси независимой обмотки возбуждения. Практически такая система может быть выполнена на основе специальной синхронной машины или серийного асинхронного двигателя с контактными кольцами согласно блок-схеме рис. 1.

Здесь переменное напряжение от инвертора I подводится к ротору (якорю) асинхронного двигателя $Д$, на валу которого установлен датчик положения ДП. Инвертор совместно с датчиком положения и схемой управления СУ выполняет функции бесконтактного коммутатора. Электрическая машина возбуждается постоянным током со стороны стартера, для чего одна из его фазных обмоток используется в качестве независимой обмотки возбуждения $ОВ$, а две другие — в качестве компенсационной обмотки $КО$. В приведенной схеме между н. с. независимой F_{fd} и компенсационной F_{fq} обмоток имеется пространственный сдвиг в 90° .

Компенсационная обмотка включается в цепь постоянного тока на входе инвертора с помощью дунта или через трансформатор постоянного тока. Скорость в такой системе регулируется теми же методами, что и в коллекторных машинах постоянного тока: изменением напряжения, подводимого к инвертору, или изменением тока в обмотке возбуждения $ОВ$. В качестве регулятора напряжения $РН$ может использоваться управляемый выпрямитель.

Следует отметить, что использование асинхронной машины с контактными кольцами в качестве синхронной связано с определенными трудностями. Вследствие того, что асинхронные машины имеют меньший воздушный зазор, резко увеличивается влияние реакции якоря, поэтому без принятия специальных мер такая система будет иметь весьма неблагоприятные регулировочные и энергетические характеристики, а в ряде случаев может оказаться вообще неработоспособной. В БМПТ использование асинхронного двигателя становится возможным благодаря ослаблению реакции якоря с помощью компенсационной обмотки.

Наличие серий асинхронных машин на широкую гамму мощностей позволяет уже в настоящее время говорить о практическом внедрении таких систем без разработки новой серии специальных машин.

Рассматривая свойства БМПТ с компенсационной обмоткой, будем полагать, что бесконтактный коммутатор выполнен по схеме инвертора напряжения, однако, как будет показано ниже, основные выводы могут быть приемлемы и для схемы с ин-

вертором тока. Анализ проводится с учетом насыщения магнитной системы машины при следующих допущениях:

напряжение и ток якоря синусоидальны; н. с. синусоидально распределены в пространстве; насыщение зубцового слоя полями рассеяния отсутствует; потери в инверторе и в стали равны нулю.

Одна из отличительных особенностей рассматриваемой системы такова, что схемой управления принудительно задается пространственное положение результирующего вектора напряжения относительно осей независимой и компенсационной обмоток d, q . При отсутствии тока в компенсационной обмотке угол θ между э. д. с. E_0 , создаваемой потоком возбуждения, и напряжением U определяется только начальной установкой датчика углового положения ротора ($\theta = \text{const}$). Если через компенсационную обмотку будет проходить ток I_{fq} , пропорциональный входному току инвертора I_n ,

$$I_{fq} = k_q I_n, \quad (1)$$

то результирующий вектор н. с. независимой и компенсационной обмоток будет изменяться как по величине, так и смещаться по направлению относительно осей d, q , а следовательно, и относительно результирующего вектора напряжения \bar{U} . Таким образом, при фиксированной установке датчика углового положения ротора с изменением нагрузки автоматически меняется как угол θ , так и результирующая н. с. возбуждения F_f :

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_{\text{нач}} + \arctg \left(\frac{F_{fq}}{F_{fd}} \right); \\ F_f &= \sqrt{F_{fd}^2 + F_{fq}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В (1) и (2) k_q — коэффициент компаундирования машины по поперечной оси; F_{fd}, F_{fq} — амплитуды н. с. независимой и компенсационной обмоток; $\theta_{\text{нач}}$ — угол между напряжением U и э. д. с. E_0 при $I_{fq} = 0$.

Пространственная векторная диаграмма при $\theta_{\text{нач}} = 0$ приведена на рис. 2, а.

Вторая характерная особенность схемы с инвертором напряжения — однозначная зависимость

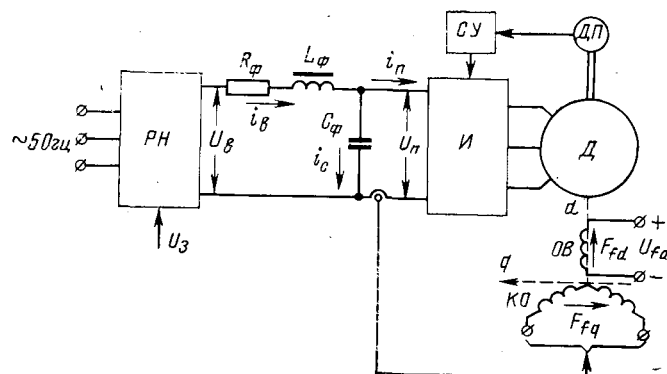


Рис. 1. Блок-схема БМПТ.

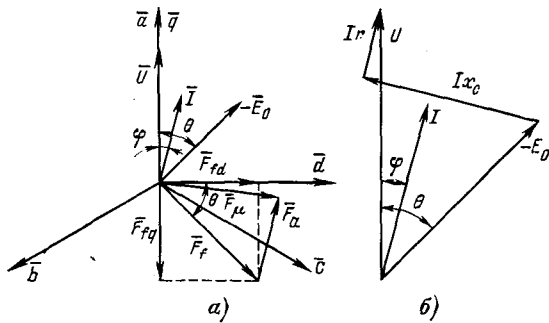


Рис. 2. Векторные диаграммы.

между действующим значением фазного напряжения U и входным напряжением инвертора

$$U = k_{cx} U_{\Pi},$$

где k_{cx} — коэффициент схемы инвертора (для трехфазной мостовой схемы $k_{cx} = 0,45$).

Связь между постоянным током на входе инвертора I_{Π} и действующим значением тока якоря определяется уравнением:

$$I_{\Pi} = m k_{cx} I \cos \varphi, \quad (3)$$

где m — число фаз двигателя; φ — угол между результирующими векторами напряжения и тока якоря.

Уравнения основных зависимостей можно получить, пользуясь пространственной и временной векторными диаграммами (рис. 2, а и б):

$$I = \sqrt{\frac{U^2 - 2UE_0 \cos \theta + E_0^2}{r^2 + x_c^2}}; \quad (4)$$

$$I_{\Pi} = m k_{cx} \frac{Ur - E_0(r \cos \theta - x_c \sin \theta)}{r^2 + x_c^2}; \quad (5)$$

$$\varphi = \arctg \left[\frac{Ux_c - E_0(r \sin \theta + x_c \cos \theta)}{Ur - E_0(r \cos \theta - x_c \sin \theta)} \right]; \quad (6)$$

$$F_{\mu} = \sqrt{F_f^2 + F_a^2 - 2F_f F_a \sin(\theta - \varphi)}, \quad (7)$$

где E_0 — действующее значение фазной э. д. с., индуцированной в обмотке якоря потоком обмоток возбуждения; F_f — амплитуда н. с., создаваемой независимой и компенсационной обмотками; F_a , F_{μ} — амплитуды н. с. соответственно реакции якоря и результирующей, создающей магнитный поток в воздушном зазоре; r — активное сопротивление фазы якоря; x_c — синхронное индуктивное сопротивление.

$$M = m \frac{UI \cos \varphi - I^2 r}{\omega}, \quad (8)$$

где ω — угловая скорость вращения двигателя.

Решая совместно (3) — (5) и (8), получаем:

$$M = \frac{mE_0}{(r^2 + x_c^2)\omega} [U(r \cos \theta + x_c \sin \theta) - E_0 r]. \quad (9)$$

С целью обобщения результатов дальнейший анализ проводится в системе относительных единиц, а относительные величины отмечены индексом (*). За базовые величины принимаются:

U_{Π} — действующее значение номинального фазного напряжения; I_{Π} — действующее значение номинального фазного тока; f_n — номинальная частота; $\omega_{c, \Pi} =$

$= \frac{2\pi f_n}{p}$ — синхронная угловая скорость ротора при

номинальной частоте; $M_0 = \frac{mU_{\Pi}I_{\Pi}}{\omega_{c, \Pi}}$ — базовый момент; Φ_n , $I_{\mu n}$ — номинальные значения магнитного потока и соответственно тока намагничивания; $Z_0 = \frac{U_{\Pi}}{I_{\Pi}}$ — базовое сопротивление.

Номинальным магнитным потоком считаем магнитный поток в естественной схеме включения двигателя при идеальном холостом ходе, номинальном напряжении и номинальной частоте.

Для цепи постоянного тока за базовые величины приняты: U_{Π} — среднее значение входного напряжения инвертора при $U = U_{\Pi}$; I_{Π} — среднее значение тока на входе инвертора при $I = I_{\Pi}$ и $\cos \varphi = 1$.

Уравнение кривой намагничивания представим в виде многочлена n -й степени.

$$\Phi^* = a_0 + a_1 I_{\mu}^{*2} + a_2 I_{\mu}^{*4} + \dots + a_n I_{\mu}^{*n}, \quad (10)$$

где a_0 — a_n — постоянные коэффициенты, которые находятся методом наименьших квадратов.

Расчеты показывают, что при определении функции $\Phi^* = f(I_{\mu}^*)$ на участке $0 < \Phi^* \leq 1,5$ погрешность эмпирической формулы (10) может не превышать 3% при многочлене 4-й степени; с уменьшением участка определения функции степень многочлена понижается.

Переходя к относительным единицам в уравнениях (4) — (7) и (9), получаем:

$$I^* = \sqrt{\frac{U^{*2} - 2U^* \lg \lambda I_f^* \omega^* \cos \theta + (\lg \lambda I_f^* \omega^*)^2}{r^{*2} (1 + q^2 \omega^{*2})}}; \quad (11)$$

$$I_{\Pi}^* = \frac{U^* - \lg \lambda I_f^* \omega^* (\cos \theta - q \omega^* \sin \theta)}{r^* (1 + q^2 \omega^{*2})}; \quad (12)$$

$$\varphi = \text{arctg} \left[\frac{U^* q - \lg \lambda I_f^* \omega^* (\sin \theta + q \omega^* \cos \theta)}{U^* - \lg \lambda I_f^* \omega^* (\cos \theta - q \omega^* \sin \theta)} \right]; \quad (13)$$

$$M^* = \frac{\lg \lambda I_f^*}{r^* (1 + q^2 \omega^{*2})} [U^* (\cos \theta + q \omega^* \sin \theta) - \lg \lambda I_f^* \omega^*]; \quad (14)$$

$$I_{\mu}^* = \sqrt{I_f^{*2} + (x_{\mu n}^* I^*)^2 - 2x_{\mu n}^* I_f^* I^* \sin(\theta - \varphi)}, \quad (15)$$

где

$$q = \frac{x_{\sigma n}^* + x_{\mu n}^* \lg \lambda}{r^*}. \quad (16)$$

Здесь $I_f^* = F_f^*$ — относительное значение тока (н. с.) возбуждения; $I_{\mu}^* = F_{\mu}^*$ — относительное значение тока намагничивания; $x_{\sigma n}^*$, $x_{\mu n}^*$ — долевые значения соответственно реактивного сопротивления рассеяния и контура намагничивания при $f = f_n$ и $\Phi = \Phi_n$; $\lg \lambda = \frac{\Phi_n^*}{I_{\mu n}^*}$ — тангенс угла между осью абс-

цисс и прямой, проведенной из начала координат через рабочую точку на кривой намагничивания.

При установке датчика положения в соответствии с условием $\theta_{\text{нач}} = 0$ уравнения (2) в системе относительных единиц приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \arctg \left(\frac{k_q k_r^* I_{\Pi}^*}{I_{fd}^*} \right); \\ I_{fd}^* &= \sqrt{I_{fd}^{*2} + (k_q k_r^* I_{\Pi}^*)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где коэффициент

$$k = \frac{mk_{\text{ex}}x_{\mu\text{H}}^*k_{iq}}{r^*}; \quad (18)$$

k_{iq} — коэффициент приведения тока компенсационной обмотки к трехфазной обмотке якоря.

Исключая из (11) — (13) I^*_f и θ , с помощью (17) получаем основные уравнения для БМПТ с компенсационной обмоткой:

$$I = \sqrt{\frac{(U^* - \text{tg } \lambda I^*_{fd} \omega^*)^2 \left[1 + \left(\frac{\text{tg } \lambda k_q k \omega^*}{1 + q \omega^{*2} (q - \text{tg } \lambda k_q k)} \right)^2 \right]}{r^{*2} (1 + q^2 \omega^{*2})}}; \quad (19)$$

$$I^*_{\text{H}} = \frac{U^* - \text{tg } \lambda I^*_{fd} \omega^*}{r^* [1 + q \omega^{*2} (q - \text{tg } \lambda k_q k)]}; \quad (20)$$

$$\varphi = \arctg [\omega^* (q - \text{tg } \lambda k_q k)]. \quad (21)$$

Из (21) видно, что при критическом коэффициенте компаундирования

$$k_q = k_{q\text{кр}} = \frac{q}{\text{tg } \lambda k} \quad (22)$$

машина будет работать при $\cos \varphi = 1$.

В этом случае уравнения (14), (15), (19) и (20) после преобразований принимают вид:

$$I^*_{\text{H}} = I^* = \frac{U^* - \text{tg } \lambda I^*_{fd} \omega^*}{r^*}; \quad (23)$$

$$M^* = \text{tg } \lambda I^*_{fd} I^*; \quad (24)$$

$$I^*_{\mu} = \sqrt{I_{fd}^{*2} + \left(\frac{x^*_{\sigma\text{H}}}{\text{tg } \lambda} \right)^2 I^{*2}}. \quad (25)$$

Выражение для критического коэффициента компаундирования (22) с учетом (16) и (18) может быть записано так:

$$k_{q\text{кр}} = \left(\frac{x^*_{\sigma\text{H}}}{\text{tg } \lambda x^*_{\mu\text{H}}} + 1 \right) \frac{1}{k_{iq} m k_{\text{ex}}}. \quad (26)$$

При критическом коэффициенте компаундирования уравнения скоростной и механической характеристик приводятся к виду:

$$\omega^* = \frac{U^*}{\text{tg } \lambda I^*_{fd}} - I^* \frac{r}{\text{tg } \lambda I^*_{fd}}; \quad (27)$$

$$\omega^* = \frac{U^*}{\text{tg } \lambda I^*_{fd}} - M^* \frac{r^*}{(\text{tg } \lambda I^*_{fd})^2}. \quad (28)$$

Эти уравнения аналогичны уравнениям для коллекторных машин постоянного тока.

Рассмотрим некоторые особенности БМПТ с компенсационной обмоткой.

Если пренебречь реактивностью рассеяния якоря, то, как следует из (25) и (26), при постоянном значении коэффициента компаундирования ($k_q = k_{q\text{кр}}$) магнитный поток не зависит от нагрузки на валу двигателя. При $\theta_{\text{нач}} = 0$ вектор напряжения \bar{U} ориентирован по оси q (рис. 2, а); вдоль этой же оси направлена и н. с. компенсационной обмотки. Фаза тока якоря относительно напряжения \bar{U} зависит от коэффициента компаундирования (21). При критическом коэффициенте компаундирования вектор тока якоря ориентируется вдоль поперечной оси, и реакция якоря полностью компенсируется н. с. компенсационной обмотки. Следовательно, рассмотренный способ управления обеспечивает ортогональность между векторами тока якоря и резуль-

тирующего магнитного потока машины без усложнения схемы управления.

Анализируя (25) и (26) с учетом реальных параметров асинхронных двигателей ($x^*_{\sigma\text{H}} = 0,08 - 0,14$; $x^*_{\mu\text{H}} = 1,2 - 4$) можно отметить, что в диапазоне нагрузок $0 < I^* \leq 1$ изменение тока намагничивания не превышает 5%.

Аналогичными свойствами обладает БМПТ и без компенсационной обмотки; при этом с изменением нагрузки необходимо менять угол θ и ток возбуждения машины. Законы изменения указанных величин находятся из (17) при $k_q = k_{q\text{кр}}$:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \arctg \left[\left(\frac{x^*_{\sigma\text{H}}}{\text{tg } \lambda} + x^*_{\mu\text{H}} \right) \frac{I^*_{\text{H}}}{I^*_{f0}} \right]; \\ I^*_{f0} &= \sqrt{I_{f0}^{*2} + \left(\frac{x^*_{\sigma\text{H}}}{\text{tg } \lambda} + x^*_{\mu\text{H}} \right)^2 I_{\text{H}}^{*2}}, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

где I^*_{f0} — ток возбуждения при идеальном холостом ходе.

Практическая реализация этих законов управления связана со значительными техническими трудностями.

Уравнения (10) — (21) позволяют рассчитать характеристики с учетом насыщения магнитной системы как в схеме с компенсационной обмоткой, так и без нее. Расчет выполнялся на ЦВМ итерационным методом, последовательные приближения осуществлялись из условия:

$$|\Phi^*_n - \text{tg } \lambda_{n-1} I^*_{\mu n}| < \varepsilon, \quad (30)$$

где ε — допустимая погрешность.

Программа была составлена таким образом, чтобы ЦВМ работала в режиме отыскания рабочей точки на кривой намагничивания для определенной скорости двигателя. При такой постановке задачи начальным значением $\text{tg } \lambda$ можно задаваться произвольно, в частности, можно принять $\text{tg } \lambda_{\text{нач}} = 1$.

На рис. 3 вместе с расчетными зависимостями приводятся экспериментальные точки для БМПТ, выполненной на основе серийного асинхронного двигателя типа АК51/4 ($P_{\text{H}} = 2,8$ кВт, $n_{\text{с}} = 1500$ об/мин) со следующими основными параметрами:

$x^*_{\mu} = 2,6$ (для линейного участка кривой намагничивания); $x^*_{\mu\text{H}} = 1,8$ (при $\Phi = \Phi_{\text{H}}$); $x^*_{\sigma\text{H}} = 0,074$; $r^* = 0,084$.

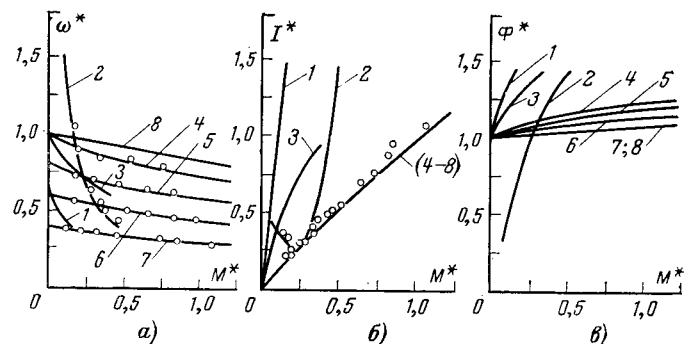


Рис. 3. Статические характеристики.

1 — $\theta = 0$; 2 — $\theta = 30^\circ$; 3 — $U^* = 1$; 4 — $U^* = 1$; 5 — $U^* = 0,8$; 6 — $U^* = 0,6$; 7 — $U^* = 0,4$; 8 — $U^* = 1$ ($I, 2 - U^* = 0,65$; $I_{fd} = 1$, $k_q = 0$; 3 — $I_{fd} = 1$, $k_q = k_{q1}$; 4 — 7 — $I_{fd} = 1$, $k_q = k_{q2}$; 8 — $I_{fd} = 1$, $k_q = k_{q3}$; $k_{q1} < k_{q2} < k_{q3} \approx k_{q\text{кр}}$).

При отсутствии компенсационной обмотки ($\theta = \text{const}$, $I^*_j = \text{const}$) реакция якоря оказывает существенное влияние на магнитное состояние электрической машины и степень использования ее активных материалов, которая может быть оценена по величине отношения момента к току якоря (кривые 1 и 2, рис. 3,б). Ухудшение использования электрической машины объясняется как отсутствием ортогональности между векторами тока якоря и результирующего магнитного потока в воздушном зазоре, так и изменением величины этого потока под действием реакции якоря. Кривые 3—8 на рис. 3 характеризуют свойства БМПТ с компенсационной обмоткой.

С помощью осциллографирования мгновенных значений напряжений и токов экспериментально подтверждено, что при коэффициентах компаундирования, близких к критическому, электрическая машина работает практически при $\cos \varphi = 1$ во всем диапазоне регулирования, а форма тока якоря близка к синусоидальной. При изменении момента от нуля до номинального тока статора и ротора машины не превышают номинальных значений.

Основные результаты проведенного анализа справедливы и для системы с бесконтактным коммутатором, выполненным по схеме инвертора тока (при $k_q = k_{\text{кр}}$). В отличие от системы с инвертором напряжения установка датчика положения в этом случае определяет пространственное положение результирующего вектора тока. При установке датчика положения в соответствии с условием $\beta_0 = 0$ (β_0 — угол опережения открытия вентилей относительно э. д. с. идеального холостого хода E_0) вектор тока якоря ориентируется вдоль оси q , а напряжение на якоре и его фаза относительно вектора тока зависят от коэффициента компаундирования. Для критического коэффициента компаундирования пространственное положение результирующих векторов такое же, как и в системе с инвертором напряжения, а абсолютное значение напряжения на якоре определяется входным напряжением инвертора.

С целью упрощения анализа переходных процессов пренебрегаем насыщением магнитной системы, а параметры независимой и компенсационной обмоток приводим к трехфазной обмотке якоря. Исследование проводилось в системе абсолютных единиц на АВМ с использованием метода линейно-непрерывной аппроксимации [Л. 1].

В принятой системе координат (система $d, q, 0$) дифференциальные уравнения обобщенной электрической машины [Л. 2] имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= r i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \omega; \\ U_q &= r i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \omega; \\ U_{fd} &= r_{fd} i_{fd} + \frac{d\psi_{fd}}{dt}; \\ U_{fq} &= r_{fq} i_{fq} + \frac{d\psi_{fq}}{dt}; \\ M &= \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d), \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

где U_d, U_q, i_d, i_q — амплитудные значения фазных напряжений и токов якоря по осям d, q ; $U_{fd}, U_{fq}, i_{fd}, i_{fq}$ — амплитудные значения эквивалентных напряжений и токов независимой и компенсационной обмоток; r_{fd}, r_{fq} — соответственно активные сопротивления независимой и компенсационной обмоток; ω — угловая скорость вращения ротора в электрических радианах за секунду; p — число пар полюсов;

В (31) потокосцепления якоря по осям d и q (ψ_d, ψ_q) а также потокосцепления независимой ψ_{fd} и компенсационной ψ_{fq} обмоток определяются уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= (L_{\sigma 1} + L_{\mu}) i_d + L_{\mu} i_{fd}; \\ \psi_q &= (L_{\sigma 1} + L_{\mu}) i_q + L_{\mu} i_{fq}; \\ \psi_{fd} &= (L_{\sigma fd} + L_{\mu}) i_{fd} + L_{\mu} i_d; \\ \psi_{fq} &= (L_{\sigma fq} + L_{\mu}) i_{fq} + L_{\mu} i_q, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где $L_{\sigma 1}, L_{\sigma fd}, L_{\sigma fq}$ — индуктивности рассеяния якоря, независимой и компенсационной обмоток; L_{μ} — взаимная индуктивность между обмотками якоря и эквивалентными контурами обмоток возбуждения.

Так как схемой управления принудительно задается пространственное положение результирующего вектора напряжения, совпадающее с осью компенсационной обмотки, то при $\theta_{\text{нач}} = 0$ $U_q = U_1$; $U_d = 0$. Тогда составляющие тока якоря по осям d, q являются соответственно реактивным и активным токами $i_d = i_p$; $i_q = i_a$.

Для бесконтактного коммутатора, выполненного по схеме инвертора напряжения, связь между входными величинами определяется равенствами:

$$\left. \begin{aligned} U &= \sqrt{2} k_{\text{сх}} U_1; \\ i_a &= i_q = \frac{\sqrt{2}}{m k_{\text{сх}}} i_u, \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

где i_a, i_u — соответственно активная составляющая тока якоря и входной ток инвертора.

Если согласование тока компенсационной обмотки с входным током инвертора осуществляется с помощью трансформатора постоянного тока, то во всех режимах работы будет сохраняться однозначная зависимость между напряжением, прикладываемым к компенсационной обмотке, и входным током инвертора:

$$U_{fq} = -k_{iq} k_q r_{fq} i_u. \quad (34)$$

В рассматриваемой схеме н. с. компенсационной обмотки действует встречно поперечной составляющей реакции якоря и направлена вдоль отрицательной оси q ; вдоль этой оси направлен также вектор напряжения U_{fq} , поэтому в уравнении (31) следует учесть знак минус перед напряжением U_{fq} .

Преобразовав (31)—(34) и дополнив их дифференциальными уравнениями звена постоянного тока и уравнением движения привода, получим:

$$\begin{aligned} U_B &= k U_3; \\ \frac{di_B}{dt} &= \frac{1}{L_{\Phi}} (U_B - U_H) - \frac{R_{\Phi}}{L_{\Phi}} i_B; \\ \frac{dU_H}{dt} &= \frac{1}{C_{\Phi}} (i_B - i_H); \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} &= -\frac{r}{L'_d} \psi_d + \frac{rk_{fd}}{L'_d} \psi_{fd} + \psi_q \omega; \\ \frac{d\psi_q}{dt} &= \sqrt{2} k_{ex} U_n - \frac{r}{L'_q} \psi_q + \frac{rk_{fq}}{L'_q} \psi_{fq} - \psi_d \omega; \\ \frac{d\psi_{fd}}{dt} &= U_{fd} - \frac{r_{fd}}{L'_{fd}} \psi_{fd} + \frac{r_{fd} k_{fd}}{L'_{fd}} \psi_d; \\ \frac{d\psi_{fq}}{dt} &= -k_{iq} k_q r_{iq} i_n - \frac{r_{fq}}{L'_{fq}} \psi_{fq} + \frac{r_{fq} k_{fq}}{L'_{fq}} \psi_q; \\ M &= \frac{3}{2} p \left[\psi_d \psi_q \left(\frac{1}{L'_q} - \frac{1}{L'_d} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \psi_q \psi_{fd} \frac{k_{fd}}{L'_d} - \psi_d \psi_{fq} \frac{k_{fq}}{L'_q} \right]; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} (M - M_c); \\ i_n &= \frac{mk_{ex}}{\sqrt{2} L'_q} (\psi_q - k_{fq} \psi_{fq}); \\ i_d &= \frac{1}{L'_d} (\psi_d - k_{fd} \psi_{fd}), \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

де k — коэффициент усиления регулятора напряжения; L'_d, L'_q — переходные индуктивности якоря по осям d, q ; L'_{fd}, L'_{fq} — переходные индуктивности эквивалентных контуров независимой и компенсационной обмоток; J — момент инерции привода;

$$k_{fd} = \frac{L_\mu}{L_{\sigma fd} + L_\mu}, \quad k_{fq} = \frac{L_\mu}{L_{\sigma fq} + L_\mu} -$$

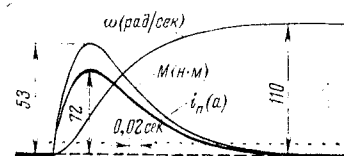
коэффициенты связи независимой и компенсационной обмоток соответственно.

На основании (35) можно составить модель для исследования системы на АВМ. Модель системы может быть упрощена, если принять параметры независимой обмотки возбуждения равными соответствующим параметрам компенсационной обмотки, сохранив прежнюю н. с. возбуждения. Такое допущение приемлемо при $U_{fd} = \text{const}$. Тогда характер электромагнитных процессов в независимой обмотке возбуждения будет определяться только продольной составляющей реакции якоря, которая при критическом коэффициенте компаундирования может быть сведена к нулю. В этом случае в расчетных формулах (35) следует полагать:

$$L'_d = L'_q; \quad L'_{fd} = L'_{fq}; \quad r_{fd} = r_{fq}; \quad k_{fd} = k_{fq}.$$

Математическое моделирование на АВМ показывает, что на качество переходных процессов оказывает влияние как величина коэффициента компаундирования, так и способ подключения компенсационной обмотки. Если связь между напряжением на компенсационной обмотке и входным током инвертора определяется соотношением (34), то в переходных режимах нарушается однозначная зависимость между током компенсационной обмотки и входным током инвертора, что приводит к изменению магнитного потока и коэффициента мощности.

Рис. 4. Переходный процесс при пуске ($M_0 = 20,9$ н. м; $I_{н.н} = 30,4$ а).



Для того чтобы магнитный поток и коэффициент мощности в переходных режимах менялись незначительно, необходимо регулировать напряжение U_{fq} таким образом, чтобы соотношение между током компенсационной обмотки и входным током инвертора оставалось постоянным. Для выполнения этого условия напряжение U_{fq} должно регулироваться в функции входного тока инвертора и его производной. Исследования на модели показывают эффективность такого способа управления. Примерно аналогичными свойствами обладает рассматриваемая система и при регулировании напряжения U_{fd} в функции входного тока инвертора и реактивной составляющей тока якоря. Здесь наряду с улучшением динамических характеристик ослабляется и влияние неточности настройки коэффициента компаундирования k_q на статические характеристики. Этому случаю соответствует осциллограмма на рис. 4, полученная на модели при скачкообразном приложении задающего напряжения U_3 . Коэффициент компаундирования устанавливался близким к критическому.

Моделирование замкнутой системы автоматического регулирования показало, что для получения необходимого качества статических и динамических характеристик приемлемы те же методы, что и для машин постоянного тока.

Выводы. 1. Бесколлекторная машина постоянного тока с компенсационной обмоткой может обладать статическими и динамическими характеристиками коллекторных машин постоянного тока и превосходить их по величине перегрузочной способности, которая ограничивается лишь установленной мощностью инвертора и механической прочностью машины.

2. Использование компенсационной обмотки в БМПТ позволит выполнить такую систему на базе серийной асинхронной машины с контактными кольцами.

3. На электромагнитные переходные процессы БМПТ оказывают влияние параметры компенсационной обмотки и способ ее включения. Непосредственное включение компенсационной обмотки в цепь постоянного тока улучшает динамические характеристики БМПТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгаков А. А. Основы динамики управляемых вентиляционных систем. М., Изд. АИ СССР, 1963.
2. Грузов Л. Н. Методы математического исследования электрических машин. М., Госэнергоиздат, 1953.

[26.11.1973]

Исследование кондукционного линейного электродвигателя с жидкометаллическим токоподводом

Доктор техн. наук, проф. ХОЖАИНОВ А. И., канд. техн. наук КУЗНЕЦОВ С. Е.,
инж. РЫСКИНА Н. Б.

Ленинград

В современной технике широко распространены механизмы, которые нуждаются в линейных электродвигателях, осуществляющих прямолинейное движение. Применение линейных электродвигателей позволяет исключить из кинематической системы электропривода промежуточное звено, а в ряде случаев совместить в одном агрегате электродвигатель с машиной — орудием. Этими обстоятельствами объясняется большой интерес, который в последние годы уделяется линейным электродвигателям [Л. 1-3].

Линейные электродвигатели получают питание в основном от источника переменного тока, при этом, как правило, в них реализуется индукционный принцип возвратно-поступательного движения якоря. Однако в ряде случаев при наличии источника электроэнергии постоянного тока и необходимости реализации прямолинейного движения рабочего органа исполнительного механизма предпочтение может быть отдано кондукционным линейным электродвигателям. В частности, на постоянном токе, как правило, выполняются автономные электроэнергетические системы транспортных объектов.

Учитывая, что линейные электродвигатели кондукционного типа в простейшем варианте являются высокоамперными устройствами низкого напряжения, целесообразно вместо традиционных щеток для токоподвода использовать жидкий металл и осуществлять трансформаторную связь с источником постоянного напряжения.

Электрическая схема одного из вариантов кондукционного линейного электродвигателя для случая симметричной нагрузки представлена на рис. 1. На рис. 2 приведена принципиальная схема конструкции якоря.

Активная часть проводящей пластины 1, выполняющей роль якоря электродвигателя, расположена в неподвижном герметичном канале 2 прямоугольного сечения, зазоры которого заполнены жидким металлом. Герметичность обеспечивается сальниками 3, расположенными в начале и конце канала. Боковые стенки 4 канала являются проводящими электродами, которые соединены со вторичной обмоткой понижающего трансформатора, первичная обмотка которого в зависимости от положения переключателя Π подключается к источнику постоянного напряжения или замыкается на сопротивление r_d . Токоподвод к пластине обеспечивают вертикальные слои жидкого металла. Током, протека-

ющим через его горизонтальные слои толщиной δ , можно пренебречь, так как электропроводность пластины σ_n значительно больше электропроводности жидкого металла σ и $b \gg \delta$.

Канал электродвигателя размещается в зазоре электромагнита с независимым возбуждением. В результате взаимодействия переменного тока i_2 , протекающего через пластину, с внешним магнитным полем B_v возникает электромагнитная сила F_d , которая приводит пластину в движение, при этом верхнее положение переключателя Π соответствует прямому ходу пластины, а нижнее — обратному.

Приведенная схема соответствует линейному электродвигателю кратковременного режима работы или повторно-кратковременного режима с длительными паузами между рабочими циклами.

Отметим, что магнитные системы трансформатора и электродвигателя могут быть объединены одним сердечником. Кроме того, при повторно — кратковременном режиме работы с небольшими паузами переключатель Π может быть заменен тиристорами, управляемыми в функции пути перемещения пластины.

Для простоты анализа работы линейного электродвигателя будем предполагать, что краевыми эффектами можно пренебречь и считать режим течения жидкого металла в канале ламинарным. Последнее допущение оправдывается тем, что поперечное магнитное поле оказывает стабилизирующее действие на течение жидкого металла. Кроме того, при нестационарном движении ламинарный режим течения жидкого металла затягивается [Л. 4].

В целях уменьшения воздушного зазора в магнитопроводе электромагнита канал электродвигателя целесообразно выполнять плоским, поэтому можно принять, что ширина пластины a значительно больше ее высоты b . Это обстоятельство позволяет пренебречь влиянием трения жидкого металла у электродов и принять его течение в горизонтальных слоях плоским.

С учетом сделанных допущений применительно к прямому ходу пластины система уравнений, описывающая работу линейного электродвигателя, может быть записана следующим образом ¹:

$$R_i i_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} + w_1 S \frac{dB}{dt} = -U; \quad (1)$$

¹ В (1) напряжение источника U принято отрицательным с целью получения с положительным знаком определяющих параметров.

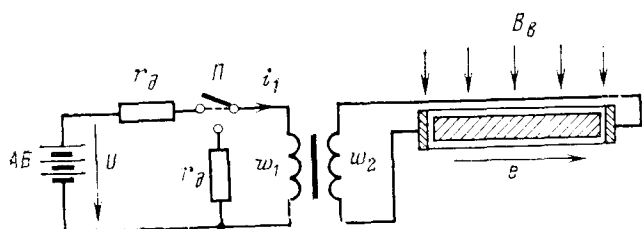


Рис. 1.

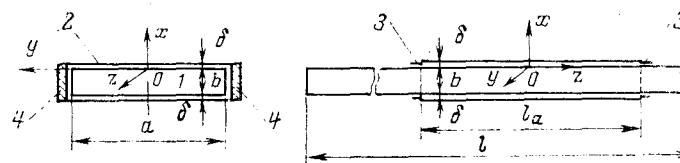


Рис. 2.

$$R_2 i_2 + L_{s2} \frac{di_2}{dt} + w_2 S \frac{dB}{dt} = -e; \quad (2)$$

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = H l_c; \quad (3)$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_d - F_T - F_c; \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_{ж}}{\partial t} = P(t) + v \frac{\partial^2 v_{ж}}{\partial x^2} + \frac{M^2 v}{\delta^2} - \frac{M^2 v}{\delta^2} v_{ж}, \quad (5)$$

где $R_1 = r_1 + r_d$ — активное сопротивление первичной цепи трансформатора; $R_2 = r_2 + r_0$ — активное сопротивление вторичной цепи трансформатора, включающее внутреннее сопротивление электродвигателя r_0 ; L_{s1} и L_{s2} — постоянные индуктивности обмоток, учитывающие потоки рассеяния; S и l_c — сечение сердечника трансформатора и длина средней магнитной силовой линии; m — масса движущихся тел; v — скорость движения пластины; F_T и F_c — сила трения и сила полезного сопротивления; $v_{ж}(x, t)$ — локальная скорость течения жидкого металла; $P(t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}$ — продольный градиент давления в жидкости; $M = \delta B_B \left(\frac{\sigma}{\eta} \right)^{1/2}$ — число Гартмана; ρ , η и ν — плотность, динамическая и кинематическая вязкости жидкого металла.

В рассматриваемой постановке начальные условия для токов i_1 и i_2 , а также для скоростей движения пластины и жидкого металла должны быть приняты нулевыми:

$$i_1(0) = i_2(0) = 0; \quad (6)$$

$$v(0) = v_{ж}(0) = 0. \quad (7)$$

Граничные условия для скорости течения жидкого металла очевидны:

$$v_{ж}(-b, t) = v_{ж}(0, t) = v(t);$$

$$v_{ж}[-(b+\delta), t] = v_{ж}(\delta, t) = 0. \quad (8)$$

Исходя из условия $a \gg b \gg \delta$, циркуляцией жидкого металла между горизонтальными и вертикальными слоями, обусловленной неравенством действующих в них электромагнитных сил, можно пренебречь и принять, что расход жидкого металла в горизонтальных зазорах канала в любой момент времени равен нулю:

$$Q = a \int_{-(b+\delta)}^{-b} v_{ж} dx = a \int_0^{\delta} v_{ж} dx = 0. \quad (9)$$

Система (1)–(4) и уравнение (5) могут быть решены независимо.

Для решения системы (1)–(4) применим метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейной кривой намагничивания трансформатора, соответствующей частному гистерезисному циклу, тогда для каждого линейного участка этой кривой можно воспользоваться следующим выражением:

$$B = B_{0i} + \mu_{di} H, \quad (10)$$

где B_{0i} — магнитная индукция, равная ординате отсекаемой прямой i -го участка на оси ординат, μ_{di} — дифференциальная магнитная проницаемость.

Из (3) и (10) вытекает следующее дифференциальное уравнение, устанавливающее связь между изменением во времени магнитной индукции и токов в обмотках трансформатора:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\mu_{ni}}{l_c} \left(w_1 \frac{di_1}{dt} + w_2 \frac{di_2}{dt} \right). \quad (11)$$

Предполагая реакцию якоря двигателя скомпенсированной, что может быть обеспечено, например, обратным токопроводом в зазоре электромагнита, и принимая магнитную индукцию в канале двигателя величиной постоянной, можно записать:

$$e = a B_B v = k_1 v; \quad F_d = a B_B i_2 = k_1 i_2. \quad (12)$$

При ламинарном режиме течения жидкого металла следует предположить, что сила F_T , обусловленная вязким трением, линейно зависит от скорости движения пластины:

$$F_T = k_2 v. \quad (13)$$

Аналогичный закон примем и для полезной силы сопротивления:

$$F_c = k_3 v. \quad (14)$$

С учетом (11)–(14) нелинейная система уравнений (1)–(4) приводится к линейной для каждого линейного участка кривой намагничивания:

$$R_1 i_1 + L_{1i} \frac{di_1}{dt} + N_i \frac{di_2}{dt} = -U; \quad (15)$$

$$R_2 i_2 + L_{2i} \frac{di_2}{dt} + N_i \frac{di_1}{dt} = -k_1 v; \quad (16)$$

$$m \frac{dv}{dt} = k_1 i_2 - kv, \quad (17)$$

где

$$L_{1i} = L_{s1} + \frac{w_1^2 S \mu_{pi}}{l_c}; \quad L_{2i} = L_{s2} + \frac{w_2^2 S \mu_{pi}}{l_c};$$

$$N_i = \frac{w_1 w_2 S \mu_{pi}}{l_c}; \quad k = k_2 + k_3.$$

Система (15)–(17) позволяет получить следующее дифференциальное уравнение для скорости движения пластины линейного электродвигателя:

$$A_{1i} \frac{d^3 v}{dt^3} + A_{2i} \frac{d^2 v}{dt^2} + A_{3i} \frac{dv}{dt} + A_4 v = 0, \quad (18)$$

где

$$A_{1i} = \frac{m}{k_1} (L_{1i} L_{2i} - N_i^2);$$

$$A_{2i} = \frac{1}{k_1} [(L_{1i} L_{2i} - N_i^2) k + m (R_1 L_{2i} + L_{1i} R_2)];$$

$$A_{3i} = \frac{1}{k_1} [R_2 (m R_1 + k L_{1i}) + k^2 L_{1i} + k R_1 L_{2i}];$$

$$A_4 = \frac{R_1}{k_1} (k^2 + k R_2).$$

В рассматриваемом случае нулевые начальные условия (6) и (7) остаются справедливыми лишь при работе трансформатора на первом линейном участке кривой намагничивания. При его работе на i -м участке начальные условия для скорости v и ее производных будут следующими:

при $t = 0$; $v = v_{0i}$;

$$\frac{dv}{dt} = V_{0i} = \frac{k_1}{m} i_{20i} - \frac{k}{m} v_{0i}; \quad (19)$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = W_{0i} = \frac{k_1}{m} \frac{(N_i U + N_i R_1 i_{10i} - k_1 L_{1i} v_{0i} - R_2 L_{1i} i_{20i})}{(L_{1i} L_{2i} - N_i^2)} - \frac{k k_1}{m^2} i_{20i} + \frac{k^2}{m^2} v_{0i},$$

где v_{0i} , i_{10i} и i_{20i} — начальные значения соответственно скорости движения пластины и токов в обмотках трансформатора.

В зависимости от дискриминанта

$$\lambda_i = q_i^2 + p_i^3,$$

определяемого корнями характеристического уравнения

$$y_i^3 + 3p_i y_i + 2q_i = 0,$$

где

$$q_i = \frac{A_{2i}^3}{27A_{1i}^3} - \frac{A_{2i}A_{3i}}{6A_{1i}^2} + \frac{A_4}{2A_{1i}}; \quad p_i = \frac{3A_{1i}A_{3i} - A_{2i}^2}{9A_{1i}^2},$$

решения (18) могут быть записаны в виде:

$$\lambda_i \neq 0; \quad v(t) = C_{1i} e^{\alpha_{1i} t} + C_{2i} e^{\alpha_{2i} t} + C_{3i} e^{\alpha_{3i} t}; \quad (20)$$

$$\lambda_i = 0; \quad v(t) = C_{1i} e^{\alpha_{1i} t} + e^{\alpha_{2i} t} (C_{2i} + C_{3i} t). \quad (21)$$

где

$$\alpha_{ji} = y_{ji} - \frac{A_{2i}}{3A_{1i}}.$$

Уместно отметить, что при $\lambda < 0$ все корни являются действительными, а при $\lambda > 0$ два из них являются комплексными. Не нарушая общности дальнейших исследований, остановимся на случае, когда $\lambda < 0$.

Исходя из начальных условий (19) и решения (20), постоянные интегрирования определяются следующими выражениями:

$$C_{1i} = \frac{(\alpha_{3i} - \alpha_{2i})}{\Omega_i} S_{1i}; \quad C_{2i} = \frac{(\alpha_{1i} - \alpha_{3i})}{\Omega_i} S_{2i};$$

$$C_{3i} = \frac{(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})}{\Omega_i} S_{3i}, \quad (22)$$

где

$$S_{1i} = W_{0i} - V_{0i}(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) + \alpha_{2i}\alpha_{3i}v_{0i};$$

$$S_{2i} = W_{0i} - V_{0i}(\alpha_{1i} - \alpha_{3i}) + \alpha_{1i}\alpha_{3i}v_{0i};$$

$$S_{3i} = W_{0i} - V_{0i}(\alpha_{1i} + \alpha_{2i}) + \alpha_{1i}\alpha_{2i}v_{0i};$$

$$\Omega_i = \alpha_{1i}^2(\alpha_{3i} - \alpha_{2i}) + \alpha_{2i}^2(\alpha_{1i} - \alpha_{3i}) + \alpha_{3i}^2(\alpha_{2i} - \alpha_{1i}).$$

Течение жидкого металла в обоих горизонтальных зазорах канала двигателя является идентичным, поэтому достаточно рассмотреть течение жидкости в верхнем зазоре ($0 \leq x \leq \delta$).

Ограничимся случаем работы трансформатора на первом линейном участке кривой намагничивания. Решение уравнения (5) при произвольном законе изменения во времени скорости движения пластины получено в [Л. 5] применительно к рассматриваемому случаю оно может быть записано в виде:

$$v_{ж}(x, t) = \int_0^t v'(t_1) u(x, t - t_1) dt_1, \quad (23)$$

где

$$u(x, t) = \Phi(x) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\alpha_n^2 t} \psi_n(x);$$

$$\Phi(x) = C_4 \left(\operatorname{ch} \frac{Mx}{\delta} - \frac{\operatorname{sh} M}{M} \right) +$$

$$+ C_5 \left[\operatorname{sh} \frac{Mx}{\delta} - \frac{1}{M} (\operatorname{ch} M - 1) \right];$$

$$\psi_n(x) = \frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2} \sin \sqrt{\beta_n} x + \cos \sqrt{\beta_n} x - 1;$$

$$C_4 = \frac{1}{(M - \operatorname{sh} M)} \left[M + \frac{(\operatorname{sh} M - M \operatorname{ch} M)(\operatorname{ch} M - 1)}{(2 - 2 \operatorname{ch} M + M \operatorname{sh} M)} \right];$$

$$C_5 = \frac{(\operatorname{sh} M - M \operatorname{ch} M)}{(2 - 2 \operatorname{ch} M + M \operatorname{sh} M)};$$

$$\alpha_n^2 = \frac{M^2 \gamma}{\delta^2} + \gamma \beta_n; \quad C_n = - \frac{C_4 J_1 + C_5 J_2}{J_3};$$

$$J_1 = \frac{1}{M^2 + \delta^2 \beta_n} \left[M \operatorname{sh} M + 2 \operatorname{ch} M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2} - \right.$$

$$\left. - 2 \left(1 + \frac{\delta^2 \beta_n}{4} \right) \operatorname{ch} M \cos \sqrt{\beta_n} \delta \right] - \frac{\delta}{M} \operatorname{sh} M;$$

$$J_2 = \frac{1}{M^2 + \delta^2 \beta_n} \left[M \operatorname{ch} M + 2 \operatorname{sh} M - M - \right.$$

$$\left. - 2 \left(1 + \frac{\delta^2 \beta_n}{4} \right) \operatorname{sh} M \cos \sqrt{\beta_n} \delta \right] - \frac{\delta}{M} (\operatorname{ch} M - 1);$$

$$J_3 = \frac{\delta}{2} \left[\left(\frac{\delta^2 \beta_n}{4} - 1 \right) \left(1 - \frac{\sin 2\sqrt{\beta_n} \delta}{2\sqrt{\beta_n} \delta} \right) + \sin^2 \sqrt{\beta_n} \delta \right].$$

Собственные значения β_n определяются из следующего трансцендентного уравнения:

$$\frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2} = \operatorname{tg} \frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2}. \quad (24)$$

Пять последовательных корней трансцендентного уравнения (24) приведены ниже:

$\delta \sqrt{\beta_n}/2$	4,55	7,73	10,90	14,08	17,19
n	1	2	3	4	5

Остальные корни могут быть определены по следующей приближенной формуле:

$$\frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2} \approx \frac{\pi}{2} (2n + 1) + \frac{\pi}{4} (2n + 1) \times$$

$$\times \left[\sqrt{1 - \frac{16}{\pi^2 (2n + 1)^2}} - 1 \right].$$

Подставляя (20) в (23), после интегрирования получаем:

$$v_{ж}(x, t) = v(t) \Phi(x) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_n(x) \Pi_n(t), \quad (25)$$

где

$$\Pi_n(t) = \frac{C_{11} \alpha_{11}}{\alpha_n^2 + \alpha_{11}} (e^{\alpha_{11} t} - e^{-\alpha_n^2 t}) +$$

$$+ \frac{C_{21} \alpha_{21}}{\alpha_n^2 + \alpha_{21}} (e^{\alpha_{21} t} - e^{-\alpha_n^2 t}) + \frac{C_{31} \alpha_{31}}{\alpha_n^2 + \alpha_{31}} (e^{\alpha_{31} t} - e^{-\alpha_n^2 t}).$$

Решение (25) позволяет определить силу сопротивления, обусловленную вязким трением:

$$F_T = -2al_a \eta \left(\frac{\partial v_{ж}}{\partial x} \right)_{x=0} =$$

$$= -\frac{2al_a \eta}{\delta} \left[C_5 M v(t) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\delta^2 \beta_n}{2} \Pi_n(t) \right]. \quad (26)$$

Цифра 2 в формуле (26) учитывает верхнюю и нижнюю поверхности пластины.

Для жидких металлов на практике всегда выполняется условие $M \gg 1$. При этом можно положить $C_4 \approx 1$; $C_5 \approx -1$.

Учитывая, что тригонометрические функции, входящие в выражение для C_n , ограничены едини-

цей, а $\delta^2\beta_n \sim \pi^2(2n+1)^2$, коэффициенты ряда можно представить следующим приближенным выражением:

$$C_n \approx -\frac{8\left(M + \frac{\delta^2\beta_n}{2}\right)}{\delta^2\beta_n(M^2 + \delta^2\beta_n)}.$$

Исходя из физических соображений можно также заключить, что при больших числах Гартмана время формирования профиля скорости течения жидкого металла значительно меньше времени движения пластины, т. е. $|\alpha_n^2| \gg |\alpha_{ji}|$. При этих условиях выражение (26) приводится к следующему:

$$F_T \approx \frac{2al_a\eta}{\delta} Mv(t) + 8al_a\delta\rho v'(t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(M + \frac{\delta^2\beta_n}{2}\right)}{(M^2 + \delta^2\beta_n)^2}.$$

Анализ показывает, что при $M \gg 1$ с большой степенью точности можно положить

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(M + \frac{\delta^2\beta_n}{2}\right)}{(M^2 + \delta^2\beta_n)^2} \approx \frac{1}{16M}.$$

Таким образом, выражение для силы F_T принимает следующий окончательный вид:

$$F_T \approx \frac{2al_a\eta}{\delta} Mv(t) + \frac{m_{ж}}{4M} v'(t), \quad (27)$$

где $m_{ж} = 2al_a\delta\rho$ — масса жидкого металла.

К аналогичному результату с небольшими поправками можно прийти, рассматривая работу трансформатора на любом из линейных участков кривой намагничивания.

Из (27) следует, что сделанное выше предположение о линейном законе изменения силы трения в функции скорости движения пластины является обоснованным, при этом

$$k_2 = \frac{2al_a\eta}{\delta} M.$$

Второй член в (27) свидетельствует лишь о том, что в (4) в массу m необходимо включать присоединенную массу жидкого металла, увлекаемую движущейся пластиной.

Основываясь на решении (20), нетрудно получить выражения, характеризующие изменения во времени перемещения пластины s , а также токов i_2 и i_1 :

$$s(t) = s_{0i} + \frac{C_{1i}}{\alpha_{1i}}(e^{\alpha_{1i}t} - 1) + \frac{C_{2i}}{\alpha_{2i}}(e^{\alpha_{2i}t} - 1) + \frac{C_{3i}}{\alpha_{3i}}(e^{\alpha_{3i}t} - 1); \quad (28)$$

$$i_2(t) = D_{1i}e^{\alpha_{1i}t} + D_{2i}e^{\alpha_{2i}t} + D_{3i}e^{\alpha_{3i}t}; \quad (29)$$

$$i_1(t) = i_{10i} + \Lambda_{1i}(1 - e^{\alpha_{1i}t}) + \Lambda_{2i}(1 - e^{\alpha_{2i}t}) + \Lambda_{3i}(1 - e^{\alpha_{3i}t}), \quad (30)$$

где

$$D_{1i} = \frac{C_{1i}}{k_1}(m\alpha_{1i} + k); \quad D_{2i} = \frac{C_{2i}}{k_1}(m\alpha_{2i} + k);$$

$$D_{3i} = \frac{C_{3i}}{k_1}(m\alpha_{3i} + k); \quad \Lambda_{2i} = \frac{1}{N_i} \left(\frac{k_1 C_{2i} + R_2 D_{2i}}{\alpha_{2i}} + L_{2i} D_{2i} \right);$$

$$\Lambda_{3i} = \frac{1}{N_i} \left(\frac{k_1 C_{3i} + R_2 D_{3i}}{\alpha_{3i}} + L_{2i} D_{3i} \right).$$

Соответствующие решения должны сходиться на границах линейных участков с учетом (3). Построение функций $v(t)$, $s(t)$, $i_2(t)$ и $i_1(t)$ необходимо выполнять с учетом сдвига интервала времени.

При рассмотрении обратного хода пластины задача решается аналогично, при этом в (1) следует положить $U=0$ и принять $i_{10i} = -U/R_1$.

Для проверки полученных теоретических соотношений была создана экспериментальная установка с кондукционным линейным электродвигателем согласно схеме рис. 1.

Параметры элементов экспериментальной установки следующие.

Понижающий трансформатор: $w_1=432$; $w_2=10$; $r_1=2,37 \text{ ом}$; $r_2=1,46 \cdot 10^{-3} \text{ ом}$; $L_{s1}=0,083 \text{ гн}$; $L_{s2}=0,046 \cdot 10^{-3} \text{ гн}$; $S=2800 \text{ мм}^2$; $l_c=510 \text{ мм}$; $r_d=0,638 \text{ ом}$.

Линейный электродвигатель: площадь полюса электромагнита $292 \times 100 \text{ мм}^2$; высота зазора 35 мм ; магнитная индукция в зазоре $B_B=0,475 \text{ тл}$; материал пластины — электротехническая медь; размеры пластины и ее масса: $a=29,6 \text{ мм}$; $b=5 \text{ мм}$; $l=916 \text{ мм}$; $l_a=260 \text{ мм}$; $m=1,165 \text{ кг}$.

Для осуществления жидкометаллического токоподвода к пластине использовалась ртуть ($\sigma=1,044 \cdot 10^6 \text{ 1/(ом} \cdot \text{м)}$; $\rho=1,355 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$; $\eta=1,55 \times 10^{-3} \text{ н} \cdot \text{сек/м}^2$; $\nu=1,14 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$).

С целью уменьшения контактного сопротивления на границе медь — ртуть [Л. 6] медная пластина и внутренняя поверхность медных электродов канала были предварительно амальгамированы.

Толщина горизонтального слоя ртути в канале $\delta=2 \text{ мм}$. Внутреннее электрическое сопротивление двигателя r_0 составляло $4,86 \cdot 10^{-6} \text{ ом}$. Активное сопротивление вторичной цепи трансформатора R_2 , включающее сопротивление обмотки, токоподводящих шин и двигателя, было равно $3,003 \cdot 10^{-2} \text{ ом}$. Компенсация реакции якоря электродвигателя осуществлялась обратным токопроводом, размещенным в зазоре электромагнита.

В качестве нагрузки электродвигателя использовался линейный генератор, у которого якорем являлась общая с двигателем медная пластина. Таким образом, обеспечивалось изменение полезной силы сопротивления от скорости движения пластины по линейному закону. Для экспериментальной установки $k=10$.

При прямом ходе двигателя первичная обмотка трансформатора получала питание от батареи кадмиево-никелевых аккумуляторов, число элементов которой менялось в зависимости от номера опыта.

В процессе проведения исследований на осциллографе регистрировалось изменение во времени токов в обмотках трансформатора и перемещения пластины. Последнее осуществлялось по сигналам специальных прерывателей электрической цепи, установленных с определенным шагом по длине пластины. По экспериментальной кривой $s(t)$ определялась кривая $v(t)$.

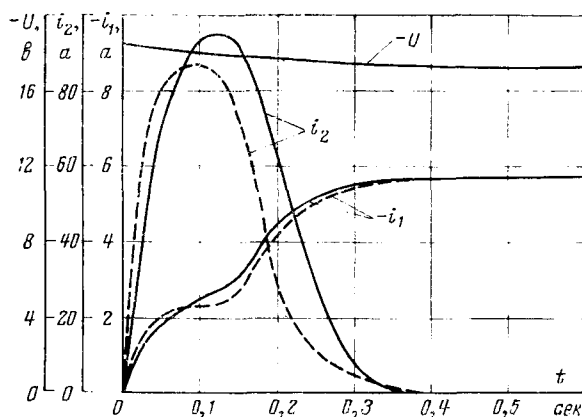


Рис. 3.

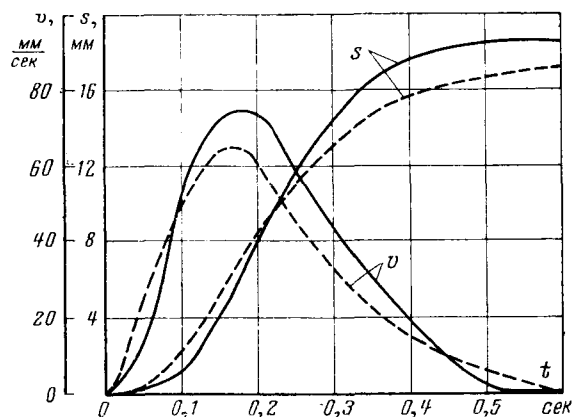


Рис. 4.

Для проведения расчетов по полученным теоретическим зависимостям опытная кривая намагничивания трансформатора, соответствующая восходящей ветви частного гистерезисного цикла, была аппроксимирована четырьмя прямыми линиями с параметрами, приведенными ниже:

Номер участка	1	2	3	4
Диапазон H , а/м	0—200	200—330	330—1200	>1200
μ_d , гн/м	$6,25 \cdot 10^{-4}$	$78 \cdot 10^{-4}$	$2,59 \cdot 10^{-4}$	$0,638 \cdot 10^{-4}$

При выполнении расчетов учитывалось незначительное снижение начального напряжения аккумуляторной батареи U_0 за счет внутреннего падения напряжения.

На рис. 3 и 4 приведены опытные (сплошные) и расчетные (штриховые) зависимости $i_1(t)$, $i_2(t)$, $s(t)$ и $v(t)$, полученные при $U_0=18,4$ в. Отмечается удовлетворительное совпадение опытных и расчетных данных. Средний к. п. д. экспериментального двигателя без учета потерь на возбуждение, определенный за время цикла, при $U_0=18,4$ в составил 57,6%.

В заключении отметим, что при конструировании кондукционных линейных электродвигателей рассмотренного типа особое внимание должно быть обращено на надежность работы сальников, обеспечивающих герметизацию канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проблемы автоматизированного электропривода.— «Электричество», 1973, № 3, с. 1—5. Авт.: М. Г. Чиликин, И. И. Петров, М. М. Соколов, М. Г. Юньков.
2. Электромагнитные машины возвратно-поступательного движения. Под ред. Н. П. Ряшенцева. Новосибирск, АН СССР, 1971.
3. Seguenz H. Elektrische Maschinen mit geradliniger Bewegung.— «Elektrotechnik und Maschinenbau», 1964, № 17, S. 421—432.
4. Рябинин А. Г., Хожайнов А. И. Нестационарные течения жидких металлов в МГД — устройствах. М., «Машиностроение», 1970.
5. Хожайнов А. И. Нестационарное магнитогидродинамическое течение Куэтта с нулевым расходом жидкости.— «Журнал техн. физики АН СССР», 1972, № 2, с. 328—332.
6. Хожайнов А. И. Влияние контактного сопротивления на показания магнитных расходомеров.— «Измерительная техника», 1965, № 10, с. 16—18.

[14.2.1974]

УДК 621.313.333.001.4

Влияние технологических отклонений параметров асинхронного двигателя на процесс разгона

КРАВЧЕНКО Ю. И., БИЛАН В. Н., ВАКУЛЕНКО К. Н.

Киевский политехнический институт

Каждый двигатель, выпускаемый заводом-изготовителем, подвергается контрольным испытаниям, на основании которых можно косвенно судить о таких важнейших показателях качества асинхронных двигателей, как максимальный, минимальный и пусковой моменты. Непосредственное измерение этих моментов является операцией длительной и дорогостоящей и проводится только при типовых испытаниях. Применяемые сейчас методы экспериментального определения механических характеристик двигателей обладают существенным недостатком: требуют присоединения к испытываемому двигателю дополнительных электрических машин или громоздких датчиков, что препятствует внедрению этих методов в заводскую практику.

В [Л. 1] описывается установка с фотоэлектрическим датчиком для наблюдения механической характеристики двигателя непосредственно на экране электронного осциллографа. Так как этот метод требует минимального времени и является достаточно дешевым, то он может применяться на электромашиностроительных заводах для контроля и аттестации качества серийных двигателей.

Механическая характеристика, получаемая при типовых испытаниях, является статической, так как двигатель при каждом фиксированном скольжении работает достаточно долго (несколько секунд). Методы, основанные на осциллографировании процесса, дают механическую характеристику с учетом скорости изменения скольжения, т. е. динамическую. Для двигателей малой и средней мощности динамическая характеристика значительно отличается от статической; ГОСТы дают значения критического момента по статической характеристике, а двигатель разгоняется по динамической характеристике, поэтому желательно изучить влияние отдельных факторов на кривую разгона двигателя и сопоставить ее со статической кривой. Это позволит обосновать переход от динамической осциллограммы к статической характеристике.

Моделирование переходных процессов двигателя проводилось на АВМ типа МН-7 [Л. 2 и 3]. Использовались дифференциальные уравнения асинхронного двигателя, записанные в системе координат x , y и 0 , вращающихся в пространстве с синхронной скоростью. Для удобства вычислений система

уравнений приведена к относительным единицам:

$$\frac{d\psi_{x1}}{dt} = U \cos \gamma - \frac{r_1}{L_1 \sigma} \psi_{x1} + \frac{r_1 L_0}{L_1 L_2 \sigma} \psi_{x2} + \psi_{y1};$$

$$\frac{d\psi_{y1}}{dt} = U \sin \gamma - \frac{r_1}{L_1 \sigma} \psi_{y1} + \frac{r_1 L_0}{L_1 L_2 \sigma} \psi_{y2} - \psi_{x1};$$

$$\frac{d\psi_{x2}}{dt} = -\frac{r_2}{L_2 \sigma} \psi_{x2} + \frac{r_2 L_0}{L_1 L_2 \sigma} \psi_{x1} + \psi_{y2};$$

$$\frac{d\psi_{y2}}{dt} = -\frac{r_2}{L_2 \sigma} \psi_{y2} + \frac{r_2 L_0}{L_1 L_2 \sigma} \psi_{y1} - \psi_{x2};$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{H} M_c - \frac{L_0}{L_1 L_2 \sigma H} (\psi_{x2} \psi_{y1} - \psi_{x1} \psi_{y2}),$$

где ψ_{x1} , ψ_{y1} , ψ_{x2} , ψ_{y2} — потокосцепления статора и ротора по осям x и y ; U — напряжение на статоре; γ — фаза напряжения U в момент подключения двигателя к сети; M_c — момент нагрузки; v — скольжение; H — инерционная постоянная;

$\sigma = 1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2}$; L_1 , L_2 — полные индуктивности обмоток двигателя; L_0 — индуктивность взаимной индукции между обмотками статора и ротора; r_1 , r_2 — активные сопротивления обмоток двигателя.

При переходе к относительным единицам в качестве базисных выбраны следующие значения:

$$u_e = \sqrt{2} U_{\phi}; \quad i_e = \sqrt{2} I_{\phi}; \quad \omega_e = 2\pi f; \quad \psi_e = \frac{u_e}{\omega_e};$$

$$t_e = \frac{1}{\omega_e}; \quad z_e = \frac{u_e}{i_e}; \quad L_e = \frac{z_e}{\omega_e}; \quad M_e = \frac{3}{2} \frac{u_e i_e}{\omega_e} p,$$

где p — число пар полюсов.

Инерционная постоянная выражается через маховой момент и базисные значения:

$$H = \frac{GD^2 \omega_e^3}{6 u_e i_e}.$$

Для моделирования пуска задавались начальные условия:

$$\psi_{x1}|_{t=0} = \psi_{y1}|_{t=0} = \psi_{x2}|_{t=0} = \psi_{y2}|_{t=0} = 0$$

и в зависимости от того, исследовался ли пуск холостую или под нагрузкой, задавался момент сопротивления, равный или не равный нулю.

Для нахождения пускового и максимального моментов по статической характеристике использовалась методика [Л. 2].

На рисунке показана динамическая характеристика, рассчитанная для двигателя АО2-41-4, и статическая характеристика, снятая экспериментально для того же двигателя. На этом же рисунке показана динамическая характеристика, снятая экспериментально для того же двигателя при реверсе с «затухшим» полем.

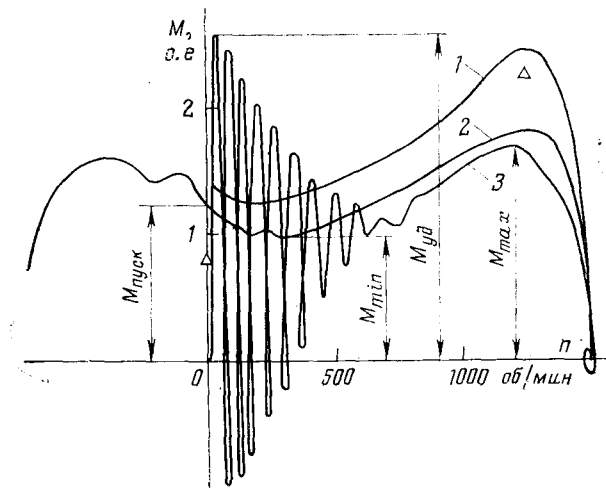
Для оценки точности используемой методики результаты моделирования для нескольких конкретных двигателей сравнивались с результатами экспериментальных исследований. Результаты сравнения приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, погрешность определения максимального момента в среднем составляет около 10%. Такая

Таблица 1*

Значения	АО2-41-4			АО2-41-6		
	M_{\max}	$M_{\text{пуск}}$	M_{\min}	M_{\max}	$M_{\text{пуск}}$	M_{\min}
Расчетное	1,71 2,32	0,79	0,79	1,8 2,2	1,0	1,0
Экспериментальное	1,83 2,465	1,26 1,44	0,99 1,29	2,13 2,52	1,42 1,42	0,93 1,14
Разница, %	6,5 5,7	45	39	15,5 12,6	29,6	12

* Значения моментов приведены в относительных единицах. В числителе стоят значения по динамической характеристике, в знаменателе — по статической.



Механические характеристики.

1 — статическая; 2 — при реверсе с «затухшим» полем (экспериментальная); 3 — при пуске, рассчитанная на АВМ.
Δ — пусковой и максимальный моменты по статической характеристике, рассчитанные на модели.

низкая точность объясняется погрешностью АВМ и принятым допущением о постоянстве параметров двигателя в процессе пуска. Погрешность определения пускового момента достигает нескольких десятков процентов, что явно недостаточно для решения поставленной задачи. Низкая точность определения пускового момента объясняется несовершенством используемой математической модели двигателя, которая не учитывает влияния высших гармоник полей, неравномерности воздушного зазора и эксцентриситета.

Решено было исследовать влияние разброса параметров двигателя на максимальный момент, соответствующий статической и динамической характеристикам, ударный момент и время разгона при пуске холостую.

В качестве параметров асинхронного двигателя, влияние которых на указанные характеристики подлежит исследованию, выбраны активные сопротивления и полные индуктивности фаз статора и ротора, а также индуктивность взаимной индукции между ними. Так как экспериментальные осциллограммы разгона асинхронного двигателя снимались при сочленении с дополнительной электрической машиной, то решено было включить в исследуемые факторы маховой момент ротора двигателя. Для возможности в дальнейшем учета уменьшения питающего напряжения при пуске в исследуемые факторы было включено напряжение сети.

Для повышения эффективности и сокращения времени проведения опытов применяются методы планирования эксперимента [Л. 4 и 5]. На первоначальной стадии для отсеивания факторов, мало влияющих на кривую разгона, а также при малых вариациях факторов применяется метод линейного планирования эксперимента, т. е. математическая модель исследуемого объекта находится в виде полинома первой степени:

$$\hat{Z} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_4 X_4 + b_5 X_5 + b_6 X_6 + b_7 X_7,$$

где \hat{Z} — значение показателя (M_{\max} , $M_{\text{уд}}$, t_p и т. д.), предсказанное уравнением; $X_1, X_2, X_3, \dots, X_7$ — кодированные факторы.

Переход от натуральных факторов к кодированным производится по формулам:

$$X_1 = \frac{r_1 - \bar{r}_1}{\Delta r_1}; \quad X_2 = \frac{L_1 - \bar{L}_1}{\Delta L_1}; \quad X_3 = \frac{L_0 - \bar{L}_0}{\Delta L_0};$$

$$X_4 = \frac{r_2 - \bar{r}_2}{\Delta r_2}; \quad X_5 = \frac{L_2 - \bar{L}_2}{\Delta L_2}; \quad X_6 = \frac{H - \bar{H}}{\Delta H};$$

$$X_7 = \frac{U - \bar{U}}{\Delta U},$$

где $\bar{r}_1, \bar{L}_1, \bar{L}_0, \bar{r}_2, \bar{L}_2, \bar{H}, \bar{U}$ — средние значения параметров (нулевой уровень); $\Delta r_1, \Delta L_1, \Delta L_0, \Delta r_2, \Delta L_2, \Delta H, \Delta U$ — интервал варьирования параметров.

Выбор нулевого уровня и интервала варьирования параметров r_1, L_1, L_0, r_2, L_2 произведен на основании статистического исследования 120 двигателей АО2-41-4. За интервал варьирования принимаются три средних квадратических отклонения. Нижний уровень инерционной постоянной определен маховым моментом двигателя, верхний уровень — его удвоенным значением. За нижний уровень напряжения питания принимается $0,8U_n$, за верхний — U_n .

Таблица 2

Фактор	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
Параметр	r_1	L_1	L_0	r_2	L_2	H	U
Нулевой уровень (среднее значение)	0,0442	0,1073	2,28	0,0414	0,1073	19,5	0,9
Интервал варьирования	0,0138	0,0096	0,321	0,00765	0,0096	66,5	0,1
Верхний уровень "+"	0,0580	0,1169	2,601	0,0491	0,1169	266	1,0
Нижний уровень "-"	0,0304	0,0977	1,959	0,0338	0,0977	133	0,8

В табл. 2 приведены выбранные уровни варьирования (о. с.). Для определения коэффициентов полинома b_i ($i=0, 1, \dots, 7$) решено было воспользоваться дробной репликой типа 2^{7-4} с генерирующими соотношениями:

$$X_4 = X_1X_2; X_5 = X_1X_3; X_6 = X_2X_3; X_7 = X_1X_2X_3.$$

При пренебрежении тройными и более высокими эффектами взаимодействия можно определить коэффициенты регрессии, которые будут совместными оценками при сумме линейных эффектов и эффектов парных взаимодействий. Чтобы оценить линейные эффекты отдельно от парных взаимодействий, была реализована вторая дробная реплика типа 2^{7-4} с генерирующими соотношениями:

$$X_4 = -X_1X_2; X_5 = -X_1X_3; X_6 = -X_2X_3; X_7 = X_1X_2X_3.$$

По этой реплике в совместных оценках для линейных эффектов все парные взаимодействия будут со знаком минус в отличие от первой реплики. Усреднив результаты вычислений для этих двух реплик, получим отдельные оценки для линейных эффектов. Матрица планирования и результаты опытов представлены в табл. 3.

Коэффициенты полиномов:

$$b'_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^8 X_{ik} Z_k; \quad b''_i = \frac{1}{n} \sum_{k=9}^{16} X_{ik} Z_k; \quad b_i = \frac{b'_i + b''_i}{2};$$

где b'_i, b''_i — коэффициенты, рассчитанные для каждой реплики; $n=8$ — число опытов в реплике; Z_k — исследуемый показатель двигателя ($M_{\max}, M_{\text{уд}}, t_p$ и т. д.); k — номер опыта. Значения коэффициентов приводятся в табл. 3.

Значимость коэффициентов оценивается с помощью F -отношения. Для этого находятся остаточная сумма квадратов и остаточная дисперсия по формулам:

$$S_R = \sum_{k=1}^{16} Z_k^2 - N \sum_{i=0}^7 b_i^2; \quad s^2 \{Z\} = \frac{S_R}{f_R},$$

где $N=16$ — общее число опытов в двух репликах; $f_R = N-1=15$ — число степеней свободы; Q — число коэффициентов при линейных членах.

Значение отношения F_i , найденное для каждого коэффициента по формуле:

$$F_i = \frac{Nb_i^2}{s^2 \{Z\}},$$

сравнивается с критическим значением F -отношения, взятого по таблицам [1, 6] для числа степеней свободы числителя $f_1=1$, числа степеней свободы знаменателя $f_2=8$ и вероятностной вероятности $\alpha=95\%$ ($F_{\text{кр}}=5,32$). Если $F_i > F_{\text{кр}}$, то коэффициент b_i признается значимым; если $F_i < F_{\text{кр}}$, то значение коэффициента b_i не превышает уровня «шумов» и им можно пренебречь. В табл. 3 значимые коэффициенты отмечены звездочкой.

Адекватность представления результатов исследования полиномом первой степени проверяется по критерию Фишера. Для этого из опытов 17—20 при нулевом уровне всех факторов подсчитывается среднее значение \bar{Z} , затем находится дисперсия опыта (воспроизводимость опыта):

$$s^2 \{Z\} = \frac{1}{n'-1} \sum_{k=17}^{20} (Z_k - \bar{Z})^2,$$

где $n'=4$ — число параллельных опытов на нулевом уровне.

Таблица 3

k	Факторы								Отклики				
	X_0	r_1 X_1	L_1 X_2	L_0 X_3	r_2 X_4	L_2 X_5	H X_6	U X_7	$Z_1=M_{\max}^{\text{дин}}$ о. е	$Z_2=M_{\max}^{\text{ст}}$ о. е	$Z_3=\Delta M_{\max}^{\text{ст}}$ %	$Z_4=M_{\text{уд}}$ о. е	$Z_5=t_p$ сек
1	+	—	—	—	+	+	+	—	1,18	1,54	23,4	2,03	1,06
2	+	+	—	—	+	+	+	—	1,70	2,03	16,3	2,23	0,75
3	+	—	+	—	—	+	—	+	1,58	1,85	14,6	2,40	0,48
4	+	+	+	—	+	—	—	—	1,08	1,23	12,3	1,68	0,58
5	+	—	—	+	+	—	—	+	2,06	2,30	10,4	3,80	0,56
6	+	+	—	+	+	+	—	—	1,07	1,28	16,4	1,42	0,65
7	+	—	+	+	—	—	+	—	1,17	1,42	17,6	1,83	1,21
8	+	+	+	+	+	+	+	+	1,60	1,82	12,1	2,41	0,75
9	+	+	+	+	—	—	—	+	1,64	1,87	12,3	2,26	0,42
10	+	+	+	+	+	+	—	—	1,12	1,30	13,8	1,96	0,59
11	+	—	—	+	+	—	+	—	1,22	1,40	13,1	1,95	0,90
12	+	+	—	—	—	+	+	+	1,88	2,18	13,8	2,79	0,82
13	+	+	+	—	—	+	+	—	1,06	1,24	14,5	1,26	1,53
14	+	—	+	—	+	—	+	+	1,96	2,10	6,7	3,44	0,64
15	+	+	—	—	+	+	—	+	1,69	1,90	11,0	2,71	0,35
16	+	—	—	—	—	—	—	—	1,35	1,56	13,5	2,17	0,51
17	+	0	0	0	0	0	0	0	1,44	1,75	17,7	2,14	0,69
18	+	0	0	0	0	0	0	0	1,49	1,77	16,8	2,15	0,61
19	+	0	0	0	0	0	0	0	1,41	1,8	21,7	2,13	0,64
20	+	0	0	0	0	0	0	0	1,43	1,7	15,8	2,16	0,65
Значения	Коэффициенты уравнений								Средние значения для нулевого уровня				
									1,443	1,755	18,0	2,145	0,647
$M_{\max}^{\text{дин}}$	1,460*	—0,078*	—0,076*	+0,010	+0,028	—0,063*	+0,011	+0,304*					
$M_{\max}^{\text{ст}}$	1,690*	—0,093*	—0,085*	+0,008	+0,010	—0,050*	+0,028	+0,314*					
$\Delta M_{\max}^{\text{ст}}$	13,9*	—0,3*	—0,88	—0,18	—1,01	+1,09	+0,82	—1,70					
$M_{\text{уд}}$	2,275*	—0,278*	—0,120*	+0,028	+0,223*	—0,152*	—0,026	+0,487*					
t_p	0,737*	+0,004	+0,038	0	—0,059	+0,041	+0,220*	—0,141*					

По найденным значениям остаточной дисперсии опыта определяется F -отношение, которое сравнивается с критическим значением, взятым из [Л. 6] для доверительной вероятности $\alpha=95\%$ и числа степеней свободы числителя $f_1=8$ и знаменателя $f_2=3$ ($F_{кр}=8,85$). Если найденное число F -отношение меньше или равно критическому, то полином адекватно описывает данное факторное пространство.

Проверка на адекватность полинома для ударного момента $M_{уд}$ показала, что имеется некоторая кривизна ($F_{|M_{уд}}=14,7 > F_{кр}=8,85$), что объясняется, вероятно, неравномерностью пренебрежения парными взаимодействиями. Тем не менее по результатам исследования можно заключить, что такие факторы, как индуктивность взаимной индукции L_0 и инерционная постоянная H , не влияют на ударный момент, в дальнейших исследованиях ударного момента ими можно пренебречь.

Исследование полинома для времени разгона t_p показало, что технологические отклонения параметров двигателя: r_1 , L_1 , L_0 , r_2 , L_2 не оказывают значимого влияния на время разгона. В пределах технологических отклонений параметров двигателя время разгона зависит лишь от момента инерции и питающего напряжения. По учитывая неадекватность представления результатов полином первой степени ($F_{|t_p}=40 > F_{кр}=8,85$), следует переходить к представлению времени разгона полиномом более высокой степени.

Проверка максимальных моментов $M_{\max}^{ст}$ и $M_{\max}^{дин}$, взятых по статической и динамической характеристикам, и их разности ΔM_{\max} подтверждает гипотезу адекватности представления результатов исследования полиномами первой степени

$$(F_{|M_{\max}^{ст}} = 4,83 < F_{кр} = 8,85; F_{|M_{\max}^{дин}} = 6,16 < F_{кр} = 8,85; \\ F_{|\Delta M_{\max}} = 1,82 < F_{кр} = 8,85). \text{ Оказывается, максимальные мо-}$$

менты $M_{\max}^{ст}$ и $M_{\max}^{дин}$ зависят только от параметров r_1 , L_1 , L_2 и U , что не противоречит общефизическим представлениям. Что касается их разности, то в выбранных пределах варьирования независимых факторов все коэффициенты при линейных членах незначимы и ими можно пренебречь.

Используя результаты такого исследования, можно обоснованно установить нижний предел максимального момента по динамической характеристике, который будет эквивалентен некоторому заданному нижнему пределу максимального момента по статической характеристике.

Аналогичные исследования можно проводить для других характерных величин и других режимов (например, реверса) с тем, чтобы использовать их при контроле и аттестации качества двигателей по кривым динамических режимов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаповаленко А. Г., Коваленко И. Е. Устройство для определения механических характеристик маломощных электродвигателей.— «Вестник КИИ. Электроэнергетика», 1969, вып. 6.
2. Копылов И. П., Мамедов Ф. А., Беспалов В. Я. Математическое моделирование асинхронных машин. М., «Энергия», 1969.
3. Соколов М. М. и др. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе. М., «Энергия», 1967.
4. Копылов И. П., Ильинский Н. Ф., Кузнецов Н. Л. О применении методов планирования эксперимента к задачам анализа и синтеза электрических машин.— «Электричество», 1970, № 2.
5. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
6. Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. Вычислительный центр АН СССР. М., 1966.

[26.2.1974]

УДК 62-83:621.771.2

Индивидуальный электропривод опорных валков стана холодной прокатки

Доктор техн. наук ФИЛАТОВ А. С., канд. техн. наук ХОТУЛЕВ В. К.
ВНИИметмаш

Усилиями отечественных организаций создана серия станов холодной прокатки тонкой и тончайшей ленты с индивидуальным электроприводом опорных валков (рис. 1). Принятая кинематическая схема приводит к ряду существенных преимуществ прокатного стана. Однако проявились и недостатки, к числу которых в первую очередь следует отнести пробуксовку рабочего валка по опорному.

Опыт освоения первых образцов промышленных станов с приводом через опорные валки показал, что имеют место случаи, когда величина предельного момента, передаваемого через контактирующие цилиндрические поверхности, оказывается недостаточной для обеспечения удовлетворительного протекания процесса прокатки. Начинаясь пробуксовки, исключающие возможность нормальной эксплуатации стана. Причиной этого явления могут быть: принятые схемы обжатия и натяжения полосы, непрерывно меняющиеся условия работы в зоне деформации, приводящие к асимметричной загрузке приводных двигателей верхнего и нижнего валков, и ошибочный выбор параметров электропривода.

Существенно также, что процесс прокатки тонкой и тончайшей ленты происходит при высоких удельных натяжениях, оказывающих существенное влияние на давление металла на валки, момент прокатки и опережения металла.

Заднее натяжение увеличивает загрузку главного привода, а переднее снижает. От соотношения этих параметров в значительной мере зависит величина опережения S , которая, как будет показано ниже, является определяющей при выборе допустимого диапазона изменения относительных окружных скоростей верхнего и нижнего приводных валков.

В статье решены следующие вопросы, представляющие практический интерес: определены параметры, при которых происходят пробуксовки опорного валка по рабочему; прове-

ден анализ работы стана при наличии разности окружных скоростей опорных (приводных) валков и определены значения допустимых отклонений по скорости и моментам двигателей.

Некоторые зависимости получены экспериментальным исследованием, при проведении которого выяснилась необходимость в измерении следующих величин:

- скоростей движения верхнего и нижнего слоев прокатываемого металла $v_{в.с}$, $v_{н.с}$ (рис. 1, б);
- линейных скоростей вращения верхних и нижних опорных и рабочих валков $v_{о.в}$, $v_{о.н}$, $v_{р.в}$, $v_{р.н}$;
- давления металла на валки, крутящих моментов на шпинделях и натяжениях полосы.

Для выявления характера изменения скорости движения верхнего и нижнего слоев прокатываемой ленты использовался метод кернения рабочих валков. Величина опережения металла в этом случае определялась в соответствии с зави-

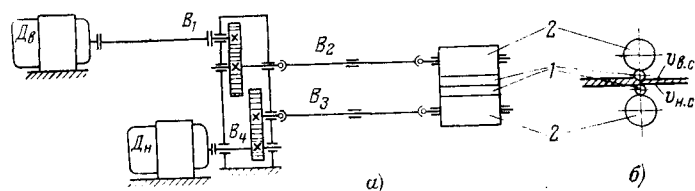


Рис. 1. Схема стана с приводом опорных валков.

1, 2 — рабочие опорные валки; Дв — Дв — двигатель верхнего и нижнего опорных валков; В1, В4 — валы; В2, В3 — универсальные шпиндели.

симостью:

$$S = \frac{l - \pi d_p}{\pi d_p}, \quad (1)$$

где l — расстояние между кернами на полосе; d_p — диаметр рабочего валка.

Рабочие моменты на шпинделях и валах моталок, давление металла на валки, натяжение полосы измерялись с помощью тензометрических датчиков. Измерение относительных скоростей вращения опорных и рабочих валков проводилось дискретным методом; сущность его заключается в следующем.

На каждый опорный и рабочий валок крепилось по одному импульсному датчику специальной конструкции. Датчик нижнего опорного валка являлся командным (базовым). Он выдавал один импульс за оборот. В течение одного оборота опорного валка производилось измерение угловых перемещений, в течение другого — фиксация измерения на шлейф осциллографа. Результаты исследования приводятся ниже.

Экспериментальное исследование закономерностей движения полосы и валков стана. Исследование проводилось на промышленном четырехвалковом стане 150/500÷400. Стан выполнен с индивидуальным приводом опорных валков. Мощность каждого двигателя $P=280$ квт. При прокатке соблюдалось равенство удельных переднего и заднего натяжений $T_1=T_0=6$ кгс/мм². Охлаждение валков осуществлялось 4—5%-ной эмульсией.

Скорость нижнего опорного валка оставалась неизменной и равной 3,5 м/сек. Скорость вращения верхнего опорного валка повышалась изменением потока возбуждения приводного двигателя. Разница в линейных скоростях опорных валков постепенно доводилась до 5% и выше.

Результаты замеров приведены в таблице, из которой следует, что скорости выхода металла, как верхнего слоя

его $v_{в.с.}$, так и нижнего $v_{н.в.}$, равны между собой и остаются неизменными независимо от изменения скорости верхнего опорного валка.

При симметричной прокатке, когда окружные скорости опорных валков равны ($T_0=T_1$), опережения верхнего и нижнего слоев составляют 4%. По мере повышения линейной скорости верхнего опорного валка опережение верхнего слоя снижается и при разности $\Delta v=5\%$ становится равным нулю, в то время как опережение нижнего слоя сохраняется примерно на прежнем уровне.

Это состояние считается критическим, ибо дальнейшее увеличение разности окружных скоростей опорных валков приводит к появлению отрицательного опережения, что соответствует состоянию, предшествующему началу буксования рабочего валка по металлу. Полная буксовка, при которой связь металла с валком полностью нарушается и передача необходимого для обжатия металла момента становится невозможной, часто наступает при более неблагоприятных условиях. Однако для практических целей рекомендуется считать критическим состоянием момент, при котором опережение верхнего слоя металла становится равным нулю.

Интересно заметить, что при увеличении разности скоростей в указанных пределах между опорными валками жесткая связь между рабочими и опорными валками сохраняется.

Таким образом, процесс самовыравнивания скоростей при нарушении условий симметричной прокатки осуществляется главным образом в зоне деформации металла за счет звена «металл — рабочие валки».

Очевидно, условия прокатки будут более благоприятны в том случае, когда величина опережения будет иметь большее значение. Естественно, что в этом случае упрощаются требования к системе электропривода валков. Отсюда следует первый практический вывод: в стане с приводом через опорные валки прокатка с задним натяжением, большим переднего, не рекомендуется из-за уменьшения и, следовательно, допустимого разбаланса линейных скоростей валков.

Результаты обобщения экспериментальных исследований позволяют предложить методику расчета статических режимов привода опорных валков, в качестве исходного положения которой принимается равенство скоростей выхода из клетки верхнего и нижнего слоев металла:

$$n_1 D_{о.в.} (1 + S_v) = n_2 D_{о.н.} (1 + S_n). \quad (2)$$

Если при прокатке скорость вращения верхнего валка n_1 возрастает, то опережение S_v уменьшается так, чтобы $n_1 D_{о.в.} (1 + S_v) = \text{const}$. Параметры нижней системы привода n_2 и S_n при этом остаются неизменными. Таким образом, исходное положение допускает наличие разности Δv линейных скоростей приводных валков, и, как показали эксперименты, часто изменение Δv в пределах 0—4% не вызывает нарушения процесса прокатки, а обуславливает лишь появление разности моментов двигателей (уравнительного момента). Однако при окончательном решении вопроса следует пользоваться экспериментальными кривыми рис. 2, на которых приведена область рассеяния величины опережения S .

Исходя из этих кривых для случая прокатки мягких сталей может быть рекомендована в качестве допустимой величины разности окружных скоростей опорных валков $\Delta v=1.5\text{—}2.0\%$, а для случая прокатки высокоуглеродистых сталей $\Delta v=1.0\text{—}1.5\%$. Таким образом, регуляторы выравнивания нагрузок следует проектировать с зонами нечувствительности. При небольших рассогласованиях скорости регулятор выравнивания нагрузки не работает.

При превышении $\Delta v=1.5\text{—}2.0\%$ регулятор работает с небольшим коэффициентом пропорциональности k_1 между Δv и приращением тока ΔI в якорной цепи; в случае дальнейшего роста $\Delta v(3\text{—}3.5)\%$ коэффициент должен возрастать в 1.5—2 раза.

При проектировании прокатного стана с приводом через опорные валки следует помнить о наличии второй зоны пробуксовки между рабочим и опорными валами. Проанализируем это явление более подробно.

Пробуксовка опорного валка относительно рабочего в станах «кварто» возникает в результате того, что момент, который необходимо передать от опорного валка к рабочему для осуществления процесса прокатки, оказывается больше предельного значения момента, передаваемого через трение, при данном давлении металла на валки.

Наименование величин	Номер опыта						
	1	2	3	4	5	6	7
Толщина металла до прокатки h_0 , мм	1.45	1.46	1.46	1.45	1.45	1.45	1.46
Толщина металла после прокатки h_1 , мм	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
Обжатие Δh , %	24.3	24.5	24.5	24.3	24.3	24.3	24.5
Окружная скорость нижнего опорного валка $v_{о.н.}$, м/сек	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
$\Delta v_{о.в.} = \frac{v_{о.в.} - v_{о.н.}}{v_{о.н.}}$, %	0	0.8	1.5	2.2	3.0	3.5	4.87
$\Delta v_{р.н.} = \frac{v_{о.н.} - v_{р.н.}}{v_{о.н.}}$, %	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta v_{р.в.} = \frac{v_{о.в.} - v_{р.в.}}{v_{о.в.}}$, %	0	0	0	0	0	0	0
Опережение при прокатке со стороны верхнего валка S_v , %	4.0	3.22	2.80	2.37	1.50	1.07	0
Опережение при прокатке со стороны нижнего валка S_n , %	4.07	4.1	4.1	4.4	4.4	4.4	4.5
Скорость верхнего слоя металла $v_{в.с.}$, м/сек	3.64	3.64	3.65	3.64	3.65	3.65	3.64
Скорость нижнего слоя металла $v_{н.с.}$, м/сек	3.64	3.64	3.64	3.65	3.65	3.65	3.65
Скорость вращения верхнего рабочего валка $n_{р.в.}$, об/мин	7.50	7.56	7.60	7.67	7.72	7.76	7.87
Скорость вращения нижнего рабочего валка $n_{р.н.}$, об/мин	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5

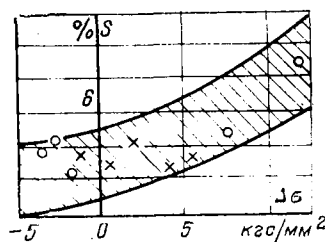


Рис. 2. Влияние разности удельных натяжений $\Delta\sigma$ (переднего и заднего) на опережение S . (Исходная толщина подката 1,6 мм; малоуглеродистая сталь; обжатие $\epsilon=25\text{—}35\%$; стан «кварто» 150/500×400).

Предельный момент определяется известным выражением:

$$M_{кр} = P \mu \frac{D_0}{2}, \quad (3)$$

где μ — коэффициент трения скольжения между валками; $M_{кр}$ — предельное значение момента (критическое значение), кгс·м; P — давление металла на валки, кгс; D_0 — диаметр опорного валка, м.

Чтобы не было пробуксовки, надо выполнить условие:

$$M_{пр} < M_{кр}, \quad (4)$$

где $M_{пр}$ — полный момент прокатки на один валок, приведенный к опорному валку, кгс·м, или

$$\frac{2M_{пр}}{D_0 P} < \mu. \quad (5)$$

Обозначив $\frac{2M_{пр}}{D_0} = F$ — окружное усилие на приводном опорном валке, — получим:

$$F/P < \mu. \quad (5a)$$

В прокатном стане соотношение момента прокатки и давления металла на валки определяется многими факторами и, естественно, может изменяться в довольно широких пределах. Кроме того, значение μ также может измениться, что при неблагоприятном стечении обстоятельств и приводит к пробуксовкам.

На основании экспериментальных данных видно, что значение F/P , как правило, близко к критическому. Следует, однако, иметь в виду, что при наличии натяжения соотношение F/P может измениться как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения, при этом предпочтение следует отдавать, конечно, переднему натяжению, при увеличении которого момент прокатки и давление уменьшаются одновременно. Заднее натяжение, наоборот, увеличивает момент прокатки и интенсивно снижает давление, т. е. явно способствует увеличению отношения F/P , что может вызвать пробуксовку.

Наличие на стане «кварто» с приводом на опорные валки режимов, близких к критическому, когда $F/P = \mu^*$, требует особо тщательного решения вопроса распределения нагрузок между двигателями, если привод опорных валков выполняется индивидуально. Дело в том, что при неравномерной нагрузке момент на одном из валков возрастает за счет появления уравнительного момента, тогда как давление практически не меняется.

Анализ системы электропривода опорных валков. Наличие маховых масс в главной линии стана с упругими связями между ними и различных возмущающих воздействий — бинения опорных валков, изменения толщины подката, мгновенного сброса натяжения (обрыв полосы) — может привести к различным переходным режимам, в результате которых возникают динамические перегрузки в отдельных узлах системы. Не исключена возможность, что эти явления создадут условия для пробуксовки рабочего валка по опорному или другие нежелательные явления.

Была поставлена задача провести анализ динамики электропривода совместно с главной линией стана. Анализ имел целью решить следующие вопросы:

определить частоту собственных крутильных колебаний системы клеть-двигатели и частоту вынужденных колебаний, обусловливаемых эксцентриситетом опорных валков и изменением толщины подката;

определить характер изменения уравнительного момента, передаваемого с одного валка на другой.

Кинематическая схема индивидуального привода опорных валков реверсивного стана холодной прокатки «400» (рис. 1) состоит из двух кинематических цепей, каждая из которых содержит двигатель, редуктор, опорный и рабочий валки и два соединительных валка B_1, B_2 или B_3, B_4 различной длины. Расчетная схема такой системы изображена на рис. 3.

Трехмассовая система (верхняя половина привода) состоит из момента инерции двигателя J_1 , приведенного момента инерции редуктора J_3 и приведенного момента инерции верхней валковой системы $J_в$.

Двухмассовая система (нижняя половина привода) состоит из суммарного момента инерции J_2 , равного моменту инерции двигателя, и приведенного к валу двигателя момента инерции редуктора и $J_н$ — приведенного момента инерции нижней валковой системы.

* На стане «кварто 400» $\mu_n \approx 0,04$.

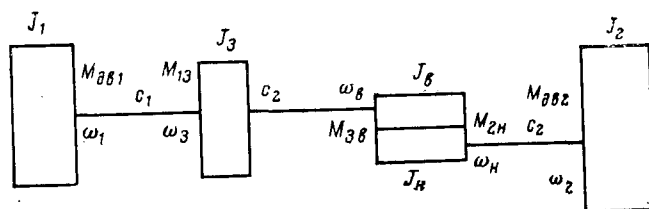


Рис. 3. Расчетная схема привода клетки.

При работе стана могут возникать вынужденные колебания системы, источником которых в первую очередь может быть эксцентриситет опорных валков. Очевидно, с учетом скорости прокатки $v_{пр}$ частота их определится из равенства:

$$f_b = \frac{v_{пр}}{\pi D_0}. \quad (6)$$

При $v_{пр} = 15$ м/сек $f_b = 9,55$ гц;
при $v_{пр} = 10$ м/сек $f_b = 6,36$ гц.

После уточнения исходных позиций и определения конкретных параметров расчетную схему электропривода клетки можно представить в виде четырехмассовой системы с возможными разрывами в валковой системе $J_н$ — $J_в$ из-за явления пробуксовки.

При составлении уравнений движения приняты следующие обозначения: c_1 — жесткость вала двигателя; c_2 — жесткость шпинделя, приведенная к валу двигателя; ω_1, ω_2 — угловые скорости валов двигателей; $\omega_в, \omega_н$ — угловые скорости опорных валков; ω_3 — угловая скорость массы J_3 ; $M_{дв1}, M_{дв2}$ — моменты на валу двигателей; $M_{13}, M_{3в}, M_{2н}$ — моменты упругости.

С учетом принятых обозначений уравнения движения системы можно записать в следующем виде:

$$M_{дв1} - M_{13} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};$$

$$M_{13} = c_1 \int (\omega_1 - \omega_3) dt;$$

$$M_{13} - M_{3в} = J_3 \frac{d\omega_3}{dt};$$

$$M_{3в} = c_2 \int (\omega_3 - \omega_в) dt;$$

$$M_{дв2} - M_{2н} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt};$$

$$M_{2н} = c_3 \int (\omega_2 - \omega_н) dt;$$

$$M_{3в} + M_{2н} = M_{пр} + J_в \frac{d\omega_в}{dt} + J_н \frac{d\omega_н}{dt};$$

$$M_{3в} - M_{2н} = k(\omega_в - \omega_н).$$

Коэффициент k , характеризующий степень связи между верхней и нижней системами привода, определялся из экспериментальных кривых. Значение $k=10$ примерно соответствует случаю прокатки при жесткой связи валков. В реальных условиях на стане $k=0,07$ — $0,08$ при прокатке мягких сталей и $k=0,223$ при прокатке высокоуглеродистых сталей. Решение частотного уравнения четырехмассовой системы приводит к следующим значениям собственных частот колебания системы электропривода клетки: $f_1=39,1$ гц; $f_2=22,45$ гц; $f_3=6,36$ гц.

Значение нижней частоты f_3 меньше частоты вынужденных колебаний от эксцентриситета опорных валков, вычисленной нами для скорости прокатки 15 м/сек ($f_b=9,55$ гц), что указывает на возможность резонансных явлений. Совпадение частот может произойти при прокатке $v_{пр}=10,1$ м/сек. Значения частот получены для следующих параметров стана:

Момент инерции двигателя	3,01 кгс·м/сек ²
Приведенный момент инерции опорного валка	0,16 кгс·м/сек ²
Момент инерции редуктора, приведенный к валу двигателя	2,45 кгс·м/сек ²
Приведенный момент инерции рабочего валка	0,0001 кгс·м/сек ²
Жесткость вала B_1	$2,62 \times 10^4$ кгс·м
Жесткость шпинделей B_2 и B_3	$0,918 \times 10^4$ кгс·м

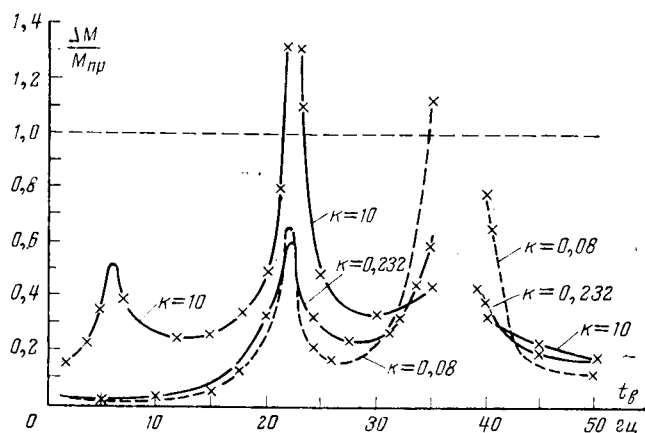


Рис. 4. Частотные характеристики привода клетки.

Анализ полученных уравнений движения системы электропривода клетки проведен на электронной аналоговой моделирующей установке. Рассмотрен наиболее тяжелый случай работы стана. Скорость прокатки 10 м/сек, максимальное изменение момента прокатки $\Delta M_{пр} = 0,3 M_{пр}$. Частота возмущающих воздействий меняется в широких пределах $f_{в} = 0-50$ Гц.

Было выявлено влияние частоты вынужденных колебаний момента прокатки на амплитудные значения уравнительного момента при различных значениях коэффициента связи

k между валами. Кроме того, анализировались возможности возникновения резонанса при равенстве вынужденной частоты и частоты собственных колебаний.

Амплитудно-частотные характеристики, полученные для указанных условий, приведены на рис. 4. Из характеристик следует, что коэффициент связи k оказывает сильное влияние на качество протекания переходных режимов.

При жесткой связи между валами на частоте 6,25 Гц, соответствующей свободным колебаниям четырехмассовой системы, проявляется тенденция к существенному увеличению амплитуды уравнительного момента (увеличение разности моментов приводных двигателей). Однако в реальных условиях ($k < 1$) резонанса на низкой частоте нет.

Возможность движения верхней валковой системы относительно нижней в зоне деформации металла, что имеет место при $k < 1$, приводит к тому, что на переходные режимы в зоне указанной частоты большое влияние оказывают трехмассовая и двухмассовая системы, для которых частота $f = 6,25$ Гц не является резонансной.

Несколько иная картина наблюдается при частоте возмущающих воздействий $f_{в} = 22$ и 39 Гц. Частота $f = 22$ Гц является первой резонансной частотой трехмассовой системы ($f = 21,7$ Гц) и второй резонансной частотой ($f = 22,45$ Гц) для четырехмассовой, а частота $f = 39$ Гц является общей резонансной частотой двухмассовой, трехмассовой и четырехмассовой систем. Именно этим объясняется повышение амплитудных значений уравнительного момента в области указанных частот при различных связях валковой системы. Однако эти частоты лежат за пределами реальных возмущений на стане, частота которых при скорости прокатки 10—15 м/сек не превышает 9 Гц.

[2.10.1973]

УДК 621.314.5

Опрокидывание компенсированного инвертора

Канд. техн. наук НИКОЛАЕВ Г. А.

Свердловск

Улучшение энергетических показателей преобразовательных агрегатов может быть достигнуто как за счет параллельного, так и последовательного включения конденсаторов в цепь переменного тока преобразователей. В работах [Л. 1—2] показано, что последовательное включение конденсаторов наряду с компенсацией реактивной мощности придает преобразователям ряд новых свойств и положительных качеств. В этом случае осуществляется безынерционное автоматическое регулирование генерируемой конденсаторами реактивной мощности синхронно с изменениями нагрузки, преобразователь в инверторном режиме приобретает свойство повышенной устойчивости при любых изменениях тока нагрузки и снижениях напряжения в системе переменного тока, а также обеспечиваются более жесткие внешние характеристики.

Однако практическая реализация указанных положительных свойств преобразователей с последовательно включенными конденсаторами сдерживается в связи с перенапряжениями, которые возникают в таких схемах при аварийных режимах [Л. 1—3]. В случае включения силовых конденсаторов в цепь вентиляльной обмотки трансформатора перенапряжения обусловлены протеканием через конденсаторы при двухфазных опрокидываниях инвертора однонаправленного аварийного тока, который заряжает конденсаторы до напряжения, в несколько раз превышающего его номинальное значение.

Ограничения перенапряжений общепринятыми методами затруднено в связи со значительными запасами энергии, накапливаемой в конденсаторах. Поэтому в качестве одной из возможностей ограничения перенапряжений в [Л. 2] предлагается использовать разработку новых принципов управления вентилями и перевод двухфазного опрокидывания инвертора в однофазное. В [Л. 4—5] отмечается принципиальная возможность ограничения перенапряжений на силовых конденсаторах путем включения их через вспомогательный трансформатор или параллельно с реактором, имеющим нелинейную характеристику намагничивания. Однако в известной литературе отсутствуют сведения о практическом использовании указанных методов ограничения перенапряжений в мощных компенсированных преобразователях с силовыми конденсаторами.

Уральским отделением Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта при участии Таллинского электротехнического завода и Свердловской железной дороги разработан и создан компенсированный выпрямительно-инверторный агрегат мощностью 7000 кВт, собранный на тиристорах по схеме, приведенной на рис. 1. В данной схеме функции элементов, ограничивающих перенапряжения, выполняют насыщающиеся реакторы, подключаемые параллельно конденсаторам. Методика проектирования насыщающихся реакторов, параметры преобразовательного агрегата и некоторые результаты его эксплуатационных испытаний приведены в работах [Л. 6—8].

В данной статье приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований процессов при опрокидывании мощного инвертора, выполненного по схеме на рис. 1 и включенного в систему электрической тяги для рекуперации энергии. Наличие в силовой цепи такого преобразователя конденсаторов и насыщающихся реакторов существенно видоизменяет аварийные процессы по сравнению с рассмотренным в [Л. 9] режимом опрокидывания обычного мостового инвертора. Учитывая, что наибольшие перенапряжения возникают при двухфазном опрокидывании компенсированного инвертора, ниже ограничимся исследованием этого аварийного режима и рассмотрим следующие два случая, характерные для условий тяговых подстанций: а) опрокидывание инвертора при его подпитке от рекуперировавшего электровоза; б) опрокидывание инвертора с подпиткой от параллельно включенных выпрямительных агрегатов.

В первом случае наибольших значений достигает аварийный ток в цепи электровоза [Л. 10]. Второй случай, вследствие меньших величин активного сопротивления и индуктивности в контуре короткого замыкания, характеризуется наибольшей величиной аварийного тока инвертора. В третьем практически возможном случае подпитки отключившего инвертора выпрямителями и электровозом ток инвертора возрастает всего на 4—6% по сравнению с подпиткой инвертора только одними выпрямителями, и имеет место уменьшение тока электровоза [Л. 10]. Поэтому данный вариант ниже не рассматривается.

Опрокидывание инвертора при наличии на участке рекуперировующего электровоза. В случае двухфазного опрокидывания мостового инвертора, которое возникает, например, при исчезновении импульсов в цепи управления вентилями, аварийный ток i_d (см. рис. 1) от источника постоянного тока протекает через вентили двух разных фаз (например, вентили 1, 2), подключенные к ним элементы компенсирующего устройства и обмотки трансформатора. Нарастание аварийного тока происходит под действием э. д. с. трансформатора и э. д. с. источника постоянного тока в те полупериоды, когда указанные э. д. с. действуют согласно.

Эквивалентная схема для расчета такого аварийного режима компенсированного инвертора, включенного в систему электрической тяги, имеет вид, показанный на рис. 2. В этой схеме C_a и C_c — емкости в фазах преобразователя, проводящих ток опрокидывания; C_3 — эквивалентная емкость сглаживающего устройства преобразовательной подстанции; E_3 — э. д. с. рекуперировующего электровоза; L_1 и R_1 — результирующая индуктивность и активное сопротивление электровоза и тяговой сети; r_p и L_p — суммарные активное сопротивление и индуктивность реакторов в цепи постоянного тока инвертора; r_T и L_T — активное сопротивление и индуктивность рассеяния преобразовательного трансформатора; $e_n = E_m \sin(\omega t + \varphi)$ — линейная э. д. с. трансформатора; r_{da} и r_{dc} — активные сопротивления обмоток насыщающихся реакторов.

Основные параметры насыщающегося реактора — потоко-сцепление насыщения Ψ_s и остаточная индуктивность L_s при полностью насыщенной стали — характеризуются кривой потоко-сцепления реактора $\Psi = f(i_d)$, которая задается в качестве исходной характеристики. Величина $\Psi_s = B_s \omega S_{ст}$, где B_s — индукция насыщения стали; ω — число витков обмотки; $S_{ст}$ — сечение сердечника. Остаточная индуктивность реактора L_s определяется углом наклона участка характеристики $\Psi = f(i_d)$, соответствующего насыщению, так как при полном насыщении стали зависимость $\Psi = L_s i_d$ линейная.

Исследование переходных процессов в эквивалентной схеме ввиду нелинейности характеристик реакторов с замкнутыми

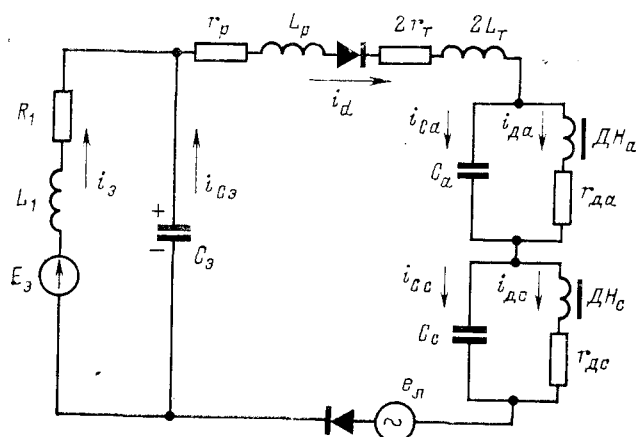


Рис. 2. Расчетная схема замещения инвертора в режиме двух-фазного опрокидывания.

стальными магнитопроводами наиболее целесообразно выполнить на аналоговой вычислительной машине (АВМ). С этой целью составим следующую систему уравнений, предварительно преобразовав их к виду, удобному для моделирования:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_3}{dt} &= \frac{E_3}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} i_3 + \frac{u_{c3}}{L_1}; \\ \frac{di_d}{dt} &= \frac{e_n}{L_2} - \frac{u_{c3}}{L_2} - \frac{2R_b(i)}{L_2} i_d - \frac{R_2}{L_2} i_d - \frac{u_{ca}}{L_2} - \frac{u_{cc}}{L_2}; \\ \frac{d\psi_a}{dt} &= u_{ca} - r_{da} i_{da}; \quad \frac{d\psi_c}{dt} = u_{cc} - r_{dc} i_{dc}; \\ i_{c3} &= i_d - i_3; \quad i_{ca} = i_d - i_{da}; \\ i_{cc} &= i_d - i_{dc}; \quad u_{c3} = \frac{1}{C_3} \int i_{c3} dt; \\ u_{ca} &= \frac{1}{C_a} \int i_{ca} dt; \quad u_{cc} = \frac{1}{C_c} \int i_{cc} dt; \\ \psi_a &= f(i_{da}); \quad \psi_c = f(i_{dc}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

здесь $R_2 = r_p + 2r_T$; $L_2 = L_p + 2L_T$; $R_b(i)$ — нелинейное сопротивление вентилей, равное $R_{np}(i)$ при $i > 0$ и $R_{обp}(i)$ при $i < 0$. В случае идеального вентиля $R_{np} = 0$; $R_{обp} = \infty$.

Исследуем на модели режим опрокидывания инвертора при минимальном удалении рекуперировующего электровоза от подстанции. В расчетах принимаем следующие реальные параметры преобразователя и тяговой сети: $E_m = 3720$ в; $C_a = C_c = 8540$ мкф; $\Psi_s = 5$ вб; $L_s = 1$ мГн; $r_{da} = r_{dc} = 0,05$ ом; $R_2 = 0,09$ ом; $L_2 = 19,6$ мГн; $C_3 = 264$ мкф; $R_1 = 0,315$ ом; $L_1 = 4$ мГн; $E_3 = 3900$ в.

Результаты расчетов иллюстрируются осциллограммами на рис. 3. Как видно из осциллограмм, аварийный режим начался в момент времени 1. В интервале времени 1—2 до насыщения дросселей ток опрокидывания протекает через конденсаторы, вызывая повышение на них напряжений. При этом амплитуда напряжения на конденсаторах не превышает 1,3 кВ, что соответствует допустимой кратности перенапряжений 1,4 для используемых в преобразователе конденсаторов с номинальным амплитудным напряжением $\sqrt{2} \cdot 660$ в. Достаточно указать, что по данным завода-изготовителя конденсаторы типа КСП-0,66-40 для установок продольной емкостной компенсации рассчитаны на воздействие напряжений $1,9 U_{ном}$ в течение 10—20 мин и допускают перегрузки до $3 U_{ном}$.

После насыщения реакторов (см. рис. 3) напряжения на конденсаторах снижаются и приобретают форму смещенных относительно оси синусоид. Наличие постоянной составляющей в напряжении на конденсаторах обусловлено падением напряжения на активном сопротивлении насыщающихся реакторов.

Кроме апериодической составляющей тока i_{da} , i_{dc} и i_d содержат переменную составляющую 50 Гц вследствие наличия в контуре переменной э. д. с. трансформатора. Как видно из осциллограмм, при указанных выше параметрах резонансные явления на частоте 50 Гц отсутствуют, и емкость сглаживающего устройства не оказывает существенного влияния на про-

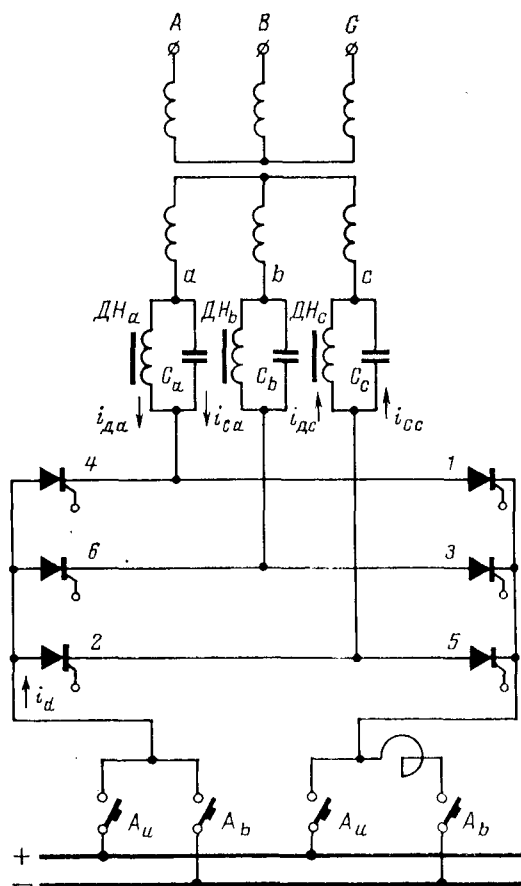


Рис. 1. Принципиальная схема компенсированного инвертора. A_n , A_b — быстродействующие выключатели инверторного и выпрямительного режимов.

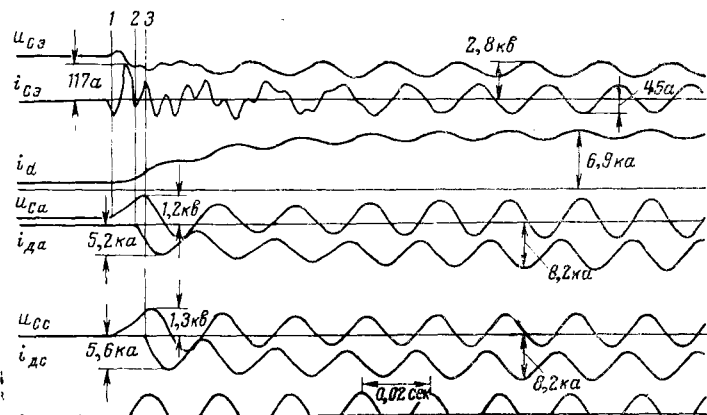


Рис. 3. Процессы при двухфазном опрокидывании инвертора с подпиткой от рекулирующего электровоза.

$u_{сз}$, $i_{сз}$ — напряжение и ток сглаживающего фильтра преобразовательной подстанции; i_d — ток инвертора; $u_{са}$, $u_{сс}$ — напряжения на последовательно включенных конденсаторах; $i_{да}$, $i_{дс}$ — токи реакторов.

цессы в схеме. Длительность нарастания тока опрокидывания до установившегося значения составляет 75 мсек, наибольшее значение аварийного тока инвертора равно 6,9 ка.

Аналогичным образом на основании изложенной методики могут быть исследованы процессы при любых других параметрах линии постоянного тока и инвертора.

Опрокидывание инвертора с подпиткой от параллельно включенных выпрямительных агрегатов. Данный случай характеризуется наибольшими значениями тока опрокидывания, тока в насыщающихся реакторах и максимальными перенапряжениями на конденсаторах. Поэтому при его рассмотрении целесообразно определить влияние параметров насыщающихся реакторов — потокоосцепления насыщения Ψ_s и остаточной индуктивности L_s — на величину перенапряжений на конденсаторах и токов в реакторах.

Эквивалентная схема для данного варианта отличается от схемы, приведенной на рис. 2, отсутствием конденсатора C_a , поскольку сглаживающее устройство тяговой подстанции располагается вне контура выпрямителя — инвертора. Кроме того, в данном случае E_a , L_1 и R_1 представляют собой параметры эквивалентного генератора, которым можно заменить выпрямители, включенные параллельно с инвертором [Л. 10, 11].

Система уравнений, описывающих переходные процессы в рассматриваемом случае опрокидывания инвертора:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{E_a}{L} + \frac{e_\pi}{L} - \frac{R}{L} i_d - \frac{u_{Ca}}{L} - \frac{u_{Cc}}{L} - \frac{2R_p(i)}{L} i_d; \\ i_{Ca} &= i_d - i_{да}; \quad i_{Cc} = i_d - i_{дс}; \\ u_{Ca} &= \frac{1}{C_a} \int i_{Ca} dt; \quad u_{Cc} = \frac{1}{C_c} \int i_{Cc} dt; \\ \frac{d\psi_a}{dt} &= u_{Ca} - r_{да} i_{да}; \quad \frac{d\psi_c}{dt} = u_{Cc} - r_{дс} i_{дс}; \\ \psi_a &= f(i_{да}); \quad \psi_c = f(i_{дс}). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь $L = L_1 + L_p + 2L_T$; $R = R_1 + r_p + 2r_T$.

В результате расчетов при $E_a = 3350$ в; $L_1 = 1,13$ мГн; $R_1 = 0,27$ Ом для исследуемого инвертора получены зависимости

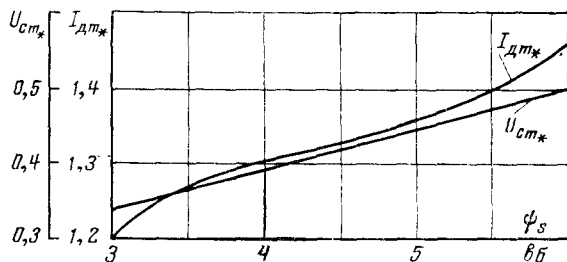


Рис. 4. Расчетные зависимости напряжения на конденсаторах U_{cm*} и тока в реакторе I_{dm*} от величины ψ_s при $L_s = 1$ мГн.

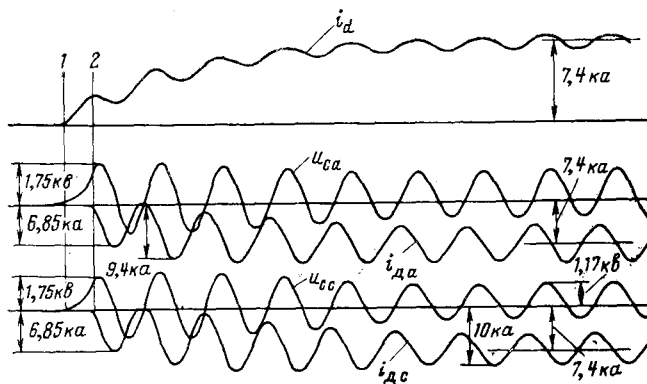


Рис. 5. Процессы при опрокидывании инвертора с подпиткой от параллельно включенных выпрямителей.

амплитуды напряжения на конденсаторах U_{cm*} и амплитуды тока I_{dm*} реакторов от величины потокоосцепления насыщения Ψ_s (рис. 4). Здесь величины U_{cm*} и I_{dm*} даны в относительных единицах. В качестве базисной величины для U_{cm*} принята амплитуда напряжения на конденсаторах в режиме опрокидывания инвертора без насыщающихся реакторов. Ток I_{dm*} представлен в долях от среднего значения установившегося тока двухфазного опрокидывания инвертора. В выбранной системе относительных единиц зависимости $U_{cm*} = f(\Psi_s)$ и $I_{dm*} = f(\Psi_s)$ характеризуют соответственно степень ограничения напряжения на конденсаторах за счет насыщающихся реакторов и кратность превышения амплитуды тока в реакторе над средним значением установившегося тока опрокидывания.

Согласно полученным зависимостям перенапряжения на конденсаторах и амплитуда тока реакторов при опрокидывании инвертора снижаются с уменьшением Ψ_s . В связи с этим параметр Ψ_s целесообразно принимать близким к минимально допустимому значению, которое определяется в соответствии с [Л. 6] по заданной величине сопротивления конденсаторов и максимально допустимому рабочему току преобразователя.

В частности, реакторы с параметрами $L_s = 1$ мГн и $\Psi_s = 5$ вб, используемые в рассматриваемом компенсированном инверторе, обеспечивают снижение перенапряжений в 2,28 раза (рис. 4). При этом амплитуда напряжения на конденсаторах в наиболее тяжелом случае опрокидывания инвертора (рис. 5) не превышает 1,75 кВ, что соответствует допустимой кратности перенапряжений, равной 1,88. Расчетами также установлено, что при $\Psi_s = 5$ вб увеличение остаточной индуктивности реактора L_s от 0,5 до 2 мГн вызывает увеличение перенапряжений на конденсаторах в 1,25 раза.

Экспериментальные исследования. Для проверки полученных результатов были проведены экспериментальные исследования процессов при опрокидывании компенсированного инвертора мощностью 7000 кВт на одной из тяговых подстанций электрических железных дорог.

На рис. 6 приведены осциллограммы наиболее тяжелого случая двухфазного опрокидывания инвертора с подпиткой от параллельно включенных выпрямительных агрегатов. Начало осциллограмм соответствует нормальной работе инвертора с током 440 а. В момент времени 1 произошло нарушение коммутации тока с вентилем 2 на вентиль 4, что вызвало аварийное нарастание тока через сохранившиеся в работе вентили 1 и 2. В момент времени 2 наступило насыщение реакторов, выразившееся на осциллограмме в резком увеличении тока $i_{дс}$. Кроме того, в момент времени 2 ток опрокидывания i_d достиг установки на срабатывание быстродействующих выключателей в цепи инвертора. Ограничение аварийного тока началось в момент времени 3, когда ток опрокидывания достиг величины 6,66 ка. После завершения процесса отключения выключателей (момент времени 4) энергия, запасенная в конденсаторах, рассеивается в ходе колебательного процесса в контурах, образованных конденсаторами и реакторами.

При сопоставлении осциллограмм рис. 6 с рассмотренными ранее расчетами на АВМ аналогичного аварийного режима необходимо иметь в виду, что в реальном инверторе установившийся режим опрокидывания невозможен ввиду действия защиты. Поэтому процессы в реальной схеме следует сопоставлять с машинными осциллограммами в интервале времени от начала аварийного режима до начала ограничения тока опрокидывания защитой.

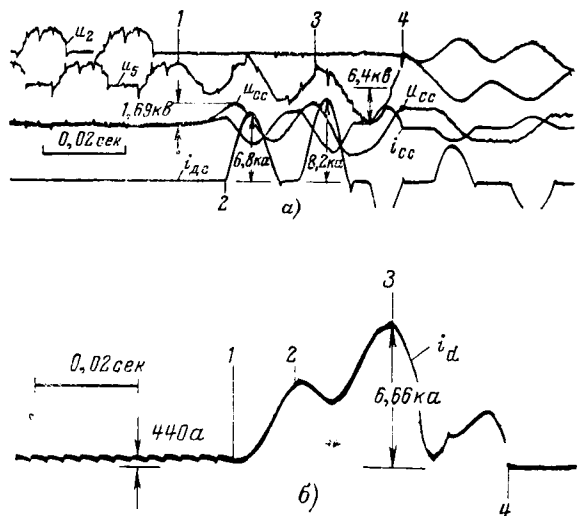


Рис. 6. Осциллограммы двухфазного опрокидывания компенсированного инвертора мощностью 7000 кВт в системе электрической тяги постоянного тока.

Сравнивая с учетом выказанного замечания кривые напряжения на конденсаторах u_{cs} , тока i_d и тока i_{ds} реальной схемы в интервале времени 1—3 с аналогичными кривыми на машинных осциллограммах (рис. 5), нетрудно убедиться в их совпадении. Например, в обоих случаях расчетная и экспериментальная кривые тока i_{ds} имеют вид однонаправленных импульсов с характерной паузой между ними. Расчетное значение амплитуды напряжения на конденсаторах (1,75 кВ) отличается от экспериментального значения (1,69 кВ) на 3,5%, амплитуда тока реактора в первый полупериод — на 0,7%, во второй полупериод, когда уже проявляется ограничение тока, — на 14%. Следует также отметить, что максимальные напряжения на вентиллях компенсированного инвертора при его двухфазном опрокидывании (рис. 6,а) превышают амплитуду рабочего напряжения не более чем в 1,5 раза.

Выводы. 1. Выполненные исследования показывают, что эффективным способом ограничения перенапряжений в схемах компенсированных преобразователей с серийными конденсаторами является включение конденсаторов параллельно с реакторами, обладающими нелинейной характеристикой намагничивания.

2. Разработана методика исследования на АВМ переходных процессов при опрокидывании компенсированного инвертора с последовательно включенными конденсаторами и насыщающимися реакторами, шунтирующими конденсаторы. Определено влияние параметров реакторов на величину перенапряжений на конденсаторах и токов в реакторах при двухфазном опрокидывании инвертора.

3. Правильность моделирования переходных процессов подтверждена экспериментальными исследованиями аварийных режимов в компенсированном инверторе мощностью 7000 кВт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электропередача постоянного тока как элемент энергетических систем. Изд. АН СССР, М.—Л., 1962. Авт.: Нейман Л. Р., Глинттерник С. Р., Емельянов А. В., Новицкий В. Г., с. 340.
2. Глинттерник С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. Л., «Наука», 1968, с. 308.
3. Шипулина Н. А. Исследование мостовой схемы с последовательным включением конденсаторов в схемных обмотках трансформаторов. «Изв. НИИПТ», сб. 3. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958, с. 234—254.
4. Hauffe. Über den Schutz von Reien-kondensatoren in Wechselstromleitungen durch parallelgeschaltete Sättigungsdrosselspulen. «Archiv für Electrotechnik», B. XXXIII, H. 12, 1938.
5. Толстов Ю. Г. Вопросы промежуточного отбора мощности от линий передач постоянного тока. — «Изв. АН СССР. Энергоэнергетика», вып. 3, 1961, с. 17—34.
6. Николаев Г. А. Выбор параметров насыщающихся дросселей для ограничения напряжений на конденсаторах компенсированных вентильных преобразователей. — «Труды ЦНИИ МПС», вып. 492, М., «Транспорт», 1973, с. 39—47.
7. Николаев Г. А. Компенсированный выпрямительно-инверторный преобразователь на тиристорах по трехфазной мостовой схеме. — «Вестник Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта», 1974, № 1, с. 111—115.
8. Николаев Г. А. Самоограничение тока короткого замыкания в трехфазном мостовом компенсированном преобразователе. — «Электротехника», 1973, № 10, с. 3—7.
9. Пименов В. П., Поссе А. В. Опрокидывание инвертора. — «Электричество», 1956, № 6, с. 65—70.
10. Соколов С. Д. Повышение надежности преобразовательных агрегатов тяговых подстанций. — «Труды ЦНИИ МПС», вып. 290, М., «Транспорт», 1965, с. 183.
11. Поссе А. В. Обоснование замены выпрямителя эквивалентным генератором для расчета переходных процессов. — «Энергетика и транспорт», 1965, № 4, с. 19—34.

[30.4.1974]

УДК 621.314.252.001.24

Спектральный метод анализа погрешностей однофазных индукционных фазовращателей

РОМАШКИН Р. Н.

Бийск

Анализ влияния конструктивных и технологических факторов на характер выходного сигнала однофазного индукционного фазовращателя (ФВ) базируется в этой статье в отличие, например, от [Л. 1 и 2] на представлении ФВ как системы с переменными параметрами, зависящими от времени. Это позволяет разработать достоверную математическую модель реального ФВ.

При анализе будем предполагать линейность ФВ. Коэффициенты взаимной индукции между обмотками синусно-косинусного вращающегося трансформатора (СКВТ) (рис. 1) будет выражать в функции времени:

$$M_s = M_{ks} = M_0 \sin(\Omega t + \theta_0);$$

$$M_c = M_{ks} = M_0 \cos(\Omega t + \theta_0),$$

где M_s , M_c , M_{ks} , M_{ks} — коэффициенты взаимной индукции между обмотками $P_1P_2-C_1C_2$, $P_3P_4-C_1C_2$, $P_1P_2-C_3C_4$, $P_3P_4-C_3C_4$ соответственно; Ω — угловая скорость вращения ротора СКВТ; θ_0 — начальный угол вращения; напряжение питания ФВ полагаем косинусоидальным с начальной фазой, равной нулю.

Для схемы ФВ примем следующие обозначения: r_1 , $x_b = \omega L_1$, r_k , $x_k = \omega L_k$, r_s , $x_s = \omega L_s$, r_c , $x_c = \omega L_c$ — активные и индуктивные сопротивления обмоток C_1C_2 , C_3C_4 , P_1P_2 , P_3P_4 соответственно; r_r , $x_r = \omega L_r$, $X_r = \frac{1}{\omega C_r}$ — составляющие выходного сопротивления z^r схемы питания ФВ; $z^{k,n}$ — нагрузка квадратной обмотки; z^n — нагрузка ФВ; $x_m = \omega M_0$; $X_c =$

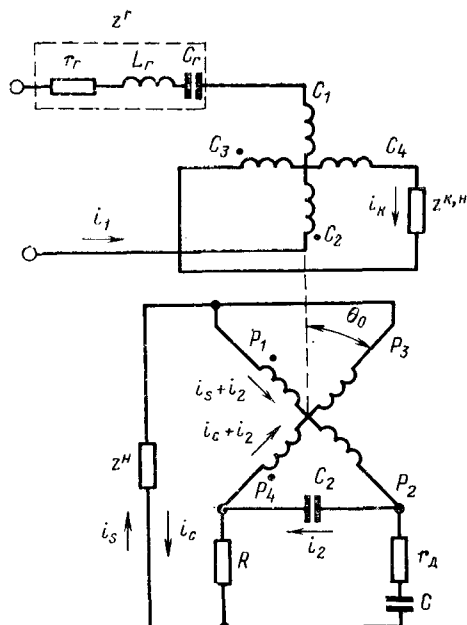


Рис. 1.

$= \frac{1}{\omega C}$. При идентичности вторичных обмоток $x_s = x_c = x_2$, $r_s = r_c = r_2$.

Предварительно рассмотрим некоторые результаты анализа скоростного режима работы идеального ФВ [Л. 3]. При выполнении условия первичного симметрирования, идентичности вторичных обмоток и $z^H \rightarrow \infty$ выражение для выходного сигнала ФВ было получено в виде:

$$u = u_{\omega+\Omega} + u_{\omega-\Omega}, \quad (1)$$

где

$$u_{\omega+\Omega} = \frac{(1+q) x_m N U_0 \cos \varphi_2}{2P \cos \varphi_1} \sin \left[(\omega + \Omega) t + \theta_0 - 45^\circ - \arctg \frac{x_3}{r_0} - \Delta\gamma \right]; \quad (2)$$

$$u_{\omega-\Omega} = \frac{(1-q) x_m N' U_0 \cos \varphi_2'}{2P' \cos \varphi_1'} \sin \left[(\omega - \Omega) t - \theta_0 - 45^\circ - \arctg \frac{x_3}{r_0} + \Delta\gamma' \right]. \quad (3)$$

Выражения для величин, входящих в (2) и (3), см. в приложении.

Если $\Omega = 0$, то временные гармоники $u_{\omega+\Omega}$, $u_{\omega-\Omega}$ трансформируются в пространственные $u_1(\theta_0)$, $u_{-1}(-\theta_0)$. Составляющая $u_{-1}(-\theta_0)$ является сигналом ошибки ФВ. Из условия обращения ее амплитуды в нуль могут быть найдены условия настройки RCr_d — контура ФВ [Л. 3].

Рассмотрим соотношение между амплитудной и фазовой ошибками ФВ. Для этого результирующий сигнал ФВ при $\Omega = 0$ запишем в виде:

$$u = A_1 \sqrt{1 + \xi_{-1}^2 + 2\xi_{-1} \cos(2\theta_0 + \psi_1 - \psi_{-1})} \times \sin(\omega t + \theta_0 + \psi_1 + \Delta v_{-1}), \quad (4)$$

где A_1 , ψ_1 ; A_{-1} , ψ_{-1} — амплитуды и фазы гармоник $u_1(\theta_0)$ и $u_{-1}(-\theta_0)$;

$$\xi_{-1} = \frac{A_{-1}}{A_1}; \quad \Delta v_{-1} = -\arctg \frac{\xi_{-1} \sin(2\theta_0 + \psi_1 - \psi_{-1})}{1 + \xi_{-1} \cos(2\theta_0 + \psi_1 - \psi_{-1})}.$$

Из (4) видно, что при наличии $u_{-1}(-\theta_0)$ появляются угловая ошибка Δv_{-1} и зависимость амплитуды от угла поворота. Максимум ошибки с учетом того, что

$$\Delta u_d = 2A_{-1}, \quad u_{\max} = A_1 + \frac{\Delta u_d}{2},$$

равен

$$\Delta v_{\max} = \arctg \frac{\Delta u_d}{2 \sqrt{u_{\max}^2 - \Delta u_d u_{\max}}}, \quad (5)$$

где Δu_d — величина девиации (амплитудная ошибка) выходного сигнала; u_{\max} — максимум выходного сигнала при $2\theta_0 + \psi_1 - \psi_{-1} = 0$.

Существование однозначной связи между $u_{\omega-\Omega}$ и $u_{-1}(-\theta_0)$ позволяет также определять ошибку путем измерения амплитуды гармоники $u_{\omega-\Omega}$, приведенной по значению к амплитуде $u_{-1}(-\theta_0)$, изменением частоты сигнала питания ФВ с вращающимся ротором. Из анализа вытекают возможные способы настройки ФВ: по критерию $\Delta u_d \rightarrow 0$; по критерию $u_{\omega-\Omega} \rightarrow 0$ [Л. 4].

Очевидно, отклонение частоты, расстройка R , C , r_d — контура, изменение параметров обмоток и выходного сопротивления источника питания вызовут в результате нарушения условий настройки ФВ появление гармоники $u_{-1}(-\theta_0)$. В этих случаях, кроме ошибки Δv_{-1} , возникает дополнительная ошибка, имеющая характер сдвига начала отсчета ФВ и равная отклонению фазы ψ_1 от ее номинального значения.

Заметим, что идентичность вторичных обмоток по активным и индуктивным сопротивлениям не является обязательной. Можно показать, что при

$$R = X_c - r_c - x_s + \frac{x_m^2 (x_2 - r_0)}{r_0^2 + x_3^2};$$

$$r_d = x_c - r_s - \frac{x_m^2 (x_3 + r_0)}{r_0^2 + x_3^2}$$

гармоника $u_{-1}(-\theta_0)$ также обращается в нуль. В дальнейшем для упрощения будем полагать идентичность вторичных обмоток.

Рассмотрим влияние различного рода факторов на характер выходного сигнала ФВ.

Влияние емкостной связи между вторичными обмотками СКВТ. Уравнения ФВ с учетом паразитной емкости C_2 (рис. 1) имеют вид:

$$u = u_r + r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{d}{dt} [M_s (i_s + i_2)] + \frac{d}{dt} [M_c (i_c + i_2)];$$

$$0 = -\frac{d}{dt} (M_s i_1) + r_2 (i_s + i_2) +$$

$$+ L_2 \frac{d}{dt} (i_s + i_2) + r_d i_s + \frac{1}{C} \int i_s dt +$$

$$+ u_s - u_c + \frac{d}{dt} (M_{ks} i_k);$$

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{d}{dt} (M_c i_1) + r_2 (i_c + i_2) + L_2 \frac{d}{dt} (i_c + i_2) + \\
 &\quad + R i_c - u_s + u_c + \frac{d}{dt} (M_{kc} i_k); \\
 0 &= \frac{d}{dt} [M_{kc} (i_c + i_2)] + \frac{d}{dt} [M_{ks} (i_s + i_2)] + \\
 &\quad + r_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} + u_k; \\
 0 &= \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + 2r_2 i_2 + r_2 (i_s + i_c) + \\
 &\quad + L_2 \frac{d}{dt} (i_s + i_c) - \frac{d}{dt} (M_s i_1) + 2L_2 \frac{di_2}{dt} + \\
 &\quad + \frac{d}{dt} (M_c i_1) + \frac{d}{dt} (M_{ks} i_k) + \frac{d}{dt} (M_{kc} i_k),
 \end{aligned} \quad (6)$$

где u_s, u_c, u_k, u_r — падения напряжения на $z^H, z^{K, П}, z^r$.

Применив известную методику решения уравнений [Л. 3], получим для выходного сигнала ФВ при $z^H \rightarrow \infty$ и выполнении первичного симметрирования выражение, аналогичное по виду (1). Выражение может быть получено из (1) соответствующей заменой $N, D, P, F, N', D', P', F'$ на $N_1, D_1, P_1, F_1, N_2, D_2, P_2, F_2$ (см. приложение). В отличие от идеального ФВ в данном случае пространственная гармоника $u_{-1}(-\theta_0)$, получаемая из $u_{\omega-\Omega}$ при $\Omega = 0$, не обращается в нуль при выполнении условий настройки, что вызывает появление погрешности ФВ.

Влияние неперпендикулярности вторичных обмоток СКВТ (рис. 2). Для данного случая

$$\begin{aligned}
 M_s &= M_0 \sin(\Omega t + \theta_0 + \beta_2); \\
 M_{ks} &= M_0 \cos(\Omega t + \theta_0 + \beta_2); \\
 M_3 &= M_{03} \sin \beta_2,
 \end{aligned}$$

где β_2 — геометрический угол, соответствующий неперпендикулярности вторичных обмоток; M_3 — коэффициент взаимной индукции между вторичными обмотками.

Уравнения ФВ могут быть получены из (6). Для этого необходимо положить $i_2 = 0$, исключить пятое уравнение, а во второе и третье добавить члены $\left(-M_3 \frac{di_c}{dt}\right)$ и $\left(-M_3 \frac{di_s}{dt}\right)$ соответственно.

Решение уравнений при $z^H \rightarrow \infty$ и выполнении первичного симметрирования показывает, что в рассматриваемом случае выходной сигнал ФВ содержит конечное число временных (пространственных при $\Omega = 0$) гармоник вида (1). При выполнении условий настройки ФВ гармоника $u_{-1}(-\theta_0)$ не обращается в нуль. Возникающая ошибка рассчитывается по (5). Выражение для выходного сигнала ФВ может быть получено из (1) путем замены $N, D, P, F, N', D', P', F'$ соответственно на $N_3, D_3, P_3, F_3, N_4, D_4, P_4, F_4$ (см. приложение).

Влияние неидентичности коэффициентов взаимной индукции, обусловленной вторичными обмотками. Если

$$\begin{aligned}
 M_s &= M_{s0} \sin(\Omega t + \theta_0); \\
 M_c &= M_{c0} \cos(\Omega t + \theta_0); \\
 M_{ks} &= M_{ks0} \cos(\Omega t + \theta_0); \\
 M_{kc} &= M_{kc0} \sin(\Omega t + \theta_0),
 \end{aligned}$$

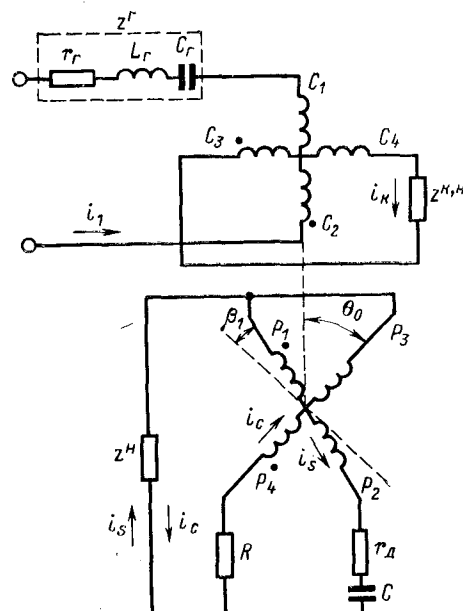


Рис. 2.

то

$$\begin{aligned}
 M_{s0} &\neq M_{c0}, \quad M_{ks0} \neq M_{kc0}, \\
 M_{s0} &= M_{ks0} = M_0, \quad M_{c0} = M_{kc0} = M'_0.
 \end{aligned}$$

Уравнения ФВ для данного случая аналогичны предыдущим при $\beta_2 = 0$. Решение уравнений при $z^H \rightarrow \infty$ и выполнении первичного симметрирования дает аналогичный по виду (1) спектр выходного сигнала ФВ. В отличие от идеального ФВ гармоника $u_{-1}(-\theta_0)$ не обращается в нуль при выполнении условий настройки, что вызывает возникновение соответствующей угловой ошибки. Выражение для выходного сигнала ФВ может быть получено из (1) соответствующей заменой $N, D, P, F, N', D', P', F'$ (см. приложение) на $N_5, D_5, P_5, F_5, N_6, D_6, P_6, F_6$.

Влияние неидентичности коэффициентов взаимной индукции, обусловленной первичными обмотками. В этом случае

$$\begin{aligned}
 M_{s0} &= M_{c0} = M_0, \quad M_{ks0} = M_{kc0} = M'_0, \\
 M_{s0} &\neq M_{ks0}, \quad M_{c0} \neq M_{kc0}.
 \end{aligned}$$

Выходной сигнал ФВ содержит бесконечное число гармоник с частотами $\omega + (2n+1)\Omega$. Применяя известную методику решения [Л. 3], получим при выполнении первичного симметрирования следующую систему рекуррентных уравнений относительно I^s и I^c :

$$\left. \begin{aligned}
 B_n^{(1)} &= j\rho_n^{(1)} I_{2n-1}^s + \rho_n^{(1)} I_{2n-1}^c + p_n^{(1)} I_{2n+1}^s - \\
 &\quad - k_n^{(1)} I_{2n+1}^c; \\
 -A_n^{(1)} &= l_n^{(1)} I_{2n+1}^s + \gamma_n^{(1)} I_{2n+1}^c + j\hat{l}_n^{(1)} I_{2n+3}^s - \\
 &\quad - \hat{l}_n^{(1)} I_{2n+3}^c,
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $I_{2n-1}^s, I_{2n+1}^s, I_{2n+3}^s, I_{2n-1}^c, I_{2n+1}^c, I_{2n+3}^c$ — комплексные амплитуды составляющих токов i_s, i_c (нижние индексы означают принадлежность комплексных амплитуд колебаниям с частотами $\omega + (2n-1)\Omega, \omega + (2n+1)\Omega, \omega + (2n+3)\Omega, n = -\infty, \dots, -1, 0$,

1, ..., ∞); \dot{U} — комплексная амплитуда напряжения питания ФВ;

$$B_n^{(1)} = 2jC_{2n+1}\dot{U}(n); A_n^{(1)} = 2jd_{2n+1}\dot{U}(n+1); \\ \dot{U}(n) = \dot{U} \text{ при } n=0; \dot{U}(n+1) = \dot{U} \text{ при } n= \\ = -1; U(n) = 0$$

при $n \neq 0$; $\dot{U}(n+1) = 0$ при $n \neq -1$;

$$l_n^{(1)} = \alpha_n - 2j\Delta_n; \gamma_n^{(1)} = \beta_n - 2\Delta_n; P_n^{(1)} = \lambda_n - 2j\Delta'_n; \\ k_n^{(1)} = v_n - 2\Delta'_n; \alpha_n = 4ja_d + z_{2(n+1)}^1(jz_{2n+1}^s - z_{2n+1}^H); \\ \beta_n = 4a_d + z_{2(n+1)}^{(1)}(z_{2n+1}^c - jz_{2n+1}^H);$$

$$\lambda_n = 4jb_c + z_{2n}^1(jz_{2n+1}^s + z_{2n+1}^H); v_n = 4b_c + \\ + z_{2n}^{(1)}(z_{2n+1}^c + jz_{2n+1}^H); \Delta_n = a_d - a_d^{(3)}; \Delta'_n = \\ = b_c - b_c^{(3)}; f_n^{(1)} = 2(b_d^{(3)} - b_d);$$

$$\rho_n = 2(a_c^{(3)} - a_c); z_{2n}^1 = r_1 + j(1 + 2nq)x_B + z_{2n}^r;$$

$$z_{2n}^r = r_1 + j(1 + 2nq)x_r - \frac{jX_r}{1 + 2nq}; z_{2n+1}^s = \\ = r_2 + j[1 + (2n+1)q]x_2 - \frac{jX_c}{1 + (2n+1)q} + r_A + \\ + z_{2n+1}^H;$$

$$z_{2n+1}^c = r_2 + j[1 + (2n+1)q]x_2 + R + z_{2n+1}^H;$$

$$a_d = a_{2(n+1)}d_{2n+1}; b_c = b_{2n}c_{2n+1};$$

$$a_c = a_{2n}c_{2n+1}; b_d = b_{2(n+1)}d_{2n+1};$$

$$a_{2n} = \frac{1}{2}(\omega + 2n\Omega)\dot{M}; b_{2n} = \frac{1}{2}(\omega + 2n\Omega)\dot{M};$$

$$c_{2n+1} = \frac{1}{2}[\omega + (2n+1)\Omega]\dot{M}; d_{2n+1} = \\ = \frac{1}{2}[\omega + (2n+1)\Omega]\dot{M};$$

$$\dot{M} = M_0 e^{j\theta_0}; \dot{M}^* = M_0 e^{-j\theta_0}; q = \frac{\Omega}{\omega}.$$

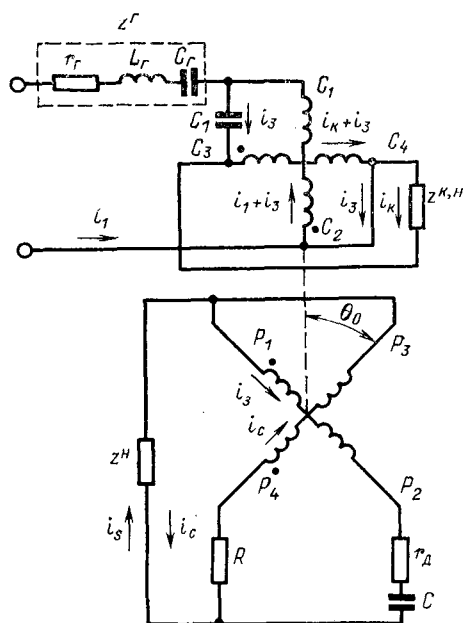


Рис. 3.

Формулы для $z_{2(n+1)}^1, z_{2(n+1)}^r, a_{2(n+1)}, b_{2(n+1)}$ могут быть получены из выражений для $z_{2n}^1, z_{2n}^r, a_{2n}, b_{2n}$ при замене в последних n на $n+1$. Запись для $a_d^{(3)}, b_c^{(3)}, a_c^{(3)}, b_d^{(3)}$ аналогична a_d, b_c, a_c, b_d при соответствующей замене в $a_{2(n+1)}, d_{2n+1}, b_{2n}, c_{2n+1}, a_{2n}, b_{2(n+1)}$ выражений для M, \dot{M} на \dot{M}', \dot{M}'^* , где $\dot{M}' = \dot{M}'_0 e^{j\theta_0}, \dot{M}'^* = \dot{M}'_0 e^{-j\theta_0}$.

Исследование показывает, что ряду временных гармоник выходного сигнала ФВ, найденных из (7), соответствует при $\Omega=0$ ряд пространственных гармоник вида:

$$u = \sum_{-\infty}^{\infty} u_{2n+1} = A_1 \sum_{-\infty}^{\infty} \xi_{2n+1} \sin[\omega t + (2n+1)\theta_0 + \\ + \psi_{2n+1}], \xi_{2n+1} = \frac{A_{2n+1}}{A_1}. \quad (8)$$

При выполнении условий настройки ФВ гармоники, образующие сигнал ошибки по отношению к u_1 , не обращаются в нуль.

Результирующий сигнал ФВ запишется в виде:

$$u = A_1 \sqrt{(A')^2 + (B')^2} \sin(\omega t + \theta_0 + \psi_1 + \Delta v),$$

где

$$A' = \sum_{-\infty}^{\infty} \xi_{2n+1} \sin(2n\theta_0 + \psi_{2n+1} - \psi_1); B' = \\ = \sum_{-\infty}^{\infty} \xi_{2n+1} \cos(2n\theta_0 + \psi_{2n+1} - \psi_1); \Delta v = \arctg \frac{A'}{B'}. \quad (9)$$

Выражение (9) определяет суммарную переменную угловую ошибку ФВ. Если $A_1 \gg A_{-1}, A_{-3}, A_3, A_{-5}$, то (8) и (9) могут быть упрощены путем пренебрежения величинами второго порядка малости.

При решении (7) можно ограничиться конечным числом гармоник. Допустимость ограничения определяется требуемой точностью вычисления ошибок ФВ.

Влияние емкостной связи между первичными обмотками СКВТ (рис. 3). Уравнения ФВ для данного случая могут быть получены из (6). Для этого необходимо положить $i_2=0$, заменить i_1, i_k на $i_1 + i_3, i_k + i_3$, а пятое уравнение — на уравнение:

$$0 = -\frac{d}{dt}(M_s i_s) + \frac{d}{dt}(M_c i_c) + \frac{d}{dt}(M_{ks} i_s) + \\ + \frac{d}{dt}(M_{kc} i_c) + r_1(i_1 + i_3) + r_k(i_k + i_3) + \frac{1}{C_1} \int i_3 dt + \\ + L_1 \frac{d}{dt}(i_1 + i_k) + L_k \frac{d}{dt}(i_k + i_3),$$

где C_1 — паразитная емкость между первичными обмотками.

В рассматриваемом случае спектр временных (пространственных при $\Omega=0$) гармоник выходного сигнала ФВ аналогичен по виду предыдущему. Преобразование уравнений при условии выполнения первичного симметрирования дает подобную (7) систему уравнений относительно i_s, i_c .

Данная система уравнений может быть получена из (7) соответствующей заменой $A_n^{(1)}, B_n^{(1)}, l_n^{(1)}, \gamma_n^{(1)}$,

$p_n^{(1)}, k_n^{(1)}, f_n^{(1)}, \rho_n^{(1)}$ на $A_n^{(2)}, B_n^{(2)}, l_n^{(2)}, \gamma_n^{(2)}, p_n^{(2)}, k_n^{(2)}, f_n^{(2)}, \rho_n^{(2)}$ (см. приложение). При анализе для упрощения предполагалась идентичность статорных обмоток. Заметим, что при $z^r=0$ спектр выходного сигнала ФВ становится конечным и содержит гармоники вида (2), (3).

Влияние неперпендикулярности первичных обмоток СКВТ (рис. 4). Для данного случая

$$M_{\text{кс}} = M_0 \sin(\Omega t + \theta_0 + \beta_1);$$

$$M_{\text{кс}} = M_0 \cos(\Omega t + \theta_0 + \beta_1);$$

$$M_2 = M_{02} \sin \beta_1,$$

где β_1 — геометрический угол, соответствующий неперпендикулярности первичных обмоток; M_2 — коэффициент взаимной индукции между первичными обмотками.

Уравнения ФВ могут быть получены из (6). Для этого необходимо положить $i_2=0$, исключить пятое уравнение и в первое и четвертое уравнения добавить соответственно члены $M_2 \frac{di_{\text{к}}}{dt}$, $M_2 \frac{di_1}{dt}$.

Преобразование уравнений при условии выполнения первичного симметрирования дает систему рекуррентных уравнений относительно i_s, i_c , аналогичную по виду системе (7). Уравнения могут быть получены, если в (7) заменить $A_n^{(1)}, B_n^{(1)}, l_n^{(1)}, \gamma_n^{(1)}, p_n^{(1)}, k_n^{(1)}, f_n^{(1)}, \rho_n^{(1)}$ на $A_n^{(3)}, B_n^{(3)}, l_n^{(3)}, \gamma_n^{(3)}, p_n^{(3)}, k_n^{(3)}, f_n^{(3)}, \rho_n^{(3)}$ (см. приложение).

Влияние невыполнения условия первичного симметрирования ($z_{2n}^1 - z_{2n}^k = \Delta z_{2n} \neq 0$). Влияние данного фактора проанализировано в [Л. 3]. Используя результаты этой работы, можно показать идентичность спектрального состава выходного сигнала ФВ полученному ранее. Действительно, преобразование рекуррентных уравнений, приведенных в [Л. 3], дает аналогичную (7) систему уравнений относительно i_s, i_c .

Уравнения могут быть получены, если в (7) произвести замену $A_n^{(1)}, B_n^{(1)}, l_n^{(1)}, \gamma_n^{(1)}, p_n^{(1)}, k_n^{(1)}, f_n^{(1)}, \rho_n^{(1)}$ на $A_n^{(4)}, B_n^{(4)}, l_n^{(4)}, \gamma_n^{(4)}, p_n^{(4)}, k_n^{(4)}, f_n^{(4)}, \rho_n^{(4)}$ (см. приложение).

Влияние несинусоидальности коэффициентов взаимной индукции в функции угла поворота ротора. Рассмотрим влияние нечетных гармоник в кривой изменения коэффициентов взаимной индукции от угла поворота ротора, т. е. пусть

$$\left. \begin{aligned} M_s = M_{\text{кс}} &= \sum_{r=0}^{\infty} M_{2r+1} \sin(2r+1)(\Omega t + \theta_0); \\ M_c = M_{\text{кс}} &= \sum_{r=0}^{\infty} M_{2r+1} \cos(2r+1)(\Omega t + \theta_0), \quad r=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В качестве исходных уравнений используем систему (6) при $i_2=0$ и исключении пятого уравнения. Данные уравнения с учетом (10) преобразуются согласно методу [Л. 5] в систему рекуррентных уравнений относительно комплексных амплитуд спек-

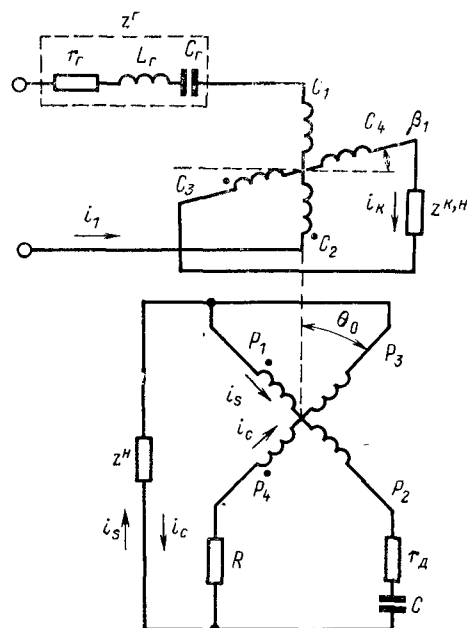


Рис. 4.

тральных составляющих токов i_s, i_c вида:

$$\begin{aligned} & - \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2jd_{2n+1}^{(2r+1)} \dot{U}(n+r+1)}{z_{2(n+r+1)}^1} = \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{4d_{2n+1}^{[2(r+m)+1]} a_{2(n+r+m+1)}^{(2r+1)}}{z_{2(n+r+m+1)}^1} (j i_{2(n+m)+1}^s + \\ & + i_{2(n+m)+1}^c) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{4d_{2n+1}^{(2r+1)} a_{2(n+r+1)}^{[2(r+m)+1]}}{z_{2(n+r+1)}^1} \times \\ & \times (j i_{2(n-m)+1}^s + i_{2(n-m)+1}^c) + (j z_{2n+1}^s - z_{2n+1}^h) i_{2n+1}^s + \\ & + (z_{2n+1}^c - j z_{2n+1}^h) i_{2n+1}^c; \\ & \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2jc_{2n+1}^{(2r+1)} \dot{U}(n-r)}{z_{2(n-r)}^1} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{4c_{2n+1}^{(2r+1)} b_{2(n-r)}^{[2(r+m)+1]}}{z_{2(n-r)}^1} \times \\ & \times (j i_{2(n+m)+1}^s - i_{2(n+m)+1}^c) + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{4c_{2n+1}^{[2(r+m)+1]} b_{2(n-r-m)}^{(2r+1)}}{z_{2(n-r-m)}^1} (j i_{2(n-m)+1}^s - i_{2(n-m)+1}^c) + \\ & + (j z_{2n+1}^s + z_{2n+1}^h) i_{2n+1}^s - (z_{2n+1}^c + j z_{2n+1}^h) i_{2n+1}^c, \end{aligned}$$

где $\dot{U}(n+r+1) = \dot{U}$ при $n = -r-1$; $\dot{U}(n+r+1) = 0$ при $n \neq -r-1$; $\dot{U}(n-r) = \dot{U}$ при $n=r$; $\dot{U}(n-r) = 0$ при $n \neq r$. Выражения для $a_{2(n+r+m+1)}^{(2r+1)}$,

$$a_{2(n+r+1)}^{[2(r+m)+1]}, b_{2(n-r)}^{[2(r+m)+1]}, b_{2(n-r-m)}^{(2r+1)}, c_{2n+1}^{(2r+1)}, c_{2n+1}^{[2(r+m)+1]}, d_{2n+1}^{(2r+1)}, d_{2n+1}^{[2(r+m)+1]}, z_{2(n+r+1)}^1, z_{2(n+r+m+1)}^1, z_{2(n-r)}^1,$$

$z_{2(n-r-m)}^1$ могут быть получены из выражений для $a_{2n}, b_{2n}, c_{2n+1}, d_{2n+1}, z_{2n}^1$ путем замены n на выражения, стоящие в круглых скобках нижних индексов (при отсутствии скобок замена не производится), и соот-

ветствующей замены \dot{M}, \dot{M}^* на $\dot{M}_{2r+1}, \dot{M}_{2r+1}^*$ (или $\dot{M}_{2(r+m)+1}, \dot{M}_{2(r+m)+1}^*$), где

$$\dot{M}_{2(r+m)+1} = M_{2(r+m)+1} e^{j[2(r+m)+1]\theta_0}; \quad \dot{M}_{2(r+m)+1}^* = M_{2(r+m)+1} e^{-j[2(r+m)+1]\theta_0};$$

$$\dot{M}_{2r+1} = M_{2r+1} e^{j(2r+1)\theta_0}; \quad \dot{M}_{2r+1}^* = M_{2r+1} e^{-j(2r+1)\theta_0}.$$

Решение уравнений показывает, что ряду временных гармоник выходного сигнала ФВ соответствует при $\Omega=0$ ряд пространственных гармоник вида (8).

Аналогично может быть рассмотрено влияние четных гармоник в кривой изменения коэффициентов взаимной индукции, заданных в виде:

$$M_s = M_{кс} = M_0 \sin(\Omega t + \theta_0) + \sum_{r=1}^{\infty} M_{2r} \sin 2r(\Omega t + \theta_0);$$

$$M_c = M_{кс} = M_0 \cos(\Omega t + \theta_0) + \sum_{r=1}^{\infty} M_{2r} \cos 2r(\Omega t + \theta_0).$$

В данном случае при вращении ротора в статорных и роторных обмотках возбуждаются колебания с частотами $\omega + n\Omega$, соответственно решение уравнений ищется в виде, учитывающем возникающие гармоники.

Решение рекуррентных уравнений (см. приложение) показывает, что спектр пространственных гармоник выходного сигнала ФВ содержит как четные, так и нечетные гармоники:

$$u = \sum_{-\infty}^{\infty} u_n = A_1 \sum_{-\infty}^{\infty} \xi_n \sin(\omega t + n\theta_0 + \psi_n), \quad \xi_n = \frac{A_n}{A_1}; \quad (11)$$

Выражение для возникающей при этом ошибки ФВ может быть получено из (9) путем замены $2n, 2n+1$ на $n-1$ и n соответственно.

Таким образом, представление ФВ как системы с переменными параметрами, зависящими от времени, позволяет выразить его выходной сигнал в виде суммы монохроматических колебаний, каждое из которых представляет выходной сигнал некоторого идеального ФВ. Это дает возможность проведения единого метода анализа пространственных и временных явлений в реальном ФВ. Реальный ФВ можно интерпретировать согласно например, (11), как результат суперпозиции $2|n|+1$ идеальных ФВ, фазы выходных сигналов которых пропорциональны $n\theta_0$. Ряды (8), (11) при условии достигнутой в настоящее время точности выполнения синусоидального закона, изменения потоко-сцепления между обмотками являются быстро убывающими, поэтому при анализе с погрешностью менее одной угловой минуты можно ограничиться конечным числом гармоник (3—6).

Экспериментальные исследования ФВ типа БИФ-112 [Л. 3], БИФ-114 и ФВ, выполненных на базе иных типов СКВТ, подтверждают полную физическую достоверность результатов анализа, поэтому выражения (1), (8), (11) можно рассматривать как математические модели реальных ФВ. Вопрос об использовании (1), (8) или (11) и числе учитываемых гармоник решается конкретно для

каждого ФВ. Степень достоверности той или иной модели определяется точностью анализа.

Теоретический и экспериментальный анализ исследуемых ФВ показывают, что основная часть их результирующей ошибки определяется гармоникой $u_{-1}(-\theta_0)$, и при уровне погрешности более 3—5 мин для данных ФВ правомочна модель (1). Расхождение теоретических и экспериментальных данных не превышало при этом погрешности применяемых приборов (менее 10%). В диапазоне ошибок ФВ менее 1—2 мин необходимо учитывать высшие пространственные гармоники. Число учитываемых гармоник может быть определено с помощью селективных устройств, при этом осуществляется преобразование посредством вращения ротора пространственных гармоник во временные. Для устранения влияния на амплитуду регистрируемой гармоники частотного эффекта, вызываемого вращением ротора, необходима операция изменения частоты сигнала питания ФВ таким образом, чтобы обеспечить равенство амплитуд пространственной и временной гармоник. На основе однозначного соответствия пространственных и временных гармоник может быть в принципе разработана новая методика измерения и экспериментального анализа погрешностей ФВ. Однако это требует дальнейшего теоретического исследования и разработки специальной аппаратуры.

Анализ (9) позволяет сделать вывод о зависимости величины ошибки ФВ от амплитудно-фазовых соотношений между гармониками. Так как последние определяются параметрами СКВТ, RC r_d — цепи, z^T, z^H , то изменение их величин вызовет изменение ошибки ФВ. При этом величина результирующей составляющей $u_{-1}(-\theta_0)$, вносящей основную долю (до 95%) в результирующую ошибку ФВ, зависит также от амплитудно-фазовых соотношений между ее составляющими, обусловленными каждым в отдельности ранее рассмотренными факторами. Важная роль RC r_d — цепи заключается в том, что регулировкой R и r_d достигается минимизация $u_{-1}(-\theta_0)$ благодаря соответствующему изменению амплитудно-фазовых соотношений между ее составляющими.

Из теоретического анализа влияния на амплитуду $u_{-1}(-\theta_0)$ рассмотренных ранее факторов следует: несмотря на то, что ошибка ФВ, вызванная каким-либо отдельным фактором, может достигать значительной величины, перестройкой RC r_d — цепи удается уменьшить ее на 20—50%. Данные результаты подтверждаются экспериментальными исследованиями влияния паразитной емкости между вторичными обмотками СКВТ и невыполнения условия первичного симметрирования. Как показали исследования, настройка ФВ с целью получения ошибок, близких к минимальным, должна производиться с учетом реальных схем питания и нагрузок.

Очевидно, воздействие механических и климатических факторов будет вызывать также перестройку амплитудно-фазовых соотношений между гармониками выходного сигнала ФВ. Это, в свою очередь, обусловит изменение его ошибки.

Наибольшую часть погрешности ФВ, освоенных промышленностью, составляет ошибка из-за

неточности настройки ФВ при аттестации, что вызвано влиянием ряда объективных и субъективных причин при настройке известным способом ($\Delta u_d \rightarrow 0$). Исследование партии ФВ типа БИФ-114 (20 шт.), настроенных по способу [Л. 4], показывает, что величина их ошибки не превышает 1—2 мин. Паспортная ошибка данных ФВ до настройки по способу [Л. 4] составляла 5—13 мин.

В заключение отметим, что общность примененного метода анализа позволяет решить подобную задачу и для других типов индукционных машин. В частности, для СКВТ, ФВ с вращающимся магнитным полем имеют место аналогичные по структуре математические модели. Данные модели позволяют наряду с более глубоким познанием физики процессов в цепях этих машин осуществить с методологически единых позиций поиск потенциальных возможностей повышения точности их работы и уменьшения требований к технологии изготовления отдельных узлов.

Приложение.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arctg \frac{D}{N}; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{F}{P}; \quad \varphi'_1 = \arctg \frac{D'}{N'}; \\ \varphi'_2 &= \arctg \frac{F'}{P'}; \quad N = t_1 + q_2 x_0 (X_c + q_1 r_3) + q_1 r_0 (r_4 + r_5); \\ D &= t_1 - q_1 q_2 r_4 x_0 + r_0 X_c + q_1 r_0 (R + r_6); \\ P &= 2q_1^2 x_m^2 r_0 - r_0 x_5 (2q_1^2 x_2 - X_c) + q_1 t_2 (r_3 + r_4); \\ F &= q_1^2 q_2 x_m^2 x_4 + t_2 (2q_1^2 x_2 - X_c) + q_1 r_0 x_5 (r_3 + r_4); \\ N' &= q_3 r_0 (r_4 + r_7) + t_3 + q_4 x_1 (X_c - q_3 r_3); \\ D' &= t_3 + q_3 q_4 x_1 r_4 - X_c r_0 + q_3 r_0 (R + r_8); \\ N_1 &= N + \frac{q_1}{X_2} \left[t_1 \left(\frac{X_c}{q_1} + r_9 \right) + q_2 x_0 r_2 (X_c - q_1 r_9) + q_1 r_0 r_9 + \right. \\ &\quad \left. + X_c r_0 r_5 \right]; \quad D_1 = D + \frac{q_1}{X_2} \times \\ &\quad \times \left[t_1 \left(\frac{X_c}{q_1} - r_9 \right) - q_1 r_0 r_5 r_9 + X_c r_0 r_6 - q_2 x_0 r_2 (X_c + q_1 r_9) \right]; \\ P_1 &= P + \frac{q_1}{X_2} [2X_c (r_2 t_2 + q_1^2 x_m^2 r_0) - 2q_1^2 r_0^2 x_2 r_9 - 2q_1 r_0 x_5 (r_2 r_9 + \\ &\quad + X_c x_2) - q_1^2 q_2 r_9 (x_m^2 x_4 - 2x_0 x_2 x_3)]; \\ F_1 &= F + \frac{q_1}{X_2} [2r_0 x_5 (X_c r_2 - q_1^2 x_2 r_9) + 2q_1^2 x_m^2 r_0 r_9 + \\ &\quad + 2q_1 t_2 (X_c x_2 + r_2 r_9) + q_1 q_2 x_m^2 X_c x_4]; \\ N_2 &= N' + \frac{q_3}{X_2} \left[t_3 \left(\frac{X_c}{q_3} - r_9 \right) - q_4 x_1 r_2 (X_c + q_3 r_9) - \right. \\ &\quad \left. - q_3 r_0 r_8 r_9 + X_c r_0 r_7 \right]; \quad D_2 = D' + \frac{q_3}{X_2} \times \\ &\quad \times \left[t_3 \left(\frac{X_c}{q_3} + r_9 \right) + q_3 r_0 r_7 r_9 + X_c r_0 r_8 - q_4 x_1 r_2 (X_c + q_3 r_9) \right]; \\ N_3 &= N + q_1 (r_0 r_3 - q_1 q_2 x_0 x_6 - q_1 x_m r_0 s_3) s_1 + q_1^2 q_2 (x_m x_0 - \\ &\quad - x_m^2) s_1^2 - 2q_1 s_2 (q_2 r_3 x_0 + q_1 r_0 x_2); \\ D_3 &= D + q_1 s_1 [q_1 q_2 (x_m x_0 - x_m^2) s_3 - q_2 x_0 r_3 + q_1 r_0 x_6] + \\ &\quad + q_1^2 x_m r_0 s_1^2 - 2q_1 s_2 \left(\frac{t_1}{q_1} + r_0 r_3 \right); \\ P_3 &= P - 2q_1^2 r_0 s_1 (q_1 x_m^2 - x_m x_5); \quad F_3 = F - q_1^2 s_1 (q_2 x_4 x_m^2 + \\ &\quad + 2x_m x_2 t_2); \quad N_4 = N' + q_3 s_1 (q_3 q_4 x_6 x_1 + r_0 r_3 + q_3 x_m r_0 s_3) + \\ &\quad + q_3^2 q_4 s_1^2 (x_m x_1 - x_m^2) + 2q_3 s_2 (q_4 r_3 x_1 + q_3 r_0 x_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_4 &= D' + q_3 s_1 [q_3 q_4 s_3 (x_m x_1 - x_m^2) - q_3 x_6 r_0 + q_4 r_3 x_1] - \\ &\quad - q_3^2 x_m r_0 s_1^2 - 2q_3 s_2 \left(\frac{t_3}{q_3} + r_0 r_3 \right); \quad N_5 = N + m (t_1 + q_1 r_0 r_4 + \\ &\quad + q_2 X_c x_0); \quad D_5 = D + m [q_1^2 q_2 x_m^2 (2 + m) - q_1 q_2 x_0 r_4 + \\ &\quad + r_0 (X_c - q_1^2 x_2)]; \quad P_5 = P + q_1^2 x_m^2 r_0 m (2 + m); \\ F_5 &= F + q_1^2 q_2 x_4 x_m^2 (1 + 0.5m); \\ N_6 &= N' + m (t_3 + q_3 r_0 r_4 + q_4 x_1 X_c); \quad D_6 = D + q_3 m \times \\ &\quad \times \left[q_3 q_4 x_m^2 (2 + m) + q_4 r_4 x_1 + q_3 r_0 x_2 - \frac{r_0 X_c}{q_3} \right]; \\ \Delta \gamma &= \arctg \frac{(r_0 + x_3) (DF - NP) + (r_0 - x_3) (DP + NF)}{(r_0 + x_3) (DP + NF) + (r_0 - x_3) (NP - DF)}; \\ \Delta \gamma' &= \arctg \frac{(r_0 + x_3) (N'P' + D'F') - (r_0 - x_3) (N'F' - D'P')}{(r_0 + x_3) (N'F' - D'P') + (r_0 - x_3) (N'P' + D'F')}; \\ q &= \frac{\Omega}{\omega}; \quad r_0 = r_1 + r_r; \quad x_0 = x_n + x_r - \frac{X_r}{q_2^2}; \\ x_1 &= x_n + x_r - \frac{X_r}{q_4^2}; \quad x_3 = x_n + x_r - X_r; \quad X_2 = \frac{1}{\omega C_2}; \\ x_m &= \omega M_{03}; \quad m = \frac{\Delta M}{M_0}; \quad \Delta M = M'_0 - M_0; \quad q_1 = 1 + q; \\ q_2 &= 1 + 2q; \quad q_3 = 1 - q; \quad q_4 = 1 - 2q; \quad r_3 = R + r_2; \\ r_4 &= r_2 + r_n; \quad r_5 = r_2 + q_1 x_2; \quad r_6 = r_2 - q_1 x_2; \quad r_7 = r_2 - q_3 x_2; \\ r_8 &= r_2 + q_3 x_2; \quad r_9 = R + r_n; \quad x_4 = x_0 + x_3; \quad x_5 = x_3 + q_2 x_0; \\ x_6 &= x_m - x_2; \quad t_1 = q_1^2 q_2 (x_m^2 - x_0 x_2); \quad t_2 = r_0^2 - q_2 x_0 x_3; \\ t_3 &= q_3^2 q_4 (x_m^2 - x_1 x_2); \quad s_1 = \sin \beta_2; \\ s_2 &= \sin^2 \frac{\beta_2}{2}; \quad s_3 = \cos \beta_2; \quad A_n^{(2)} = A_n^{(1)} h_n^{(1)}; \\ B_n^{(2)} &= B_n^{(1)} h_n^{(2)}; \quad l_n^{(2)} = \alpha_n [z_2^{(1)} (n+1) + 2 (z_2^{(4)} (n+1))^2 \rho'_{n+1}] - \\ &\quad - 4j a_d \rho'_{n+1} (z_2^{(2)} (n+1))^2; \quad \gamma_n^{(2)} = \beta_n [z_2^{(1)} (n+1) + \\ &\quad + 2 (z_2^{(4)} (n+1))^2 \rho'_{n+1}] - 4 a_d \rho'_{n+1} (z_2^{(2)} (n+1))^2; \\ p_n^{(2)} &= \lambda_n [z_{2n}^{(1)} + 2 (z_{2n}^{(4)})^2 \rho'_n] - 4j b_c (z_{2n}^{(2)})^2 \rho'_n; \\ h_n^{(2)} &= \nu_n [z_{2n}^{(1)} + 2 (z_{2n}^{(4)})^2 \rho'_n] - 4 b_c (z_{2n}^{(2)})^2 \rho'_n; \\ f_n^{(2)} &= 4j b_d (z_{2n}^{(2)} (n+1))^2 \rho'_{n+1}; \quad \rho_n^{(2)} = -4j a_c (z_{2n}^{(2)})^2 \rho'_n; \\ h_n^{(1)} &= z_2^{(1)} (n+1) + z_2^{(4)} (n+1) \rho'_{n+1} [2z_2^{(4)} (n+1) + (1+j) z_2^{(2)} (n+1)]; \\ h_n^{(2)} &= z_{2n}^{(1)} + z_{2n}^{(4)} \rho'_n [2z_{2n}^{(4)} + (1-j) z_{2n}^{(2)}]; \quad z_{2n}^{(4)} = z_{2n}^{(1)} - z_{2n}^{(2)}; \\ z_2^{(4)} (n+1) &= z_2^{(1)} (n+1) - z_2^{(2)} (n+1); \quad \rho'_n = \\ &= -\frac{j (1 + 2nq)}{2j (1 + 2nq) z_{2n}^{(4)} + X_1}; \\ \rho'_{n+1} &= -\frac{j [1 + 2(n+1)q]}{2j [1 + 2(n+1)q] z_{2(n+1)}^{(4)} + X_1}; \quad X_1 = \frac{1}{\omega C_1}; \\ A_n^{(3)} &= A_n^{(1)} (z_2^{(1)} (n+1) + \sigma_{2(n+1)} e^{-j\beta_2}); \quad B_n^{(3)} = B_n^{(1)} (z_{2n}^{(1)} - \sigma_{2n} e^{j\beta_2}); \\ l_n^{(3)} &= \alpha_n z_2^{(1)} (n+1) + \sigma_{2(n+1)} [4a_d s_4 + j \sigma_{2(n+1)} (z_{2n+1}^{(2)} + j z_{2n+1}^{(4)})]; \\ \gamma_n^{(3)} &= \beta_n z_2^{(1)} (n+1) - \sigma_{2(n+1)} [4j a_d s_4 - \sigma_{2(n+1)} (z_{2n+1}^{(2)} - j z_{2n+1}^{(4)})]; \\ p_n^{(3)} &= \lambda_n z_{2n}^{(1)} + \sigma_{2n} [4b_c s_4 + \sigma_{2n} (j z_{2n+1}^{(2)} + z_{2n+1}^{(4)})]; \\ h_n^{(3)} &= \nu_n z_{2n}^{(1)} - \sigma_{2n} [4j b_c s_4 - \sigma_{2n} (z_{2n+1}^{(2)} + j z_{2n+1}^{(4)})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_n^{(3)} &= 2b_d [z_{2n}^{(1)} (e^{-2j\beta_1} - 1) - 2\sigma_{2(n+1)} e^{-j\beta_1}]; \\
\rho_n^{(3)} &= 2a_c [z_{2n}^{(1)} (e^{2j\beta_1} - 1) + 2\sigma_{2n} e^{j\beta_1}]; \\
\sigma_{2n} &= (1 + 2nq) \omega M_{02} S_4; \quad \sigma_{2(n+1)} = [1 + 2(n+1)q] \omega M_{02} S_4; \\
s_4 &= \sin \beta_1; \quad A_n^{(4)} = A_n^{(1)} z_{2n}^{(K)}; \quad B_n^{(4)} = B_n^{(1)} z_{2n}^{(K)}; \\
I_n^{(4)} &= \alpha_n z_{2n}^{(K)} + 2j a_d \Delta z_{2(n+1)}; \quad \gamma_n^{(4)} = \beta_n z_{2n}^{(K)} + 2a_d \Delta z_{2(n+1)}; \\
p_n^{(4)} &= \lambda_n z_{2n}^{(K)} + 2j b_c \Delta z_{2n}; \quad k_n^{(4)} = \nu_n z_{2n}^{(K)} + 2b_c \Delta z_{2n}; \\
f_n^{(4)} &= 2b_d \Delta z_{2(n+1)}; \quad \rho_n^{(4)} = 2a_c \Delta z_{2n}; \quad \Delta z_{2n} = z_{2n}^{(1)} - z_{2n}^{(K)}; \\
z_{2n}^{(K)} &= r_K + j(1 + 2nq) x_K + z_{2n}^{(H)}.
\end{aligned}$$

Уравнения ФВ с учетом влияния четных гармоник в кри-
вой изменения коэффициентов взаимной индукции от угла по-
ворота ротора:

$$\begin{aligned}
& - \frac{2j b_n^{(0)} \dot{U}(n+1)}{z_{n+1}^{(1)}} - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2j b_n^{(2r)} \dot{U}(n+2r)}{z_{n+2r}^{(1)}} = \\
& = \left[\frac{4j a_{n+1}^{(0)} b_n^{(0)}}{z_{n+1}^{(1)}} + j z_n^s - z_n^H \right] I_n^s + \left[\frac{4a_{n+1}^{(0)} b_n^{(0)}}{z_{n+1}^{(1)}} + \right. \\
& \quad \left. + z_n^c - j z_n^H \right] I_n^c + \sum_{r=1}^{\infty} \left[\frac{4b_n^{(0)} a_{n+1}^{(2r)}}{z_{n+1}^{(1)}} (j I_{n-2r+1}^s + \right. \\
& \quad \left. + I_{n-2r+1}^c) + \frac{4a_{n+2r}^{(0)} b_n^{(2r)}}{z_{n+2r}^{(1)}} (j I_{n+2r-1}^s + I_{n+2r-1}^c) \right] + \\
& \quad + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{4a_n^{[2(r+m)]} b_n^{(2r)}}{z_{n+2r}^{(1)}} (j I_{n-2m}^s + I_{n-2m}^c) + \\
& \quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{4a_{n+2}^{(2r)} b_n^{[2(r+m)]}}{z_{n+2(r+m)}^{(1)}} (j I_{n+2m}^s + I_{n+2m}^c); \\
& \frac{2j a_n^{(0)} \dot{U}(n-1)}{z_{n-1}^{(1)}} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2j a_n^{(2r)} \dot{U}(n-2r)}{z_{n-2r}^{(1)}} = \\
& = \left[\frac{4j a_n^{(0)} b_{n-1}^{(0)}}{z_{n-1}^{(1)}} + j z_n^s + z_n^H \right] I_n^s - \left[\frac{4a_n^{(0)} b_{n-1}^{(0)}}{z_{n-1}^{(1)}} + \right. \\
& \quad \left. + z_n^c + j z_n^H \right] I_n^c + \sum_{r=1}^{\infty} \left[\frac{4a_n^{(0)} b_{n-1}^{(2r)}}{z_{n-1}^{(1)}} (j I_{n+2r-1}^s - \right. \\
& \quad \left. - I_{n+2r-1}^c) + \frac{4a_n^{(2r)} b_{n-2r}^{(0)}}{z_{n-2r}^{(1)}} (j I_{n-2r+1}^s - I_{n-2r+1}^c) \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{4a_n^{(2r)} b_{n-2r}^{[2(r+m)]}}{z_{n-2r}^{(1)}} (j I_{n+2m}^s - I_{n+2m}^c) + \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{4a_n^{[2(r+m)]} b_{n-2}^{(2r)}}{z_{n-2(r+m)}^{(1)}} (j I_{n-2m}^s - I_{n-2m}^c).
\end{aligned}$$

Выражения для $a_n^{(0)}$, $a_{n+1}^{(0)}$, $a_{n+2r}^{(0)}$, $a_n^{(2r)}$, $a_{n+2r}^{[2(r+m)]}$, $a_{n+1}^{(2r)}$, $a_{n+2}^{(2r)}$, $b_n^{(0)}$, $b_{n-1}^{(0)}$, $b_{n-2r}^{(0)}$, $b_n^{(2r)}$, $b_{n+2}^{[2(r+m)]}$, $b_{n-1}^{(2r)}$, $b_{n-2r}^{(2r)}$, z_n^s , z_n^c , z_{n+1}^s , z_{n-1}^s , z_{n+2r}^s , z_{n-2r}^s , $z_{n+2(r+m)}^s$, $z_{n-2(r+m)}^s$ мо-
гут быть получены из выражений для a_{2n} , b_{2n} , z_{2n+1}^s , z_{2n+1}^c , $z_{2n}^{(1)}$ соответствующей заменой в последних $2n$ или $2n+1$ на нижние индексы получаемых выражений, а также заменой в $a_n^{(2r)}$, $a_{n+1}^{(2r)}$, $a_{n+2r}^{[2(r+m)]}$, $a_{n+2}^{(2r)}$, $b_n^{(2r)}$, $b_{n+2}^{[2(r+m)]}$, $b_{n-1}^{(2r)}$, $b_{n-2r}^{[2(r+m)]}$ выражений для \dot{M} и \dot{M}^* на \dot{M}_{2r} , $\dot{M}_{2(r+m)}$ и \dot{M}_{2r}^* , $\dot{M}_{2(r+m)}^*$, где

$$\begin{aligned}
\dot{M}_{2r} &= M_{2r} e^{j2r\theta_0}; \quad \dot{M}_{2(r+m)} = M_{2(r+m)} e^{j2(r+m)\theta_0}; \\
\dot{M}_{2r}^* &= M_{2r} e^{-j2r\theta_0}; \quad \dot{M}_{2(r+m)}^* = M_{2(r+m)} e^{-j2(r+m)\theta_0}.
\end{aligned}$$

Примечания: 1. Выражения для P' , F' , P_2 , F_2 , P_4 , F_4 , P_6 , F_6 могут быть получены соответственно из P , F , P_1 , F_1 , P_3 , F_3 , P_5 , F_5 путем замены в последних q на $-q$ и x_0 на x_1 .
2. В [Л. 3] авторами была допущена ошибка в выражениях для P , P' , F , F' . Однако при $q < 0,01$ возникающая погрешность в расчетах пренебрежимо мала, так как $x_1 \approx x_3$, $x_0 \approx x_3$. Если $C_r \rightarrow \infty$ или $z^r = 0$, то приведенная в [Л. 3] запись для P , P' , F , F' верна.

Также в выражениях для гармоник $u_{\omega+\Omega}$, $u_{\omega-2}$ и результирующего сигнала необходимо в $\arctg \frac{x_0}{r_0}$ и $\arctg \frac{x_1}{r_0}$ заменить x_0 и x_1 на x_3 . В данной работе указанные ошибки исправлены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические машины малой мощности. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963. Авт.: Завалишин Д. А., Бардинский С. И., Певзнер О. Б. и др.
2. Ахметжанов А. А. Системы передачи угла повышенной точности. М., «Энергия», 1966.
3. Ромашкин Р. Н., Бокслер И. И. Скоростной режим работы индукционного фазовращателя с пульсирующим магнитным полем. — «Электричество», 1971, № 3.
4. Ромашкин Р. Н., Бокслер И. И. Способ настройки индукционного фазовращателя с пульсирующим магнитным полем на требуемую частоту синусоидального сигнала. А. С. № 236639 (СССР). Оpubл. в бюлл.: «Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки», 1969, № 7.
5. Тафт В. А. Электрические цепи с переменными параметрами. М., «Энергия», 1968.

[27.7.1973]

О погрешности численных методов при расчете электрических цепей

МОЧУЛЬСКИЙ Ю. С., СИНИЦКИЙ Л. А.

Львов

Среди обширной литературы, посвященной анализу электрических цепей на ЦВМ, наибольшее внимание было уделено проблеме устойчивости численных методов (точнее, А-устойчивости по Далквисту) [Л. 1—3]. Это не является случайным, так как выбор численного метода в значительной степени определяется его свойствами в отношении сохранения качественных характеристик исходной системы. Относительно слабее изучены свойства различных численных алгоритмов в смысле погрешности расчета. Основные сведения касаются погрешности расчета на одном шаге и представляют собой заимствования общеизвестных соотношений вычислительной математики. Получило некоторое распространение мнение о том, что оценка погрешности на конечном интервале времени T_k представляет непреодолимые трудности, а величина погрешности имеет тенденцию к накоплению по мере роста интервала интегрирования. Считается, что поэтому трудно гарантировать заданное значение погрешности, если не выбрать значение шага интегрирования весьма малым, при котором погрешность на одном шаге на несколько порядков меньше допустимой на интервале времени T_k . Очевидно, что подобный подход влечет за собой резкое возрастание трудоемкости расчета.

Между тем для некоторых классов цепей (прежде всего линейных) можно получить простые и наглядные оценки погрешности расчета для различных методов численного интегрирования. Ниже рассматриваются погрешности расчета прямого и обратного (неявного) методов Эйлера, а также метода Шичмена [Л. 4]. Однако существо дела не изменяется при использовании других методов, хотя получение соответствующих оценок становится более громоздким.

Обратимся сначала к оценке погрешности расчета установившегося режима линейной цепи. В качестве модели цепи примем уравнения состояния вида

$$\frac{dx}{dt} = Ax + F(t), \quad (1)$$

где A — квадратная $n \times n$ гурвицева матрица; $x = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})'$ — вектор переменных состояний (' — знак транспонирования). Без уменьшения общности можно принять, что $F(t)$ изменяется по гармоническому закону

$$F(t) = be^{j\omega t},$$

где $b = (b^{(1)}, b^{(2)}, \dots, b^{(n)})'$ — постоянный вектор.

Тогда точное решение (1), соответствующее установившемуся режиму, имеет вид

$$x(t) = ae^{j\omega t},$$

где

$$a = (j\omega E - A)^{-1}b; \quad (2)$$

E — единичная матрица.

При численном расчете цепи уравнение (1) заменяется разностным уравнением вида

$$x_{m+1} = x_m + h[Ax_m + F_m] \quad (2a)$$

— для прямого и

$$x_{m+1} = x_m + h[Ax_{m+1} + F_{m+1}] \quad (2б)$$

— для неявного методов Эйлера.

Здесь h — шаг интегрирования, который при расчете установившегося режима принимается постоянным; $x_m = x(mh)$; $F_m = F(mh)$.

При гармоническом внешнем воздействии периодическое решение линейных разностных уравнений находится тем же путем, что и для дифференциальных уравнений. Представим искомое решение в виде

$$x_m = \tilde{a}e^{j\omega mh}$$

и попытаемся выбрать постоянный вектор \tilde{a} так, чтобы удовлетворить уравнению (2a) или (2б).

После подстановки в (2a) и (2б) соответственно получим:

$$[(-1 + e^{j\omega h})E - hA]\tilde{a}e^{j\omega mh} = hbe^{j\omega mh}; \quad (3a)$$

$$[e^{j\omega h}(E - hA) - E]\tilde{a}e^{j\omega mh} = hbe^{j\omega(m+1)h}. \quad (3б)$$

Приравняв коэффициенты в левой и правой частях (3a) и (3б), получим для прямого метода Эйлера

$$\tilde{a} = \left[\frac{-1 + e^{j\omega h}}{h} E - A \right]^{-1} b \quad (4a)$$

и для обратного

$$\tilde{a} = \left[\frac{1 - e^{-j\omega h}}{h} E - A \right]^{-1} b. \quad (4б)$$

Для определения погрешности метода Эйлера необходимо сопоставить значения \tilde{a} из (4a), (4б) с точным значением из (2).

Если h достаточно мало, то можно принять, что

$$e^{\pm j\omega h} \approx 1 \pm j\omega h - \frac{\omega^2 h^2}{2}.$$

Подставив это значение в (4a) и (4б), получим

$$\tilde{a} = \left[j\omega E - \left(A + \frac{1}{2} \omega^2 h E \right) \right]^{-1} b; \quad (5a)$$

$$\tilde{a} = \left[j\omega E - \left(A - \frac{1}{2} \omega^2 h E \right) \right]^{-1} b. \quad (5б)$$

Сопоставление (2) и (5) свидетельствует о том, что погрешность при определении комплексной амплитуды периодического режима зависит от первой степени h , а не от h^2 , как это имеет место для погрешности на одном шаге.

Периодический режим, найденный по методу Эйлера, совпадает с режимом в непрерывной системе, если матрицу A заменить на $A \pm \frac{1}{2} \omega^2 h E$. Таким образом, переход от непрерывной системы к дискретной при использовании метода Эйлера эквивалентен изменению вещественных частей собствен-

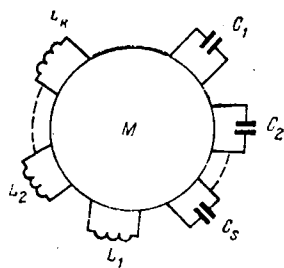


Рис. 1. Схема для определения элементов матрицы A .

ных чисел исходной системы на $\pm \frac{1}{2} \omega^2 h$ при сохранении величины внешнего воздействия.

Для электрических цепей можно дать еще более ясную интерпретацию соотношений (5а), (5б). Ради простоты предположим, что в цепи отсутствуют контуры, образованные источниками э. д. с. и сечения из индуктивностей и источников тока.

Если в качестве переменных состояния принимаются токи индуктивностей и напряжения емкостей, то включение последовательно с индуктивностью L_k сопротивления r_k приводит к уменьшению элемента a_{kk} матрицы A на величину r_k/L_k . Аналогично подключение параллельно к емкости C_s резистора r_s уменьшает элемент a_{ss} на $1/r_s C_s$. Справедливость этого утверждения вытекает из того, что диагональные элементы a_{kk} матрицы A равны входному сопротивлению (проводимости) резистивного многополюсника M (рис. 1) со стороны индуктивности (емкости) при разрыве ветвей всех остальных индуктивных элементов и закорачивании емкостных ветвей.

С учетом сделанных замечаний следует, что переход к дискретной модели Эйлера эквивалентен включению в исходной цепи последовательно с каждой индуктивностью L_k отрицательного сопротивления, равного $-\frac{1}{2} \omega^2 L_k h$, и параллельно с каждой емкостью C_s отрицательного сопротивления $-\frac{2}{\omega^2 C_s h}$. Для дискретной модели неявного метода Эйлера все сказанное выше сохраняется, однако, включаемые сопротивления положительны.

Полученный результат позволяет указать на те классы цепей и режимы их работы, при которых возникает наиболее неблагоприятная ситуация при численном расчете. Это прежде всего высокودобротные цепи при резонансе. Действительно, если для какого-либо комплексного собственного числа $-\sigma \pm j\omega_0$ матрицы A собственная частота ω_0 становится равной ω , то при $\frac{1}{2} \omega^2 h = \sigma$ (расчет по прямому методу Эйлера) погрешность расчета неограниченно возрастает. Учитывая, что

$$\frac{\sigma}{\omega_0} = \frac{1}{2Q},$$

где Q — добротность системы при резонансе на частоте ω_0 , приходим к выводу, что шаг h , чтобы погрешность расчета была невелика, должен удовлетворять условию

$$\omega h \ll \frac{1}{Q}. \quad (6)$$

Следовательно, при прочих равных условиях возрастание добротности должно вызывать пропорциональное уменьшение шага.

Насколько ограничение (6) на шаг более жесткое, чем в нерезонансном случае, можно судить, если рассмотреть простейшую нерезонансную систе-

му, например RL — цепочку, уравнение которой имеет вид

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{U_m}{L} \cos \omega t; \quad \tau = \frac{L}{R}.$$

Приближенное решение этого уравнения с помощью прямого метода Эйлера приводит к значению комплексной амплитуды тока

$$i_m = \frac{\dot{U}_m}{R + j\omega L - \frac{1}{2} \omega L \omega h}.$$

Из этого соотношения вытекает, что погрешность расчета пренебрежимо мала, если

$$\omega h \ll 1.$$

В частности, при $\omega h = 0,1$ погрешность по модулю не превосходит 0,25% и по фазе 3° .

Применяя метод Эйлера, в резонансном случае для получения погрешности того же порядка потребовалось бы уменьшить шаг в Q раз; при этом неявный метод имеет некоторые преимущества, так как эквивалентная добротность системы за счет дискретизации убывает, а не возрастает как в случае прямого метода.

Таким образом, можно считать, что применение метода Эйлера обеспечивает расчет с погрешностью порядка одного процента при

$$h \approx \frac{\tau}{65}.$$

Обратимся теперь к рассмотрению методов более высокого порядка. Здесь особый интерес представляют неявные методы второго порядка, которые обеспечивают свойства A -устойчивости. Рассмотрим в качестве примера метод Шичмэна [Л. 4], который для уравнения (1) приводит к соотношению

$$x_{m+1} = \frac{4}{3} x_m - \frac{1}{3} x_{m-1} + \frac{2}{3} h (A x_{m+1} + F_{m+1}). \quad (7)$$

Для гармонического внешнего воздействия, ограничиваясь членами второго порядка малости, имеем

$$\tilde{a} = [j\omega \left(1 + \frac{\omega^2 h^2}{3}\right) E - A]^{-1} b, \quad (8)$$

то есть дискретизация на основе соотношения (7) эквивалентна увеличению частоты внешней э. д. с. в $1 + \frac{\omega^2 h^2}{3}$ раз в исходной непрерывной системе.

Отсюда следует, что и для метода Шичмэна величина погрешности при расчете периодического режима пропорциональна h^2 , а не h^3 , как это имеет место при определении погрешности на одном шаге. Анализ и численный эксперимент показывают, что эта закономерность сохраняется и для численных методов более высокого порядка, т. е. погрешность определения комплексной амплитуды периодического режима для метода порядка s пропорциональна h^s , а не h^{s+1} , как это имеет место на одном шаге.

Что касается влияния режима работы цепи на выбор шага, то в качественном отношении справедливы результаты, полученные при рассмотрении метода Эйлера. Так как в нерезонансном случае изменение частоты на 1% вызывает изменение ампли-

туды того же порядка, то величина шага для расчетов с погрешностью не выше 1% должна быть примерно $\frac{0,15}{\omega}$ или $\frac{T}{40}$, где T — период внешнего воздействия. В резонансном случае шаг должен уменьшаться по крайней мере в Q раз.

Отметим, что качественный характер описанных закономерностей сохраняется также и для методов более высокого порядка.

При оценке погрешности расчета переходного процесса сначала обратимся к скалярному линейному уравнению

$$\frac{dx}{dt} = -ax,$$

решение которого при начальных условиях $t=0$; $x=x_0$ имеет вид

$$x = x_0 e^{-at}. \quad (9)$$

Разностное уравнение, соответствующее методу Эйлера,

$$x_{m+1} = (1 - ah)x_m$$

имеет решение

$$x_m = (1 - ah)^m x_0. \quad (10)$$

Найдем максимум погрешности расчета

$$\delta = x_0 [e^{-ahm} - (1 - ah)^m],$$

для чего приравняем нулю производную

$$\frac{d\delta}{dm} = x_0 [-ahe^{-ahm} - \ln(1 - ah)(1 - ah)^m].$$

Отсюда находим значение m , при котором погрешность максимальна

$$m \approx \frac{1}{ah},$$

и максимальное значение погрешности

$$\delta_{\max} \approx \frac{ah}{2e} x_0 = 0,18 \frac{h}{\tau} x_0, \quad (11)$$

где

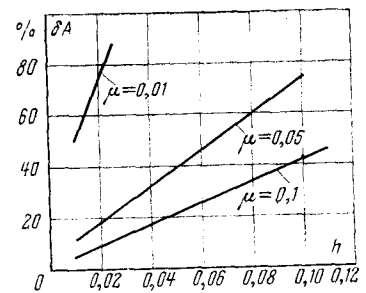
$$\tau = \frac{1}{a}.$$

Итак, максимальная погрешность расчета, так же как и при расчете установившегося режима пропорциональна первой степени h , а не h^2 . Можно и несколько по-другому оценить погрешность расчета переходного режима. Сопоставление (9) и (10) показывает, что переход к дискретной модели Эйлера эквивалентен уменьшению исходной постоянной времени цепи в $1 + \frac{1}{2} \frac{h}{\tau}$ раз, т. е. погрешность воспроизведения постоянных времени исходной системы равна $\frac{1}{2} \frac{h}{\tau}$.

Для неявного метода Эйлера величина погрешности совпадает с точностью до знака с (11). Для методов более высокого порядка также сохраняется характер зависимости погрешности от шага h , который был установлен при исследовании установившихся режимов.

Формула (11) для оценки погрешности может быть успешно использована также при расчете цепей, описываемых уравнениями порядка выше первого. Если применяется при расчете метод, не обладающий свойством А-устойчивости, то под τ в (11)

Рис. 2. Погрешность определения амплитуды периодического режима для уравнения Ван-дер-Поля при расчете методом Эйлера.



следует понимать наименьшую постоянную времени. При этом заметная погрешность расчета наблюдается только на начальном участке переходного процесса, когда еще не успели затухнуть колебания, соответствующие наименьшей постоянной времени.

При А-устойчивом численном методе появляется возможность при расчете переходного процесса постепенно увеличивать шаг; поэтому под τ следует понимать постоянную времени той составляющей процесса, которая определяет изменение переменных на рассматриваемом интервале времени.

Для нелинейных цепей оценка погрешности расчета на конечном интервале времени представляет гораздо более сложную задачу. Поэтому важно выяснить, в какой степени на них могут быть распространены результаты, полученные для линейных систем. С этой целью производились численные эксперименты по расчету нелинейных цепей при различных значениях шага h . Расчет проводился как для систем, близких к линейным, так и для сильно нелинейных систем.

В качестве первого примера рассматривалось уравнение Ван-дер-Поля

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (12)$$

при небольших значениях μ . При этом движения в системе (12) близки к движениям в консервативных линейных системах. При больших μ движение приобретает релаксационный характер и поэтому нет смысла изучать на нем алгоритмы расчета с неизменным шагом в течение всего периода.

Расчет производился при $\mu = 0,01$; $0,05$; $0,1$ прямым методом Эйлера при значении h от $0,01$ до $0,1$. На рис. 2 приведена величина погрешности определения амплитуды. Приведенные данные свидетельствуют, что также как и для линейных систем, погрешность пропорциональна шагу h . Далее, параметр $1/\mu$ в известной степени можно рассматривать как аналог добротности Q , так как длительность процесса установления колебаний определяют именно эти величины. Поэтому важным свидетельством того, что результаты анализа линейных цепей хотя бы качественно могут быть распространены на нелинейные цепи со слабой нелинейностью является то, что погрешность расчета практически линейно зависит от $1/\mu$. Говорить о количественном совпадении результатов расчета едва ли возможно, так как отождествление $1/\mu$ и Q , вообще говоря, мало обосновано. Тем не менее, можно попытаться сопоставить погрешности расчетов автоколебательной системы, описываемой уравнением Ван-дер-Поля, и высокодобротного линейного колебательного контура при гармоническом внешнем воздействии.

При расчете методом Эйлера вынужденных колебаний в последовательном контуре погрешность

метода учитывается включением последовательного сопротивления $\Delta r = -\frac{1}{2} \omega^2 Lh$ и параллельно конденсатору сопротивления $R_c = -\frac{2}{\omega^2 C h}$. Приняв, что частота ω совпадает с резонансной частотой контура, можем пересчитать параллельное сопротивление в последовательное по соотношению

$$\Delta r_c = \frac{L}{C R_c} = -\frac{1}{2} \omega^2 Lh.$$

Таким образом, полное последовательное сопротивление, учитывающее погрешность дискретизации, равно

$$\Delta r = \Delta r_L + \Delta r_c = -\omega^2 Lh.$$

Относительное изменение сопротивления составляет

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\omega^2 Lh}{r} = -Q\omega h,$$

где Q — добротность контура.

При резонансе относительное изменение амплитуды определяется выражением

$$\frac{\Delta I_m}{I_m} = -\frac{\Delta r}{r} = Q\omega h. \quad (13)$$

Возвращаясь теперь к уравнению Ван-дер-Поля, заметим, что поскольку для малых μ его решение имеет вид:

$$x = 2 \cos t,$$

коэффициент первой производной $\mu(1-x^2)$ можно рассматривать как изменяющийся во времени по закону

$$\delta(t) = \mu(1-4\cos^2 t).$$

Среднее значение $|\delta(t)|$ за период равно $1,6\mu$. Эту величину примем в качестве постоянной затухания контура

$$\delta = \frac{1}{Q} = 1,6\mu.$$

Тогда, если распространить (13) на уравнение Ван-дер-Поля, получаем оценку погрешности определения амплитуды

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{1,6} \frac{h}{\mu}, \quad (14)$$

так как $\omega = 1$.

Проведенные численные расчеты достаточно хорошо совпадают с (14). Так, при $\mu = 0,1$ и $h = 0,01$ в соответствии с (14) имеем $\frac{\Delta a}{a} = 6\%$. Действительное значение погрешности практически совпадает с этой величиной.

Такое же совпадение наблюдается при меньших значениях μ .

Не преувеличивая значения полученного

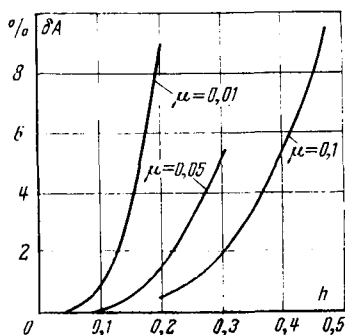


Рис. 3. Погрешность определения амплитуды периодического режима для уравнения Ван-дер-Поля при расчете методом Рунге—Кутты второго порядка.

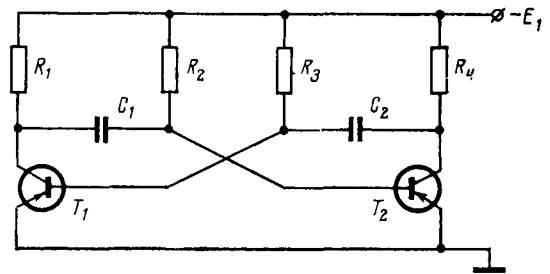


Рис. 4. Схема мультивибратора.

результата, можно рекомендовать при расчете автоколебательных систем, близких к гармоническим, пользоваться при оценке шага интегрирования линейной моделью, постоянная затухания которой равна среднему значению абсолютной величины постоянной затухания исходной нелинейной цепи.

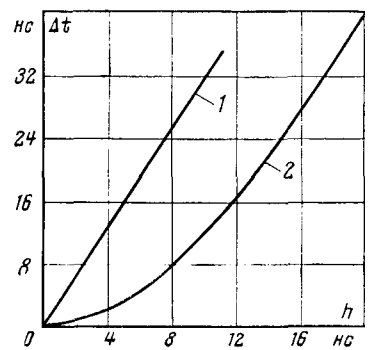
Подмеченные закономерности, к сожалению, не распространяются на методы более высокого порядка. На рис. 3 приведена зависимость погрешности расчета уравнения Ван-дер-Поля методом Рунге—Кутты второго порядка. Нетрудно установить, что в этом случае погрешность определения амплитуды растет по мере увеличения h быстрее, чем h^3 .

В качестве примера цепи с резко выраженными нелинейными эффектами был рассмотрен мультивибратор на транзисторах (рис. 4). Большое различие в скоростях изменения переменных на различных этапах не дает возможности вести расчет в течение одного периода с неизменным значением шага. Однако практический интерес представляет возможность перенесения оценок погрешности расчета линейных цепей хотя бы на отдельные этапы периодического режима, соответствующие быстрым и медленным движениям.

Для участка быстрых движений расчет производился методом Эйлера и методом Шичмэна (метод второго порядка). В качестве меры погрешности расчета принималась величина смещения фронта импульса Δt вдоль оси времени. На рис. 5 приведена зависимость $\Delta t = f(h)$ для обоих методов. Обращает на себя внимание то, что величина погрешности практически линейно зависит от шага для метода Эйлера и по закону второй степени для метода Шичмэна. Таким образом, качественные закономерности для интегральной погрешности, установленные для линейных систем, соблюдаются и в этом случае. Было бы желательно распространить оценку, полученную для погрешности расчета переходного процесса в линейной системе, на участки быстрых движений, рассматривая их как переходный процесс в некоторой эквивалентной линейной системе.

На рис. 6 для схемы, показанной на рис. 4,

Рис. 5. Зависимость запаздывания фронта импульса от величины шага интегрирования. 1 — метод Эйлера; 2 — метод Шичмэна.



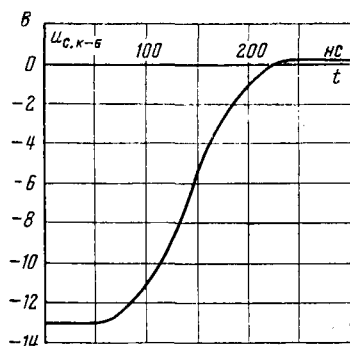


Рис. 6. Закон изменения напряжения на емкости конденсатора — база во время переброса мультивибратора.

приведена истинная кривая изменения напряжения на емкости $C_{к-б}$ во время переброса. С некоторым приближением можно считать, что закон изме-

нения переменной на большей части участка переброса соответствует переходному процессу в линейной системе с постоянной времени порядка 50 нс. Из (11) следует, что погрешность расчета 1% достигается при шаге 2—3 нсек. В действительности же для получения такой погрешности величина шага должна быть 0,25 нсек, т. е. на порядок меньше. Следовательно, наличие нелинейности существенно ухудшает условия расчета, причем наибольшее влияние оказывает начальный участок переброса, для которого не может быть и речи о замене иссле-

дуемой системы эквивалентной линейной. Если же расчет на начальном участке проведен с уменьшенным значением шага, то дальнейший расчет дает вполне удовлетворительные результаты для значения шага, предсказанного линейной теорией. К аналогичному заключению приводят численные эксперименты, проведенные для участка медленных движений.

Из приведенных результатов следует, что для нелинейных цепей оценка интегральной погрешности в первом приближении может производиться по значениям погрешности расчета установившихся и переходных процессов в линейных цепях. Исключения составляют только те участки, на которых нелинейность проявляется в чрезвычайно высокой степени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бренин Ф. Методы анализа цепей с помощью вычислительных машин. ТИИЭР, 1967, № 11.
2. Калахан Д. Методы машинного расчета электронных схем. М., «Мир», 1970.
3. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. Киев, «Техника», 1970.
4. Shichman H. Integration system of a nonlinear transient network — analysis program, IEEE Trans. v. CT — 17, 1970, august.

[6.4.1973]

УДК 621.373.1

Электромашинные источники импульсной мощности

Доктор техн. наук, проф. СИПАЙЛОВ Г. А., канд. техн. наук, доц. ЛООС А. В.

Томский политехнический институт

Все большее распространение находят импульсные методы питания, применение которых объясняется как ограниченной мощностью источника энергии, так и принципиальной невозможностью работы потребителя в непрерывном режиме. Диапазон используемых при этом энергий колеблется от десятков джоулей до сотен мегаджоулей при длительности импульсов от единиц до сотен миллисекунд.

В ряде случаев оказывается наиболее целесообразным и эффективным использование в качестве накопителя и источника энергии при импульсном питании специальных электрических машин. Эффективность накопления энергии во вращающихся маховых массах роторов электрических машин, возможность работы в передвижных автономных установках с приводом от маломощного источника энергии, хорошие весо-габаритные показатели делают области применения электромашинных источников импульсной мощности все более разнообразными.

В настоящее время уже имеется опыт отбора энергии до 8 Мдж от ударного генератора ТИ-75-2 при работе на дуговую нагрузку. Удельная реализуемая энергия при этом составляет 30 вт.сек/кг [Л. 1]. В [Л. 2] излагаются сведения об испытании синхронного импульсного генератора 500 кдж, специально выполненного для получения высокого коэффициента преобразования энергии. За счет эффективной форсировки, доводящей индукцию в зазоре генератора до 2,4 тл, и низкого значения сверхпереходной индуктивности удельная реализуемая энергия достигает 84 вт.сек/кг за время импульсов 0,01 сек, что значительно выше удельной энергии, накапливаемой в наиболее распространенных, в настоящее время накопителях — импульсных конденсаторах. Анализ достигнутых уже сейчас результатов и существующие тенденции свидетельствуют о том, что как области применения, так и типы применяемых электромашинных источников импульсов будут расширяться и совершенствоваться [Л. 3—5].

С физической стороны работу электромашинного источника импульсной мощности независимо от его типа можно представить как процесс упругого сжатия магнитного потока, захваченного обмоткой якоря в узком пространстве между поверхностями статора и ротора, что вызывает увеличение магнитной энергии поля контура якоря. Ротор генератора, теряя кинетическую энергию на работу против помедомоторных сил, тормо-

зится. В зависимости от соотношения параметров генератора и нагрузки, начального запаса электромагнитной энергии поля возбуждения и кинетической энергии инерции маховых масс возможны следующие режимы преобразования:

критический, когда вся первоначальная запасенная кинетическая энергия маховых масс расходуется на создание электромагнитных полей;

апериодический, при котором скорость вращения ротора в процессе работы уменьшается, достигая минимума, не равного нулю, в момент наибольшего всплеска тока, и затем по мере уменьшения тока вновь возрастает;

колебательный, при котором ротор уменьшает свою скорость до нуля и затем реверсируется, совершая вращательные колебания подобно маятнику.

Таким образом, принципиальная возможность осуществления режимов разряда электромашинного накопителя на нагрузку с высоким коэффициентом преобразования запасенной энергии в энергию полей рассеяния генератора и энергию нагрузки подтверждает большие возможности электромашинных накопителей энергии. Действительно, при удельной запасаемой энергии до 75—100 дж на кубический сантиметр ротора у машин предельных габаритов и осуществлении режима разряда на нагрузку, близкого к критическому, можно достичь удельной реализуемой энергии, значительно превышающей аналогичные показатели многих типов накопителей.

Последнее обстоятельство приводит к необходимости поиска путей повышения эффективности использования огромных запасов кинетической энергии, накапливаемой во вращающихся массах роторов электромашинных источников импульсов.

Из электромашинных преобразователей энергии униполярного и биполярного типов ряд преимуществ по удельной мощности и коммутации ударного тока имеют последние.

Увеличение мощности при работе в сверхпереходном режиме, отсутствие скользящих контактов в цепи нагрузки, передача энергии при высоком напряжении и другие преимущества создают предпосылки эффективного использования ударных синхронных генераторов, вентильных и асинхронных импульсных генераторов, генераторов периодических импульсов и т. д.

Первый импульсный синхронный генератор был разработан и изготовлен заводом «Электросила» в 1924 г. (генератор

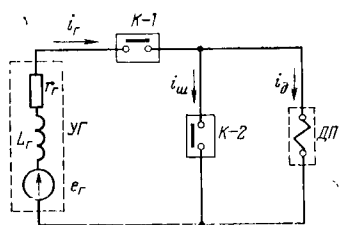


Рис. 1. Схема питания дуговой нагрузки ударного генератора.

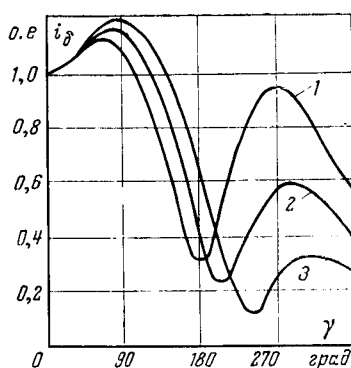


Рис. 2. Результирующий ток в воздушном зазоре.

П. Л. Капицы — М. П. Костенко). В дальнейшем в СССР и за рубежом был изготовлен целый ряд синхронных ударных генераторов. Анализ возможностей существующих ударных генераторов при питании различных типов нагрузок показывает, что максимальная энергия, которая может быть получена в индуктивной нагрузке за время одного импульса тока составляет около 7 Мдж, а в активной и дуговой — 15 Мдж. Выполнение ударного генератора в предельных габаритах, допускаемых современным уровнем техники для двухполюсных турбогенераторов ($D_p=1,25$ м, $l_p=8,1$ м), позволяет передавать в индуктивную нагрузку 20 Мдж, а в активную — около 50 Мдж. Как показывают расчеты, от ударного генератора, выполненного в предельных габаритах многополюсной машины, может быть получена энергия свыше 100 Мдж [Л. 3].

Невозможность получения таких энергий от импульсных конденсаторных батарей, общеизвестные трудности накопления, сохранения и коммутации энергии индуктивных накопителей выдвигают на первый план применение ударных генераторов для питания импульсных потребителей энергии в стационарных условиях при длительностях импульсов, измеряемых миллисекундами.

Дальнейшее повышение возможностей ударных генераторов при питании индуктивной нагрузки эффективно решается с помощью схем накопления энергии за время многих полуциклов э. д. с. одного знака [Л. 6]. Ускорения процесса накопления можно достичь, подключив параллельно нагрузке вспомогательную конденсаторную батарею [Л. 7]. При этом максимальная энергия в нагрузке может в несколько раз превысить энергию одного импульса и у машин предельных габаритов достичь нескольких сотен мегаджоулей.

Повышение эффективности использования ударных генераторов при дуговой нагрузке возможно при работе по схеме рис. 1, позволяющей искусственно увеличивать угол инициирования дуги с помощью шунтирования дугового промежутка коммутирующим аппаратом К-2. Включение генератора осуществляется на замкнутые контакты К-2 с помощью коммутирующего аппарата К-1. На нарастающей части импульса тока происходит размыкание контактов аппарата К-2, и осуществляется подключение дуговой нагрузки к генератору. При этом возрастает не только энергия, отдаваемая в дуговой промежуток, но и скорость ее передачи, что расширяет функциональные возможности ударных генераторов и позволяет применить их для питания установок, использующих электрогидравлический эффект. Схемы, разработанные на основе рассмотренного принципа и методов накопления энергии в индуктивном накопителе, позволяют передать в дуговой промежуток энергию, в 2—3 раза большую энергии внезапного короткого замыкания генератора.

В автономных системах, не имеющих непосредственной связи с центральной энергетической системой питания, в качестве первичного источника энергии используется, как правило, вал отбора мощности, при этом возможны только электромашинные методы генерирования импульсной мощности.

Эффективное применение синхронных ударных генераторов на малые и средние мощности в автономных системах питания принципиально можно было бы осуществить с помощью форсировки возбуждения перед включением на нагрузку, подключая обмотку возбуждения к мощному источнику постоянного тока или через выпрямитель к статорным обмоткам самого генератора. Таким методом удастся достичь более чем двухкратного увеличения основного магнитного потока [Л. 2]. Однако форсировка сопровождается значительными потерями кинетической энергии, запасенной ротором, и нагревом маши-

ны. Сам процесс форсировки получается весьма длительным, что в еще большей мере уменьшает возможную частоту следования импульсов. Указанные недостатки, с одной стороны, ограничивают применение электромашинных источников импульсов в автономных системах, а с другой стороны, приводят к необходимости поиска новых методов форсировки возбуждения.

Известно, что при внезапном включении ударного генератора на нагрузку или внезапном коротком замыкании по его статорной обмотке протекает мощный однополюсный импульс тока, создающий пульсирующую волну н. с. реакции якоря. В первом приближении считают обмотки ротора сверхпроводящими контурами и не учитывают поток реакции якоря при расчетах э. д. с. и токов генератора. В реальных же машинах наличие активных сопротивлений вызывает затухание свободных токов и постепенное проникновение потока реакции якоря в контуры ротора. Реакция якоря при этом размагничивает машину, уменьшая э. д. с. обмотки статора. Однако при общей тенденции к размагничиванию машины за время импульса тока реакция якоря носит намагничивающий характер в начальной и конечной зонах импульса, а в средней зоне — размагничивающий. Действительно, нетрудно убедиться, что проекция вектора н. с. реакции якоря на ось ротора будет направлена согласно с н. с. обмотки возбуждения и, следовательно, будет носить намагничивающий характер, пока ротор не повернется на угол 90° . При дальнейшем повороте ротора (от 90° до 270°) проекция н. с. реакции якоря на ось d принимает размагничивающий характер, а затем (при повороте ротора от 270° до 360°) — вновь намагничивающий.

Строгий анализ влияния реакции якоря на степень насыщения магнитной цепи требует решения полной системы дифференциальных уравнений ударного генератора.

Степень насыщения главной магнитной цепи генератора определяется результирующей н. с. в воздушном зазоре F_δ или результирующим током i_δ :

$$i_\delta = \sqrt{(i_c \cos \gamma + i_a + i_{D1})^2 + (i_c \sin \gamma + i_{Dq})^2}.$$

На рис. 2 приведены зависимости $i_\delta = f(\gamma)$ при различных значениях активных сопротивлений роторных цепей: 1— $r_b = r_{Da} = r_{Dq} = 0,005$ о. е.; 2— $r_b = r_{Da} = r_{Dq} = 0,05$ о. е.; 3— $r_b = r_{Da} = r_{Dq} = 0,1$ о. е. Остальные параметры генератора при этом были постоянны: $x_{da} = 1,01$; $r_c = 0,005$; $x_b = 1,2$; $x_{Dq} = 1,01$. Характер изменения результирующего тока за один период объясняется описанным выше влиянием н. с. реакции якоря на магнитное состояние машины.

Из рис. 2 следует, что наибольшее возрастание результирующего тока в воздушном зазоре происходит в начальной зоне импульса тока. Из общих физических представлений можно утверждать, что наибольшее влияние на его значение в начальной зоне импульса тока оказывают экранирующие свойства демпферных контуров по поперечной оси ротора: чем слабее их экранирующее действие, тем сильнее увеличивается результирующий ток в воздушном зазоре.

Последние утверждения хорошо согласуются с результатами исследований влияния экранирующих свойств демпферных контуров ротора на магнитное состояние машины. На рис. 3 приведены годографы вектора результирующего потокоцепления в воздушном зазоре, полученного с учетом насыщения при различных значениях активного сопротивления демпферной обмотки по поперечной оси ротора. Остальные параметры генератора при этом оставались неизменными.

Как видно из рис. 3, ослабление демпферной системы по поперечной оси или ее полное устранение приводят к значительному возрастанию Ψ_δ . Подробные исследования показывают, что для получения наибольшего значения Ψ_δ необходимо выполнять генератор без демпферной обмотки по поперечной оси. Максимальное значение Ψ_δ соответствует (в зависимости от параметров генератора) углам поворота ротора, лежащим в пределах 90° — 180° .

Результирующая н. с. в воздушном зазоре может в десятки раз превышать н. с. возбуждения холостого хода. При этом максимальное значение потокоцепления в воздушном зазоре Ψ_δ с учетом нелинейности кривой намагничивания машины возрастает в 1,5—2,5 раза, а его направление смещается на 90° относительно оси статорной обмотки.

Импульсное возрастание потокоцепления в воздушном зазоре приводит к мысли о возможности использования этого

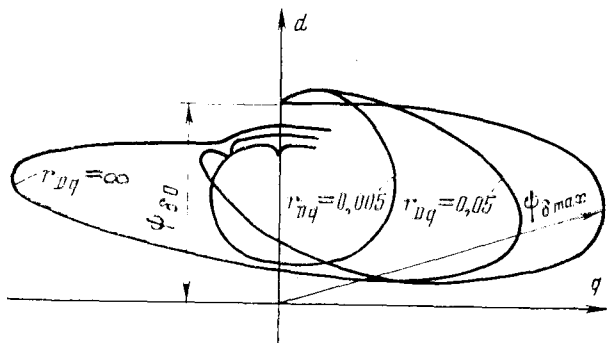


Рис. 3. Годограф вектора результирующего потокоцепления.

эффекта для увеличения импульсной мощности электромашинных генераторов. Первой машиной, использующей эффект импульсной форсировки магнитного потока, явился электромашинный источник импульсов (рис. 4) с несимметричным ротором и вспомогательной обмоткой на статоре, смещенной относительно рабочей на 90° [Л. 8]. При замыкании вспомогательной обмотки А в момент перехода ее э. д. с. через нуль происходит импульсная форсировка основного магнитного потока, что приводит к возрастанию э. д. с. рабочей обмотки В. В момент перехода ее э. д. с. через нуль подключается нагрузка. Таким образом осуществляется возрастание импульсной мощности как за счет увеличения основного магнитного потока, так и за счет дополнительного уменьшения сверхпереходных параметров генератора, обусловленного насыщением.

На рис. 4 показано расположение контуров генератора и приведена векторная диаграмма н. с. для момента времени, соответствующего подключению нагрузки z_n .

Другой возможностью использования этого эффекта является выполнение в поперечной оси ротора однофазного импульсного генератора фазной обмотки и включение в ее цепь коммутирующего устройства, замыкающегося в момент максимума ее потокоцепления. Энергетические возможности рассматриваемых импульсных генераторов в несколько раз выше, чем у обычных импульсных генераторов, а удельная реализуемая энергия достигает 250 дж/кг.

Значительно большего повышения импульсной мощности можно достичь, если применить на статоре вспомогательную обмотку, а на роторе — по поперечной оси фазную обмотку, в цепь которой включить коммутирующий аппарат. Удельная реализуемая энергия подобных электромашинных источников импульсов достигает 400—600 дж/кг [Л. 9 и 10].

В рассматриваемых генераторах с использованием намагничивающего действия реакции якоря э. д. с. после импульса не уменьшается, как у обычных импульсных генераторов, а возрастает. Это создает возможность для включения нагрузки в начале первой после предыдущего импульса положительной полуволны э. д. с., т. е. питания нагрузки серией импульсов, имеющих одинаковую ударную мощность.

В автономных системах питания перспективным является использование синхронных генераторов, работающих на нагрузку через выпрямитель. Такие системы обладают многими положительными качествами: получение достаточно простыми методами регулируемой длительности и скважности импульсов; большая пиковая мощность и благоприятная форма импульса; малые габариты и масса, поскольку генераторы могут быть изготовлены на повышенную скорость вращения и частоту выходного напряжения; высокая надежность. Спад тока нагрузки в течение импульса может быть устранен применением синхронного генератора с использованием намагничивающего действия реакции якоря.

При отсутствии источника возбуждения в автономных системах целесообразно использовать импульсные асинхронные генераторы с емкостным самовозбуждением. Повышения допустимой частоты следования импульсов можно достичь включением коммутирующего устройства в цепь фазной обмотки ротора [Л. 11].

Достигнутые в настоящее время результаты свидетельствуют о перспективности использования и необходимости даль-

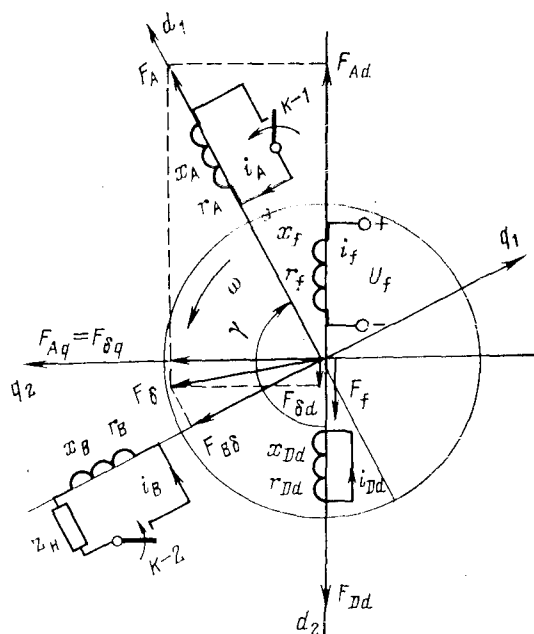


Рис. 4. Электромашинный источник импульсов в несимметричном роторе.

нейшего развития методов электромашинного генерирования энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнедин Л. П., Кашарский Э. Г., Рутберг Ф. Г. О перспективах применения турбогенераторов для получения больших импульсных мощностей при питании мощных плазмотронов. — «Электротехника», 1971, № 3.
2. Delassus J. Le stockage d'énergie par machines tournantes. — «Rev. gen. elec.», 1970, 79, № 4.
3. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. О применении ударных генераторов для физических исследований. — «Электричество», 1972, № 1.
4. Каплан В. В., Нашатырь В. М. К вопросу о применении электромашинных накопителей энергии для физических исследований. — «Электричество», 1966, № 4.
5. Архангельский Ф. К., Столов А. И. Применение ударных генераторов для создания импульсных магнитных полей с большими запасами энергии. — «Электрофизическая аппаратура», 1966, вып. 4.
6. Сипайлов Г. А., Ивашин В. В. Устройство для накопления энергии в индуктивной нагрузке. А. С. № 1173823 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1965, № 16.
7. Устройство для накопления энергии в индуктивной нагрузке. А. С. № 184334 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1966, № 15. Авт.: Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Ивашин В. В., Хорьков К. А.
8. Электромашинный источник импульсов. А. С. № 304681 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1971, № 17. Авт.: Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Романов Ю. А., Сергеев В. Ф.
9. Лоос А. В., Сипайлов Г. А. Электромашинный источник импульсов А. С. № 347900 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1972, № 24.
10. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. Устройство для импульсного питания нагрузки. А. С. № 400955 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1973, № 14.
11. Электромашинный источник импульсов. А. С. № 320925 (СССР). Оpubл. в бюлл.: — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1972, № 34. Авт.: Лоос А. В., Сипайлов Г. А., Романов Ю. А., Сергеев В. Ф.

[22.3.1973]

Влияние гасительного сопротивления на асинхронный режим высокоиспользованного турбогенератора

КОГАН Ф. Л.

Новосибирск

Асинхронный режим турбогенератора с замыканием обмотки возбуждения на гасительное сопротивление, установленное в ее цепи, возникает при отключении автомата гашения поля — как самопроизвольно или от защит, так и при отключении АГП при переходе турбогенератора в асинхронный режим по любой причине [Л. 1].

В прежних традиционных схемах гашения поля с замыканием обмотки возбуждения генератора (ОВГ) на гасительное сопротивление значение этого сопротивления определялось его основным назначением: обеспечением оптимальных условий гашения поля [Л. 2]. С появлением высокоиспользованных турбогенераторов и внедрением автоматов гашения поля с разрядом на дугогасительную решетку обстоятельства изменились, однако никаких новых требований к выбору сопротивления, устанавливаемого в цепи ОВГ, в этих условиях выдвинуто не было. Были выдвинуты предложения уменьшить кратность этого сопротивления по отношению к сопротивлению ОВГ от 5, как это было рекомендовано [Л. 2], до 2—3. В статье будет показано, что это мероприятие, обеспечивающее некоторый выигрыш для турбогенераторов с косвенным охлаждением, для высокоиспользованных турбогенераторов не только не дает преимуществ, но способствует значительному увеличению колебаний активной мощности в асинхронном режиме с отключением автомата гашения поля. Далее, на основе анализа, произведенного с помощью АВМ и экспериментально, определяется оптимальная величина гасительного сопротивления.

Известно [Л. 2 и 3], что чем меньше сопротивление, на которое замкнута ОВГ при работе турбогенератора в асинхронном режиме, тем больше крутизна асинхронной характеристики $M_{cp}(s_{cp})$, но и тем больше проявляется эффект одноосности ОВГ, в связи с чем увеличивается амплитуда колебаний асинхронного момента, происходящих с двойной частотой скольжения.

Это известное обстоятельство при понижении максимума асинхронной характеристики высокоиспользованных турбогенераторов по сравнению с турбогенераторами прежнего исполнения (что связано с относительным увеличением сопротивления высокоиспользованных турбогенераторов) повлекло за собой такое значительное увеличение неравномерности скорости вращения ротора и колебаний мощности, отдаваемой в сеть, которое у отечественных турбогенераторов с косвенным охлаждением наблюдалось иногда при очень низком напряжении на выводах, а в подавляющем большинстве случаев не было для них характерным.

Оптимальное значение и мощность гасительного сопротивления для высокоиспользованных турбогенераторов следует определять с учетом его назначения:

1. Защита ротора от перенапряжений, возникающих после погасания дуги в автоматах гашения поля нового типа и в некоторых других режимах. Требования к сопротивлению с этой точки зрения определены в [Л. 5—6], где показано, что для турбогенераторов его значение должно выбираться примерно 10-кратным по отношению к сопротивлению ОВГ в горячем состоянии.

2. Обеспечение оптимальных условий для работы турбогенератора в асинхронном режиме.

3. Обеспечение возможности включения турбогенератора в сеть методом самосинхронизации.

Для того чтобы проанализировать влияние значения гасительного сопротивления на асинхронный режим высокоиспользованного турбогенератора, на АВМ были сняты осциллограммы асинхронного режима при замыкании ОВГ на сопротивление различной кратности, и произведены натурные испытания при трех- и десятикратном сопротивлении. Учитывая указанную в [Л. 4] и выше неравномерность скорости вра-

щения ротора высокоиспользованного турбогенератора в асинхронном режиме, математическая модель была сформулирована на основе полных уравнений Парка — Горева. При этом для учета демпфирующего влияния массива ротора использовались известные экспериментальные частотные характеристики турбогенераторов. Массив представлялся тремя демпферными контурами в продольной и тремя в поперечной оси¹. ОВГ была выделена, как дискретный контур. Действие регулирования турбины учитывалось упрощенно, путем представления в уравнении движения момента турбины M_T в виде:

$$M_T = M_{T0} - K_c s - \frac{s}{\sigma(1 - T_\Sigma p)} e^{-\tau p}, \quad (1)$$

где M_{T0} — момент турбины в исходном режиме; K_c — коэффициент, учитывающий стабилизирующий эффект турбины, связанный с ее естественной моментно-скоростной характеристикой; σ — степень неравномерности регулирования; T_Σ — постоянная времени, учитывающая инерционность элементов системы регулирования и инерционность, связанную с наличием паровых объемов за регулирующими клапанами турбины; τ — запаздывание, определяемое зоной нечувствительности и люфтами в элементах системы регулирования; s — скольжение ротора, считающееся положительным при скорости вращения ротора выше синхронной.

На основании литературных источников и заводских формуляров паровых турбин было принято: $K_c = 0,9$; $\sigma = 4\%$; $T_\Sigma = 0,8$ сек, $\tau = 0,1$ сек.

На рис. 1 приведена в качестве примера одна из снятых на АВМ осциллограмм асинхронного режима смоделированного турбогенератора. Осциллограммы снимались при напряжении на шинах за трансформатором блока $U_0 = 1$ ($x_T = 13\%$), но при различных исходных нагрузках и при замыкании ОВГ на сопротивление R_r различной кратности от 0 до 11.

На основе этих осциллограмм на рис. 2 построены зависимости размаха колебаний активной мощности и скольжения от R_r , определенного, как разность пределов этих колебаний. На этом же рисунке показано, как изменялась под действием регулирования турбины средняя мощность турбогенератора в асинхронном режиме с изменением величины R_r и связанным с этим изменением скольжением. При этом средняя мощность определялась в соответствии с [Л. 4] по выражению

$$P_{cp} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} P(t) dt. \quad (2)$$

Из последних зависимостей видно, что изменение P_{cp} не превышало 12%, что дает возможность непосредственно сравнить влияние значения R_r на величину колебаний скольжения и мощности турбогенератора без искусственного приведения последних к одной P_{cp} .

Установлено, что при замыкании ОВГ накоротко размах колебаний активной мощности высокоиспользованного турбогенератора в асинхронном режиме превышает его исходную мощность, периодические ускорения ротора достигают при ис-

¹ Автор выражает искреннюю благодарность сотрудникам Сибирского научно-исследовательского института энергетики, оказавшим помощь при определении параметров демпферных контуров и предоставившим возможность работы на аналоговой вычислительной машине типа МН-17М, а также инженеру Сибирского отделения ОРГРЭС Баракину К. Б., оказавшему большую помощь в снятии осциллограмм на АВМ и их обработке.

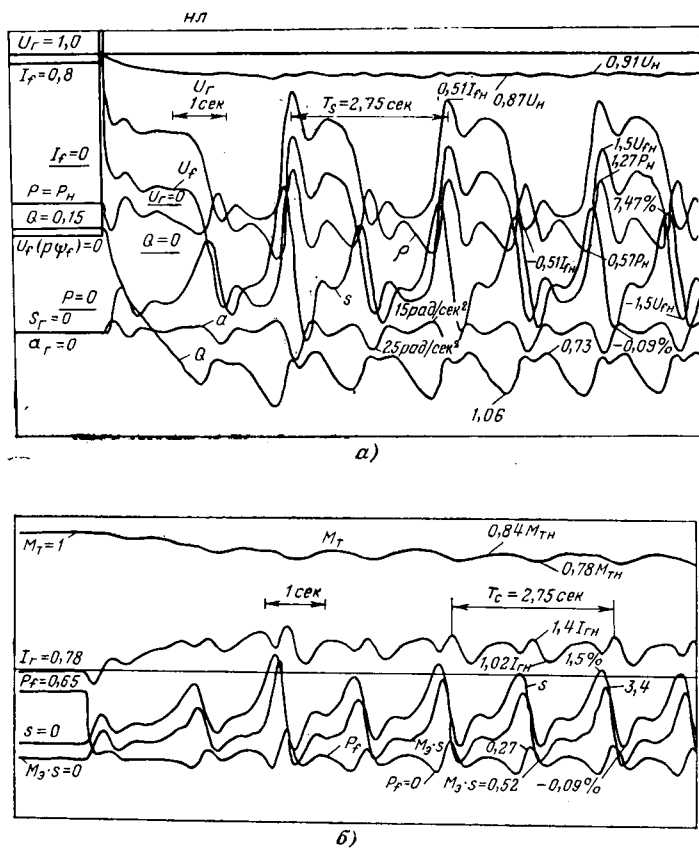


Рис. 1. Осциллограммы асинхронного режима турбогенератора с замыканием ОВГ на $R_r = 3R_f$ ($P_{ср} = 0,8P_n$).
а — осциллограф № 1; б — осциллограф № 2.

ходной номинальной мощности 35—50 рад/сек², а скольжение колеблется с изменением знака, при этом размах его колебаний оказывается при номинальной исходной мощности и номинальном напряжении на шинах станции больше 3%. В этих условиях, как известно, динамические характеристики машины значительно отличаются от статических.

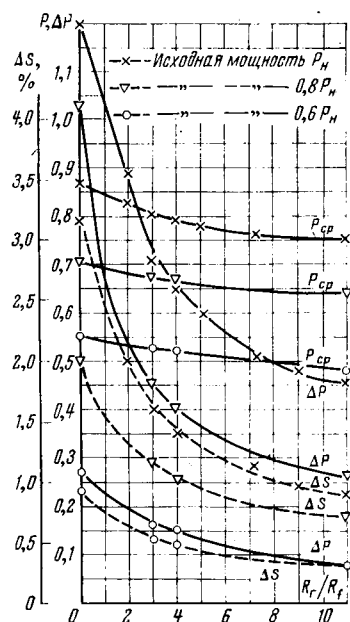
При введении сопротивления в цепь ОВГ и его увеличении до трех-четырёхкратного размах колебаний мощности и скольжения уменьшается вдвое, и скольжение уже не изменяет знак. Однако в рассматриваемом случае при исходной номинальной нагрузке величина колебаний мощности составляет около 60—70% номинальной, а при уменьшении напряжения на шинах до 0,8—0,9 номинального (что часто имеет место в натурных условиях) еще более увеличивается.

Дальнейшее увеличение R_r до 10—11-кратного позволяет еще уменьшить значение колебаний мощности и скольжения соответственно на 20 и на 40—45% по сравнению с трехкратным сопротивлением.

Значения, полученные на АВМ, не претендуют на количественную точность для любого типа турбогенератора. Однако приведенные данные показывают не только тенденцию изменения, но и соотношение параметров асинхронного режима в зависимости от сопротивления в цепи ОВГ, и достаточно близки количественно к данным, которые получаются в натуре. Это подтверждается в частности и результатами экспериментов [Л. 4]. Из них видно, что при замыкании в асинхронном режиме ОВГ турбогенератора типа ТВВ—320—2 на 2—2,5-кратное гасительное сопротивление при исходной нагрузке 0,64 номинальной активная мощность колебалась от 95 до 250 Мвт, что хорошо согласуется с результатами, полученными на АВМ.

В [Л. 4] показано также, что при замыкании ОВГ на 10-кратное сопротивление колебания скольжения и мощности турбогенератора в асинхронном режиме оказываются почти такими же, как при разомкнутой цепи ОВГ, т. е. близки к минимально возможному для данного типа генератора. Напряжение на кольцах ротора оказывается при этом меньше, чем при разомкнутой ОВГ, и не опасно для ее изоляции.

Рис. 2. Зависимость средней мощности в асинхронном режиме $P_{ср}$, а также размаха колебаний скольжения Δs и мощности ΔP от R_r .



Отмеченные выше и в [Л. 4] большие колебания мощности, возникающие в асинхронном режиме крупного турбогенератора при замыкании ОВГ на коротко или на малое сопротивление, создают резко переменный режим как в энергосистеме, так и в тепломеханической части турбоагрегатов. Такой режим вреден для оборудования, приводит к возникновению качаний соседних агрегатов, а в некоторых случаях и к отключению мощных турбогенераторов от сети. Поэтому увеличение гасительного сопротивления, устанавливаемого заводами в цепи ОВГ высокоиспользованных турбогенераторов, до 10—11-кратного имеет существенное практическое значение. Переход к 10-кратному гасительному сопротивлению позволяет, кроме того, совместить его функции с функциями защитного сопротивления, устанавливаемого в соответствии с [Л. 6] на всех высокоиспользованных турбогенераторах для защиты ротора от перенапряжений и упростить схему гашения поля в этой части за счет исключения отдельно стоящего защитного сопротивления.

В случае включения высокоиспользованного турбогенератора в сеть способом самосинхронизации, максимально возможное значение напряжения на кольцах ротора, возникающее при подключении невозбужденного турбогенератора к сети и определяемое по формуле [Л. 3], может оказаться всего в 1,08 раза больше, чем при 5-кратном сопротивлении. При этом уменьшение знакопеременных моментов улучшает условия самосинхронизации.

В связи с отмеченным выше существенным влиянием значения сопротивления, на которое замыкается ОВГ, на характер асинхронного режима, представляет также интерес выяснить, в какой мере увеличение этого сопротивления влияет на относительное значение потерь в бочке ротора, поскольку ток, индуцированный в ОВГ и протекающий в гасительном сопротивлении, при этом уменьшается. Иногда указывается, что при замыкании ОВГ на достаточно малое сопротивление основная часть потерь при работе турбогенератора в асинхронном режиме выделяется в ее цепи и таким образом частично выносятся из генератора в гасительное сопротивление, а частично (у высокоиспользованных турбогенераторов) отводится охлаждающим газом непосредственно от ОВГ.

В частности, в [Л. 7] для турбогенератора мощностью 300 тыс. кВт подсчитано, что при трехкратном гасительном сопротивлении в нем и в ОВГ выделяется больше половины потерь и лишь около 45% потерь выделяется в бочке ротора. При этих расчетах скольжение считалось постоянным, равным среднему, т. е. не учитывалось, что при протекании индуцированного тока в ОВГ скольжение, а следовательно и потери, значительно уменьшаются, а именно в те части периода, когда ток в ОВГ проходит через нуль, скольжение возрастает, что приводит к увеличению потерь в бочке. Не учитывались и другие особенности, связанные с динамикой процесса.

На основе аналогичного подхода в [Л. 8] подсчитано, что при короткозамкнутой ОВГ турбогенератора типа ТВВ-200-2 в ней выделяется около 60%, а в массиве и клиньях ротора только 41% суммарных потерь. Для уточнения этих данных с учетом переменной скорости вращения ротора в асинхронном режиме, на АВМ непосредственно регистрировались потери в ОВГ:

$$P_f(t) = R_f I_f^2(t) \quad (3)$$

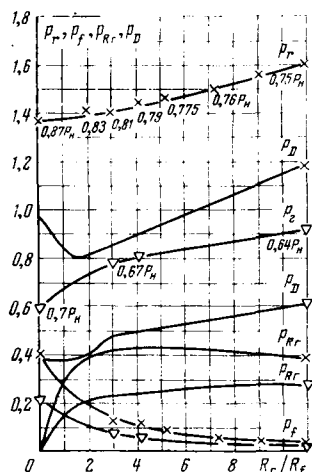


Рис. 3. Зависимость потерь в ОВГ p_f , в гасительном сопротивлении (p_{R_r}), в бочке ротора p_D и суммарных потерь в роторных контурах p_r от R_r .

Примечание. Потери в отн. ед. отнесены к потерям на возбуждение смоделированного турбогенератора 760 кВт в номинальном режиме. На кривых указана средняя нагрузка генератора при работе в асинхронном режиме.

и произведение мгновенных значений $M_o(t)s(t)$, а затем с помощью графического интегрирования определялась величина суммарных потерь в роторных контурах, как средняя за период скольжения T_s :

$$p_r = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} M_o(t) s(t) dt \quad (4)$$

и в ОВГ:

$$p_f = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} p_f(t) dt. \quad (5)$$

Потери в гасительном сопротивлении определялись из выражения:

$$p_{R_r} = R_r I_f^2 = \frac{R_r}{R_f} p_f. \quad (6)$$

а потери в бочке ротора:

$$p_D = p_r - p_f - p_{R_r}. \quad (7)$$

На рис. 3 приведены зависимости распределения потерь от значения сопротивления в цепи ОВГ, построенные на основании полученных указанным образом данных. Рассмотрение этих зависимостей показывает, что при короткозамкнутой ОВГ в ней выделяется лишь 28—33% потерь, а около 70% потерь выделяется в бочке, т. е. в массиве и клиньях ротора. Выделение потерь в гасительном сопротивлении, в пределах его изменения от 2 до 11-кратного, практически не зависит от его величины. При 10-кратном гасительном сопротивлении в бочке ротора выделяется 67—73% потерь, т. е. их относительное

Расчет потерь в роторных контурах при работе турбогенератора в асинхронном режиме по экспериментальным данным [Л. 4]

Данные расчета	ТВВ-165-2			ТВВ-200-2		
	Исходная нагрузка, Мвт					
	95		120		185	
	Состояние ОВГ					
	Замкнута на $R_r=0,52 \text{ ом}$	Разомкнута	Замкнута на $R_r=0,34 \text{ ом}$	Разомкнута	Замкнута на $R_r=0,34 \text{ ом}$	Разомкнута
Омическое сопротивление ОВГ при 80° С, ом	0,175	—	0,11	—	0,11	—
Период скольжения, T_s , сек	3,7	2,4	6,25	4,8	2,42	1,66
Среднее скольжение, s , %	0,54	0,83	0,32	0,42	0,83	1,2
Пределы колебаний скольжения, %	0,13—1,2	0,7—1,05	0,22—0,54	0,38—0,51	0,26—1,37	0,92—1,3
Пределы колебаний активной мощности, Мвт	70—125	72—92	118—132	115—120	160—235	155—185
Средняя активная нагрузка [по (2)], Мвт	86,0	84,0	120,0	117,0	182,0	170,0
Потери в роторных контурах [по (4)], квт/%	600 100%	710 100%	400 100%	493 100%	1600 100%	1920 100%
Потери, выделяемые в ОВГ [по (5)], квт/%	31 5,2%	—	18 4,5%	—	68 4,3%	—
Потери, выделяемые вне ротора (в гасительном сопротивлении), квт/%	90 15%	—	56 14%	—	220 13,8%	—
Потери, выделяемые в бочке ротора [по (7)], квт/%	480 80%	710 100%	326 81%	493 100%	1310 82%	1920 100%

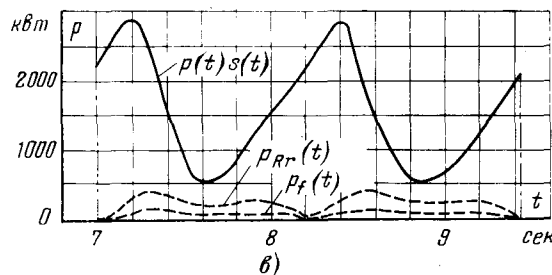
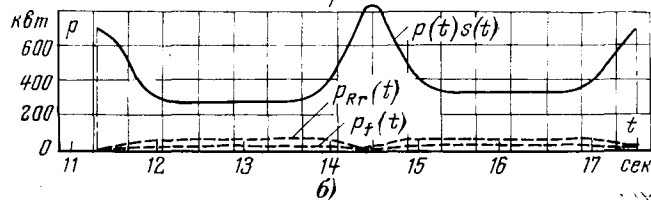
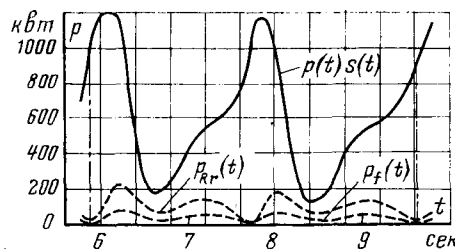


Рис. 4. Распределение потерь в течение одного периода скольжения, определенное по экспериментальным данным [Л. 4] при замыкании ОВГ на $R_r = 3R_f$.

а — ТВВ-165-2 при $P_{исх} = 0,63P_n$; б — ТВВ-200-2 при $P_{исх} = 0,6P_n$; в — ТВВ-200-2 при $P_{исх} = 0,93P_n$.

значение в указанных пределах кратности гасительного сопротивления также практически не изменяется.

Эти выводы проверены на основе приведенных в [Л. 4] результатов натурных испытаний, производившихся с автоматической регистрацией мгновенной скорости вращения ротора. Значение потерь определялось при этом аналогично выражениям (3)—(7).

На рис. 4 показано распределение потерь в течение одного периода скольжения, определенное из экспериментальных осциллограмм. В таблице произведен подсчет средних потерь. Из этих данных видно, что у турбогенераторов типа ТВВ-165-2 и ТВВ-200-2, испытания которых производились в асинхронном режиме с замыканием ОВГ на трехкратное сопротивление, в ней выделялось всего 4—5% всех потерь, около 15% потерь выделялось в гасительном сопротивлении и 80—82% — в бочке ротора.

При нагрузке турбогенератора в асинхронном режиме 60% и меньше (а до такой нагрузки высокоиспользованные турбогенераторы в соответствии с [Л. 1] должны быть разгружены за время не более 0,5 мин в связи с большим превышением тока статора) потери в роторе при любом состоянии ОВГ, в том числе и при разомкнутом, значительно меньше номинальных и, как показали многочисленные испытания, не представляют для него опасности [Л. 9].

Таким образом, величина потерь, выделяемых в бочке ротора при работе турбогенератора в асинхронном режиме, не является определяющей при ре-

шении вопроса о выборе оптимальной величины гасительного сопротивления высокоиспользованных турбогенераторов.

Была произведена экспериментальная проверка автоматической разгрузки турбогенератора типа ТВВ-200-2 на одной из ГРЭС в асинхронном режиме с замыканием ОВГ на десятикратное сопротивление². Турбогенератор работал в сети с номинальной нагрузкой и был переведен в асинхронный режим путем развозбуждения высокочастотного возбудителя. Датчик защиты от асинхронного режима действовал на отключение АГП и разгрузку турбогенератора через электродвигатель механизма изменения скорости вращения турбины (МИСВ). Разгрузка турбогенератора до 45% номинальной произошла за 20 сек. При этой нагрузке колебания мощности составляли всего 1—1,5 Мвт. Заметим, что электродвигатель МИСВ на данном блоке установлен нетиповой, со скоростью вращения всего 750 об/мин. После реконструкции МИСВ с уменьшением люфтов системы и заменой двигателя время разгрузки может быть сокращено до 5—8 сек.

Выводы. 1. В связи с существенным понижением максимума асинхронной характеристики высокоиспользованных турбогенераторов по сравнению с турбогенераторами прежнего исполнения колебания электромагнитного момента, связанные с одноосностью ОВГ, приводят к большой неравномерности скорости вращения ротора турбоагрегата при его работе в асинхронном режиме. Значение гасительного сопротивления, на которое замыкается при этом ОВГ, существенно влияет на значение колебаний скольжения, мощности и других параметров режима.

2. Для высокоиспользованных турбогенераторов целесообразно увеличение гасительного сопротивления до 10—11-кратного.

3. Уточнение распределения потерь в роторных контурах между ОВГ, гасительным сопротивлением в ее цепи и бочкой ротора турбогенератора, с учетом неравномерной скорости его вращения в асинхронном режиме, показало, что как при короткозамкнутой ОВГ, так и при ее замыкании на сопротивление от 2—до 10—11-кратного, в бочке ротора выделяется 70—80% потерь, и не 40—45%, как это считалось без учета особенностей, связанных с динамикой процесса.

² На электростанциях десятикратное сопротивление может быть легко выполнено путем изменения соединения секций заводского сопротивления.

При осуществлении быстрой разгрузки турбогенератора и его работе в асинхронном режиме с нагрузкой меньше 60% номинальной, потери в роторе при любом состоянии ОВГ меньше номинальных, и их величина не является определяющей при решении вопроса о выборе оптимального значения гасительного сопротивления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Главтехуправление Минэнерго СССР. О работе турбогенераторов с непосредственным охлаждением при потере возбуждения. Эксплуатационный циркуляр № Э-8/70. М., СЦНТИ ОРГРЭС, 1970, 6 с.
2. Сыромятников И. А. Режимы работы синхронных генераторов. М., Госэнергоиздат, 1952, 200 с.
3. Мамиконянц Л. Г. Токи и моменты вращения, возникающие в синхронной машине при включении ее способом самосинхронизации. — «Труды ЦНИЭЛ», 1956, вып. IV, с. 9—81.
4. Коган Ф. Л. Особенности асинхронного режима высокоиспользованных турбогенераторов. — «Электричество», 1974, № 1, с. 38—43.
5. Пташкин А. В. Защита от перенапряжений на обмотках роторов синхронных машин, оборудованных автоматами гашения поля, действующими по принципу разряда на дугогасительную решетку. Информационное сообщение ОРГРЭС, № Э — 25/67. М., БТИ ОРГРЭС, 1968, 25 с.
6. Главтехуправление Минэнерго СССР. О выполнении защиты от перенапряжений на обмотках роторов синхронных машин, оборудованных автоматами гашения поля серии АГП. Эксплуатационный циркуляр № Э-9/71. М., СЦНТИ ОРГРЭС, 1971, 6 с.
7. Поляк И. А. Современные крупные двухполюсные турбогенераторы. М., «Энергия», 1972, 472 с.
8. Кашарский Э. Г., Чемоданова Н. Б., Шапиро А. С. Потери и нагрев в массивных роторах синхронных машин. М., «Наука», 1968, 199 с.
9. Эксплуатация турбогенераторов с непосредственным охлаждением. М., «Энергия», 1972, 352 с. Авт.: Линдорф Л. С., Мамиконянц Л. Г., Голоднова О. С. и др.

[4.2.1974]

Выбор мощностей тепловых электростанций и чисел часов их использования при перспективном проектировании энергосистем

Инж. САМОЙЛОВ А. Я., канд. техн. наук ФИЛАТОВ А. И.

Москва

В статье излагается решение методом приведенного градиента задачи оптимизации одновременного выбора мощностей тепловых электростанций (ТЭС) и чисел часов их использования. В [Л. 1 и 2] эта нелинейная задача решена методами линейного программирования. В предложенных линейных моделях используются разнообразные приемы линеаризации нелинейных зависимостей или замены их линейно-кусочными функциями, что приводит к неизбежным неточностям.

Методу приведенного градиента также присущи некоторые недостатки, одним из которых является неединственность решения задачи оптимизации (возможность попадания решения в локальный экстремум). Поэтому создание достаточно точных и простых математических моделей требует сопоставления решения задачи оптимизации методами линейного программирования и методом приведенного градиента.

Применение метода приведенного градиента целесообразно в тех случаях, когда в условиях задачи содержится ряд нелинейных зависимостей, требующих замены их в линейной модели линейно-кусочными функциями, что связано со значительным увеличением вычислительной работы. Например, если по условию задачи оптимизации подлежат электростанции со значительной кривизной зависимости удельных затрат на экс-

плуатацию от числа часов использования, то объем вычислений в линейной модели возрастает во много раз.

Постановка задачи. При заданных удельных затратах на новых (намечаемых к строительству) и существующих ТЭС требуется определить оптимальные мощности новых ТЭС и число часов использования новых и действующих электростанций.

Критерием оптимальности является минимум суммы эксплуатационных затрат существующих и приведенных затрат новых ТЭС.

$$Z = \sum_{i=1}^m s_i h_i P_i + \sum_{j=m+1}^n E_n \bar{k}_j P_j + \sum_{j=m+1}^n s_j h_j P_j = \min, \quad (1)$$

где i, j — индексы, относящиеся к существующим ($i=1, 2, \dots, m$) и новым ($j=m+1, m+2, \dots, n$) ТЭС; E_n — коэффициент эффективности капиталовложений; \bar{k} — заданные удельные капиталовложения, руб/квт; s_j — заданные удельные затраты на эксплуатацию ТЭС, руб/(квт·ч); h_i и h_j — искомые числа часов использования мощности электростанций, ч;

в зависимости от изменений чисел часов использования мощностей существующих и проектируемых электростанций

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ}{dh_1} &= P_1 \left[\left(s_1 + h_1 \frac{ds_1}{dh_1} \right) - \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \right]; \\ \frac{dZ}{dh_{n-1}} &= P_{n-1} \left[\left(s_{n-1} + h_{n-1} \frac{ds_{n-1}}{dh_{n-1}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Системы уравнений (10) и (11) позволяют определить оптимальные значения мощностей новых ТЭС и числа часов использования новых и существующих электростанций.

Выводы. Применение метода приведенного градиента при существенной нелинейности математического описания поставленной задачи оптимизации, может значительно ускорить вычислительный процесс по сравнению с использованием симплекс-метода и кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций при одной и той же точности решения.

Расчеты показали, что скорость решения поставленной задачи практически не зависит от начальных значений вектора и сходимости итераций удовлетворительная.

Приложение. Вывод уравнений, характеризующих изменение значений минимизируемой функции. Частные производные по независимым переменным от Z могут быть представлены уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ}{dP_{m+1}} &= (E_n \bar{k}_{m+1} + s_{m+1} h_{m+1}) + \\ &+ (E_n \bar{k}_n + s_n h_n) \frac{dP_n}{dP_{m+1}} + \\ &+ P_n \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \frac{dh_n}{dP_{m+1}}; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dZ}{dP_{n-1}} &= (E_n \bar{k}_{n-1} + s_{n-1} h_{n-1}) + \\ &+ (E_n \bar{k}_n + s_n h_n) \frac{dP_n}{dP_{n-1}} + \\ &+ P_n \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \frac{dh_n}{dP_{n-1}}; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ}{dh_1} &= P_1 \left(s_1 + h_1 \frac{ds_1}{dh_1} \right) + (E_n \bar{k}_n + s_n h_n) \frac{dP_n}{dh_1} + \\ &+ P_n \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \frac{dh_n}{dh_1}; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dZ}{dh_{n-1}} &= P_{n-1} \left(s_{n-1} + h_{n-1} \frac{ds_{n-1}}{dh_{n-1}} \right) + \\ &+ (E_n \bar{k}_n + s_n h_n) \frac{dP_n}{dh_{n-1}} + \\ &+ P_n \left(s_n + h_n \frac{ds_n}{dh_n} \right) \frac{dh_n}{dh_{n-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Для нахождения частных производных $\frac{dP_n}{dP_{m+1}}, \dots, \frac{dP_n}{dP_{n-1}};$

$$\frac{dh_n}{dP_{m+1}}, \dots, \frac{dh_n}{dP_{n-1}}; \frac{dP_n}{dh_1}, \dots, \frac{dP_n}{dh_{n-1}}; \frac{dh_n}{dh_1}, \dots, \frac{dh_n}{dh_{n-1}}$$

привативаем полные частные производные от W_1 и W_2 по независимым переменным нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{dP_{m+1}} &= h_{m+1} + h_n \frac{dP_n}{dP_{m+1}} + P_n \frac{dh_n}{dP_{m+1}} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_1}{dP_{n-1}} &= h_{n-1} + h_n \frac{dP_n}{dP_{n-1}} + P_n \frac{dh_n}{dP_{n-1}} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_2}{dP_{m+1}} &= 1 + \frac{dP_n}{dP_{m+1}} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_2}{dP_{n-1}} &= 1 + \frac{dP_n}{dP_{n-1}} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

откуда

$$\frac{dP_n}{dP_{m+1}} = \frac{dP_n}{dP_{m+2}} = \dots = \frac{dP_n}{dP_{n-1}} = -1. \quad (15)$$

Подставив (15) в (13), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{dP_{m+1}} &= h_{m+1} - h_n + P_n \frac{dh_n}{dP_{m+1}} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_1}{dP_{n-1}} &= h_{n-1} - h_n + P_n \frac{dh_n}{dP_{n-1}} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_n}{dP_{m+1}} &= \frac{h_n - h_{m+1}}{P_n}; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dh_n}{dP_{n-1}} &= \frac{h_n - h_{n-1}}{P_n}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Аналогично

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{dh_1} &= P_1 + h_n \frac{dP_n}{dh_1} + P_n \frac{dh_n}{dh_1} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_1}{dh_{n-1}} &= P_{n-1} + h_n \frac{dP_n}{dh_{n-1}} + P_n \frac{dh_n}{dh_{n-1}} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_2}{dh_1} &= 0 + 1 \frac{dP_n}{dh_1} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_2}{dh_{n-1}} &= 0 + 1 \frac{dP_n}{dh_{n-1}} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

откуда

$$\frac{dP_n}{dh_1} = \frac{dP_n}{dh_2} = \dots = \frac{dP_n}{dh_{n-1}} = 0. \quad (110)$$

Подставив (110) в (18), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{dh_1} &= P_1 + P_n \frac{dh_n}{dh_1} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dW_1}{dh_{n-1}} &= P_{n-1} + P_n \frac{dh_n}{dh_{n-1}} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (111)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_n}{dh_1} &= -\frac{P_1}{P_n}; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dh_n}{dh_{n-1}} &= -\frac{P_{n-1}}{P_n}. \end{aligned} \right\} \quad (112)$$

Подставив (115) и (117) в (11), получаем формулу (10), а (110) и (112) в (12) — формулу (11).

Пример. Определить оптимальные мощности и числа часов использования новых электростанций, максимальная необходимая мощность которых с учетом потерь в сетях, собственных нужд электростанций и резерва составляет 2200 Мвт, а годовое электропотребление равно $1,1 \cdot 10^9$ квт·ч. Предельные мощности электростанций равны: $P=1000$ Мвт; $P=1200$ Мвт; $P=800$ Мвт; $P=600$ Мвт.

По техническим возможностям оборудования значения чисел часов использования этих электростанций колеблются в диапазоне от 3000 до 7000 ч в год. Удельные затраты электростанций заданы. Коэффициент эффективности капиталовложений согласно [Л. 3] принимаем равным 0,12:

Показатели	Итерации												
	1				2				...	16			
	1	2	3	4	1	2	3	4	...	1	2	3	4
$P_j, \text{Мвт}$	550	550	550	550	500	515	585	600	...	345	455	800	600
$h_j, \text{ч}$	5000	5000	5000	5000	4350	5192	5060	5344	...	3520	7000	3000	7000
$\frac{dZ}{dP_j}, \text{руб/квт}$		0,2	-0,2	-0,5		0,1	-0,2	0	.		0	(-)	(-)
$\frac{dZ}{dh_j}, \text{руб/ч}$		-324	-104	-590		-294	-94	-630	...		(-)	(+)	(-)
$Z, \text{тыс. руб}$	69 355				69 030				...	67 696			

Минимизируемая целевая функция после подстановки известных по условию задачи численных величин

$$Z = 17,5P_1 + s_1h_1P_1 + 20P_2 + s_2h_2P_2 + 18P_3 + s_3h_3P_3 + 22P_4 + s_4h_4P_4.$$

Вначале, не отдавая предпочтение ни одной из электростанций зададим им всем, соблюдая балансы мощности и энергии, равные мощности и числа часов использования мощности:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 550 \text{ Мвт}; \\ h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 5000 \text{ ч}.$$

Выбираем в качестве зависимых переменных P_1 и h_1 .

Результаты расчетов согласно формулам (10) и (11) представлены в таблице.

Из таблицы видно, что оптимальным вариантом, которому соответствуют наименьшие затраты, является итерация 16.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линейная математическая модель для оптимизации структуры энергетических систем с применением ЭЦВМ.— «Теплоэнергетика», 1966, № 10. Авт.: Сыров Ю. П., Макарова А. С., Зейлигер А. Н., Хобачев Л. Д.

2. Ефимова И. С. и др. Линейная математическая модель для оптимизации развития энергетических систем.— В сб.: Методы математического моделирования в энергетике. Иркутск, 1966.

3. Типовая методика определения экономической эффективности капиталовложений. М., 1969.

4. Крумм Л. А. Градиентный метод оптимизации режима объединенных энергосистем.— «Электричество», 1963, № 5.

5. Крумм Л. А. Обобщения градиентного метода оптимизации режима объединенных энергосистем.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1965, № 3.

[13.5.1974]

УДК 62-83:621.3.072

Система регулируемого линейного низкочастотного колебательного электропривода

Канд. техн. наук РОУБИЧЕК О.

ЧССР

Для привода рабочих машин, рабочая часть которых выполняет низкочастотное ($7 \div 20 \text{ гц}$) линейное колебательное (возвратно-поступательное) движение с большой амплитудой пути колебаний (порядка сантиметров или дециметров), разработана система линейного электропривода RENT—VAD универсального применения [Л. 1], позволяющая избежать преобразования вращательного движения в линейное колебательное.

Разработанная система привода состоит из синхронного линейного двигателя, тиристорного преобразователя частоты, предназначенного для условий работы датчика колебаний, и автоматического регулятора амплитуды и частоты колебаний (рис. 1).

Синхронный линейный двигатель СД является однофазным, симметричным, двойного действия. Сила тяги двигателя возникает вследствие взаимодействия между токами в обмотках синхронизации 3 и возбуждения 2. Обмотки ориентированы таким образом, чтобы ток синхронизации i_a создавал поочередно асимметрию общего прохождения тока пазами отдельных половин двигателя. Статор 5 и якорь 8 подвергаются периодически изменяющемуся воздействию силы f , направленной в каждый полупериод тока синхронизации вглубь пазов той половины двигателя, в которой имеет место согласное прохождение токов. Временная характеристика силы тяги совпадает с характеристикой тока синхронизации i_a , амплитуда силы тяги пропорциональна произведению тока возбуждения i_c на амплитуду тока синхронизации, и ее частота равна частоте тока синхронизации. Инерционные массы двигателя скомпенсированы пружинными соединениями 14 приводимого механизма, который имеет рабочую часть 13 и «реактивную» массу 12.

Симметричное построение двигателя СД позволяет использовать его обмотку синхронизации 3 в качестве выхода преобразователя частоты ПЧ, состоящего из управляемого выпрямителя ВВ, питаемого от трехфазной сети с частотой 50 гц, и инвертора И. Колебательный элемент инвертора состоит из последовательно соединенных конденсатора С_а и обмотки синхронизации 3 двигателя и настроен таким образом, чтобы его

собственная частота $f_d = 1/2T$ были приблизительно на 10% выше рабочей частоты привода. Путем попеременного включения тиристоров V_q и V_r с помощью генератора пусковых импульсов ГПИ в ритме рабочей частоты конденсатор С_а поочередно заряжается и разряжается через обмотку синхронизации 3. Получается последовательность демпфированных гармонических импульсов тока i_q и i_r переменной полярности, образующих ток синхронизации i_a с рабочей частотой $f_d = 1/2T$ (рис. 2).

Выдержки времени T_p между импульсами тока пропорциональны разности собственной и рабочей частот. В течение одной из выдержек времени протекает рабочий ток i'_q через диод D_q , который обеспечивает понижение напряжения, блокируемого тиристором V_q в течение выдержки времени до включения тиристора. Тем самым повышается способность саморегулирования системы двигатель — преобразователь частоты [Л. 1]. Если включить до узла k последовательно с обмоткой тиристорами обмотку коммутационного трансформатора, то инвертор сможет работать без выдержек времени между импульсами тока (случай системы привода с частотным управлением более широкого диапазона).

Более сложные приводы снабжаются блоком автоматического управления БАУ амплитудой u_m и частотой f_d колебаний, компенсирующим воздействие помех регулирования (в частности, изменения амплитуды u_{1m} и частоты f_1 питающей сети, температуры θ_n обмотки двигателя, технологической нагрузки q и других величин или параметров z_1, z_2, \dots, z_n приводимой машины). Требуемые значения амплитуд пути y_{nw} , скорости и рабочей частоты f_{dw} задаются с помощью управляющего элемента УЭ или вручную путем установки $y_{nw} = Y_m$ и $f_{dw} = F_d$ или автоматически, в зависимости от измеряемых (с помощью датчиков Д1 и Д2 характерных технологических величин v_1 и v_2 в виде $y_{nw}(v_1)$ и $f_{dw}(v_2)$). Временная характеристика колебаний рабочей части 13 приводимой машины снимается датчиком колебаний ДК, показания которого y^*_m и f_d вводятся в центральный элемент ПЭ. Регулирование амплитуды осуществляется следующим образом: в зависимости от отклонения величины амплитуды от требу-

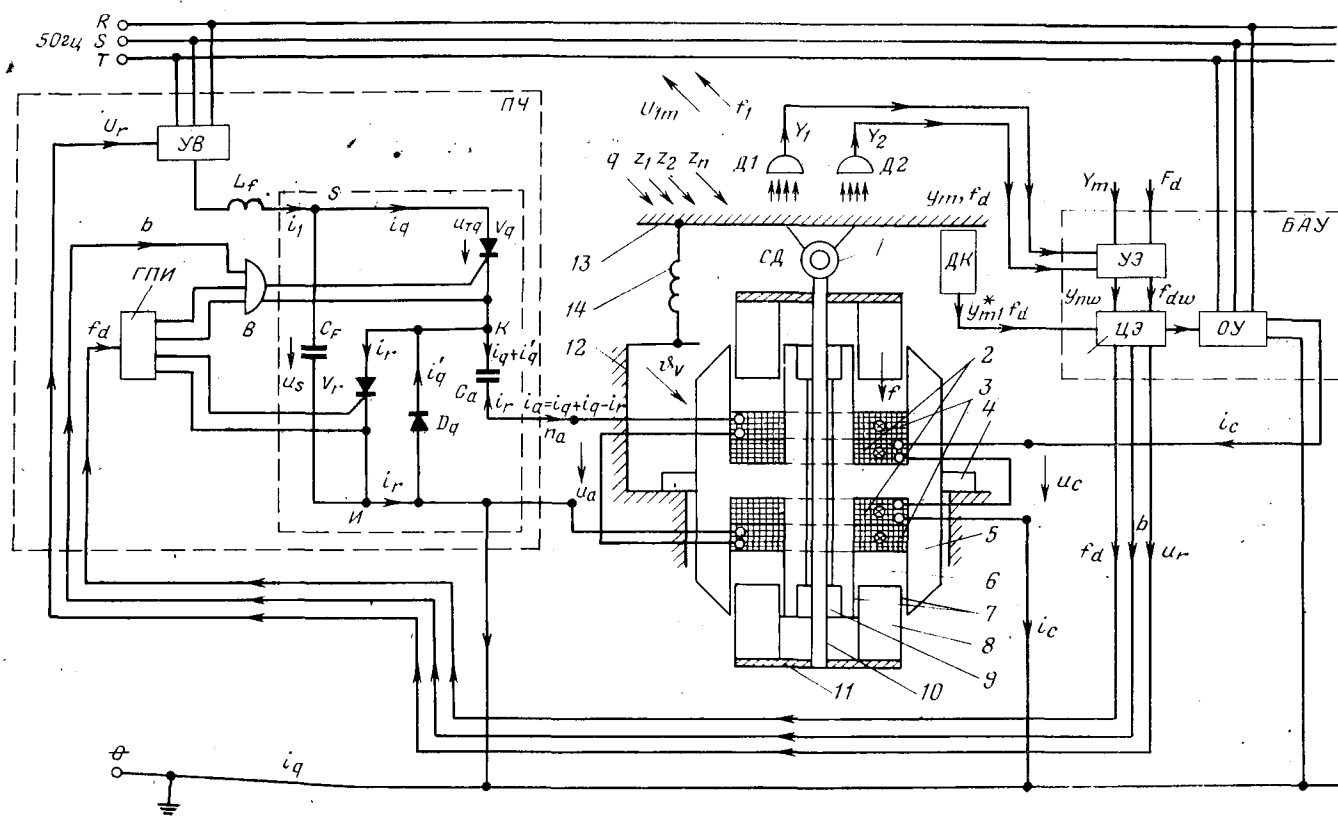


Рис. 1. Структура и составные части системы привода.

СД — колебательный линейный синхронный двигатель (1 — ушко; 2 — обмотка возбуждения; 3 — синхронизирующая обмотка; 4 — лапа; 5 — статор; 6 — паз; 7 — рабочий воздушный зазор; 8 — ферромагнитная часть якоря; 9 — толкающий подшипник; 10 — тяга; 11 — немагнитное соединение); 12 — «реактивная» часть приводимой машины; 13 — рабочая часть приводимой машины; 14 — пружинное соединение в приводимой машине; ПЧ — преобразователь частоты; ДК — датчик колебаний; БАУ — блок автоматического управления.

мого значения $u_{нв}$ с помощью главной ветви, содержащей операционный усилитель ОУ, изменяется напряжение возбуждения u_c .

Динамику регулирования можно улучшить с помощью быстродействующих вспомогательных ветвей, изменяющих посредством управляющего сигнала u_r среднее выпрямленное напряжение u_s на входе s инвертора I и путем блокировки вентиля B с помощью сигнала b частоту ω_a импульсов тока синхронизации i_a . Возможно обеспечить сохранение требуемой частоты f_{dw} или с помощью канала f_d обеспечить автоколебательный режим работы при рабочей частоте, равной собственной или резонансной частоте приводимой машины (в таком случае f_{dw} не устанавливается).

Был изготовлен и испытан опытный образец привода мощностью 5,2 кВт для трехфазной сети 500 в (50 гц). Номинальная амплитуда пути колебаний — 1,1 см, максимальная амплитуда — 2 см, рабочая частота — в пределах 11÷13 гц. Рабочей машиной служил опытный образец двухмассового, оснащенного стальными пружинами, резонансного грохота площадью 10 м² (технологическая мощность 170÷190 т/ч).

Обширная программа проведенных испытаний подтвердила пригодность новой системы привода для работы в сложных с точки зрения эксплуатации и динамики установках. Общий к. п. д. системы вблизи номинальной имитированной нагрузки грохота (загрузка приблизительно 700 кг) составил 0,75.

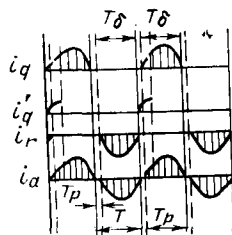


Рис. 2. Кривые токов
в цепях привода.

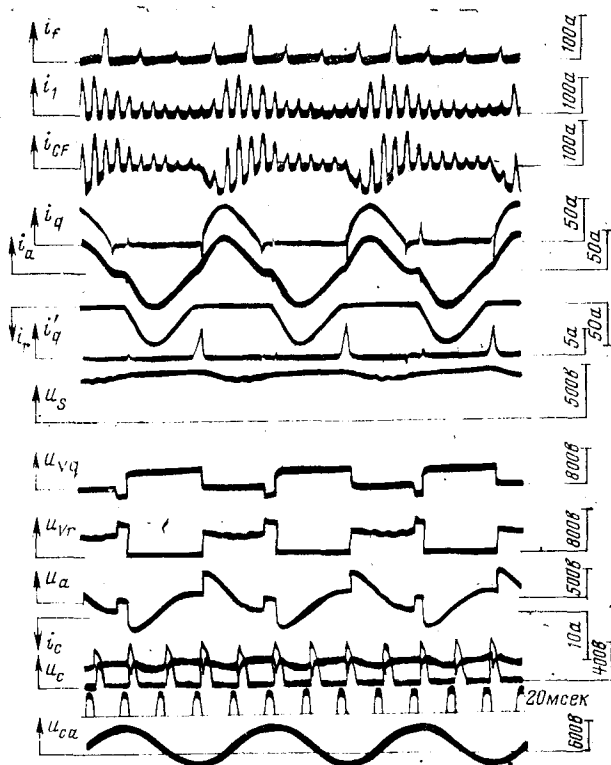


Рис. 3. Осциллограммы токов и напряжений в установившемся режиме при технологической нагрузке, близкой к номинальной ($Y_m = 1,1$ см, $F_d = 12,22$ гц).

К расчету переходных процессов при скачках индуктивностей и емкостей

РОЗЕНФЕЛЬД А. С.

Одесса

Приращения напряжений и токов в линейной цепи, обусловленные изменениями параметров пассивных элементов, часто целесообразно определять согласно положениям, которые называют методом компенсации [Л. 1], теоремой вариации [Л. 2] или теоремой о взаимных приращениях [Л. 3]. Эти положения формулируются для комплексов [Л. 1, 4], но они справедливы и для изображений при условии, что приращения индуктивностей ΔL и емкостей ΔC не содержат начального запаса энергии [Л. 5]. В данной статье излагается обобщенная формулировка метода компенсации в области изображений, позволяющая учитывать начальные запасы энергии в приращениях индуктивностей и емкостей.

Конечные изменения сопротивлений, индуктивностей и емкостей можно рассматривать как введение в цепь дополнительных элементов с параметрами $\Delta r(\Delta g)$, $\Delta L(\Delta \Gamma)$ и $\Delta D(\Delta C)$, которые принимают положительные или отрицательные значения. Вводить такого рода элементы можно по схемам последовательного или параллельного соединений.

Рассмотрим участок цепи, содержащий последовательно включенные резистор, индуктивность и емкость, которые при $t < 0$ имели сопротивление r_- , индуктивность L_- и обратную емкость D_- . В момент времени $t=0$ параметры всех элементов получили конечные приращения Δr , ΔL и ΔD . Такое изменение параметров отображено схемой на рис. 1,а, в которой последовательно с исходными включены дополнительные элементы с параметрами $\Delta r_1(t)$, $\Delta L_1(t)$ и $\Delta D_1(t)$.

Скачки параметров сопровождаются приращениями напряжений и токов, которые можно вычислять как разности вида

$$\Delta i = i_+ - i_-(t)1(t), \quad (1)$$

где $i_-(t)$ — непрерывная функция, определяющая ток ветви, если бы параметры элементов не изменялись; $i_+ = I^1\delta'(t) + I^0\delta(t) + i(t)1(t)$ — обобщенная функция, которая определяет ток ветви, начиная с момента скачка параметров. В составе i_+ имеется импульс $I^1\delta'(t)$, если ветвь содержит только емкость и является частью емкостного контура, в котором действует источник напряжения $E^0\delta(t)$.

Приращение напряжения на ветви (рис. 1,а), возникающее в момент скачка параметров, определяется суммой приращений напряжений на r_- , L_- , D_- , созданных током Δi , и приращений напряжений на Δr , ΔL , ΔD , созданных полным током ветви i_+ и энергиями, накопленными в ΔL и ΔD к моменту времени $t=0_-$:

$$\Delta u = r_- \Delta i + L_- \Delta i' + D_- \int_0^t \Delta i dt + \Delta r i_+ + u_{\Delta L}(0) + \Delta L i'_+ + u_{\Delta D}(0_-) + \Delta D \int_0^t i_+ dt. \quad (2)$$

секунд регулируется колеблющаяся масса 9 т. Реакция на внезапное изменение имитированной технологической нагрузки на 10% вообще не сказалась на огибающей амплитуд пути колебаний сита. Временные характеристики нескольких величин установившегося хода при имитированной нагрузке, близкой к номинальной, приведены на рис. 3.

К числу достоинств разработанной системы привода следует отнести: а) независимость автоматически регулируемой амплитуды колебаний от нагрузки; б) непосредственную передачу силы тяги приводимой установке; в) высокий к. п. д.; г) бесшумность работы; д) возможность создания автокорректирующих систем привода, автоматически приспособляющих амплитуду и частоту колебаний к требованиям технологии [Л. 2].

Слагаемое

$$u_{\Delta L}(0) = \Delta L [i_{\Delta L}(t)1(-t)]' - \Delta L i'_{\Delta L}(t)1(-t) = \\ = \Delta L i_{\Delta L}(t)1'(-t) + \Delta L i'_{\Delta L}(t)1(-t) - \Delta L i'_{\Delta L}(t)1(-t) = \\ = -\Delta L i_{\Delta L}(t)\delta(t) = -\Delta L i_{\Delta L}(0)\delta(t)$$

представляет напряжение на индуктивности ΔL в момент $t=0$, обусловленное „исчезновением“ тока $i_{\Delta L}(t)$. Напряжения $u_{\Delta L}(0)$, $u_{\Delta D}(0_-)$ отображают влияние энергий, вводимых в цепь вместе с ΔL и ΔD .

Подставляя i_+ из (1) в (2), после перегруппировки слагаемых получим:

$$\Delta u = r_+ \Delta i + L_+ \Delta i' + D_+ \int_0^t \Delta i dt + \Delta r i_-(t)1(t) + \\ + \Delta L [i_-(t)1(t)]' - \Delta L i_{\Delta L}(0_-)\delta(t) + \\ + u_{\Delta D}(0_-) + \Delta D \int_0^t i_-(t)1(t) dt, \quad (3)$$

где $r_+ = r_- + \Delta r$, $L_+ = L_- + \Delta L$, $D_+ = D_- + \Delta D$.

Выполним преобразование Лапласа над левой и правой частями равенства (3), учитывая, что Δi , подобно i_+ , является обобщенной функцией. Объединяя слагаемые, содержащие изображения $\Delta J(p) = \mathcal{L}[\Delta i]$ и $J_-(p) = \mathcal{L}[i_-(t)1(t)]$, получим уравнение

$$\Delta U(p) = Z_+(p)\Delta J(p) + \Delta Z(p)J_-(p) - \\ - \Delta L i_{\Delta L}(0_-) + u_{\Delta D}(0_-)p^{-1}, \quad (4)$$

в котором

$$Z_+(p) = r_+ + pL_+ + p^{-1}D_+; \\ \Delta Z(p) = \Delta r + p\Delta L + p^{-1}\Delta D.$$

Уравнение (4) определяет зависимость между напряжением и током ветви (рис. 1,б), в которой источник создает напряжение

$$E_{\Delta}(p) = \Delta Z(p)J_-(p) - \Delta L i_{\Delta L}(0_-) + u_{\Delta D}(0_-)p^{-1}. \quad (5)$$

На основе операторной схемы (рис. 1,б) приращения напряжений и токов, созданные скачками параметров $\Delta r_1(t)$, $\Delta L_1(t)$ и $\Delta D_1(t)$, можно определять как результат действия источника напряжения $E_{\Delta}(p)$, включенного последовательно с пассивным двухполосником $Z_+(p)$.

Конечные изменения проводимости $\Delta g_1(t)$, обратной индуктивности $\Delta \Gamma_1(t)$ и емкости $\Delta C_1(t)$ можно отобразить схемой, показанной на рис. 2,а, в которой дополнительные элементы присоединяются параллельно. Схемы на рис. 1,а и 2,а дуальны, так что уравнение для схемы рис. 2,а можно за-

Областью применения новой системы привода являются: резонансные транспортеры, желоба, питатели, грохоты, погрузчики штучных и сыпучих материалов, дозировочные машины, привод инструмента продольно-строгольных станков, машины для испытания больших деталей и конструкций на усталость, поршневые компрессоры, углепогрузчики и другие машины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Roubicek O. Elektrisches regelbares Niederfrequenz—Antriebssystem mit Synchron-Linearmotor.— «VDI-Z», 1971, № 14.
2. Roubicek O. K možnostem průmyslového uplatnění elektrických regulačních přímočarých pohonů.— «Strojrenství», 1970, № 6.

(26,2,1974)

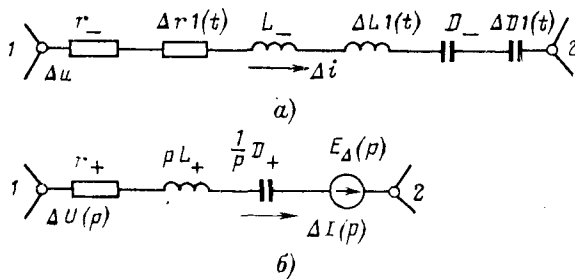


Рис. 1.

писать непосредственно по соотношению (4).

Путем перехода к аналогу получим уравнение для изображения приращения общего тока всех параллельно включенных элементов схемы рис. 2, а:

$$\Delta J(p) = Y_+(p) \Delta U(p) + \Delta Y(p) U_-(p) - \Delta C u_{\Delta C}(0_-) + i_{\Delta G}(0_-) p^{-1}, \quad (6)$$

где $Y_+(p) = g_+ + p^{-1} \Gamma_+ + p C_+$; $g_+ = g_- + \Delta g$; $\Gamma_+ = \Gamma_- + \Delta \Gamma$; $C_+ = C_- + \Delta C$; $\Delta Y(p) = \Delta g + p^{-1} \Delta \Gamma + p \Delta C$; $u_{\Delta C}(0_-)$ — начальное напряжение на ΔC ; $i_{\Delta G}(0_-)$ — начальный ток через ΔG ; функция $u_-(t) = L^{-1}[U_-(p)]$ описывала бы напряжение при параллельном соединении, если бы параметры элементов не изменялись.

По уравнению (6) составим операторную схему (рис. 2, б), в которой задающий ток источника равен

$$J_{\Delta}(p) = \Delta Y(p) U_-(p) - \Delta C u_{\Delta C}(0_-) + i_{\Delta G}(0_-) p^{-1}. \quad (7)$$

Такая схема позволяет определять приращения напряжений и токов, созданные скачками параметров $\Delta g(t)$, $\Delta \Gamma(t)$, $\Delta C(t)$ как результат действия источника тока (7), параллельно которому включен пассивный двухполюсник $Y_+(p)$.

Полученные соотношения (4)–(7) совпадают с известным при равенстве нулю начальных значений тока $i_{\Delta L}(0_-)$ и $i_{\Delta G}(0_-)$, обусловленных приращением индуктивности, и начальных значений напряжения $u_{\Delta D}(0_-)$, $u_{\Delta C}(0_-)$, обусловленных приращением емкости. Они представляют собой обобщенную формулировку метода компенсации в области изображений, на основе которой всегда можно выполнять расчет переходного процесса после скачков параметров двухполюсных элементов линейной электрической цепи.

Порядок применения полученных соотношений для определения изображений рассмотрим на примере разветвленной цепи, которая на рис. 3, а представлена в виде активного четырехполюсника, на входе и выходе которого включены пассивные двухполюсники. Параметры всех пассивных элементов, за исключением элементов двухполюсника со стороны входа, являются постоянными; все источники создают непрерывные напряжения и токи. В момент времени $t=0$ сопротивление, индуктивность и обратная емкость двухполюсника со стороны

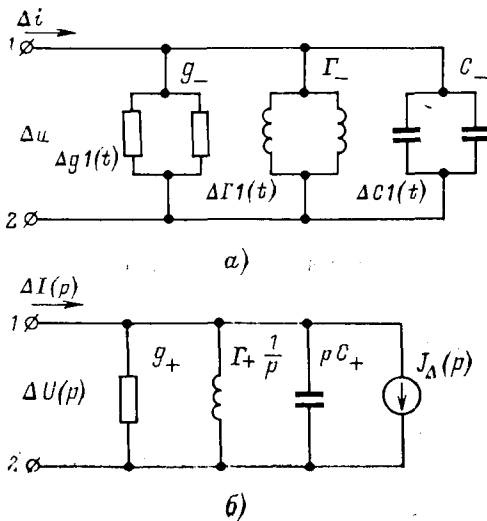


Рис. 2.

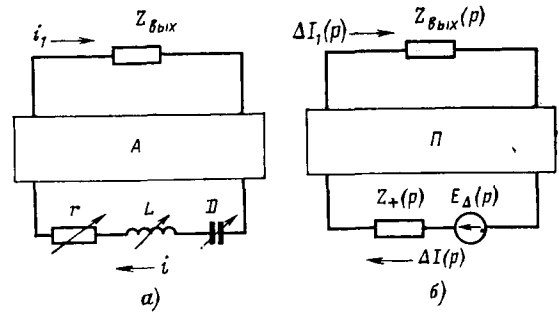


Рис. 3.

входа получают конечные приращения Δr , ΔL и ΔD . Необходимо определить изображения токов на входе и выходе четырехполюсника после скачка параметров, если известны входные и передаточные функции и ток входа при $t < 0$.

Воспользуемся методом компенсации и найдем сначала изображения приращений токов после скачка параметров. С этой целью двухполюсник, параметры элементов которого изменяются скачком, заменим эквивалентной схемой, показанной на рис. 1, б. Остальная часть разветвленной цепи с постоянными параметрами заменяется нагруженным пассивным четырехполюсником путем отключения всех источников токов и установки закороток вместо источников напряжений.

Ток на входе полученной таким путем схемы (рис. 3, б) будет равен:

$$\Delta J(p) = \frac{-E_{\Delta}(p)}{Z_{вх}(p) + Z_+(p)} = - \frac{\Delta Z(p) J_-(p) - \Delta L i_{\Delta L}(0_-) + u_{\Delta D}(0_-) p^{-1}}{Z_{вх}(p) + Z_+(p)}, \quad (8)$$

где $Z_{вх}(p)$ — входное сопротивление пассивного четырехполюсника. Приращение тока на выходе четырехполюсника определяется по схеме рис. 3, б:

$$\Delta J_1(p) = \Delta J(p) K_{ii}(p),$$

где $K_{ii}(p)$ — операторная передаточная функция четырехполюсника, когда на его входе включен источник тока.

Изображение полного тока на входе цепи рис. 3, а при $t \geq 0$ определяется как сумма изображений тока в прошлом режиме и приращения (8):

$$J_+(p) = J_-(p) + \Delta J(p) = \frac{Z_{вх}(p) + Z_-(p)}{Z_{вх}(p) + Z_+(p)} J_-(p) + \frac{\Delta L i_{\Delta L}(0_-) - u_{\Delta D}(0_-) p^{-1}}{Z_{вх}(p) + Z_+(p)}, \quad (9)$$

где $Z_-(p) = r_- + p L_- + p^{-1} D_-$ — операторное сопротивление двухполюсника со стороны входа до скачка его параметров.

Отличием соотношения (9) является возможность определения изображения тока после возникновения переходного процесса непосредственно по току прошлого режима и операторным сопротивлением. Аналогичное соотношение можно получить и для изображения напряжения на входе четырехполюсника, если расчет приращений выполнять на основе эквивалентной схемы рис. 2, б.

Располагая приращением $\Delta J_1(p) = \Delta J(p) K_{ii}(p)$, ток на выходе четырехполюсника после скачка параметров двухполюсника входа определим как сумму

$$J_{1+}(p) = J_{1-}(p) + \Delta J(p) K_{ii}(p), \quad (10)$$

где $J_{1-}(p)$ — изображение тока на выходе, если бы параметры всех элементов цепи оставались постоянными.

Изложенная методика позволяет выполнять расчет переходных процессов после скачков параметров резисторов, индуктивностей и емкостей, не привлекая модели с коммутаторами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем, изд. АН СССР, М., 1951.
- Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. М., «Энергия», 1972, т. I.
- Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. М., «Энергия», 1965.
- Атабеков Г. И. Основы теории цепей. М., «Энергия», 1969.
- Быховский М. Л. Основы динамической точности электрических и механических цепей, изд. АН СССР, М., 1958.

[13.5.1974]

Расчет переходных процессов неявнополюсных машин с учетом насыщения

Канд. техн. наук ЧАБАН В. И.

Львовский политехнический институт

Математическое описание неявнополюсной машины с помощью дифференциальных индуктивностей [Л. 1 и 2] является в настоящее время наиболее удачным. К аналогичным результатам, как показано в [Л. 3], можно прийти, используя статическую индуктивность, но этот путь более сложный. Алгоритм интегрирования уравнений машины, коэффициентами которых являются дифференциальные индуктивности ее физических или преобразованных контуров, предусматривает на каждом шаге интегрирования обращение матрицы коэффициентов [Л. 4], что связано с непроизводительной потерей машинного времени, особенно при увеличении числа контуров. В этих случаях необходимо отдать предпочтение уравнениям, оперирующим потокоцеплениями. Методике составления этих уравнений посвящается статья. В основу анализа положены допущения [Л. 1—3].

Пусть неявнополюсная синхронная машина имеет m контуров по оси d и n контуров по оси q (контуров ротора предполагается приведенными к числу витков контуров статора), тогда уравнения машины можем представить в удобном для численного решения виде:

$$\left. \begin{aligned} p\psi_{1d} &= u_{1d} + \omega\psi_{1q} - r_{1d}i_{1d}; \\ p\psi_{2d} &= u_{2d} - r_{2d}i_{2d}; \\ p\psi_{1q} &= u_{1q} - \omega\psi_{1d} - r_{1q}i_{1q}; \\ p\psi_{ja} &= -r_{ja}i_{ja}, j=3, 4, \dots, m; \\ p\psi_{10} &= u_{10} - r_{10}i_{10}; \\ p\psi_{kq} &= -r_{kq}i_{kq}, k=2, 3, \dots, n, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где u_{1l} , ψ_{1l} , i_{1l} , r_{1l} ($l=d, q, 0$) — напряжения, полные потокоцепления, токи и сопротивления контуров статора; u_{ja} , ψ_{ja} , i_{ja} , r_{ja} ($j=2, 3, \dots, m$) и ψ_{kq} , i_{kq} , r_{kq} ($k=2, 3, \dots, n$) — напряжения, полные потокоцепления, токи и сопротивления контуров ротора; ω — угловая частота вращения ротора.

В силу принятых допущений неизвестные токи определяются согласно равенствам:

$$\left. \begin{aligned} i_{ja} &= (\psi_{ja} - \psi_d) L_{jd}^{-1}; j=1, 2, \dots, m; \\ i_{kq} &= (\psi_{kq} - \psi_q) L_{kq}^{-1}; k=1, 2, \dots, n; \\ i_{10} &= \psi_{10} L_{10}^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где L_{jd} , L_{kq} , L_{10} — индуктивности рассеяния соответствующих контуров; ψ_d , ψ_q — продольное и поперечное рабочие потокоцепления.

Уравнения (1) справедливы лишь при соблюдении условий: $r_{1d}=r_{1q}=r_1$; $L_{1d}=L_{1q}=L_1$ — в противном случае мы будем иметь систему параметрических уравнений.

Подставляя (2) в (1), получаем систему $m+n+1$ уравнений с $m+n+3$ неизвестными. Ее необходимо дополнить двумя недостающими уравнениями. Первое из них составим на основании кривой намагничивания

$$i = i(\psi), \quad (3)$$

где i , ψ — намагничивающий ток и соответствующее ему рабочее потокоцепление, определяемые равенствами:

$$i = \sqrt{i_d^2 + i_q^2}; \quad \psi = \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2}. \quad (4)$$

где i_d , i_q — продольный и поперечный намагничивающие токи;

$$i_d = \sum_{j=1}^m i_{ja}; \quad i_q = \sum_{k=1}^n i_{kq}. \quad (5)$$

Продифференцировав (3) по времени с учетом (2), (4) и (5), имеем:

$$\begin{aligned} \psi_d \left(\rho + \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}} \right) p\psi_d + \psi_q \left(\rho + \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}} \right) p\psi_q = \\ = \psi_d \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}} p\psi_{ja} + \psi_q \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}} p\psi_{kq}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ρ определяется по кривой (3);

$$\rho = \frac{di}{d\psi}. \quad (7)$$

Второе из недостающих уравнений получаем на основании одного из двух выражений:

$$\psi_d = \tau^{-1} i_d; \quad \psi_q = \tau^{-1} i_q, \quad (8)$$

где τ определяется по кривой (3);

$$\tau = \frac{i}{\psi}. \quad (9)$$

Продифференцировав (8) по времени с учетом (2), (4), (5) и (9), получим:

$$\begin{aligned} \psi_q \left(\tau + \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}} \right) p\psi_d - \psi_d \left(\tau + \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}} \right) p\psi_q = \\ = \psi_q \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}} p\psi_{ja} - \psi_d \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}} p\psi_{kq}. \end{aligned} \quad (10)$$

Решив (6) и (10) относительно $p\psi_d$ и $p\psi_q$, получим:

$$\left. \begin{aligned} p\psi_d &= \frac{1}{\Delta} \{ (\tau + q) \psi_d^2 + (\rho + q) \psi_q^2 \} D + (\tau - \rho) \psi_d \psi_q Q; \\ p\psi_q &= \frac{1}{\Delta} \{ (\rho + d) \psi_d^2 + (\tau + d) \psi_q^2 \} Q + (\tau - \rho) \psi_d \psi_q D, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} d &= \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}}; \quad q = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}}; \quad D = \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_{jd}} p\psi_{ja}; \\ Q &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_{kq}} p\psi_{kq}; \\ \Delta &= (\tau + q) (\rho + d) \psi_d^2 + (\tau + d) (\rho + q) \psi_q^2. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Уравнения (1), (2) и (11) образуют замкнутую систему уравнений электрического равновесия контуров машины в преобразованной системе координат. Если форма уравнений (1) зависит от выбора системы координат (оси $d, q, 0$; $\alpha, \beta, 0$; $x, y, 0$), то уравнения (11) являются инвариантными по отношению к ним. В зависимости от выбора той или иной системы координат в (11) достаточно поменять только соответствующие обозначения.

Негрудно заметить, что в предлагаемом методе процедура обращения матриц отсутствует, поскольку неизвестные токи определяются согласно (2). Несмотря на увеличение порядка интегрируемых уравнений на два по сравнению с тождественными уравнениями [Л. 4], даже при четвертом порядке системы (1), как показали расчеты, мы имеем экономию машинного времени ЦВМ.

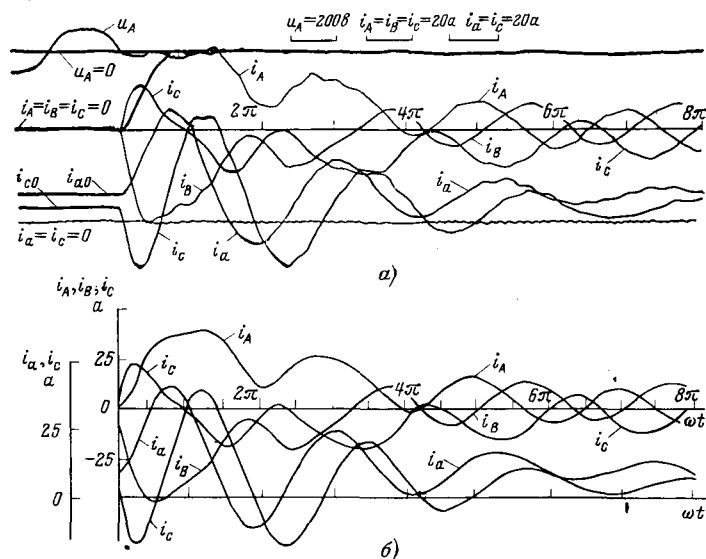
При анализе электромеханических процессов уравнения электрического равновесия необходимо дополнить уравнением движения:

$$p\omega = p_0 (M_M - M_E) J^{-1}, \quad (13)$$

где p_0 — число пар полюсов; J — момент инерции; M_M — механический момент; M_E — электромагнитный момент;

$$M_E = \frac{3}{2} p_0 (\psi_{1d} \psi_q - \psi_{1q} \psi_d) L_1^{-1}. \quad (14)$$

Алгол-программа интегрирования уравнений (1), (11) и (13) была реализована на ЦВМ М-222. Достоверность теоретических положений проиллюстрирована на рисунке примером



Кривые, характеризующие внезапное короткое замыкание машины АК 52-4, работающей в режиме синхронного генератора с поперечным демпферным контуром ($i_{d0}=10,6$ а; $\omega_0=251$ сек⁻¹). Принадлежность величин к фазам статора обозначена индексами А, В, С; ротора — а, с.

а — эксперимент; б — расчет.

расчета одного из переходных процессов синхронного генератора при параметрах: $r_1=1,01$ ом; $r_{2d}=7,88$ ом; $r_{2q}=5,17$ ом; $L_1=12,5$ мГн; $L_{2d}=14,6$ мГн; $L_{2q}=6,7$ мГн. При этом кривая на-

магничивания (3) была аппроксимирована зависимостью:

$$i = \begin{cases} 4,59\psi - 0,1\psi + 2,36\psi^2, & \text{если } \psi > 0,43; \\ 4,73\psi & \text{если } \psi \leq 0,43. \end{cases} \quad (15)$$

Соответствующие кривые (7) и (9) были получены аналитически из кривой (15). В расчетах использовались значения $J=1,29$ кг·м² и $M_M=0$. Расчетные физические токи вычислялись согласно обратному преобразованию Парка при начальном угле, определяющем положение продольной оси относительно оси фазы А статора, — 3°. Так, согласно рисунку расхождение в значениях расчетного и экспериментального ударных токов короткого замыкания составляет менее 3%. Экономия машинного времени по сравнению с [Л. 4] при одинаковой степени точности расчета составляет — 18%.

Интересно отметить, что дифференцируя (2) по времени и подставляя полученный результат в (1), после исключения из (1), (11) $p\psi_d$ и $p\psi_q$, получаем уравнения, тождественные [Л. 2 и 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фильц Р. В. Дифференциальные уравнения напряжений насыщенных неявнополюсных машин переменного тока. — «Изв. вузов. Электротехника», 1966, № 11.
2. Фильц Р. В., Чабан В. И. Динамические индуктивности и дифференциальные уравнения насыщенной неявнополюсной синхронной машины. Теоретическая электротехника. Изд-во Львовского университета, 1970, вып. 10.
3. Чабан В. И. О применении динамических и статических параметров в теории переходных процессов электрических машин переменного тока. Теоретическая электротехника. Изд-во Львовского университета, 1971, вып. 11.
4. Чабан В. И., Фильц Р. В. Алгоритм расчета на ЦВМ симметричных электромеханических переходных процессов насыщенной неявнополюсной синхронной машины. — «Изв. вузов. Энергетика», 1971, № 10.

[28.11.1973]

УДК 621.316.5

Математические модели процесса восстановления электрической прочности между контактами

АФАНАСЬЕВ В. В., ДОБРЯНСКАЯ Н. А.

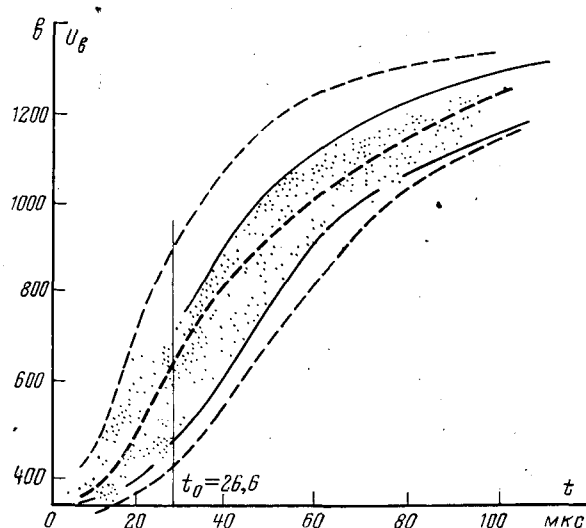
Одной из характеристик отключающей способности электрических аппаратов является восстанавливающаяся электрическая $U_B(t)$ прочность. В настоящее время процесс восстановления электрической прочности рассматривается с точки зрения возможного пробоя промежутка. При этом различают электрический и тепловой пробой. Для случая электрического пробоя получена аналитическая зависимость U_B в функции времени и показано, что эта зависимость экспоненциальная [Л. 1]. Математическая модель для указанного случая приведена в [Л. 2]. При тепловом пробое промежутка зависимость $U_B=f(t)$ намного сложнее и до настоящего времени не было получено общего вида этой зависимости. Кроме того, отсутствовала математическая модель данного процесса. В данной работе сделана попытка совместного теоретического рассмотрения процесса восстановления электрической прочности при электрическом и тепловом пробоях.

Из результатов исследований [Л. 1] вытекает, что динамика деионизации существенно зависит от расстояния между контактами. Результаты эксперимента показывают, что за исключением общего скачка восстанавливающейся прочности в первый момент зависимость восстанавливающейся прочности в функции времени и расстояния является существенно нелинейной.

Предположим, что в момент $t=0$ ионизированные частицы, находящиеся у электродов, скачкообразно (за малое время Δt по сравнению с временем развития процесса) прибывают на границу деионизации и начинают деионизовываться пропорционально числу ионизированных частиц. Это соответствует модели, описанной в [Л. 2]. В общем случае нельзя предположить, что все ионизированные частицы за малое Δt успевают достичь границы деионизации. Тогда процесс развивается по разному в двух различных фазах. Первая фаза охватывает

деионизацию, когда не все ионизированные частицы вступают в процесс деионизации. Во второй фазе практически все частицы достигают границы деионизации.

Таким образом, все полученные в [Л. 1] данные могут быть описаны одной общей моделью, в которой разные реше-



Восстанавливающаяся прочность в функции от времени при $U=690$ в, $I=75$ а.

ния могут быть получены только за счет изменения длины дуги. Так, к примеру, модель [Л. 2] получается из предлагаемой в случае, когда v/s много меньше $1/\mu$, где $v = \text{const}$ характеризует скорость прибытия частиц на границы деионизации.

Для коротких дуг ($s \leq 0,3$ мм) может быть построена следующая детерминистская модель. Пусть в объеме газа между контактами имеется N ионизированных и неионизированных частиц. В момент размыкания контактов ($t=0$) число ионизированных частиц равно n_0 . С ростом времени происходит только деионизация столба дуги со средней скоростью μ и пропорционально $n(t)$ — числу ионизированных частиц, имеющих в объеме между контактами к моменту времени t . При малых длинах дуг можно полагать, что деионизация осуществляется на границе. Дифференциальное уравнение, описывающее процесс, имеет вид

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\mu n(t) \quad (1)$$

при начальном условии

$$n(0) = n_0. \quad (2)$$

Число ионизированных частиц к моменту t является решением уравнения (1), т. е.

$$n(t) = n_0 e^{-\mu t}. \quad (3)$$

Восстанавливающаяся прочность пропорциональна числу неионизированных частиц, находящихся в объеме:

$$U_b = k[N - n(t)] = k_1[1 - a e^{-\mu t}], \quad (4)$$

где $k_1 = kN$ — коэффициент пропорциональности;

$$a = \frac{n_0}{N}.$$

При больших длинах дуг ($s > 0,3$ мм) наблюдается значительное замедление процесса восстановления электрической прочности [Л. 1]. Детерминистская модель в этом случае, может быть построена следующим образом. Разобьем временной интервал на две части: от нуля до t_0 и от t_0 до бесконечности. Здесь t_0 — условное время прибытия всех ионизированных частиц на контакты, когда меняется вид функциональной зависимости восстанавливающейся прочности.

Рассмотрим интервал $0 < t \leq t_0$. Пусть в момент $t=0$ число ионизированных частиц равно $n(0) = n_0$. Ионизированные частицы с ростом t деионизируются с интенсивностью μ , пропорциональной числу частиц, и могут двигаться со скоростью v к контактам. Тогда общее число ионизированных частиц в области будет равно

$$n(t) = n_0 - n_0 v t + n_k(t), \quad (5)$$

где $n_k(t)$ — число ионизированных частиц на контактах. За малое Δt число ионизированных частиц на контактах станет равным

$$n_k(t + \Delta t) = n_k(t) + n_0 v \Delta t - \mu n_k(t) \Delta t. \quad (6)$$

Тогда дифференциальное уравнение для $n_k(t)$ примет вид:

$$\frac{dn_k(t)}{dt} = n_0 v - \mu n_k(t) \quad (7)$$

с начальным условием

$$n_k(0) = 0. \quad (8)$$

Решая уравнение (7), найдем

$$n_k(t) = \frac{n_0 v}{\mu} (1 - e^{-\mu t}). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (5), найдем число ионизированных частиц в объеме между контактами:

$$n(t) = n_0 - n_0 v t + \frac{n_0 v}{\mu} (1 - e^{-\mu t}). \quad (10)$$

Восстанавливающаяся прочность пропорциональна числу деионизированных частиц, т. е.

$$n_k(t) = N - \left[n_0 - n_0 v t + \frac{n_0 v}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \right]. \quad (11)$$

Примем, что $N \approx n_0$, тогда

$$U_b = k_1 \left[v t - \frac{v}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \right]. \quad (12)$$

Для интервала $t_0 \leq t < \infty$ процесс восстановления прочности промежутка может быть описан дифференциальным урав-

нением (1) с начальным условием

$$n(t_0) = n_0 - n_0 v t_0 + \frac{n_0 v}{\mu} (1 - e^{-\mu t_0}). \quad (13)$$

Тогда число ионизированных частиц в объеме между контактами составит:

$$n(t) = \left[n_0 - n_0 v t_0 + \frac{n_0 v}{\mu} (1 - e^{-\mu t_0}) \right] e^{-\mu t}. \quad (14)$$

При $t = t_0$ заканчивается направленное движение ионизированных частиц, т. е. можно положить $v t_0 = 1$. В этом случае восстанавливающаяся прочность при $N \approx n_0$ будет описываться следующим выражением:

$$U_b = k_1 \left[1 - \frac{v}{\mu} (1 - e^{-\mu t_0}) e^{-\mu t} \right]. \quad (15)$$

Для проверки правильности предложенных моделей были обработаны результаты эксперимента, описанные в [Л. 1]. Согласно [Л. 1], выделяются различные случаи длин дуг в момент гашения. Для дуг с длиной $s \approx 0,3$ мм возрастание восстанавливающейся прочности следует показательному закону, что соответствует первой модели. Именно в пределах этой длины наблюдаются наиболее благоприятные условия для гашения. Для величины восстанавливающейся прочности справедливо тогда уравнение (4). Когда длина дуги в момент гашения больше 0,3 мм, в [Л. 1] выделено три случая ($0,3 < s < 1,5$ мм; $s = 6$ мм; $s > 6$ мм). Однако все они согласно предложенной методики могут быть описаны одной общей — второй моделью, включающей в себя, как составной элемент, первую. Для дуги, удовлетворяющей в момент размыкания условию $0,3 < s < 1,5$ мм, данные эксперимента $U_b = f(t)$ нанесены точками на рисунке. Сплошными линиями очерчены верхняя и нижняя обгибающая величины восстанавливающейся прочности [Л. 1].

Значение k_1 определяется из условия:

$$U_b = U_0 = k_1 = 1400 \text{ в при } t = \infty.$$

Пользуясь методом наименьших квадратов [Л. 3], найдем значения μ и v для выделенных типов уравнений (12) и (15). Это значит при $0 < t \leq t_0$ величина

$$S_1(v, \mu) = \sum_{i=1}^{n_1} \left\{ U_i - k_1 \left[v t_i - \frac{v}{\mu} (1 - e^{-\mu t_i}) \right] \right\}^2 \quad (16)$$

и при $t_0 \leq t < \infty$ величина

$$S_2(v, \mu) = \sum_{i=1}^{n_2} \left\{ U_i - k_1 \left[1 - \frac{v}{\mu} (1 - e^{-\mu t_0}) e^{-\mu t_i} \right] \right\}^2 \quad (17)$$

должны быть минимальны.

Здесь n_1 — количество экспериментальных данных до t_0 ; n_2 — количество экспериментальных данных при $t \geq t_0$; U_i , t_i — экспериментальные значения восстанавливающейся прочности и времени.

Для определения минимума функций $S_1(v, \mu)$ и $S_2(v, \mu)$ надо взять производные по v и μ от этих функций и приравнять их нулю:

$$\frac{\partial S_1(v, \mu)}{\partial v} = 0; \quad \frac{\partial S_1(v, \mu)}{\partial \mu} = 0; \quad (18)$$

$$\frac{\partial S_2(v, \mu)}{\partial v} = 0; \quad \frac{\partial S_2(v, \mu)}{\partial \mu} = 0. \quad (19)$$

Каждая из этих систем будет давать решение для значений v и μ :
при $0 < t \leq t_0$

$$\left. \begin{aligned} v \sum_{i=1}^{n_1} (1 - e^{-\mu t_i})^2 + \mu \sum_{i=1}^{n_1} (U_i - 2v t_i) (1 - e^{-\mu t_i}) - \\ - \mu^2 \sum_{i=1}^{n_1} t_i (U_i - v t_i) = 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & \nu \sum_{i=1}^{n_1} (1 - e^{-\mu t_i})^2 + \mu \sum_{i=1}^{n_1} (1 - e^{-\mu t_i}) (U_i - \\ & - \nu t_i - \nu t_1 e^{-\mu t_i}) - \mu^2 \sum_{i=1}^{n_1} t_i (U_i - \nu t_i) e^{-\mu t_i} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

при $t_0 \leq t < \infty$

$$\left. \begin{aligned} & 2 \ln \nu - 2 \sum_{i=1}^{n_2} \ln \left(1 - \frac{U_i}{k_1} \right) + \\ & + 2\mu \sum_{i=1}^{n_2} (2t_0 - 2 - t_i) + \mu^2 - 3\mu^2 t_0^2 = 0; \\ & \mu \left[\sum_{i=1}^{n_2} t_i^2 + \left(\sum_{i=1}^{n_2} t_i \right)^2 \right] - \\ & - \sum_{i=1}^{n_2} \left[\ln \left(1 - \frac{U_i}{k_1} \right) \right] t_i + \\ & + \sum_{i=1}^{n_2} t_i \sum_{i=1}^{n_2} \ln \left(1 - \frac{U_i}{k_1} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Решение системы (21) дает следующие уравнения для коэффициентов:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} U_i t_i - \sum_{i=1}^{n_2} t_i \sum_{i=1}^{n_2} U_i}{\sum_{i=1}^{n_2} t_i^2 + \left(\sum_{i=1}^{n_2} t_i \right)^2}; \quad (22)$$

$$\nu = \exp \left\{ \sum_{i=1}^{n_2} U_i - \mu (2t_0 - 2) + \mu \sum_{i=1}^{n_2} t_i - \frac{1}{2} \mu^2 (1 - 3t_0^2) \right\}. \quad (23)$$

Подставляя данные эксперимента ($n_1=101$; $n_2=253$) в (22) и (23), найдем $\mu=0,021$ (имеет смысл интенсивности деионизации частиц и $\nu=0,046$ (имеет смысл скорости прибытия частиц на границы или скорости движения ионизированных частиц к контактам).

Проведенный расчет позволил получить следующие аналитические выражения для средних значений величины восстанавливающейся прочности:

для $0 < t \leq t_0$

$$U_n = 1036 \left[0,046t - \frac{0,046}{0,021} (1 - e^{-0,021t}) \right] + U_{\text{пост}}; \quad (24)$$

для $t_0 \leq t < \infty$

$$U_n = 1400 \left[1 - \frac{0,046}{0,021} (1 - e^{-0,021t_0}) e^{-0,021t} \right], \quad (25)$$

где $t_0=26,6$ мсек; $U_{\text{пост}} \approx 350$ в — мгновенный скачок восстанавливающейся прочности.

В соответствии с предложенной моделью была найдена усредненная восстанавливающаяся прочность в функции времени (жирная пунктирная линия на рисунке). Однако данные эксперимента значительно отклоняются от среднего. Проверка по критериям согласия Пирсона и Колмогорова показала, что это отклонение подчинено нормальному закону с доверительным уровнем 0,11 (что больше 0,05). Доверительный интервал, отвечающий уровню вероятности 0,9973, показан на рисунке тонким пунктиром.

В связи с тем, что аналитические выражения для $U_n = f(t)$ получились нелинейные, определялось корреляционное отношение. Оно получилось равным $\rho=0,924$, что также подтверждает предложенную модель. Таким образом, проведенный статистический анализ говорит о правильности теоретических обобщений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Burghardt G. Über den Einfluß der Lichtbogenlänge und der Lichtbogenverlustarbeit auf die Wiederverfestigung kurzer Weichstromlichtbögen in Luft. — «ETZ», А, Н. 6, 1964.
2. Добрянская Н. А. О восстанавливающейся прочности между контактами электрических аппаратов. — «Электричество», 1970, № 7.
3. Смирнов Н. В., Душин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., «Наука», 1969.

[3.4.1974]

НОВЫЕ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ЭНЕРГИЯ»

Венгеровский Л. В., Вайнштейн А. Х. Прецизионные полупроводниковые стабилизаторы. 1974, 120 с. с ил. 37 к.

Головченко А. Н., Кулаков М. В., Шкатов Е. Ф. Дроссельные пневматические преобразователи для измерения температуры. 1974. 96 с. с ил. (Библиотека по автоматике. Вып. 521). 30 к.

Голоднов Ю. М., Хоренян А. Х. Самозапуск электродвигателей. 1974. 144 с. с ил. 40 к.

Гук Ю. Б., Лосев Э. А., Мясников А. В. Оценка надежности электроустановок. Под ред. Б. А. Константинова. 1974. 200 с. с ил. 55 к.

Домбровский В. В., Хуторецкий Г. М. Основы проектирования электрических машин переменного тока. 1974. 504 с. с ил. 2 р. 43 к.

Илюкович А. М., Всеволожский Л. А. Измерительные усилители малых токов с логарифмической характеристикой. 1974. 104 с. с ил. 29 к.

Кондратьев Н. В., Родинков Е. К. Управление технической подготовкой производства в электромашиностроении. 1974. 160 с. с ил. 70 к.

Леоненко Л. И. Полупроводниковые форсирующие схемы. 1974. 96 с. с ил. (Библиотека по автоматике. Вып. 514). 32 к.

Петров Г. Н. Электрические машины. Учебник для вузов. Ч. I. Введение. Трансформаторы. Изд. 3-е, перераб. 1974. 240 с. с ил. 99 к.

Порудоминский В. В. Устройства переключения трансформаторов под нагрузкой. Изд. 2-е, перераб. и испр. 1974. 288 с. с ил. (Трансформаторы. Вып. 25). 1 р.

Сандлер А. С., Сарбатов Р. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. 1974. 328 с. с ил. 1 р. 05 к.

Сборник действующих правил техники безопасности в электротехнической промышленности. Сост. Н. Я. Сабуров. 1974. 576 с. с ил. 5 р. 17 к.

Справочник по наладке контрольно-измерительных приборов и систем возбуждения на электростанциях и подстанциях. Под ред. Э. С. Мусаэяна. 1974. 344 с. с ил. 1 р. 20 к.

Справочник по электротехническим материалам. Под ред. Ю. В. Корицкого, В. В. Пасынкова, Б. М. Тареева. Т. I. Изд. 2-е, перераб. 1974. 584 с. с ил. 2 р. 58 к.

Янбух Г. Ф., Эттингер Б. Я. Проектирование структуры отраслевой сети вычислительных центров. 1974. 104 с. с ил. (Библиотека по автоматике. Вып. 520). 40 к.

Чебан В. М. — Некоторые вопросы фазового управления режимами электрических систем	1	Кравченко Ю. И., Билан В. Н., Вакуленко К. Н. — Влияние технологических отклонений параметров асинхронного двигателя на процесс разгона	56
Глазунов А. А., Мрзел Ю. Л., Кондакова Л. А., Кондаков О. А. — Оптимизация параметров двухзвеневой городской электрической сети среднего напряжения	5	Филатов А. С., Хотулев В. К. — Индивидуальный электропривод опорных валков стана холодной прокатки	59
Емельянов Н. П., Семенов А. С. — Коронный разряд на расщепленных проводах линий электропередачи	8	Николаев Г. А. — Опрокидывание компенсированного инвертора	62
Базелян Э. М. — Выбор точки удара разрядом молнии	15	Ромашкин Р. Н. — Спектральный метод анализа погрешностей однофазных индукционных фазовращателей	65
Печенкин И. Д. — Защитные свойства элементов схем грозозащиты электрических машин	19	Мочульский Ю. С., Синицкий Л. А. — О погрешности численных методов при расчете электрических цепей	73
Брон О. Б., Лярский Б. А., Куклев Ю. В. — Электрическая дуга в изоляционных щелях переменного сечения	24	Сипайлов Г. А., Лоос А. В. — Электромашинные источники импульсной мощности	77
Толмачев С. Т. — Расчет потенциала в прямоугольной пространственной системе сферических элементов, помещенных во внешнее однородное поле	30	ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ	
Тенетко Н. И., Черемисов И. Я. — Расчет стационарных электрических, магнитных и температурных полей в сложных областях, заполненных неоднородной средой	33	Коган Ф. Л. — Влияние гасительного сопротивления на асинхронный режим высокоиспользованного турбогенератора	80
Баранов М. И., Белый И. В., Хименко Л. Т. — Эквивалентная индуктивность системы «одновитковый соленоид—соосный замкнутый экран» с учетом поверхностного эффекта	38	Самойлов А. Я., Филатов А. И. — Выбор мощностей тепловых электростанций и чисел часов их использования при перспективном проектировании энергосистем	83
Михайлов В. М. — Переходный процесс в электрической цепи с одновитковой катушкой из массивного провода, содержащей сердечник	41	Рoubичек О. — Система регулируемого линейного низкочастотного колебательного электропривода	86
Подрез В. М. — Намагничивающая сила симметричных многофазных обмоток с максимальным распределением	44	СООБЩЕНИЯ	
Чиликин М. Г., Сандлер А. С., Гусицкий Ю. М., Суптель А. А. — Характеристики бесколлекторной машины постоянного тока с компенсационной обмоткой	47	Розенфельд А. С. — К расчету переходных процессов при скачках индуктивностей и емкостей	88
Хожайнов А. И., Кузнецов С. Е., Рыскина Н. Б. — Исследование кондукционного линейного электродвигателя с жидкометаллическим токоподводом	51	Чабан В. И. — Расчет переходных процессов неавтополусных машин с учетом насыщения	90
		Афанасьев В. В., Добрянская Н. А. — Математические модели процесса восстановления электрической прочности между контактами	91

CONTENTS

Some Questions of Phase Control of Power System Operating Conditions — V. M. Cheban	1	How Technological Deviations in the Parameters of an Induction Motor Influence the Process of Coming Up to Speed — U. I. Kravchenko, V. N. Bilan, K. N. Vakulenko	56
Optimizing the Parameters of a Two-Link Medium-Voltage Urban Network — A. A. Glazunov, U. L. Mrzel, L. A. Kondakova, O. A. Kondakov	5	A Separate Electric Drive for the Main Rollers in a Cold Rolling Mill — A. S. Filatov, V. K. Khotulev	59
Corona Discharge at the Sub-Conductors of Transmission Lines — N. P. Emelyanov, A. S. Semenov	8	Arc-Backs in a Compensated Inverter — G. A. Nikolaev	62
Selecting the Point of the Lightning Stroke — E. M. Bazelian	15	A Spectral Method for Analysing Errors in Single-Phase Induction Phase Rotators — R. N. Romashkin	65
The Protective Properties of Elements in Electric Machine Lightning Protection Circuits — I. D. Pechenkin	19	On Errors in Numerical Methods for Circuit Calculations — U. S. Mochulski, L. A. Sinitski	73
The Arc in Insulating Slits of Variable Section — O. B. Bron, B. A. Liarski, U. V. Kuklev	24	Electric Machine Sources for Power Surges — G. A. Sipailov, A. V. Loos	77
Calculating the Potentials in a Rectangular Spatial System of Spherical Elements Located in an Uniform External Field — S. T. Tolmachev	30	FROM OPERATING EXPERIENCE	
Calculating Stationary Electric, Magnetic and Temperature Fields in Complex Regions Filled with a Non-Homogeneous Medium — N. I. Tenetko, I. J. Cheremisov	33	How the Braking Resistance Influences Out-of-Step Conditions of an Intensively Used Turbogenerator — F. L. Kogan	80
The Equivalent Inductance of a «Single-Turn Solenoid and Concentric Closed Sheath» With Account Taken of Skin Effect — M. I. Baranov, I. V. Biely, L. T. Khimenko	38	Determining the Capacity of Thermal Power Stations and the Number of Hours It is Used Annually in Perspective Power System Planning — A. J. Samoilov, A. I. Filatov	83
Transients in a Circuit With a Solid-Wire Single-Turn Coil Having a Core — V. M. Mikhailov	41	A Controlled Linear Low-Frequency Oscillatory Electric Drive — O. Roubicek	86
The Magnetizing Force of Symmetrical Multi-Phase Windings With Maximum Distribution — V. M. Podrez	44	REPORTS	
The Characteristics of a Commutatorless D. C. Machine With Compensating Winding — M. G. Chilikin, A. S. Sandler, U. M. Gusiatski, A. A. Suptel	47	On Calculating Transients for Jumps in Inductances and Capacitances — A. S. Rosenfeld	88
A Study of a Conduction Linear Motor With Molten Metal Conductor — A. I. Khodjainov, S. E. Kuznetsov, N. B. Riskina	51	Calculating Transients in Round-Rotor Machines With Account Taken of Saturation — V. I. Chaban	90
		Mathematical Models for Electrical Withstand Strength Recovery Between Contacts — V. V. Afanaciev, N. A. Dobrianskaya	91

УДК 621.311.004.13

Некоторые вопросы фазового управления режимами электрических систем. Чебан В. М. — «Электричество», 1974, № 10.
Рассматриваются физические представления фазового управления в электрических системах и вопросы алгоритмизации такого управления. Уточняется выражение комплексного коэффициента трансформации. Приводятся векторные диаграммы электрической системы при фазовом управлении переходными процессами. Излагается алгоритм определения в матричной форме обобщенных параметров электрической системы при фазовом воздействии. Библ. 13.

УДК 621.316.1(—21).001.24

Оптимизация параметров двухзвеньевой городской электрической сети среднего напряжения методом критерияльного программирования. Глазунов А. А., Мрзель Ю. Л., Кондакова Л. А., Кондаков О. А. — «Электричество», 1974, № 10.
На примере двухзвеньевой распределительной сети среднего напряжения рассматривается применение метода критерияльного программирования для оптимизации расположения распределительного пункта и номинальных параметров питающих и распределительных линий. Конкретный количественный анализ выполнен для городской электрической сети 10 кВ при плотности нагрузки от 5 до 20 Мвт. Библ. 11.

УДК 621.315.1.015.532

Коронный разряд на расщепленных проводах линий электропередачи. Емельянов Н. П., Семенов А. С. — «Электричество», 1974, № 10.
Рассмотрено решение интегрального уравнения движения объемного заряда при короне на расщепленных проводах, из которого выводится критерии подобия. Для расчетов предлагается обобщенная характеристика потерь мощности при общей короне на проводах, построенная в координатах, определяемых наиболее сильно влияющими критериями подобия. Дается метод, позволяющий учитывать поправки в расчетах потерь на корону при вариации других, менее сильно влияющих параметров. Указано направление исследований, позволяющих уточнить критерии подобия для расщепленных проводов, которое может быть реализовано при накоплении экспериментальных данных по потерям мощности при общей короне. Библ. 10.

УДК 621.316.98

Выбор точки удара разрядом молнии. Базелян Э. М. — «Электричество», 1974, № 10.
На основе экспериментальных исследований ориентировки длинной искры рассмотрен возможный механизм выбора траектории разрядом молнии. Развита представления о хронологической последовательности ориентирования канала в направлении системы заземленных электродов и выбора точки удара внутри системы.
Рассмотрено влияние встречного разряда на выбор точки удара. Высказаны соображения относительно возможностей активных управлений воздействий на молнию.
Оценена пригодность лабораторных модельных испытаний для систем молниезащиты с активным воздействием на разряд молнии. Библ. 11.

УДК 621.316.933:621.313

Защитные свойства элементов схем грозозащиты электрических машин. Печенкин И. Д. — «Электричество», 1974, № 10.
Для обеспечения надежной грозозащиты машин, связанных непосредственно с воздушными линиями, создаются схемы грозозащиты, включающие в себя ряд защитных элементов на шинах станций и подходе. Наряду с этим при разработке защитных схем необходимо учитывать и индивидуальные особенности сети, повышающие надежность разрабатываемых схем. Защитные свойства некоторых из элементов таких, как кабельные вставки, противовесы, грозозащитные устройства соседних подстанций сети, в настоящее время остаются еще не полностью выясненными. В статье исследование защитных свойств указанных элементов выполнено на реальном защитном подходе и анализаторе грозозащиты. Показано, что высокими защитными свойствами кабельная вставка обладает лишь в случае глухого замыкания жил с оболочкой на ее входе, т. е. в месте соединения кабельной вставки с воздушной линией. Грозозащитные устройства подстанции, расположенной на противоположном конце линии эффективно участвуют в отводе тока молнии и в 2—5 раз повышают показатель грозоустойчивости схем грозозащиты. Библ. 6.

УДК 621.316.542.064.42

Электрическая дуга в изоляционных щелях переменного сечения. Брон О. Б., Лярский Б. А., Куклев Ю. В. — «Электричество», 1974, № 10.
Излагаются результаты экспериментальных и теоретических исследований явлений, которыми сопровождается переход дуги из широкой щели в узкую. Установлено, что перед движущейся дугой возникают волны повышенного давления, испытывающие отражение и преломление в месте перехода. Рассматривается действие волн с прямоугольной и косугольной формами фронта, а также ударных волн. Определяются места замедленного движения дуги. Рассматриваются силы, необходимые для деформации дуги при вхождении в узкую щель, и причины, вызывающие ее повторное зажигание после выхода из узкой щели. Библ. 7.

УДК 621.396.671:621.3.011.5

Расчет потенциала в прямоугольной пространственной системе электрических элементов, помещенных во внешнее однородное поле. Толмачев С. Т. — «Электричество», 1974, № 10.
В статье рассматривается обобщение известной задачи о сферах, рассмотренной Релеем. Показано, что значение потенциала в произвольной точке пространства может быть в общем случае сведено к решению бесконечной линейной системы алгебраических уравнений. Коэффициенты этой системы уравнений выражаются через числовые ряды, имеющие высокую скорость сходимости. Найдены общие выражения для этих рядов, а также вычислены их значения для некоторых важных практических случаев. Приведен пример определения потенциала из решения конечной системы третьего порядка. Библ. 12.

УДК 621.313.001.57

Расчет стационарных электрических, магнитных и температурных полей в сложных областях, заполненных неоднородной средой. Тенстко Н. И., Черемисов Н. Я. — «Электричество», 1974, № 10.
Приведены две модификации метода сеток, приспособленные для расчета (с использованием косугольной сетки) двухмерных стационарных электрических, магнитных и температурных полей в областях, имеющих сложную форму границы и заполненных неоднородным веществом с непрерывно или скачкообразно меняющимися свойствами, а также с нелинейными характеристиками.
Приведен пример расчета распределения магнитного поля с использованием предложенных методов. Библ. 3.

УДК 621.3.011.3.014.12.001.24

Эквивалентная индуктивность системы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» с учетом поверхностного эффекта. Баранов М. И., Белый И. В., Хименко Л. Т. — «Электричество», 1974, № 10.
Выполнен приближенный расчет средних значений эквивалентной индуктивности системы «одновитковый соленоид — соосный замкнутый экран» за первый полупериод тока колебательного разряда конденсаторной батареи для различных геометрических форм с учетом поверхностного эффекта. При расчете использованы теория поля и метод подсчета индуктивности, основанный на вычислении внешнего и внутреннего потокоцеплений системы. Библ. 14.

УДК 621.3:538.3

Переходный процесс в электрической цепи с одновитковой катушкой из массивного провода, содержащей сердечник. Михайлов В. М. — «Электричество», 1974, № 10.
Предложена методика анализа переходного процесса в цепи одновитковой катушки из массивного провода, внутрь которой помещен сплошной или полый сердечник. Рассмотрен частный случай, когда поверхностный эффект в катушке проявляется резко. Решение задачи сводится к анализу переходного процесса в схемах с постоянными сосредоточенными параметрами, в которых как катушка, так и сердечник того или иного вида замещаются цепями из бесконечного числа индуктивностей и активных сопротивлений. В качестве примера рассмотрен разряд конденсатора на катушку, внутри которой находится сплошной сердечник. Приведены практические рекомендации по использованию предложенной методики. Библ. 12.

УДК 621.313.3.045.025.4.013.1

Намагничивающая сила симметричных многофазных обмоток с максимальным распределением. Подрез В. М. — «Электричество», 1974, № 10.
Намагничивающая сила симметричных многофазных дробных обмоток с максимальным распределением представлена в работе рядом Фурье, коэффициенты которого записаны единым выражением и совпадают с обмоточными коэффициентами, полученными в частных случаях для э. д. с. в зависимости от четности или нечетности знаменателя числа пазов на полюс и фазу (числа пазов на полюсно-фазную группу) и от размера полюсно-фазной зоны (m -зонные и $2m$ -зонные обмотки).

УДК 621.313.17

Исследование кондукционного линейного электродвигателя с жидкометаллическим токоподводом. Хожанов А. И., Кузнецов С. Е., Рыскина Н. Б. — «Электричество», 1974, № 10.
Приводятся теоретические и экспериментальные исследования кондукционного линейного электродвигателя независимого возбуждения с жидкометаллическим токоподводом при питании его от источника постоянного напряжения через понижающий трансформатор. Нелинейная система исходных уравнений решена методом кусочно-линейной аппроксимации кривой намагничивания трансформатора, соответствующей частному гистерезисному циклу, в предположении ламинарного режима течения жидкого металла в канале двигателя. Библ. 6.

УДК 621.313.333.001.4

Влияние технологических отклонений параметров асинхронного двигателя на процесс разгона. Кравченко Ю. И., Билай В. Н., Вакуленко К. Н. — «Электричество», 1974, № 10.
Исследуется влияние технологических отклонений параметров двигателя на максимальный момент, соответствующий статической и динамической характеристикам, ударный момент и время разгона при пуске холостую. Интервал технологических отклонений параметров установлен на основании статистического исследования 120 двигателей АО2-41-4. Переходные процессы моделируются на АБМ. Для повышения эффективности исследования применяется статистическое планирование эксперимента. Результаты такого исследования могут использоваться для установления норм при контроле качества асинхронных двигателей по динамическим характеристикам. Библ. 6.

УДК 62-83:621.771.2

Индивидуальный электропривод опорных валков стана холодной прокатки. Филатов А. С., Хотулев В. К. — «Электричество», 1974, № 10.
Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования индивидуального электропривода опорных валков стана холодной прокатки. Определены критерии и пределы допустимого изменения относительных скоростей верхней и нижней приводных валков и моментов двигателей, при которых процесс прокатки протекает без пробуксовок. Предложена методика расчета статических режимов. Получены уравнения движения системы привода при различных коэффициентах связи между верхней и нижней системами валков.

Опрокидывание компенсированного инвертора. Николаев Г. А. — «Электричество», 1974, № 10.

Исследуется аварийный режим опрокидывания трехфазного мостового инвертора с конденсаторами, включенными последовательно между трансформатором и вентильным мостом. Показано, что эффективным способом ограничения перенапряжений на силовых конденсаторах является включение конденсаторов параллельно с реактором, обладающим нелинейной характеристикой намагничивания.

Разработана методика исследования на АВМ переходных процессов при опрокидывании инвертора с конденсаторами и реакторами в главной цепи. Правильность моделирования переходных процессов подтверждена экспериментальными исследованиями аварийных режимов в компенсированном инверторе мощностью 7000 кВт. Библ. 11.

УДК 621.314.252.001.24

Спектральный метод анализа погрешностей однофазных индукционных фазовращателей. Ромашкин Р. Н. — «Электричество», 1974, № 7.

Анализируется влияние конструктивных и технологических факторов на характер выходного сигнала однофазного и индукционного фазовращателя. Исследование базируется на представлении фазовращателя в виде системы с переменными параметрами, зависящими от времени.

Показано, что выходной сигнал реального фазовращателя может быть представлен в виде суммы бесконечного числа пространственных гармоник. Получены аналитические выражения для результирующей угловой ошибки фазовращателя. Кратко изложены некоторые результаты экспериментального исследования. Высказываются соображения по использованию предложенного метода анализа погрешностей фазовращателей. Библ. 5.

УДК 621.372:518.5

О погрешности численных методов при расчете электрических цепей. Мочульский Ю. С., Синицкий Л. А. — «Электричество», 1974, № 10.

Для некоторых классов линейных цепей получены аналитические выражения, позволяющие оценивать погрешность численных методов интегрирования на конечном интервале времени. Показано, что погрешность не имеет тенденции к чрезмерному накоплению, а величина ее пропорциональна s -й степени шага интегрирования, где s — порядок применяемого метода.

Для нелинейных цепей приведены результаты численных экспериментов, из которых следует, что в первом приближении оценка интегральной погрешности может производиться по значениям погрешностей для линейных цепей. Библ. 4.

УДК 621.373.1

Электромашинные источники импульсной мощности. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. — «Электричество», 1974, № 10.

Анализ достигнутых уже в настоящее время результатов в разработке и применении электромашинных источников импульсной мощности подтверждает их большие возможности и приводит к необходимости поиска путей повышения эффективности использования огромных запасов кинетической энергии, накапливаемой во вращающихся массах ротора. Делается вывод о перспективности и необходимости дальнейшего развития методов электромашинного генерирования импульсных мощностей, что позволит решить проблему генерирования импульсных мощностей от десятков джоулей до сотен мегаджоулей при длительностях импульсов от единиц до сотен миллисекунд. Библ. 11.

УДК 621.313.322—81:013.8

Влияние гасительного сопротивления на асинхронный режим высокоиспользованного турбогенератора. Котан Ф. Л. — «Электричество», 1974, № 10.

На основании исследований, произведенных с помощью АВМ и экспериментально, показано, в какой мере величина гасительного сопротивления, на которое замыкается обмотка возбуждения турбогенератора при работе в асинхронном режиме, влияет на колебания скольжения, мощности и других параметров режима. Рекомендуется увеличение гасительного сопротивления высокоиспользованных турбогенераторов до десятикратного.

Уточнено распределение потерь в роторных контурах турбогенераторов с учетом неравномерной скорости его вращения в асинхронном режиме. Библ. 9.

УДК 621.311.1.003

Выбор мощностей тепловых электростанций и чисел часов их использования при перспективном проектировании энергосистем. Самойлов А. Я., Филатов А. И. — «Электричество», 1974, № 10.

Рассматриваются конкретные результаты по применению метода приведенного градиента для оптимизации развития электроэнергетической системы. Показаны условия, при которых этот метод может дать значительно более эффективные результаты, чем сочетание кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций и симплекс-метод. Библ. 5.

УДК 621.3.011.1

К расчету переходных процессов при скачках индуктивностей и емкостей. Розенфельд А. С. — «Электричество», 1974, № 10.

Дается обобщенная формулировка метода компенсации, на основе которой можно выполнять расчет переходных процессов после скачков сопротивлений, индуктивностей и емкостей, когда начальные запасы энергий в приращениях индуктивностей и емкостей отличны от нуля. Рассмотренная методика позволяет определять изображения напряжений и токов в переходном процессе непосредственно по току (напряжению) в прошлом режиме ветви, параметры элементов которой получают конечные приращения. Библ. 5.

УДК 621.313.018.782.3.001.24

Расчет переходных процессов неавтополусных машин с учетом насыщения. Чабан В. И. — «Электричество», 1974, № 10.

Приводятся нелинейные дифференциальные уравнения насыщенной неавтополусной машины, составленные относительно ее потокоцеплений и предназначенные для исследования переходных режимов машин с большим количеством электрических контуров. Теоретические результаты подтверждаются примером расчета, выполненным на ЦВМ. Библ. 4.

УДК 621.316.5

Математические модели процесса восстановления электрической прочности между контактами. Афанасьев В. В., Добрянская Н. А. — «Электричество», 1974, № 10.

Рассматриваются две математические модели процесса восстановления электрической прочности при различных длинах дуг в момент размыкания контактов. Получены аналитические зависимости среднего значения восстанавливающейся прочности в функции времени. Найдена зона разброса восстанавливающейся прочности.

Выполнена проверка соответствия предложенных моделей на экспериментальном материале. Получено хорошее согласие расчетов с экспериментом. Библ. 3.

ОПЕЧАТКА

В статье Держинского А. и др. «Расчет предельной емкости обмоток трансформаторов» № 7, 1974 г. на стр. 57 формулу (16) следует читать:

$$\dots \left[\dots \left(\frac{5n}{12} + \frac{1}{4n} \right) \right] - \frac{1}{2} (C'_1 + C'_2); \quad (16)$$

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (главный редактор), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: 103012 Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: 101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Л. М. Кузнецова

Сдано в набор 14/VIII 1974 г.

Формат 60×90¹/₈

Тираж 9 572 экз.

Подписано к печати 4/X 1974 г.

Печ. л. 12

Зак. 895

Т-16662

Уч.-изд. л. 15,26

Цена 80 коп.

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома, при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва М-114, Шлюзовая наб., 10.