

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



1973

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

Вологодская областная универсальная научная библиотека  
[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

4

## Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем

Кандидаты техн. наук В. С. ХАЧАТРЯН, О. А. СУХАНОВ

Задача определения  $Z$  обобщенных параметров больших энергосистем с математической точки зрения сводится к обращению неособенной матрицы узловых проводимостей. Существующая практика применения математических методов для обращения матрицы узловых проводимостей не оправдывает себя. Поэтому разработка новых методов построения  $Z$  обобщенных параметров современных больших энергосистем при ограниченности оперативной памяти и быстродействия ЦВМ является весьма актуальной. Для решения поставленной задачи перспективными являются методы разделения энергосистемы на ряд подсистем («диакоптика») и исследование их в отдельности с гарантией последующего объединения [Л. 1 и 2].

**Постановка задачи.** Рассматривается схема замещения энергосистемы, представляющая совокупность отдельных подсистем (рис. 1). Отдельные подсистемы связаны между собой  $N-1$  группами межсистемных ЛЭП. Каждая группа межсистемных связей соответственно состоит из  $H_1+1$ ,  $H_2+1$ , ...,  $H_{N-1}+1$  отдельных ЛЭП. Энергосистема имеет  $M+1$  узел, а с учетом базисного узла (БУ) —  $M$  узлов. Каждая подсистема имеет соответственно  $M_1$ ,  $M_2$ , ...,  $M_N$  узлов, при этом  $M=M_1+M_2+\dots+M_N$ . Предполагается, что для всех электрически связанных подсистем выбирается единственный базисный узел. Задача заключается в определении  $Z$  обобщенных параметров  $M$  узлов относительно выбранного БУ.

**Решение задачи.** Для установившегося режима уравнение состояний в матричной форме имеет вид:

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{Y} \dot{\mathbf{U}}. \quad (1)$$

Здесь  $\dot{\mathbf{I}}$  — столбцевая матрица узловых комплексных токов за исключением тока БУ;  $\dot{\mathbf{U}}$  — столбцевая матрица узловых комплексных напряжений относи-

тельно напряжения БУ;  $\mathbf{Y}$  — неособенная квадратичная матрица узловых проводимостей.

После обращения матрицы узловых проводимостей уравнение (1) представляется в виде:

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Z} \dot{\mathbf{I}}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Z}$  — неособенная квадратичная матрица узловых сопротивлений или  $\mathbf{Z}$  обобщенных параметров

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}. \quad (3)$$

Для дальнейших исследований схема энергосистемы после разрезания представлена на рис. 2. Принимается система индексов: для узлов заданной энергосистемы, как совокупность индексов отдельных подсистем

$$i, j = (i_1, j_1; i_2, j_2; \dots; i_N, j_N),$$

для противоположных узлов, появившихся после разрезания, как совокупность индексов соответ-

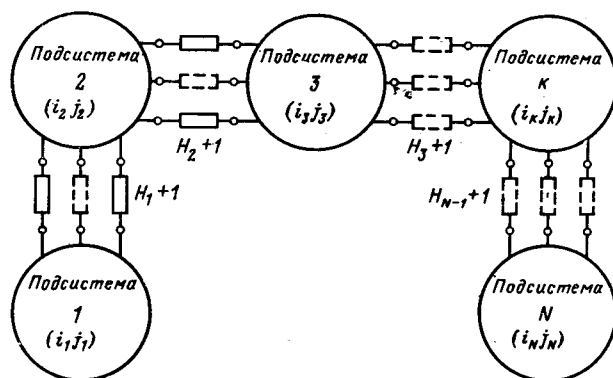


Рис. 1.



купность матриц проводимостей отдельных подсистем (рис. 3):

$$Y'_{ij} = \begin{pmatrix} Y'_{i1j1} & & \cdot & \\ & Y'_{i2j2} & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & \cdot & Y'_{injn} \end{pmatrix} \quad (21)$$

На структуру (21) влияет выбор БУ. Из удобства составления квазидиагональной матрицы узловых проводимостей разрезанной системы рекомендуется БУ выбирать в первой подсистеме и всегда приписывать ему нулевой индекс. Поскольку в дальнейшем необходимо обращать отдельные подматрицы полученной квазидиагональной матрицы узловых проводимостей, то необходимо обеспечивать неособенность этих подматриц. Представим (21) неособенными подматрицами, в результате получаем:

$$Y'_{ij} = \begin{pmatrix} Y'_{i1} & \cdot & Y'_{i1,M} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y'_{M1,1} & \cdot & Y'_{M1,M1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y'_{M1+2,M1+2} & \cdot & Y'_{M1+2,M1+M2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y'_{M1+M2,M1+2} & \cdot & Y'_{M1+M2,M1+M2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y'_{M_{N-1}+2,M_{N-1}+2} & \cdot & Y'_{M_{N-1}+2,M} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y'_{M-1,M_{N-1}+1} & \cdot & Y'_{M,M} \end{pmatrix} \quad (22)$$

Каждая неособенная матрица узловых проводимостей отдельных подсистем имеет порядок на единицу меньше общего числа узлов, не считая вновь появившихся.

3. Определяется квазидиагональная матрица  $Z$  обобщенных параметров или узловых сопротивлений разрезанной энергосистемы. Данная матрица устанавливается путем обращения отдельных подматриц квазидиагональной матрицы узловых проводимостей. В основе обращения этой матрицы принят метод [Л. 3]. Этот метод можно было принять для обращения неособенной матрицы более ограниченного типа. В работе проводится дальнейшее развитие метода применительно к обращению неособенной матрицы узловых проводимостей любой структуры. Важным при этом является составление исходной матрицы узловых сопротивлений дерева, исходя из заданной матрицы узловых проводимостей графа. Рассмотрим примеры.

1. Задан граф, состоящий из 13 вершин (рис. 4). После выбора БУ и приписывания ему нулевого индекса производится нумерация по порядку электрически связанных узлов. Последние номера приписываются узлам, связанным с базисным. Очевидно, такая нумерация подходит не всем графам (схемам). Однако исследование показало, что в большинстве случаев можно достичь такой нумерации.

Матрица узловых проводимостей заданной схемы принимает вид:

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{1,12} \\ 2 & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & Y_{33} & Y_{34} & 0 & 0 & 0 & Y_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{3,12} \\ 4 & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} & 0 & Y_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & Y_{55} & Y_{56} & Y_{57} & Y_{58} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & Y_{66} & Y_{67} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & Y_{77} & Y_{78} & Y_{79} & Y_{7,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & Y_{88} & Y_{89} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{8,12} \\ 9 & Y_{99} & Y_{9,10} & Y_{9,11} & Y_{9,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & Y_{10,10} & Y_{10,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & Y_{11,11} & Y_{11,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & Y_{12,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Если вместо диагональных элементов записать сумму соответствующих строк, то получаем:

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} Y_{01} & Y_{12} & Y_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{1,12} \\ 2 & 0 & Y_{23} & Y_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & Y_{34} & 0 & 0 & 0 & Y_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{3,12} \\ 4 & 0 & Y_{45} & Y_{46} & 0 & Y_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & Y_{46} & Y_{57} & Y_{58} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & Y_{67} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & Y_{78} & Y_{79} & Y_{7,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & Y_{89} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{8,12} \\ 9 & 0 & Y_{9,10} & Y_{9,11} & Y_{9,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & Y_{10,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & Y_{11,11} & Y_{11,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & Y_{12,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

Структура (24) показывает, что те диагональные элементы являются ненулевыми, которые находятся под номерами узлов, непосредственно связанных с базисным. Рядом с главной диагональю фигурирует параллельная диагональ без нулевых элементов. Это позволяет непосредственно построить одно из



Если написать вместо диагональных элементов сумму соответствующих строк, то получаем:

1	2	3										
1	$Y_{01}$	$Y_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	$Y_{23}$	0	0	$Y_{26}$	$Y_{27}$	0	0	0	0	0
		3	0	$Y_{34}$	0	0	0	0	0	0	0	0
			4	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{4,12}$	0
				5	$Y_{05}$	$Y_{56}$	0	0	0	0	0	0
					6	0	$Y_{67}$	0	$Y_{69}$	0	0	0
						7	0	0	$Y_{79}$	0	0	0
							8	$Y_{08}$	$Y_{89}$	0	0	0
								9	0	$Y_{9,10}$	0	0
									10	0	$Y_{10,11}$	0
										11	0	$Y_{11,12}$
											12	$Y_{0,12}$

(28)

В (28) имеются диагональные элементы под номерами 1, 5, 8, 12, соответствующие номерам узлов, которые имеют непосредственные связи с базисным. Логика движения по элементам для построения дерева графа  $01 \rightarrow 12 \rightarrow 23 \rightarrow 34 \rightarrow 0$  означает появление направления  $05 \rightarrow 56 \rightarrow 67 \rightarrow 0$ , затем  $08 \rightarrow 89 \rightarrow 9, 10 \rightarrow 10, 11$  до встречи индекса, узел которого соединен с БУ (например, номер 12). Полученное дерево на рис. 5 показано жирной линией. Диагональные элементы, соответствующие дереву матриц узловых сопротивлений определяются:

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= \frac{1}{Y_{01}}; \\ Z_{22} &= \frac{1}{Y_{01}} + \frac{1}{Y_{12}} = Z_{11} + \frac{1}{Y_{12}}; \\ \dots \dots \dots \\ Z_{44} &= \frac{1}{Y_{01}} + \frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_{23}} + \frac{1}{Y_{34}} = Z_{38} + \frac{1}{Y_{34}}; \\ \dots \dots \dots \\ Z_{12,12} &= \frac{1}{Y_{0,12}}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

В памяти вычислительной машины можно хранить диагональную матрицу, поскольку для каждой подматрицы все элементы, находящиеся вправо от диагональных, повторяются. Исследование показало, что при удачном выборе БУ можно достичь такой нумерации для схем любой сложности.

3. Задан граф, состоящий из 13 вершин (рис. 6). При выборе БУ и данной нумерации узлов нет возможности по порядку охватить все узлы, как это получилось в предыдущих двух случаях. Однако, если выбрать в качестве базисного узел 8, то можно установить нумерацию как и в предыдущих случаях. Для общности принята нумерация, показанная на рис. 6. Для этой схемы неособенная матрица узловых проводимостей будет:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	0	0	0	0	0	0	$Y_{1,9}$	$Y_{1,10}$	0	0
	2	$Y_{22}$	$Y_{23}$	0	$Y_{25}$	0	0	0	0	0	0	$Y_{2,12}$
		3	$Y_{33}$	$Y_{34}$	0	$Y_{36}$	0	$Y_{38}$	0	0	$Y_{3,11}$	0
			4	$Y_{44}$	$Y_{45}$	0	0	0	0	0	0	0
				5	$Y_{55}$	$Y_{56}$	0	0	0	0	0	0
					6	$Y_{66}$	0	0	0	0	0	0
						7	$Y_{77}$	$Y_{78}$	0	$Y_{7,10}$	$Y_{7,11}$	0
							8	$Y_{88}$	$Y_{89}$	0	0	$Y_{8,12}$
								9	$Y_{99}$	0	0	0
									10	$Y_{10,10}$	0	0
										11	$Y_{11,11}$	0
											12	$Y_{12,12}$

(30)

Вместо диагональных элементов в (30) подставим алгебраическую сумму соответствующих строк и в результате получим:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$Y_{01}$	$Y_{12}$	0	0	0	0	0	0	$Y_{19}$	$Y_{1,10}$	0	0
	2	0	$Y_{23}$	0	$Y_{25}$	0	0	0	0	0	0	$Y_{2,12}$
		3	0	$Y_{34}$	0	$Y_{36}$	0	$Y_{3,8}$	0	0	$Y_{3,11}$	0
			4	0	$Y_{45}$	0	0	0	0	0	0	0
				5	0	$Y_{56}$	0	0	0	0	0	0
					6	0	0	0	0	0	0	0
						7	$Y_{07}$	$Y_{78}$	0	$Y_{7,10}$	$Y_{7,11}$	0
							8	0	$Y_{89}$	0	0	$Y_{8,12}$
								9	0	0	0	0
									10	0	0	0
										11	0	0
											12	0

(31)

Для определения деревьев графа необходимо двигаться по цепочке:  $01 \rightarrow 12 \rightarrow 23 \rightarrow 34 \rightarrow 45 \rightarrow 56 \rightarrow 0 \rightarrow 07 \rightarrow 78 \rightarrow 89 \rightarrow 0$ . Приведенная цепочка элементов не определяет полностью построения дерева. Поэтому необходимо учесть те элементы, которые не охвачены данной последовательностью. При этом необходимо ориентироваться на элементы столбцов, номера которых соответствуют отмеченным узлам. В данном случае такими столбцами являются 10, 11 и 12. В столбце 10 элементы  $Y_{1,10}$  и  $Y_{7,10}$  показывают связь с узлами 1 и 7. Достаточно учесть один из них, например, более удобно только  $Y_{7,10}$ . Аналогичным образом подключаются элементы  $Y_{7,11}$  и  $Y_{8,12}$  из столбцов 7 и 12. Полученное дерево показано на рис. 6 жирными линиями. Те элементы, которые не были учтены в этих цепочках, являются главными элементами. В данном случае ими являются  $Y_{19}$ ,  $Y_{1,10}$ ,  $Y_{25}$ ,  $Y_{36}$  и  $Y_{38}$ ,  $Y_{3,11}$ . После этого трудно построить матрицу узловых сопротивлений дерева. В частности, для узлов 1—9 соответствующие сопротивления определяются аналогичным образом, как и в предыдущих случаях. Сопротивления для узлов 10—12 определяются исходя из того, с какими узлами они имеют непосредственные связи.



венному БУ:

$$\mathbf{Z}'_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{i1j1} & & \cdot & \\ & \mathbf{Z}'_{i2j2} & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \mathbf{Z}'_{iNjN} \end{bmatrix} \quad (34)$$

дельными подсистемами. При восстановлении разрезанных линий восстанавливается и исходная схема заданной энергосистемы. Из (4) видно, что только подматрица  $\mathbf{Z}'_{ij}$  составляется относительно основных узлов, а остальные подматрицы появляются в результате разрезания отдельных линий. В предыдущих пунктах был рассмотрен процесс построения матрицы  $\mathbf{Z}'_{ij}$ , представляемой в виде (34). Из конфигурации системы (рис. 3) нетрудно видеть, что  $\mathbf{Z}'_{ij}$  является полной, а не квазидиагональной:

# 5. Восстановление разрезанных ЛЭП между от-

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{11} & \cdot & \mathbf{Z}'_{1,M1} & \mathbf{Z}'_{1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{1,M1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{Z}'_{M1,1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} \\ \mathbf{Z}'_{M1,1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \mathbf{Z}'_{M1+1, M1+1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+1, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+1, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+1, M1+M2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{Z}'_{M1,1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+M2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{Z}'_{M1,1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M+1, M+1}^{N-1, N-1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M+1, M}^{N-1, M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{Z}'_{M1,1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1,M1} & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M1+M2, M1+M2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{M-1, M+1}^{N-1} & \cdot & \mathbf{Z}'_{MM} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Приведенная матрица (35) показывает, что пустые клетки, находящиеся вправо от первой подматрицы (34), заполняются элементами последнего столбца этой матрицы, а клетки ниже ее — элементами последней строки. Поскольку свободные клет-

ки заполняются известными элементами, то с точки зрения экономии памяти ЦВМ можно хранить данную матрицу в квазидиагональной форме (34). Исходя из вышеизложенного, матрицу комплексных коэффициентов уравнений представим в виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{i1j1} & & \cdot & \\ & \mathbf{Z}'_{i2j2} & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \mathbf{Z}'_{iNjN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{i1, \gamma 1} - \mathbf{Z}'_{i1, s1} \\ \mathbf{Z}'_{i2, \gamma 2} - \mathbf{Z}'_{i2, s2} \\ \cdot \\ \mathbf{Z}'_{iN, \gamma N} - \mathbf{Z}'_{iN, sN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{ij} & \mathbf{Z}'_{i\gamma} \\ \mathbf{Z}'_{i, \gamma} & \mathbf{Z}'_{i\delta\gamma} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{i1, \gamma 1} - \mathbf{Z}'_{i1, s1} & \mathbf{Z}'_{i2\gamma 2} - \mathbf{Z}'_{i2s2} & \cdot & \mathbf{Z}'_{iN, \gamma N} - \mathbf{Z}'_{iNsN} \end{bmatrix} = [(\mathbf{Z}'_{\delta\gamma} - \mathbf{Z}'_{\delta s}) - (\mathbf{Z}'_{i\gamma} - \mathbf{Z}'_{is})]$$

Построим дополнительные подматрицы выражения (36)  $\mathbf{Z}'_{i\gamma}$ ,  $\mathbf{Z}'_{i, \gamma}$  и  $\mathbf{Z}'_{\delta\gamma}$ . Поскольку  $\mathbf{Z}'_{i\gamma}$  получается непосредственно из  $\mathbf{Z}'_{ij}$ , следовательно, достаточно

построить лишь  $\mathbf{Z}'_{i\gamma}$  и  $\mathbf{Z}'_{\delta\gamma}$ . Обе матрицы можно построить исходя из  $\mathbf{Z}'_{ij}$ . Для построения  $\mathbf{Z}'_{\delta\gamma}$ , кроме  $\mathbf{Z}'_{ij}$ , учитываются и разрезанные линии.



Разность столбцов матрицы  $Z'_{ij}$ , номера которых соответствуют разрезанным линиям, дает соответствующий столбец  $Z'_{i\tau}$ .

Матрица  $Z'_{\delta\tau}$  строится из  $Z'_{i\tau}$  с учетом номеров узлов, связывающих разрезанные линии. Если при определении  $Z'_{i\tau}$  соответствующие узлы на  $Z'_{ij}$  были отмечены по строкам, то при определении  $Z'_{\delta\tau}$  из  $Z'_{i\tau}$  соответствующие ей узлы отмечаются по столбцам. При этом столбцовые элементы матрицы  $Z'_{\delta\tau}$  получаются как разность соответствующих элементов строк (с учетом индексов разрезанных линий) матрицы  $Z'_{i\tau}$ .

После установления  $Z'_{i\tau}(Z'_{i\tau}')$  следующим шагом является обращение матрицы  $Z'_{\delta\tau}$ , порядок которой равняется числу разрезанных линий. Данную матрицу можно обращаться одним из существующих методов.

**Пример.** Рассмотрим схему замещения энергосистемы, состоящей из десяти узлов. Сопротивления всех ЛЭП приведены к базисному напряжению 220 кв. После разрезания и нумерации узлов схема примет вид, показанный на рис. 7. Исходная квазидиагональная матрица узловых проводимостей имеет

следующую структуру:

$$Y'_{ij} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{|c|} \hline 0,0438 - \\ -j0,0723 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -0,0233 + \\ +j0,0392 \\ \hline \end{array} & 0 \\ \begin{array}{|c|} \hline 0,0538 - \\ -j0,0954 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -0,0301 + \\ +j0,0562 \\ \hline \end{array} & \\ 3 & \begin{array}{|c|} \hline 0,0404 - \\ -j0,0881 \\ \hline \end{array} & 5 & 6 \\ \begin{array}{|c|} \hline 0,0348 - \\ -j0,0537 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -0,0201 + \\ +j0,0285 \\ \hline \end{array} & 6 & 8 & 9 \\ \begin{array}{|c|} \hline 0,0629 - \\ -j0,0856 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0,0630 - \\ -j0,0851 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -0,0202 + \\ +j0,0280 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0,0349 - \\ -j0,0530 \\ \hline \end{array} \\ 8 & 9 & & \end{array} \end{array} \quad (37)$$

Неособенная матрица узловых проводимостей первой подсистемы составлена относительно БУ, второй относительно узла 4, а третьей относительно узла 7. После обращения подматрицы отдельных подсистем с помощью вышеизложенного метода и приведения их относительно исходного БУ получим квазидиагональную матрицу узловых сопротивлений рассматриваемой схемы замещения.

$$Z'_{ij} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{|c|} \hline 9,3162 + \\ +j15,9260 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 5,6488 + \\ +j11,2098 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 3,2561 + \\ +j7,5846 \\ \hline \end{array} & & & & & & \\ 2 & \begin{array}{|c|} \hline 10,3058 + \\ +j20,8572 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 5,9241 + \\ +j14,1120 \\ \hline \end{array} & & & & & & \\ & 3 & \begin{array}{|c|} \hline 7,6210 + \\ +j18,8510 \\ \hline \end{array} & 4 & 5 & 6 & & & \\ & & 4 & \begin{array}{|c|} \hline 13,3210 + \\ +j30,0510 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 13,3210 + \\ +j30,0510 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 13,3210 + \\ +j30,0510 \\ \hline \end{array} & & & \\ & & 5 & \begin{array}{|c|} \hline 23,6530 + \\ +j46,0360 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 16,7600 + \\ +j35,2300 \\ \hline \end{array} & & & & \\ & & 6 & \begin{array}{|c|} \hline 20,0770 + \\ +j39,4830 \\ \hline \end{array} & 7 & 8 & 9 \\ & & & 7 & \begin{array}{|c|} \hline 32,1770 + \\ +j64,8830 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 32,1770 + \\ +j64,8830 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 32,1770 + \\ +j64,8830 \\ \hline \end{array} \\ & & & 8 & \begin{array}{|c|} \hline 38,9330 + \\ +j74,1360 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 35,6160 + \\ +j70,0620 \\ \hline \end{array} \\ & & & 9 & \begin{array}{|c|} \hline 42,5090 + \\ +j80,8680 \\ \hline \end{array} & & \end{array} \end{array} \quad (38)$$

Из (38) определяем  $Z'_{i\tau}$ :

$$Z'_{i\tau} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \begin{array}{|c|} \hline 6,0601 + \\ +j8,3414 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -0,2753 - \\ -j2,9022 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -4,3649 - \\ -j11,2664 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -10,0647 - \\ -j22,4664 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -13,5039 - \\ -j27,6454 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -16,8209 - \\ -j31,8984 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -16,8209 - \\ -j31,8984 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -16,8209 - \\ -j31,8984 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -16,8209 - \\ -j31,8984 \\ \hline \end{array} \\ 2 & \begin{array}{|c|} \hline 2,3927 + \\ +j3,6252 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 4,3817 + \\ +j6,7452 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -1,6969 - \\ -j4,7390 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -7,3969 - \\ -j15,9390 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -17,7289 - \\ -j31,9240 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -10,8359 - \\ -j21,1180 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -10,8359 - \\ -j21,1180 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -10,8359 - \\ -j21,1180 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -10,8359 - \\ -j21,1180 \\ \hline \end{array} \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{|c|} \hline -3,4390 - \\ -j5,1790 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -6,7560 - \\ -j9,4320 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -18,8560 - \\ -j34,8320 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -22,2950 - \\ -j40,0110 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -29,1820 - \\ -j50,8170 \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array} \quad (39)$$

а из элементов матрицы (39) определяем  $Z'_{\delta\gamma}$ :

$$Z'_{\delta\gamma} = - \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 30,3810+ \\ +j53,4398 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13,2286+ \\ +j24,7437 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,7560+ \\ +j9,4320 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 35,4106+ \\ +j62,3992 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3,4390+ \\ +j5,1790 \end{bmatrix} & \\ & & \begin{bmatrix} 35,0880+ \\ +j68,9170 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (40)$$

С помощью (39) и (40) устанавливается дополнительная матрица:

$$\Delta Z'_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1,2249+ \\ +j1,2960 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,1488- \\ -j0,5243 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,9990- \\ -j1,8359 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2,1963- \\ -j3,6040 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2,7105- \\ -j4,2582 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -3,3277- \\ -j4,8820 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2,8549- \\ -j4,3406 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2,7345- \\ -j4,2369 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2,4903- \\ -j4,0187 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 0,6307+ \\ +j1,4065 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0,0009+ \\ +j0,6504 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,4484+ \\ +j0,3023 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1,7399- \\ -j1,5831 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,4176+ \\ +j0,6608 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,4298+ \\ +j0,5108 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,4371+ \\ +j0,4784 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -0,4511+ \\ +j0,4112 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 0,5793+ \\ +j2,3805 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,4121+ \\ +j4,7345 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,8141+ \\ +j5,6081 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2,3096+ \\ +j6,5210 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,9339+ \\ +j5,7651 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,8281+ \\ +j5,6114 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,6159+ \\ +j5,2907 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 3,7296+ \\ +j10,2121 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,6682+ \\ +j13,6728 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,7912+ \\ +j13,8474 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4,9296+ \\ +j12,3069 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4,6931+ \\ +j11,9968 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4,2173+ \\ +j11,3484 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 10,7904+ \\ +j21,4820 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9,0160+ \\ +j18,8915 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9,0828+ \\ +j18,8877 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9,0973+ \\ +j18,8848 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9,1273+ \\ +j18,8794 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 10,1264+ \\ +j19,9975 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11,1955+ \\ +j21,4109 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11,4735+ \\ +j21,6869 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12,0360+ \\ +j22,2661 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 16,6152+ \\ +j32,4144 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 18,1439+ \\ +j34,6515 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21,2106+ \\ +j39,3208 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 20,0056+ \\ +j37,2791 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23,7473+ \\ +j42,7659 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 28,8377+ \\ +j49,9669 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Суммируя (38) и (41), получаем искомую матрицу обобщенных параметров:

$$Z_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 8,0913+ \\ +j14,6300 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,7976+ \\ +j11,7341 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4,2551+ \\ +j9,4205 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,4524+ \\ +j11,1886 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,9666+ \\ +j11,8428 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,5838+ \\ +j12,4666 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,2110+ \\ +j11,9252 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,9906+ \\ +j11,8215 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,7464+ \\ +j11,6034 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 9,6751+ \\ +j19,4507 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,9232+ \\ +j13,4616 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,3725+ \\ +j13,8097 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,6640+ \\ +j15,6951 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,3417+ \\ +j13,4512 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,3539+ \\ +j13,6012 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,3612+ \\ +j13,6336 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,3752+ \\ +j13,7008 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 7,0417+ \\ +j16,4705 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,2089+ \\ +j14,1165 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,8069+ \\ +j13,2429 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,3114+ \\ +j12,3300 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,6871+ \\ +j13,0859 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5,7928+ \\ +j13,2396 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6,0051+ \\ +j13,5603 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 9,5914+ \\ +j19,8389 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,6528+ \\ +j16,3781 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,5298+ \\ +j16,2036 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8,3914+ \\ +j17,7441 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8,6279+ \\ +j18,0532 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9,1037+ \\ +j18,7014 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 12,8626+ \\ +j24,5540 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,7440+ \\ +j16,3385 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,6772+ \\ +j16,3423 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,6627+ \\ +j16,3452 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7,6326+ \\ +j16,3506 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 9,9506+ \\ +j19,4855 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8,8815+ \\ +j18,0721 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8,6035+ \\ +j17,7961 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 8,0410+ \\ +j17,2169 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 15,5618+ \\ +j32,4688 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 14,0331+ \\ +j30,2315 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10,9664+ \\ +j25,5621 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 18,9274+ \\ +j36,8569 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11,8687+ \\ +j27,2961 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 13,6713+ \\ +j30,9011 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (42)$$

На основании вышеизложенных методов составлены программы на ЦВМ «Урал-14Д». Используя только оперативную память машины, программы позволяют определить  $Z$  обобщенные параметры с применением принципа диакоптики, для схем различных структур, состоящих до 200 узлов.

Исследование показало, что при использовании полной возможности данной вычислительной машины, можно построить  $Z$  матрицы для схем с несколькими тысячами узлов.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Под ред. В. А. Веникова. Применение вычислительных машин в энергетике. М., «Энергия», 1968, с. 62—70.
2. Kron G. Diakoptics — The piecewise Solution of large scale Systems. London, Macdonald, 1963, p. 175.
3. Хачатрян В. С. Об одном методе обращения матриц, встречающихся в электротехнике. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1969, № 5, с. 105—108.

[1.6.1971]

УДК 621.314.228

## Исследование искажений и погрешностей в работе синусно-косинусных трансформаторов при различных импульсных воздействиях

Доктор техн. наук Ю. М. ПУЛЬЕР, кандидаты техн. наук Л. А. БАРАНОВ,  
Ю. А. ХОХЛОВ  
Москва

В настоящее время синусно-косинусные трансформаторы (СКТ) находят широкое применение в различных устройствах автоматики. Как правило, эти системы работают от источника синусоидального напряжения. Тем не менее, известны системы, в которых СКТ используются с иной формой напряжения питания. Среди этих систем — устройства преобразования «угол — напряжение — код», «угол — фаза — код», в которых СКТ может находиться под воздействием последовательности импульсов прямоугольной формы. Импульсная модуляция с синусоидальным заполнением появляется при работе группы СКТ-приемников от одного СКТ-датчика или преобразователя «код — напряжение» [Л. 1]. В этом случае каждый из СКТ-приемников поочередно подключается к СКТ-датчику или преобразователю и на вход СКТ-приемника поступает последовательность радиоимпульсов. При использовании СКТ в дистанционно-следящей системе радиально-круговой развертки луча локационного индикатора [Л. 2] на его роторную обмотку подается напряжение в форме пилообразных импульсов.

Рассмотренный круг технических задач определяет необходимость исследования работы СКТ при питании его импульсным напряжением различной формы.

В статье анализируются искажения формы импульсов на выходе СКТ в переходном и установившемся режимах, а также дополнительные искажения, обуславливаемые реальным разбросом электрических параметров обмоток СКТ.

При этом достаточно рассматривать два основных варианта использования СКТ в импульсных режимах: в режиме координатора, когда в результате преобразования получают два напряжения, изменяющиеся в функции угла поворота соответственно по синусному и косинусному законам, что соответствует процессу разложения плоского вектора, и в режиме построителя, который соответствует построению плоского вектора по двум составляющим

[Л. 2]. Форма напряжений на обмотках СКТ выбрана в соответствии с рассмотренными выше примерами устройств. Рассмотрим реакцию СКТ при подаче на его вход последовательности однополярных и разнополярных прямоугольных импульсов, пилообразных и радиоимпульсов.

Методика аналитического исследования основывается на представлении СКТ под импульсным воздействием разомкнутой амплитудно-импульсной системой (АИС) первого рода при допущении о линейности и симметрии элементов магнитной системы СКТ. Исследование искажений формы импульсов проводим вначале для идеального СКТ (без учета реальных разбросов параметров обмоток), а затем будем учитывать дополнительные погрешности, вызванные несимметрией электромагнитной системы. Передаточная функция разомкнутой АИС с произвольной формой импульсов имеет вид [Л. 3]:

$$\left. \begin{aligned} K^*(q, \varepsilon) &= \sum_{v=1}^l A_v \left[ e^{q\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} B_v(\lambda) d\lambda + e^{q_v} \int_{\varepsilon}^{\gamma} B_v(\lambda) d\lambda \right]; \\ 0 &\leq \varepsilon \leq \gamma \\ K^*(q, \varepsilon) &= \sum_{v=1}^l A_v e^{q_v} \int_0^{\gamma} B_v(\lambda) d\lambda, \\ \gamma &\leq \varepsilon \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $q = pT$  — параметр  $D$ -преобразования;

$$A_v = c'_{v0} \frac{e^{q_v \varepsilon}}{e^q - e^{q_v}}; \quad B_v(\lambda) = S_0(\lambda) e^{-q_v \lambda};$$

$c'_{v0}$  — коэффициенты, определяемые видом передаточной функции непрерывной части (в данном случае СКТ);  $S_0(\varepsilon)$  — представляет собой форму импульса на выходе импульсного элемента;  $\varepsilon = \frac{\Delta T}{T}$  — относительное смещение;  $\gamma = \frac{\tau}{T}$  — относительная длительность

ность импульса ( $\tau$  — длительность импульса,  $T$  — период повторения импульсов).

Первое уравнение системы (1) определяет передаточную функцию разомкнутой АИС в период импульса, второе — в период паузы.  $D$ -изображение сигнала на выходе системы при подаче на ее вход последовательности импульсов амплитуды  $x_0$

$$U^*(q, \varepsilon) = x_0 \frac{e^q}{e^q - 1} K^*(q, \varepsilon),$$

где  $\frac{e^q}{e^q - 1}$  — изображение единичного воздействия.

Отсюда, переходя к оригиналам, получаем выражение напряжения на выходе СКТ.

Для получения значений коэффициентов  $c'_{v0}$  рассмотрим дифференциальные уравнения, описы-

вающие электромагнитные процессы в СКТ-датчике при активной нагрузке [Л. 4]:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt}; \\ -M_{12} \frac{di_1}{dt} &= i_2 (r_2 + R_{н2}) + L_2 \frac{di_2}{dt}; \\ -M_{13} \frac{di_1}{dt} &= i_3 (r_3 + R_{н3}) + L_3 \frac{di_3}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $r_1, r_2, r_3, R_{н2}, R_{н3}$  — соответственно активные сопротивления обмоток СКТ и нагрузки;  $L_1, L_2, L_3$  — индуктивности соответствующих обмоток;  $M_{12}, M_{13}$  — коэффициенты взаимной индукции между роторной и статорными обмотками;

$$M_{12} = M_1 \cos \varphi_1; \quad M_{13} = M_1 \sin \varphi_1;$$

( $\varphi_1$  — угол поворота ротора).

Форма импульса и выражение для $S_0(\varepsilon)$	Аналитическое выражение напряжения на выходе СКТ
<p>Прямоугольный однополярный</p> $S_0(\varepsilon) = \begin{cases} T, & 0 \leq \varepsilon \leq \gamma \\ 0, & \gamma \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases}$	$u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - e^{q_v(1+\varepsilon-\gamma)}] - \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)}];$ $u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - e^{q_v(\varepsilon-\gamma)}] - \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)}]$
<p>Прямоугольный разнополярный</p> $S_0(\varepsilon) = \begin{cases} T, & 0 \leq \varepsilon \leq \gamma \\ -T, & \gamma \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases}$	$u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - 2e^{q_v(1+\varepsilon-\gamma)} + e^{q_v(1+\varepsilon-2\gamma)}] -$ $- \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - 2e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)} + e^{q_v(n+\varepsilon+2-2\gamma)}];$ $u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - 2e^{q_v(\varepsilon-\gamma)} + e^{q_v(1+\varepsilon+2\gamma)}] -$ $- \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v (1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - 2e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)} + e^{q_v(n+\varepsilon+2-2\gamma)}]$
<p>Пилообразный</p> $S_0(\varepsilon) = T\varepsilon, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$	$u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T x_0}{q_v^2 (1 - e^{q_v})} [(1 + q_v \varepsilon) (e^{q_v} - 1) - q_v e^{q_v \varepsilon}] - \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} T e^{q_v(n+\varepsilon)} x_0}{q_v^2 (1 - e^{q_v})} (e^{q_v} - 1 - q_v)$
<p>Радиои импульс</p> $S_0(\varepsilon) = \begin{cases} T \sin \bar{\omega} \varepsilon, & 0 \leq \varepsilon \leq \gamma \\ 0, & \gamma \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases}$ $\bar{\omega} = \omega T = \frac{2\pi m}{\gamma};$ $m = 1, 2, \dots$	$u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} \bar{\omega} T x_0}{(q_v^2 + \bar{\omega}^2)(1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - e^{q_v(1+\varepsilon-\gamma)} - \frac{1 - e^{q_v}}{\bar{\omega}} (q_v \sin \bar{\omega} \varepsilon +$ $+ \bar{\omega} \cos \bar{\omega} \varepsilon)] - \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} \bar{\omega} T x_0}{(q_v^2 + \bar{\omega}^2)(1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)}];$ $u[n, \varepsilon] = \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} \bar{\omega} T x_0}{(q_v^2 + \bar{\omega}^2)(1 - e^{q_v})} [e^{q_v \varepsilon} - e^{q_v(\varepsilon-\gamma)}] -$ $- \sum_{v=1}^l \frac{c'_{v0} \bar{\omega} T x_0}{(q_v^2 + \bar{\omega}^2)(1 - e^{q_v})} [e^{q_v(n+\varepsilon+1)} - e^{q_v(n+\varepsilon+1-\gamma)}].$

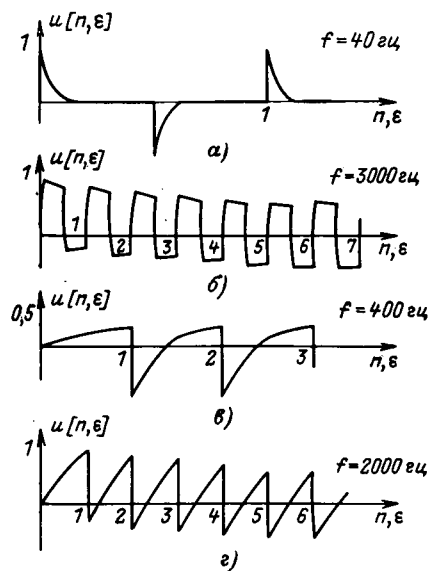


Рис. 1. Реакция СКТ на последовательность однополярных (а, б) и пилообразных (в, г) импульсов.

Из (2) можно получить передаточную функцию идеального СКТ-датчика для косинусной обмотки:

$$W_{\text{ид}}(q)_{\cos} = \frac{M_1 \cos \varphi_1 R_n T q}{(LL_1 - M_1^2)(q - q_1)(q - q_2)}, \quad (3)$$

где  $q_1, q_2$  — полюсы передаточной функции СКТ-датчика. Передаточная функция для синусной обмотки выражается аналогично и отличается только видом тригонометрической функции (вместо  $\cos \varphi_1$  будет  $\sin \varphi_1$ ). При этом согласно [Л. 3]

$$c'_{10.20} = \pm \frac{M_1 R_n T \cos \varphi_1}{(LL_1 - M_1^2)(q_1 - q_2)}. \quad (4)$$

Аналогично для СКТ-приемника

$$W_{\text{ид}}(q) = \frac{M_2 R_n T q \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{(LL_2 - M_2^2)(q - q_1)(q - q_2)}; \quad (5)$$

$$c'_{10.20} = \pm \frac{M_2 R_n T \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{(LL_2 - M_2^2)(q_1 - q_2)}.$$

Результирующие выражения напряжений на выходе СКТ, приведенные в таблице, позволяют оценить искажения формы импульсов, вносимые реактивными параметрами обмоток, после сравнения ее с формой импульсов на входе СКТ.

С целью получения численных результатов и экспериментальной проверки принятых допущений рассмотрены переходные и установившиеся процессы на выходе применяемых в настоящее время СКТ-265Д, СКТ-265Д8, СКТ-220-ИП. Для иллюстрации на рис. 1 построены кривые переходных процессов в косинусной обмотке СКТ-265Д, полученные в результате расчета при питании прямоугольными и пилообразными импульсами различной частоты. Экспериментальная проверка (рис. 2) показала удовлетворительную сходимость с результатами расчета (не хуже 10%).

Оценка переходного режима может быть определена его длительностью либо числом импульсов

при заданной частоте их следования. Оценки искажений формы импульсов в установившемся режиме определяются следующими показателями: для прямоугольных импульсов — «сколом» ( $d$ ) импульса [Л. 3] и относительной длительностью фронтов ( $\tau$ ), для пилообразных — коэффициентом нелинейности ( $\xi$ ) и относительной длительностью ( $\tau_0$ ) обратного хода. Зависимости расчетных (сплошная линия) и полученных экспериментально (пунктирная) значе-

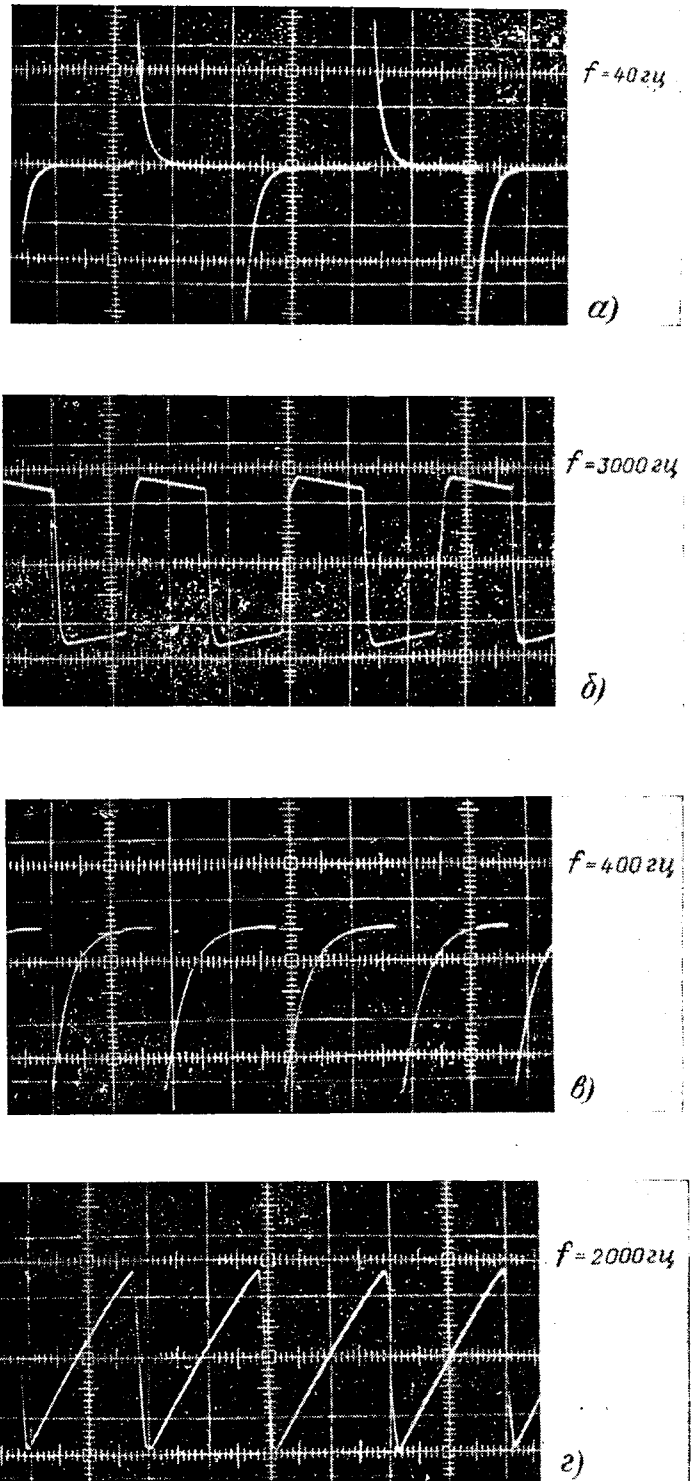


Рис. 2. Экспериментальные кривые.

ний величин  $d$ ,  $\tau$ ,  $\xi$ ,  $\tau_0$  от частоты приведены на рис. 3. Анализ этих зависимостей позволяет сделать следующие выводы. На малых частотах (до 400 гц) СКТ ведет себя как реальное дифференцирующее звено. С ростом частоты «скол» и коэффициент нелинейности импульсов уменьшается, относительная длительность фронта и обратного хода импульсов увеличивается. Зависимости, приведенные на рис. 3, дают возможность выбрать частоту исходя из требований к форме импульсов. Как следует из выражений для однополярных и разнополярных прямоугольных импульсов (таблица) при  $\gamma=0,5$  амплитуда выходного сигнала во втором случае в любой момент времени вдвое больше соответствующей амплитуды при входном сигнале в виде однополярных импульсов. Другими словами, выходные сигналы в обоих случаях отличаются только масштабом.

Из выражений для радиоимпульсов видно, что выходной сигнал СКТ состоит из последовательности радиоимпульсов, сдвинутых по фазе относительно входного сигнала, и наложенной на них реакции СКТ на воздействие прямоугольных однополярных импульсов с периодом повторения, равным периоду радиоимпульсов. Поскольку на таких частотах (при несущей 400 гц) СКТ является реальным дифференцирующим звеном (рис. 1, а), то эти искажения представляют собой два всплеска в начале и в конце радиоимпульса, которые заканчиваются за время, равное длительности полуволны несущей. Поэтому в этом случае можно практически считать, что СКТ пропускает радиоимпульсы без искажений.

Рассмотрим теперь влияние асимметрий фазных обмоток СКТ на работу его в импульсном режиме. Под асимметрией фазных обмоток СКТ понимают неодинаковость активных и индуктивных сопротивлений статорных обмоток датчика и приемника [Л. 5]. Общий вид аналитических выражений, описывающих изменение напряжения ошибки, аналогичен выражениям, приведенным в таблице. Разница будет только лишь в значениях корней передаточной функции СКТ и коэффициентов  $c'_{\nu 0}$ . Для определения корней и коэффициентов в уравнениях ошибок необходимо найти передаточную функцию ошибки СКТ от асимметрии статорных обмоток.

С этой целью введем вариации параметров СКТ. Допустим, что в уравнениях (2), описывающих электромагнитные процессы в СКТ-датчике,

$$r_3 = r_2 + \Delta r = r + \Delta r;$$

$$L_3 = L_2 + \Delta L = L + \Delta L.$$

Тогда передаточные функции для косинусной и синусной обмоток СКТ при наличии фазной несимметрии записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} W(q)_{\cos} &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T q [(RT + qL) + (\Delta r T + q \Delta L)] \cos \varphi_1}{(RT + qL) [(r_1 T + qL_1) (RT + qL) - M_1^2 q^2] + \{(\Delta r T + q \Delta L) [(r_1 T + qL_1) (RT + qL) - M_1^2 q^2 \cos^2 \varphi_1]\}}; \\ W(q)_{\sin} &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T q (RT + qL) \sin \varphi_1}{(RT + qL) [(r_1 T + qL_1) (RT + qL) - M_1^2 q^2] + \{(\Delta r T + q \Delta L) [(r_1 T + qL_1) (RT + qL) - M_1^2 q^2 \cos^2 \varphi_1]\}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $R = r + R_{\Sigma}$ .

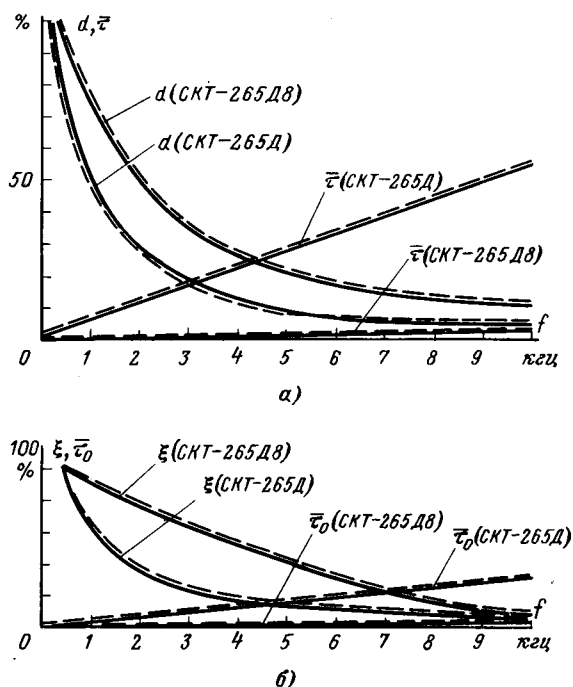


Рис. 3. Зависимости расчетных (—) и экспериментальных (---) кривых  $d$ ,  $\tau$ ,  $\xi$ ,  $\tau_0$  от частоты.

Величина, стоящая в фигурных скобках в знаменателе (6), является достаточно малой по сравнению с оставшейся. Пренебрегая ею, как это сделано в [Л. 5], и выделяя в (6) передаточную функцию идеального СКТ (3), можно получить передаточные функции ошибок от асимметрии для косинусной и синусной обмоток СКТ-датчика.

$$\begin{aligned} \Delta W(q)_{\cos} &= W(q)_{\cos} - W_{ид}(q)_{\cos} = \\ &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T q (\Delta r T + q \Delta L) \cos \varphi_1}{(RT + qL) [(r_1 T + qL_1) (RT + qL) - M_1^2 q^2]}; \\ \Delta W(q)_{\sin} &= 0. \end{aligned}$$

В этом случае выражения для  $\Delta u[n, \varepsilon]$  совпадают с выражениями, приведенными в таблице, причем  $q_{1,2}$  определяется из (3),  $q_3 = -\frac{r + R_{\Sigma}}{L} T$ , а коэффициенты  $c'_{\nu 0}$  равны:

$$\begin{aligned} c'_{10} &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T (\Delta r T + q_1 \Delta L) \cos \varphi_1}{(LL_1 - M_1^2) (q_1 - q_2) (q_1 - q_3)}; \\ c'_{20} &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T (\Delta r T + q_2 \Delta L) \cos \varphi_1}{(LL_1 - M_1^2) (q_2 - q_3) (q_2 - q_1)}; \\ c'_{30} &= \frac{M_1 R_{\Sigma} T (\Delta r T + q_3 \Delta L) \cos \varphi_1}{(LL_1 - M_1^2) (q_3 - q_1) (q_3 - q_2)}. \end{aligned}$$

Для СКТ-приемника передаточная функция

$$W(q) = \frac{M_2 R_H T q (rT + qL) \sin(\varphi_1 - \varphi_2) +}{(rT + qL) [(RT + qL_6)(rT + qL) - M_2^2 q^2] +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ M_2 R_H T q (\Delta rT + q\Delta L) \sin \varphi_2 \cos \varphi_1}{+ (\Delta rT + q\Delta L) [(RT + qL_6)(rT + qL) - M_2^2 q^2 \sin^2 \varphi_2]}.$$

Передаточная функция ошибки выходного напряжения СКТ-приемника от фазной несимметрии в согласованном положении датчика и приемника при тех же допущениях имеет вид:

$$\Delta W(q) = W(q) - W_{ид}(q) =$$

$$= \frac{M_2 R_H T (\Delta rT + q\Delta L) q \sin 2\varphi_1}{2L(LL_6 - M_2^2)(q - q_1)(q - q_2)(q - q_3)},$$

где  $q_{1,2}$  — определяются (5),  $q_3 = -\frac{r}{L} T$ .

$$\left. \begin{aligned} c'_{10} &= \frac{M_2 R_H T (\Delta rT + q_1 \Delta L) \sin 2\varphi_1}{2L(LL_6 - M_2^2)(q_1 - q_2)(q_1 - q_3)}; \\ c'_{20} &= \frac{M_2 R_H T (\Delta rT + q_2 \Delta L) \sin 2\varphi_1}{2L(LL_6 - M_2^2)(q_2 - q_3)(q_2 - q_1)}; \\ c'_{30} &= \frac{M_2 R_H T (\Delta rT + q_3 \Delta L) \sin 2\varphi_1}{2L(LL_6 - M_2^2)(q_3 - q_1)(q_3 - q_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

На рис. 4 и 5 представлены некоторые расчетные значения напряжения ошибок в установившемся режиме для СКТ-265Д и СКТ-265Д8 при нулевом рассогласовании и 10% вариации активных и индуктивных сопротивлений. Эта погрешность, выражающаяся в приращении амплитуды выходного сигнала, изменяется в зависимости от угла поворота как и основной сигнал по гармоническому закону. Максимальная расчетная относительная погрешность для косинусной обмотки СКТ-265Д для указанных выше

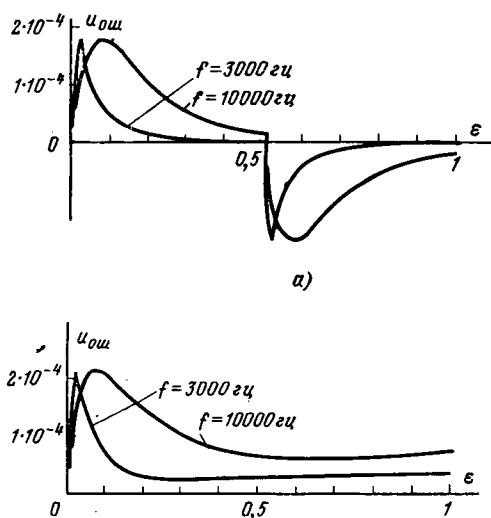


Рис. 4. Зависимости  $u_{ош}$  [ε] для СКТ-265Д.

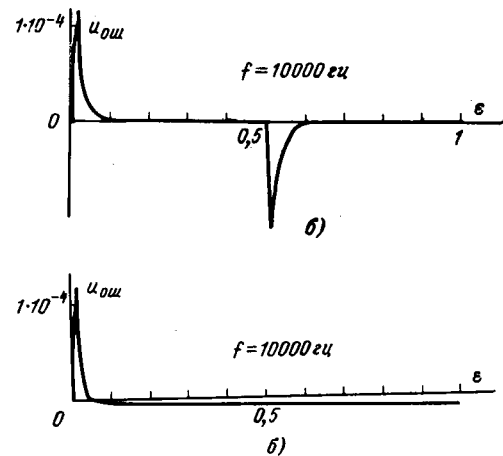


Рис. 5. Зависимости  $u_{ош}$  [ε] для СКТ-265Д8.

вариаций не превышает 4%. При рассогласовании в 90° эта погрешность равна нулю. Аналогичная погрешность для СКТ-265Д8 не превышает 0,1%.

Несимметрия фазных обмоток при работе СКТ в режиме построителя (при радиоимпульсном питании) вызывает появление напряжения ошибки на выходе СКТ-приемника, изменяющегося от угла поворота с двойной периодичностью. В этом случае условие равенства нулю выходного напряжения при согласованном положении датчика и приемника не выполняется.

Можно показать, что напряжение ошибки (выражения для  $\Delta u[n, \varepsilon]$  совпадают с выражениями для радиоимпульса, приведенными в таблице) без учета реакции СКТ на огибающую радиоимпульсов состоит из последовательности радиоимпульсов, являющихся линейной комбинацией трех синусоидальных величин:

$$u_{ош} = U_{ош} \sin(\omega T \varepsilon + \varphi_{ош}) = \sum_{v=1}^3 U_{ош v} \sin(\omega T \varepsilon + \varphi_v),$$

где

$$U_{ош v} = \frac{c'_{v0} T}{\sqrt{q_v^2 + \omega^2 T^2}} = \frac{c'_{v0}}{\sqrt{p_v^2 + \omega^2}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_v = \frac{\omega T}{q_v} = \frac{\omega}{p_v}.$$

Здесь  $c'_{v0}$  определяется выражениями (7). [Так как  $u_{ош}$  не зависит от периода повторения, а определяется только параметрами СКТ ( $p_v$ ), то напряжения ошибки при радиоимпульсном питании остается равным (в период импульса) соответствующему напряжению при питании СКТ синусоидальным сигналом. Указанное положение дает основание к использованию СКТ-приемника в импульсной измерительной следящей системе и построению дистанционно-измерительных следящих систем с большим числом приемников, работающих в режиме временного разделения [Л. 1].

Проведенные расчеты и экспериментальные исследования позволяют сделать вывод о справедливости математического описания процессов в СКТ при импульсном питании в виде разомкнутой ли-

нейной импульсной системы в рассмотренном диапазоне частот и при воздушных зазорах, соответствующих промышленно выпускаемым СКТ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пульер Ю. М., Баранов Л. А., Хохлов Ю. А. Временное разделение каналов в приборных дистанционно-следящих системах.— «Приборы и системы управления», 1972, № 5. с. 19—20.
2. Пульер Ю. М. Индукционные электромеханические эле-

менты вычислительных и дистанционно-следящих систем. М., «Машиностроение», 1964, 294 с.

3. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963, 968 с.

4. Пульер Ю. М., Баранов Л. А., Хохлов Ю. А. Исследование работы СКТ в импульсном режиме.— «Труды МИИТ», 1971, вып. 341, с. 164—173.

5. Ахметжанов А. А. Синхронно-следящие системы повышенной точности. М., Оборонгиз, 1962, 212 с.

[29.11.1972]



УДК 621.314.6:014.2

## Искажение формы напряжения сети при коммутации тока в мостовых выпрямителях

В. С. ВЫСОЧАНСКИЙ

Москва

Статические вентильные преобразовательные устройства (выпрямительные установки, преобразователи частоты с непосредственной связью и преобразователи частоты со звеном постоянного тока) обычно содержат один или несколько трехфазных мостовых выпрямителей. Работа каждого выпрямителя приводит к искажению формы кривой напряжения питающей сети, во-первых, из-за коммутационных процессов, связанных с переключением тока с вентилей одних фаз источника питания на вентили других его фаз, и, во-вторых, из-за изменения величины тока нагрузки.

Степень искажения формы кривой напряжения характеризуется коэффициентом гармоник (коэффициентом искажения синусоидальности):

$$k_{гq} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} U_{qi}^2}}{U_{q1}}, \quad (1)$$

где  $U_{q1}$  и  $U_{qi}$  — действующие значения соответственно 1 и  $i$ -й гармоник фазного или линейного напряжения в точке  $q$  сети (рис. 1).

В [Л. 1] показано, что при работе выпрямительных установок величина  $k_r$  не превосходит 5% только в случае, если мощность короткого замыкания сети превышает мощность нагрузки выпрямителя в десятки раз. С ростом мощностей преобразовательных устройств, особенно в автономных энергетических системах, указанное соотношение между мощностью источника питания и нагрузки в ряде случаев не может быть обеспечено, и потому величина  $k_r$  может существенно превышать общепринятую норму (5%).

При соизмеримости мощностей источника питания и нагрузки искажение напряжения сети в моменты коммутации вентилей становится столь значительным, что для ограничения величины  $k_{гq}$  допустимыми значениями в ряде случаев на входе преобразовательной установки подключают силовые фильтры, мощность которых превосходит мощность нагрузки [Л. 2]. В [Л. 1, 3 и 4], где рассмотрен гармонический состав искаженной кривой напряжения питающей сети, показано, что величины коммутаци-

онных провалов и всплесков напряжения сети зависят от сопротивлений сети и трансформатора или реактора, с помощью которых преобразовательное устройство подключено к сети, угла регулирования напряжения выпрямителя и тока его нагрузки. Представляет интерес установить влияние на величину  $k_{гq}$  каждой из названных величин в условиях, когда величина  $k_r$  на входе вентильной схемы существенно превышает 5%.

При исследовании приняты следующие допущения: сопротивление вентилей в проводящем состоянии равно нулю; сопротивление закрытых вентилей равно бесконечности; время перехода вентилей от закрытого состояния к открытому и наоборот равно нулю; активные сопротивления источника питания, сети, трансформаторов и реакторов равны нулю; все реактансы постоянны; напряжение сети и система управления вентилями симметричны; нагрузка неизменна. Индуктивность нагрузки настолько велика, что допустимо пренебречь пульсациями выпрямленного тока из-за пульсаций выпрямленного напряжения; при отключенных выпрямителях напряжение сети строго синусоидально.

На рис. 1 приведена однолинейная схема преобразовательной установки, состоящей из нескольких мостовых выпрямителей. Каждый выпрямитель подключен к сети через свой отдельный трансформатор или реактор. В общем случае входные напряжения выпрямителей, углы регулирования их вентилей  $\alpha$ , мощность нагрузки, а также реактансы, связывающие их с сетью, различны.

Сначала проанализируем работу только одного выпрямителя  $B1$  при отключенных других выпрями-

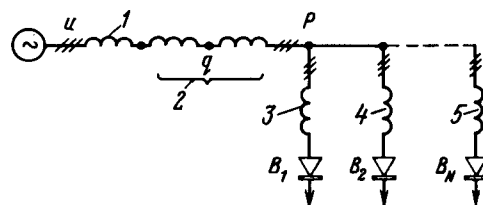


Рис. 1. Однолинейная схема преобразовательной установки. 1 — реактанс источника питания; 2 — реактанс сети; 3 (4, N) — реактанс трансформатора или реактора, которым выпрямитель  $B1$  ( $B2$ ,  $B_N$ ) подключен к сети.



телях. Поскольку ток нагрузки неизменный, искажение напряжения сети происходит только в течение времени коммутации вентилей, когда коммутирующие вентили образуют двухфазное короткое замыкание в сети. В эти интервалы времени линейное напряжение между коммутируемыми фазами на входе вентильной схемы равно нулю. В межкоммутационные интервалы времени падение напряжения во всех реактансах на входе вентильной схемы равно нулю. Следовательно, в межкоммутационные интервалы времени напряжение на входе вентильной схемы равно напряжению холостого хода трансформатора и меняется по тому же синусоидальному закону. В дальнейшем это напряжение будем называть исходной синусоидой.

На рис. 2 приведена кривая фазного напряжения на входе вентильной схемы. Из рисунка видно, что эта кривая может рассматриваться как результат сложения исходной синусоиды кривой фазного напряжения с кривыми коммутационных импульсов, образующих две последовательности импульсов. Импульсы одной последовательности возникают при коммутации рассматриваемой фазы с предыдущей фазой, а импульсы другой последовательности — при ее коммутации с последующей фазой. При изменении угла регулирования вершины импульсов обеих последовательностей перемещаются по синусоидальным траекториям, принимающим нулевые значения в точках естественного открывания вентилей. Мгновенные значения синусоидальных кривых, описывающих эти траектории, совпадают с мгновенными значениями коммутационных импульсов. Коммутационные импульсы максимальны на входе вентиль-

ной схемы и уменьшаются по мере приближения точек замера напряжения к источнику питания.

При постоянном токе нагрузки площадь коммутационных импульсов не зависит от величины угла регулирования, поэтому с высотой импульсов меняется их продолжительность. Угол коммутации  $\gamma$  в равной степени зависит от реактанса цепи коммутации и от тока нагрузки и потому является удобным параметром при исследовании величины коммутационных искажений. Его величина может быть найдена из уравнений:

$$\cos(\alpha + \gamma) = \cos \alpha + \cos \gamma_0 - 1; \quad (2)$$

$$\cos \gamma_0 = 1 - \frac{\sqrt{2} x'_\Sigma I}{\sqrt{3} U_0} = 1 - e_{\kappa \Sigma} \frac{I}{I_N}; \quad (3)$$

$$x'_\Sigma = x'_r + x'_\lambda + x'_1 + x_2, \quad (4)$$

где  $I$  — выпрямленный ток (ток нагрузки);  $I_N$  — номинальный ток нагрузки;  $\gamma_0$  — угол коммутации при  $\alpha = 0$ ;  $U_0$  — действующее значение неискаженной кривой фазного напряжения;  $x'_r$ ,  $x'_\lambda$ ,  $x'_1$  — индуктивные сопротивления генератора, линии передачи и первичной обмотки трансформатора, приведенные к напряжению вторичной его обмотки  $x_2$ ;  $x'_\Sigma$  — суммарное приведенное индуктивное сопротивление фазы на входе выпрямителя;  $e_{\kappa \Sigma}$  — напряжение короткого замыкания источника питания при коротком замыкании на входе выпрямителя.

Кривую искаженного фазного напряжения в точке  $q$  сети удобно рассматривать как сумму исходной синусоиды  $u_0$  и кривых обеих последовательностей коммутационных импульсов  $\Delta u_q$  и  $\Delta_2 u_q$  в этой точке сети:

$$u_q = u_0 + \Delta u_q + \Delta_2 u_q = u_0 + \Delta u_q, \quad (5)$$

где  $\Delta u_q$  — текущее значение суммарной кривой коммутационных импульсов в точке  $q$ .

Это позволяет выразить искомую величину  $k_{rq}$  непосредственно через высшие гармонические кривой коммутационных импульсов, расчет которых относительно прост:

$$k_{rq} = \frac{\sqrt{\sum_{i=5}^{\infty} U_{qi}^2}}{U_{q1}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=5}^{\infty} \Delta U_{qi}^2}}{U_{q1}} = \frac{\sqrt{\Delta U_q^2 - \Delta U_{q1}^2}}{U_{q1}}, \quad (6)$$

где  $\Delta U_{q1}$ ,  $\Delta U_{qi}$  — действующие значения соответственно 1-й и  $i$ -й гармоник суммарной кривой коммутационных импульсов;  $\Delta U_q$  — действующее значение кривой  $\Delta U_q$ ;  $i = 6n \pm 1$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ .

При этом

$$U_{q1} = \sqrt{U_0^2 + \Delta U_{q1}^2 + 2U_0 \Delta U_{q1} \cos \psi_{q1}}, \quad (7)$$

где  $\psi_{q1}$  — фазовый сдвиг 1-й гармоники кривой  $\Delta u_q$  относительно  $u_0$ .

Форма коммутационного импульса в точке  $q$  подобна форме коммутационного импульса на входе вентильной схемы, поэтому  $\psi_{q1} = \psi_1$ . Величина коммутационных импульсов на входе вентильной схе-

\* В симметричной трехфазной системе в кривых фазного и линейного напряжений отсутствуют все четные гармоники и все гармоники, кратные трем.

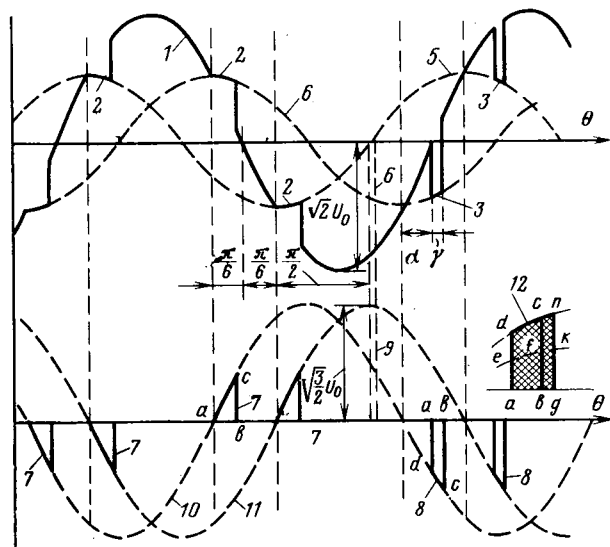


Рис. 2. Кривые напряжений.

1 — кривая фазного напряжения на входе выпрямителя в межкоммутационные интервалы времени; 2, 3, 4 — кривые фазного напряжения в моменты коммутации при постоянном токе нагрузки и  $\alpha$ , соответственно равном 0, 30 и 90°; 5 —  $\frac{U_0}{\sqrt{2}} \sin(\theta + 60^\circ)$ ; 6 —  $\frac{U_0}{\sqrt{2}} \sin(\theta - 60^\circ)$ ; 7, 8 и 9 — коммутационные импульсы напряжения при  $\alpha$ , соответственно равном 0, 30 и 90°; 10 — траектория 1-й последовательности коммутационных импульсов —  $\sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \sin(\theta - 150^\circ)$ ; 11 — траектория 2-й последовательности коммутационных импульсов —  $\sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \sin(\theta - 210^\circ)$ ; 12 — коммутационный импульс при одновременной коммутации тока в двух выпрямителях.

мы равна суммарному падению напряжения в источнике питания, линии передачи и входном трансформаторе, в связи с этим мгновенные и действующие значения коммутационных импульсов в точке  $q$  связаны с одноименными значениями коммутационных импульсов на входе вентильной схемы соотношениями:

$$\Delta u_q = \Delta u \frac{x'_q}{x'_\Sigma} = \frac{\Delta u}{\chi}; \quad (8)$$

$$\Delta U_{qi} = \frac{\Delta U_i}{\chi}, \quad (9)$$

где  $\Delta U_i$  — действующее значение  $i$ -й гармоники суммарной кривой коммутационных импульсов на входе выпрямителя;  $x'_q$  — входное сопротивление фазы в точке  $q$  сети, приведенное к фазному напряжению на входе выпрямителя;  $\Delta u$  — текущее значение суммарной кривой коммутационных импульсов на входе выпрямителя;  $\chi = \frac{x'_\Sigma}{x'_q}$ .

Решая совместно уравнения (6) — (9), получаем:

$$k_{rq} = \sqrt{\frac{\Delta U_q^2 - \Delta U_{q1}^2}{U_0^2 + \Delta U_{q1}^2 + 2U_0 \Delta U_{q1} \cos \psi_1}} = \frac{1}{\chi} \sqrt{\frac{\left(\frac{\Delta U}{U_0}\right)^2 - \left(\frac{\Delta U_1}{U_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Delta U_1}{\chi U_0}\right)^2 + 2 \frac{\Delta U_1}{\chi U_0} \cos \psi_1}}. \quad (10)$$

Смежные коммутационные импульсы обеих последовательностей импульсов равновелики, поэтому действующее значение суммарной кривой коммутационных импульсов на входе вентильной схемы

$$\begin{aligned} \Delta U^2 &= \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \left( \sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \right)^2 \sin^2 \theta d\theta = \\ &= \frac{3}{\pi} U_0^2 \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{\alpha}^{\alpha+\gamma} = \\ &= \frac{3}{2\pi} U_0^2 \{ \gamma - 0,5 [\sin 2(\alpha + \gamma) - \sin 2\alpha] \} = \\ &= \frac{3}{2\pi} U_0^2 \{ \gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma) \} \end{aligned} \quad (11)$$

и

$$\left( \frac{U}{U_0} \right)^2 = \frac{3}{2\pi} [\gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)]. \quad (12)$$

Величину  $\Delta U_1$  найдем путем разложения в ряд Фурье одной только первой последовательности коммутационных импульсов  $\Delta_1 u$ . Поскольку фазовый сдвиг между  $\Delta_1 u$  и  $\Delta_2 u$  равен  $60^\circ$ , то

$$\Delta U_1 = \sqrt{3} \Delta_1 U_1 = \sqrt{3} \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{\sqrt{2}},$$

где  $\Delta_1 U_1$  — действующее значение 1-й гармоники первой последовательности коммутационных импульсов  $\Delta_1 u$  на зажимах выпрямителя;  $a_1, b_1$  — коэффициенты Фурье для 1-й гармоники кривой  $\Delta_1 u$ :

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \Delta_1 u \cos \theta d\theta; \quad b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \Delta_1 u \sin \theta d\theta.$$

Фазовый сдвиг 1-й гармоники первой последовательности коммутационных импульсов  $\psi'_1$  относительно кривой, описываемой вершинами импульсов этой последовательности определяется как:

$$\operatorname{tg} \psi'_1 = \frac{a_1}{b_1}.$$

Имея в виду, что

$$\Delta_1 u = \sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \sin \theta \quad \text{при } \alpha \leq \theta \leq \alpha + \gamma$$

и

$$\Delta_1 u = 0 \quad \text{при } \begin{cases} 0 \leq \theta < \alpha \\ \alpha + \gamma < \theta \leq \pi \end{cases},$$

получим:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta = \\ &= \frac{U_0}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \sin 2\theta d\theta = \\ &= \frac{U_0}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} [\cos 2\alpha - \cos 2(\alpha + \gamma)] = \\ &= \frac{U_0}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \gamma \sin (2\alpha + \gamma); \\ b_1 &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \\ &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} U_0 \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{\alpha}^{\alpha+\gamma} = \\ &= \frac{U_0}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \{ \gamma - 0,5 [\sin 2(\alpha + \gamma) - \sin 2\alpha] \} = \\ &= \frac{U_0}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} [\gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \frac{3}{2\pi} U_0 \times \\ &\times \sqrt{\sin^2 \gamma \sin^2 (2\alpha + \gamma) + [\gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)]^2} = \\ &= \frac{3}{2\pi} U_0 \sqrt{\gamma^2 + \sin^2 \gamma - 2\gamma \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)} \end{aligned} \quad (15)$$

и

$$\frac{\Delta U_1}{U_0} = \frac{3}{2\pi} \sqrt{\gamma^2 + \sin^2 \gamma - 2\gamma \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)}. \quad (16)$$

Выражения (13) — (15) аналогичны выражениям, приведенным в [Л. 1] применительно к кривой линейного напряжения сети. Однако при анализе процессов в [Л. 1], где рассмотрены случаи, когда  $k_r \leq 5\%$ , эти выражения были упрощены, что в нашем случае делать недопустимо.

Как показано на рис. 2, огибающие 1 и 2-й последовательностей коммутационных импульсов отстают соответственно на углы  $150^\circ$  и  $210^\circ$  от кривой  $u_0$ . Поэтому 1-я гармоника суммарной кривой коммутационных импульсов обеих последовательностей отстает от исходной синусоиды на угол  $\psi_1$ , опреде-

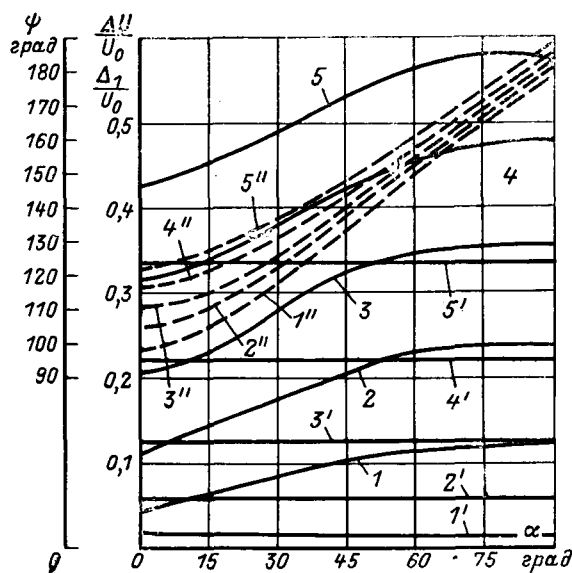


Рис. 3. Кривые напряжений.

1—5 — кривые зависимости  $\frac{\Delta U}{U_0}(\alpha)$  при  $\gamma$ , соответственно равном 10, 20, 30, 40 и 50°; 1'—5' — кривые зависимости  $\frac{\Delta U_1}{U_0}(\alpha)$  при  $\gamma_0$ , соответственно равном 10, 20, 30, 40 и 50°; 1''—5'' — кривые зависимости  $\psi(\alpha)$  при  $\gamma_0$ , соответственно равном 10, 20, 30, 40, и 50°.

ляемый по выражению:

$$\psi_1 = \frac{150 + 210}{2} - \psi'_1, \quad (17)$$

где

$$\operatorname{tg} \psi'_1 = \frac{a_1}{b_1} = \frac{\sin \gamma \sin (2\alpha + \gamma)}{\gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)}.$$

В соответствии с уравнениями (12), (16) и (17) на рис. 3 построены кривые  $\Delta U/U_0$ ,  $\Delta U_1/U_0$  и  $\psi_1$  в зависимости от  $\alpha$  и  $\gamma_0$ . Интересно, что при неизменной величине  $\gamma_0$  с изменением  $\alpha$  меняются только высшие гармонические кривой коммутационных импульсов. Величина  $\Delta U_1/U_0$  остается практически неизменной. С помощью кривых рис. 3 и уравнения (10) нетрудно определить величину  $k_{rq}$  при известных значениях  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\chi$ . Кривые  $k_r(\alpha, \gamma_0)$  при  $\chi=1$  (непосредственно на зажимах выпрямителя) приведены на рис. 4. Как следует из этих кривых, увеличение угла регулирования при заданном значении величины  $\gamma_0$  приводит к заметному увеличению искажения напряжения сети особенно при  $10 < \alpha < 60^\circ$ . (При работе выпрямителя в инверторном режиме наибольшее изменение величины  $k_r$  происходит при изменении  $\alpha$  в области  $115 < \alpha < 160^\circ$ ).

Расчеты показывают, что при увеличении индуктивного сопротивления между выпрямителем и интересующей нас точкой  $q$  сети, величина  $k_{rq}$  уменьшается, несмотря на увеличение угла коммутации и увеличение из-за этого величины  $k_r$ , поскольку величина  $\chi$  в этом случае растет быстрее величины  $k_r$ . Поэтому для уменьшения искажения напряжения в заданной точке сети целесообразно увеличивать сопротивление между этой точкой и входом вентильной схемы. Максимальная величина этого сопротивления будет ограничиваться снижающейся при этом величиной выпрямленного напряжения или

величиной  $k_r$ , чрезмерное увеличение которой может затруднить построение системы фазового управления выпрямителем.

Как следует из кривых рис. 3, при  $\gamma_0 < 10^\circ$  допустимо пренебречь величиной действующего значения 1-й гармоники суммарной кривой коммутационных импульсов по сравнению с величиной действующего значения всей кривой коммутационных импульсов и по сравнению с величиной  $U_0$ . В этом случае

$$k_{rq} = \frac{\Delta U}{\chi U_0} = \frac{0,69}{\chi} \sqrt{\gamma - \sin \gamma \cos (2\alpha + \gamma)}. \quad (18)$$

С помощью кривых рис. 4 на рис. 5 построены кривые  $k_r(\gamma_0)$  при различных значениях угла регулирования. В соответствии с этими кривыми и уравнением (4) на рис. 6 построена зависимость величины  $k_r$  от изменения относительной величины тока нагрузки  $I/I_n$  при  $\alpha=0$ . За величину  $I/I_n=1$  условно принята величина тока нагрузки, соответствующая величине  $e_{\kappa\sigma}=6\%$  ( $\gamma_0 \approx 20^\circ$ ). Поскольку при всех значениях  $\alpha$  закон изменения величины  $k_r(\gamma_0)$  близок к линейному, то кривые  $k_r(I/I_n)$  при  $\alpha \neq 0$  подобны кривой  $k_r(I/I_n)$  при  $\alpha=0$ . Кривая рис. 6 позволяет оценить величину искажения напряжения сети и при бесконечно медленном изменении тока нагрузки, т. е. при таком изменении тока, когда в межкоммутационные интервалы времени допустимо пренебречь отклонением величины входного напряжения выпрямителя от исходной синусоиды ввиду малости величины  $L'_\Sigma \frac{dI}{dt}$  по сравнению с величиной  $u_0$ , где  $L'_\Sigma = x'_\Sigma / 2\pi f$ . Поскольку в этом случае величина  $k_r$ , определенная для различных

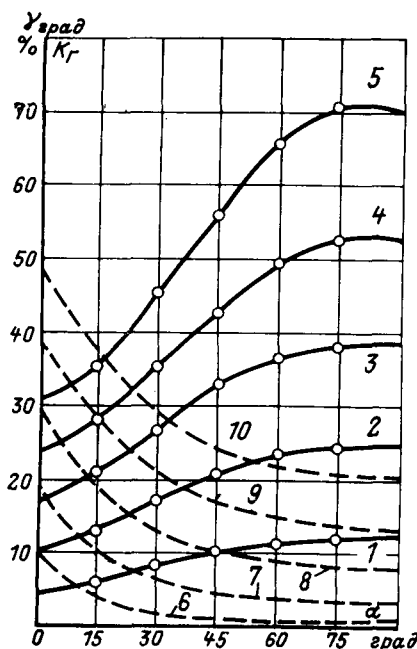


Рис. 4. Кривые зависимости коэффициента гармоник на входе трехфазного мостового выпрямителя и угла коммутации его вентилей от угла регулирования.

1—5 —  $k_r(\alpha)$  при  $\gamma_0$ , соответственно равном 10, 20, 30, 40 и 50°; 6—10 —  $\gamma(\alpha)$  при  $\gamma_0$ , соответственно равном 10, 20, 30, 40 и 50°.

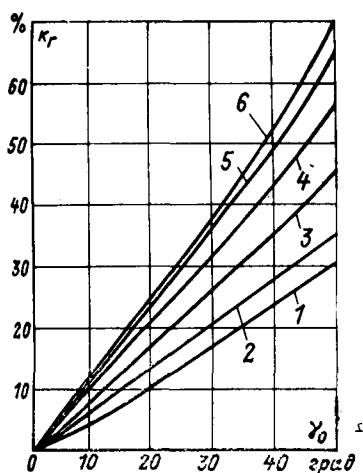


Рис. 5. Кривые зависимости коэффициента гармоник на входе трехфазного мостового выпрямителя от угла коммутации при  $\alpha=0$ .  
1—6 —  $k_r(\gamma_0)$  при  $\alpha=0, 15, 30, 45, 60$  и  $75^\circ$ .

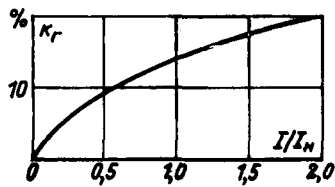


Рис. 6. Кривая зависимости  $k_r(I/I_n)$  при  $\alpha=0$ .

моментов времени оказывается величиной переменной, имеет смысл рассматривать величину  $k_r$  как некую усредненную величину  $k_{r.c.p.}$ . Этот термин, по-видимому, наиболее целесообразен для оценки искажения напряжения сети при периодическом изменении нагрузки выпрямителя, когда

$$k_r(t) = k_r(t + \tau); k_{r.c.p.} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau k_r(t) dt, \quad (19)$$

где  $\tau$  — период изменения тока нагрузки выпрямителя.

Как следует из рис. 6, величина  $\frac{dk_r}{d(I/I_n)}$  уменьшается при увеличении  $I/I_n$ . Поэтому, если ток нагрузки выпрямителя медленно меняется во времени по линейному закону, то величина коммутационного искажения сети, оцененная по средней величине тока нагрузки, будет несколько превышать фактическое значение величины  $k_{r.c.p.}$ , определенной по формуле (19).

Рассмотрим теперь совместную работу нескольких выпрямительных устройств, входные напряжения которых на холостом ходу одинаковы. Будем полагать, что мощность нагрузки каждого мостового выпрямителя существенно меньше мощности источника питания, нагрузка носит индуктивный характер и потому суммарное эквивалентное сопротивление источника питания и сети на входе каждого выпрямителя не зависит от того, включены или нет другие выпрямители.

Пусть углы регулирования вентилей выпрямителей и углы коммутации таковы, что коммутационные импульсы отдельных выпрямителей не накладываются друг на друга. В этом случае величина  $k_{r\Sigma q}$ , определяемая совместным действием всех выпрямителей, и в соответствии с определением величины  $k_r$ , оказывается равной:

$$k_r = \frac{\sqrt{\sum_{i=5}^{\infty} \Delta U_{\Sigma qi}^2}}{U_{\Sigma q1}}, \quad (20)$$

где  $\Delta U_{\Sigma qi}$  — действующее значение  $i$ -й гармоники суммарной кривой всех коммутационных импульсов в точке  $q$  сети;  $U_{\Sigma q1}$  — действующее значение 1-й

гармоники кривой фазного напряжения в точке  $q$  сети, искаженной коммутационными импульсами всех выпрямителей.

Подкоренное выражение формулы (20) удобно найти, как:

$$\sum_{i=5}^{\infty} U_{\Sigma qi}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \Delta u_{\Sigma q}^2 d\theta - \Delta U_{\Sigma q1}^2 \quad (21)$$

где  $\Delta u_{\Sigma q}$  — текущее значение суммарной кривой коммутационных импульсов всех выпрямителей в точке  $q$  сети. Величину  $\Delta u_{\Sigma q}$  найдем попарным объединением выпрямителей. Для двух выпрямителей

$$\Delta u_{\Sigma q} = \Delta u_{1q} + \Delta u_{2q}, \quad (22)$$

где  $\Delta u_{1q}$  ( $\Delta u_{2q}$ ) — текущее значение суммарной кривой коммутационных импульсов первого (второго) выпрямителя.

Тогда

$$\Delta u_{\Sigma q}^2 = \Delta u_{1q}^2 + \Delta u_{2q}^2 + 2\Delta u_{1q}\Delta u_{2q}.$$

Так как коммутационные импульсы выпрямителей во времени не совпадают, то

$$\Delta u_{1q}\Delta u_{2q} = 0 \quad (23)$$

и

$$\Delta u_{\Sigma q}^2 = \Delta u_{1q}^2 + \Delta u_{2q}^2.$$

В свою очередь

$$\begin{aligned} \Delta u_{\Sigma q1} &= \sqrt{2}\Delta U_{1q1} \sin(\theta + \psi_{11}) + \sqrt{2}\Delta U_{2q1} \sin(\theta + \psi_{21}) = \\ &= \sqrt{2}\Delta U_{\Sigma q1} \sin(\theta + \delta). \end{aligned}$$

и

$$\Delta U_{\Sigma q1} = \sqrt{\Delta U_{1q1}^2 + \Delta U_{2q1}^2 + 2\Delta U_{1q1}\Delta U_{2q1} \cos(\psi_{11} - \psi_{21})}, \quad (24)$$

где  $\Delta U_{1q1}$  ( $\Delta U_{2q1}$ ) — действующее значение 1-й гармоники кривой коммутационных импульсов первого (второго) выпрямителя в точке  $q$  сети;  $\psi_{11}$  ( $\psi_{21}$ ) — фазовый сдвиг 1-й гармоники кривой коммутационных импульсов первого (второго) выпрямителя относительно исходной синусоиды.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta U_{1q1} \sin \psi_{11} + \Delta U_{2q1} \sin \psi_{21}}{\Delta U_{1q1} \cos \psi_{11} + \Delta U_{2q1} \cos \psi_{21}}.$$

Решая совместно уравнения (21), (23) и (24), получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=5}^{\infty} \Delta U_{\Sigma qi}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\Delta u_{1q}^2 + \Delta u_{2q}^2) d\theta - \Delta U_{\Sigma q1}^2 - \\ &- 2\Delta U_{1q1}\Delta U_{2q1} \cos(\psi_{11} - \psi_{21}) = \Delta U_{1q}^2 + \Delta U_{2q}^2 - \\ &- \Delta U_{1q1}^2 - \Delta U_{2q1}^2 - 2\Delta U_{1q1}\Delta U_{2q1} \cos(\psi_{11} - \psi_{21}), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $\Delta U_{1q}$  ( $\Delta U_{2q}$ ) — действующее значение кривой коммутационных импульсов первого (второго) выпрямителя в точке  $q$  сети при работе соответственно только первого или только второго выпрямителя.

Подставляя (25) в (21), получим:

$$k_{r\Sigma q} = \frac{\sqrt{\Delta U_{1q}^2 + \Delta U_{2q}^2 - \Delta U_{1q1}^2 - \Delta U_{2q1}^2 - 2\Delta U_{1q1}\Delta U_{2q1} \cos(\psi_{11} - \psi_{21})}}{U_{\Sigma q1}}; \quad (26)$$

$$U_{\Sigma q1} = \sqrt{U_0^2 + \Delta U_{\Sigma q1}^2 + 2U_0\Delta U_{\Sigma q1} \cos \delta}. \quad (27)$$

Выражение (26) удобно записать в форме, аналогичной (10):

$$k_r = \sqrt{\frac{\left(\frac{\Delta U_{1q}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{2q}}{U_0}\right)^2 - \left(\frac{\Delta U_{1q1}}{U_0}\right)^2 - \left(\frac{\Delta U_{2q1}}{U_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0}\right)^2 + \frac{-2 \frac{\Delta U_{1q1}}{U_0} \frac{\Delta U_{2q1}}{U_0} \cos(\psi_{11} - \psi_{21})}{1 + \left(\frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0}\right)^2 + 2 \frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0} \cos \delta}}}. \quad (28)$$

На основании (28) и (23) нетрудно установить, что при одновременной работе нескольких выпрямителей суммарный коэффициент гармоник

$$k_r = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \left(\frac{\Delta U_{nq}}{U_0}\right)^2 - \sum_{n=1}^N \left(\frac{\Delta U_{nq1}}{U_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0}\right)^2 + \frac{-2 \sum_{\substack{m, n=1 \\ m \neq n}}^N \left(\frac{\Delta U_{mq1}}{U_0}\right) \left(\frac{\Delta U_{nq1}}{U_0}\right) \cos(\psi_{m1} - \psi_{n1})}{1 + \left(\frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0}\right)^2 + 2 \frac{\Delta U_{\Sigma q1}}{U_0} \cos \delta}}}. \quad (29)$$

где

$$\Delta U_{\Sigma q1} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \Delta U_{nq1}^2 + \sum_{\substack{m, n=1 \\ m \neq n}}^N \Delta U_{mq1} \Delta U_{nq1} \cos(\psi_{m1} - \psi_{n1})}; \quad (30)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sum_{n=1}^N \Delta U_{nq1} \sin \psi_{n1}}{\sum_{n=1}^N \Delta U_{nq1} \cos \psi_{n1}}, \quad m, n = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (31)$$

Величины, входящие в (28) и (29), могут быть найдены из кривых рис. 3 и формулы (9) в зависимости от величин  $\alpha$ ,  $\gamma_0$  и  $\chi$  каждого выпрямителя.

При  $\gamma_0 < 10^\circ$   $\Delta U_{\Sigma q1} \ll U_0$  и  $\Delta U_{nq1} \ll \Delta U_{nq}$ , поэтому допустимо принять  $U_{mq1} = U_{nq1} = U_0$  и пренебречь последним членом числителя формулы (29). Тогда (29) существенно упрощается и принимает вид:

$$k_{r\Sigma q} \approx \sqrt{\sum_{n=1}^N k_{rnq}^2}, \quad (32)$$

где  $k_{rnq}$  — коэффициент гармоник в точке  $q$  сети при работе одного  $n$ -го выпрямителя.

Если коммутационные импульсы отдельных выпрямителей полностью или частично совпадают по времени, то процесс выглядит несколько сложнее. Пусть фронты импульсов, управляющих вентилями двух мостовых выпрямителей, совпадают. Одновременная коммутация вентилях обоих выпрямителей будет происходить только при наличии коммутирующих напряжений на вентилях одноименных фаз каждого из выпрямителей, для чего их входные зажимы должны быть отделены от общей точки сети своими собственными реактантами. Обозначим:  $L'_p$  — общая для обоих преобразователей входная приведенная индуктивность одной фазы в точке  $p$  сети (рис. 1);  $L'_1, L'_2$  — приведенная индуктивность одной фазы сети на входе первого (второго) выпрямителя (индуктивность между точкой  $p$  и входными зажимами выпрямителя).

Пусть токи нагрузки выпрямителей равны соответственно  $I_1$  и  $I_2$ , а токи сети на их входе равны  $i_{A1}, i_{B1}, i_{C1}$  и  $i_{A2}, i_{B2}, i_{C2}$  (рис. 7). Согласно ранее принятым обозначениям

$$\frac{L'_1 + L'_p}{L'_p} = \gamma_1; \quad \frac{L'_2 + L'_p}{L'_p} = \gamma_2.$$

Уравнения коммутации при коммутации тока между фазами  $A$  и  $B$  будут иметь вид:

при работе одного выпрямителя  $B1$

$$2(L'_p + L'_1) \frac{di_{B1}}{dt} = 2L'_p \gamma_1 \frac{di_{B1}}{dt}; \quad (33)$$

при одновременной работе выпрямителей  $B1$  и  $B2$  при  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , так как

$$L'_1 \frac{di_{B1}}{dt} = L'_2 \frac{di_{B2}}{dt},$$

то

$$\begin{aligned} 2L'_p \frac{d(i_{B1} + i_{B2})}{dt} + 2L'_1 \frac{di_{B1}}{dt} &= \\ = 2L'_p \left(1 + \frac{L'_1}{L'_2}\right) \frac{di_{B1}}{dt} + 2L'_1 \frac{di_{B1}}{dt} &= \\ = 2L'_p \left(\gamma_1 + \frac{L'_1}{L'_2}\right) \frac{di_{B1}}{dt}. \end{aligned} \quad (34)$$

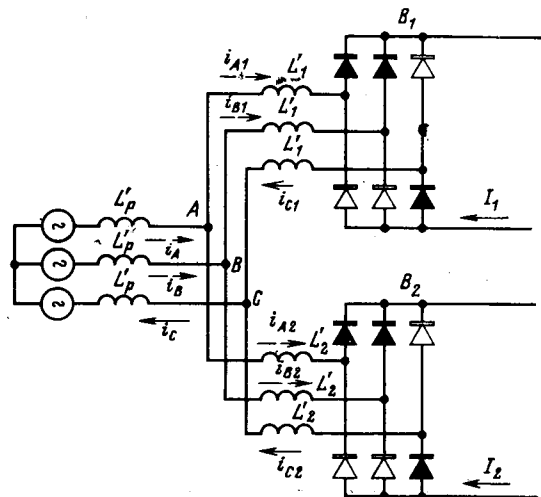


Рис. 7. Одновременная коммутация вентилях двух выпрямителей при коммутации токов с вентилями фазы  $A$  на вентили фазы  $B$ .

Сопоставляя уравнения (33) и (34), можно установить, что наложение коммутационных процессов выпрямителя В2 на коммутацию выпрямителя В1 эквивалентно увеличению тока нагрузки выпрямителя В1 в

$$M = 1 + \frac{L'_1}{\chi_1 L'_2} \text{ раз.} \quad (35)$$

Поскольку всегда  $\chi > 1$ , то при  $L'_1 = L'_2$   $M < 2$ . Совершенно очевидно, что если бы входные зажимы выпрямителей не были разделены реактантами, то при одновременном отпирании вентилей двух выпрямителей, нагруженных одинаковым током, величина  $k_{гс}$  определялась бы двойным током одного выпрямителя, а не  $M$ -кратным током, как это имеет место при  $L'_1 = L'_2 \neq 0$ .

Для расчета величины  $k_{гср}$  при  $L'_1 I_1 \neq L'_2 I_2$  удобно по формуле (2) определить величину угла  $\gamma$  выпрямителя, коммутация которого окончится раньше, увеличив предварительно его ток в  $M$  раз. Затем следует определить угол  $\Delta\gamma$  при коммутации оставшегося тока  $\Delta I = |I_2 - I_1|$  при  $\alpha_3 = \alpha + \gamma$ .

Далее по величине  $\gamma_2 = \gamma + \Delta\gamma$  и величине  $\alpha$  по кривым рис. 5 нетрудно найти искомую величину  $k_{гср}$ .

На рис. 2 изображен коммутационный импульс на входе выпрямителя, у которого произведение  $L'I$  больше. Площадь  $abcd$  определяется совместной работой обоих выпрямителей. Площадь  $bgnс$  — коммутационный импульс на входе выпрямителя от коммутации тока  $\Delta I$  (после окончания коммутации тока выпрямителя, у которого величина  $L'I$  мень-

ше). Площадь  $dekn$  — коммутационный импульс в точке  $p$  сети.

**Выводы.** 1. Коммутационные искажения напряжения сети при заданной величине угла  $\gamma_0$  существенно зависят от угла регулирования вентилей. При изменении угла регулирования вентилей мостового выпрямителя от 0 до  $75^\circ$  коэффициент гармоник кривой питающего напряжения увеличивается более чем в 2 раза.

2. Коммутационные искажения напряжения в заданной точке сети уменьшаются при увеличении сопротивления между этой точкой и входом вентильной схемы.

3. Для уменьшения коммутационных искажений напряжения сети мощные выпрямительные установки целесообразно выполнять в виде двух или нескольких выпрямителей, разделенных входными сопротивлениями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шипило В. П. Влияние тиристорного электропривода на питающую сеть. — «Электротехническая промышленность. Электропривод», 1970, № 1, с. 5—10.
2. Бернштейн И. Я., Деревянченко А. Е., Голиченко А. О., Бочаров В. А., Хорт Б. Влияние преобразователя частоты без звена постоянного тока на питающую сеть. — «Электротехническая промышленность. Преобразовательная техника», 1970, № 8, с. 19—22.
3. Глинтерник С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. Л., «Наука», 1970, 308 с.
4. Добрусин Л. А., Комов В. А., Павлович А. Г. Высшие гармоники напряжения сети, питающей тиристорные преобразователи. «Электротехническая промышленность. Преобразовательная техника», 1971, № 23, 24, с. 26—28.

[19.5.1971]



УДК 621.314.632

## Исследование установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях с помощью коммутационных функций

Канд. техн. наук П. Ф. МЕРАБИШВИЛИ, инж. Е. И. СЛУЧАНКО

Москва

В связи с применением тиристорных преобразователей-выпрямителей и инверторов в различных сложных регулируемых системах возникает необходимость знания не только статических, но и динамических режимов работы преобразователей. Известная сложность математического описания электромагнитных процессов, происходящих в вентильных схемах, создает большие трудности при анализе их работы с учетом переходных процессов. Поэтому в настоящее время значительное внимание уделяется разработке приближенных методов исследования динамики электромагнитных процессов в преобразователях. Эти методы должны быть достаточно точными и легко применимыми для расчетов преобразователей с различными параметрами схемы и нагрузки.

Известные приближенные методы расчета переходных процессов в выпрямителях не дают желаемых результатов для таких параметров схемы и на-

грузки, при которых переходный процесс имеет не апериодический характер, а колебательный или имеются выбросы. Такие процессы возникают, например, при пуске или при изменении нагрузки выпрямителя, когда на стороне выпрямленного тока имеются емкостные фильтры.

В настоящей статье предлагается приближенный аналитический метод исследования установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях для общего вида нагрузки (включая емкостные фильтры) и пригоден как для апериодического, так и для колебательного характера переходного процесса. В данной работе принимается, что угол управления  $\alpha$  в течение переходного процесса остается постоянным, ток в дросселе непрерывен и угол коммутации  $\gamma$  не превышает  $60^\circ$ .

Предложенный метод основан на использовании коммутационных функций в виде рядов Фурье с последующим применением преобразования Лапласа

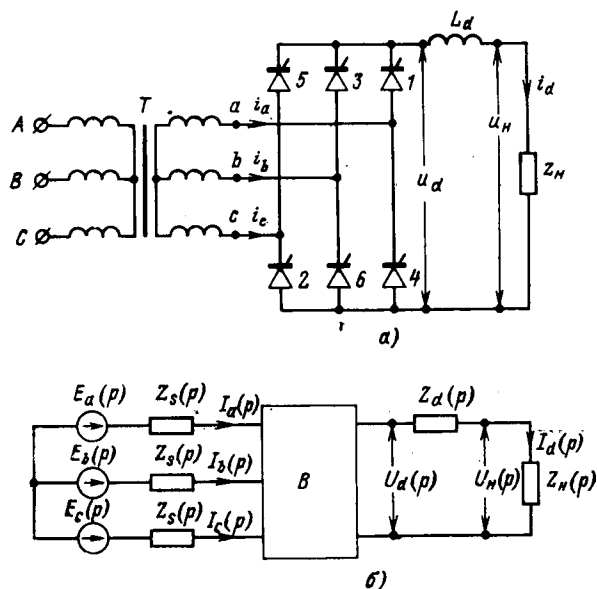


Рис. 1. Схема трехфазного мостового выпрямителя.  
а — принципиальная схема; б — блок-схема.

и является дальнейшим развитием аналитического (спектрально-операторного метода), предложенного в [Л. 1—3] для исследования динамики электромагнитных процессов в автономных инверторах.

На рис. 1 представлена трехфазная мостовая схема управляемого выпрямителя, где  $E_a, E_b, E_c$  — симметричные, синусоидальные напряжения трехфазного источника питания;  $u_a, u_b, u_c$  — симметричные напряжения на выходе трансформатора (на входе выпрямителя); сопротивление  $z_s$  учитывает потери в цепи переменного тока, например,  $z_s$  может рассматриваться как эквивалентное сопротивление любой из фаз питающего трансформатора (без учета цепи намагничивания), активное сопротивление вентилей и т. д.;  $z_d$  — полное сопротивление сглаживающего дросселя;  $z_n$  — полное сопротивление нагрузки (включая сглаживающие параллельные фильтры).

Для рассматриваемой схемы со стороны переменного и постоянного тока в операторной форме (рис. 1, б) можно написать следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(p) &= \bar{U}(p) + \bar{Z}_s(p) \bar{I}(p); \\ U_d(p) &= I_d(p) Z(p) + U_n(p); \\ U_n(p) &= I_d(p) Z_n(p), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\bar{E}(p) = \begin{bmatrix} E_a(p) \\ E_b(p) \\ E_c(p) \end{bmatrix}; \quad \bar{U}(p) = \begin{bmatrix} U_a(p) \\ U_b(p) \\ U_c(p) \end{bmatrix};$$

$$\bar{I}(p) = \begin{bmatrix} I_a(p) \\ I_b(p) \\ I_c(p) \end{bmatrix};$$

$$\bar{Z}_s(p) = \begin{bmatrix} Z_s(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_s(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_s(p) \end{bmatrix}.$$

Для нахождения девяти неизвестных (см. рис. 1) необходимо к системе из пяти уравнений (1) добавить еще четыре уравнения связи между мгновенными входными и выходными величинами выпрямителя. Эти уравнения можно получить через коммутационные функции. Под коммутационными функциями понимаются такие кусочно-непрерывные функции, которые связывают мгновенные значения токов и напряжений на входе и выходе выпрямителя [Л. 4]. Другими словами, если  $\rho_i = \rho_i(t)$  и  $\rho_u = \rho_u(t)$  являются коммутационными функциями по току и напряжению, то можно написать для рассматриваемой схемы следующие уравнения (аналогично [Л. 2]):

$$\left. \begin{aligned} \bar{i} &= \bar{\rho}_i \bar{i}_d; \\ u_d &= \bar{\rho}_u \bar{u}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}; \quad \bar{\rho}_i = \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_c \end{bmatrix};$$

$$\bar{\rho}_u = [\rho_{ua} \rho_{ub} \rho_{uc}]; \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}.$$

Найдем все коммутационные функции  $\rho_i$  и  $\rho_u$ . Допустим, что переключение тиристоров происходит мгновенно, т. е. угол коммутации  $\gamma = 0$ , и  $\alpha = 0$ , тогда закон переключения тиристоров графически имеет вид, показанный на рис. 2, а. В таком случае нетрудно показать, что коммутационные функции по току  $\rho_i$  и по напряжению  $\rho_u$  одинаковы по форме и совпадают с графиком изменения закона переключения тиристоров по фазам (рис. 2, а). Кривая выпрямленного напряжения для этого случая показана на рис. 2, б. Теперь рассмотрим тот же процесс

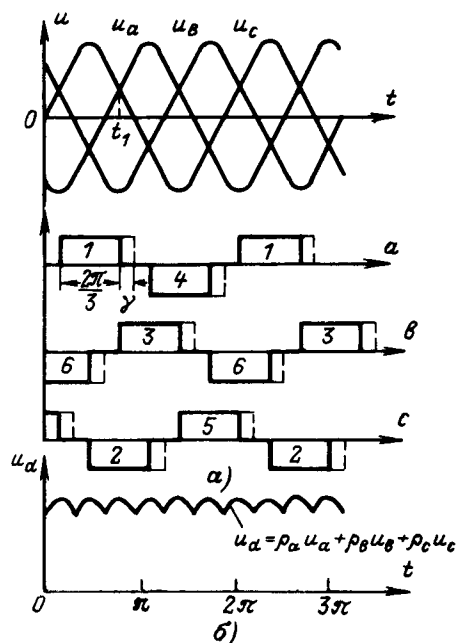


Рис. 2. Диаграмма изменения очередности включения вентилей (а) и выпрямленное напряжение без учета коммутации (б).

с учетом коммутации. В этом случае время включенного состояния вентилей продлевается на период коммутации (рис. 2, а, пунктирная линия). Если принять, что в процессе коммутации токи меняются не по синусоидальному закону, а по линейному (можно не делать это допущение, но это незначительно повлияет на точность расчета), то нетрудно найти коммутационные функции по току. Одна из этих функций ( $\rho_{ia}$ ) при угле управления  $\alpha$  графически представлена на рис. 3. Коммутационные функции для других двух фаз  $\rho_{ib}$  и  $\rho_{ic}$  совпадают по форме с  $\rho_{ia}$  и сдвинуты относительно  $\rho_{ia}$  соответственно на  $2\pi/3$  и  $4\pi/3$ . Для определения коммутационных функций по напряжению с учетом коммутации ( $0 \leq \alpha \leq \pi/3$ ) поступим следующим образом. Напишем уравнение второго закона Кирхгофа для какого-нибудь момента коммутации. Например, из рис. 2 видно, что при коммутации в момент  $t=t_1$  одновременно начинают гореть вентили 1, 3 и 2. Здесь можно написать следующие уравнения:

$$u_a + u_c = u_d; \quad u_b + u_c = u_d.$$

Отсюда можем написать:

$$u_d = \frac{1}{2} u_a + \frac{1}{2} u_b + u_c. \quad (3)$$

Если сравнить уравнение (3) со вторым уравнением системы (2), то обнаружим, что в процессе коммутации коммутационные функции имеют значения  $1/2$ . Этот закон сохраняет силу и для других случаев коммутаций. Коммутационные функции по напряжению представлены на рис. 3. На рис. 4 представлены кривые выпрямленного напряжения и его составляющих в установившемся режиме. Как видно из рис. 3, коммутационные функции для токов и напряжений в выпрямителях, в отличие от инверторов, различны. Из свойства управления выпрямителей вытекает, что при угле управления  $\alpha$

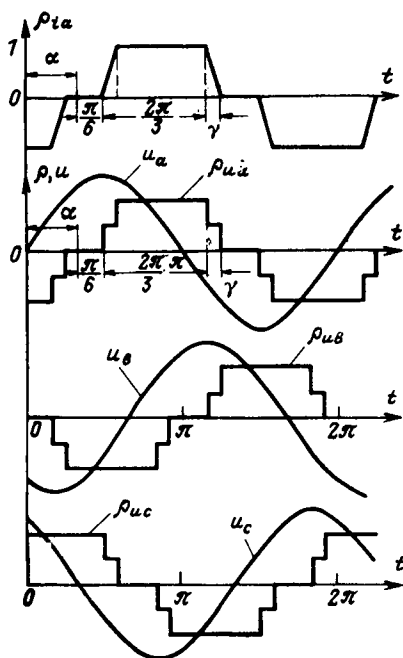


Рис. 3. Кривые коммутационные функции тока и напряжения.

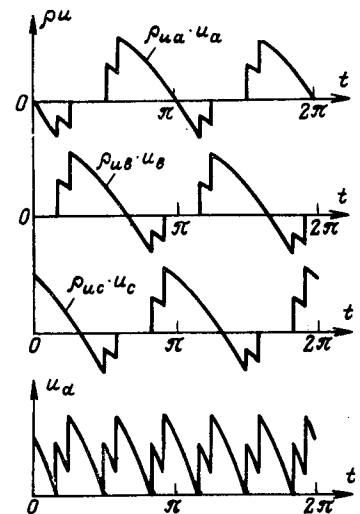


Рис. 4. Кривые изменения выпрямленного напряжения и его составляющих при учете коммутации ( $\alpha = 60^\circ$ ).

все коммутационные функции сдвигаются на угол  $\alpha$ . Таким образом, найдены все уравнения [системы (1) и (2)], которые характеризуют переходные и установившиеся процессы в рассматриваемой выпрямительной схеме (рис. 1). Чтобы найти все неизвестные, необходимо решить систему уравнений (1) и (2). Непосредственное решение полученной системы уравнений затруднено из-за наличия кусочно-непрерывных коэффициентов  $\rho_i$  и  $\rho_u$ . Для решения уравнений (1) и (2) поступим аналогично методике [Л. 1 и 3], т. е. выразим уравнения (2) в операторной форме. Для этого представим коммутационные функции  $\rho_i$  и  $\rho_u$  в виде рядов Фурье (при фиксированном значении угла коммутации):

$$\left. \begin{aligned} \rho_{ia} &= \frac{8}{\pi\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\pi}{6}\right) \times \\ &\times \sin\left(n \frac{\gamma}{2}\right) \sin(\omega t - \varphi); \\ \rho_{ua} &= \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \times \\ &\times \cos\left(m \frac{\gamma}{2}\right) \sin(\omega t - \varphi); \\ \rho_{ib} &= \rho_{ia}\left(t - \frac{2\pi}{3}\right) = \rho_{ic}\left(t + \frac{2\pi}{3}\right); \\ \rho_{ub} &= \rho_{ua}\left(t - \frac{2\pi}{3}\right) = \rho_{uc}\left(t + \frac{2\pi}{3}\right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $n, m$  — все нечетные положительные числа;  $\varphi = \alpha + \frac{\gamma}{2}$ .

Методика решения, излагаемая ниже, позволяет учесть любое количество членов этих рядов [Л. 3], но в данной статье ограничимся учетом только первых (основных) гармоник этих рядов (далее будет показано, что такое допущение, дает практически достаточно точный результат). При таком допущении уравнения (2) можно переписать так:

$$\left. \begin{aligned} i_k &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} k_1(\gamma) \sin(\omega t - \varphi_k) i_d; \\ u_d &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} k_2(\gamma) [\sin(\omega t - \varphi_a) u_a + \\ &+ \sin(\omega t - \varphi_b) u_b + \sin(\omega t - \varphi_c) u_c], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$



где

$$k = a, b, c; \quad \varphi_a = \alpha + \frac{\gamma}{2};$$

$$\varphi_b = \varphi_a + \frac{2\pi}{3}; \quad \varphi_c = \varphi_a - \frac{2\pi}{3};$$

$$k_1(\gamma) = \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\gamma/2}; \quad k_2(\gamma) = \cos \frac{\gamma}{2}.$$

Если иметь в виду, что изменение угла коммутации  $\gamma$  незначительно влияет на выражение (5) (при изменении  $\gamma$  в пределах  $0 \leq \gamma \leq \pi/3$ ;  $0,96 \leq k_1(\gamma) \leq 1$ ;  $0,87 \leq k_2(\gamma) \leq 1$ ), то при нахождении преобразования Лапласа от (5) можно пренебречь изменением  $\gamma$ . Тогда первое уравнение системы (5) в операторной форме примет следующий вид [Л. 5]:

$$\bar{I}(p) = \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_1(\gamma) [\bar{a}_1 e^{-j\varphi} I_d(p - j\omega) - \bar{a}_2 e^{j\varphi} I_d(p + j\omega)], \quad (6)$$

где

$$\bar{a}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{vmatrix}; \quad \bar{a}_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{vmatrix}; \quad a = e^{j \frac{2\pi}{3}}.$$

Соответственно для напряжения из уравнения (5) имеем:

$$U_d(p) = \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_2(\gamma) [e^{-j\varphi} \bar{b}_1 \bar{U}(p - j\omega) - e^{j\varphi} \bar{b}_2 \bar{U}(p + j\omega)], \quad (7)$$

где

$$\bar{b}_1 = |1 \ a^2 \ a|; \quad \bar{b}_2 = |1 \ a \ a^2|.$$

Таким образом, все девять уравнений, характеризующие работу выпрямительной схемы с учетом переходных процессов, выражены в операторной форме. Для решения сначала сведем полученную систему уравнений к одному уравнению относительно выпрямленного напряжения. Для этого, заменив  $p$  на  $(p \pm j\omega)$ , из первого уравнения системы (1) получим:

$$\bar{U}(p \pm j\omega) = \bar{I}(p \pm j\omega) - \bar{Z}_s(p \pm j\omega) \bar{I}(p \pm j\omega). \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получаем:

$$U_d(p) = \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_2(\gamma) [e^{-j\varphi} \bar{b}_1 \bar{I}(p - j\omega) - e^{j\varphi} \bar{b}_2 \bar{I}(p + j\omega) - e^{-j\varphi} \bar{b}_1 \bar{Z}_s(p - j\omega) \bar{I}(p - j\omega) + e^{j\varphi} \bar{b}_2 \bar{Z}_s(p + j\omega) \bar{I}(p + j\omega)]. \quad (9)$$

Из (6), заменяя  $p$  на  $(p \pm j\omega)$ , находим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}(p + j\omega) &= \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_1(\gamma) [\bar{a}_1 e^{-j\varphi} I_d(p) - \bar{a}_2 e^{j\varphi} I_d(p + 2j\omega)]; \\ \bar{I}(p - j\omega) &= \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_1(\gamma) [\bar{a}_1 e^{-j\varphi} I_d(p - 2j\omega) - \bar{a}_2 e^{j\varphi} I_d(p)]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из (1) можно написать, что

$$\left. \begin{aligned} I_d(p) &= \frac{U_d(p)}{z_a(p) + z_n(p)}; \\ I_d(p \pm 2j\omega) &= \frac{U_d(p \pm 2j\omega)}{z_a(p \pm 2j\omega) + z_n(p \pm 2j\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Если подставить (10) в (9) с учетом (11) и произвести несложное упрощение, то получим:

$$U_d(p) \left[ 1 + k(\gamma) \frac{\operatorname{Re} z_s(p + j\omega)}{z_a(p) + z_n(p)} \right] = \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_2(\gamma) [e^{-j\varphi} \bar{b}_1 \bar{E}(p - j\omega) - e^{j\varphi} \bar{b}_2 \bar{E}(p + j\omega)], \quad (12)$$

где

$$k(\gamma) = \frac{18}{\pi^2} \frac{\sin \gamma}{\gamma};$$

$$\operatorname{Re} z_s(p + j\omega) = \frac{1}{2} [z_s(p + j\omega) + z_s(p - j\omega)].$$

Если иметь в виду, что выпрямитель питается от трехфазных симметричных напряжений с амплитудой  $\bar{E}_m$ , то нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{\pi j} k_2(\gamma) [e^{-j\varphi} \bar{b}_1 \bar{E}(p - j\omega) - e^{j\varphi} \bar{b}_2 \bar{E}(p + j\omega)] &= \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m \frac{\cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma)}{2p}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда из уравнения (12) с учетом (13) можем написать:

$$U_d(p) = U_{d0} \frac{[\cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma)] [z_a(p) + z_n(p)]}{2p [z_a(p) + z_n(p) + k(\gamma) \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega)]}, \quad (14)$$

$$\text{где } U_{d0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m.$$

Соответственно для выпрямленного тока из (14) получим:

$$I_d(p) = U_{d0} \frac{\cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma)}{2p [z_a(p) + z_n(p) + k(\gamma) \operatorname{Re} z_s(p + j\omega)]}. \quad (15)$$

Таким образом получили в операторной форме выражения выпрямленного тока и напряжения. Однако эти выражения не являются окончательными из-за наличия угла коммутации.

Отметим, что в рассматриваемом случае коэффициент  $k(\gamma)$  незначительно меняется в зависимости от  $\gamma$  и не может существенно повлиять на точность расчета переходных процессов (величину  $\gamma$  для нахождения  $k(\gamma)$  можно определить по установившемуся режиму). Для получения окончательных выражений выпрямленного тока и напряжения исключим из (14) и (15)  $\cos(\alpha + \gamma)$ . Если учесть, что выражения (14) и (15) получены при учете только первых гармоник коммутационных функций и фактически выражают усредненные значения выпрямленного тока и напряжения (без учета пульсации), то для исключения  $\cos(\alpha + \gamma)$  из (14) и (15) можно использовать известное уравнение коммутации, которое получено при условии постоянства выпрямленного тока в процессе коммутации [Л. 6 и 7].

В операторной форме уравнение коммутации имеет следующий вид:

$$I_d(p) = \sqrt{3} E_m \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma)}{2x_s p}. \quad (16)$$

Определив из (16)  $\cos(\alpha + \gamma)$  и подставив в (14) и (15), получим:

$$U_d(p) = \frac{\cos \alpha [z_n(p) + z_d(p)]}{p \left[ z_d(p) + z_n(p) + k(\gamma) \operatorname{Re} z_s(p+j\omega) + \frac{3}{\pi} x_s \right]}; \quad (17)$$

$$I_d(p) = \frac{\cos \alpha}{p \left[ z_d(p) + z_n(p) + k(\gamma) \operatorname{Re} z_s(p+j\omega) + \frac{3}{\pi} x_s \right]}. \quad (18)$$

Таким образом, получили окончательные выражения выпрямленного напряжения и тока в операторной форме для общего случая параметров схемы.

Для определения установившегося значения тока дросселя применим к (18) предельную теорему Лапласа:

$$I_d = \lim_{p \rightarrow 0} p I_d(p) = i_d(\infty) = U_{d0} \frac{\cos \alpha}{R_n + R_d + k(\gamma) R_s + \frac{3}{\pi} x_s}. \quad (19)$$

Полученное выражение полностью совпадает с выражением для установившегося тока дросселя, полученным А. В. Поссе [Л. 8]. Причем в [Л. 8] показано, что значение коэффициента  $k(\gamma)$  лежит в интервале 1,5—2. В нашем случае, имея в виду, что  $0 \leq \gamma \leq \pi/3$  согласно (12)  $k(\gamma) = 1,55 - 1,83$ , т. е. это совпадает с выводами, сделанными в [Л. 8].

Зная аналитические выражения выпрямленного тока и напряжения (17) и (18), легко можно найти все остальные искомые величины, используя систему уравнений (1) и (6).

Для иллюстрации использования полученных результатов при исследовании переходных процессов в выпрямительных схемах и оценки точности расчетов рассмотрим примеры расчетов переходных процессов при пуске выпрямителя. Результаты первых трех примеров, когда переходный процесс носит апериодический характер, сопоставлены с результатами, полученными для таких же примеров в [Л. 8]. В последних двух примерах (четвертом и пятом) рассмотрены случаи, когда параллельно с нагрузкой включена емкость и переходный процесс при включении выпрямителя носит колебательный характер.

Для всех примеров было принято, что выпрямитель питается от трехфазного трансформатора ТМ-100/6;  $u_k = 5,5\%$ ;  $U_n = 400$  в;  $U_{d0} = 540$  в;  $x_s = 0,146$  ом;  $L_s = 0,46 \cdot 10^{-3}$  гн;  $R_d = 0$ . Для первых трех примеров будем брать параметры согласно соотношениям, приведенным в [Л. 8]. Все параметры схемы приведены в табл. 1.

Для первого примера ( $R_s = R_n = 0$ ) дискретные значения выпрямленного тока в моменты коммутации вентилей (в переходном процессе) при включении выпрямителя определяются по формуле [Л. 8]:

$$i_m[n] = I_{dуст} \left[ 1 - \left( \frac{x+1}{x+2} \right)^n \right], \quad (20)$$

где

$$I_{dуст} = U_{d0} \frac{\pi \cos \alpha}{3x_s};$$

$$x = \frac{x_d}{x_s}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(принимая, что в цепи нагрузки противо-э. д. с.  $E = 0$ ).

Для второго и третьего примера точные значения токов из-за нелинейности уравнения невозможно найти в общем виде, и поэтому эти значения в моменты коммутации в [Л. 8] были найдены с помощью ЦВМ по методу «шаг за шагом». Для этих же примеров переходный процесс, рассчитанный по «эквивалентной схеме», описывается следующим выражением [Л. 8]:

$$i_3[n] = I_{dуст} \left( 1 - e^{-\frac{n}{\theta}} \right), \quad (21)$$

где

$$\theta = \frac{x_3 + x_s}{R_{31}}; \quad x_3 = 1,5x_s;$$

$$R_{31} = \frac{7}{4} R_s + \frac{3}{\pi} x_s.$$

Результаты расчетов для первых трех примеров, полученные в [Л. 8], приведены в табл. 2 [ $i_m$  — точные значения тока найдены по формуле (20) и по методу «шаг за шагом»,  $i_m^*$  — значения тока в относительных единицах взяты из [Л. 8];  $i_3$  — приближенные значения тока найдены по формуле (21)].

Согласно предлагаемой в данной статье методике для этих же трех примеров выпрямленный ток в операторной форме согласно (18)

$$I_d(p) = U_{d0} \frac{\cos \alpha}{L_3 p \left( p + \frac{1}{\tau} \right)}, \quad (22)$$

где

$$L_3 = L_a + k(\gamma) L_s; \quad \tau = \frac{L_3}{R_n + R_{32}};$$

$$R_{32} = R_d + k(\gamma) R_s + \frac{3}{\pi} x_s.$$

Оригинал от (22) имеет вид:

$$i_p(t) = I_{dуст} (1 - e^{-t/\tau}), \quad (23)$$

где

$$I_{dуст} = U_{d0} \frac{\cos \alpha}{R_n + R_{32}}.$$

Таблица 1

Номера примеров	$R_n$ , ом	$R_s$ , ом	$x_d$ , ом	$L_d$ , гн	$C$ , ф	$R_{31}$ , ом	$R_{32}$ , ом	$L_3$ , гн	$k(\gamma)$	$\alpha$ , град	$\gamma$ , град	$I_{dуст}$ , а
1	0	0	57	0,18	—	0,14	0,14	0,180	1,82	30	9	3361,2
2	0,438	0	0,438	$14 \cdot 10^{-4}$	—	0,58	0,58	0,002	1,81	15	14	903,8
3	0,0146	0,0146	0,438	$14 \cdot 10^{-4}$	—	0,18	0,18	0,002	1,82	60	6	1487,8
4	5	0,5	8	$26 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	1,07	1,04	0,026	1,81	15	14	86,4
5	2	0,5	8	$26 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	1,09	1,05	0,026	1,82	30	10	153,8

Таблица 2

Номера точек	$T \cdot 10^{-3}$ , с.к	Пример № 1			Пример № 2			Пример № 3		
		$R_s = R_H = 0$			$R_s = 0; R_H = 0,438$			$R_s = R_H = 0,0146$		
		$i_m, a$	$i_a, a$	$i_p, a$	$i_m(i_m^*), a$	$i_a, a$	$i_p, a$	$i_m(i_m^*), a$	$i_a, a$	$i_p, a$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3,33	8,6	8,6	8,5	545 (0,245)	543,7	522,0	372 (0,166)	372,4	350,5
2	6,66	17,1	17,1	17,1	770 (0,343)	760,4	742,5	650 (0,291)	652,2	618,5
3	10	25,6	25,6	25,6	850 (0,38)	846,7	835,6	861 (0,386)	862,2	823,3
4	13,33	34,1	34,1	34,1	880 (0,394)	881,1	879,7	1020 (0,457)	1019,9	979,9
6	20	51,1	51,1	51,1	900 (0,401)	900,1	898,6	1228 (0,551)	1227,6	1191
8	26,6	67,9	67,9	67,9	903,3 (0,402)	903,3	902,8	1348 (0,605)	1344,6	1314,4
10	33,33	84,7	84,7	84,6	903,7 (0,402)	903,7	903,6	1412 (0,636)	1410,7	1386,5
15	50	126,3	126,2	126,1	903,8 (0,402)	903,8	903,8	1476 (0,667)	1475,8	1461,3
25	83,3	207,8	207,8	207,8	903,8 (0,402)	903,8	903,8	1495 (0,676)	1494,9	1486,2
30	100	248,8	247,8	248,7				1498 (0,677)	1496	1494,1

Результаты расчета, полученные по формуле (23) для первых трех примеров, приведены в табл. 2.

Для последних двух примеров (четвертый и пятый), когда нагрузка состоит из параллельно включенных  $R_H, C$ , согласно (18) ток дросселя

$$I_d(p) = A_0 \cdot \frac{A_1 + p}{p(p^2 + A_2p + A_3)}, \quad (24)$$

где

$$A_0 = U_{d0} \frac{\cos \alpha}{L_s}; \quad A_1 = \frac{1}{R_H C}; \quad A_2 = A_1 + \frac{R_{s2}}{L_s};$$

$$A_3 = \frac{1}{L_s C} + \frac{R_{s2}}{R_H L_s C}.$$

Оригинал выпрямленного тока от (24) имеет вид:

$$i_d = i_p = B_1 e^{p_1 t} \sin(\omega_1 t - \varphi) + B_2. \quad (25)$$

Значения всех параметров, входящих в (24) и (25), для рассматриваемых примеров даны в табл. 3.

Кривые переходных процессов, полученные по выражению (25), приведены на рис. 5.

**Выводы.** 1. Предложенный приближенный метод позволяет исследовать установившиеся и переходные процессы в трехфазных выпрямительных системах и найти в операторной форме выражения всех основных электрических величин для общего вида нагрузки  $z_H(p)$ .

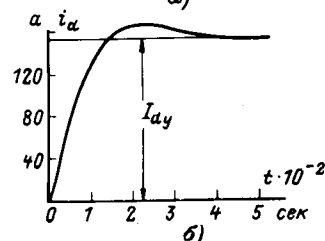
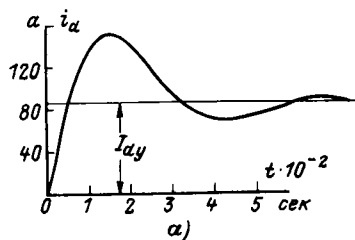


Рис. 5. Кривые переходных процессов выпрямленного тока при включении выпрямителя с  $R_1 C$ -нагрузкой.  
а — 4-й пример; б — 5-й пример табл. 1.

Таблица 3

Номера примеров	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$p_1$	$\omega_1$	$\varphi, \text{ рад}$
4	$2 \cdot 10^4$	66,7	106,3	$15,3 \cdot 10^3$	161,5	86,4	-53,14	111,8	0,56
5	$18 \cdot 10^3$	142,9	182,6	$16,5 \cdot 10^3$	159,3	153,8	-91,3	90,6	1,3

2. Полученные результаты могут быть использованы для расчета переходных процессов в выпрямительных схемах при пуске, сбросе, набросе нагрузки, различных авариях со стороны нагрузки и т. д.

3. Операторная форма полученных решений значительно упрощает исследование динамики электромагнитных процессов в различных выпрямительных схемах и позволяет использовать известные методы анализа и синтеза теории автоматического регулирования.

4. Как показывает сравнение результатов расчета с другими результатами, использование только 1-й гармоники коммутационных функций дает не только точное совпадение в начальных и установившихся режимах, но и достаточно точно характеризует переходный процесс.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мерабишвили П. Ф. Операторный метод расчета переходных процессов в однофазных автономных инверторах. — «Электричество», 1970, № 5, с. 52—56.
2. Мерабишвили П. Ф. Использование операторного метода для расчета установившихся и переходных процессов в трехфазных автономных инверторах. — «Электричество», 1972, № 1, с. 81—83.
3. Мерабишвили П. Ф., Забровский С. Г., Случанко Е. И. Аналитический метод исследования установившихся и переходных процессов в трехфазных автономных инверторах. — Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1971, № 6, с. 56—67.
4. Булгаков А. А. Основы динамики управляемых вентильных систем. М., «Наука», 1963, 220 с.
5. Дёх Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М., «Наука», 1971, 288 с.
6. Толстов Ю. Г., Мосткова Г. П., Ковалев Ф. И. Трехфазные силовые полупроводниковые выпрямители дросселями насыщения. М., «Наука», 1968, 257 с.
7. Размадзе Ш. М. Преобразовательные схемы и системы. М., «Высшая школа», 1967, 526 с.
8. Поссе А. В. Обоснование замены выпрямителя эквивалентным генератором для расчета переходных процессов. — Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1965, № 4, с. 19—34.

[4.10.1971]

# Автономный инвертор с улучшенными параметрами

А. И. ФЕДОСОВ

Москва

В преобразовательной технике широко применяется мостовой автономный инвертор с ограниченными конденсаторами, обратными диодами и реакторами на входе [Л. 1] и инвертор с колебательным  $LC$ -контуром коммутации [Л. 2]. Каждому из этих инверторов присущи свои недостатки. Так, первый инвертор характеризуется высокими скоростями нарастания прямых и обратных токов, протекающих через тиристоры [Л. 3], и накоплением энергии во входных реакторах. Второй инвертор, хотя и лишен недостатков, присущих первому, однако имеет высокие значения напряжений на коммутирующих конденсаторах за счет накопления энергии в  $LC$ -контуре [Л. 4] и характеризуется высокими требованиями к быстродействию защиты в случае сквозного горения тиристоров.

Ниже рассматривается схема инвертора (рис. 1), созданного на базе названных инверторов, но лишённого в значительной степени их недостатков. Инвертор содержит реакторы  $L1$ , которые служат для ограничения скорости изменения тока, протекающего через тиристоры, и реакторы  $L3$ , предназначенные для предотвращения разряда коммутирующих конденсаторов через обратные диоды  $D1$  и для защиты тиристоров от быстрого нарастания тока при сквозном горении. Кроме того, инвертор содержит дополнительные реакторы  $L2$  и обратные диоды  $D2$ , с помощью которых, как будет показано ниже, достигается ограничение энергии, накапливаемой во входных реакторах  $L3$  и в  $LC$ -контуре коммутации.

Рассмотрим процесс коммутации тиристора  $T1$ , предполагая, что проводят ток тиристоры  $T1$  и  $T2$  и затем включаются тиристоры  $T3$  и  $T4$ .

При анализе примем следующие допущения: потери в элементах инвертора отсутствуют; вентили являются идеальными ключами; во время коммутации ток нагрузки не меняется по величине.

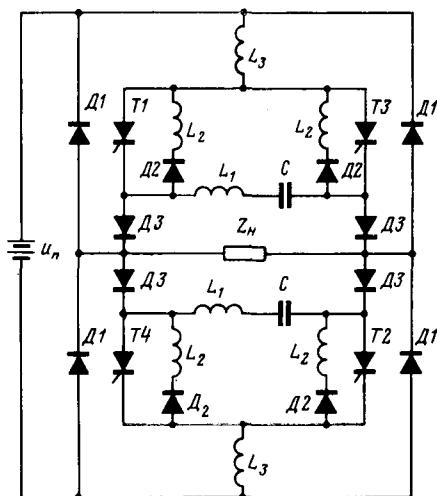


Рис. 1.

В первом коммутационном интервале  $t_1—t_2$  (рис. 2), когда образуется контур  $C-L1-T1-T3-C$ , процесс протекает так же, как в инверторе с  $LC$ -контуром коммутации [Л. 2].

Ток конденсатора и напряжение на нем определяются следующими выражениями:

$$i_{C1}(t) = U_1 \sqrt{\frac{C}{L1}} \sin \omega_1 t; \quad (1)$$

$$u_{C1}(t) = U_1 \cos \omega_1 t, \quad (2)$$

где  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L1C}}$ , а  $U_1$  — начальное значение напряжения на конденсаторе. Производная от выражения (1) при  $t=0$  определяет максимальное значение скорости изменения тока, протекающего через тиристоры  $T1$  и  $T3$ :

$$\left( \frac{di}{dt} \right)_{\max} = \frac{U_1}{L1}. \quad (3)$$

Второй коммутационный интервал  $t_2—t_4$  начинается в тот момент, когда ток конденсатора становится равен току нагрузки  $I_n$ . Тиристор  $T1$  закрывается, образуется два контура  $C-L1-D2-L2-T3-C$  и  $C-L1-D3-D1-L3-T3-C$ , токи в которых распределяются обратно пропорционально отношению индуктивностей реакторов  $L2$  и  $L3$ . Эти токи обеспечивают передачу энергии конденсатора в реакторы  $L2$  и  $L3$ . Энергия, переданная в реактор  $L2$ , вновь возвращается в конденсатор, в то время как энергия, пере-

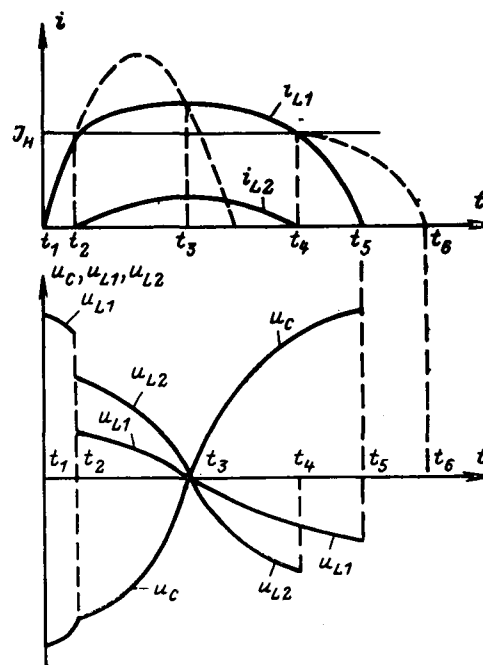


Рис. 2.

данная в реактор  $L3$ , сохраняется в нем благодаря короткозамкнутым контурам  $L3-T3-D3-D4-L3$  и  $L3-T1-D3-D1-L3$ . Если в короткозамкнутых контурах отсутствуют потери, то накопление энергии в реакторе  $L3$  ничем не ограничивается. При наличии потерь в контурах наступает равновесный режим, когда количество энергии, поступающей в реактор  $L3$ , становится равно количеству энергии, рассеиваемой в контурах. Чтобы уменьшить потери при перезаряде коммутирующего конденсатора, нужно как можно меньшую долю его энергии передавать в реактор  $L3$ . В рассматриваемой схеме для этой цели индуктивность реактора  $L3$  выбрана много большей индуктивности реактора  $L2$ .

Выполнение этого условия позволяет при анализе схемы исключить из рассмотрения контур  $C-L1-D3-D1-L3-T3-C$  и рассматривать только контур  $C-L1-D2-L2-T3-C$ .

Запишем систему дифференциальных уравнений в операторной форме для второго интервала:

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= \frac{i_1(p)}{pC} + pL1i_1(p) - pL1I_n + pL2i_2(p); \\ i_1(p) &= i_2(p) + I_n, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $i_1$  и  $i_2$  — токи в реакторах  $L1$  и  $L2$  соответственно;  $U_2$  — начальное значение напряжения на коммутирующем конденсаторе, равное напряжению на нем в конце первого интервала. Из выражений (1) и (2)

$$U_2 = \sqrt{U_1^2 - I_n^2 \frac{L1}{C}}. \quad (5)$$

Решая систему (4) с учетом выражения (5), получаем закон изменения тока в реакторе  $L1$  и напряжения на конденсаторе в течение второго коммутационного интервала:

$$i_1(t) = \sqrt{U_1^2 \frac{C}{L1+L2} - I_n^2 \frac{L1}{L1+L2}} \sin \omega_2 t + I_n \cos \omega_2 t; \quad (6)$$

$$u_{C2}(t) = -\sqrt{U_1^2 - I_n^2 \frac{L1}{C}} \cos \omega_2 t + I_n \sqrt{\frac{L1+L2}{C}} \sin \omega_2 t, \quad (7)$$

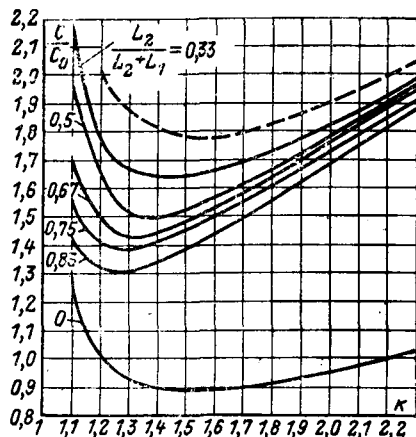


Рис. 3.

где

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{(L1+L2)C}}.$$

Амплитудное значение тока находим из выражения (6):

$$I_m = \sqrt{U_1^2 \frac{C}{L1+L2} + I_n^2 \left(1 - \frac{L1}{L1+L2}\right)}. \quad (8)$$

Из выражения (7) можно определить время, предоставляемое для восстановления управляемости тиристоры  $T1$ . Приравняем для этой цели правую часть уравнения (7) к нулю и разрешим его относительно  $t$ :

$$t_n = \frac{1}{\omega_2} \arctg \sqrt{\frac{U_1^2 C}{I_n^2 (L1+L2)} - \frac{L1}{L1+L2}}. \quad (9)$$

Воспользуемся обозначением  $\frac{I_m}{I_n} = k$  [Л. 5] и преобразуем выражение (8):

$$\frac{U_1^2 C}{I_n^2 (L1+L2)} = k^2 - \frac{L2}{L2+L1}. \quad (10)$$

Из (9) и (10) определим величину требуемой емкости коммутирующего конденсатора:

$$C = \frac{\sqrt{k^2 - \frac{L2}{L2+L1}}}{\arctg \sqrt{k^2 - 1}} C_0, \quad (11)$$

где

$$C_0 = \frac{t_n I_n}{U_1}.$$

Выражения (9) и (11) являются более общими по сравнению с аналогичными выражениями, полученными для тиристорных схем коммутации [Л. 5], в которых либо  $L1=0$ , когда  $L2=\text{const}$ , либо  $L2=0$ , когда  $L1=\text{const}$ . На рис. 3 приведены зависимости отношения  $C/C_0$  от коэффициента  $k$  при различных значениях отношения  $\frac{L2}{L2+L1}$ . Максимальное значение обратного напряжения, прикладываемого к тиристорам, найдем, воспользовавшись выражением (5):

$$U_{обр} = \sqrt{U_1^2 - I_n^2 \frac{L1}{C} \frac{L2}{L2+L1}}, \quad (12)$$

т. е.  $U_{обр}$  пропорционально  $\frac{L2}{L2+L1}$  и может быть установлено достаточно большой, чтобы обеспечить быстрое выключение тиристоров.

Рассмотрим теперь явление повышения максимального значения напряжения на коммутирующем конденсаторе. Чтобы лучше показать влияние, которое оказывают на это явление диодно-индуктивные цепочки  $D2-L2$ , рассмотрим сначала процесс коммутации без них, предположив, что они отсутствуют в схеме (рис. 1). Одновременно будем считать, что  $L3=0$ . В течение первых двух коммутационных интервалов  $t_1-t_2$  и  $t_2-t_3$  (рис. 4) конденсатор перезарядается по контуру, представленному на рис. 5,а, эквивалентному соответствующим контурам в схеме инвертора. Очевидно, если бы конденсатор до конца

перезаряжался по данному контуру, то в момент времени  $t_4$  напряжение на нем стало бы равно  $-U_1$ , равному по абсолютной величине напряжению на конденсаторе до коммутации. В действительности с момента  $t_3$  конденсатор перезаряжается по контуру, показанному на рис. 5,б (предполагается, что напряжение на конденсаторе в момент  $t_3$ , равное  $U_{C1}$ , больше, чем  $U_n$ ). Из условия выполнения для контура на рис. 5,а в момент  $t_3$  законов коммутации следует, что напряжение на индуктивности  $L1$  должно скачком измениться на величину  $U_n$ . В результате величина скачкообразного изменения  $di/dt$  в контуре будет равна:

$$\Delta \frac{di}{dt} = \frac{U_n}{L1}. \quad (13)$$

Из-за скачкообразного изменения  $di/dt$  ток в контуре на рис. 5,б начинает спадать медленнее ( $i'_2$  рис. 4), процесс заряда конденсатора затягивается, он получает дополнительный заряд по сравнению с тем, который бы он получил, если бы перезарядился по контуру на рис. 5,а ( $i'_1$  рис. 4). Величина этого заряда

$$Q_{\text{доп}} = \int_{t_3}^{t_5} i'_2 dt - \int_{t_3}^{t_4} i'_1 dt, \quad (14)$$

где  $i'_1$  — ток в контуре на рис. 5,а на интервале  $t_3-t_4$  (рис. 4);  $i'_2$  — ток в контуре на рис. 5,б на интервале  $t_3-t_5$  (рис. 4).

Очевидно, чем больше скачок изменения  $di/dt$ , тем более затягивается процесс заряда конденсатора и тем больший дополнительный заряд он получает. Такое утверждение мы вправе сделать, так как ток в контуре на рис. 5,б может изменяться только по синусоидальному закону и, следовательно, изменение его в соответствии, например, с  $i'_3$  (рис. 4) невозможно.

Как следует из выражения (13), величина  $\Delta \frac{di}{dt}$ , а следовательно, и  $Q_{\text{доп}}$ , пропорциональны  $U_n$  и не зависят от величины напряжения на конденсаторе в момент  $t_3$ . Это говорит о том, что напряжение на конденсаторе инвертора может возрастать безгранично, если параметры контура идеальные. При реальных параметрах контура наступает равновесный режим, когда количество энергии, вводимой в контур, становится равно количеству энергии теряемой. Но даже в этом случае напряжение на конденсаторе может значительно превосходить  $U_n$ , что бывает нежелательно по ряду известных причин. Вернемся теперь к схеме (рис. 1), когда имеются цепочки  $D2-L2$  и  $L3 \neq 0$ . Контур коммутации до и после момента  $t_4$  (рис. 2) имеют соответственно вид контуров на рис. 5,б и в. Чтобы определить величину скачкообразного изменения  $di/dt$  в контуре на рис. 5,в в момент  $t_4$  (рис. 2), запишем уравнение равновесия напряжений для обоих контуров в момент времени  $t_4$ :

$$\left. \begin{aligned} U_{C1} + L1 \left( \frac{di}{dt} \right)_1 + L2 \left( \frac{di}{dt} \right)_1 &= 0; \\ U_{C1} + L1 \left( \frac{di}{dt} \right)_2 &= U_n. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

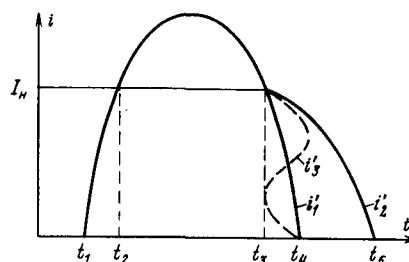


Рис. 4.

где  $U_{C1}$  — граничное значение величины напряжения на конденсаторе, т. е. в момент  $t_4$ ;  $\left( \frac{di}{dt} \right)_1$  — значение скорости изменения тока для контура на рис. 5,б в момент  $t_4$ ;  $\left( \frac{di}{dt} \right)_2$  — значение скорости изменения тока для контура на рис. 5,в в момент  $t_4$ .

Из (15) находим граничное изменение  $\frac{di}{dt}$ :

$$\Delta_1 \frac{di}{dt} = \left( \frac{di}{dt} \right)_2 - \left( \frac{di}{dt} \right)_1 = \frac{(n+1)U_n - nU_{C1}}{(n+1)L1}, \quad (16)$$

где  $n = \frac{L2}{L1}$ .

Принципиальное отличие выражения (16) от выражения (13) заключается в том, что в него входит величина граничного значения напряжения на конденсаторе  $U_{C1}$ , причем когда  $U_{C1}$  возрастает,  $\Delta_1 \frac{di}{dt}$  уменьшается. Это говорит о том, что количество энергии, вводимой в контур от источника  $U_n$ , также уменьшается при увеличении  $U_{C1}$ . Найдем то значение  $U_{C1}$ , когда  $\Delta_1 \frac{di}{dt}$  станет равно нулю, а следовательно, станет равна нулю и вводимая в контур энергия. С этой целью приравняем правую часть выражения (16) нулю и разрешим его относительно  $U_{C1}$ :

$$U_{C1 \text{ max}} = U_n \frac{n+1}{n}. \quad (17)$$

Выражение (17) можно получить также из следующих рассуждений. Контур на рис. 5,б отличается от контура на рис. 5,в тем, что содержит источник питания  $U_n$ , но не содержит реактор  $L2$ . Следовательно, если в момент времени  $t_4$  напряжение на реакторе  $L2$  будет равно напряжению источника питания  $U_n$ , то в контуре на рис. 5,в не произойдет скачкообразного изменения напряжения на реакторе  $L1$ ,  $\Delta_1 \frac{di}{dt}$  будет равно нулю и не будет поступления дополнительной энергии в контур. Действительно, если

$$U_n + L2 \left( \frac{di}{dt} \right)_1 = 0, \quad (18)$$

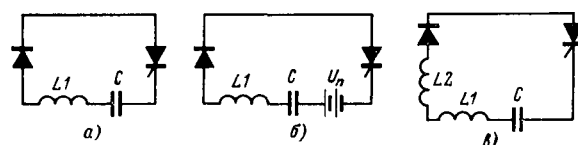


Рис. 5.

то, подставляя вместо  $\left(\frac{di}{dt}\right)_1$  его значение из (15), находим:

$$U_n = \frac{L2U_{C1}}{L1 + L2}, \quad (19)$$

откуда получаем выражение (17).

Анализируя его, видим, что если  $L2 = \text{const}$ , а  $L1 \rightarrow 0$ , то  $n \rightarrow \infty$  и  $U_{C1 \max} \rightarrow U_n$ . Если  $L1 = \text{const}$ , а  $L2 \rightarrow 0$ , то  $n \rightarrow \infty$  и  $U_{C1 \max} \rightarrow \infty$ . Таким образом, цепи, содержащие реакторы  $L2$ , играют принципиальное значение для ограничения напряжения на коммутирующем конденсаторе инвертора. В контуре с реальными параметрами элементов граничное значение напряжения на коммутирующем конденсаторе будет всегда меньше определяемого по выражению (17). Оно будет автоматически поддерживаться на том уровне, чтобы обеспечивалось поступление такого количества энергии в контур, которое нужно для компенсации потерь в нем.

Из рассмотренного процесса коммутации тиристоров видно, что коммутационные токи замыкаются практически полностью через диодно-индуктивные цепочки  $D2-L2$ , шунтирующие тиристоры. Следовательно, через отсекающие диоды проходит полный ток нагрузки, а через диоды обратного моста — только реактивный ток нагрузки. Это позволяет уменьшить установленную мощность указанных элементов, а также входных реакторов.

На основании вышеизложенного сформулируем требования для выбора индуктивностей реакторов  $L1$ ,  $L2$  и  $L3$ . Значение индуктивности  $L1$  определяется с помощью выражения (3) из условия обеспечения допустимой скорости изменения тока, протекающего через тиристоры. Индуктивность  $L2$  выбирается с помощью выражения (9) из условия обеспечения времени, необходимого для восстановления запирающих свойств тиристоров. На практи-

ке установлено, что выбранная таким образом индуктивность, как правило, хорошо удовлетворяет требованиям, вытекающим из выражений (12) и (17). Индуктивность  $L3$  выбирается из условия минимального накопления в ней энергии и должна поэтому быть много больше чем  $L2$ .

На основании схемы, изображенной на рис. 1, легко построить схему трехфазного инвертора. Такая схема практически реализована в системе электропривода ультрацентрифуг. Технические характеристики инвертора следующие: мощность 3,6 *кв*а, рабочий диапазон частот 30—1 100 *гц*, к. п. д. на частоте 1 100 *гц* — 0,8.

**Выводы.** 1. Рассмотренный инвертор, построенный на базе широко известного автономного инвертора с ограниченными конденсаторами, обратными диодами и реакторами на входе и инвертора с  $LC$ -контуром коммутации, в значительной степени лишен их недостатков.

2. Инвертор может быть использован при работе в широком диапазоне частот, так как обладает незначительным накоплением энергии во входных реакторах и  $LC$ -контурах коммутации и имеет невысокие  $di/dt$  на тиристорах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шукалов В. Ф. Электромагнитные процессы в трехфазном мостовом инверторе с ограниченными конденсаторами. — Труды ЛИАП, 1962, вып. 36.
2. Mc.Murray W., SCR inverter commutated by an auxiliary impulse. — «IEEE Trans. Commun. and Electronics», 1964, 83, № 75, p. 824—829.
3. Скороваров В. Е. Работа вентиля в схемах автономных инверторов на повышенных частотах. — «Электричество», 1965, № 3.
4. Лабунцов В. А., Обухов С. Г., Смирнов А. П. Коммутационные процессы в тиристорных преобразователях с конденсаторной коммутацией. — «Электротехника», 1968, № 10.
5. Бусалаев Г. Н., Шварц Г. К. Оценка конденсаторных устройств запираания тиристоров. — «Электричество», 1968, № 6. [9.10.1972]



УДК 621.314.572

## Анализ основных схем инверторов в режиме прерывистого тока

Т. С. ТОДОРОВ

ЛГИ им. М. И. Калинина

Общий анализ основных схем инверторов особенно необходим, когда нагрузкой инвертора являются индукционные нагревательные устройства. В этом случае из-за изменения параметров нагрузки и вынужденного регулирования схемы могут переходить одна в другую или из одного режима в другой.

Единый анализ основных инверторных схем — параллельной, последовательной и последовательно-параллельной — можно выполнить на основе последовательно-параллельной схемы (рис. 1).

В зависимости от параметров схемы и частоты управления (частоты переключения пар вентилях 1—3 и 2—4) возможны три режима работы инвертора (рис. 2): непрерывного (а), граничного (б) и прерывистого (в) токов. В последнее время особенно широко используется режим прерывистого тока,

обеспечивающий лучшие по сравнению с другими режимами условия работы вентилях. Однако методы анализа и расчета инверторов в этом режиме недостаточно разработаны, причем метод точного анализа вообще отсутствует.

В статье даются точный и приближенный методы анализа последовательно-параллельной инверторной схемы, нагруженной на колебательный контур и работающей в режиме прерывистого тока. Они были проверены на основе многочисленных экспериментов и вычислений на ЦВМ.

Точный анализ инвертора согласно рис. 1 в любом из режимов можно выполнить по методу мгновенных значений решением дифференциальных уравнений, составленных для эквивалентной схемы (рис. 3), справедливой за один полупериод. На эквивалентной схеме показаны направления всех то-

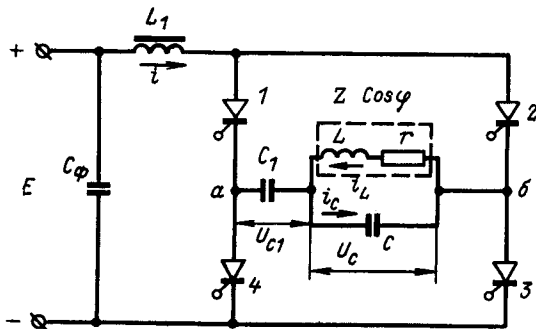


Рис. 1.

ков и напряжений и их начальные значения к моменту очередной коммутации.

Если ввести обозначения:

$$a = \frac{C}{C_1}; n = \frac{L_1}{L}; \cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{(\omega L)^2 + r^2}} \quad (1)$$

и принять относительные единицы:

$$i' = \frac{i}{E\omega C}; U' = \frac{U}{E}; \vartheta = \omega t, \quad (2)$$

электромагнитные процессы в схеме на рис. 3 можно описать системой из трех дифференциальных уравнений (в операторной форме):

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{\xi_0^2} [p i'(\vartheta) - A'] + \frac{a}{p} i'(\vartheta) - \frac{B'}{p} + \\ + \frac{i'(\vartheta)}{p} - \frac{M'}{p} &= \frac{1}{p}; \\ \frac{i'_C(\vartheta)}{p} - \frac{M'}{p} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\xi_0^2} i'_L(\vartheta) + \\ + \frac{1}{\xi_0^2} i'_L(\vartheta) p - \frac{D'}{\xi_0^2} &= 0; \\ i'(\vartheta) + i'_L(\vartheta) - i'_C(\vartheta) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где относительные значения начального тока (при  $\vartheta=0$ ) соответственно через индуктивности  $L_1$  и  $L$ :

$$A' = \frac{A}{E\omega C}; D' = \frac{D}{E\omega C}; \quad (4)$$

относительные значения начального напряжения соответственно на конденсаторах  $C_1$  и  $C$ :

$$B' = B/E; M' = M/E. \quad (5)$$

Символом  $\xi_0$  обозначено отношение

$$\xi_0 = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}\omega}, \quad (6)$$

названное расстройкой идеального колебательного контура  $L-C-r$  ( $r=0$ ).

Расстройка  $\xi$  реального контура определяется из соотношения

$$\xi = \sqrt{\xi_0^2 - \operatorname{ctg}^2 \varphi}. \quad (7)$$

С помощью (3), задаваясь соответствующими значениями параметров  $a$ ,  $\xi$ ,  $n$  и  $\cos \varphi$ , можно описать схемы параллельного, последовательного и последовательно-параллельного инверторов и их модификации, которые являются частными случаями единой последовательно-параллельной инверторной схемы [Л. 1 и 2].

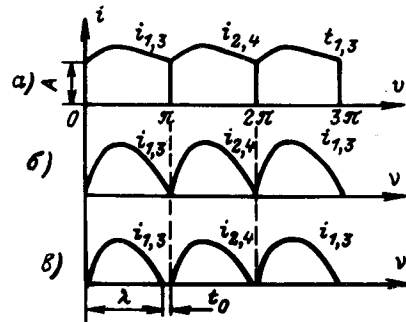


Рис. 2.

Решая (3) и переходя от изображения к оригиналу, находим уравнения:

а) для входного (общего) тока

$$i'(\vartheta) = \frac{1}{n} \{ n A' F_1(\vartheta) + [n A' \operatorname{ctg} \varphi + \xi_0^2 (1 + B' + M')] F_2(\vartheta) + \xi_0^2 [(1 + B' + M') \operatorname{ctg} \varphi + n A' - D'] F_3(\vartheta) + \xi_0^4 (1 + B') F_4(\vartheta) \}; \quad (8)$$

б) для тока в индуктивности  $L$

$$i'_L = \frac{1}{n} \{ n D' F_1(\vartheta) + \xi_0^2 M' n F_2(\vartheta) + \xi_0^2 [D' (1 + a) - n A'] F_3(\vartheta) + \xi_0^4 [a M' - (1 + B')] F_4(\vartheta) \}; \quad (9)$$

в) для напряжения на емкости  $C_1$

$$U'_{C_1}(\vartheta) = 1 + \frac{a}{n} \{ n A' F_2(\vartheta) + [n A' \operatorname{ctg} \varphi + \xi_0^2 (1 + B' + M')] F_3(\vartheta) + \xi_0^2 [(1 + B' + M') \operatorname{ctg} \varphi + n A' - D'] F_4(\vartheta) + \xi_0^4 (1 + B') F_5(\vartheta) \}; \quad (10)$$

г) для напряжения на емкости  $C$

$$U'_C(\vartheta) = \frac{1}{n} \{ n (A' + D') F_2(\vartheta) + [\xi_0^2 (1 + B' + M' + n M') + n A' \operatorname{ctg} \varphi] F_3(\vartheta) + \xi_0^2 [(1 + B' + M') \operatorname{ctg} \varphi + a D'] F_4(\vartheta) + a \xi_0^4 M' F_5(\vartheta) \}. \quad (11)$$

Функции  $F_1(\vartheta) - F_5(\vartheta)$  даны в приложении и определяются с помощью корней  $p_1 - p_4$  уравнения:

$$p^4 + p^3 \operatorname{ctg} \varphi + p^2 \frac{1 + a + n}{n} \xi_0^2 + p \xi_0^2 \operatorname{ctg} \varphi \frac{1 + a}{n} + \frac{a}{n} \xi_0^4 = 0, \quad (12)$$

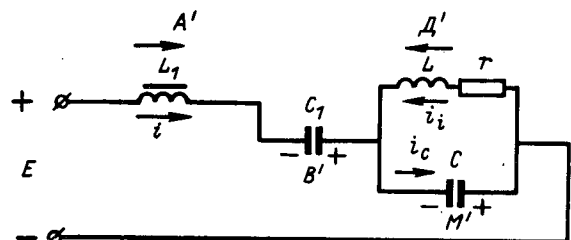


Рис. 3.



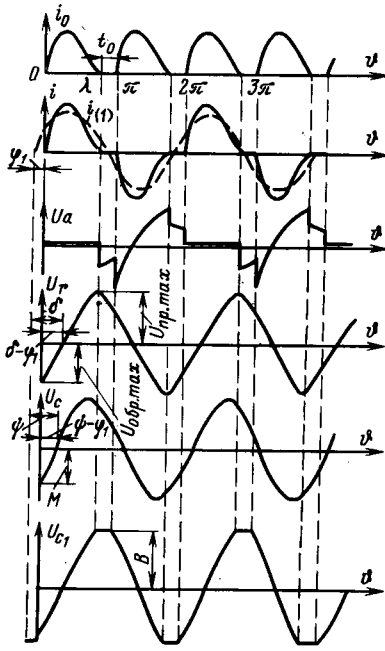


Рис. 4.

а постоянные  $A'$ ,  $B'$ ,  $M'$ ,  $D'$  — из начальных условий:

$$\left. \begin{aligned} i'(0) &= i'(\pi) = A'; \\ U'_{c1}(0) &= -U'_{c1}(\pi) = -B'; \\ i'_L(0) &= -i'_L(\pi) = D'; \\ U'_c(0) &= -U'_c(\pi) = -M'. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Значение постоянной  $A'$  определяет режим работы инвертора, который при  $A' > 0$  является непрерывным, при  $A' = 0$  — граничным, а при  $A' < 0$  — прерывистым. Совершенно очевидно, что реально возможно только  $A' \geq 0$ , но получение при решении системы (13)  $A' < 0$  однозначно говорит о наличии режима прерывистого тока.

В режиме прерывистого тока схема анализируется для двух состояний (двух интервалов времени):

для состояния (интервала) проводимости, когда  $i(\vartheta) \neq 0$ , которое продолжается от  $\vartheta = 0$  до  $\vartheta = \lambda$  для первого полупериода и от  $\vartheta = \pi$  до  $\vartheta = \pi + \lambda$  для второго полупериода;

для состояния паузы, когда  $i'(\vartheta) = 0$ . Продолжительность паузы  $t_0$  измеряется от момента, когда ток  $i'(\vartheta)$  становится равным нулю, до момента очередной коммутации, т. е.  $t_0 = \pi - \lambda$ .

На рис. 4 представлены кривые токов и напряжений для режима прерывистого тока инвертора.

Для первого состояния схемы справедливы уравнения (8) — (11), но в них следует подставить  $A' = 0$ .

В интервале паузы в колебательном контуре  $L-C-r$  происходят свободные колебания, причем напряжение на контуре  $U^*_c$  и ток  $i^*_L$  имеют вполне определенные начальные значения, а именно:

$$U^*_c(0) = U'_c(\lambda) = m'; \quad i^*_L(0) = i'_L(\lambda) = d'. \quad (14)$$

(Звездочкой \* обозначены токи и напряжения на контуре в интервале паузы).

Свободные колебания в контуре происходят в интервале от  $\vartheta^* = 0$  до  $\vartheta^* = \pi - \lambda = t_0$ , причем для

их описания вводится новое начало времени, совпадающее с концом интервала проводимости.

Принимая во внимание условие периодичности, справедливое для инверторных схем, для тока  $i^*_L$  и напряжения  $U^*_c$  в конце паузы можно записать:

$$\left. \begin{aligned} i^*_L(\pi - \lambda) &= i'_L(\pi) = -D'; \\ U^*_c(\pi - \lambda) &= U'_c(\pi) = M'. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В зависимости от параметров схемы и продолжительности паузы  $t_0$  к началу паузы теоретически возможны четыре случая для направлений токов и напряжений на контуре (рис. 5). Очевидно, что случаи а) и б) идентичны, в) и г) — тоже.

Для схем а) и б) справедливо следующее дифференциальное уравнение (в относительных единицах и в операторной форме):

$$\begin{aligned} \frac{p}{\xi_0^2} i^*_L(p) - \frac{d'}{\xi_0^2} + \frac{\text{ctg } \varphi}{\xi_0^2} i^*_L(p) - \\ - \frac{m'}{p} + \frac{i^*_L(p)}{p} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

а для схем в) и г)

$$\begin{aligned} \frac{p}{\xi_0^2} i^*_L(p) - \frac{d'}{\xi_0^2} + \frac{\text{ctg } \varphi}{\xi_0^2} i^*_L(p) + \frac{m'}{p} + \frac{i^*_L(p)}{p} = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (16) и (17) определяются временные зависимости для  $i^*_L$  и  $U^*_c$ , а из начальных условий (15) — выражения для  $d'$  и  $m'$ , которые имеют вид:

$$m'_{a,b} = -m'_{v,r} = -\frac{1}{\xi_0^2} \frac{D'F_7(t_0) - M'F_6(t_0)}{F_6(t_0)F_8(t_0) - F_7^2(t_0)}; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} d'_{a,b} = d'_{v,r} = d' = \frac{M'F_7(t_0)}{F_6(t_0)F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} - \\ - \frac{D'}{F_6(t_0)} \left[ 1 + \frac{F_7^2(t_0)}{F_6(t_0)F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя (18) и (19), для тока  $i^*_L$  и напряжения  $U^*_c$  получаем временные выражения, которые не зависят от начального состояния колебательного контура, а именно:

$$\begin{aligned} i^*_L(\vartheta^*) = \frac{D'F_7(t_0) + M'F_6(t_0)}{F_6(t_0)F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} F_7(\vartheta^*) - \\ - \left\{ \frac{M'F_7(t_0)}{F_6(t_0)F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} + \right. \end{aligned}$$

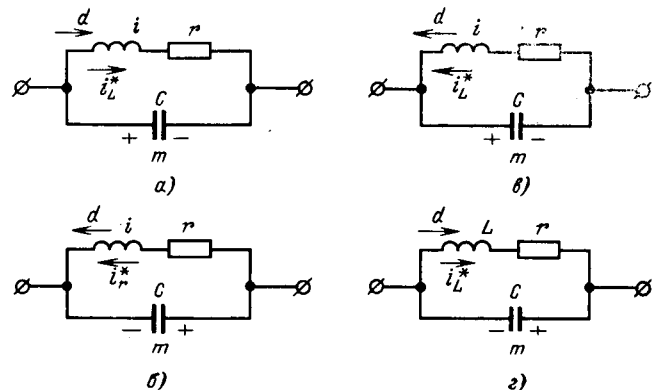


Рис. 5.

$$+ \frac{D'}{F_6(t_0)} \left[ 1 + \frac{F_7^2(t_0)}{F_6(t_0) F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} \right] \left\} F_8(\vartheta^*); \quad (20)$$

$$U'_{c*}(\vartheta^*) = \frac{D'F_7(t_0) + W'F_6(t_0)}{F_6(t_0) F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} F_8(\vartheta^*) -$$

$$- \left\{ \frac{M'F_7(t_0)}{F_6(t_0) F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} + \right.$$

$$\left. + \frac{D'}{F_6(t_0)} \left[ 1 + \frac{F_7^2(t_0)}{F_6(t_0) F_8(t_0) - F_7^2(t_0)} \right] \right\} F_7(\vartheta^*). \quad (21)$$

В (18)–(21) функции  $F_6$ – $F_8$ , данные в приложении, определяются с помощью корней  $p_1$  и  $p_2$  уравнения

$$p^2 + p \operatorname{ctg} \varphi + \xi_0^2 = 0. \quad (22)$$

Дальнейший анализ схемы в режиме прерывистого тока начинается с определения постоянных  $B'$ ,  $M'$  и  $D'$  ( $A'=0$ ), а также продолжительности импульса входного тока  $\lambda = \pi - t_0$ . Для этой цели снова нужно использовать начальные условия и приспособить значения тока  $i_L$  и напряжения  $U_c$  на контуре в конце первого интервала (при  $\vartheta = \lambda$ ) и в начале паузы (при  $\vartheta^* = 0$ ), т. е.

$$\left. \begin{aligned} i'(\lambda) = 0; \quad i'_L(\lambda) = d' = i'_L(0); \\ U'_{c1}(\lambda) = B'; \quad U'_c(\lambda) = \pm m' = U'^*_{c*}(\vartheta^*). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Искомые неизвестные  $B'$ ,  $M'$  и  $D'$  находятся путем подстановки ряда значений  $\lambda < \pi$  в три из четырех уравнений (23). Если выбранное значение  $\lambda$  равно истинному, то при подстановке этого значения  $\lambda$  и найденных постоянных в четвертое уравнение получается тождество.

После того, как определены временные зависимости всех токов и напряжений, легко определяются их максимальные значения и гармонический состав, мощность, расходуемая от источника питания и потребляемая нагрузкой, максимальные прямое и обратное напряжения на вентилях, время запираания и т. д. Нужно, однако, помнить о наличии двух состояний схемы в течение одного полупериода возбуждения и о наличии двух начальных точек отсчета времени. Например, максимальное прямое напряжение на вентилях представляет максимальное напряжение  $U'_r$  в диагонали моста:

$$U'_r = U'_{c1} + U'_c. \quad (24)$$

При  $\vartheta = 0 \div \lambda$   $U'_c$  и  $U'_{c1}$  меняются соответственно по (10) и (11). При  $\vartheta = \lambda \div \pi$   $U'_{c1} = B'$ , а  $U'_c$  изменяется по (21), причем  $\vartheta^* = 0 \div \pi - \lambda$ .

Время  $t_b$  для восстановления управляющей способности представляет часть полупериода, в течение которой напряжение на неработающих, только что запертых вентилях, отрицательно. Из физической сущности работы схемы следует (см. рис. 4), что в течение нерабочего для данного вентиля полупериода напряжение на нем меняется по двум различным законам:

а) по закону переменного напряжения  $U'_r$ , когда работает второй вентиль (вторая пара вентиляей);

б) по закону полуразности  $\frac{E - U_r}{2}$  во время пау-

зы. В конце паузы, в момент, следующий после коммутации, когда, очевидно,  $\vartheta = 0$ , напряжение на уже работавшем вентиле может быть как отрицательным, так и положительным, а может быть равным нулю.

Как известно, при  $\vartheta = 0$  значение  $U'_r(0) = U'_{обр}$ . Следовательно, знак напряжения в момент коммутации определяется разностью  $E - U_r$ , а в относительных единицах — значением  $U'_{обр}$ . При  $U'_{обр} > 1$  это напряжение отрицательно и вся пауза  $t_0$  прибавляется к времени запираания; при  $U'_{обр} < 1$  время запираания равно части паузы. В соответствии с этим время запираания  $t_b$  нужно определять:

$$а) \quad t_b = \vartheta_0 + t_0 \quad \text{при } U'_{обр} > 1, \quad (25)$$

где  $\vartheta_0$  — наименьший корень уравнения

$$U'_{c1}(\vartheta) + U'_c(\vartheta) = 0; \quad (26)$$

$$б) \quad t_b = \vartheta^* \quad \text{при } U'_{обр} < 1, \quad (27)$$

где  $\vartheta^*$  — наименьший корень уравнения

$$1 - U'_r(\vartheta^*) = 1 - [U'_{c1}(\lambda) + U'^*_{c*}(\vartheta^*)] = 0. \quad (28)$$

На основе приведенного анализа была составлена полная методика и программа для расчета последовательно-параллельной схемы инвертора с использованием ЦВМ. Получено большое число данных при следующих значениях независимых переменных:

$$n = 2; 3; 5; 7; a = 0,1; 2; 4; 6; 8; \\ \cos \varphi = 0,1; 0,25; 0,4; 0,6; \quad \xi = 0,85; 0,9; 0,95; 1,0; 1,1.$$

На рис. 6 в качестве примера представлены временные зависимости общего тока  $i'(\vartheta)$ , напряжений  $U'_{c1}(\vartheta)$ ,  $U'_c(\vartheta)$  и  $U'_r(\vartheta)$ , а также значения основных величин, характеризующих режим работы инвертора.

Результаты вычислений дают богатую информацию для изучения свойств и характеристик инверторов. На основании изучения численных данных установлено, что напряжения  $U'_r$  и  $U'_c$  являются почти синусоидальными; амплитуда 1-й гармоники отличается от максимального значения не более чем на 0,5–5%. Этот вывод кажется неожиданным, но его можно объяснить, рассмотрев необходимые условия для реализации режима прерывистого тока. Это будет сделано ниже.

Тот факт, что напряжение  $U'_r$  является почти синусоидальным, подсказывает возможность выполнить гармонический анализ схемы, используя при этом ограниченное число гармоник или даже только 1-ю гармонику напряжения.

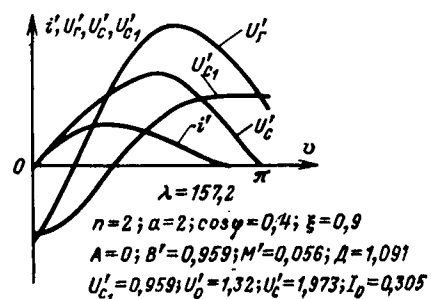


Рис. 6.

Если напряжение  $U'_r$  представить как сумму бесконечного числа гармоник, условие для равновесия напряжений можно записать в следующем общем виде:

$$1 = \frac{n}{\xi_0^2} \frac{di'}{dv} + \sum_{k=1}^{k=\infty} U'_{rk} \sin[k\vartheta - (\delta_k - \varphi_k)], \quad (29)$$

где  $U'_{rk}$  — амплитуда  $k$ -й гармоники напряжения  $U'_r$ ;  $\varphi_k$  — фаза (угол опережения)  $k$ -й гармоники тока  $i'$ ;  $\delta_k$  — фазовый угол цепи в диагонали моста для  $k$ -й гармоники тока и напряжения (на рис. 4 показаны только первые гармоники).

Уравнение (29) справедливо как для непрерывного, так и для прерывистого токов. Из него можно определить в явном виде ток  $i'(\vartheta)$ , в выражении для которого неизвестными будут  $A'$ ,  $U'_{rk}$  и  $\varphi_k$  — для режима непрерывного тока, или  $U'_{rk}$ ,  $\varphi_k$  и  $t_0$  — для режима прерывистого тока ( $A'=0$ ). В обоих случаях число неизвестных равно  $2s+1$ , где  $s$  — число гармоник. Теоретически их можно определить, так как можно составить столько же уравнений:

одно уравнение из условия коммутации

$$i'(\pi) = A' \text{ или } i'(\lambda) = 0; \quad (30)$$

$s$  уравнений для угла  $\varphi_k$

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{a'_k}{b'_k} = \frac{\frac{2}{\pi} \int_0^\lambda i'(\vartheta) \cos k\vartheta d\vartheta}{\frac{2}{\pi} \int_0^\lambda i'(\vartheta) \sin k\vartheta d\vartheta}; \quad (31)$$

$s$  уравнений для амплитуд гармоник напряжения

$$U'_{rk} = \frac{R'_{\text{эк}}}{\cos \delta_k} \sqrt{a'^2_k + b'^2_k}, \quad (32)$$

где  $a'_k$  и  $b'_k$  — соответственно косинусоидальная и синусоидальная составляющие  $k$ -й гармоники тока;  $R_{\text{эк}}$  — эквивалентное сопротивление при последовательной схеме замещения цепи переменного тока инвертора.

После нахождения неизвестных  $U'_{rk}$ ,  $\varphi_k$  и  $t_0$  (или  $A'$ ), анализ схемы не представляет никакой сложности. Но если число гармоник велико, возникают большие затруднения по вычислению и нужно пользоваться ЦВМ.

В практических расчетах, однако, получается достаточно высокая точность и при использовании только 1-й гармоники напряжения  $U'_r$ . Для этого случая приведем в готовом виде некоторые из основных расчетных соотношений, вывод которых ясен, но требует громоздких преобразований.

Общий ток

$$i'(\vartheta) = \frac{\xi_0^2}{n} \{v - U'_r [\cos(\delta - \varphi_1) - \cos(\delta - \varphi_1 - \vartheta)]\}. \quad (33)$$

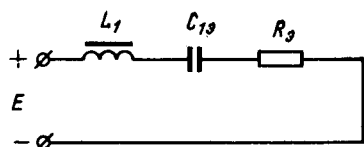


Рис. 7.

Амплитуда напряжения

$$U'_r = \frac{\pi - t_0}{\cos(\delta - \varphi_1) + \cos(\delta - \varphi_1 + t_0)}. \quad (34)$$

Угол  $\varphi_1$  сдвига между 1-й гармоникой тока и началом коммутации ( $\vartheta=0$ )

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = X \pm \sqrt{X^2 - Y}, \quad (35)$$

где

$$X = \frac{(\operatorname{tg} \delta \cos t_0 + \sin t_0) [2(1 + \cos t_0) - \lambda \sin t_0]}{\lambda^2 - \sin t_0 [\lambda(\cos t_0 - \sin t_0 \operatorname{tg} \delta) + 2 \operatorname{tg} \delta (1 + \cos t_0) + 2 \sin t_0]}; \quad (36)$$

$$Y = \frac{\lambda^2 + \sin t_0 [\lambda(\cos t_0 - \sin t_0 \operatorname{tg} \delta) + 2 \operatorname{tg} \delta (1 + \cos t_0) + 2 \sin t_0]}{\lambda^2 - \sin t_0 [\lambda(\cos t_0 - \sin t_0 \operatorname{tg} \delta) + 2 \operatorname{tg} \delta (1 + \cos t_0) + 2 \sin t_0]} \times \times \frac{+ 2 \operatorname{tg} \delta (1 + \cos t_0) - 2(1 + \cos t_0)^2}{+ 2 \operatorname{tg} \delta (1 + \cos t_0) + 2 \sin t_0}. \quad (37)$$

В (35) знаки «плюс» или «минус» берутся в соответствии с физической закономерностью уменьшения угла  $\varphi_1$  с возрастанием угла  $\delta$  при заданной паузе  $t_0$  так, чтобы всегда  $\varphi_1 > 0$ .

При определенных значениях  $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \delta_{\text{кр}}$  в (35) получается нуль в знаменателе и неопределенность для  $\operatorname{tg} \varphi_1$ , а при  $\operatorname{tg} \delta > \operatorname{tg} \delta_{\text{кр}}$  угол  $\varphi_1$  становится отрицательным. Поэтому для соблюдения физических закономерностей при  $\operatorname{tg} \delta < \operatorname{tg} \delta_{\text{кр}}$  в (35) нужно брать знак «минус», а при  $\operatorname{tg} \delta > \operatorname{tg} \delta_{\text{кр}}$  — знак «плюс». Если же  $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \delta_{\text{кр}}$ , угол  $\varphi_1$  определяется из условия его непрерывного монотонного изменения в зависимости от  $\operatorname{tg} \delta$ .

Нетрудно показать, что

$$\operatorname{tg} \delta_{\text{кр}} = \frac{\lambda^2 - \sin t_0 (\lambda \cos t_0 + 2 \sin t_0)}{[2(1 + \cos t_0) - \lambda \sin t_0] \sin t_0}. \quad (38)$$

В формулах (33)–(38) пауза  $t_0$  участвует как уже известная величина, хотя она могла бы быть определена совместно с  $U'_r$  и  $\varphi_1$ . Чтобы не получать сложных трансцендентных уравнений, лучше определить предварительно  $t_0$  каким-нибудь способом. Можно, например, найти  $t_0$ , зная отношение  $\omega_h/\omega$  частоты собственных колебаний  $\omega_h$  цепи  $L_1$ — $C_1$ —колебательный контур  $L$ — $C$ — $r$  и частоты  $\omega$  возбуждения. Для этой цели приведем схему на рис. 3 к эквивалентной схеме на рис. 7, причем преобразование ведем по 1-й гармонике.

Нетрудно показать, что

$$\omega_h = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_{13}} - \frac{R_3^2}{4L_1^2}} = \omega \sqrt{\frac{R'_3 \operatorname{tg} \delta}{n} - \frac{R_3^2}{4n^2} \xi_0^2}, \quad (39)$$

где

$$C_{13} = \frac{C}{R'_3 \operatorname{tg} \delta}; \quad R'_3 = R_3 \omega C.$$

Тогда

$$t_0 = \frac{T - T_h}{2} = \pi \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \right) = \pi \left( 1 - \frac{2n}{\xi_0^2 R'_3 \sqrt{\frac{4n \operatorname{tg} \delta}{\xi_0^2 R'_3} - 1}} \right). \quad (40)$$

Для проверки погрешности приведенного выше метода 1-й гармоники были выполнены расчеты инвертора с теми же значениями параметров  $n$ ,  $a$ ,

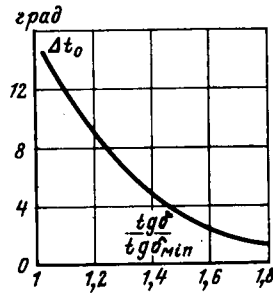


Рис. 8.

соз ф и  $\xi$ , как и при точных расчетах. Сравнительные данные говорят об удовлетворительном совпадении обоих методов. С наименьшей точностью определяется пауза  $t_0$ , которая получается всегда меньше истинного значения. Погрешность в ее определении в некоторых случаях может достигать до 10—14° (в абсолютных единицах), что приводит к большей погрешности при вычислении других величин. Но даже и в этих предельных случаях погрешность в их определении не превосходит 10%. Это дает основания считать предложенный метод удовлетворяющим практическим требованиям.

Если в формулы подставить истинное значение  $t_0$ , взяв его из точных расчетов, погрешности в определении всех величин не превосходят 1—2%. Поэтому целесообразно предложить способ более точного определения паузы  $t_0$  или найти причины неточного ее определения по формуле (40).

Найдем из (39) отношение  $n = L_1/L$ , пропорциональное величине индуктивности входного дросселя,

$$n = \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \frac{\xi_0^2 R_s}{2} \left[ \operatorname{tg} \delta + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \delta - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2} \right]. \quad (41)$$

Очевидно, что всегда  $n > 0$ , и поэтому для получения данного отношения  $\omega_k/\omega$  согласно (41) должно выполняться условие:

$$\operatorname{tg} \delta \geq \omega_k/\omega. \quad (42)$$

Например, для граничного режима, при котором  $\omega_k/\omega = 1$  ( $A' = 0$ ), нужно, чтобы  $\operatorname{tg} \delta \geq 1$ . Если  $\operatorname{tg} \delta < 1$ , то при всех значениях  $n$  режим будет не граничный, а непрерывный. Таким образом, одним из обязательных условий для получения граничного режима и тем более режима прерывистого тока является условие:  $\operatorname{tg} \delta > 1$ .

Именно это условие является принципиальной причиной получения переменного напряжения  $U'$ , почти синусоидальным. Дело в том, что большой угол  $\delta$  соответствует большой добротности цепи переменного тока инвертора (наличию большой реактивной мощности в этой цепи), из-за чего общий ток  $i'(\theta)$  содержит в основном первую гармонику, а форма напряжения  $U'$  получается весьма близкой к синусоидальной.

Минимальный угол  $\delta_{\min}$ , при котором возможно еще получение заданного отношения частот  $\omega_k/\omega$ , определяется, как видно из (41), соотношением:

$$\operatorname{tg} \delta_{\min} = \omega_k/\omega. \quad (43)$$

При этом значении угла  $\delta$ , как и следует ожидать, получается наибольшее искажение формы импульса входного тока, максимальное значение угла

$\varphi_1$  и наибольшие погрешности в расчетах по 1-й гармонике, особенно при определении паузы  $t_0$ . Как показало сравнение точных и приближенных расчетов  $t_0$ , погрешность в абсолютных единицах (в электрических градусах) зависит единственно от степени приближения  $\operatorname{tg} \delta$  и  $\operatorname{tg} \delta_{\min}$ , составляя 14—15° при  $\operatorname{tg} \delta_{\min}$  и 2—3° — при  $\operatorname{tg} \delta > 1,5 \operatorname{tg} \delta_{\min}$  (см. рис. 8).

Пользуясь поправочной кривой рис. 8, можно существенно повысить точность приближенных расчетов.

Нужно еще отметить, что работа инвертора при  $\delta \approx \delta_{\min}$  нежелательна, так как именно в этих случаях получаются обратные напряжения  $U'_{\text{обр}} < 1$ , что ведет, как было показано выше, к резкому сокращению времени записывания вентилей и к неиспользованию преимуществ режима прерывистого тока.

**Выводы.** 1. Основные схемы инверторов тока — параллельную, последовательную и последовательно-параллельную — можно анализировать единым способом. Предложен способ точного анализа, по которому выполнены расчеты на ЦВМ, охватывающие большое число случаев, встречающихся в практике.

2. Суммарное напряжение в цепи переменного тока инвертора имеет почти синусоидальную форму. Это позволило разработать приближенный метод гармонического анализа с использованием только 1-й гармоники напряжения, точность которого удовлетворяет практическим требованиям.

#### Приложение.

$$F_1(\theta) = \frac{p_1^3 e^{p_1 \theta}}{q_1} + \frac{p_2^3 e^{p_2 \theta}}{q_2} + \frac{p_3^3 e^{p_3 \theta}}{q_3} + \frac{p_4^3 e^{p_4 \theta}}{q_4};$$

$$F_2(\theta) = \frac{p_1^2 e^{p_1 \theta}}{q_1} + \dots + \frac{p_4^2 e^{p_4 \theta}}{q_4};$$

$$F_3(\theta) = \frac{p_1 e^{p_1 \theta}}{q_1} + \dots + \frac{p_4 e^{p_4 \theta}}{q_4};$$

$$F_4(\theta) = \frac{e^{p_1 \theta}}{q_1} + \dots + \frac{e^{p_4 \theta}}{q_4};$$

$$F_5(\theta) = \frac{e^{p_1 \theta}}{p_1 q_1} + \dots + \frac{e^{p_4 \theta}}{p_4 q_4};$$

$$F_6(\theta) = \frac{p_1 e^{p_1 \theta} - p_2 e^{p_2 \theta}}{p_1 - p_2};$$

$$F_7(\theta) = \frac{e^{p_1 \theta} - e^{p_2 \theta}}{p_1 - p_2};$$

$$F_8(\theta) = \frac{e^{p_1 \theta}}{p_1(p_1 - p_2)} - \frac{e^{p_2 \theta}}{p_2(p_1 - p_2)},$$

где

$$q_1 = (p_1 - p_2)(p_1 - p_3)(p_1 - p_4); \quad q_3 = (p_3 - p_1) \times \\ \times (p_3 - p_2)(p_3 - p_4);$$

$$q_2 = (p_2 - p_1)(p_2 - p_3)(p_2 - p_4); \quad q_4 = (p_4 - p_1) \times \\ \times (p_4 - p_2)(p_4 - p_3).$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Донской А. В., Смородин В. В., Тодоров Т. С. Согласование параметров преобразователей частоты для индуктивного нагрева с параметрами нагрузки. — «Электротехника», 1972, № 3.
- Тодоров Т. С., Смородин В. В. Точный и приближенный расчет основных схем инверторов тока как источников для питания электротермических установок. — «Труды конференций по применению ТВЧ в электротермии», Л., 1971.

[19.5.1972]



# Применение тимистора для управления тиристорными переключателями

Инж. Я. БЫДЖОВСКИЙ, доктор техн. наук В. ГУСА

Научно-исследовательский институт сильноточной электротехники,  
Беховице, ЧССР

Статья посвящена применению нового полупроводникового прибора — тимистора, представляющего собой управляемый вентильный элемент, выполненный на основе четырехслойной структуры подобно тиристорам с управлением, подаваемым в широкую базу. Управляющий электрод является диодом с длинной базой, имеющей рекомбинационную область.

Вся многослойная структура тимистора в целом — магниточувствительна. С помощью внешнего магнитного поля можно плавно управлять величиной исходного времени задержки включения, увеличивая его вплоть до 10 мсек. Изменение задержки включения вызывается изменением магнитной индукции, причем осуществимо или увеличение, или уменьшение в зависимости от направления магнитного поля. Физика процессов, протекающих в тимисторе, рассмотрена в [Л. 1 и 2]. Здесь говорится лишь о применении тимистора в цепях импульсного управления серийным электродвигателем постоянного тока.

**Структура тимистора.** Устройство тимистора изображено на рис. 1. Это четырехслойная структура  $p^+-n-p-n^+$  типа, в которой управление подается в широкую базу. Характерной особенностью тимистора является то, что его управляющий электрод выполнен в виде длинного диода, имеющего на поверхности между управляющим и анодным электродами область повышенной рекомбинации.

Внешнее магнитное поле (рис. 1) влияет на направление носителей заряда. Поток носителей отклоняется магнитным полем в область повышенной рекомбинации или в глубь широкой базы четырехслойной структуры. Этим и достигается изменение времени задержки включения.

Чувствительность тимистора к магнитному полю зависит от удельного сопротивления основного ма-

териала и от концентрации примесей в отдельных диффузионных слоях. Кроме того, имеет значение расстояние  $l$  между управляющим электродом и анодом. В нашем случае  $l \approx 600$  мкм.

Основные параметры тимистора:

Напряжение переключения по аноду	$\geq 50$ в
Рабочее напряжение	12 в
Удерживающий ток	15—30 мА
Максимальный средний ток	300 мА
Напряжение управления при рабочем напряжении 12 в и температуре 25°С	$< 5$ в
Ток управления при тех же условиях	$\leq 30$ мА
Диапазон изменения времени задержки включения	30 мксек ÷ 10 мсек
Возможная максимальная величина времени задержки при магнитной индукции 0,6 тл	до 10 мксек

**Основная схема применения тимистора.** Принципиальная схема включения тимистора показана на рис. 2, а. Поскольку тимистор является прибором с переменной задержкой процесса включения, он применяется в цепях, питаемых импульсным анодным напряжением. Форма импульсов питающего напряжения  $U_1$  изображена в верхней части рис. 2, б. В нижней части рис. 2, б показана кривая напряжения  $U_K$  на резисторе  $R_K$ , которая по существу повторяет кривую тока через тимистор. Как видно из рисунка, задержку времени включения можно устанавливать в диапазоне  $t_{0z} - t_p$ . В схеме рис. 2, а установка задержки осуществляется с помощью резистора  $R$ , сопротивление которого является частью сопротивления цепи  $RC$ , включенного в цепь возбуждения тимистора. Символом  $t_{0z}$  обозначена минимальная задержка включения тими-

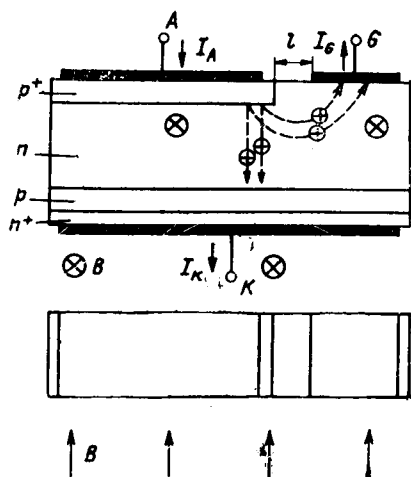


Рис. 1.

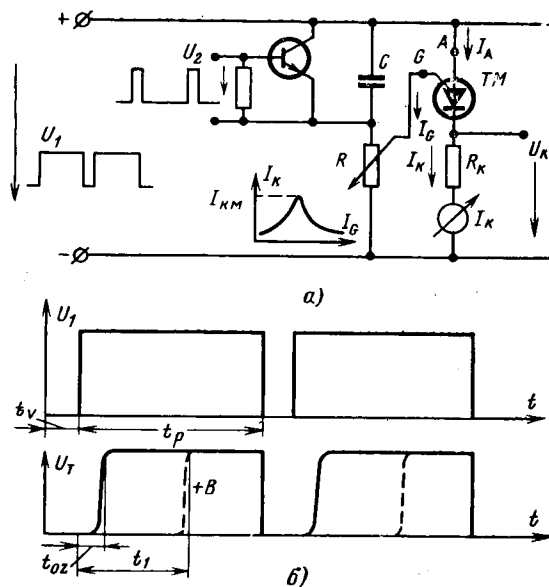


Рис. 2.

стора. Время  $t_p$  определяется длительностью импульса питающего напряжения.

С помощью резистора  $R$  можно управлять током в цепи возбуждения и устанавливать оптимальное значение исходного времени задержки. Если исходная задержка составляет, например, величину  $t_{0z}$ , то при воздействии магнитного поля она может быть увеличена до значения  $t_1$ . Возможно также и обратное воздействие.

Для обеспечения правильной работы тимистора необходимо установить оптимальную исходную задержку  $t_{0z}$ , как уже было сказано выше. Задержка в процессе включения тимистора зависит от тока возбуждения: с его увеличением она уменьшается. Оптимальная исходная задержка — это минимальная задержка, при которой элемент сохраняет высокую чувствительность к магнитному полю. Дальнейшее увеличение тока в цепи возбуждения приводит к незначительному уменьшению времени задержки, однако резко уменьшается магнитная чувствительность тимистора. Зависимость среднего тока, протекающего в цепи катода тимистора, от тока  $I_G$  тоже показана на рис. 2,а. Уменьшение катодного тока можно объяснить, если вновь обратиться к рис. 1. Анодный ток состоит из двух составляющих  $I_K$  и  $I_G$ . Ток  $I_G$  протекает в цепи управления, а  $I_K$  течет через катод. Если сопротивление в цепи управления уменьшится до такой степени, что станет меньше сопротивления катода, часть носителей (дырок) будет отсасываться из области широкой базы управляющим электродом, и, следовательно, катодный ток уменьшится.

Как показали измерения, процесс уменьшения катодного тока начинается при оптимальной величине задержки. Следовательно, с помощью измерителя, включенного в соответствии с рис. 2,а, можно установить оптимальную задержку  $t_{0z}$ . Эта установка производится на максимальное значение тока, поэтому она однозначна. Исходная задержка устанавливается с помощью резистора  $R$ , причем сопротивление  $R_K$  катода тимистора не оказывает существенного влияния на величину задержки.

**Применение тимистора для управления серийным двигателем постоянного тока.** Как уже было сказано, тимистор можно использовать в качестве элемента задержки, величину которой можно изменять путем изменения магнитного поля. Одна из основных областей применения тимистора — управление серийным двигателем постоянного тока. Схема силовой цепи такого устройства показана

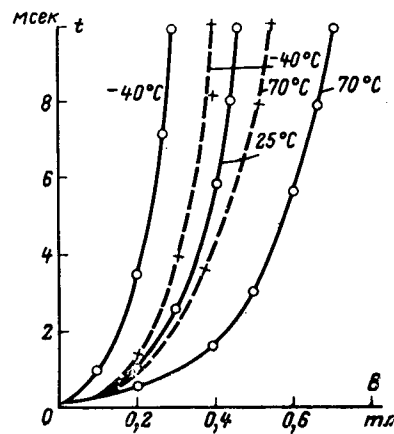


Рис. 4.

на рис. 3. На практике применяются разные варианты этой схемы. В нашем случае последовательно с двигателем подключена обмотка обратной связи, с помощью которой осуществляется гальваническая развязка силовой и управляющей цепей.

На рисунке символом  $M$  обозначена магнитная цепь тимистора. Основное магнитное поле создается катушкой  $L_1$ , причем катушка обратной связи  $L_2$  создает поле, действующее против основного магнитного поля. Таким образом, магнитное поле, воздействующее на тимистор, определяется разностью указанных полей.

Тимистор  $T$  помещается в зазор магнитной цепи, которому придана соответствующая форма, чтобы достичь линейной зависимости магнитной индукции от положения тимистора в зазоре. Магнитопровод  $M$  изготовлен из чистого железа. Максимальное значение магнитной индукции составляет 0,7 тл при токе в катушке возбуждения  $I_B = 500$  ма. Схема включения тимистора такая же, как на рис. 2,а.

При использовании силовой цепи в виде, изображенном на рис. 3, предполагается частота повторения, равная примерно 100 гц. На рис. 3 показаны также временные кривые импульсов включения тиристоров  $T_1$  и  $T_2$ . С помощью тимистора подаются импульсы включения вспомогательного тиристора  $T_2$ . При изменении направления магнитного поля возможна работа в обратном направлении, необходимо, однако, заменить также импульсы, поступающие к отдельным тиристорам.

Для выбора магнитопровода и оценки чувствительности тимистора на рис. 4 приведена типичная зависимость задержки от магнитной индукции при разных температурах. Во всех случаях в начале устанавливалась оптимальная исходная задержка  $t_{0z}$ , а затем увеличивалась магнитная индукция. Измерения проводились при использовании основной схемы, изображенной на рис. 2,а.

**Цепи управления.** Включение цепей управления для импульсного питания якоря серийного двигателя постоянного тока показано на схеме рис. 5. Основная частота повторения задана мультивибратором, состоящим из транзисторов  $Tr_1$  и  $Tr_2$ . Частоту повторения можно устанавливать в диапазоне 100 ÷ 200 гц, а степень заполнения импульсов — в диапазоне 0,50 ÷ 0,95. При включении транзисто-

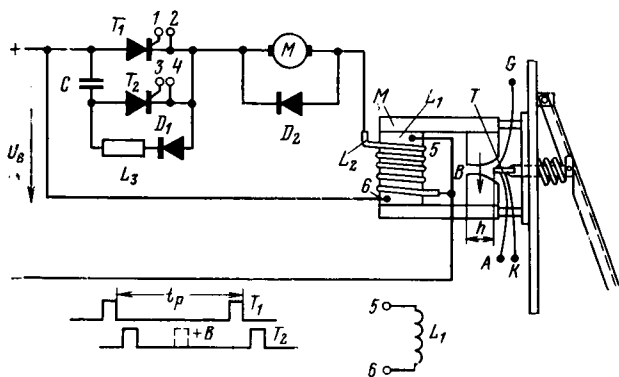


Рис. 3.

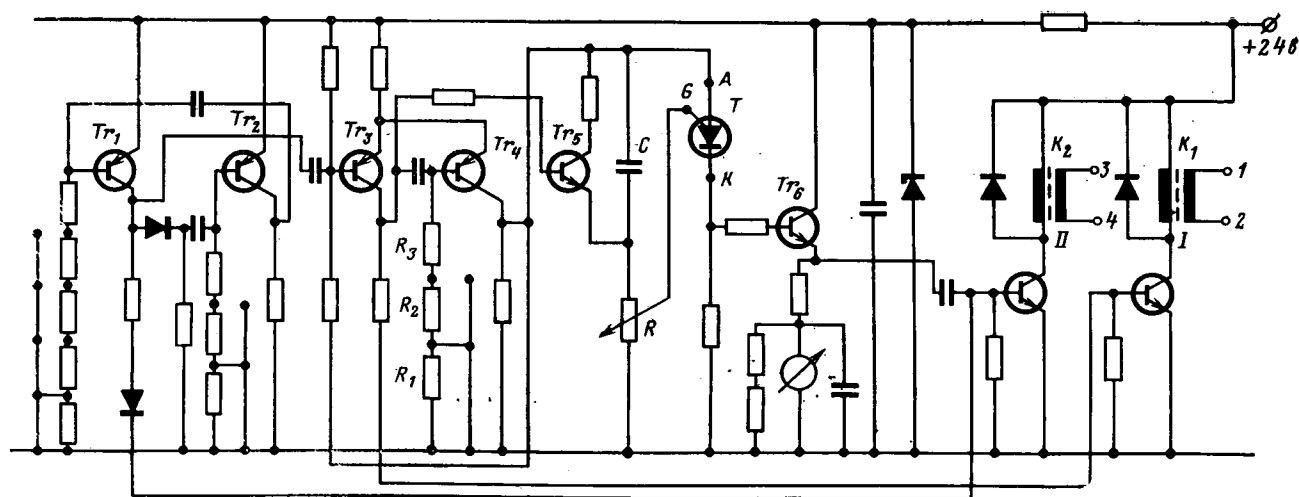
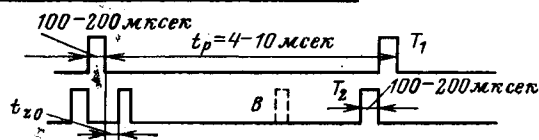


Рис. 5.



ра  $Tr_1$  возбуждается силовой транзистор  $K_2$ , создающий выходной импульс для вспомогательного тиристора  $T_2$  (рис. 3).

Импульсы напряжения, возникающие при переходе транзистора  $Tr_1$  в непроводящее состояние, вырабатываются одновибратором на транзисторах  $Tr_3$  и  $Tr_4$ . Длительность этих импульсов можно менять в диапазоне  $100 \div 200$  мсек с помощью резисторов  $R_1 - R_3$ . В интервале между проводящими состояниями транзистора  $Tr_3$  возбуждается силовой транзистор  $K_1$ , от которого запускается главный тиристор  $T_1$  (рис. 3).

В коллекторную цепь транзистора  $Tr_4$  включена цепь тиристора. Конденсатор  $C$  и резистор  $R$  образуют электрическую ячейку задержки. Величина исходной задержки в схеме зависит от значения резистора  $R$ . Параллельно емкости  $C$  включен разрядный транзистор  $Tr_5$ .

С помощью магнитного поля можно плавно изменять величину задержки от исходного ее значения до величины, определяемой частотой повторения.

Падение напряжения на катодном резисторе подается на  $Tr_6$ . В цепь эмиттера  $Tr_6$  включен измерительный прибор, по которому отсчитывается величина исходной задержки. Последовательность полученных таким образом импульсов показана в нижней части на рис. 5. Импульсы от транзистора  $K_1$  включают основной тиристор, импульсы от транзистора  $K_2$  — вспомогательный. Импульсные трансформаторы для силовых тиристорov обозначены  $I$  и  $II$ .

С помощью магнитного поля можно управлять положением импульса включения вспомогательного тиристора; в конце интервала времени  $t_p$  выходной импульс обеспечивает включение вспомогательного тиристора даже в случае отсутствия импульсов, приходящих от цепи тиристора.

**Магнитная чувствительность и температурная компенсация.** Как показали измерения, выполненные на опытном образце, магнитная чувствительность зависит от температуры. При температуре

$+70^\circ\text{C}$  она примерно в 3 раза меньше чувствительности при температуре  $-40^\circ\text{C}$ . В результате при неизменном положении тиристора в воздушном зазоре магнитопровода при разных температурах получаются разные задержки. Температурную неустойчивость можно ограничить, применив температурную компенсацию, которая осуществляется последовательным включением зависящего от температуры сопротивления или включением катушки возбуждения в цепь коллектора выходного транзистора. При этом стабилизация тока, протекающего в этой катушке, происходит за счет термистора в цепи базы. Второй вариант стабилизации выгоднее, так как термистор нагружается лишь незначительной мощностью.

Зависимость задержки от магнитной индукции для случая компенсации с применением транзистора и термистора изображена на рис. 4 пунктиром.

**Измерения, выполненные на опытном образце.** Для определения зависимости задержки от положения тиристора в зазоре магнитопровода были проведены измерения в диапазоне температур  $-40 \div +70^\circ\text{C}$ . Результаты измерений приведены на рис. 6 в виде температурной зависимости положе-

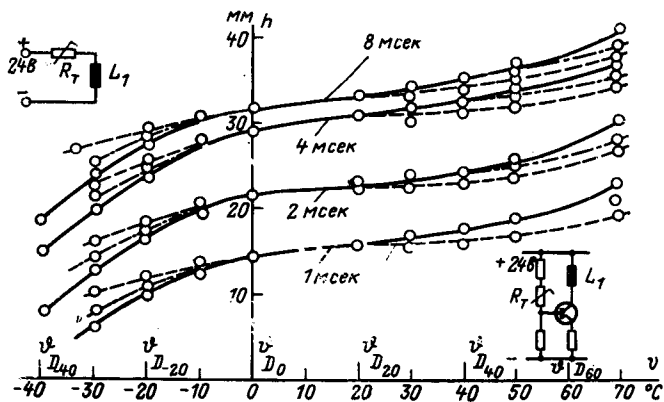


Рис. 6.

ния тимистора в зазоре магнитопровода при неизменной задержке. Значение  $h$  соответствует положению тимистора, показанному на рис. 3. Частота повторения равна 125 гц.

Во всех случаях была установлена одинаковая магнитная индукция  $B=0,65$  тл в самом узком месте воздушного зазора при температуре  $+25^\circ\text{C}$ . По ходу измерений дополнительно устанавливалась оптимальная исходная задержка  $t_{0z}$  при температурах, обозначенных на рис. 6 через  $\theta_D$ .

Измерения выполнялись как без компенсации в цепи катушки возбуждения, так и с компенсацией, причем применялись компенсационные схемы с термистором и транзистором.

На рис. 6 в общем виде показаны зависимости положения тимистора в магнитном поле от температуры для выбранных величин времени задержки (1, 2, 4 и 8 мсек). Зависимости, полученные при применении термокомпенсации с помощью термистора, нанесены на графиках пунктирными линиями, а зависимости, полученные при транзисторной компенсации, нанесены штрих-пунктирными линиями. Сплошные кривые изображают случай отсутствия компенсации.

Цепь импульсного питания двигателя (рис. 3) с цепью управления (рис. 5) применялась для серийного двигателя, приводящего аккумуляторную электротележку. Напряжение питания двигателя  $U_B=48$  в, максимальный ток  $I_M=40$  а.

Зависимость тока двигателя от положения тимистора показана на рис. 7 для случаев отсутствия

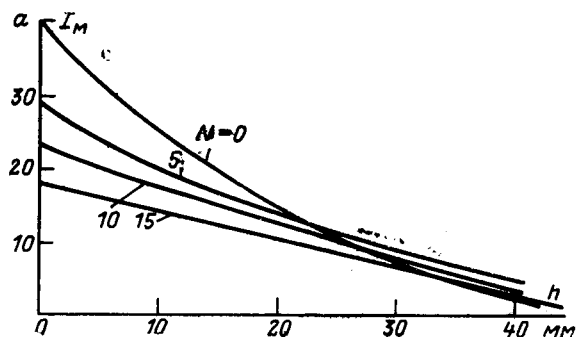


Рис. 7.

и наличия обратной связи, определяемой числом витков катушки  $L_2$ . При отсутствии обратной связи двигатель нагружается номинальным моментом. При включении обратной связи уменьшается ток двигателя, однако можно установить исходную задержку тимистора с помощью резистора таким образом, чтобы ток двигателя оставался неизменным.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bydžovský J., Husa V. Timistor nový řídící element silové elektroniky. — «Electrotechnický obzor», 1967, № 7.
2. Bydžovský J., Husa V., Timistor — ein Steuerelement der Leistungselektronik. — «EZE — A», 1969, № 11.

[18.1.1972]



УДК 621.311.4:621.33:621.3.019.34

## Некоторые методы повышения надежности систем автоматики и защиты тяговых подстанций городского электрического транспорта

Доктор техн. наук, проф. И. С. ЕФРЕМОВ, кандидаты техн. наук Т. И. ЛАПТЕВА,  
В. А. ЧИСТЯКОВ

Московский энергетический институт

Современный этап совершенствования систем тяговых подстанций характеризуется внедрением бесконтактных систем, заменяющих силовые и вспомогательные аппараты. В процессе создания таких устройств важное место занимают вопросы повышения параметров их надежности.

Проблема надежности систем автоматики и защиты тяговых подстанций городского электротранспорта имеет некоторые специфические особенности и отличается от аналогичных проблем надежности средств управления и защиты, в том числе и от параметров надежности управляющих вычислительных машин.

Первая важная особенность относится в большей мере к системам защиты. Дело в том, что все устройства тяговой подстанции работают в условиях резко переменной тяговой нагрузки, соизмеримой с малыми токами короткого замыкания. В связи с этим повышается вероятность сбоев.

Другой характерной особенностью систем автоматики тяговых подстанций является выполнение ими относительно редких кратковременных операций управления, причем лишь небольшая часть

отказов элементов немедленно проявляется как нарушение работы всей системы. Большинство отказов элементов вызывает нарушение работы системы лишь при возникновении определенной операции, для выполнения которой требуется в данный момент правильная работа отдельных элементов.

Автоматические системы тяговой подстанции предназначены для длительной непрерывной эксплуатации в промышленных условиях, при этом они непосредственно воздействуют на объекты управления. Поэтому уровень надежности системы должен быть по крайней мере на порядок выше уровня надежности технологического оборудования. С другой стороны, уровень надежности систем автоматики зависит от общих экономических требований к таким устройствам (например, от срока окупаемости).

Из работ целого ряда отечественных и зарубежных исследователей [Л. 1, 2 и 4] следует, что повышение надежности автоматических устройств может быть достигнуто при:

использовании логических и функциональных элементов повышенной надежности;



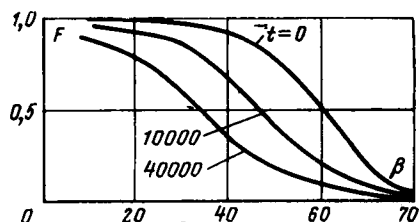


Рис. 1. Интегральные распределения коэффициента усиления транзистора  $\beta$ .

использовании рациональных методов расчета и облегченных режимов работы элементов;

введении алгоритмической или информационной избыточности;

введении структурной избыточности.

Применительно к автоматическим системам тяговой подстанции городского транспорта наибольшего внимания заслуживают первые три метода повышения надежности системы. Первый метод не требует пояснений. Остановимся более подробно на двух других.

Известно, что в процессе работы схемы происходит старение и изменение параметров деталей (транзисторов, диодов, резисторов), причем на процесс изменения параметров схемы оказывает влияние режим работы ее элемента. Изменения параметров бесконтактных устройств можно привести к изменению некоторых основных величин, характеризующих работоспособность схемы в режиме переключения. Применительно ко всему классу транзисторных устройств в качестве таких величин выбирают [Л. 4] напряжение эмиттер—база  $U_{з\text{ап}}$  закрытого транзистора при напряжении входа, меньшем напряжения срабатывания устройства ( $U_{\text{вх}} < U_{\text{ср}}$ ), и требуемый коэффициент усиления  $\beta$  при  $U_{\text{вх}} \geq U_{\text{ср}}$ .

На рис. 1 приведены характерные кривые интегрального распределения величины  $\beta$  германиевых сплавных транзисторов при коэффициенте нагрузки  $k_n=1$ , снятые непосредственно после изготовления ( $t=0$ ) и после эксплуатации в течение периода  $t=10\,000$  и  $40\,000$  ч [Л. 2].

Как видно из рисунка, при старении транзистора коэффициент усиления  $\beta$  уменьшается, следовательно, уменьшается и запас надежности по постепенным отказам при  $U_{\text{вх}} \geq U_{\text{ср}}$ . В связи с вышесказанным важное значение приобретает правильный выбор рациональных режимов работы деталей схемы с учетом вероятностного характера старения деталей.

Ниже рассмотрен вероятностный метод расчета на примере датчика максимальной токовой защиты.

Схема рассчитывается для наиболее тяжелого режима при максимальных значениях питающего напряжения и температуры окружающей среды. Для этого необходимо иметь статистические данные по изменению параметров диодов, транзисторов, резисторов и т. д. во времени (в частности, должны быть известны значения математических ожиданий, среднеквадратичных отклонений или дисперсии всех случайных величин к концу расчетного периода времени).

Исходными данными расчета являются вероятности появления постепенных отказов датчика ( $q_{\text{п.н.ср}}$ ), вызванные несрабатыванием его при  $U_{\text{вх}} = U_{\text{ср}}$ , и ложного срабатывания при  $U_{\text{вх}} < U_{\text{ср}}$  ( $q_{\text{н.л.срб}}$ ) или соответственно вероятности безотказной работы  $P_{\text{н.срб}}$  и  $P_{\text{н.з\text{ап}}}$ . Требуется определить параметры схемы и коэффициент усиления транзистора  $\beta$ , обеспечивающие получение этих величин.

На первом этапе расчета определим выражения для напряжения запирающего  $U_{\text{з\text{ап}}}$  и коэффициента усиления транзистора  $\beta$ . Схема датчика приведена на рис. 2.

Для вывода расчетных соотношений  $U_{\text{з\text{ап}}}$  и  $\beta$  удобно рассмотреть закрытое и открытое состояния триода в схеме. Для закрытого состояния триода можно записать:

$$I_{\text{к0}} = I_{\text{б0}}; \quad (1)$$

$$U_{\text{см}} = I_{\text{б0}} R_6 + \Delta U + U_{\text{з\text{ап}}}; \quad (2)$$

$$U_{\text{см}} = \frac{U_{\text{п.н}} R_2}{R_1 + R_2}; \quad (3)$$

$$\Delta U = S \omega_6 \frac{\Delta \Phi}{t_{\text{пер}}}. \quad (4)$$

Из этих соотношений находим:

$$U_{\text{з\text{ап}}} = \frac{\alpha U_{\text{п.н}} R_2}{R_1 + R_2} - I_{\text{к0}} R_6 - \Delta U, \quad (5)$$

где  $U_{\text{п.н}}$  — номинальное напряжение источника питания;  $I_{\text{к0}}$  — максимальный неуправляемый ток коллектора закрытого транзистора при наибольшей рабочей температуре и с учетом старения транзистора;  $R_1, R_2, R_3$  — сопротивления двигателя и базовое сопротивление;  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий уменьшение напряжения по сравнению с номинальным.

**Открытое состояние триода.** Для обеспечения начала лавинообразного процесса открытия транзистора в базовую цепь должен быть подан ток

$$I_6 = \frac{I_{\text{к}}}{\beta} - I_{\text{б0}} = I_{\text{б.вх}} - I_{\text{б0}}, \quad (6)$$

с другой стороны, из схемы рис. 2

$$I_6 = \frac{U_{\text{см}} + U_{\text{з\text{ап}}} - \Delta U_{\text{нх}}}{R_6}. \quad (7)$$

Как известно, коэффициент передачи по току  $\beta$  определяется из отношения:

$$\beta = \frac{I_{\text{к}}}{I_6} = \frac{U_{\text{п.н}} - U_{\text{э\text{к}}}}{R_{\text{к}} I_6}. \quad (8)$$

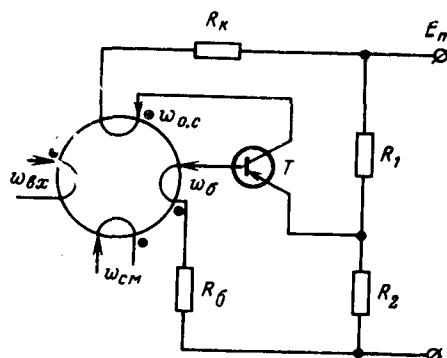


Рис. 2. Принципиальная схема датчика короткого замыкания.

Подставляя в (8) значение тока  $I_6$  из (7), получаем:

$$\beta = \frac{U_{п.н} - U_{ок}}{R_k \left[ \frac{U_{см} + U_{об} - \Delta U_{нк}}{R_6} \right]}, \quad (9)$$

и принимая во внимание соотношение (3),

$$\beta = \frac{(U_{п.н} - U_{ок}) R_6}{R_k R_6 \left[ \frac{U_{п.н} R_2}{R_1 + R_2} + U_{об} - \Delta U_{нк} \right]}. \quad (10)$$

Расчет датчика токовой защиты вероятностным методом производится в предположении, что случайные величины  $I_{к0}$ ,  $U_{об}$  и  $U_{ок}$  имеют нормальный закон распределения и характеризуются соответствующими математическими ожиданиями  $\bar{I}_{к0}$ ,  $\bar{U}_{ок}$ ,  $\bar{U}_{об}$  и среднеквадратичными отклонениями  $\sigma[I_{к0}]$ ,  $\sigma[U_{ок}]$ ,  $\sigma[U_{об}]$ .

Как показывает опыт [Л. 4], закон распределения случайных величин сопротивлений резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_6$  и  $R_k$  отличается от нормального и приближается к равномерному. Для равномерного закона распределения [Л. 3] дисперсия может быть вычислена по формуле:

$$\sigma^2[R] = \frac{(b-c)^2 R^2}{12}, \quad (11)$$

где  $b$  и  $c$  — пределы относительного изменения значения  $R$ .

Величины, входящие в (5) и (10), попарно независимы. В соответствии с центральной предельной теоремой: если какая-либо величина является функцией большого числа независимых аргументов, причем каждый из аргументов оказывает на исследуемую величину малое влияние и не одно влияние не превалирует, то можно ожидать, что эта величина распределена по нормальному закону распределения — для названных величин на практике для получения нормального закона распределения достаточно, чтобы функция зависела от 4—5 аргументов.

В связи с этим можно считать, что величины  $U_{зап}$  и  $\beta$ , определяемые из (5) и (10), имеют нормальный закон распределения, и для них могут быть вычислены дисперсии  $\sigma^2[U_{зап}]$  и  $\sigma^2[\beta]$ .

Применяя теорему о линеаризации функций нескольких случайных аргументов [Л. 3] и считая корреляционный момент равным нулю (ибо мы рассматриваем независимые случайные величины), получаем математические ожидания и дисперсии величин  $U_{зап}$  и  $\beta$ :

$$\bar{U}_{зап} = \frac{a U_{п.н} \bar{R}_2}{\bar{R}_1 + \bar{R}_2} - \bar{I}_{к0} \bar{R}_6 - \Delta U; \quad (12)$$

$$\bar{\beta} = \frac{(a U_{п.н} - \bar{U}_{ок}) \bar{R}_6}{\bar{R}_k \bar{R}_6 \left[ \frac{a U_{п.н} \bar{R}_2}{\bar{R}_1 + \bar{R}_2} + \bar{U}_{об} - \Delta U \right]}; \quad (13)$$

$$\sigma^2[U_{зап}] = \sigma^2[I_{к0}] \left( \frac{\partial U_{зап}}{\partial I_{к0}} \right)^2 + \sigma^2[R_6] \left( \frac{\partial U_{зап}}{\partial R_6} \right)^2 + \sigma^2[R_1] \left( \frac{\partial U_{зап}}{\partial R_1} \right)^2 + \sigma^2[R_2] \left( \frac{\partial U_{зап}}{\partial R_2} \right)^2; \quad (14)$$

$$\sigma^2[\beta] = \sigma^2[U_{ок}] \left( \frac{\partial \beta}{\partial U_{ок}} \right)^2 + \sigma^2[R_6] \left( \frac{\partial \beta}{\partial R_6} \right)^2 + \sigma^2[R_k] \left( \frac{\partial \beta}{\partial R_k} \right)^2 + \sigma^2[R_1] \left( \frac{\partial \beta}{\partial R_1} \right)^2 + \sigma^2[R_2] \left( \frac{\partial \beta}{\partial R_2} \right)^2 \quad (15)$$

и среднеквадратичные отклонения:

$$\sigma[U_{зап}] = \sqrt{\sigma^2[U_{зап}]}; \quad (16)$$

$$\sigma[\beta] = \sqrt{\sigma^2[\beta]}. \quad (17)$$

Величины  $\sigma^2[R_6]$ ,  $\sigma^2[R_1]$ ,  $\sigma^2[R_2]$  находятся по заданному разбросу сопротивлений из соотношения (11), а величины  $\frac{\partial U_{зап}}{\partial I_{к0}}$ , ...,  $\frac{\partial \beta}{\partial R_2}$  определяются дифференцированием (5) и (10) и подстановкой в полученные выражения вместо случайных величин их математических ожиданий.

Расчет ведется методом последовательных приближений. Прежде всего задаемся какой-либо величиной  $\bar{U}_{зап} > U_{зап0}$ , где  $U_{зап0}$  — известное напряжение эмиттер — база, обеспечивающее надежное запертие транзистора. Выбираем значение суммарного сопротивления делителя  $R = R_1 + R_2$  и определяем  $\bar{R}_2$  из (3):

$$\bar{R}_2 = \frac{U_{зап} (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)}{a U_{п.н}}, \quad (18)$$

затем определяем  $\bar{R}_1$ ,  $\bar{R}_k$ ,  $\bar{R}_6$ :

$$\bar{R}_1 = \bar{R} - \bar{R}_2; \quad (19)$$

$$\bar{R}_k = \frac{a U_{к.н}}{k I_{к.н.рек}}, \quad (20)$$

где  $k$  — коэффициент запаса по току.

По известным параметрам схемы рассчитывается величина  $\sigma^2[U_{зап}]$  — уравнение (14). Далее находится вероятность  $P_{н.зап}$  надежного запертия транзистора при наибольшей рабочей температуре с учетом увеличения  $I_{к0}$  из-за старения транзистора:

$$P_{н.зап} = B_{ср}(U_{зап} > U_{зап0}) = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma[U_{зап}]} \times \int_0^{U_{зап} - \bar{U}_{зап0}} e^{-\frac{(\bar{U}_{зап} - \bar{U}_{зап0})^2}{2\sigma^2[U_{зап}]}} dU_{зап} = 0,5 + \Phi(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\Delta U_{зап}}{\sigma[U_{зап}]}\right), \quad (21)$$

где  $\Phi(x)$  — табулированная функция Лапласа.

При этом вероятность постепенного отказа типа ложного срабатывания

$$P_{н.сраб} = 1 - P_{н.зап}. \quad (22)$$

Если окажется, что для взятых параметров заданная надежность не обеспечивается, то задаемся другим, большим значением, и так далее, пока не будет обеспечена заданная надежность. Выбрав окончательное значение  $\bar{U}_{зап}$ , определяем значения  $R_1$  и  $R_2$ , и из (12) находим значение  $\bar{\beta}$ . Далее из (15) и (17) рассчитываем  $\sigma[\beta]$ .

Минимально допустимый коэффициент усиления транзистора  $\beta_0$  при наименьшей рабочей температуре находится по заданному значению  $P_{н.сраб}$  из соотношений:

$$P_{н.сраб} = \text{Вер}(\beta_0 > \beta) = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma[\beta]} \times \int_0^{\beta_0 - \bar{\beta}} e^{-\frac{(\beta - \bar{\beta})^2}{2\sigma^2[\beta]}} d\beta = 0,5 + \Phi(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\Delta \beta}{\sigma[\beta]}\right); \quad (23)$$

$$\Delta \beta = \beta_0 - \bar{\beta}. \quad (24)$$



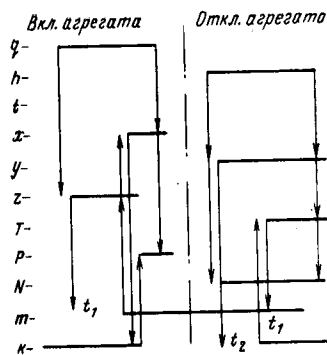


Рис. 4. Циклограммы работы блока автоматики выпрямительного агрегата.

выходного сигнала не всегда определяется однозначно комбинацией входных сигналов.

При анализе надежности такой системы в соответствии с [Л. 5] надо в некотором такте зафиксировать состояние  $U_i$  автомата (рис. 5) и сигнал с выхода памяти  $X_i$ . В результате этого автомат с памятью для данного такта превращается в логическую схему со входом  $X \oplus X_i$  и выходом  $Y$ , и для анализа его надежности можно применять обычные методы.

Для рассматриваемой здесь схемы со многими выходами наибольший интерес представляет не вероятность безотказной работы такого-то устройства в целом, а эффективность работы устройства, учитывающая, что разные отказы по-разному влияют на работу объекта управления.

Для определения эффективности многовыходного устройства удобен метод [Л. 5], использующий  $k$ -значную логику состояний систем и позволяющий решать широкий класс задач по определению основных показателей надежности систем. Сущность его заключается в следующем.

Предполагая, что известны вероятности  $F_{x_i}$  появления всех возможных наборов входных сигналов  $X_i$ , задаемся на каждом из наборов  $X_i$  различными типами повреждений всех элементов, входящих в устройство, и определяем влияние повреждений на выходы устройства. В процессе этого анализа удобно заполнить таблицу, в которой указываются

$x_i$								Номер логического элемента			
$x_1$	...	$x_n$	$F_{x_i}$	$y_1$	...	$y_l$		1	2	...	$m$

значения входных наборов  $X_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , вероятности появления этих наборов  $F_{x_i}$  и значения выходных сигналов  $y_1, y_2, \dots, y_l$  при полностью исправном устройстве. В последующих столбцах для каждого элемента на каждом входном наборе определяется: является ли отказ этого элемента существенным для выходов  $y_1, y_2, \dots, y_l$ . Если отказ данного элемента является несущественным, то в этой клеточке ставится черточка, а если — существенным, то указываются тип отказа ( $\lambda_i^0$  или  $\lambda_i^1$ ) и номера выходов, для которых  $Y_i = \bar{Y}_j$ .

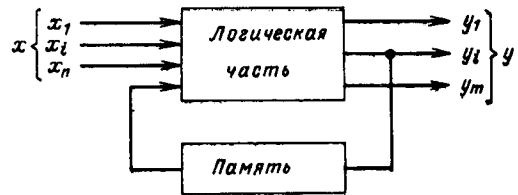


Рис. 5. Блок-схема логического устройства с памятью.

После составления таблицы подсчитывается вероятность появления каждого из наборов  $y_j$  повреждений выходов. Под набором  $y_j$  понимается вектор  $y_s^{(\alpha)}, y_r^{(\alpha)}, \dots, y_l^{(\alpha)}$ , записанный в таблице, который указывает на номера и типы повреждений выходов типа «0» или «1», так как различные типы повреждений разных элементов являются событиями несовместными, а также несовместны появления различных наборов  $X_i$  в данный момент времени, вероятность появления различных наборов повреждений выходов  $Y_i$  определяется из выражения:

$$qY_j = \sum_g F_{x_i} \left( \sum_f \lambda_i^{(\alpha)} t \right).$$

Здесь  $F_{x_i}$  — вероятность появления наборов входных величин,  $g$  — множество наборов входных величин  $X_i$ , на которых отказ элемента вызывает появление данного набора повреждений выходов  $Y_j$ ;  $f$  — множество элементов из  $1, 2, \dots, m$ , отказ которых существен, т. е. вызывает на данном входном наборе  $X_i$  появление набора повреждений выходов  $Y_j$ . Для оценки эффективности работы логического устройства должна быть задана величина штрафа  $T_{y_j}$  для каждого набора повреждений выходных величин. Тогда, зная вероятность повреждений выходных величин  $q_{y_j}$  на наборе  $X_i$  и величину штрафа  $T_{y_j}$ , можно определить общую величину штрафа:

$$T = \sum_{y_j} q_{y_j} T_{y_j}.$$

Рассмотренный метод позволяет провести не только расчет эффективности конкретной схемы, но и сравнительную оценку логических устройств, реализующих одни и те же функции, но имеющих различные структуры.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сотсков Б. С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М., «Высшая школа», 1970.
2. Доманицкий С. М. Построение надежных логических устройств. М., «Энергия», 1971.
3. Венцель Е. С. Теория вероятности. М., «Наука», 1964.
4. Маслов А. Я. и др. Повышение надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Советское радио», 1972.
5. Левин В. И. Вероятностный анализ ненадежных автоматов. Рига, «Зинатне», 1969.

[28.9.1972]



# Об энергетических показателях регулируемого электропривода переменного тока с машиной двойного питания

Доктор техн. наук, проф. А. С. САНДЛЕР и канд. техн. наук Г. А. ЩУКИН  
Московский энергетический институт

Интенсивное развитие полупроводниковой техники и особенно увеличение производства мощных тиристорных преобразователей позволяют уже в настоящее время создавать силовые преобразовательные устройства, которые используются в каскадных схемах включения асинхронных двигателей с целью экономичного и плавного регулирования скорости вращения разнообразных производственных механизмов.

Большое количество работ [Л. 1 и 2], посвященных исследованию статических характеристик различных каскадных схем, еще не исчерпывает решения всех вопросов, имеющих практическое значение и теоретический интерес. К таким вопросам относится, например, выявление энергетических показателей электропривода переменного тока, работающего в режимах машины двойного питания.

В статье рассматриваются регулировочные возможности МДП при полной ее загрузке номинальными значениями токов статора и ротора и выявляются возможности поддержания на заданном уровне результирующего коэффициента мощности с учетом специфики работы преобразователя частоты с непосредственной связью в роторной цепи машины.

Блок-схема системы приведена на рис. 1.

Ротор машины двойного питания (МДП) подсоединен к преобразователю частоты с непосредственной связью (ПЧНС), который, в свою очередь, подключен через согласующий трансформатор (Тр) к трехфазной сети питания статора МДП. Информация о скорости МДП, а также об угловом положении ротора вводится в систему управления преобразователем частоты (СУПЧ) от датчика частоты вращения (ДЧВ) [Л. 3].

В такой схеме, как известно, МДП может управляться как при скорости выше синхронной, так и ниже ее, т. е. может осуществляться так называемое двухзонное управление. При этом переход из одной зоны в другую выполняется просто — воздействием на систему управления преобразователем.

Следует отметить, что мощность, развиваемая МДП, может быть определена по формуле:

$$P_{\text{в}} = P_{12}(1 \pm s), \quad (1)$$

где  $P_{12}$  — электромагнитная мощность, поступающая со стороны статора;  $s$  — скольжение ротора; знак плюс относится к режимам работы со скоростью выше синхронной, минус — ниже синхронной.

Очевидно, при скорости МДП выше синхронной энергия скольжения ( $P_{12}s$ ) потребляется машиной от преобразователя частоты, а в режиме ниже синхронной — реализуется преобразователем и затем за вычетом потерь возвращается в питающую сеть.

Что касается реактивной энергии, то она потребляется ротором для возбуждения и может при известных условиях даже генерироваться статором

МДП в сеть. Условия, при которых этот режим возможен, рассматриваются ниже.

Мощность преобразователя частоты определяется наибольшим скольжением, при котором работает МДП, и наибольшим током ротора. В связи с этим возможно значительное снижение мощности преобразователя при двухзонном регулировании в сравнении с однозонным. Кроме того, при двухзонном регулировании коэффициент мощности установки можно поддерживать на более высоком уровне, чем при однозонном, и одинаковым в обоих случаях диапазоне регулирования скорости.

Анализ характеристик МДП в асинхронном режиме [Л. 4] проводился с помощью так называемых областей допустимых моментов (электромагнитной мощности), которые может развивать МДП при ограничении тока статора и ротора заданными величинами (в частности, номинальными для длительного режима работы). Области допустимых моментов, например, для двигателя типа АК2-101-6 при трех значениях скольжения ( $s=0,25; 0; -0,25$ ) приведены на рис. 2, а, б и в. Тонкими линиями показаны области, полученные при ограничении токов величинами, в 1,5 раза превосходящими номинальные. Здесь и при других графических построениях, а также в аналитических выражениях используется система относительных единиц, где базовыми величинами приняты: номинальное фазное напряжение статора  $U_{\phi} = U_{\text{н.ф}}$ ; номинальный фазный ток статора  $I_{\phi} = I_{\text{н.ф}}$ ; номинальное сопротивление статора  $z_{\phi} = U_{\phi}/I_{\phi}$ ; синхронная угловая скорость  $\omega_{\phi} = \omega_0$ .

Границы областей допустимых моментов рассчитывались с использованием предварительно определенных областей допустимых токов [Л. 4] с помощью выражения:

$$M = P_{12} = \frac{mr'_2x_m^2s - mU_2'^2r_1x_m^2}{(r'_2x_{1m})^2 + s^2r_1r'_2x_m^2 + s^2x_{1m}^2} - \frac{mU_2'x_m[(r_1r'_2 + sx_{1m}^2)\sin\theta + (r'_2x_{1m} - r_1x'_2ms)\cos\theta]}{\{ (r'_2x_{1m})^2 + s^2r_1r'_2x_m^2 + s^2x_{1m}^2 \}}, \quad (2)$$

где  $U_2'$  — приведенное фазное напряжение, подводимое от преобразователя;  $r_1$  — активное сопротивление фазы статора;  $r'_2$  — приведенное активное сопротивление фазы ротора;  $x_{1m}$  — полное индуктивное сопротивление обмотки статора;  $x'_2$  — полное приведенное индуктивное сопротивление обмотки ротора;  $x_{1m} = x_1 + x_m$ ;  $x'_2 = x'_2 + x_m$ ;  $x_1$  — индуктивное сопротивление рассеяния статора;

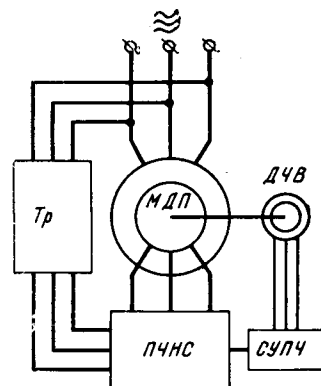


Рис. 1.

$x'_2$  — приведенное индуктивное сопротивление ротора;  $x_m$  — индуктивное сопротивление самоиндукции;  $\theta$  — пространственный угол сдвига между вращающимися в пространстве с синхронной скоростью векторами первичного и вторичного напряжений.

Известно, что при определенных значениях ( $U'_2$ ) и фазе ( $\theta$ ) вторичного напряжения МДН может работать с коэффициентом мощности  $\cos \varphi_1$  (статорной цепи), равным единице или даже опережающим.

Выражение для реактивной мощности первичной цепи машины

$$Q_1 = - \frac{m(r_2'^2 x_{1m} + s^2 x_{2m}'^2 x_{1m2}^2)}{(r_2' x_{1m})^2 + s 2 r_1 r_2' x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4} + \frac{m U_2' x_m [(s x_{1m2}^2 - r_1 r_2') \cos \theta - (r_2' x_{1m} + r_1 x_{2m}' s) \sin \theta]}{(r_2' x_{1m})^2 + s 2 r_1 r_2' x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4}. \quad (3)$$

По (2) и (3) были проведены расчеты для  $\cos \varphi_1 = 1$ . Результаты расчетов нанесены на приведенные области допустимых моментов в виде линий моментов для режима  $\cos \varphi_1 = 1$  (рис. 2), причем слева от этой линии МДП работает с отстающим коэффициентом мощности первичной цепи, а справа — с опережающим.

Исследования показывают, что практически в диапазоне моментов от номинального в двигательном режиме до номинального в генераторном режиме возможна работа МДП при выполнении условия  $\cos \varphi_1 = 1$  при ограничении токов машины номинальными значениями. Кроме того, при нагрузках, меньших номинальной, коэффициент мощности первичной цепи МДП может быть опережающим.

Для определения результирующего коэффициента мощности электропривода ( $\cos \varphi_2$ ) необходимо оценить еще коэффициент мощности вторичной цепи машины. Учитывая, что асинхронная машина с фазным ротором максимально может быть использована при токах, равных номинальным, а также, что роторная цепь МДП получает питание от преобразователя частоты с непосредственной связью, который при любых режимах работы является потребителем реактивной энергии, можно утверждать, что работа МДП с результирующим коэффициентом мощности, близким к единице, в длительном режиме работы может оказаться возможной только при нагрузках, меньших номинальной.

Таким образом, возникает необходимость рас-

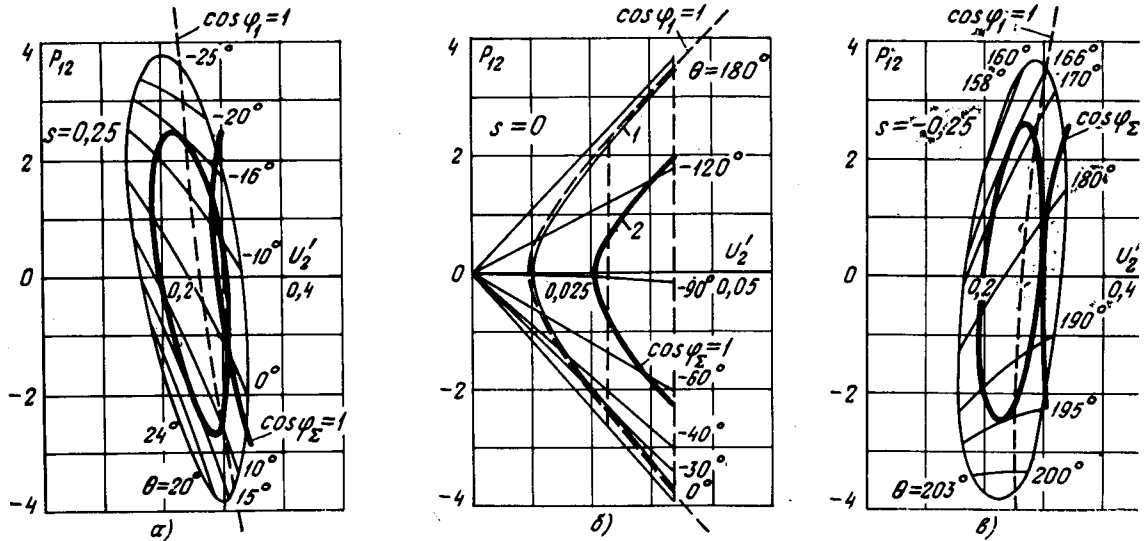


Рис. 2.

считать значения активной и реактивной мощностей на входе преобразователя частоты.

Предполагая, что питающее ПЧПС напряжение синусоидально, и заменяя реальную кривую выходного тока преобразователя ее огибающей, можно в общем виде решить задачу определения энергетических коэффициентов входной цепи ПЧНС [Л. 5—7]. Полная мощность на входе ПЧНС содержит четыре составляющих: активную мощность  $P'_1$ , реактивную мощность  $Q'_1$ , мощность искажения и мощность несимметрии. Полагая при принятых допущениях, что вентили идеальны, переключение групп вентилях происходит в функции тока нагрузки (т. е. отсутствуют уравнивающие токи), анодные индуктивности равны нулю, при трехфазном выходе и симметрии нагрузки, можно пренебречь мощностями искажения и несимметрии.

Активная мощность (относительно напряжения  $U'_2$ ) роторной цепи МДП

$$P'_2 = m U_2' I_2' \cos \varphi'_2, \quad (4)$$

где  $\varphi'_2$  — угол между векторами вторичного напряжения и тока.

Действующее значение вторичного напряжения МДП

$$U'_2 = U_1' \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha_{\min}, \quad (5)$$

где  $U_1'$  — действующее значение фазного напряжения питания преобразователя частоты;  $\alpha_{\min}$  — минимальный угол регулирования.

Пользуясь (4) и (5), определяется активная мощность на входе преобразователя  $P'_1 = P'_2$ .

Угол  $\varphi'_2$  для заданной фазы вторичного напряжения ( $\theta$ ) может быть определен, если предварительно найти фазу (относительно напряжения статора  $U_1$ ) вторичного тока с помощью выражений:

$$\operatorname{Re}(I_2') = - \frac{s x_m (r_2' x_{1m} + r_1 x_{2m}' s)}{(r_2' x_{1m})^2 + s 2 r_1 r_2' x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4} + \frac{U_2' [(r_2' x_{1m}^2 + r_1 x_m^2) \cos \theta + s x_{1m2}^2 x_{1m} \sin \theta]}{(r_2' x_{1m})^2 + s 2 r_1 r_2' x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4}; \quad (6)$$

$$\operatorname{Im}(I'_2) = - \frac{s x_m (r_1 r'_2 - s x_{1m2}^2)}{(r'_2 x_{1m})^2 + s^2 r_1 r'_2 x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4} + \frac{U'_2 [(r'_2 x_{1m}^2 + r_1 x_m^2 s) \sin \theta - s x_{1m2}^2 x_{1m} \cos \theta]}{(r'_2 x_{1m})^2 + s^2 r_1 r'_2 x_m^2 + s^2 x_{1m2}^4}, \quad (7)$$

где  $\operatorname{Re}(I'_2)$  и  $\operatorname{Im}(I'_2)$  — соответственно активная и реактивная составляющие вторичного тока.

Реактивная мощность входной цепи ПЧНС может быть определена [Л. 7] по зависимости отношения действующих значений тока входной цепи преобразователя ( $I_{\partial 1}$ ) к выходному току ( $I_{\partial 2} = I'_2$ ) в функции коэффициента мощности выходной цепи ( $\cos \varphi'_2$ ) и глубины регулирования напряжения ( $v = \cos \alpha_{\min}$ ) (рис. 3):

$$\frac{I_{\partial 1}}{I_{\partial 2}} = k = f(\cos \varphi'_2, v). \quad (8)$$

Полная мощность на первичной стороне преобразователя частоты

$$S'_1 = m U'_1 I_{\partial 1} = m U'_1 k I_{\partial 2}. \quad (9)$$

Коэффициент мощности входной цепи преобразователя

$$\chi = \frac{P'_1}{S'_1} = \frac{\frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}}{k} \cos \alpha_{\min} \cos \varphi'_2. \quad (10)$$

Реактивная мощность на входе преобразователя частоты

$$Q'_1 = P'_1 \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi}. \quad (11)$$

Таким образом, при заданном режиме работы МДП ( $s, U'_2, \theta$ ) по приведенным выше выражениям можно определить активную и реактивную мощности и результирующий коэффициент мощности ( $\cos \varphi'_2$ ) на входных зажимах системы электропривода.

В выражение коэффициента мощности входит  $\cos \alpha_{\min}$ . Так как с увеличением  $\alpha_{\min}$  форма выходного напряжения преобразователя ухудшается, то значение питающего ПЧНС напряжения должно выбираться минимально возможным при данном диапазоне регулиро-

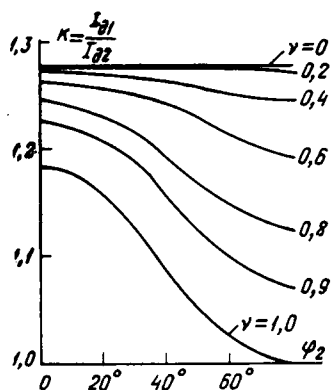
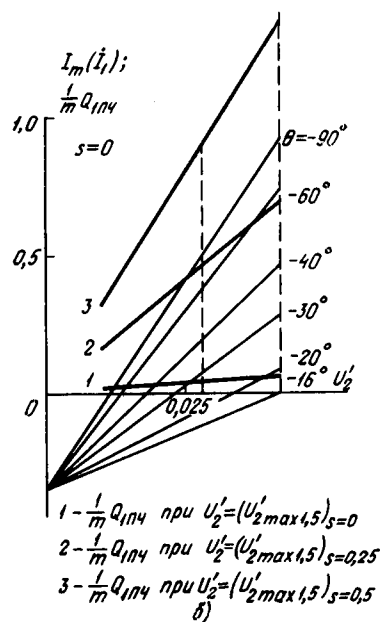


Рис. 3.



вания скорости. С увеличением требуемого диапазона регулирования скорости энергетические показатели системы с МДП будут ухудшаться.

Оценим возможность существования режима, при котором результирующий коэффициент мощности установки равен единице.

С помощью выражения (3) для комбинации управляющих параметров ( $U'_2, \theta$ ), при которых коэффициент мощности первичной цепи МДП — опережающий, были рассчитаны для тех же, что и на рис. 2, фиксированных значений скольжения зависимости реактивной мощности первичной цепи МДП в функции вторичного напряжения при дискретно изменяемой фазе  $\theta$ . По (6), (7), (10) и (11) при тех же самых параметрах  $U'_2$  и  $\theta$ , пренебрегая током намагничивания согласующего трансформатора, были рассчитаны зависимости реактивной мощности, потребляемой вторичной цепью  $Q_{1пч}$ .

Расчет проводился при напряжении питания ПЧНС, обеспечивающем при  $\alpha_{\min} = 0$  получение области моментов для  $|s_{\max}| = 0,25$  при ограничении токов первичной и вторичной цепей полукратными значениями соответствующих номинальных величин. Кроме того, дополнительно для скольжения  $s = 0$  были проведены расчеты при аналогичных ограничениях, но при скольжении  $|s_{\max}| = 0,5$  (кривая 3) и  $s_{\max} = 0$  (кривая 1).

На рис. 4, а, б и в построены зависимости реактивной мощности, потребляемой вторичной цепью, и зеркального отображения зависимости реактивной мощности первичной цепи МДП (тонкие линии) в функции напряжения вторичной цепи. Очевидно, точки пересечения этих кривых соответствуют  $\cos \varphi'_2 = 1$ . Область, лежащая правее линии, соединяющей эти точки, соответствует режиму работы

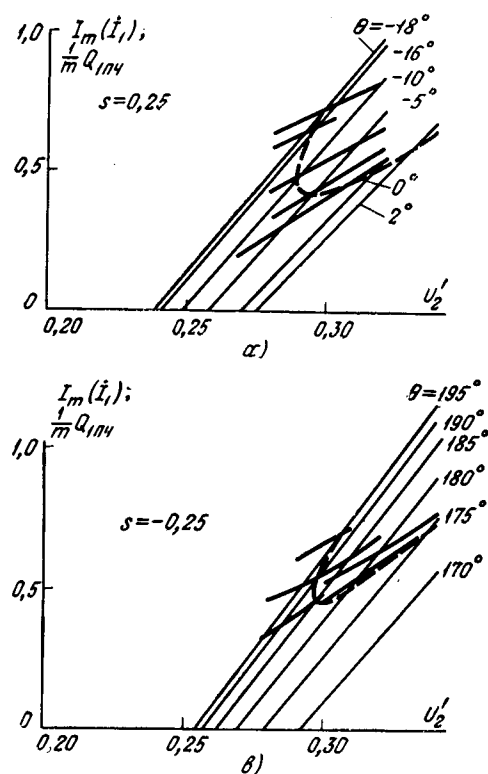


Рис. 4.

МДП с опережающим результирующим коэффициентом мощности системы, левая область соответствует режиму с отстающим результирующим коэффициентом мощности.

Для сочетаний управляющих параметров ( $U'_2$ ,  $\theta$ ), соответствующих точкам пересечений кривых реактивных мощностей, с помощью выражения (2) рассчитаны моменты, развиваемые МДП при  $\cos \varphi_2 = 1$  и данном фиксированном скольжении. Соответствующие результирующие линии моментов для режима  $\cos \varphi_2 = 1$  нанесены на указанные ранее области допустимых моментов. В областях, лежащих правее этих линий, результирующий коэффициент мощности — опережающий, в областях, лежащих слева — отстающий, хотя коэффициент мощности первичной цепи может быть и опережающим.

Взаимное расположение областей допустимых моментов и линий моментов для режима  $\cos \varphi_2 = 1$  (для двигателей АК2-101-6) указывает на то, что при ограничении токов машины номинальными величинами и при диапазоне регулирования скорости, соответствующем максимальному скольжению  $|s_{\max}| = 0,25$ , работа машины с  $\cos \varphi_2 = 1$  возможна только при нагрузках, существенно меньших номинальной.

При скольжении  $s = -0,25$  и указанных ограничениях по току система может работать только

с отстающим коэффициентом мощности. Исследования показывают, что с увеличением требуемого диапазона регулирования скорости и с одновременно необходимым увеличением напряжения питания ПЧНС уменьшаются возможности МДП по поддержанию на высоком уровне результирующего коэффициента мощности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. М., «Наука», 1969.
2. Испытание асинхронизированного синхронного двигателя. — «Электричество», 1971, № 7. Авт.: Н. Н. Блоцкий, М. М. Ботвинник, Б. П. Климов и др.
3. Сандлер А. С., Шукин Г. А. Регулируемый электропривод переменного тока с машиной двойного питания. — В кн.: Доклады научно-технической конференции МЭИ. Изд. МЭИ, 1969.
4. Сандлер А. С., Шукин Г. А. Исследование статических характеристик машины двойного питания, работающей в асинхронном режиме. — «Труды Московского энергетического института. Электромеханика», 1971, вып. 86, ч. 1.
5. Маевский О. А. Определение энергетических соотношений и составляющих полной мощности в вентильных преобразовательных установках. — «Электричество», 1965, № 3.
6. Бернштейн И. Я. Коэффициент мощности преобразователя частоты без звена постоянного тока. — «Электротехника», 1966, № 5.
7. Жемеров Г. Г. Влияние преобразователей частоты с непосредственной связью на питающую сеть. — «Электричество», 1968, № 4.

(4.2.1972)



## Оптимальное по быстродействию управление обобщенной системой привода постоянного тока

Канд. техн. наук В. П. ЧИСТОВ  
Свердловск

УДК 62-83-52

В [Л. 1 и 2] были рассмотрены задачи оптимального управления электрическими приводами постоянного тока типа Г—Д и УРВ—Д (Т—Д), уравнения движения которых были получены как частные случаи обобщенной системы:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= x_3 f_2(x_3) - \mu(x_2); \\ T_3 \dot{x}_3 &= u_2 - x_3; \\ T_4 \dot{x}_4 &= u_1 - x_4; \\ T_5 \dot{x}_5 &= f_1(x_4) - x_2 f_2(x_3) - x_5. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Напомним, что в системе (1):  $T_3$ ,  $T_4$  — относительные значения постоянных времени цепей возбуждения двигателя и генератора (статический преобразователь типа УРВ—Д (Т—Д) в дальнейшем также будем называть генератором);  $T_5$  — относительная постоянная времени якорной цепи;  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  — относительные значения пути, скорости, тока возбуждения двигателя, тока возбуждения генератора и тока якорной цепи;  $u_1$ ,  $u_2$  — управляющие воздействия по цепям возбуждения генератора и двигателя, не превышающие значения  $\pm 1$ ;

$\mu(x_2)$  — относительный момент нагрузки на двигатель.

Предполагается, что зависимости  $f_1(x_4)$  и  $f_2(x_3)$  таковы, что

$$\frac{\partial f_1(x_4)}{\partial x_4} \geq 0, \quad \frac{\partial f_2(x_3)}{\partial x_3} \geq 0, \quad (2)$$

а нагрузка на двигатель  $\mu(x_2)$  произвольным образом зависит от скорости вращения его вала (рис. 1).

В этой статье устанавливается, в какой мере полученные результаты распространяются на обобщенную систему привода и как особенности оптимального управления, присущие системам Г—Д и УРВ—Д (Т—Д), сочетаются в ней.

Исследование выполнено для наиболее часто встречающихся в практике режимов управления электрическими приводами повышенной мощности.

**Разгон.** Пусть система (1) находится в состоянии покоя:  $x_2(0) = x_4(0) = x_5(0) = 0$  при  $x_3(0) = 1$ , требуется разогнать ее до скорости  $x_2(t_k) > 1$  за минимальное время при условии, что конечные значения координат  $x_3(t_k)$ ,  $x_4(t_k)$  и  $x_5(t_k)$  могут принимать произвольные значения.

Рассмотрение удобно начать с частного случая, когда  $T_3 = 0$ . Здесь и в дальнейшем для сокращения



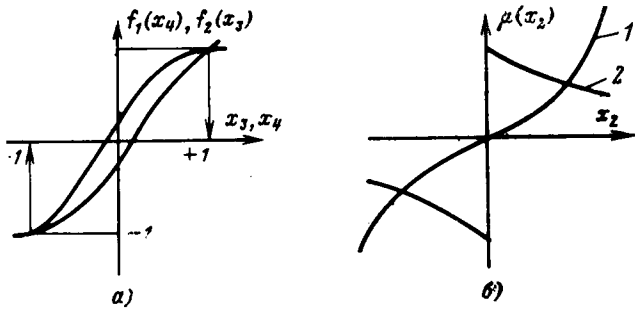


Рис. 1. Нелинейные зависимости генератора и двигателя (а) и нагрузка на двигатель (б).

1 — вентиляторный момент; 2 — момент сухого трения.  
выкладок полагаем  $\mu(x_2) = 0$ ,  $f_2(x_3) = x_3$  и  $f_1(x_4) = x_4$ , учитывая влияние этих нелинейностей на форму оптимального управления отдельно. Тогда вместо (1) запишем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= u_2 x_5; \\ \dot{x}_4 &= (u_1 - x_4) \beta_4; \\ \dot{x}_5 &= (x_4 - x_2 u_2 - x_5) \beta_5. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В соответствии с принципом максимума [Л. 3] функция  $H$  и сопряженная система будут иметь вид:

$$H = \psi_2(u_2 x_5) + \psi_4(u_1 - x_4) \beta_4 + \psi_5(x_4 - x_2 u_2 - x_5) \beta_5; \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_2 &= \psi_5 u_2 \beta_5; \\ \dot{\psi}_4 &= \psi_5 \beta_5 + \psi_4 \beta_4; \\ \dot{\psi}_5 &= -\psi_2 u_2 + \psi_5 \beta_5. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

а условием трансверсальности является  $\psi_4(t_k) = \psi_5(t_k) = 0$ .

Из (3) находим, что всюду, где  $D \neq 0$ , оптимальное управление имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \text{sign } \psi_4; \\ u_2 &= \text{sign } (\psi_2 x_5 - \psi_5 x_2 \beta_5) = \text{sign } D. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Заметим, что функции  $\psi_2$  и  $\psi_5$  не зависят от  $\psi_4$ , которая в свою очередь не может быть тождественно равной нулю. Начальное значение  $\psi_4(0)$  можно принять положительным, когда условие трансверсальности выполнимо лишь при  $\psi_2(0) > 0$  и  $\psi_5(0) > 0$ .

Таким образом, существует режим движения, при котором функция  $\psi_4(t)$  знакопостоянна, а  $u_1 = +1$ . Симметричный по знакам  $u_1$  и  $u_2$  режим имеет место при  $\psi_4(t) < 0$ .

Управление  $u_2$  может принимать особое значение, если

$$D = \psi_2 x_5 - \psi_5 x_2 \beta_5 = 0. \quad (7)$$

Продифференцировав (7) по времени и выполнив некоторые преобразования, получим, что на участках особого управления необходимо:

$$u_2 = \frac{x_4}{2x_2} = \frac{x_5}{x_2} \leq 1. \quad (8)$$

Могут быть три варианта выхода привода на участок особого (экстремального) управления (рис. 2). В первом варианте  $T_5$

таково, что к моменту выполнения соотношения (7) ток якорной цепи превышает значение 0,5. Во втором варианте  $T_5 = T_{5\text{кр}}$  таково, что соотношение (8) впервые выполняется при  $x_5 = 0,5$ . В третьем варианте  $T_5$  больше критического, и соотношение (8) может выполняться лишь при условии, что  $u_2$  однократно или многократно будет принимать предельное отрицательное значение. Последний вариант мы рассматривать не будем.

Движение при особом управлении может продолжаться вплоть до момента достижения требуемой скорости  $x_2(t_k)$ . Однако такой режим разгона не будет оптимальным, так как при движении с особым управлением невыполнимо условие трансверсальности  $\psi_5(t_k) = 0$ , поскольку при этом

$$\dot{\psi}_5 = \psi_5 \left(1 - \frac{x_2}{x_5} u_2\right) \beta_5 \equiv 0, \quad \psi_5 \neq 0.$$

Выполнить условие трансверсальности можно, если, как и в системе УРВ—Д(Т—Д), в конце движения управлению  $u_2$  принудительно придать предельное положительное значение. Это обосновывается тем, что представляется возможным использовать инерционность изменения тока якорной цепи для кратковременного ускорения в конце движения. Если же процесс движения должен заканчиваться при  $\dot{x}_2(t_k) = 0$ , то в момент достижения требуемой скорости  $u_2$  должно принять нулевое значение.

Пусть теперь  $T_3 \neq 0$ , тогда исследуемый привод будет описываться системой (1), из которой должно быть исключено первое уравнение как излишнее. Условие трансверсальности  $\psi_3(t_k) = \psi_4(t_k) = \psi_5(t_k) = 0$ . Для такой системы получим:

$$H = \psi_2(x_5 x_3) + \psi_3(u_2 - x_3) \beta_3 + \psi_4(u_1 - x_4) \beta_4 + \psi_5(x_4 - x_2 x_3 - x_5) \beta_5; \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_2 &= \psi_5 x_3 \beta_5; \\ \dot{\psi}_3 &= -\psi_2 x_5 + \psi_3 \beta_3 + \psi_5 x_2 \beta_5; \\ \dot{\psi}_4 &= \psi_4 \beta_4 - \psi_5 \beta_5; \\ \dot{\psi}_5 &= -\psi_2 x_3 + \psi_5 \beta_5. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \text{sign } \psi_4; \\ u_2 &= \text{sign } \dot{\psi}_3. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

всюду, где  $\dot{\psi}_3 \neq 0$ .

Система (10) отличается от системы (4) лишь уравнением для  $\dot{\psi}_3$ , которое не оказывает влияния на характер поведения функций  $\psi_2$ ,  $\psi_4$  и  $\psi_5$ , а при

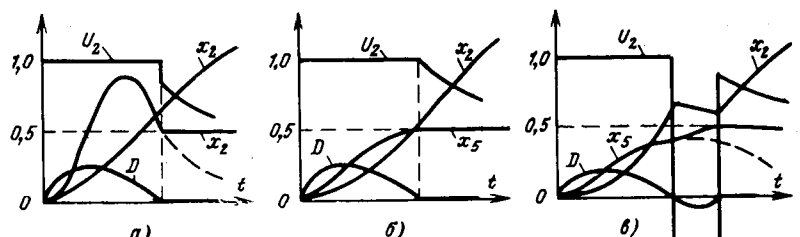


Рис. 2. Три варианта выхода системы привода и режим особого управления.

а —  $T_5 < T_{5\text{кр}}$ ; б —  $T_5 = T_{5\text{кр}}$ ; в —  $T_5 > T_{5\text{кр}}$ .

$\psi_3 \equiv 0$  особое управление по  $u_2$  находится из того же условия  $D \equiv 0$ .

Таким образом, учет  $T_3$  приводит лишь к изменению характера поведения управления  $u_2$ , так как поведения функций  $\psi_3$  и  $D$  не совпадают. Эти изменения выражаются в том, что на участке выхода в режим особого управления при  $T_3 \leq T_{3\text{кр}}(T_4, T_5)$  будет иметь место кратковременное изменение  $u_2$  до предельного отрицательного значения, после чего  $u_2$  должно изменяться так, чтобы выполнялось условие

$$x_8 = \frac{x_5}{x_2}, \quad (12)$$

совпадающее с требованием поддержания постоянства э. д. с. и  $x_5 \equiv 0,5$ .

Выход из режима особого управления в конце движения происходит так же, как и при  $T_3 = 0$ , если  $\dot{x}_2(t_k)$  не оговорено. Требование  $\dot{x}_2(t_k) = 0$  может быть выполнено за счет уменьшения одной из координат  $x_3$  или  $x_5$  до нулевого значения. Для этого необходимо, чтобы хотя бы одна из функций  $\psi_3$  или  $\psi_4$  в конце движения принимала отрицательное значение. Так как выход из режима особого управления принудителен, то легко реализуется любой из этих вариантов (рис. 3). Оптимальным будет тот, при котором функция  $H$  принимает наибольшее абсолютное значение<sup>1</sup>, хотя из практических соображений ( $x_3(t_k) = 0$ ) применение находит лишь режим, представленный на рис. 3, а.

**Реверс.** Под реверсом понимается такое движение, при котором система привода из начального состояния, характеризующегося значением  $x_2(0) < 0$ , разгоняется до скорости  $x_2(t_k) > 0$  за минимальное время. Все остальные координаты в конце движения могут быть либо свободными, либо могут принимать заданные значения.

Ясно, что реверс во многом должен совпадать с режимом разгона. Следует лишь установить, не имеют ли места какие-либо особенности в управлении на участке движения, где  $x_2 < 0$ .

Как и ранее, начав рассмотрение с системы (3), найдем, что в рассматриваемой задаче должны выполняться соотношения (5) и (6), а режим особого управления может иметь место при  $D \equiv 0$ , где  $u_2$  по-прежнему должно подчиняться условию (8).

Прежде всего отметим, что на участке движения с  $x_2 < 0$  не может быть особого режима, так как при выполнении (8)  $\dot{x}_2 = x_5^2/x_2$ , что соответствует увеличению абсолютного значения скорости и противоречит поставленной цели управления. Выясним, как ведут себя управления  $u_1$  и  $u_2$  на участке  $x_2 < 0$  при различных начальных условиях  $x_4(0)$  и  $x_5(0)$ .

Пусть система привода до реверса двигалась с установившейся скоростью ( $\dot{x}_2 = 0$ ), причем  $x_5(0) = 0$ , а  $x_4(0) \leq 0$ . Из (3) видно, что  $x_2$  будет возрастать тем быстрее, чем больше  $u_2 x_5$ , но так как  $x_5(0) = 0$ , то  $u_2$  должно принимать такое значение, при котором  $\dot{x}_5$  будет совпадать с ним по знаку. Ясно, что лишь при  $u_2 = -1$  будет выполняться это условие, при этом  $x_4$  должно принимать по возмож-

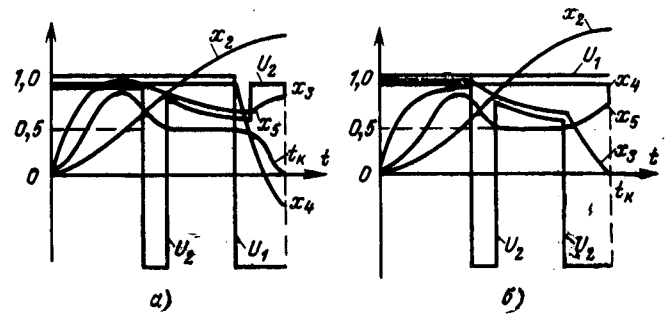


Рис. 3. Процесс окончания разгона.  
а — первый режим; б — второй режим.

ности меньшее значение. Следовательно, при  $x_4 < 0$  до момента  $x_2 = 0$  реверс будет протекать при  $u_1 = u_2 = -1$ . При  $x_4(0) > 0$ , наоборот, реверс будет протекать быстрее в начале процесса, если  $u_1 = u_2 = +1$ . После достижения  $x_2 = 0$  знаки  $u_1$  и  $u_2$  должны совпадать вплоть до момента ухода в режим особого управления, где будет повторяться та же картина переходного процесса, что и в задаче разгона.

Если же начальное значение  $x_4(0) > 0$ , а  $x_5(0) < 0$ , то из соображений максимизации  $\dot{x}_2$  процесс должен протекать при  $u_2 = -1$  до момента смены знака  $x_5$ . С точки зрения скорейшей смены знака  $x_5$ , наоборот, целесообразно  $u_2 = +1$  до момента смены знака  $x_2$ . Это противоречие разрешается тем, что в оптимальном процессе  $u_2$  меняет знак в промежутке между моментами смены знаков координат  $x_2$  и  $x_5$ .

При  $T_3 \neq 0$  реверс в конечном итоге должен протекать при одинаковых по знаку управлениях  $x_4$  и  $x_3$ , поэтому возможен режим, при котором меняет знак  $x_4$  и, наоборот, режим, при котором знак меняет  $x_3$ . Какой из этих режимов будет более быстродействующим, зависит от значения начальных координат и соотношения между  $T_3$ ,  $T_4$  и  $T_5$ . Так как  $T_5$  оказывает малое влияние на выбор того или иного режима реверса [Л. 1], можно считать, что, как и в системе Г—Д, оптимальным будет режим, где всюду неизменным по знаку остается либо  $x_3$ , либо  $x_4$ . В первом наиболее широком распространенном режиме управления даже при  $x_5(0) \neq 0$  не возникает альтернативы относительно поведения управления  $u_1$ , и реверс в начале процесса будет протекать при знакопостоянных  $u_1$  и  $u_2$ .

Таким образом, можно считать, что реверс и разгон системы привода требуют одинаковых форм управления.

**Торможение.** Пусть система привода (1) движется со скоростью  $\dot{x}_2(0) > 0$  при  $x_4(0) > 0$ . Требуется перевести ее в состояние покоя ( $x_2(t_k) = x_4(t_k) = x_5(t_k) = 0$ ) за минимальное время, причем поток возбуждения двигателя в конце движения может принимать любое значение.

Ограничимся рассмотрением таких начальных условий, когда торможение начинается при  $x_4(0) > 0$ ,  $x_3(0) \geq 0$ , а  $x_5(0) = 0$ .

Функция  $H$  и сопряженная система будут совпадать с (9) и (10), а управление подчиняться условию (11). Условием трансверсальности будет  $\psi_3(t_k) = 0$ . При торможении не может быть режима

<sup>1</sup> Эта рабочая гипотеза, подтверждавшаяся во всех наших предыдущих исследованиях, впоследствии была теоретически обоснована в [Л. 4].

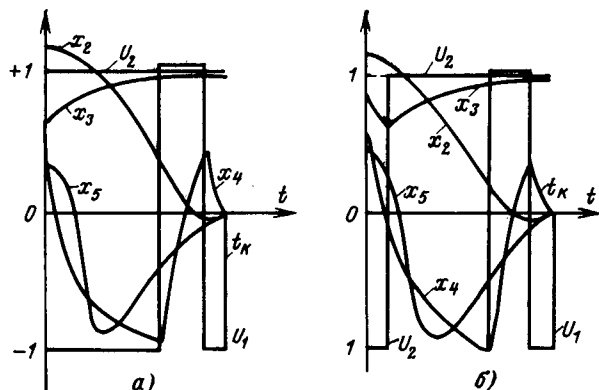


Рис. 4. Торможение при знакопостоянном потоке возбуждения двигателя.

а — при неизменном управлении  $u_2$ ; б — с кратковременным понижением  $x_3$ .

особого управления. В зависимости от соотношения между  $T_3$ ,  $T_4$  и  $T_5$  здесь, как и в системе Г—Д, может иметь место один из двух режимов торможения. В первом режиме торможение протекает в основном при положительном  $x_3$  и отрицательном  $x_5$ , а во втором — наоборот. Пусть это соотношение таково, что оптимальным является первый режим, тогда  $u_2=1$ , и координата  $x_3$ , оставаясь положительной, может только возрасть. Характеристическое уравнение такой системы будет иметь корни, зависящие от значения  $x_3(t)$ . Эти корни не могут быть комплексными, если  $T_5 < 0,25$ . В этом случае оптимальное управление по  $u_1$  будет иметь не более двух переключений подобно тому, как это имеет место в линейной системе с постоянными коэффициентами.

При  $T_5 \geq 0,25$  корни характеристического уравнения могут быть комплексными, и оптимальное управление в общем случае может иметь сколь угодно переключений по  $u_1$ . Максимальное число переключений будет в системе, у которой  $T_5 \rightarrow \infty$ . Воспользовавшись методикой исследования, изложенной в [Л. 5 и 6], найдем, что даже в этом случае при условии,  $x_3(0) \leq 1$  и  $x_2(0) < 4$  оптимальное управление при знакопостоянном  $x_3$  будет иметь не более двух переключений по  $u_1$ . Поскольку в реальных системах приводов обычно  $|x_2| < 2,5$ , можно утверждать, что в режиме торможения  $u_1$  меняет знак не более двух раз (рис. 4,а).

Если  $u_1$  меняет знак дважды, то дважды должна сменить знак и функция  $\psi_4$ . Это выполнимо, если  $\psi_5$  меняет знак хотя бы один раз, что не противоречит системе (10). Поведение же функции  $\psi_3$  влияет на пару  $\psi_2$ ,  $\psi_5$  лишь через координату  $x_3$ . Ее же поведение существенно зависит от  $\psi_3(0)$ , которое выбирается так, чтобы  $\psi_3(t_k)=0$ . Приняв  $\psi_3(0) > 0$  найдем, что вероятность смены знака у функции  $\psi_3$  тем меньше, чем больше  $\psi_3(0)$ . Заметим, что с точки зрения системы (10) возможен и такой режим управления, когда начальное значение  $\psi_3(0) < 0$ , и движение начинается при отрицательном  $u_2$  (рис. 4,б). Этот режим, как и в системе УРВ—Д, обуславливается инерционностью якорной цепи. Второй особенностью режима оптимального торможения при  $T_5 > 0,25$  является обязательное перерегулирование по координате  $x_2$ ,

чего не было в ранее рассмотренных системах Г—Д и УРВ—Д(Т—Д).

**Позиционное перемещение.** Пусть систему привода (1), находящуюся в одном состоянии покоя ( $x_2(0)=x_4(0)=x_5(0)=0$ ,  $x_3(0) > 0$ ), требуется перевести в другое за минимальное время так, чтобы при этом был отработан путь  $x_1=x_1(t_k)-x_1(0)$ . Конечное значение координаты  $x_3(t_k)$  примем свободным.

Функция  $H$  будет иметь вид:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 (x_5 x_3) + \psi_3 (u_2 - x_3) \beta_3 + \psi_4 (u_1 - x_4) \beta_4 + \psi_5 (x_4 - x_2 x_3 - x_5) \beta_5, \quad (13)$$

а сопряженная система будет отличаться от (10) дополнительным уравнением:

$$\dot{\psi}_1 = 0. \quad (14)$$

Из (13) следует, что и здесь должно выполняться (11), а при  $D \equiv 0$  может иметь место особый режим управления по  $u_2$ . Как и в системе УРВ—Д(Т—Д), начальная стадия разгона при позиционном управлении отличается от режима разгона до заданной скорости тем, что на участке особого управления вместо (12) должен реализоваться закон:

$$x_3 = \frac{x_4(x_4 - x_5) + (x_4 - 2x_5)^2 - \frac{T_5}{T_4}(u_1 - x_4)x_5}{T_5 x_5^2 (x_4 - 2x_5) + x_4 x_5^2} x_2. \quad (15)$$

Выход на участок особого управления происходит так же, как и в режиме разгона до заданной скорости.

Попав в режим особого управления система привода не может из него выйти без принудительного изменения  $u_2$  до предельного положительного или отрицательного значения. С этого момента начинается режим торможения системы, который должен выбираться так, чтобы в конце движения выполнялось условие трансверсальности  $\psi_3(t_k)=0$ .

В системе УРВ—Д режим торможения всегда начинался с принудительного изменения  $u_2$  до предельного положительного или предельного отрицательного значения в зависимости от соотношения между  $T_5$  и  $T_3$ , лишь после этого управление  $u_1$  могло менять знак. В системе Г—Д смена знака  $u_1$  могла и предшествовать изменению управления  $u_2$ . Здесь же управление  $u_1$  может сменить знак как до, так и после принудительного изменения управления  $u_2$ , а из-за инерционности  $x_4$  условие (15) может выполняться и после переключения  $u_1$ .

Заключительный этап движения будет протекать так же, как и в задаче торможения, следовательно, в зависимости от соотношения между  $T_3$ ,  $T_4$  и  $T_5$  оптимальным может оказаться как режим со знакоположительным  $x_3$ , так и режим со знакоположительным  $x_4$  (рис. 5). Из-за слабого влияния  $T_5$  на характер режима торможения можно считать, что в обобщенной системе оба режима будут обладать равным быстродействием при том же соотношении между  $T_4$  и  $T_5$ , которое установлено в [Л. 1].

**Влияние нелинейностей и нагрузки.** Все соотношения оптимального процесса были найдены в предположении, что нам известны лишь знаки  $x_3$  и  $x_4$ . А так как нелинейности  $f_2(x_3)$  и  $f_1(x_4)$  по предположению (2) таковы, что их знаки совпадают соот-

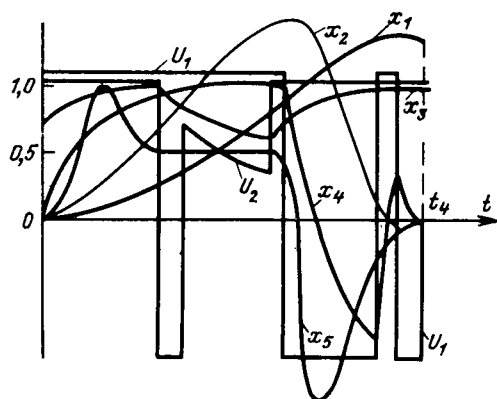


Рис. 5. Позиционное перемещение при знакопостоянном потоке возбуждения двигателя.

ветственно с  $x_3$  и  $x_4$ , то во всех найденных соотношениях можно вместо  $x_3$  и  $x_4$  подставить значения  $f_2(x_3)$  и  $f_1(x_4)$ . Сложнее влияет на процесс оптимального управления нагрузка на двигатель  $\mu(x_2)$ .

Во-первых, пара функций  $\psi_2$  и  $\psi_5$ , определявшая режим особого управления при  $\partial\mu(x_2)/\partial x_2=0$ , будет зависеть от  $\mu(x_2)$ , в связи с чем участок особого управления может и не иметь места в тех задачах, где при  $\mu=0$  он существовал.

Во-вторых, если система привода и выходит на участок особого управления, то вместо (15) должно выполняться соотношение:

$$x_3 = \frac{\left[ (x_4 - x_5) + (x_4 - 2x_5)^2 - \frac{T_5}{T_4} (u_1 - x_4)^2 x_5 \right] x_2 + T_5 x_5 (x_4 - 2x_5) (x_4 \mu' - 2\mu) + T_5^2 x_5^2 (x_4 \mu'' - 2\mu')}{T_5 x_5^2 [x_4 - 2x_5 + T_5 x_5 (x_4 \mu'' - 2\mu')] + x_4 x_2^2},$$

где  $\mu'$  и  $\mu''$  — первая и вторая частные производные  $\mu$  по  $x_2$ .

В-третьих, при  $\mu \neq 0$  не всякая скорость  $x_2(t_h)$  становится достижимой.

В целом же форма управления системой привода с нелинейностями и нагрузкой остается той же, что и без них с точностью до моментов переключения управлений  $u_1$  и  $u_2$  закона движения на участке особого управления.

**Выводы.** 1. Процессы оптимального управления обобщенной системой привода в основном совпадают с процессами, найденными для систем Г—Д и УРВ—Д(Т—Д). Особенностью является допол-

нительное переключение управляющего воздействия в конце движения, если одновременно требуется привести к нулевому значению скорость, ток якорной цепи и поток возбуждения генератора. Кроме того, при больших значениях постоянной времени якорной цепи оптимальные по быстродействию процессы торможения и позиционного перемещения сопровождаются перерегулированием по скорости и пути в конце процесса движения.

2. Установленные здесь режимы управления обладают наибольшим быстродействием, так как на фазовые координаты системы и на допустимые законы изменения управляющих воздействий не наложено никаких ограничений. Ограничение тока якорной цепи нелинейными обратными связями [Л. 2] на уровне 0,20—0,25, как и в системах Г—Д, УРВ—Д(Т—Д), не приведет к существенному изменению найденных форм оптимального управления. Точно так же и найденные режимы управления, близкие к оптимальным [Л. 1 и 2], могут распространяться на обобщенную систему привода, а следовательно, одни и те же технические средства могут быть использованы для управления системами приводов обоих типов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чистов В. П., Матафонов П. П., Троян В. Я. Оптимальное по быстродействию управление электрическими приводами постоянного тока. — «Электричество», 1967, № 5.
2. Чистов В. П., Матафонов П. П., Троян В. Я. Опти-

мальное по быстродействию управление электрическими приводами постоянного тока при ограниченных фазовых координатах. — «Электричество», 1968, № 10.

3. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз, 1961. Авт.: Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко.

4. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принцип максимума для экстремалей Л. С. Понтрягина. — «Дифференциальные уравнения», 1969, № 6.

5. Павлов А. А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстродействию. М., «Наука», 1966.

6. Смольников П. П. Синтез квазиоптимальных систем автоматического управления. М., «Энергия», 1967.

[12.10.1972]



## Учет влияния вихревых токов в проводниках обмотки якоря на коммутацию машин постоянного тока

В. И. ПАШКЕВИЧ, В. В. ФЕТИСОВ  
ЛПИ им. М. И. Калинина

Известно, что при питании массивного проводника в пазу от источника тока, имеющего, например, форму тока коммутации, средняя э. д. с. в проводнике становится меньше, а потери больше,

чем в идеально расслоенном и транспонированном проводнике с теми же размерами. Это вызвано появлением в массивном проводнике вихревых токов, степень влияния которых на э. д. с. и потери

зависит от формы кривой тока и возрастает с уменьшением коэффициента:

$$\alpha = \frac{\rho}{\mu_0} \frac{b_{\pi}}{b} \frac{T_0}{h^2},$$

где  $\rho$  и  $\mu_0$  — удельное сопротивление и магнитная проницаемость материала проводника;  $T_0$  — время коммутации тока ( $T_0 \neq 0$ );  $b_{\pi}$ ,  $b$  и  $h$  — ширина паз, ширина и высота проводника.

В статье определение э. д. с. и коммутационных потерь от пазового поля рассеяния основывается на решении уравнения вихревых токов, которое для квазистационарного состояния в рассматриваемом случае можно записать в виде:

$$\frac{\partial B(z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 B(z, t)}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\text{где } \gamma^2 = \frac{\mu_0 b}{\rho b_{\pi}}.$$

Для решения уравнения (1) введем следующие допущения: рассматривается паз с параллельными стенками; магнитная проницаемость стали в зоне коммутации  $\mu_{\text{ст}} = \infty$ , сердечник якоря — шихтованный, и вихревые токи в стали отсутствуют; температура всех проводников одинакова; в лобовых соединениях плотность тока всегда постоянна по всему сечению проводника.

Предлагаемый метод решения в отличие от других, описанных, например, в [Л. 1—3], является общим и справедливым для любых заданных граничных условий. Это позволяет исследовать влияние вихревых токов для данного исполнения обмотки при различных законах изменения тока, а также сопоставить различные варианты изготовления обмотки при заданном законе изменения тока.

Предположим, что в проводнике с номером  $j$  (рис. 1) протекает полный ток  $i(h, t) \doteq I(h, p)$ , а токи во всех остальных проводниках пазы отсутствуют. Решая (1) с помощью преобразования Лапласа при нулевых начальных и соответствующих

граничных условиях для проводников  $j$  и  $r$  (рис. 1), получим:

$$B_{jj}(z, p) = \frac{\mu_0}{b_{\pi}} I_j(h, p) \frac{\text{sh } \gamma z \sqrt{p}}{\text{sh } \gamma h \sqrt{p}}; \quad (2)$$

$$B_{rj}(z, p) = \frac{\mu_0}{b_{\pi}} I_j(h, p) \frac{\text{ch } \gamma (0,5h - z) \sqrt{p}}{\text{ch } 0,5\gamma h \sqrt{p}}, \quad (3)$$

где  $B_{jj}(z, p)$ ,  $B_{rj}(z, p)$  — изображения функций распределения индукции соответственно по высоте проводника  $j$  и  $r$ , зависящие от тока проводника  $j$ .

Используя (2) и (3), получим изображения четырех составляющих э. д. с. проводника  $j$ :

$$\text{от изменения пазового поля самоиндукции по высоте самого проводника } j$$

$$e'_{jj}(p) = -\frac{\mu_0 l_a}{b_{\pi}} p I_j(h, p) \frac{1}{\gamma \sqrt{p}} \left( \text{cth } \gamma h \sqrt{p} - \frac{1}{\gamma h \sqrt{p}} \right); \quad (4)$$

от изменения пазового поля самоиндукции по высоте проводника  $r$

$$e''_{jj}(p) = -\frac{\mu_0 l_a}{b_{\pi}} p I_j(h, p) \frac{2}{\gamma \sqrt{p}} \text{th } 0,5\gamma h \sqrt{p}; \quad (5)$$

от изменения пазового поля взаимной индукции между проводниками  $j$  и  $r$  по высоте проводника  $r$  (при  $r > j$ ) или по высоте проводника  $j$  (при  $r < j$ )

$$e'_{jr}(p) = -\frac{\mu_0 l_a}{b_{\pi}} p I_r(h, p) \frac{1}{\gamma \sqrt{p}} \text{th } 0,5\gamma h \sqrt{p}; \quad (6)$$

от изменения пазового поля взаимной индукции между проводниками  $j$  и  $r$  по высоте проводника  $q$  (при  $r > j$   $q > r$ , а при  $r < j$   $q < j$ )

$$e''_{jr}(p) = 2e'_{jr}(p). \quad (7)$$

Используя формулы разложения гиперболического тангенса и котангенса на простейшие дроби [Л. 4], выражения (4) — (7) можно свести к одному виду:

$$e(p) = -\zeta r_0 I(h, p) \sum_k \frac{p}{p + a_k}, \quad (8)$$

где

$$r_0 = \frac{\rho l_a}{bh};$$

$$a_k = \frac{1}{T_k}; \quad (9)$$

$$T_k = \frac{\mu_0 b h^2}{k^2 \pi^2 \rho b_{\pi}}. \quad (10)$$

Величину  $T_k$ , имеющую размерность времени, в дальнейшем будем называть постоянной времени  $k$ -го контура вихревых токов. Коэффициент  $\zeta$  и показатель суммирования  $k$  в зависимости от искомого э. д. с. определяются из табл. 1.

Таблица 1

Показатели	$e'_{jj}$	$e''_{jj}$	$e'_{jr}$	$e''_{jr}$
$\zeta$	2	8	4	8
$k$	1, 2, 3, ...	1, 3, 5, ...	1, 3, 5, ...	1, 3, 5, ...
$\beta$	1/3	1	1/2	1
$\theta$	6	8	8	8
$N$	90	96	96	96

Рис. 1. Распределение индукции по высоте паз.

— — — массивный проводник; — — — — — идеально расслоенный и трансформированный в пазу проводник.

Таблица 2

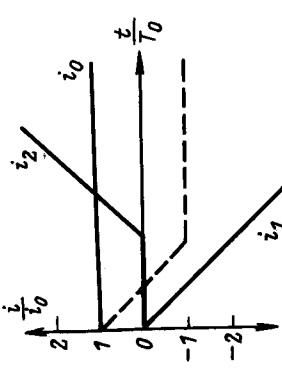
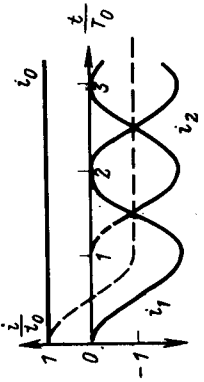
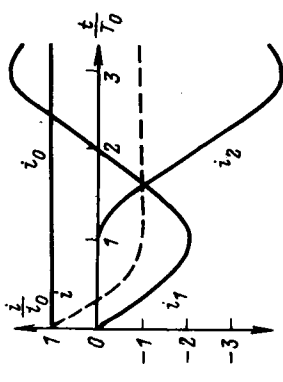
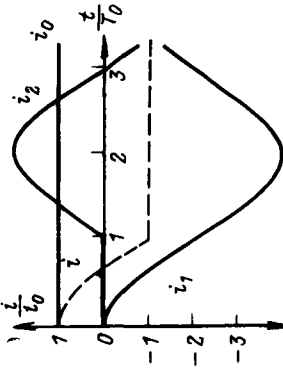
Тип компу- тации	Закон изменения тока	График	Промежуток времени	$i(t)$	$I(p)$
I. Прямолинейная	$i(t) = i_0 \left(1 - \frac{2t}{T_0}\right)$		$0 \leq t \leq T_0$	$-2i_0 \frac{t}{T_0} + 2i_0$	$-\frac{2i_0}{T_0} \frac{1}{p^2} + i_0$
			$t \geq T_0$	$\frac{t}{T_0} - 2i_0 \frac{t}{T_0} + 2i_0$	$-\frac{2i_0}{T_0} \frac{1}{p^2} (1 - e^{-pT_0}) + i_0$
II. S-образная	$i(t) = i_0 \cos \frac{\pi t}{T_0}$		$0 \leq t \leq T_0$	$-2i_0 \sin^2 \frac{\pi t}{2T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{4c^2}{p(p^2 + 4c^2)} + i_0$
			$t \geq T_0$	$-2i_0 \sin^2 \frac{\pi t}{2T_0} - 2i_0 \sin^2 \frac{\pi(t-T_0)}{2T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{4c^2(1 + e^{-pT_0})}{p(p^2 + 4c^2)} + i_0$
III. Ускоряющая	$i(t) = i_0 \left(1 - 2 \sin \frac{\pi t}{2T_0}\right)$		$0 \leq t \leq T_0$	$-2i_0 \sin \frac{\pi t}{2T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{2c}{p^2 + c^2} + i_0$
			$t \geq T_0$	$-2i_0 \sin \frac{\pi t}{2T_0} - 4i_0 \sin^2 \frac{\pi(t-T_0)}{4T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{2c}{p^2 + c^2} \left(1 + \frac{be^{-pT_0}}{p}\right) + i_0$
IV. Замедленная	$i(t) = i_0 \left(2 \cos \frac{\pi t}{2T_0} - 1\right)$		$0 \leq t \leq T_0$	$-4i_0 \sin^2 \frac{\pi t}{4T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{2c^2}{p(p^2 + c^2)} + i_0$
			$t \geq T_0$	$-4i_0 \sin^2 \frac{\pi t}{4T_0} + 2i_0 \sin^2 \frac{\pi(t-T_0)}{2T_0} + i_0$	$-i_0 \frac{2c}{p^2 + c^2} \left(\frac{c}{p} - e^{-pT_0}\right) + i_0$

Таблица 3

Тип коммутации	Промежуток времени	$e(p)$	$e^*(t^*)$	$\Psi_I = e^*_{cp}$
I. Прямолнейная	$0 \leq t \leq T_0$	$\frac{2\xi i_0 r_0}{T_0} \sum_k \frac{1}{p(p+a_k)}$	$1 - \frac{\theta}{\pi^2} \sum_k \frac{1}{k^2} e^{-a_k^* t^*}$	$\Psi^*_I = e^*_{cp} = 1 - \frac{\theta T_1^*}{\pi^2} \times$ $\times \left( \frac{\pi^4}{N} - \sum_k \frac{1}{k^4} e^{-a_k^*} \right)$
	$t \geq T_0$	$\frac{2\xi i_0 r_0}{T_0} \sum_k \frac{1 - e^{-pT_0}}{p(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{\pi^2} \sum_k \frac{1}{k^2} e^{-a_k^* t^*} (e^{a_k^*} - 1)$	
II. S-образная	$0 \leq t \leq T_0$	$4\xi c^2 i_0 r_0 \sum_k \frac{1}{(p^2 + 4c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{2\pi} \sum_k \frac{\pi T_1^* (e^{-a_k^* t^*} - \cos \pi t^*) +}{k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \rightarrow$ $\rightarrow + k^2 \sin \pi t^*$	$\Psi^*_I = e^*_{cp} = \frac{\theta}{2\pi^2} \times$ $\times \sum_k \frac{2k^4 - \pi^2 T_1^{*2} (e^{-a_k^*} - 1)}{k^2 (k^4 + \pi^2 T_1^{*2})}$
	$t \geq T_0$	$4\xi c^2 i_0 r_0 \sum_k \frac{1 + e^{-pT_0}}{(p^2 + 4c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta T_1^*}{2} \sum_k \frac{e^{-a_k^* t^*} (1 + e^{a_k^*})}{k^4 + \pi^2 T_1^{*2}}$	
III. Ускоренная	$0 \leq t \leq T_0$	$2\xi c i_0 r_0 \sum_k \frac{p}{(p^2 + c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{\pi} \sum_k \frac{\pi T_1^* \sin \frac{\pi t^*}{2} +}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \rightarrow$ $\rightarrow + 2k^2 \left( \cos \frac{\pi t^*}{2} - e^{-a_k^* t^*} \right)$	$\Psi^*_I = e^*_{cp} = \frac{2\theta}{\pi^2} \sum_k \frac{2k^2 + \pi T_1^* e^{-a_k^*}}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}}$
	$t \geq T_0$	$2\xi c i_0 r_0 \sum_k \frac{p + ce^{-pT_0}}{(p^2 + c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{\pi} \sum_k \frac{e^{-a_k^* t^*} (\pi T_1^* e^{a_k^*} - 2k^2)}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}}$	
IV. Замедленная	$0 \leq t \leq T_0$	$2\xi c^2 i_0 r_0 \sum_k \frac{1}{(p^2 + c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{\pi} \sum_k \frac{\pi T_1^* \left( e^{-a_k^* t^*} + \cos \frac{\pi t^*}{2} \right) +}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \rightarrow$ $\rightarrow + 2k^2 \sin \frac{\pi t^*}{2}$	$\Psi^*_I = e^*_{cp} =$ $= \frac{\theta}{\pi^2} \sum_k \frac{2k^2 (2k^2 - \pi T_1^*) -}{k^2 (4k^4 +}$ $\rightarrow \frac{-\pi^2 T_1^{*2} (e^{-a_k^*} - 1)}{+\pi^2 T_1^{*2})}$
	$t \geq T_0$	$2\xi c i_0 r_0 \sum_k \frac{c - pe^{-pT_0}}{(p^2 + c^2)(p+a_k)}$	$\frac{\theta}{\pi} \sum_k \frac{e^{-a_k^* t^*} (\pi T_1^* + 2k^2 e^{a_k^*})}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}}$	

Запись изображений составляющих э. д. с. в виде суммы простых дробей (8) дает возможность определить оригиналы э. д. с. при произвольном законе изменения тока.

Рассмотрим четыре наиболее характерных типа коммутации, графики которых представлены в табл. 2 (пунктирные линии); там же даны изображения функций изменения тока. Все прямые и обратные преобразования функций здесь и далее выполнены с помощью таблиц [Л. 5].

Подставляя изображения токов  $I(p)$  (табл. 2) в (8), получим изображения составляющих э. д. с.

проводника в виде суммы простых дробей. Эти изображения для четырех типов коммутации представлены в табл. 3, где введено обозначение  $c = \pi/2T_0$ .

Для сопоставления эффективности демпфирования в различных электрических машинах оригиналы э. д. с. в проводнике будем относить к

$$e_{cp} = \beta \frac{2i_0}{T_0} \frac{\mu_0 h l_a}{b_n},$$

где  $\beta$  для искомой составляющей э. д. с. определяется из табл. 1. Оригиналы относительных э. д. с.

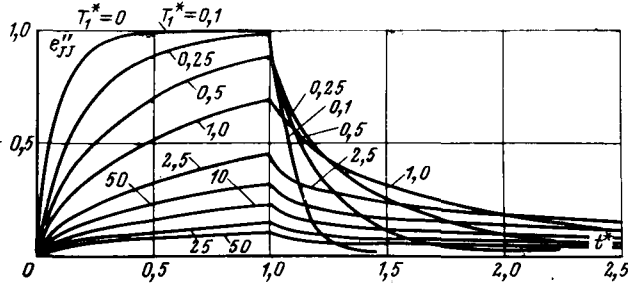


Рис. 2.

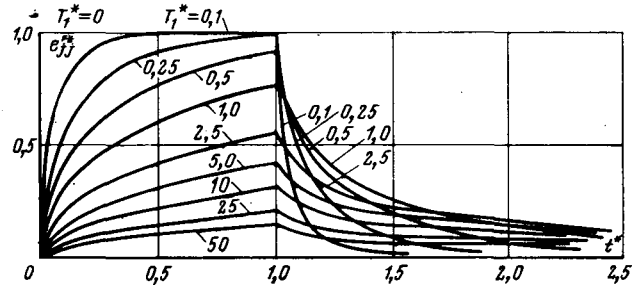


Рис. 3.

$[e^*(t^*)]$  также представлены в табл. 3, где введены обозначения:

$$t^* = \frac{t}{T_0}, \quad T^*_1 = \frac{T_1}{T_0}, \quad a^*_k = \frac{k^2 T_0}{T_1}, \quad (T_0 \neq 0).$$

Показатель полноты суммирования  $k$  и коэффициент  $\theta$  в формулах для относительных э. д. с. находятся из табл. 1. Так как  $k$  и  $\theta$  в формулах для  $e''_{jj}$ ,  $e''_{jr}$  и  $e''_{jr}$  равны, то  $e''_{jj} = e''_{jr} = e''_{jr}$ , и поэтому для каждого типа коммутации достаточно рассчитать только два семейства кривых, а именно:  $e''_{jj}(t^*, T^*_1)$  и  $e''_{jr}(t^*, T^*_1)$ . Результаты расчетов, выполненных на ЦВМ для прямолинейной коммутации, представлены на рис. 2 и 3. Кривые рис. 2 и 3 можно использовать и тогда, когда в каждом слое по ширине паза расположено несколько проводников. В этом случае  $b$  (10) означает суммарную ширину меди паза.

Используя зависимости, представленные на рис. 2 и 3, можно известным методом [Л. 6] построить зависимости реактивных э. д. с. секций от пазового поля рассеяния с учетом демпфирования. Для этого необходимо лишь в соответствии с очередностью коммутации полусекций паза для данного  $T^*_1$  сложить абсолютные значения кривых рис. 2 и 3. Если расчет реактивной э. д. с. ведется по методике, изложенной в [Л. 7], то расчет эффективных собственных и взаимных удельных магнитных проводимостей по участкам паза, занятым медью, следует производить соответственно по формулам:

$$\lambda_{njj} = \frac{\mu_0 h}{b_n} \times \left[ \frac{1}{3} e''_{jj\text{ср}} + (J - f) e''_{jj\text{ср}} \right]; \quad (11)$$

$$\lambda_{njr} = \frac{\mu_0 h}{b_n} \left( J - j \mp \frac{1}{2} \right) e''_{jj\text{ср}}, \quad (12)$$

где  $r \neq j$  и знак минус берется при  $r > j$ , а плюс — при  $r < j$ .

В (11) и (12)  $e''_{jj\text{ср}}$  и  $e''_{jj\text{ср}}$  определяются из кривых рис. 2 и 3 как средние в промежутке времени, соответствующем коммутационному интервалу, в течение которого число и взаимное расположение одновременно коммутируемых секций остаются неизменными.

Интегрируя  $e^*(t^*)$  (табл. 3) в пределах от 0 до 1, получим в относительных единицах формулы для средних за время коммутации э. д. с.  $e''_{jj\text{ср}}$

и  $e''_{jj\text{ср}}$ , равных средним коэффициентам уменьшения индуктивности  $K'_L$  и  $K''_L$  (табл. 3). В формулах табл. 3 коэффициент  $N$  определяется из табл. 1. Результаты расчета коэффициентов  $K'_L$  и  $K''_L$  представлены на рис. 4 и 5, анализируя которые можно заметить следующее:

при  $0 \leq T^*_1 \leq 0,2$  учет уменьшения индуктивности можно не производить;

средний за время коммутации коэффициент уменьшения индуктивности тем меньше, чем более замедленный характер имеет коммутация.

Часто, как при расчете, так и при экспериментальных исследованиях, параметры пазовой части коммутируемой секции с учетом вихревых токов определяют при питании ее синусоидальным током коммутационной частоты  $f = 1/2T_0$ .

Коэффициенты уменьшения индуктивности при этом  $K'_L$  и  $K''_L$  есть функции приведенной высоты проводника  $\xi$  [Л. 8], которая связана с  $T^*_1$  соотношением

$$\xi = \pi \sqrt{0,5 \pi T^*_1}. \quad (13)$$

Зависимости  $\xi$ ,  $K'_L$  и  $K''_L$  от  $T^*_1$  представлены на рис. 4 и 5. Из сопоставления всех кривых, изображенных на этих рисунках, следует, что при питании секции током коммутационной частоты коэффициенты уменьшения отдельных пазовых составляющих индуктивностей и взаимных индуктив-

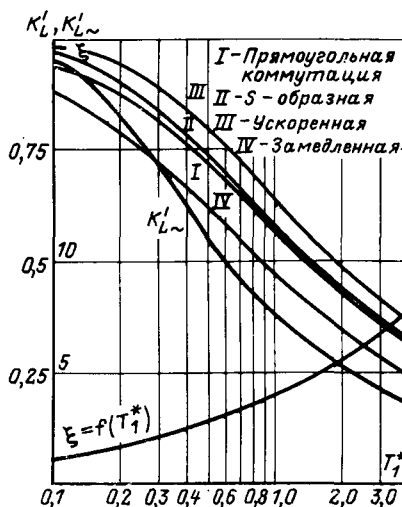


Рис. 4.

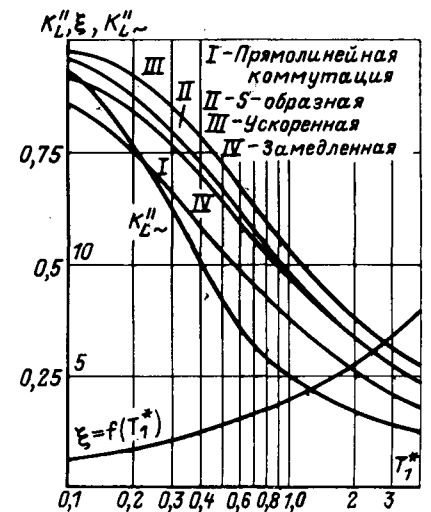


Рис. 5.



ностей проводника получаются заниженными (особенно при больших  $T^*_1$ ).

Определим плотности тока в проводниках  $j$  и  $r$  при изменении тока в проводнике  $j$ . Подставляя в изображение плотности тока

$$\delta(z, p) = \frac{b_{\pi}}{\mu_0 b} \frac{\partial B(z, p)}{\partial z}$$

производную индукции, определяемую по (2) и (3), соответственно получим:

для нижнего проводника  $j$  с полным током  $I_j(h, p)$

$$\delta_{jj}(0, p) = I_j(h, p) \frac{\gamma \sqrt{p}}{b} \operatorname{csch} \gamma h \sqrt{p}; \quad (14)$$

$$\delta_{jj}(h, p) = I_j(h, p) \frac{\gamma \sqrt{p}}{b} \operatorname{cth} \gamma h \sqrt{p}; \quad (15)$$

для верхнего проводника  $r$  с полным током, равным нулю,

$$-\delta_{rj}(0, p) = \delta_{rj}(h, p) = I_j(h, p) \frac{\gamma \sqrt{p}}{b} \operatorname{th} \gamma \frac{h \sqrt{p}}{2}. \quad (16)$$

Используя формулы разложения гиперболического тангенса и котангенса на простейшие дроби, формулы (15) и (16) можно переписать в виде:

$$\delta_{jj}(h, p) = \frac{1}{bh} I_j(h, p) \left( 1 + 2 \sum_{k=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{p}{p_k + a_k} \right); \quad (17)$$

$$-\delta_{rj}(0, p) = \delta_{rj}(h, p) = \frac{4}{bh} I_j(h, p) \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{p}{p_k + a_k}. \quad (18)$$

Изображения и оригиналы плотностей тока в нижнем и верхнем проводниках, отнесенные к  $\delta_0 = i_0/bh$ , для трех типов коммутации представлены в табл. 4. В той же таблице даны значения напряженностей поля на границах верхнего и нижнего проводников, отнесенные к  $H_0 = i_0/b_{\pi}$ .

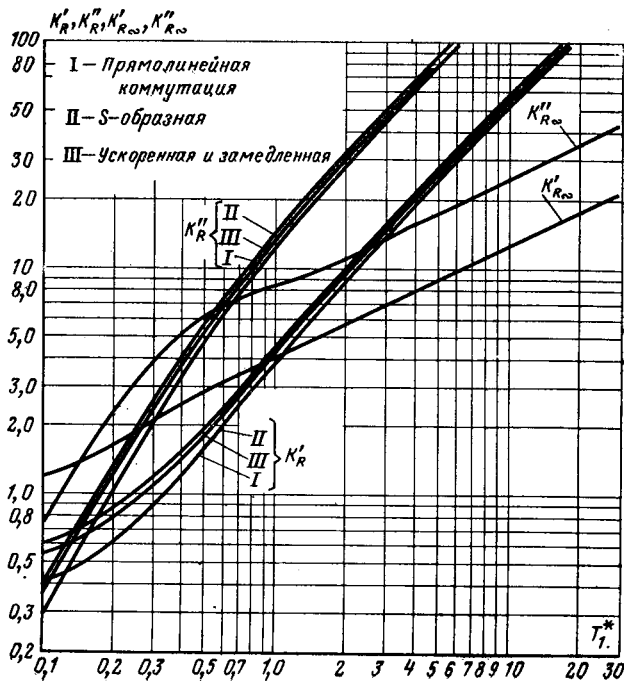


Рис. 6.

Воспользуемся выражением вектора Пойнтинга:

$$\Pi(t) = \rho b_{\pi} l_a [\delta(z, t) H(z, t)] \Big|_0^h = \\ = \rho b l_a \int_0^h \delta^2(z, t) dz + \frac{b_{\pi} l_a}{2\mu_0} \int_0^h \frac{\partial}{\partial t} B^2(z, t) dz$$

и определим суммарную добавочную электрическую энергию, выделяемую в верхнем и нижнем проводниках при изменении тока только в нижнем:

$$W_{jj} = \rho b_{\pi} l_a \left\{ \int_0^{T_0} \Pi_{jj}(t) dt + \int_{T_0}^{\infty} \left[ \Pi_{jj}(t) - \frac{i_0^2}{b_{\pi} b h} \right] dt \right\}; \quad (19)$$

$$W_{rj} = \rho b_{\pi} l_a \int_0^{\infty} \Pi_{rj}(t) dt. \quad (20)$$

Если отнести (19) и (20) к  $W_0 = i_0^2 r_0 T_0$ , то окончательно получим:

$$W^*_{jj} = K'_R = \int_0^1 [\delta^*_{jj}(h, t^*) H^*_{jj}(h, t^*)] dt^* + \\ + \int_1^{\infty} [\delta^*_{jj}(h, t^*) H^*_{jj}(h, t^*) - 1] dt^*; \quad (21)$$

$$W^*_{rj} = K''_R = 2 \int_0^{\infty} \delta^*_{rj}(h, t^*) H^*_{rj}(h, t^*) dt^*. \quad (22)$$

Формулы для расчета коэффициентов увеличения сопротивления пазовой части полусекции ( $K'_R$  и  $K''_R$ ) сведены в табл. 4, а их численные значения можно определить из кривых рис. 6. Анализируя эти кривые, можно заметить, что закон изменения тока в проводнике  $j$  при конечном  $T_0$  незначительно влияет на коэффициенты  $K'_R$  и  $K''_R$ , особенно при  $T^*_1 \geq 1$ . Для сравнения на рис. 6 представлены также коэффициенты увеличения сопротивления при питании того же проводника  $j$  током коммутационной частоты ( $K'_{R\sim}$  и  $K''_{R\sim}$ ).

Аналогично тому, как это было сделано выше, можно показать, что коэффициент увеличения сопротивления пазовой части коммутируемого проводника  $j$  в том случае, когда коммутируют и все нижележащие проводники, определяется следующим образом:

$$K_{Rj} = K'_R + K''_R \left\{ \sum_{m=1}^{j-1} [1 + \chi(T^*_1, t^*_{m,j})] + \right. \\ \left. + 2 \sum_{m \neq n}^{j-1} \sum_{n=1}^{j-1} \chi(T^*_1, t^*_{m,n}) \right\}, \quad (23)$$

где  $t^*_{m,n} = \frac{t_{m,n}}{T_0}$  — относительная величина сдвига во времени между процессами коммутации проводников  $m$  и  $n$  (величина  $t^*_{m,n}$  берется всегда положительной);  $\chi(T^*_1, t^*_{m,n}) = \frac{K_{Rm,n}}{K''_R}$ . Для прямолиней-

	Провод	Время	$\delta(h, p)$	$\delta^*(h, t^*)$	$H^*(0, t^*)$	$H^*(h, t^*)$	$W^*_{эл} = K_R$
I. Прямолинейная	Нижний	$0 \leq t \leq T_0$	$\delta_0 - \frac{2\delta_0}{T_0 p^2} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$1 - 2t^* - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	$1 - 2t^*$	$\frac{1}{3} + 8T_1^{*2} \left[ \frac{\pi^4}{90} - T_1^* \left( \frac{\pi^6}{945} - \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{k^6} e^{-a_k^*} \right) \right]$
		$t \geq T_0$	$\delta_0 - \frac{2\delta_0(1 - e^{-pT_0})}{T_0 p^2} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$-1 - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	-1	
	Верхний	$0 \leq t \leq T_0$	$-\frac{8\delta_0}{T_0} \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{p(p + a_k)}$	$-\pi^2 T_1^* e''^*_{jj}(t^*)$		$1 - 2t^*$	$32T_1^{*2} \left[ \frac{\pi^4}{96} - T_1^* \left( \frac{\pi^6}{960} - \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{k^6} e^{-a_k^*} \right) \right]$
		$t \geq T_0$	$-\frac{8\delta_0}{T_0} \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1 - e^{-pT_0}}{p(p + a_k)}$	$-\pi^2 T_1^* e''^*_{jj}(t^*)$		-1	
II. S-образная	Нижний	$0 \leq t \leq T_0$	$\delta_0 - \frac{4\delta_0 c^2}{p(p^2 + 4c^2)} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$\cos \pi t^* - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	$\cos \pi t^*$	$\frac{1}{2} - \pi^2 T_1^{*2} \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \times \frac{1}{k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \left[ 1 + \frac{2\pi^2 T_1^{*3} (1 + e^{-a_k^*})}{k^2 (k^4 + \pi^2 T_1^{*2})} \right]$
		$t \geq T_0$	$\delta_0 - \frac{4\delta_0 c^2 (1 + e^{-pT_0})}{p(p^2 + 4c^2)} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$-1 - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	-1	
	Верхний	$0 \leq t \leq T_0$	$-\frac{16\delta_0 c^2}{(p^2 + 4c^2)(p + a_k)} \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \times$	$-\pi^2 T_1^* e''^*_{jj}(t^*)$		$\cos \pi t^*$	$4\pi^2 T_1^{*2} \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \times \frac{1}{k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \left[ 1 + \frac{2\pi^2 T_1^{*3} (1 + e^{-a_k^*})}{k^2 (k^4 + \pi^2 T_1^{*2})} \right]$
		$t \geq T_0$	$-\frac{16\delta_0 c^2}{(p^2 + 4c^2)(p + a_k)} \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \times \frac{1 + e^{-pT_0}}{(p^2 + 4c^2)(p + a_k)}$	$-\pi^2 T_1^* e''^*_{jj}(t^*)$		-1	
III. Ускоряющая	Нижний	$0 \leq t \leq T_0$	$\delta_0 - \frac{2\delta_0 c}{p^2 + c^2} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$1 - 2 \sin \frac{\pi t^*}{2} - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	$1 - 2 \sin \times \frac{\pi t^*}{2}$	$3 - \frac{8}{\pi} + 4\pi^2 T_1^{*2} \times \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \times \left[ 1 + \frac{T_1^*}{k^2} - \frac{4T_1^* (\pi T_1^* e^{-a_k^*} + 2k^2)}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \right]$
		$t \geq T_0$	$\delta_0 - \frac{2\delta_0 c (p + ce^{-pT_0})}{p(p^2 + c^2)} \left( 1 + 2 \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{p}{p + a_k} \right)$	$-1 - \frac{2}{3} \pi^2 T_1^* e'^*_{jj}(t^*)$	0	-1	

Продолжение табл. 4

	Провод	Время	$\delta(h, p)$	$\delta^*(h, t^*)$	$H^*(0, t^*)$	$H^*(h, t^*)$	$W_{эл}^* = K_R$
III. Ускоренная	Верхний	$0 \leq t \leq T_0$	$\times \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{-8\delta_0 c \times p}{(p^2 + c^2)(p + a_k)}$	$-\pi^2 T_1^* e^{t'^*} j j(t^*)$	$1 - 2 \sin \frac{\pi t^*}{2}$	$\times \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \times$ $\times \left[ 1 + \frac{T_1^*}{k^2} - \frac{4T_1^* (\pi T_1^* e^{-a_k} + 2k^2)}{4k^4 + \pi^2 T_1^{*2}} \right]$	
		$t \geq T_0$	$\times \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{-8\delta_0 c \times p + c e^{-pT_0}}{(p^2 + 4c^2)(p + a_k)}$	$-\pi^2 T_1^* e^{t''*} j j(t^*)$	$-1$		

ной коммутации

$$K_{R_{m,n}} = 32T_1^* \left[ (1 - t_{m,n}^*) \frac{\pi^4}{96} + T_1^* \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{k^6} (e^{-a_k^*} \operatorname{ch} a_k^* t_{m,n}^* - e^{-a_k^* t_{m,n}^*}) \right]. \quad (24)$$

Численные значения коэффициента  $\chi(T_1^*, t_{m,n}^*)$  для прямолинейной коммутации представлены в виде кривых на рис. 7.

При  $j \leq 2$  двойная сумма в (23) равна нулю, а при  $j \geq 3$  число ее членов равно числу сочетаний из  $(j-1)$  элемента по два, т. е. учитывается или член  $\chi(T_1^*, t_{m,n}^*)$ , или  $\chi(T_1^*, t_{n,m}^*)$ , а не оба.

Средний коэффициент увеличения сопротивления пазовой части всех полусекций паза ( $K_R$ ) равен среднему арифметическому из коэффициентов  $K_{Rj}$ . В частном случае, если коммутация всех проводников паза происходит одновременно, то, используя (23), можно получить:

$$K_R = K'_R + \frac{J^2 - 1}{3} K''_R. \quad (25)$$

Значения коэффициента  $K_R$ , вычисленные по (25), всегда больше, чем при учете сдвига во времени между процессами коммутации полусекций паза.

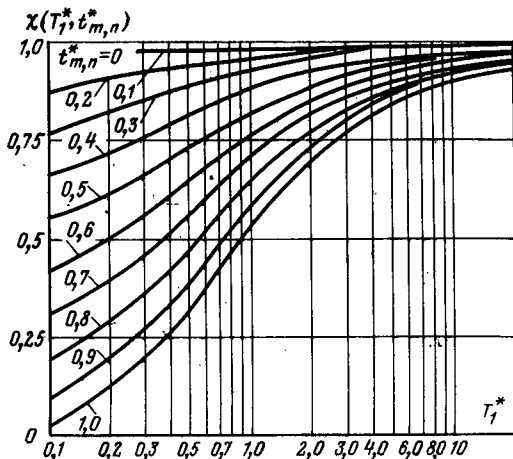


Рис. 7.

По известному значению коэффициента  $K_R$  можно легко найти средний коэффициент увеличения сопротивления всей обмотки

$$K_{ra} = 1 + \frac{1}{1 + \lambda_{\pi}} \frac{2p\beta_{\pi}}{K} (K_R - 1), \quad (26)$$

где  $\lambda_{\pi}$  — отношение длины лобовой части полусекции к активной;  $p$  — число пар полюсов;  $\beta_{\pi}$  — щеточное перекрытие (в коллекторных делениях);  $K$  — число коллекторных пластин.

Формулы (23) и (26) верны и в том случае, когда в каждом слое паза по его ширине расположено несколько проводников. При этом следует учитывать следующее: при подсчете  $T_1$  по (10) под  $b$  подразумевается суммарная ширина меди паза;  $T_0$  равно времени изменения полного тока всех проводников слоя; коэффициенты  $K'_R$  и  $K''_R$  в (23) определяется для S-образной коммутации.

В заключение отметим, что приведенный метод расчета реактивной э. д. с. и потерь справедлив и для подразделенных по высоте секций при условии, что они транспонированы в пазу.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prassler H. Zusatzverluste und Stromwendespannung bei Kommutatormaschinen mit massiven Ankerstäben. — «A. F. E.», XLI B., № 4, 1954.
2. Дворачек А. Вихревые токи и их влияние на коммутацию. — «Энергетические системы и энергетическое оборудование», 1964, № 10.
3. Morath E. Skin-Effect losses during the commutation of D. C. machines. — «Acta Polytechn. Scandinavica», El. 9, 1965.
4. Градштейн И. С., Рыжик П. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1971.
5. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., «Высшая школа», 1965.
6. Рихтер Р. Электрические машины, М., ОНТИ, 1935, т. I.
7. Прусс-Жуковский В. В., Пипко Р. М., Антипов В. Н. Метод уточненного расчета коммутации машин постоянного тока при любых типах якорных обмоток. — В кн.: Электрические машины (исследования, вопросы теории и расчета). М., «Наука», 1965.
8. Ламмеранер И., Штафль М. Вихревые токи. М., «Энергия», 1967.

[18.7.1972]

# Уравнение поля в роторе гистерезисного двигателя

А. М. ЛАНГЕН

Москва

Реальный гистерезисный двигатель (ГД) отличается от идеального тем, что секции его обмотки расположены дискретно в пазах, имеющих прорези или шлицы, вследствие чего кривая н. с. содержит высшие пространственные гармоники. Экспериментальное исследование показывает, что влияние этих факторов на показатели машины настолько существенно, что при разработке методики расчета их нужно каким-то образом учитывать.

Между тем до сих пор нет ясного представления о процессах перемагничивания ротора несинусоидальной н. с. В теории электрических машин действие высших гармоник н. с. приравнивается действию ряда машин с разной полюсностью, соединенных общим валом. Замена одной машины рядом машин справедлива либо при линейной характеристике магнитной цепи, либо при условии стали в сравнении с сопротивлением зазора. В ГД сопротивления участков магнитной цепи «ротор» и «зазор» соизмеримы, а зависимость  $B=f(H)$  существенно нелинейна, поэтому подобная замена недопустима.

Задача определения поля в роторе ГД, сложная для идеальных условий работы, становится чрезвычайно сложной при желании учесть гармоники н. с. Необходимы радикальные упрощения, открывающие путь к ее решению, даже ценой определенной погрешности.

Прежде всего следует выбрать такие упрощения, которые позволят разработать аналитические методы расчета характеристик ГД с учетом его основных особенностей.

Можно пренебречь, например, радиальной составляющей гармоники поля и учесть нелинейность магнитного сопротивления активного материала или, наоборот, найти двумерное распределение поля при постоянной магнитной проницаемости. Целесообразность выбора первого или второго приближения можно установить из приближенных расчетов.

Для оценки роли радиальной составляющей воспользуемся формулами [Л. 1], полагая магнитную проницаемость  $\mu_2$  и гистерезисный угол между индукцией и напряженностью поля материала ротора  $\psi$  постоянными. Из этих формул весьма просто получается выражение для эффективной радиальной составляющей индукции, характеризующей потери в роторе:

$$B_{r\beta} = \left( \frac{1}{R_1 - R_2} \int_{R_1}^{R_2} B_r^2 dr \right)^{1/2} = B_\delta \left\{ \frac{1}{1 - \beta} \times \right. \\ \times \frac{1}{(1 - m_\mu^2)^2} \left[ \frac{1 - \beta^{2p-1}}{2p-1} - 2\beta^{2p-1} m_\mu (1 - \beta) + \right. \\ \left. \left. + \frac{m_\mu^2}{\beta} \frac{1 - \beta^{2p+1}}{2p+1} \right] \right\}^{1/2}, \quad (1)$$

где  $B_{r\beta}$  — эффективная радиальная индукция в роторе;  $B_\delta$  — индукция в зазоре;  $m_\mu = (\mu_2 - 1)/(\mu_2 + 1)$ ;

$\beta$  — отношение внутреннего радиуса кольца активного материала  $R_1$  к наружному  $R_2$ ;  $\mu_2$  — относительная магнитная проницаемость активного материала.

Относительные потери от радиальной составляющей гармоники поля  $n$ -го порядка приближенно равны отношению квадрата эффективной радиальной составляющей индукции с  $2pn$  полюсами к квадрату эффективной тангенциальной составляющей гармоники с  $2p$  полюсами, умноженному на число полюсов пространственной гармоники  $n$ . Определение этого отношения для наиболее распространенных значений  $\beta$  и  $n$  показывает, что потери от радиальной составляющей поля незначительны и ими можно пренебречь.

Пренебрежение радиальной составляющей поля дает возможности найти одномерное распределение поля с учетом нелинейности магнитного сопротивления ротора.

В отличие от индукционных машин энергия магнитного поля ГД заключена в основном в активном материале ротора, поэтому следует ожидать, что влияние нелинейности на показатели ГД более существенно, чем на показатели машин других типов.

Установим характер изменения магнитного поля при пуске двигателя. Процесс перемагничивания тонкого ротора гармониками н. с. имеет определенное сходство с перемагничиванием тока параллельными полями разных частот. Начиная с некоторой скорости, каждый элемент поверхности ротора перемагничивается под действием пульсации результирующей кривой н. с. по частным циклам, подобным циклам возврата в процессе перемагничивания ротора. Однако воздушный зазор и распределенная н. с. накладывает на поле в роторе дополнительное условие — соблюдение равенства (8) [Л. 4] в любой момент времени, при любой форме н. с. и для любой точки ротора

$$-\frac{1}{T} \frac{d^2 b_x}{dx^2} + h_x = QA(x, t), \quad (2)$$

где  $Q$  — амплитуда относительной линейной нагрузки;  $A(x, t)$  — функция распределения линейной нагрузки во времени и пространстве относительно ротора;  $b_x, h_x$  — относительные значения  $B$  и  $H$  на полюсном делении  $\tau$ ;  $T = \tau^2/4\Delta\mu_\delta$  — обобщенная постоянная;  $\delta$  — длина воздушного зазора;  $\Delta$  — толщина ротора;  $\mu_\delta = B_r/\mu_0 H_c$ ;  $\mu_0$  — проницаемость вакуума.

Выражение для  $A(x, t)$  получается путем простых преобразований известного уравнения несинусоидальной н. с. и имеет вид:

$$A(x, t) = Q \left[ a_1 \cos \left( \theta_p - \frac{\pi x}{\tau} \right) - \right. \\ - a_3 \cos 3 \left( k_{23} \theta_p - \frac{\pi x}{\tau} \right) + \dots \\ \left. \dots + a_n \left( k_{2n} \theta_p - \frac{\pi x}{\tau} \right) \right], \quad (3)$$

где  $a_n$  — амплитуда гармоник, н. с.;  $k_{\omega n} = 1 - \frac{n \mp 1}{n[1 - \alpha_p]}$  — коэффициент приведения скоростей;  $\theta_p = (1 - \alpha_p)\omega t$ ;  $\alpha_p$  — относительная скорость ротора;  $\omega t$  — временной угол.

Колебания линейной нагрузки вызывают изменения намагниченности точки ротора, причем между изменением индукции в роторе  $\Delta b_x$  и напряженности поля  $\Delta h_x$  существует вполне определенное соотношение, которое для данной точки  $x$  на поверхности ротора можно получить из уравнения (2):

$$\Delta h_x(\omega t) + \frac{1}{T} \Delta b_x(\omega t) \approx \Delta Q_x \cos(n \mp 1)\omega t, \quad (4)$$

где  $\Delta Q_x$  — изменение линейной нагрузки в точке ротора;  $\Delta b_x$  — соответствующее приращение индукции;  $\Delta h_x$  — приращение напряженности поля.

Так как связь между  $\Delta h_x$  и  $\Delta b_x$  задана проницаемостью  $\mu_{ч.ц}$  на частных циклах, то приближенно  $\Delta h_x(\omega t) (1 + \mu_{ч.ц}/T_1) \approx \Delta Q_x \cos(n \mp 1)\omega t$ .

Если минимальное значение  $T_1 = \frac{4}{\pi^2} T$  принять равным двум (в ГД  $T_1$ , как правило, больше двух),  $\mu_{ч.ц} = 0,2 - 0,3$ , то

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_x &= (0,85 \div 0,9) \Delta Q_x; \\ \Delta b_x &= (0,1 \div 0,15) \Delta Q_x. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Следовательно, колебания результирующей н. с. статора преобразуются в основном в колебания волны напряженности поля.

Непрерывное изменение намагниченности элементов ротора обуславливает дополнительные потери в роторе по циклам возврата  $p_{г.ч.ц}$ . Величину этих потерь в относительных единицах можно приближенно оценить с помощью эмпирических формул [Л. 2]:

$$\Delta p_{ч.ц} = p_{г.ч.ц}/p_{г.о} = \alpha_2 \Delta B^2, \quad (6)$$

где  $p_{г.ч.ц}$  — потери на гистерезис по частным циклам;  $p_{г.о}$  — потери на гистерезис по основной петле;  $\alpha_2 = 0,1 \div 0,25$  — постоянная для данного материала.

При заданных числе фаз  $m_d$ , числе пазов на полюс и фазу статора  $q_d$ , числе полюсов  $2p$  и амплитуде пульсации индукции от  $n$ -й гармоники н. с. в зазоре  $\beta_{in}$  относительные потери  $\Delta p_{ч.ц}$  равны:

$$\Delta p_{ч.ц} = 2q_d m_d \alpha_2 g_n \beta_{in}^2, \quad (7)$$

где  $g_n = (1 - \beta) n$  — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения индукции по глубине ротора;  $\beta_{in} = \frac{B_{\tau n}}{B_1} \approx \frac{1}{n} \beta_{in}$  —  $n$ -я гармоника индукции в роторе. Расчет потерь от частных циклов по формуле (7) для различных ГД показывает, что они составляют ничтожную часть суммарных добавочных потерь в роторе.

Так, для двигателя с  $2p = 2$ ;  $\beta = 0,7$ ;  $\beta_{in} = 0,6$   $q_d = 2$ ;  $m_d = 2$ ;  $B_p = 1,2$  тл;  $g_n = (1 - 0,7)9$  значение относительных потерь  $\Delta p_{ч.ц} = 0,02$ , а для  $2p = 2$ ;  $\beta = 0,72$ ;  $\beta_{in} = 0,4$ ;  $m_d = 2$ ;  $q_d = 6$ ;  $B_p = 0,9$  тл;  $g_n = (1 - 0,72) 25$  значение  $\Delta p_{ч.ц} = 0,01$ .

Разумеется, приведенные расчеты весьма приближены, однако порядок величины потерь от частных циклов определяется достаточно надежно. О малости потерь от перемагничивания элементов ротора по частным циклам свидетельствует также характер зависимости потерь от скорости ротора. Если потери в роторе определялись бы только частными циклами, то они резко возрастали бы с увеличением скорости (особенно в зоне подсинхронной скорости), так как число частных циклов увеличивается с ростом скорости.

Экспериментальные зависимости, полученные И. И. Горжевским и И. Н. Орловым и автором настоящей статьи независимо друг от друга, чаще всего носят противоречивый характер: потери уменьшаются или остаются постоянными с приближением скорости ротора к синхронной, если индукция в нем находится в диапазоне рабочих значений. Следовательно, потери от частных циклов не единственный и, по-видимому, не главный источник потерь.

Пространственные гармоники н. с., двигаясь с различной скоростью относительно основной волны н. с. и относительно ротора, вызывают непрерывное изменение результирующего распределения индукции  $b_x$  и напряженности поля  $h_x$  на поверхности ротора, что приводит к соответствующему изменению во времени моментов от гармоник н. с. и образованию потерь в роторе.

Общее выражение для момента, справедливое при любой скорости ротора, можно записать в следующем виде:

$$\sum_{n=1}^{\infty} M_n = \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_n (\beta_{in} \sin(\vartheta_n \beta_{in})) = \oint b_x dh_x, \quad (8)$$

где  $M_n$  — момент от  $n$ -й пространственной гармоники н. с., отн. ед.;  $\vartheta_n = a_n/a_1$  — амплитуда пространственной гармоники н. с., отн. ед.

По опытным данным зависимость  $\beta_{in} = f(\alpha_p)$  мало отличаются от прямой, параллельной оси абсцисс. Амплитуда  $\vartheta_n = \text{const}$ . Тогда момент определяется углом сдвига между  $\vartheta_n$  и  $\beta_{in}$ . Согласно исследованиям И. И. Горжевского [Л. 7] потери в активном материале (и угол сдвига между вектором индукции и напряженностью поля) мало зависят от поля подмагничивания в рабочем диапазоне индукции ротора. Следовательно, сумма  $\sum_{n>1}^{\infty} M_n$  и пропорциональные ей добавочные потери для этих индукций практически не зависят от скорости.

В отличие от потерь электромагнитная мощность изменяется в широких пределах с изменением скорости. Согласно правой части уравнения (8) единственной вероятной причиной этого явления может быть изменение распределения напряженности поля.

Попытаемся установить связь между электромагнитной мощностью  $p_a$ , распределением напряженности поля в роторе  $h_x(t)$  и формой кривой н. с. ротора. Аналитическое определение пространственных кривых  $b_x(t)$  и  $h_x(t)$  при непрерывном изменении магнитного состояния элементов ротора затруднительно, даже при условии пренебрежений

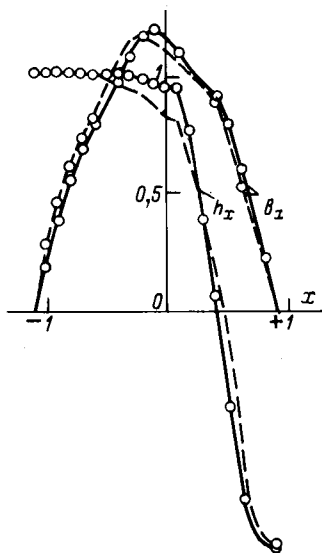


Рис. 1. Распределение индукции и напряженности поля на полюсном делении ротора для  $T=3$ ,  $\varepsilon_7=0$ ,  $a_1=0,91$ ,  $a_7=0,91$ .  
—  $A(\rho_z=0)$ ;  
---  $B(\rho_z=0,2)$ .

радиальной составляющей гармоник поля и потерями на частных циклах. Для упрощения предположим, что магнитное состояние элементов ротора определяется основной петлей гистерезиса независимо от скорости или что крутизна ветвей прямых возврата равна крутизне ветвей основной петли гистерезиса.

Из (2) и (4) нетрудно получить разницу в отношении  $\Delta h/\Delta Q$ , определенную по проницаемости основной петли и по обратимой проницаемости. Для реальных значений постоянной  $T$  эта разница составляет 10—15%, поэтому изменение наклона частных циклов не вызовет заметной погрешности в определении напряженности поля в роторе.

Принятое упрощение дает возможность использовать основную петлю гистерезиса как расчетную магнитную характеристику активного материала при любой скорости ротора. Связь между электромагнитной мощностью и формой кривой н. с. ротора для заданной зависимости  $b_x=f(h_x)$  установим из анализа частных случаев путем решения основного уравнения (2) для различных начальных углов сдвига между  $n$ -й и 1-й гармониками н. с. методом подбора (Рунге—Кутты) на ЦВМ [Л. 4].

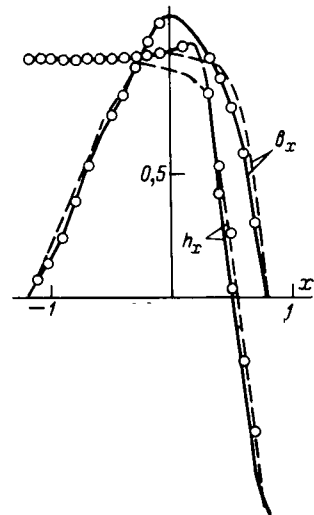
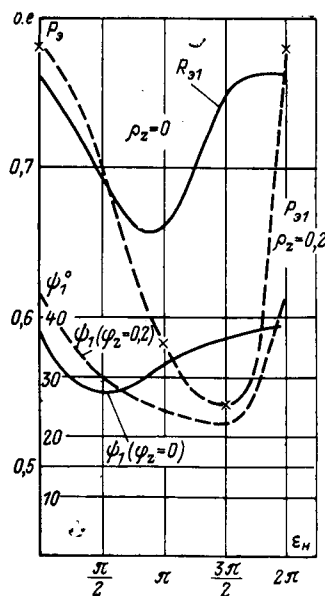


Рис. 2. Распределение индукции и напряженности поля на полюсном делении ротора для  $T=3$ ,  $\varepsilon_7=\pi$ ,  $a_1=0,91$ ,  $a_7=0,91$ .  
—  $A(\rho_z=0)$ ;  
---  $B(\rho_z=0,2)$ .

Подставляя последовательно в правую часть (2) начальные углы  $\varepsilon_n=0$ ;  $\pi/2$ ;  $\pi$ ;  $3\pi/2$  вместо  $k_{gn}t_p$ , получим для частного случая  $A$  при петле гистерезиса, аппроксимированной участками парабол ( $T=3$ ,  $b_m=1,22$ ,  $a_1=-a_7=0,91$ ), кривые распределения  $b_x$ ,  $h_x$  по полюсному делению, соответствующие данному  $\varepsilon_n$ . Примеры решения даны для  $\varepsilon_7=0$ ;  $\pi$  на рис. 1 и 2 в виде кривых  $b_x$ ,  $h_x$ . Петли гистерезиса различных материалов в относительных единицах сходны между собой по форме, поэтому произвольно выбранный частный случай распределения  $b_x$  и  $h_x$  имеет достаточно общий характер.

Рис. 3. Зависимость угла сдвига между первыми гармониками индукции и напряженности поля и мощности по 1-й гармонике от начального угла сдвига между 1 и 7-й гармониками н. с. для  $m=4$ ;  $b_m=1,2$ ;  $T=3$ ;  $a_1=0,91$ ;  $a_7=-0,91$ .  
—  $A$ ; ---  $B$ .



Сравнивая полученные кривые с кривыми  $b_x$ ,  $h_x$  идеального ГД [Л. 4], отмечаем прежде всего значительную разницу в форме  $h_x$  и аналогии  $b_x$ . Введение гармоники 7-го порядка в кривую линейной нагрузки преобразует весь спектр гармоник  $h$ .

По данным расчета можно проследить зависимость мощности на первых гармониках  $p_{\omega 1}$  и угла сдвига  $\psi_1$  между  $b_1$  и  $h_1$  от начального угла  $\psi_1$  (рис. 3). Нетрудно заметить, что изменение  $\varepsilon_7$  отражается преимущественно на  $\psi_1$  или  $p_{\omega 1}$ . В этом смысле имеется полная аналогия между процессами перемагничивания ротора ГД и тора н. с. произвольной формы [Л. 5].

Средняя электромагнитная мощность реального ГД определяется интегралом от мгновенных значений  $p_{\omega}(\theta_p)$  за период пульсации линейной нагрузки ротора:

$$p_{\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} p_{\omega}(\theta_p) d\theta_p. \quad (9)$$

Мощность  $p_{\omega}$  отличается от мощности идеального ГД (имеющего такие же параметры петли гистерезиса материала ротора, как и у реального ГД) на величину  $\Delta p_{\omega}$ , значение которой определяется отношением частоты скольжения гармоники  $n$  к частоте скольжения 1-й гармоники или коэффициентом приведения скоростей  $k_{gn}$ , зависимостью максимума н. с.  $Q$  от времени и формой петли гистерезиса.

Если бы характеристика материала была линейной, приращение мощности за период пульсации н. с. было бы равно нулю, а  $p_{\omega}$  — постоянной для любой скорости.

Прорези в пазах статора ГД вызывают колебания потока в роторе, которые могут заметно искажать характеристики двигателя. Действие прорезей в ГД следует рассматривать совместно с действием гармоник н. с. из-за существенной нелинейности системы.

Для решения задачи необходимо принять дополнительное упрощение о равенстве гармоник проводимости зазора в ГД гармоникам проводимости зазора в машине с гладким ротором и бесконечной проницаемостью магнитной цепи. Поправка на разницу проницаемости может быть введена в дальнейшем на основании экспериментальных данных. Определение коэффициентов ряда проводимости зазора допустимо производить по любой методике.

Достаточную степень точности обеспечивает методика [Л. 6].

Переходя от гармоник проводимости к гармоникам сопротивления и ограничиваясь в дальнейшем 1-й гармоникой, запишем уравнение для сопротивления зазора с учетом скорости вращения ротора:

$$\delta_x = \delta_k \left[ 1 + \rho_z \cos \frac{z}{p} \left( \frac{\pi}{2} x - \alpha_p \omega t \right) \right], \quad (10)$$

где  $\delta_x$  — сопротивление зазора в данной точке;  $z$  — число пазов;  $\delta_k$  — коэффициент зазора;  $\rho_z$  — амплитуда 1-й гармоники сопротивления зазора.

В сумму составляющих левой части уравнения (2) добавляется еще один член, соответствующий гармонике сопротивления зазора. После несложных преобразований уравнение (2) приводится к виду:

$$\begin{aligned} h_x - \frac{1}{T} \left[ 1 + \rho_z \cos \frac{z}{p} \left( \frac{\pi}{2} x - \alpha_p \omega t \right) \right] \frac{d^2 b_x}{dx^2} + \\ + \rho_z \frac{z}{p} \frac{\pi}{2} \sin \frac{z}{p} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_p \omega t \right) \frac{db_x}{dx} = \\ = Q(-1)^{0,5(n \mp 1)} \sum_n a_n \cos n \left( k_{\text{эн}} t_p + \alpha_m - \frac{\pi}{2} x \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\alpha_m$  — угол смещения между максимумами линейной нагрузки  $Q$  и индукцией  $b_m$ , подбираемый при решении (11).

Связь между  $b_x$  и  $h_x$  может быть задана эллипсом, параболой или другой аппроксимирующей функцией. Колебания  $b_x$ ,  $h_x$  и  $p_a$  в зависимости от углового положения гармоник  $\epsilon_n$  были рассчитаны на ЦВМ для варианта Б, отличающегося от варианта А наличием прорези в пазах статора (пунктирные линии на рис. 1—3). Прорези в пазах статора увеличивают провал в кривой  $p_a \theta$ , т. е. уменьшают среднюю электромагнитную мощность  $p_a$  и увеличивают потери в роторе  $\Delta p$ .

Мощность на высших гармониках в реальной машине не равна нулю. Это обстоятельство существенно усложняет расчет поля, так как угол смещения максимума индукции относительно максимума н. с.  $\alpha_m$  подбирается из условия:

$$[bQ] = \sum_1^{\infty} v b_n h_n \sin \psi_n \equiv \sum_{n=1}^{\infty} M_n.$$

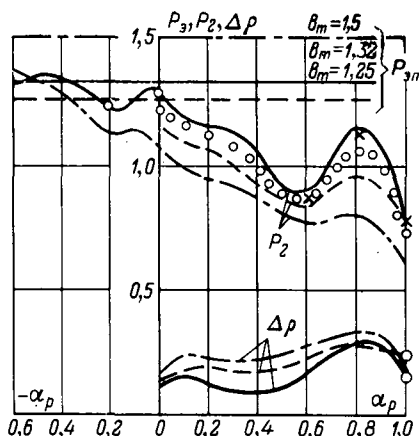


Рис. 4. Механические характеристики и потери машины.

Решение (11) представляется весьма сложной задачей. Необходимо найти  $B_p$ ,  $H_p$ ,  $P_a$ ,  $\Delta P$  как функции времени для множества видоизменений формы  $A$ , вызванного различной частотой вращения гармоник проводимости и н. с. Если произвести усреднение формы кривой  $A$  в пределах периода  $\theta_p$  до решения (11), то задача существенно упрощается.

По аналогии с [Л. 3] средняя фаза  $a_n$  равна

$$\epsilon_n = \frac{1}{2\pi k_{\text{эн}}} \sin k_{\text{эн}} 2\pi. \quad (12)$$

Уравнение распределения, усредненное внутри периода скольжения основной гармоники, принимает вид:

$$\begin{aligned} h_x - \frac{1}{T} \left\{ 1 + \rho_z \cos \frac{z}{p} \left[ \frac{\pi}{2} x - \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \alpha_p}{\alpha_p} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \sin \frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} 2\pi \right] \right\} \frac{d^2 b_x}{dx^2} + \frac{\rho_z}{T} \frac{z}{p} \frac{\pi}{2} \sin \frac{z}{p} \times \\ \times \left[ \frac{\pi}{2} x - \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \alpha_p}{\alpha_p} \sin \frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} 2\pi \right] \frac{db_x}{dx} = \\ = Q(-1)^{0,5(n \mp 1)} \sum_n a_n \cos n \left( \frac{\pi}{2} x + \right. \\ \left. + \alpha_m - \frac{1}{2\pi k_{\text{эн}}} \sin k_{\text{эн}} 2\pi \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Решение уравнения (13) осуществляется методом подбора на ЦВМ величины  $Q$  и  $\alpha_m$  для заданных максимальной индукции в роторе  $b_m$  и функции распределения  $A(x, \alpha_p)$  при различной скорости  $\alpha_p$ . Из уравнения (15) следует, что электромагнитная мощность  $p_a$  является функцией среднего начального угла сдвига фаз  $\epsilon_{n\text{ср}}$  гармоники порядка  $n$ , т. е. функцией скорости ротора. Подставляя в (13) различные значения  $\alpha_p$ , получим механическую характеристику  $M_1 = f(\alpha_p)$  как функцию формы петли гистерезиса ( $m$ ,  $b_m$ ), постоянной  $T$ , формы кривой линейной нагрузки и гармоник проводимости  $\rho_z$ .

Для выявления общих закономерностей, выраженных кривыми или эмпирическими формулами, следует рассчитать по крайней мере три варианта для каждой входной величины, т. е. 150 вариантов. Каждая механическая характеристика требует для достаточной четкости минимум 10 расчетных точек в диапазоне  $-1 \leq \alpha_p \leq 1$ . Отсюда общее число расчетных точек достигает 1500.

Выполнить такую работу весьма сложно.

Расчеты характеристик проводились для отдельных конкретных случаев.

Для иллюстрации на рис. 4 даны механические характеристики и потери машины, имеющей  $T = 6$ ;  $a_{11} = -a_{13} = 0,55$ ;  $a_3 = -0,33$ ;  $m = 4$ ;  $b_m = 1,25$ ;  $1,32$ ;  $1,5$ .

Влияние пространственных гармоник проявляется в выступах кривой момента в подсинхронном режиме и провалах при скорости, близкой к нулю. Характеристика, рассчитанная с учетом прорези, показана «точечной» кривой. Для сравнения прямыми линиями показана мощность  $p_{\text{эп}}$ , определенная по максимальной площади петли гистерезиса.

Изучение всех рассчитанных характеристик позволяет сделать некоторые выводы.

1. При данной петле форма  $M = f(\alpha_p)$  определяется пространственной кривой  $A$  и в первую очередь

гармониками зубцового порядка. Гармоники проводимости и н. с. меняют  $p_a$  и  $\Delta p$ .

2. По мере увеличения числа пазов на полюс и фазу  $q_d$  и постоянной  $T$  для заданной петли гистерезиса максимум момента в зоне подсинхронной скорости сглаживается.

3. Изменение  $p_a$  от режима максимального синхронного момента до тормозного растет с увеличением  $T$ , крутизны ветвей петли и амплитуды гармоник н. с. и зазора.

4. Гармоника н. с. любого порядка меняет весь спектр гармоник нелинейности.

5. Потери в роторе от высших гармоник можно оценивать приближенно из (6) как разность:

$$\Sigma \Delta p_r \equiv [b, Q] - b_1 h_1 \sin \psi_1 \equiv \sum_{n=3}^{\infty} M_n.$$

Основным источником потерь в роторе является «модуляция» поля ротора гармониками н. с., которые непрерывно меняют спектр гармоник нелинейности.

Чем ближе форма петли гистерезиса к эллипсу, тем меньше колебания потребляемой электромагнитной мощности и, следовательно, меньше потери. В предельном случае при петле — эллипсе потери не зависят ни от скорости, ни от нагрузки, а определяются только амплитудой пульсации кривой  $A$ .

Расчетные характеристики были сопоставлены с опытными (рис. 5). Наилучшее совпадение наблюдается у кривых электромагнитной мощности; расчетная механическая характеристика имеет большую погрешность. Значительная ошибка (до 30%) в расчете вызвана рядом принятых приближений. Тем не менее расчетные и опытные кривые сходны по форме, что подтверждает корректность предла-

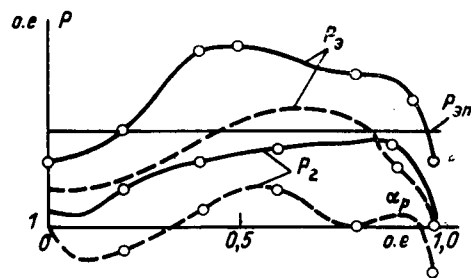


Рис. 5. Сравнение опытной и расчетной механических характеристик для  $P_{3n}=1,25$ ,  $T=30$ ,  $z/p=24$ .

— — — опыт; — — — — расчет.

гаемых в настоящей работе представлений о физических процессах в ГД и отражающих эти процессы уравнений распределения поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мастяев Н. З., Орлов И. Н. Гистерезисные электродвигатели, ч. I. МЭИ, 1963, с. 94—105.
2. Мастяев Н. З., Трегубов. Характеристики магнитно-твердых материалов при перемагничивании по частным циклам. — «Доклады научно-технической конференции по итогам НИР», МЭИ, 1966, с. 92—100.
3. Ланген А. М. О влиянии нелинейности магнитного сопротивления ротора на характеристики ГД. — «Электричество», 1970, № 5, с. 37—42.
4. Ланген А. М. Теория идеального ГД. — «Электричество», 1969, № 6, с. 6—9.
5. Ланген А. М. О влиянии перемагничивания на характеристики магнитно-жестких материалов — «Электричество», 1966, № 8, с. 70—75.
6. Шакиров М. А. Основы приближенного метода расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью. — «Труды III Всесоюзной конференции по бесконтактным электрическим машинам», ч. I. Рига. «Зинатне», 1966, с. 165—171.
7. Горжевский И. И. Исследование характеристик магнитно-твердых материалов при одновременном действии постоянного и переменного магнитных полей. — «Труды ВНИИЭМ», 1969, т. 30, с. 125—137.

[30.11.1971]

УДК 62-578.3.001.5

## Эквивалентная схема электромагнитных муфт с магнитопроводящими дисками и ее расчет

Инж. В. И. СУСЛОВ

Москва

Электромагнитные муфты с магнитопроводящими дисками (ЭММД) широко распространены в современном машиностроении [Л. 1 и 2]. В связи с этим совершенствование конструкций ЭММД представляет собой важную задачу, позволяющую получить значительный технико-экономический эффект. Дальнейшее улучшение конструкций и характеристик муфт сдерживается недостаточной изученностью магнитной цепи ЭММД, что связано с трудностями экспериментального и расчетного характера. Изучение магнитных потоков в разветвленной многоконтурной системе ЭММД в рабочем состоянии, без нарушения ее структуры, представляет определенную сложность, а электромагнитный и силовой расчет ее с учетом потоков утечек и рассеяния до сих пор не проводился. В [Л. 3—5] приведены лишь приближенные расчеты без учета особенностей магнитной цепи ЭММД.

Ниже излагаются основные результаты исследования магнитной системы муфт серийного производства средних габаритов ЭТМ 102 и ЭТМ 104, ЭТМ 092 и ЭТМ 094, диски которых дважды пересекаются магнитным потоком [Л. 6].

Для выявления влияний сопряженных с магнитопроводом муфт с контактным—I (исполнение... 2) и бесконтактным—II (исполнение... 4) токоподводом деталей на рабочие потоки, потоки утечек и рассеяния в широком диапазоне н. с. муфты исследовались при четырех возможных вариантах выполнения сопряженных деталей: 1) с магнитопроводящими втулкой и поводком; 2) с немагнитной втулкой и немагнитным поводком; 3) с магнитопроводящей втулкой и немагнитным поводком и 4) с немагнитными втулкой и поводком.

Измерение магнитных потоков через отдельные конструктивные элементы муфты осуществлялось





дом). Увеличение потока  $\Phi''$  повышает силу сжатия между внутренними кольцами дисков на 32—56%, что увеличивает развиваемый муфтой момент примерно на 20% (для испытанных муфт, а также для муфт 7 и 12-го габаритов) и способствует более равномерному износу наружных и внутренних колец дисков. Немагнитный поводок лишь незначительно увеличивает поток  $\Phi''$  (на 2—4%).

Установлено, что магнитная проводимость перемычек дисков  $g_{у.д}$  и мест зубцовых контактов внутренних дисков со втулкой  $g_{у.в}$ , начиная с  $I \approx 0,5 I_{ном}$ , становится незначительной по сравнению с проводимостью основного контура. Это объясняется их насыщением. При этом возрастание суммарных потоков  $\Phi_{у.д}$  и  $\Phi_{у.в}$  не превышает 10%. Поэтому изменение потоков  $\Phi'(x)$  и  $\Phi''(x)$  можно считать линейным в широком диапазоне значений  $n$  с.

Поток утечки  $\Phi_{у.д}$  составляет в среднем 2,63—3,18% от  $\Phi'_{п.ном}$  (2,27—2,37% от  $\Phi^{\Sigma}_{ном}$ ) в зависимости от фактической толщины диска; поток утечки  $\Phi_{у.в}$  составляет 2,08—2,92% от  $\Phi'_{п.ном}$  (1,87—2,38% от  $\Phi^{\Sigma}_{ном}$ ) и также зависит от фактической толщины диска состояния зубцовых контактов внутренних дисков со втулкой. Поток утечки  $\Phi_{у.я}$  для муфт с магнитопроводящей втулкой составляет примерно 3% от  $\Phi'_{п.ном}$  (2,6% от  $\Phi^{\Sigma}_{ном}$ ).

Распределение потоков рассеяния ЭММД существенно зависит от исполнения муфт (контактная, бесконтактная), материала сопряженных с магнитопроводом деталей (втулка, поводок) и способа монтажа муфт. Влияние некоторых из этих факторов иллюстрируется таблицей, содержащей экспериментальные данные по относительным значениям потоков рассеяния при номинальной  $n$  с.

Потоки рассеяния  $\Phi'_{сп}$  и  $\Phi_{ск}$  определяются паразитным влиянием близлежащих конструктивных элементов узла, в который встроена муфта, и степенью насыщения корпуса муфты. Повышенное рассеяние потока  $\Phi'_{сп}$  с наружного полюса бесконтактных муфт объясняется увеличенной разностью магнитных потенциалов между корпусом и катушкодержателем, требующейся для компенсации падения  $n$  с на балластных зазорах. Поток  $\Phi_{во}$  определяется потоком  $\Phi'_{сп}$  и потоками рассеяния со всей поверхности якоря. Поток  $\Phi''_{сп}$  представляет собой сумму потоков  $\Phi_{во}$ ,  $\Phi_{у.я}$  и суммарных  $\Phi_{у.в}$ . Поэтому он в большой степени зависит от исполнения муфты (с контактным или бесконтактным токоподводом) и материала втулки. Поток  $\Phi''_{сп}$  характеризует намагниченность вала, которая «засоряет» подшипники, увеличивает остаточный момент и ухудшает динамические характеристики муфты.

Применение немагнитной втулки уменьшает поток  $\Phi''_{сп}$  при установке муфты с контактным токоподводом более чем в 2 раза, а при установке муфты с бесконтактным токоподводом — в среднем лишь на 40% (из-за увеличенных потоков  $\Phi'_{сп}$  и  $\Phi_{во}$  по сравнению с муфтой с контактным токоподводом) (см. также рис. 2, кривые 2в и 4в). Применение немагнитного поводка уменьшает  $\Phi''_{сп}$  незначительно (не более чем на 20%).

Поток  $\Phi_{ск}$  для муфт с контактным токоподводом благодаря наличию потока  $\Phi_{в.к}$  составляет менее

23% от  $\Phi''_{сп}$ . Применение немагнитной втулки сильно уменьшает поток  $\Phi_{в.к}$ , поэтому  $\Phi_{ск}$  относительно увеличивается, достигая 65% от  $\Phi''_{сп}$ . Поток  $\Phi_{ск}$  для муфт с бесконтактным токоподводом составляет свыше 80% от  $\Phi''_{сп}$ , а применение немагнитной втулки или поводка уменьшает его незначительно. Это происходит потому, что из-за наличия балластного зазора между катушкодержателем и корпусом поток  $\Phi_{в.к}$  возникнуть не может, а для потока  $\Phi_{ск}$  имеется замкнутый контур через вал, подшипники, корпус узла и катушкодержатель.

Поток  $\Phi_{ск}$  необходимо учитывать при парном монтаже муфт, особенно с бесконтактным токоподводом, так как при включении одной из муфт поток  $\Phi_{ск}$ , замыкаясь через магнитопровод другой (отключенной) муфты, вызывает притяжение ее дисков. Это приводит к увеличению, порой весьма значительно, остаточного вращающего момента отключенной муфты, к уменьшению к. п. д. узла и к повышенному его нагреву. Для предотвращения такого явления следует компенсировать или уменьшать поток рассеяния  $\Phi_{ск}$ . Для этого можно устанавливать муфты на достаточном друг от друга расстоянии (что обычно нежелательно, так как увеличивается габарит узла) или через отключающую в данный момент муфту пропускать размагничивающий ток  $I_p$ , который создает поток, направленный встречно потоку  $\Phi_{ск}$ . Обычно  $I_p \approx (0,15—0,18) I_{ном}$ .

На основании измерений магнитных потоков по элементам магнитопровода составлена эквивалентная схема муфты с магнитопроводящими втулкой и поводком (рис. 3). Эта схема соответствует наиболее общему случаю структуры ЭММД и, в частности, действительна для муфт серии ЭТМ. При составлении схемы магнитное сопротивление втулки и вала принято равным нулю. На схеме обозначены:  $g_{ск}$ ,  $g_{s1}$ ,  $g_{у.д}$ ,  $g_{у.в}$  и  $g_{у.я}$  — соответственно магнитные проводимости потока  $\Phi_{ск}$ , потока рассеяния между цилиндрическими поверхностями полюсов  $\Phi_{s1}$ , потоков  $\Phi_{у.д}$  и  $\Phi_{у.в}$  от 1-го до  $n$ -го диска и потока  $\Phi_{у.я}$ ;  $r/2$  — магнитное сопротивление воздушных зазоров по пакету наружных или внутренних колец дисков;  $1/2r_s$  — магнитное сопротивление воздушного зазора между якорем и наружным или внутренним кольцом  $n$ -го диска;  $R_{я}$  — магнитное сопротивление якоря;  $R_k$  — магнитное сопротивление корпуса муфты (для муфт с бесконтактным токоподводом учитывает также сопротивление балластных зазоров);  $l$  — толщина пакета дисков с учетом воздушных зазоров между ними.

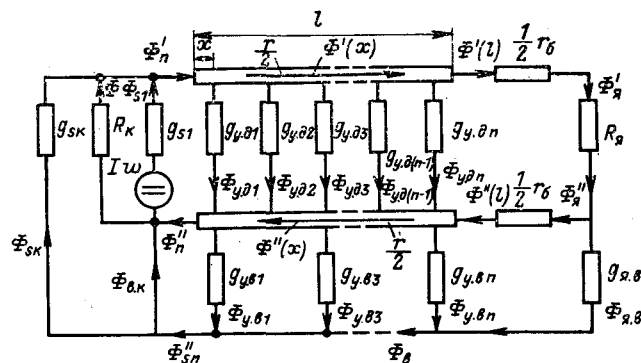


Рис. 3. Эквивалентная схема ЭММД.

Для расчета эквивалентной схемы примем следующие допущения: а) остаточный воздушный зазор равномерно распределен по пакету дисков; б) магнитопровод обладает угловой симметрией; в) магнитным сопротивлением стали дисков пренебрегаем.

На основании второго закона Кирхгофа для магнитной цепи

$$Iw = Iw_{\Pi} (\Phi_{sI} + \Phi_{sK} + \Phi'_{\Pi}) R_K \quad (1)$$

где  $Iw_{\Pi}$  — н. с. в сечении плоскости полюсов, приложенная к пакету дисков и якорю.

Намагничивающая сила, необходимая для создания потока  $\Phi'$  по пакету дисков на участке  $x$

$$Iw(x) = \int_0^x \Phi'(x) \frac{r_{(yn)}}{2} dx + \int_0^x [\Phi'(x) \sigma - \Phi'(x) \varphi_1] \frac{r_{(yn)}}{2} dx, \quad (2)$$

где  $r_{(yn)}$  — удельное магнитное сопротивление по пакету дисков (на единицу размера  $x$ );  $\sigma = \frac{\Phi''(l)}{\Phi'(l)}$  — коэффициент рассеяния магнитного потока с якоря муфты;

$$\varphi_1 = \frac{\Phi_{y.v.(yn)}(l-x)}{\Phi'(x)} = \frac{\Phi_{y.v.} \frac{n+1}{2}}{\Phi'_{\Pi}} = \frac{\Phi_{y.v.}^{\Sigma}}{\Phi'_{\Pi}}$$

— коэффициент утечки потока во втулку и вал;  $\Phi_{y.v.(yn)}$  — удельный поток утечки во втулку и вал;  $\frac{n+1}{2}$  — число внутренних дисков.

Запись выражения (2) предполагает существование непрерывных, распределенных по  $x$ , утечек  $\Phi_{y.d.(yn)}$  и  $\Phi_{y.v.(yn)}$  и сопротивления  $r_{(yn)}$ , фактически же имеется конечное число дисков  $n$ . Однако это не влияет на последующие результаты в связи с обратным переходом после интегрирования к суммарным значениям потоков утечек и сопротивления пакета дисков.

После суммирования правой части в (2)

$$Iw = \frac{1+\sigma-\varphi_1}{2} \int_0^l \Phi'(x) r_{(yn)} dx. \quad (3)$$

Выразив  $\Phi'(x)$  через  $\Phi'_{\Pi}$  и удельный поток утечки через перемычки дисков  $\Phi_{y.d.(yn)}$  и подставив в (3), получим:

$$Iw(x) = \frac{1+\sigma-\varphi_1}{2} \int_0^x (\Phi'_{\Pi} - \Phi_{y.d.(yn)} x) r_{(yn)} dx = \frac{1+\sigma-\varphi_1}{2} \left( \Phi'_{\Pi} r_{(yn)} x - \Phi_{y.d.(yn)} \frac{x^2 r_{(yn)}}{2} \right).$$

Тогда при  $x=l$

$$Iw(l) = \frac{1+\sigma-\varphi_1}{2} \left( \Phi'_{\Pi} r_{y.d} l - \frac{\Phi_{y.d.}^{\Sigma}}{l} \frac{l^2}{2} r_{(yn)} \right), \quad (4)$$

где  $\Phi_{y.d.}^{\Sigma} = \Phi_{y.d.(yn)} l = \Phi_{y.d.} n$  — суммарный поток утечки через перемычки дисков.

Падение н. с. в  $R_K$  и в  $r_{\delta}$

$$Iw_{\Pi} = Iw_{\Pi} - Iw(l) \quad (5)$$

или

$$Iw_{\Pi} = \frac{1+\sigma}{2} (\Phi'_{\Pi} - \Phi_{y.d.}^{\Sigma}) (r_{\delta} + R_K). \quad (6)$$

Решая (4) — (6), находим  $Iw_{\Pi}$ :

$$Iw_{\Pi} = \frac{1+\sigma-\varphi_1}{2} \left( \Phi'_{\Pi} r_{(yn)} l - \frac{\Phi_{y.d.}^{\Sigma} l r_{(yn)}}{2} \right) + \frac{1+\sigma}{2} (\Phi'_{\Pi} - \Phi_{y.d.}^{\Sigma}) (r_{\delta} + R_K). \quad (7)$$

Подставив (7) в (1) и учитывая, что

$$r_{(yn)} l = r_{\delta} n \text{ и } \Phi_{sI} + \Phi_{sK} = Iw (g_{sI} + g_{sK}),$$

найдем расчетный поток на наружном полюсе:

$$\Phi'_{\Pi} = \frac{Iw [1 - (g_{sI} + g_{sK}) R_K + 0,5 (1 + \sigma - \varphi_1) (1 + 0,5 \varphi_2) r_{\delta} n + 0,5 (1 + \sigma) (1 - \varphi_2) (r_{\delta} + R_K)]}{+ 0,5 (1 + \sigma) (1 - \varphi_2) (r_{\delta} + R_K)}, \quad (8)$$

откуда

$$Iw = \frac{\Phi'_{\Pi}}{G_{\text{экв}}}, \quad (9)$$

где

$$G_{\text{экв}} = \frac{1 - (g_{sI} + g_{sK}) R_K}{R_K + 0,5 (1 + \sigma - \varphi_1) (1 - 0,5 \varphi_2) r_{\delta} n + 0,5 (1 + \sigma) (1 - \varphi_2) (r_{\delta} + R_K)} \rightarrow \frac{+ g_{sK} R_K}{+ 0,5 (1 + \sigma) (1 - \varphi_2) (r_{\delta} + R_K)} \quad (10)$$

представляет собой эквивалентную проводимость магнитной цепи муфты;

$\varphi_2 = \frac{\Phi_{y.d.} n}{\Phi'_{\Pi}} = \frac{\Phi_{y.d.}^{\Sigma}}{\Phi'_{\Pi}}$  — коэффициент утечки магнитного потока по перемычкам дисков.

При применении немагнитной втулки  $\sigma=1$ ,  $\varphi_1=0$ , а проводимость  $G_{\text{экв}}$  в итоге уменьшится и будет определяться по выражению:

$$G'_{\text{экв}} = \frac{1 - (g_{sI} + g_{sK}) R_K}{R_K + (1 - 0,5 \varphi_2) r_{\delta} n + (1 - \varphi_2) (r_{\delta} + R_K)}. \quad (11)$$

Входящие в (10) и (11)  $g_{sI}$ ,  $R_K$  и  $R_K$  вычисляются по известным формулам и с учетом экспериментально полученных соотношений потоков рассеяния и заданного потока  $\Phi'_{\Pi}$  (см. таблицу).

Из экспериментальных исследований  $g_{sK} \approx 0,507 \times 10^{-7} \text{ вб/а}$ .

Коэффициент  $\varphi_2$  можно рассчитать по формуле:

$$\varphi_2 = \frac{[0,5 (n-1) S_{y.d.n} + 0,5 (n+1) S_{y.d.v.}] B_{y.d.}}{\Phi'_{\Pi}}, \quad (12)$$

где  $S_{y.d.n}$  и  $S_{y.d.v.}$  — площади сечения перемычек соответственно наружного и внутреннего диска;  $B_{y.d.}$  — индукция в перемычках дисков, при которой проводимость  $g_{y.d.}$  незначительна по сравнению с проводимостью основного (рабочего) контура (для сталей У7А и 65Г, из которых изготавливаются диски,  $B_{y.d.} \approx 1,7 \text{ тл}$ ).

Подстановка  $B_{y.d.} = 1,7 \text{ тл}$  в (12) дает достаточно точное совпадение с экспериментально полученным изменением  $\varphi_2$  при  $\Phi'_{\Pi} \geq \Phi'_{\Pi, \text{ном}}$ . На рис. 4 приведены кривые изменения  $\varphi_2$  в зависимости от  $\Phi'_{\Pi}$  и от  $Iw$ , снятые экспериментально и рассчитанные по (12) для муфты ЭТМ 102. Для дисков, рассмотрен-

Значения потоков рассеяния в процентах от  $\Phi'_{п.ном} (\Phi'_{ном})$

Потоки	Варианты выполнения сопряженных деталей муфты							
	1		2		3		4	
	Исполнения муфт							
	I	II	I	II	I	II	I	II
$\Phi'_{сн}$	22—24,6 (18—20)	14—17,5 (12—15)	19,5—21 (16—17)	13—16 (11,5—13,5)	21—22 (17—18)	12,5—15 (11—13)	18,5—21 (15—17)	11,5—12,5 (10—11)
$\Phi''_{сн}$	49—50,3 (40—41)	34—44 (30—38)	30,7—33 (25—27)	16—17,5 (14—15)	41,7—44 (34—36)	32—34 (28—30)	25,8—28,3 (21—23)	12,5—14,5 (11—13)
$\Phi_{ск}$	33—34,4 (27—28)	8—9 (7—8)	32—33,2 (26—27)	10—12,5 (9—11)	33,2—34,4 (27—28)	8—9 (7—8)	29,5—30,7 (24—25)	9—11,5 (8—10)

ных в [Л. 1] и близких к ним по геометрии, можно также пользоваться экспериментально установленными значениями  $\varphi_2 = 0,26 \div 0,36$  (меньшие значения — для больших муфт).

Определение коэффициента  $\varphi_1$  расчетным путем в связи с неопределенностью характера и состояния зубцовых контактов внутренних дисков со втулкой весьма затруднительно. Однако экспериментами установлено, что для всех значений  $\Phi'_{п\varphi_1} \approx 0,5\varphi_2$ .

Коэффициент  $\sigma = 1$  при  $\Phi'_{п} \geq 0,4\Phi'_{п.ном}$  и  $\sigma = 0,97$  при  $\Phi'_{п} < 0,4\Phi'_{п.ном}$  (также из экспериментальных данных).

Сопротивление  $r$  вычисляется по выражению:

$$r_s = \frac{2\delta_0}{(n+1)\mu_0} \left( \frac{1}{S_n} + \frac{1}{S_b} \right), \quad (13)$$

где  $S_n$  и  $S_b$  — площади рабочих поверхностей наружных и внутренних колец дисков;  $\mu_0 = 4 \times 10^{-7} \pi$  (гн/м);  $\delta_0$  — толщина эквивалентного остаточного зазора между дисками.

При современном состоянии технологии обработки дисков и установившимися в практике нормами можно рекомендовать эквивалентный единичный зазор между парой дисков  $\delta = \frac{\delta_0}{n+1} = 0,01 \div 0,02$  мм (большие значения — для больших муфт).

Для расчета статической характеристики по потоку  $\Phi'_{п}(I\omega)$ , т. е. кривой намагничивания основного контура, находим значение  $\Phi'_{п.ном}$  в нулевом приближении, т. е.

$$\Phi'_{п.ном0} = \frac{I\omega}{G_{эвк0}},$$

где  $G_{эвк0}$  определяется по (10) с учетом того, что при номинальной н. с.  $(R_k + R_{я}) \approx 0,3R_{эвк}$ , где  $R_{эвк}$  —

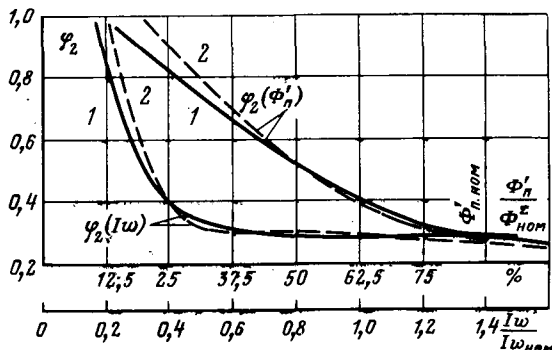


Рис. 4. Экспериментальная (1) и расчетная (2) кривые изменения коэффициента  $\varphi_2$  муфты ЭТМ-102.

эквивалентное сопротивление магнитной цепи ЭММД.

После этого для нескольких значений, например  $\Phi'_{п1} = 0,6\Phi'_{п0}$ ,  $\Phi'_{п2} = 0,8\Phi'_{п0}$ ,  $\Phi'_{п3} = \Phi'_{п0}$ ,  $\Phi'_{п4} = 1,2\Phi'_{п0}$ , рассчитывается  $G_{эвк}$  по (10), затем по (9) определяются  $I\omega_1, I\omega_2, I\omega_3, I\omega_4$  и строится зависимость  $\Phi'_{п}(I\omega)$ .

В связи с тем, что расчет магнитной цепи ЭММД имеет некоторые особенности, связанные с использованием таблицы, выполним пример расчета магнитной цепи муфты.

**Пример.** Рассчитаем н. с. муфты ЭТМ 102, исходя из требуемого потока  $\Phi'_{п} = 3,95 \cdot 10^{-3}$  вб. На рис. 5 даны размеры корпуса и якоря муфты.

Для определения  $G_{эвк}$  найдем входящие в (10) величины

$$g_{с1}, r_s, R_k \text{ и } R_{я}. \text{ Из [Л. 7] } g_{с1} = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{2 \cdot 3,14}{\ln \frac{0,111}{0,083}} =$$

$$= 0,1086 \cdot 10^{-7} \text{ вб/а.}$$

Согласно экспериментам  $g_{ск} = 0,5 \cdot 10^{-7}$  вб/а.

Принимаем эквивалентный единичный остаточный зазор  $\delta = 1,2 \cdot 10^{-5}$  м. Тогда из [Л. 1] находим  $S_n$  и  $S_b$  и по (13)  $r_s = 1,32 \cdot 10^{-4}$  а/вб.

Для нахождения  $R_k$  и  $R_{я}$  из рис. 5 определим необходимые площади сечений участков магнитопровода корпуса и якоря:  $S'_{п} = 2,425 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $S''_{п} = 3,03 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $S_{а'-а''} = 3,14 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $S_{а'''-а''''} = 2,346 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $S_{б'-б''} = 2,92 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $S_{б'''-б''''} = 1,87 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>.

Из исследования потоков в магнитной системе ЭММД принимаем  $\Phi'_{п} = 0,16\Phi'_{п}$  (см. таблицу); при этом считаем, что  $\Phi'_{сн}$  рассеивается равномерно со всей цилиндрической поверхности наружного полюса, поэтому средняя индукция по сечению наружного полюса

$$B'_{п} = \frac{\Phi'_{п} + \frac{\Phi'_{сн}}{2}}{S'_{п}} = \frac{\left( 3,95 + \frac{0,16 \cdot 3,95}{2} \right) \cdot 10^{-3}}{2,425 \cdot 10^{-3}} = 1,75 \text{ тл.}$$

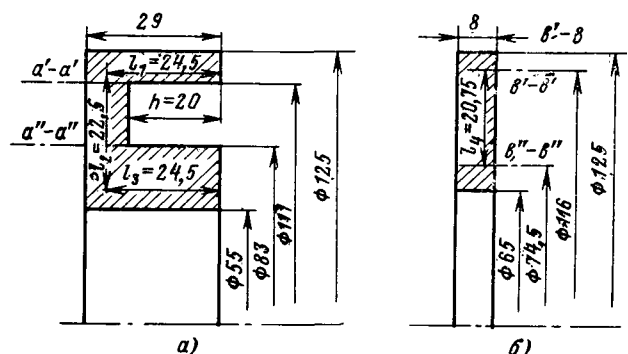


Рис. 5. Корпус (а) и якорь (б) муфты ЭТМ-102.

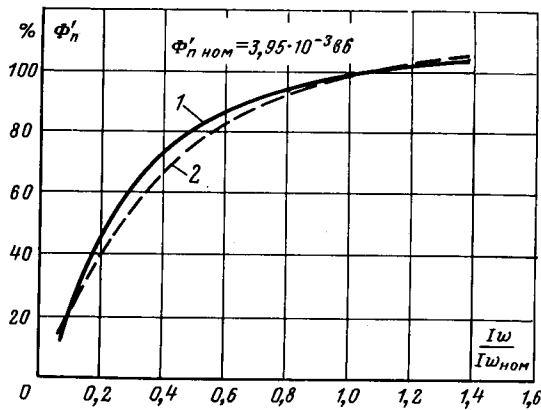


Рис. 6. Экспериментальная (1) и расчетная (2) кривые намагничивания муфты ЭТМ-102.

Намагничивающая сила  $Iw'_п$ , затраченная на создание  $B'_п$ , находится из произведения удельных ампер-витков  $Aw'_п$  (находятся по таблице или кривой намагничивания для железа Э12) на длину средней магнитной силовой линии  $l_1$ :

$$Iw'_п = Aw'_п l_1 = 142 \text{ а.}$$

Сопротивление наружного полюса

$$R'_{п.н} = \frac{Iw'_п}{\Phi'_{п.н}} = 33,8 \cdot 10^{-3} \text{ а/вб.}$$

Учитывая потоки  $\Phi''_{п.н}$  и  $\Phi''_{ск}$ , средняя индукция по сечению внутреннего полюса

$$B''_{п.н} = \frac{\Phi''_{п.н} + \frac{1}{2}(\Phi''_{п.н} - \Phi_{ск})}{S''_{п.н}} = 0,99 \text{ тл.}$$

Находим соответствующие ей удельные ампер-витки  $Aw''_{п.н}$  и далее н. с.  $Iw''_{п.н}$  внутреннего полюса:

$$Iw''_{п.н} = Aw''_{п.н} l_3 = 6,4 \text{ а.}$$

Сопротивление внутреннего полюса

$$R''_{п.н} = \frac{Iw''_{п.н}}{\Phi'_{п.н} - \Phi''_{п.н} + \frac{\Phi''_{п.н} - \Phi_{ск}}{2}} = 2,13 \text{ а/вб.}$$

Индукция в сечении  $a'-a'$  спинки корпуса

$$B'_{сн} = \frac{\Phi'_{п.н} + \Phi'_{сн}}{S_{a'-a'}} = 1,45 \text{ тл.}$$

Соответствующие ей удельные ампер-витки  $Aw'_{сн} = 880 \text{ а/м.}$

Индукция в сечении  $a''-a''$  спинки корпуса

$$B''_{сн} = \frac{\Phi'_{п.н} + (\Phi''_{п.н} - \Phi_{ск})}{S_{a''-a''}} = 1,53 \text{ тл.}$$

Соответствующие ей  $Aw'_{сн} = 1300 \text{ а/м.}$

Намагничивающая сила, приложенная к спинке корпуса муфты

$$Iw_{сн} = \frac{Aw'_{сн} + Aw''_{сн}}{2} l_2 = 27,2 \text{ а.}$$

Сопротивление спинки корпуса

$$R_{сн} = \frac{Iw_{сн}}{\Phi'_{п.н} + \Phi'_{сн} - \frac{\Phi_{ск}}{2}} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ а/вб.}$$

Таким образом н. с., затраченная на проведение магнитного потока по корпусу муфты

$$Iw_{к} = Iw'_{п.н} + Iw''_{п.н} + Iw_{сн} = 175,6 \text{ а,}$$

а магнитное сопротивление корпуса

$$R_{к} = R'_{п.н} + R''_{п.н} + R_{сн} = 42,13 \cdot 10^{-3} \text{ а/вб.}$$

Индукция в сечении  $b'-b'$  якоря

$$B'_{я} = \frac{\Phi'_{п.н}(1 - \varphi_2)}{S_{b'-b'}} = 0,95 \text{ тл,}$$

где коэффициент  $\varphi_2 = 0,31$  [рассчитан по (12)], а из [Л. 1] вычислены  $S_{у.д.п} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$  и  $S_{у.д.в} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ . Соответствующие  $B'_{я}$  удельные ампер-витки  $Aw'_{я} = 250 \text{ а/м.}$  Индукция в сечении  $b''-b''$  якоря

$$B''_{я} = \frac{\Phi'_{п.н}(1 - \varphi_2)}{S_{b''-b''}} = 1,48 \text{ тл,}$$

а соответствующие ей ампер-витки  $Aw''_{я} = 1000 \text{ а/м.}$

Намагничивающая сила, затраченная на проведение магнитного потока через якорь,

$$Iw_{я} = \frac{Aw'_{я} + Aw''_{я}}{2} l_4 = 12,95 \text{ а.}$$

Сопротивление якоря

$$R_{я} = \frac{Iw_{я}}{\Phi'_{п.н}(1 - \varphi_2)} = 4,68 \text{ а/вб.}$$

Подставим найденные величины в (10)

$$G_{сн} = 5,74 \cdot 10^{-6} \text{ вб/а.}$$

Намагничивающая сила муфты

$$Iw = \frac{\Phi'_{п.н}}{G_{сн}} = 687 \text{ а,}$$

а фактически н. с. составляет 667 а.

Таким образом, погрешность расчета для номинальной н. с. составляет  $\sim 3\%$ , что весьма точно для инженерных расчетов магнитных цепей. Аналогично произведены расчеты при других потоках и построена расчетная кривая намагничивания муфты ЭТМ 102 (рис. 6, кривая 2). Как видно из рис. 6, расчетная и экспериментальная (кривая 1) кривые весьма близко совпадают, особенно при н. с., близких к номинальной.

При использовании других вариантов, сопряженных с магнитопроводом муфты деталей, а также при ином исполнении муфты (с бесконтактным токоподводом) расчет магнитной цепи может быть произведен по аналогии с приведенным, т. е. с использованием таблицы и соответствующих формул.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Муфты фрикционные многодисковые. Нормаль машиностроения МН 5656-65 — МН 5665-65, 1965, с. 104.
2. Флидлер Г. М., Аверьянова Т. А. Электромагнитные муфты серии ЭТМ с магнитопроводящими дисками. Руководящие материалы ЭНИМС, ЭНИМС, 1971, с. 27.
3. Аносов Ю. И. Электромагнитные муфты. М., Оборонгиз, 1952, 70 с.
4. Krellman H. Einflussfaktoren und physikalische Vorgänge bei einer elektromagnetisch durchfluteten Lamellenkupplung. — «Industrie-Anzeiger», 92 Jg., 1970, № 4, S. 673—677.
5. Baumann W. Magnetkreisgestaltung bei Elektromagnetkuppelungen. — «Werkstatt und Betrieb», 102 Jg., 1969, № 3, S. 25—27.
6. Татур О. Н. Конструкции управляемых муфт за рубежом. Новые машины, оборудование и средства автоматизации. III серия, Центральный институт научно-технической информации по автоматизации в машиностроении. 1963, с. 132.
7. Буль Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей. М.—Л., «Энергия», 1964, 464 с.

[3.10.1972]



# Теория и электромагнитный расчет гистерезисной муфты с полым ротором

Канд. техн. наук Ю. А. ЕРМОЛИН

Москва

В системах промышленной автоматики и автоматизированного электропривода широко применяются муфты с электромагнитным управлением. Муфты используются либо для передачи и регулирования вращающего момента с вала на вал, либо в режиме управляемого тормоза, когда ведомая часть муфты жестко закреплена. Использование электромагнитных муфт в режиме управляемого тормоза хорошо показало себя при коррекции динамики следящих систем [Л. 1]. С этой точки зрения представляет интерес рассмотрение электромагнитной гистерезисной муфты с цилиндрическим тонкостенным ротором (ЭГМ), обладающей малой инерционностью ротора и высокой стабильностью характеристик.

В статье рассмотрена теория и получены основные расчетные соотношения для проектирования ЭГМ с тонкостенным цилиндрическим ротором, удобные с точки зрения их использования в инженерной практике.

Согласно [Л. 2 и 3] момент, развиваемый гистерезисной муфтой (независимо от ее конструктивного исполнения):

$$M = \frac{pV\rho_{уд}}{2\pi \cdot 9,81}, \text{ кг} \cdot \text{м}, \quad (1)$$

где  $p$  — число полюсов;  $V$  — перемножаемый объем,  $\text{м}^3$ ;  $\rho_{уд}$  — удельные потери на перемагничивание материала роторного стакана,  $\text{дж}/\text{м}^3$ .

Описание конструкции и принцип действия ЭГМ с тонкостенным цилиндрическим ротором имеется в [Л. 4 и 5]. Поэтому ограничимся здесь лишь конструктивной схемой муфты с обозначениями, используемыми при дальнейшем анализе (рис. 1). Напомним также, что удельные потери на перемагничивание однозначно определяются максимальным значением индукции в роторном стакане.

**Магнитное поле в роторном стакане ЭГМ.** Магнитостатическое поле в зазоре муфты, включающем роторный стакан, описывается уравнением Лапласа, записанным в цилиндрической системе координат (поле принимается плоскопараллельным) [Л. 6]:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} = 0, \quad (2)$$

где  $\psi$  — потенциальная функция;  $\rho$  и  $\varphi$  — текущие координаты.

Решим это уравнение при следующих допущениях:

магнитная проницаемость материала статора чрезвычайно высока и в расчетах полагается равной бесконечности;

магнитная проницаемость материала роторного стакана постоянна ( $\mu_0 = \text{const}$ ).

Тогда, учитывая конфигурацию границ статора  $L_1$  и  $L_2$ , в выбранной системе координат (см.

рис. 1) решением уравнения (2) для каждой из трех областей I, II и III является функция вида

$$\psi_i = A_i + C_i \ln \rho + (D_{1i} \rho^p + D_{-1i} \rho^{-p}) \cos p\varphi + \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} (D_{ni} \rho^{np} + D_{-ni} \rho^{-np}) \cos np\varphi, \quad (i = \text{I, II, III}), \quad (3)$$

где  $A_i, C_i, D_{1i}, D_{-1i}, D_{ni}, D_{-ni}$  — постоянные, определяемые из следующей системы, учитывающей граничные условия и условия непрерывности нормальной составляющей индукции и тангенциальной составляющей напряженности на границах раздела сред с различной магнитной проницаемостью;

$$\left. \begin{aligned} (\psi_i)_{L_1} &= 0; \\ \mu_0 \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial \rho} \right)_{\rho=R_1} &= \mu_0 \left( \frac{\partial \psi_{II}}{\partial \rho} \right)_{\rho=R_1}; \\ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} \right)_{\rho=R_1} &= \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_{II}}{\partial \varphi} \right)_{\rho=R_1}; \\ \mu_0 \left( \frac{\partial \psi_{II}}{\partial \rho} \right)_{\rho=R_2} &= \mu_0 \left( \frac{\partial \psi_{III}}{\partial \rho} \right)_{\rho=R_2}; \\ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_{II}}{\partial \varphi} \right)_{\rho=R_2} &= \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_{III}}{\partial \varphi} \right)_{\rho=R_2}; \\ (\psi_{III})_{L_2} &= \Delta \psi, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\Delta \psi$  — падение скалярного магнитного потенциала на воздушном зазоре.

Определение коэффициентов из (4) приводит к громоздким, мало удобным для дальнейшего анализа выражениям. Однако следует учесть, что гистерезисные муфты с целью уменьшения намагничивающих витков катушки управления выполняются с технологически минимально возможным воздушным зазором. Поэтому, полагая  $r_1 = R_1$  и  $r_2 = R_2$ , для определения постоянных можно воспользоваться результатом, полученным в [Л. 5]. Тогда в принятых в этой статье обозначениях имеем (в нижеследующих выражениях индекс  $i$  опущен, поскольку

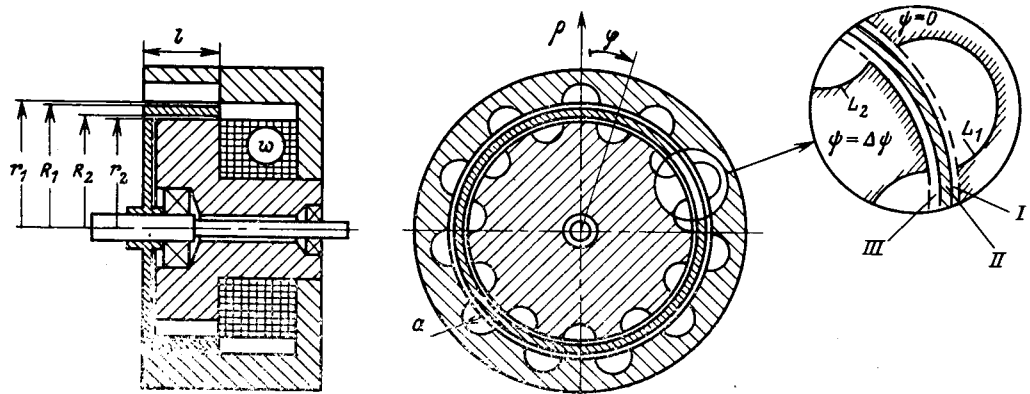


Рис. 1. Конструктивная схема ЭГМ с тонкостенным цилиндрическим ротором.

езде  $i=II$ ):

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{-\frac{ak_2}{\pi} \ln R_1 - \left(\Delta\psi - \frac{ak_1}{\pi}\right) \ln R_2}{\ln \beta}; \\ C &= \frac{\Delta\psi - \frac{a}{\pi}(k_1 - k_2)}{\ln \beta}; \\ D_1 &= \frac{a}{2} \frac{-k_2 - k_1 \beta^p}{R_2^p (\beta^{2p} - 1)}; \\ D_{-1} &= \frac{a}{2} \frac{k_1 + k_2 \beta^p}{R_1^{-p} (\beta^{2p} - 1)}; \\ D_n &= \frac{2a}{\pi} \frac{(-1)^{n/2}}{n^2 - 1} \frac{-k_2 + k_1 \beta^{np}}{R_2^{np} (\beta^{2np} - 1)}; \\ D_{-n} &= -\frac{2a}{\pi} \frac{(-1)^{n/2}}{n^2 - 1} \frac{k_1 - k_2 \beta^{np}}{R_1^{-np} (\beta^{2np} - 1)}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \Delta\psi \frac{\ln \frac{R_1 + a}{R_1}}{a \left( \ln \frac{R_1 + a}{R_1} + \frac{1}{\mu} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)}; \\ k_2 &= -\Delta\psi \frac{\ln \frac{R_2}{R_2 - a}}{a \left( \ln \frac{R_2}{R_2 - a} + \frac{1}{\mu} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)}; \\ \beta &= \frac{R_1}{R_2}. \end{aligned} \right\}$$

По известной потенциальной функции определим составляющие магнитной индукции в роторном стакане по координатным осям:

$$\left. \begin{aligned} B_p &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \psi}{\partial \rho} = -\mu_0 \mu \left[ \frac{C}{\rho} + p(D_1 \rho^{p-1} - D_{-1} \rho^{-p-1}) \cos p\varphi + \right. \\ &+ \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} np(D_n \rho^{np-1} - D_{-n} \rho^{-np-1}) \cos np\varphi \left. \right]; \\ B_\varphi &= -\mu_0 \mu \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \mu_0 \mu \left[ p(D_1 \rho^{p-1} + D_{-1} \rho^{-p-1}) \sin p\varphi + \right. \\ &+ \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} np(D_n \rho^{np-1} + D_{-n} \rho^{-np-1}) \sin np\varphi \left. \right]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

*Анализ и упрощение полученных выражений.* Как видно из (7), роторный стакан перемагничивается сложным магнитным полем. Строго говоря, определение удельной энергии перемагничивания  $p_{уд}$  по приводимым в справочной литературе зависимостям  $p_{уд} = p_{уд}(B)$  невозможно, поскольку последние снимаются, как правило, для случая пульсационного перемагничивания. Однако выражения (7) без существенного ущерба для точности можно упростить. Действительно, при относительной магнитной проницаемости материала роторного стакана ( $\mu \geq 10$ ) в выражениях (6) вторым слагаемым сум-

мы в знаменателях дробей можно пренебречь, и тогда имеем:

$$k_1 = \frac{\Delta\psi}{a}; \quad k_2 = -\frac{\Delta\psi}{a},$$

где  $a$  — радиус цилиндрического паза.

Подставляя упрощенные выражения для  $k_1$  и  $k_2$  в (5), для составляющих индукции получаем:

$$\left. \begin{aligned} (5) \quad B_p &= -\mu_0 \mu \Delta\psi \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1 - \frac{2}{\pi}}{\ln \beta} - \frac{1}{2} p \frac{1}{\beta^p + 1} \left( \frac{\rho^p}{R_2^p} - \frac{\rho^{-p}}{R_1^{-p}} \right) \cos p\varphi + \right. \\ &+ \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} np \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{n/2}}{n^2 - 1} \frac{1}{\beta^{np} - 1} \left( \frac{\rho^{np}}{R_2^{np}} - \frac{\rho^{-np}}{R_1^{-np}} \right) \cos np\varphi \left. \right]; \\ (6) \quad B_\varphi &= \mu_0 \mu \Delta\psi \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{1}{2} p \frac{1}{\beta^p + 1} \left( \frac{\rho^p}{R_2^p} + \frac{\rho^{-p}}{R_1^{-p}} \right) \sin p\varphi + \right. \\ &+ \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} np \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{n/2}}{n^2 - 1} \frac{1}{\beta^{np} - 1} \left( \frac{\rho^{np}}{R_2^{np}} + \frac{\rho^{-np}}{R_1^{-np}} \right) \sin np\varphi \left. \right]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Проведенный более подробный анализ с расчетом составляющих индукции при имеющихся место в реальных конструкциях типичных значениях  $R_1$  и  $R_2$  показал, что амплитуды 2, 4-й и т. д. гармоник интенсивно затухают с увеличением  $n$  и ими можно пренебречь по сравнению с амплитудами первых гармоник.

Таким образом, годографом вектора индукции в роторном стакане является эллипс с параметрами, зависящими от  $\rho$ , который сдвинут в направлении радиальной составляющей на величину

$$B_{p0} = -\mu_0 \mu \Delta\psi \frac{1}{\rho} \frac{1 - \frac{2}{\pi}}{\ln \beta}.$$

Оценим степень эллиптичности годографа индукции отношением максимальной амплитуды составляющей  $B_\varphi$  к максимальной амплитуде переменной составляющей  $B_p$  (коэффициентом эллиптичности  $k_{эл}$ ). Получим:

$$\begin{aligned} |k_{эл}| &= \frac{B_{\varphi m}}{B_{pm}} = \frac{\mu_0 \mu \Delta\psi \frac{1}{2} p \frac{1}{\rho} \frac{1}{\beta^p + 1} \left( \frac{\rho^p}{R_2^p} + \frac{\rho^{-p}}{R_1^{-p}} \right)}{\mu_0 \mu \Delta\psi \frac{1}{2} p \frac{1}{\rho} \frac{1}{\beta^p + 1} \left( \frac{\rho^p}{R_2^p} - \frac{\rho^{-p}}{R_1^{-p}} \right)} = \\ &= \frac{\rho^{2p} + R_1^p R_2^p}{\rho^{2p} - R_1^p R_2^p}; \quad (R_2 \leq \rho \leq R_1). \end{aligned} \quad (9)$$

График зависимости  $k_{эл} = k_{эл}(\rho)$  представлен на рис. 2, из которого, в частности, видно, что минимальное значение коэффициента эллиптичности

имеет место при  $\rho=R_1$  и  $\rho=R_2$  и определяется по выражению:

$$|k_{эл}| = \frac{\beta^p + 1}{\beta^p - 1}.$$

Графически эта зависимость показана на рис. 3 при типичных для реальных конструкций значениях  $p$ . Из рисунка следует, что при значениях  $\beta < 1,05$  (что имеет место в реальных конструкциях) коэффициент эллиптичности существенно больше единицы. Кроме того, как отмечалось выше, речь идет о минимальном коэффициенте эллиптичности — на границах роторного стакана. Значение  $k_{эл}$  внутри ротора интенсивно возрастает (рис. 2). Поэтому с достаточной для инженерных расчетов точностью можно положить, что материал роторного стакана перематничивается только тангенциальной составляющей  $B_\varphi$ . При этом ортогонально к  $B_\varphi$  воздействует поляризующая составляющая  $B_{\rho 0}$ , не зависящая от  $\varphi$ .

Удельная энергия перематничивания для этого случая должна определяться из специально полученных экспериментальных зависимостей, когда материал ротора подвергается воздействию двух взаимно перпендикулярных полей, из которых одно постоянно, а другое изменяется по гармоническому закону. Амплитуды этих составляющих, в свою очередь, являются функциями от  $\beta$ , причем их отношение  $B_{\rho 0}/B_{\varphi m}$  должно оставаться постоянным. Насколько известно автору, таких данных в справочной литературе нет. В этом случае может быть предложено удовлетворительное приближение, позволяющее использовать для определения энергии перематничивания приводимые в справочниках зависимости  $p_{уд} = p_{уд}(B)$  при пульсационном перематничивании. Смысл этого приближения состоит в пренебрежении влиянием поляризующей составляющей поля на энергию перематничивания. Оценить степень точности такого подхода весьма сложно, однако, из физических соображений ясно, что наличие поляризующей составляющей поля, перпендикулярной  $B_\varphi$ , должно увеличивать потери на перематничивание, поскольку деформируются (либо вращаются) домены, предварительно ориентированные в радиальном направлении. Следовательно, зависимость  $p_{уд} = p_{уд}(B)$ , снятая при пульсационном перематничивании, может рассматриваться в исследуемом случае, по крайней мере, как нижняя оценка. Обоснованность принятого допущения хорошо

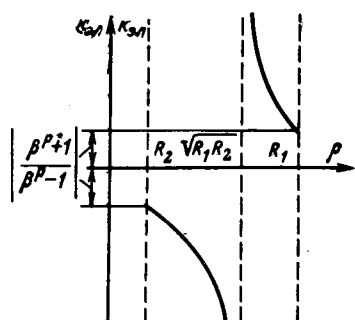


Рис. 2. Зависимость коэффициента эллиптичности от значения текущего радиуса.

подтверждается результатами проверочных расчетов гистерезисных муфт, выполненных по предлагаемой методике.

Таким образом, если имеем зависимость  $p_{уд} = p_{уд}(B)$  для материала ротора, то, учитывая, что  $B_{\varphi m}$  является функцией  $\rho$ , полные потери на перематничивание роторного стакана можно опреде-

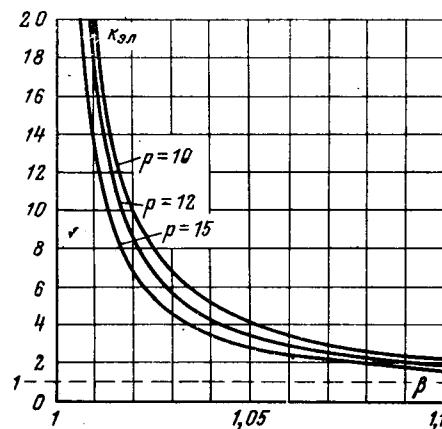


Рис. 3. Зависимость минимального коэффициента эллиптичности от толщины роторного стакана.

лить следующим образом:

$$p_{уд}V = l \int_0^{2\pi} \int_{R_2}^{R_1} p_{уд}[B_{\varphi m}(\rho)] \rho d\rho d\varphi. \quad (10)$$

При инженерных расчетах без существенного ущерба для точности можно считать максимальное значение индукции в роторном стакане не зависящим от текущей координаты  $\rho$  и равным среднему значению:

$$(B_{\varphi m})_{ср} = \frac{\int_{R_2}^{R_1} B_{\varphi m}(\rho) d\rho}{R_1 - R_2} = \mu_0 \mu \Delta\varphi \frac{1}{R_1 - R_2} \frac{\beta^p - 1}{\beta^p + 1}. \quad (11)$$

Этому значению индукции соответствует удельная энергия перематничивания  $p_{уд} = p_{уд}(B_{\varphi m})_{ср}$ , связанная с тормозным моментом на валу муфты соотношением (1).

Связь среднего значения индукции с намагничивающими витками катушки управления  $Iw$  может быть получена из расчета магнитной цепи ЭГМ. Принимая схему замещения муфты в виде, представленном на рис. 4, для падения магнитного потенциала в роторном стакане получаем:

$$\Delta\varphi = \frac{Iw}{R_m + \frac{1}{\Lambda}}, \quad (12)$$

где  $R_m$  — магнитное сопротивление статора;  $\Lambda$  — магнитная проводимость роторного стакана;

$$\Lambda = \frac{\Phi}{\Delta\varphi} = \frac{l \int_0^{2\pi} B_\rho(\rho, \varphi) \rho d\varphi}{\Delta\varphi} = 2\mu_0 \mu l \frac{\pi - 2}{\ln \beta}$$

( $\Phi$  — магнитный поток, пронизывающий роторный стакан).

Поскольку обычно магнитная цепь статора не насыщена, то  $1/\Lambda \gg R_m$  и с достаточной для практических расчетов точностью на основании (12) можно считать, что  $\Delta\varphi = Iw$ . Учитывая это, получим в окончательном виде выражение, связывающее среднее значение максимальной индукции

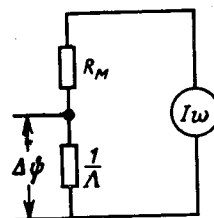


Рис. 4. Схема замещения ЭГМ.



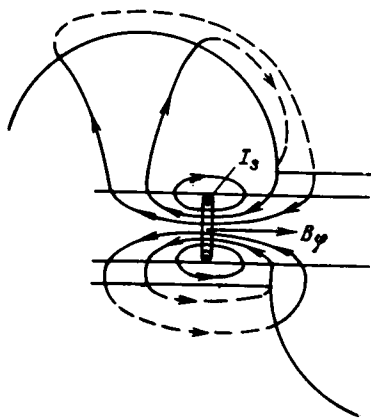


Рис. 5. К пояснению размагничивающего влияния вихревых токов.

с геометрическими параметрами и намагничивающими витками катушки управления:

$$(B_{\text{фм}})_{\text{ср}} = \mu_0 \mu \frac{Iw}{R_1 - R_2} \frac{\beta p - 1}{\beta p + 1}. \quad (13)$$

Некоторого увеличения максимального момента на валу ЭГМ можно добиться за счет оптимальной конфигурации зазора муфты. Такая конфигурация принципиально может быть получена в результате решения обратной задачи, когда по заданному максимальному значению  $B_{\text{фм}}$  определяются уравнения обеих границ. Аналитическое решение этой задачи не представляется возможным. Эвристические же соображения подсказывают, что рассмотренная конфигурация зазора, по-видимому, близка к оптимальной в указанном выше смысле. Кроме того, рассмотренная конструкция ЭГМ отличается высокой степенью технологичности, в то время как решение обратной задачи может дать конфигурацию зазора, сложную в изготовлении. Эти обстоятельства делают решение оптимальной задачи нецелесообразным.

Проектирование ЭГМ для коррекции динамики следящих систем приводит, как правило, к необходимости удовлетворить еще одному требованию — момент инерции всех вращающихся масс муфты не должен превышать  $J_{\text{зад}}$  — величины, определяемой из условий выполнения заданного качества переходного процесса. В этом случае должно быть соблюдено неравенство:

$$J_V + J_{\text{вр}} \leq J_{\text{зад}},$$

где  $J_V$  — момент инерции перематываемого объема ротора

$J_{\text{вр}}$  — момент инерции всех остальных вращающихся масс муфты.

Величина  $J_V$  связана с перематываемым объемом [а следовательно, и с моментом на валу через формулу (1)] выражением:

$$J_V = \frac{\gamma V}{2} (R_1^2 + R_2^2),$$

где  $\gamma$  — удельная плотность материала ротора.

При скольжении ротора относительно статора происходит снижение значения момента, обусловленное размагничивающим влиянием вихревых токов. Качественная картина, поясняющая это явление, приведена на рис. 5. В рамках принятых в статье допущений при вращении ротора за счет изменения потокоцепления в радиальных плоскостях возникают контуры с током  $I_s$ . Этот ток зависит от скольжения и электрического сопротивления материала ротора и создает магнитное поле, являющееся размагничивающим по отношению к  $B_{\text{ф}}$ . По данным [Л.4] влияние вихревых токов оценивается приблизительно в снижении момента на 3—4% от максимального на каждую тысячу оборотов скольжения.

**Пример.** Сделаем проверочный расчет гистерезисной муфты, имеющей следующие параметры:  $R_1 = 1,75$  см;  $R_2 = 1,7$  см;  $\beta = 1,03$ ;  $p = 15$ ;  $l = 1,1$  см;  $w = 1000$  витков. Материал ротора — сплав типа викаллой, у которого  $B_m = 1,2$  тл;  $H_m = 24 \cdot 10^3$  а/м;  $(p_{\text{уд}})_{\text{max}} = 6,5 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>. Активный (перематываемый) объем роторного стакана:

$$V = \pi(R_1^2 - R_2^2)l = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

По формуле (1) находим значение максимального тормозного момента на валу муфты:

$$M_{\text{max}} = \frac{(p_{\text{уд}})_{\text{max}} V p}{2\pi \cdot 9,81} = 0,95 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Магнитная проницаемость роторного стакана

$$\mu_0 \mu = \frac{B_m}{H_m} = \frac{1,2 \text{ тл}}{24 \cdot 10^3 \text{ а/м}} = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ гн/м}.$$

Из формулы (13) находим ток в катушке управления:

$$I = \frac{B_m}{\mu_0 \mu} \frac{R_1 - R_2}{w} \frac{\beta p + 1}{\beta p - 1} = 54,1 \text{ ма}.$$

Эксперимент показал, что для рассматриваемой муфты  $M_{\text{max}} = 1 \cdot 10^{-2}$  кг·м при токе управления  $I \approx (46—50)$  ма. Совпадение расчетных значений с опытными хорошее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хлыпало Е. И. Нелинейные системы автоматического регулирования. Л., «Энергия», 1967, 451 с.
2. Сотсков Б. С. Основы расчета и проектирования электромеханических элементов автоматических и телемеханических устройств. М.—Л., «Энергия», 1965, 576 с.
3. Воробьева Т. М. Электромагнитные муфты. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960, 207 с.
4. Гофман Р., Йордан Г., Редер Г. Гистерезисная муфта — новый элемент привода. «Экспресс-информация института информации. Автоматизированный электропривод, электротехнология, электроснабжение промышленных предприятий», 1966, № 8, с. 3—8.
5. Ермолин Ю. А. Магнитное поле в воздушном зазоре гистерезисной муфты с цилиндрическим ротором. — «Электричество», 1971, № 8, с. 63—65.
6. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М., «Энергия», 1970, 375 с.

[14.10.1972]



# Токи в параллельных ветвях обмоток трансформаторов и реакторов

Канд. техн. наук Л. В. ЛЕЙТЕС

ВЭИ им. В. И. Ленина

Неравномерное распределение тока по параллельно соединенным ветвям (частям обмоток, группам катушек, катушкам, транспонированным, подразделенным и простым проводам) обмоток мощных трансформаторов и реакторов может привести не только к увеличению потерь и снижению к. п. д., но и к аварии. Поэтому при проектировании и испытаниях трансформаторов и реакторов необходимо обращать особое внимание на распределение тока. Цель данной статьи — обобщить публикации о распределении тока по параллельным ветвям.

**Расчет токораспределения.** Для расчета токов в параллельных ветвях можно использовать уравнения многообмоточного трансформатора, т. е. систему уравнений индуктивно связанных контуров. При этом каждая ветвь (или группа ветвей с равномерным распределением тока внутри группы) рассматривается как отдельная обмотка:

$$\dot{U}_1 = \sum_{n=1}^p I_n Z_{n1}, \dots, \dot{U}_m = \sum_{n=1}^p I_n Z_{nm}, \dots, \dot{U}_p = \sum_{n=1}^p I_n Z_{np}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_n$  — напряжение на зажимах обмотки (ветви) номер  $n$ , причем  $n = 1; 2, \dots, m, \dots, p$ ; напряжения параллельно соединенных ветвей одинаковы;  $I_n$  — ток обмотки (ветви) номер  $n$ ; для параллельно соединенных ветвей сумма токов равна току обмотки, образованной этими ветвями; если указанная обмотка в рассматриваемом режиме разомкнута, ее ток равен нулю;  $Z_{nm}$  — взаимное (при  $n=m$  — собственное) комплексное сопротивление обмоток (ветвей) с номерами  $n$  и  $m$ ;  $Z_{nm} = r_{nm} + jx_{nm}$ ; если из всех видов потерь учитывать только основные потери в обмотках и ветвях, т. е. пренебречь потерями от вихревых токов в проводах и деталях, то при  $n \neq m$  имеем  $r_{nm} = 0$  и  $Z_{nm} = jx_{nm}$ , а при  $n = m$  будет  $r_{nn} = r_n$  и  $Z_{nn} = r_n + jx_{nn}$ ;  $r_n$  — сопротивление обмотки (ветви) номер  $n$  постоянному току;  $p$  — количество обмоток (включая ветви, в которых необходимо определить ток).

Непосредственно на использовании уравнений (1) и понятия взаимной индуктивности витка со всей обмоткой основан предложенный в [Л. 1 и 2] метод выбора схем обмоток сухих реакторов без стали. Этот метод практически применялся при разработке мощных бетонных текоограничивающих реакторов.

В силовых трансформаторах параллельно соединяют только ветви с одинаковыми числами витков. Если пренебречь намагничивающим током, можно выразить один из токов (например  $I_1$ ) через остальные, привести все обмотки к одному числу витков и алгебраическими преобразованиями получить систему из  $(p-1)$  уравнений, содержащих только разности приведенных напряжений (для параллельно соединенных ветвей равные нулю), токи с номерами  $2, 3, \dots, n, \dots, p$  и сопротивления короткого замыкания обмоток:

$$Z_{knm} = Z'_{nn} + Z'_{mm} - 2Z'_{nm}, \quad (2)$$

совпадающие с сопротивлениями контуров, состоя-

щих из ветвей  $n$  и  $m$ . Искомые токи определяются из решения полученной системы [Л. 3—5].

Для наглядности при расчете можно использовать схемы замещения [Л. 6 и 29]. Особенно удобны такие схемы при параллельном соединении двух частей обмотки, находящихся на разных стержнях или в разных половинах окна — см. пример 2 в [Л. 7]. Применение в [Л. 8] упрощенной схемы замещения в виде «цепочки» для нескольких расположенных в ряд соседних дисковых катушек, соединяемых параллельно с аналогичными далеко отстоящими от них катушками, позволило одновременно сократить изложение расчета и повысить его точность по сравнению с расчетом в [Л. 9].

**Метод циркулирующих токов.** Часто для расчета токораспределения удобно понятие «циркулирующие токи» — разность реальной системы токов и основных токов (распределяющихся по ветвям пропорционально их электрическим проводимостям):

$$I_{\text{цн}} = I_n - I_{\text{он}}; \quad I_{\text{он}} = I_{\Sigma} \frac{g_n}{g_{\Sigma}}, \quad (3)$$

где

$$I_{\Sigma} = \sum_{n=1}^m I_n = \sum_{n=1}^m I_{\text{он}}; \quad \sum_{n=1}^m I_{\text{цн}} = 0; \quad g_{\Sigma} = \sum_{n=1}^m g_n = \sum_{n=1}^m \frac{1}{r_n}; \quad (4)$$

$n$  — номер ветви;  $m$  — количество параллельных ветвей в обмотке;  $r_n$  — сопротивление ветви номер  $n$  постоянному току.

Тогда потери в обмотке (без учета потерь от вихревых токов в отдельных проводах) равны арифметической сумме потерь в этой обмотке от основных и циркулирующих токов в отдельности:

$$\begin{aligned} P_{\Sigma} &= \sum_{n=1}^m P_n = \sum_{n=1}^m I_n^2 r_n = \sum_{n=1}^m (I_{\text{он}} + I_{\text{цн}})^2 r_n = \\ &= \sum_{n=1}^m I_{\text{он}}^2 r_n + \sum_{n=1}^m I_{\text{цн}}^2 r_n + \sum_{n=1}^m 2I_{\text{он}} I_{\text{цн}} \cos \angle \\ &\quad \angle (I_{\text{он}}, I_{\text{цн}}) r_n = \sum_{n=1}^m P_{\text{он}} + \sum_{n=1}^m P_{\text{цн}} + \\ &\quad + 2I_{\Sigma} \frac{1}{g_{\Sigma}} \sum_{n=1}^m I_{\text{цн}} \cos \angle (I_{\Sigma}, I_{\text{цн}}) = P_{0\Sigma} + P_{\Sigma\Sigma} + 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В каждой отдельной ветви потери не равны сумме потерь от основного и циркулирующего токов:

$$\begin{aligned} P_n &= I_n^2 r_n = I_{\text{он}}^2 r_n + I_{\text{цн}}^2 r_n + \\ &\quad + 2I_{\text{он}} I_{\text{цн}} \cos \angle (I_{\text{он}}, I_{\text{цн}}) r_n \neq P_{\text{он}} + P_{\text{цн}}. \end{aligned} \quad (6)$$

При основных и циркулирующих токах одного порядка и заметных индуктивных сопротивлениях контуров (т. е. при фазных сдвигах, не близких к  $90^\circ$ ) отличие может быть большим. Это особенно

опасно для ветвей, в которых циркулирующий ток совпадает по фазе с основным.

Расчет циркулирующих токов состоит из трех этапов:

1. Определение э. д. с. (напряжений в разомкнутых контурах) при отсутствии циркулирующих токов, т. е. при равномерном распределении тока; эта э. д. с. соответствует «напряжению холостого хода» по методу холостого хода и короткого замыкания; при расчете э. д. с. провода обычно заменяют тонкими нитями, расположенными в серединах сечений проводов.

2. Определение собственных и взаимных сопротивлений контуров циркулирующих токов при отсутствии каких-либо источников; собственные сопротивления контуров  $Z_k$  соответствуют «входным сопротивлениям» или «сопротивлениям короткого замыкания» по методу холостого хода и короткого замыкания:

3. Определение циркулирующих токов  $I_{цк}$  по закону Ома; в случае одного контура  $I_{цк} = \dot{U}_{xx}/Z_k$ ; в случае нескольких ( $m$ ) параллельно соединенных ветвей, не имеющих электромагнитной связи, по методу узловых потенциалов:

$$I_{цк} = \frac{\dot{U}_n - \dot{U}_{ср}}{Z_n}; \quad \dot{U}_{ср} = \sum_{n=1}^m \frac{\dot{U}_n}{Z_n} \left/ \sum_{n=1}^m \frac{1}{Z_n} \right., \quad (7)$$

где  $\dot{U}_n$  — напряжение (э. д. с.) ветви номер  $n$  при условно разомкнутых для циркулирующих токов всех остальных ветвей;  $Z_n$  — сопротивление ветви номер  $n$ ; в более сложных случаях приходится применять схемы замещения или решать системы уравнений для  $m$ -обмоточного трансформатора (где  $m$  — число параллельных ветвей в рассматриваемой обмотке).

При анализе результатов измерений модели или трансформатора иногда известно магнитное поле с учетом влияния на него циркулирующих токов или соответствующие э. д. с. Тогда в сопротивлениях контуров должны учитываться только сопротивления ветвей постоянному току, так как индуктивные составляющие уже по существу учтены изменением магнитного поля.

Для облегчения расчета, как правило, стремятся пренебречь активными или индуктивными составляющими сопротивлений контуров [Л. 7]. Для параллельно соединяемых больших частей обмотки достаточно учета одних индуктивных сопротивлений. Для соседних одинарных дисковых катушек, соседних ходов винтовой обмотки и соседних транспонированных проводов индуктивные и активные сопротивления примерно одинаковы и пренебрежение одним из них может привести к ошибке в 1,5—2 раза. В [Л. 10] предложены инженерный метод расчета и способы уменьшения циркулирующих токов в многоходовых винтовых обмотках. Токи в обмотках с параллельно соединяемыми двумя или тремя соседними дисковыми катушками рассмотрены в [Л. 7]. Решение в общем виде в матричной форме записи приведено в [Л. 11 и 12], основные уравнения указаны в [Л. 5] и др.

Для рядом расположенных и вместе наматываемых простых параллельных проводов, имеющих от-

носительно небольшие сечения, как правило, достаточно учитывать только активные сопротивления контуров. Кроме того, можно пренебречь добавочными потерями и различием в длинах параллельных проводов. Тогда удобно применять метод узловых потенциалов, причем вместо уравнения (7) имеем:

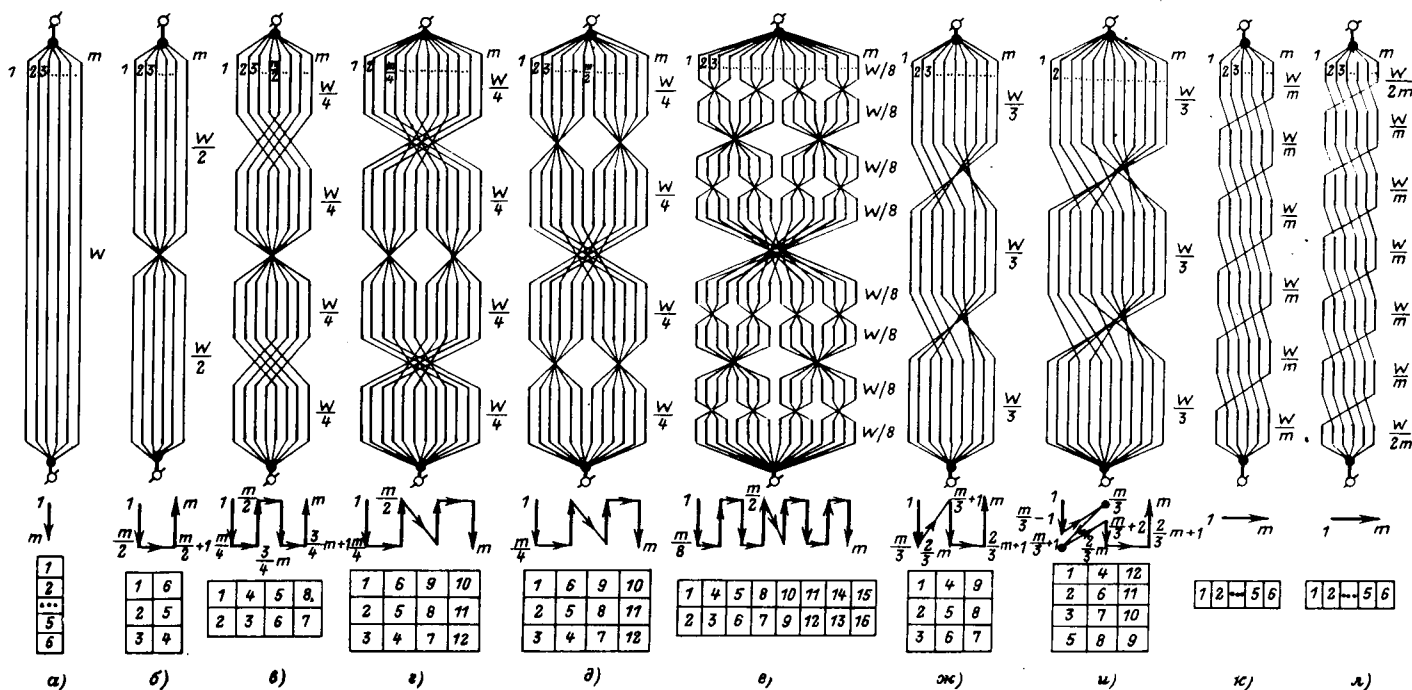
$$I_{цк} = \frac{I_n - \dot{U}_{ср}}{r}; \quad \dot{U}_{ср} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \dot{U}_n, \quad (8)$$

где  $r$  — сопротивление ветви (провода) постоянному току;  $m$  — количество параллельных проводов;  $\dot{U}_n$  — напряжение на разрыве провода номер  $n$  при условно разомкнутых (только для циркулирующих, но не для основных токов) проводах, т. е. напряжение, наведенное в данном проводе магнитным полем основных токов; за базу контура для отсчета этого напряжения можно принять один из реальных проводов или воображаемый дополнительный провод, занимающий во всех витках положение, которое занимает первый из реальных проводов в первом витке.

При выводе формул для расчета потерь от циркулирующих токов для конкретных схем обмоток с транспозициями почти всегда учитывают только осевую составляющую индукции поля рассеяния, предполагая, что ее величина неизменна по длине (осевому размеру) обмотки и линейно изменяется по ширине (радиальному размеру), и не учитывают изменение длины витка в пределах обмотки. Аналогичные допущения обычно принимают и при разработке схем транспозиций.

**Транспозиции проводов.** Из сосредоточенных транспозиций наиболее распространены одна общая (рис. б), Палуева (рис. в) и де Бюда (рис. г или д). В [Л. 11 и 13] для винтовых обмоток предложены схемы транспозиций с количеством участков  $n_T = 4 \cdot 2^{k-1}$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Простейшим частным случаем этих схем ( $k = 1$ ) является транспозиция де Бюда (рис. д). Схема [Л. 13] при  $k = 2$  (восемь участков, семь мест перестановок проводов) показана на рис. е. Тот же автор предложил два варианта схем транспозиций с перестановками в двух местах [Л. 14] при числе параллельных проводов, кратном 3 (рис. ж, и). Первый вариант автор рекомендует при 6 и 9 проводах, второй — при 12 и более. В случае примерно одинакового числа параллельных проводов потери при этих схемах несколько меньше, чем при транспозиции Палуева, но больше, чем в случае транспозиции де Бюда. При трех проводах эти схемы вырождаются в полную равномерно распределенную транспозицию.

На практике для удобства контроля правильности выполнения равномерно распределенных транспозиций обычно выполняют  $m$  перестановок вместо  $m-1$  и уменьшают вдвое длину первого и последнего участков (например, рис. л вместо к). При этом положение каждого провода в конце обмотки совпадает с его положением в начале. С аналогичной целью можно было бы повторить перестановку проводов, применяемую в середине обмотки, в схемах по рис. б—и, но при этом были бы неоправданно велики потеря места и увеличение трудоемкости.



Примеры схем транспозиций, обобщенные символические схемы и таблицы положений проводов в однофазовой винтовой обмотке.

а — без транспозиции; б — общая транспозиция; в — транспозиция Палуева (общая и две групповые перестановки); г, д — два варианта выполнения транспозиции де Бюда; е — транспозиция Дачева [Л. 13] при восьми участках; ж, и — два варианта транспозиций по [Л. 14] при количестве параллельных проводов соответственно 9 и 12; к, л — полная равномерно распределенная транспозиция.

В транспозициях Палуева и де Бюда, как правило, выполняют одну общую и две групповые транспозиции (перестановки) проводов (рис. в, г), а не одну групповую и две общие (рис. д), так как в первом случае меньше вероятность замыкания параллельных проводов и трудоемкость. Однако согласно [Л. 15 и 16] второй вариант (рис. д) предпочтительней, как менее чувствительный к снижению осевой индукции у торцов обмотки.

В [Л. 13 и 11] предложены так называемые «обобщенные символические схемы транспозиций», полезные для разработки новых схем транспозиций, наглядного представления существа системы транспозиций и вывода формул. Соответствующие символические схемы показаны на рисунке под схемами перестановок проводов. Обобщенная символическая схема представляет собой указатель порядка записи номеров в таблице положений проводов:

Примеры таких таблиц (для числа проводов, изображенного на схемах перестановок) приведены на рисунке под схемами. В каждой таблице количество столбцов равно числу участков между местами перестановок проводов  $n_T$ . Число строк равно  $m/n_T$ , где  $m$  — число параллельных проводов в радиальном направлении. Числа в каждой строке показывают номера положений в радиальном направлении, занимаемых проводом на разных участках. При отсутствии транспозиции таблица содержит один столбец и символическая схема представляет собой одну вертикальную стрелку, а при равномерно распределенной транспозиции — соответственно одну строку и одну горизонтальную стрелку.

Любую транспозицию можно повторять в обмотке неограниченное число раз. Как правило, дважды выполняют равномерно распределенную транспози-

цию Хобарта, применяемую в двухфазовых и многофазовых винтовых обмотках, чтобы уменьшить циркулирующие токи, вызванные неравномерностью магнитного поля по высоте.

В последние годы получают распространение транспонированные провода. Такой провод можно рассматривать как два соседних вместе изолированных хода с нечетным суммарным числом проводов, в которых заранее выполнена многократно повторяющаяся транспозиция Хобарта. Применение проводов дает возможность снижать потери от вихревых токов, исключают потери от циркулирующих внутри провода токов, снижает трудоемкость намотки. Заметим, что в транспонированном проводе допустимы отдельные (единичные) замыкания соседних проводников [Л. 30].

Расчет потерь от несовершенства транспозиции, вывод формул в различных модификациях, зависимость потерь от размеров и числа параллельных проводов и оптимальные условия рассматриваются в [Л. 11, 13—28]. Сводки формул имеются в [Л. 19—21 и 13].

Первоначально для расчета потерь при каждом виде транспозиции была выведена своя формула. Формальная подстановка типа  $m' = m \cdot 2^{-k}$ , где  $k = 0; 1; 2$  и 3 привела к одной форме выражения потерь для четырех схем выполнения винтовой обмотки: отсутствие транспозиции; одна общая; Палуева и де Бюда соответственно [Л. 20]. Затем была дана одна общая формула для транспозиции де Бюда и для транспозиций по типу рис. е [Л. 11]:

$$K_{\pi} = \frac{P_{\pi}}{I^2 r} = \frac{\beta^4}{45} \left( \frac{b_{\pi 3}}{b} \right)^2 \left[ \left( \frac{m}{n_T} \right)^2 - 1 \right] \left[ \left( \frac{m}{2n_T} \right)^2 - 1 \right]. \quad (9)$$

где  $K_{\text{ц}}$  — потери от циркулирующих токов ( $P_{\text{ц}}$ ) в долях основных потерь ( $I^2 r$ ) в обмотке;  $b_{\text{из}}$  и  $b$  — толщина (радиальный размер) провода с изоляцией и без нее;  $m$  — число параллельных проводов в радиальном направлении;  $n_{\text{т}}$  — число участков в обмотке;  $\beta$  — приведенная относительная толщина (радиальный размер) провода;  $\beta = \frac{b}{\Delta} \sqrt{\frac{h_0}{h_{\text{эвб}}}}$ ;  $\Delta$  — «глубина проникновения» электромагнитного поля для материала провода,  $\Delta = \sqrt{2/\omega\mu_0\gamma}$ ;  $h_0$  — суммарный осевой (в направлении поля) размер проводников обмотки;  $h_{\text{эвб}}$  — эквивалентная длина силовой линии, примерно равная осевому размеру обмотки.

Формулу (9) можно использовать для транспозиции Палуева, условно принимая в ней  $n_{\text{т}}=2$ ; для одной общей транспозиции по рис. 6, принимая  $n_{\text{т}}=1$ ; для случая отсутствия транспозиций, принимая  $n_{\text{т}}=1/2$ .

Для транспозиции с тремя участками по рис. и имеем:

$$K_{\text{ц}} = \frac{\beta^4}{45} \left( \frac{b_{\text{из}}}{b} \right)^2 \left\{ \left[ \left( \frac{m}{3} \right)^2 - 1 \right] \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{m}{3} \right)^2 - 1 \right] - 20m \left( \frac{m}{9} - 1 \right) \right\}, \quad (10)$$

а по рис. ж — эту же формулу, но без последнего члена в фигурных скобках [Л. 11 и 14].

Часто удобно выражать потери от несовершенства транспозиции через потери от вихревых токов в этой же обмотке. Учитывая, что для крайних по расположению концентрических обмоток относительные потери от вихревых токов, обусловленных продольным полем, составляют:

$$\frac{P_{\text{в}}}{I^2 r} = \frac{\beta^4}{9} \left( 1 - \frac{1}{5m^2} \right),$$

например, вместо (9) получаем:

$$\frac{P_{\text{ц}}}{P_{\text{в}}} = \frac{1}{5} \left( \frac{b_{\text{из}}}{b} \right)^2 \left[ \left( \frac{m}{n_{\text{т}}} \right)^2 - 1 \right] \left[ \left( \frac{m}{2n_{\text{т}}} \right)^2 - 1 \right] \frac{m^2}{m^2 - 0,2}. \quad (11)$$

В реальных мощных трансформаторах осевая составляющая индукции поля рассеяния заметно изменяется в зависимости от координаты по высоте (осевому размеру) обмотки, снижаясь к торцам обмотки [Л. 15 и 16]. Поэтому вместо выполнения длин участков между перестановками проводов одинаковыми целесообразно несколько увеличивать длины (числа витков) участков у торцов обмотки, чтобы были одинаковыми эквивалентные потоки на всех участках:

$$\Phi_{\text{эвб.уч}} = \int_{y_{\text{уч}}} (B_{\text{ос.нар}} - B_{\text{ос.внутр}}) dl_{\text{уч}}, \quad (12)$$

где  $B_{\text{ос.нар}}$  и  $B_{\text{ос.внутр}}$  — значения осевой составляющей индукции на наружной и внутренней поверхностях обмотки.

Например, если средняя осевая индукция на крайних участках на долю  $\alpha$  меньше, чем на остальных участках, то крайние участки следует увеличить на  $\Delta w = \frac{w}{n_{\text{т}}} \frac{n_{\text{т}} - 2}{n_{\text{т}}} \alpha$ , где  $n_{\text{т}}$  — число участков;  $w$  — число витков обмотки. В частности, при четырех участках  $\Delta w = \alpha w/8$  и по данным [Л. 16] край-

ние участки должны иметь по (0,2575—0,2675)  $w$  витков вместо обычного числа  $w/4$ .

В случае многоходовых винтовых обмоток, имеющих большой ход винта, нужно учитывать изменение поля по окружности. Еще более важным для подобных обмоток может оказаться учет устройства и конкретного расположения транспозиций, так как иногда перестановка всех проводов занимает почти целый виток.

В непрерывных и дисковых обмотках, если расчет дает заметные потери, почти всегда можно получить равномерно распределенную транспозицию путем чередования обычных общих перестановок проводов с перестановками, в которых один из проводов не меняется местами с соседним или соседними проводами.

**Экспериментальные исследования.** Принципиально методика расчета токораспределения столь очевидна, что, по нашему мнению, расчетные формулы не требуют опытной проверки. Погрешности, вносимые каждым из допущений, легче оценить расчетом, чем измерениями, требующими чрезвычайно высокой точности. Обычно целью расчета является не столько точное определение потерь, сколько проверка приемлемости предложенных схем и конструкций или же выявление необходимости разработки и внедрения новых конструктивных и технологических решений, обеспечивающих резкое снижение циркулирующих токов. Измерения необходимы для выявления роли факторов, не учтенных проектантом, отклонений реального устройства от идеализированного, в частности, отличий детальных чертежей от принципиальной схемы и технологических допусков [Л. 7—9]. Поэтому даже исследование на масштабной физической модели не может заменить измерения на первом образце трансформатора или реактора. В случае заметных циркулирующих токов, обусловленных случайными отклонениями размеров, как например, в тороидальном реакторе, измерения этих токов должны входить в контрольные испытания и являться одним из основных способов проверки качества изготовления изделия.

Для измерения токов можно рекомендовать токоизмерительные клещи [Л. 7] или, если клещами не удастся охватить нужную ветвь — гибкий пояс Роговского.

При выявлении неожиданно неравномерного распределения токов можно рекомендовать [Л. 9]: 1) освободить исследуемые контуры от основного тока, если это возможно (например, в регулировочной части обмотки); уменьшить число исследуемых контуров, желательно до одного, если разрыв этих контуров не изменяет принципиальную картину; 2) измерить напряжение (э. д. с.) в исследуемых контурах при их разрыве (если в них нет основного тока); в случае исследования токов в одинаковых по сечению параллельных проводах основной части обмотки можно включить их последовательно и измерить напряжение на каждом из них в опыте короткого замыкания при замкнутой накоротко всей обмотки; 3) измерить полное сопротивление исследуемых контуров.

**Выводы.** 1. При проектировании и испытаниях трансформаторов и реакторов необходимо обращать особое внимание на распределение токов по

параллельным ветвям. Только измерением можно достоверно выявить отличия реального устройства от расчетной задачи и найти причины неожиданно неравномерного распределения токов.

2. Для расчета токов в ветвях наиболее общими являются методы, основанные на составлении и решении системы уравнений индуктивно связанных контуров; иногда удобно оценивать токи с помощью упрощенных схем замещения; часто реальную систему токов целесообразно рассматривать как сумму основных и циркулирующих токов и применять метод холостого хода и короткого замыкания. Для ряда схем транспозиций имеется набор готовых формул.

3. В мощных трансформаторах и реакторах существенными могут оказаться изменение осевой составляющей индукции поля рассеяния по высоте обмотки; значительное место, занятое перестановкой проводов; индуктивности контуров циркулирующих токов, особенно заметные при параллельно соединенных транспонированных проводах, и другие факторы, считавшиеся второстепенными.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стернин В. Г. Вопросы токораспределения в катушках сильного тока. — «Электричество», 1963, № 2.
2. Стернин В. Г., Карпенский А. К. Токоограничивающие реакторы. М., «Энергия», 1965.
3. Valkovic Z. Proracun Struja izjednačenja u paralelnim sekcijama transformatorskog namota. — «Informacije Rade Končar», 1970, № 50—51.
4. Рогацкий М. А. Исследование распределения тока и добавочных потерь в обмотках мощных преобразовательных трансформаторов. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Свердловск, 1970 (УПИ).
5. Рогацкий М. А., Амромин А. Л. Расчет тока в обмотках и напряжения короткого замыкания мощных преобразовательных трансформаторов. — «Электротехника», 1971, № 11.
6. Никонов Л. В., Рабинович С. И. Применение теории трехобмоточного трансформатора для определения распределения тока нагрузки между отдельными параллельными цепями обмотки трансформатора при неправильном выполнении транспозиций. — «Электричество», 1934, № 19.
7. Лейтес Л. В. Токи в параллельных ветвях обмоток трансформаторов и реакторов. — «Электричество», 1966, № 2.
8. Зенова В. П., Лейтес Л. В. Циркулирующие токи при ошибке в выполнении отвода регулировочной отпайки трансформатора. — «Электротехническая промышленность. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы» Научно-техн. сб. ОВНИИЭМ (Информэлектро). М., 1971, вып. 5.
9. Богданова Т. О., Крайз А. Г., Лейтес Л. В., Языков В. И. Циркулирующие токи от осевой составляющей поля рассеяния в параллельных ветвях обмоток трансформаторов. — «Электричество», 1969, № 5.
10. Бабис Р. С. Циркулирующие токи в многоходовых винтовых обмотках трансформаторов. — «Электричество», 1972, № 2.
11. Дачев А. Добавочные загибы от циркуляционных токов в трансформаторных намотках. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. София, 1971 (ВМЕИ).
12. Дачев А. Определяне на циркуляционните токове в трансформаторните намотки с отчитане на взаимната индукция между параллелните клонове. — «Техническа мисъл», 1971, т. 8, № 3.
13. Дачев А. Способ перестановки одноходовых однослойных обмоток сверхмощных трансформаторов. — «Электротехника», 1968, № 7.
14. Дачев А. Однослойни одноходови трансформаторни намотки с две транспозиции. — «Технически мисъл», 1967, № 1, т. 4.
15. Datscheff A. Ermittlung der Ausgleichstromverluste in transformatorwicklungen unter Berücksichtigung des tatsächlichen Streufeldverlaufes. — «Elektrotechnische Zeitschrift», 1970, № 11.
16. Datscheff A. Über die optimale Ausführung der Verdrillung nach R. G. de Buda bei Transformatorwicklungen. — «Elektrotechnische Zeitschrift», 1972, № 4.
17. Гельперин Б. Б. Добавочные потери в обмотках трансформаторов от несовершенства транспозиции. — «Вестник электропромышленности», 1936, № 6.
18. Гельперин Б. Б. Добавочные потери в обмотках трансформаторов от несовершенства транспозиции. — «Вестник электропромышленности», 1954, № 5.
19. Kaul H. J. Stray — current losses in stranded windings of transformers. — «Transactions AIEE», v. 76, pt III, 1957.
20. Лейтес Л. В. Добавочные потери. Энергетика за рубежом. Трансформаторы. Под ред. Крайза А. Г., вып. 5. М., Госэнергоиздат, 1960.
21. Лейтес Л. В. Добавочные потери в обмотках трансформаторов. — «Вестник электропромышленности», 1960, № 10.
22. Paderta V. Bestimmung der Ausgleichströme in einer Wicklung mit parallelen Zweigen bei einem Transformator mit «n» Lagen. — «Electrotechn. casopis», 1962, № 1.
23. Paderta V. Die Ausgleichströme bei einer in axialer Richtung in parallele Zweige geteilten Transformatorenwicklung. — «Acta tecnica CSAV», 1966, № 1.
24. Дачев А. Определяне на коэффициента на добавочни загибы от циркуляционных токов в общ вид за трансформаторни намотки, лежащи в собствено поле на разсейване. — «Трудове на НИПКИЕП», 1967, т. 3.
25. Дачев А., Антонова Р., Тодоров Д. Трансформаторни намотки с минимални загибы. — «Техническа мисъл», 1968, № 2, т. 5.
26. Дачев А. Определяне на добавочните загибы от циркуляционных токов в многослойни трансформаторни намотки. — «Техническа мисъл», 1970, № 1.
27. Дачев А. Трансформаторни намотки с намалени добавочни загибы. — «Изобретателство, стандартизация и качество», 1970, № 2, т. 20.
28. Datscheff A. Berechnung der durch Ausgleichströme verursachten Zusatzverluste in Transformatorwicklungen bei einigen Sonderfällen. — «Wiss. — Techn. Mitt. IPR», 1967, № 6.
29. Лейтес Л. В. Циркулирующие токи в обмотках трансформаторов и реакторов. Доклад на научно-технической конференции по трансформаторам стран — участниц СЭВ, ВЭИ, 1972.
30. Мирзабекян Ж. М. Замыкания проводников в транспонированных проводах. — «Электротехническая промышленность», сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1972, № 10(19)—11(20).

[30.10.1972]



# Энергетические характеристики синхронных ударных генераторов при активной нагрузке

Доктор техн. наук, проф. Г. А. СИПАЙЛОВ, канд. техн. наук, доц. А. В. ЛООС,  
инж. Э. И. СОБКО

Томский политехнический институт

Для питания импульсных потребителей энергии при активном характере нагрузки и значениях энергий, измеряемых десятками мегаджоулей, становится эффективным применение синхронных ударных генераторов [Л. 1]. Однако для эффективного применения ударных генераторов при физических исследованиях необходимо рассчитать их энергетические характеристики, которые позволяли бы производить согласование генератора и нагрузки, определять основные параметры генерируемых импульсов и другие эксплуатационные характеристики.

В статье приведены универсальные энергетические характеристики, полученные на основе решений полной системы дифференциальных уравнений электромеханического переходного процесса однофазного ударного генератора при питании активной нагрузки [Л. 1].

На рис. 1 показаны результаты расчетов энергии, выделяемой за один импульс тока от ударного генератора в активном сопротивлении  $r_c + r_n$  в зависимости от сверхпереходного индуктивного сопротивления  $x''_d$  (1—0,02; 2—0,03; 3—0,04; 4—0,05; 5—0,06; 6—0,07) при трех постоянных времени роторных контуров  $T_{Dd} = T_{Dq} = x_{Dd}/r_{Dd} = x_{Dq}/r_{Dq}$  ( $a = \infty$ ,  $b = 200$ ,  $в = 20$ ), рад.

Как следует из рис. 1, максимальная энергия, передаваемая в нагрузку, соответствует сверхпроводящей обмотке ротора. Увеличение активного сопротивления обмотки ротора сопровождается уменьшением энергии, передаваемой в нагрузку. Это объясняется тем, что увеличение активного сопротивления обмоток ротора приводит к сильному проникновению потока реакции якоря в контуры ротора и к уменьшению э. д. с. генератора. Кривые  $W_r$  имеют явно выраженный максимум, соответствующий согласованному сопротивлению  $r_c + r_n$ . Значение согласованного сопротивления  $r_n$  при  $r_c = 0$  и  $T_{Dd} = T_{Dq} = \infty$  определяется соотношением  $r_{n, \text{согл}} =$

$= 0,5 x''_d$ . При увеличении сопротивления  $r_c$  и уменьшении  $T_{Dd} = T_{Dq}$  происходит увеличение  $r_n$ , соотношение  $x''_d/r_{n, \text{согл}}$  при этом уменьшается. При малых значениях  $x''_d$  кривые  $W_r$  имеют явно выраженный максимум, при больших  $x''_d$  максимум сглаживается, что облегчает выбор значения согласованного сопротивления нагрузки.

Энергия, выделяемая в активном сопротивлении  $r_c + r_n$ , может быть представлена в виде двух составляющих: энергии, выделяемой в активной нагрузке  $W_{rn}$ , и энергии потерь в активном сопротивлении обмотки статора  $W_{rc}$ :

$$W_r = (r_c + r_n) \int_0^{t_n} i_c^2 dt = r_c \int_0^{t_n} i_c^2 dt + r_n \int_0^{t_n} i_c^2 dt = W_{rc} + W_{rn}, \quad (1)$$

где  $t_n$  — длительность импульса тока.

Из (1) следует, что при различных  $r_c$  и  $r_n$  может быть получено множество энергетических характеристик. Каждому значению  $r_c$  соответствует определенная энергетическая характеристика и согласованное сопротивление нагрузки  $r_n$ . Рассмотрим конкретный пример.

Пусть требуется определить значение согласованного сопротивления активной нагрузки, построить энергетическую характеристику и определить энергию потерь в статорной обмотке ударного генератора с параметрами  $x''_d = 0,04$ ;  $r_c = 0,01$ ;  $T_{Dd} = T_{Dq} = \infty$ .

Из кривых рис. 1 выбираем характеристику, соответствующую  $x''_d = 0,04$ ;  $T_{Dd} = T_{Dq} = \infty$ . Откладывая по оси активных сопротивлений  $r_c + r_n$  значение активного сопротивления обмотки статора  $r_c$  и определяем по кривой  $W_r$  энергию потерь в обмотке статора при замыкании ударного генератора на коротко. Далее задаемся произвольным значением активной нагрузки  $r_n$ , складываем его

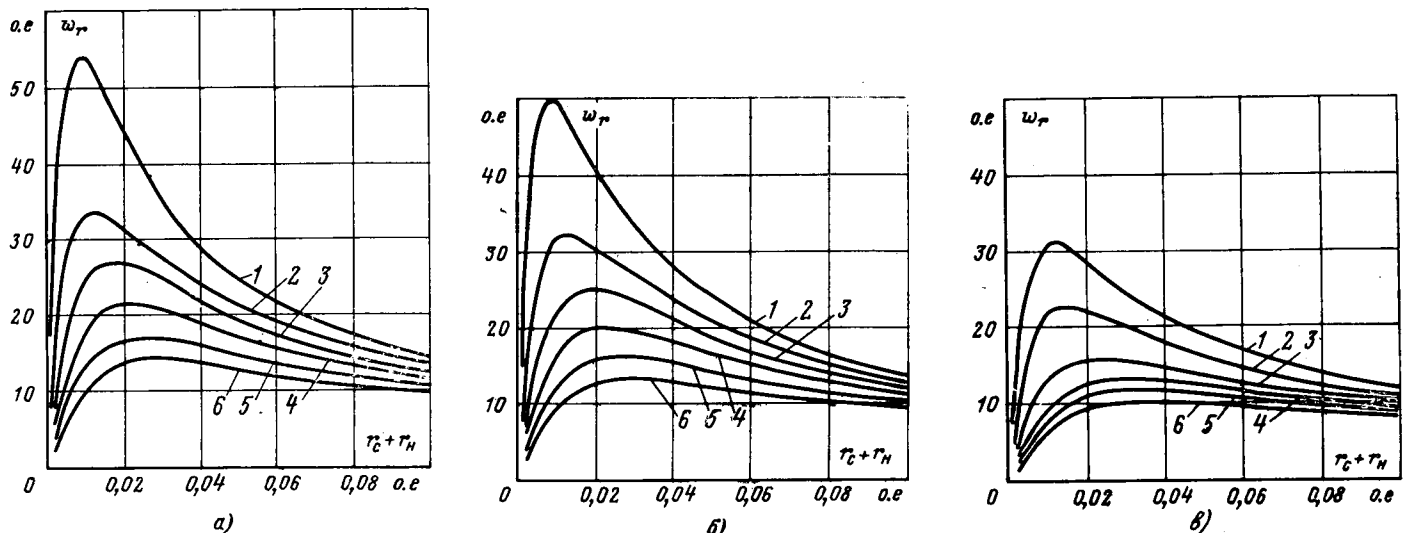


Рис. 1. Энергетические характеристики ударных генераторов.



с  $r_c$  и по полученному сопротивлению определяем энергию  $W_r$ , которую разделяем на  $W_{rc}$  и  $W_{rn}$  пропорционально  $r_c$  и  $r_n$ . Так получаем энергетическую характеристику генератора и кривую потерь в активном сопротивлении статора. По энергетической характеристике можно определить значение согласованного сопротивления активной нагрузки  $r_{n, \text{согл}}$ , которое для рассматриваемого случая равно 0,025.

При работе ударного генератора на активную нагрузку энергия, выделяемая в ней, не может быть возвращена генератору после окончания импульса тока, как при работе на индуктивную нагрузку, так как это вызовет изменение скорости вращения ротора в течение импульса тока и, следовательно, повлияет на работу ударного генератора. Поэтому учет изменения скорости представляет большой теоретический и практический интерес. Анализ многочисленных решений на АВМ при различных инерционных постоянных ротора  $H_j$  показал, что, несмотря на изменение скорости вращения ударного генератора в течение одного импульса, энергия, выделяемая в активном сопротивлении  $r_c + r_n$ , остается практически неизменной. Объясняется это тем, что при уменьшении скорости происходит одновременная «растяжка» импульса ударного тока и уменьшение его амплитуды, поэтому для расчета энергии в нагрузке допустимо пользоваться энергетическими характеристиками, полученными при  $H_j = \infty$ .

Характерный вид кривых токов и потокосцеплений однофазного ударного генератора при работе на активную нагрузку показан на рис. 2, из которого следует, что приближенный аналитический расчет токов можно выполнить при допущении постоянства потокосцеплений роторных контуров. Такой вывод находится в соответствии с условиями допустимости частичного применения теоремы о постоянстве потокосцеплений [Л. 2]. Исходя из принятого допущения, получаем:

$$\frac{di_c}{dt} + \frac{r_c + r_n}{x''_d} i_c = \frac{1}{x''_d} \sin \gamma, \quad (2)$$

где  $\gamma = \omega t$  — угол поворота ротора;  $\frac{r_c + r_n}{x''_d} = \delta$  — декремент затухания тока.

Решение (2) позволяет определить ток статора:

$$i_c = \frac{1}{x''_d (\delta^2 + 1)} (e^{-\delta t} + \delta \sin \omega t - \cos \omega t), \text{ отн. ед.} \quad (3)$$

Энергия, выделяемая в активной нагрузке,

$$W_{rn} = r_n \int_0^{t_n} i_c^2 dt, \text{ отн. ед.} \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), получаем:

$$W_{rn} = \frac{r_n}{x_d'^2 (\delta^2 + 1)^2} \left( \frac{1 - \delta^2 + \delta (\delta^2 + 1) t}{2\delta} + \frac{1 - \delta^2}{4} \sin 2\omega t + \frac{\delta}{2} \cos 2\omega t - 2e^{-\delta t} \sin \omega t - \frac{1}{2\delta} e^{-2\delta t} \right) \Big|_0^{t_n}. \quad (5)$$

Представляя  $W_{rn}$  в соответствии с (5) в виде отдельных слагаемых, получаем:

$$W_{rn} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5, \text{ отн. ед.} \quad (6)$$

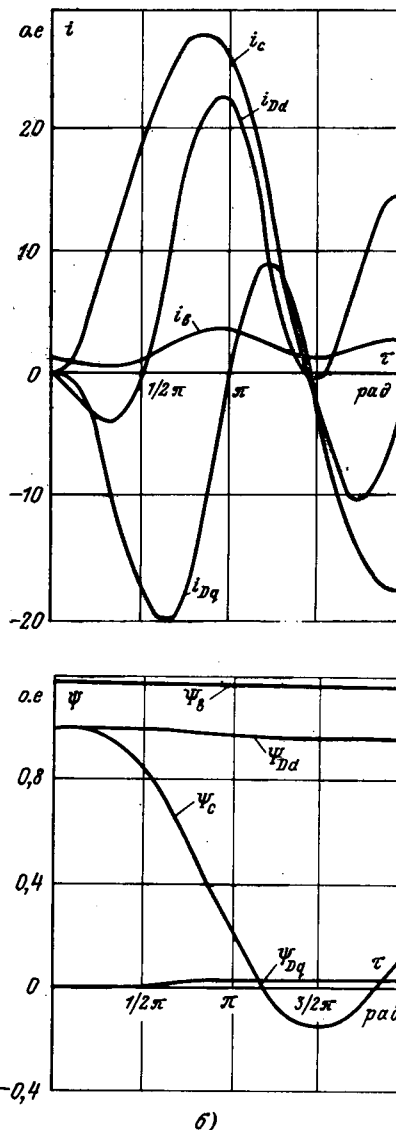


Рис. 2. Токи и потокосцепления ударного генератора при активной нагрузке.

На рис. 3 показаны энергия  $W_{rn}$  и ее отдельные слагаемые, рассчитанные по (5) при  $x''_d = 0,04$ ;  $r_c = 0,0016$ ;  $r_{dd} = r_{dq} = r_n = 0$ ;  $x_b = 1,2$ ;  $x_{dd} = x_{dq} = 1,02$ . Как следует из рис. 3, второе пересечение линейно-нарастающей составляющей  $W_1$  с кривой  $W_{rn}$  происходит в момент перехода тока статора через нуль, поэтому точка их пересечения соответствует энергии, выделяемой в активной нагрузке за время импульса тока; ее значение можно определить по формуле:

$$W_{rn} = W_1 = \frac{r_n}{2x_d'^2 (\delta^2 + 1)^2} \left[ \frac{1 - \delta^2}{\delta} + (\delta^2 + 1) t_n \right], \quad \text{отн. ед.} \quad (7)$$

или в именованных единицах

$$W_{rn} = \frac{r_n E_m^2 \omega^2}{2x_d'^2 (\delta^2 + \omega^2)^2} \left[ \frac{\omega^2 - \delta^2}{\delta} + (\delta^2 + \omega^2) t_n \right], \text{ дж.} \quad (8)$$



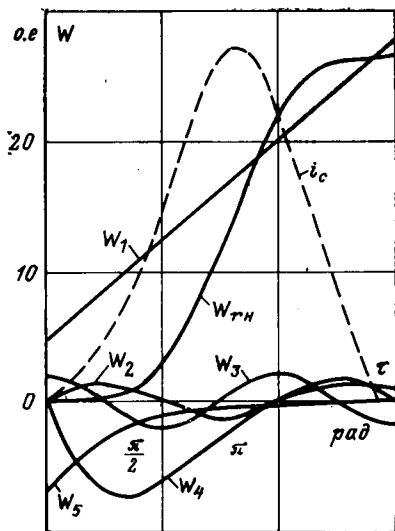


Рис. 3. Зависимость энергии в нагрузке и ее составляющих от времени.

Расчетные соотношения для тока и энергии в нагрузке получены из условия сверхпроводимости роторных контуров. Однако, как следует из рис. 1, энергетические характеристики в сильной степени зависят от постоянных времени роторных контуров, которые определяют размагничивающее действие реакции якоря. Для учета реакции якоря в расчетных соотношениях (3), (5) и (7) заменим реальные ударные генераторы с определенными постоянными времени роторных контуров генераторами со сверхпроводящими обмотками ротора. Для этого достаточно умножить сверхпереходное сопротивление  $x''_d$  ударного генератора, рассчитанное по известным формулам для сверхпроводящих обмоток, на величину  $K_{xd}$ . Если построить зависимость  $K_{xd}$  от постоянных времени  $T_{Dd}=T_{Dq}$ , то можно видеть, что реакцией якоря ударного генератора можно пренебречь. При  $T_{Dd}=T_{Dq}<300$  рад пренебрежение реакцией якоря вызывает значительные погрешности.

Расчеты, выполненные по формулам (3), (5) и (7), хорошо согласуются с результатами расчетов по полной системе дифференциальных уравнений и могут быть рекомендованы для практического использования.

**Пример.** Рассмотрим, как применяются полученные соотношения для определения энергии, передаваемой в согласованную активную нагрузку от ударного генератора ТИ-200-2. Габаритная мощность генератора  $P_n=200$  Мва, сверхпереходное индуктивное сопротивление  $x''_d=0,0286$  отн. ед., номинальное напряжение  $U_n=13\,800$ , номинальный ток  $I_n=8\,380$  а, сверхпереходная постоянная времени  $T''_d=0,18$  сек, апериодическая постоянная времени  $T_d=0,16$  сек.

Ударный генератор ТИ-200-2, работающий в режиме двухфазного включения на активную нагрузку, можно с учетом известных формул приведения представить в виде эквивалентного однофазного генератора с параметрами:  $x''_d=0,033$  отн. ед.,  $r_c=0,00067$  отн. ед.,  $E_m=\sqrt{2} \cdot 13\,800=19\,500$  в,  $I_m=\sqrt{2} \cdot 8\,380=11\,800$  а.

Так как у рассматриваемого генератора  $T_{Dd}=T_{Dq}>300$  рад, то можно пренебречь реакцией якоря. Из семейства энергетических характеристик на рис. 1 при  $T_{Dd}=T_{Dq}=\infty$  находим с помощью экстраполяции характеристику для  $x''_d=0,033$  отн. ед. Учитывая, что  $r_c \ll x''_d$ , определяем значение согласованного сопротивления нагрузки  $r_n \approx 0,017$  отн. ед. Энергия в нагрузке по (7)

$$W_{гн} = 32 \text{ отн. ед.},$$

где

$$\delta = \frac{r_c + r_n}{x''_d} = 0,535;$$

$$t_n = \arctg \left( \frac{x''_d}{r_c + r_n} + \pi \right) = 4,22 \text{ рад.}$$

Учитывая, что  $e_\delta = E_m = 19\,500$  в;  $i_\delta = I_m = 11\,800$  а,  $t_\delta = 1$  рад  $= 0,00324$  сек,  $W_\delta = e_\delta i_\delta t_\delta = 0,75 \cdot 10^6$  дж, получаем энергию в нагрузке  $W_{гн} = W_\delta W_{гн} (\text{отн. ед.}) = 24$  Мдж.

По условиям магнитных загрузок для генератора ТИ-200-2 можно допустить кратковременную форсировку потока возбуждения непосредственно перед импульсом тока, в этом случае энергия в нагрузке [Л. 3]

$$W_{гн. \phi} = K_\phi^2 W_{гн} = 54 \text{ Мдж},$$

где  $K_\phi=1,5$  — коэффициент форсировки.

Аналогичные расчеты ударного генератора предельных габаритов, допускаемых современным уровнем техники для двухполюсных турбогенераторов ( $D_p=1,25$  м,  $l_p=8,1$  м), показывают возможность передачи в активную нагрузку 100—110 Мдж.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. О применении ударных генераторов для физических исследований. — «Электричество», 1972, № 1.
2. Трещев И. И. Методы исследования машин переменного тока. М., «Энергия», 1969.
3. Delassus J. Le stockage d'énergie par machines tournantes. — «Rev. gen. elec.», 1970, № 4.

[19.4.1972]



## Промышленные испытания асинхронизированного генератора мощностью 50 Мв·а

М. И. ЗАРХИ, С. И. ГУРЬЯНОВ, В. Н. МЕШКОВ, С. Г. ФЕЙГИН,  
О. Н. ФИЛИЧЕВ

Колэнерго,

Н. Н. БЛОЦКИЙ, М. М. БОТВИННИК, Б. П. КЛИМОВ, Ю. Г. ШАКАРЯН,  
ВНИИЭ,

П. В. ЗУБАЧЕК

Ленгидропроект

Предел передаваемой мощности по ВЛ большой протяженности (не имеющей компенсации при передаче номинальной мощности) определяется не ее пропускной способностью, а условиями статической устойчивости синхронных генераторов, работающих на данную передачу. В зависимости от соотношения параметров генераторов и ВЛ при определенных протяженностях ВЛ и передаваемых по ним мощностях статическая устойчивость системы нарушается, несмотря на применение средств сильного регулирования. Асинхронизированные синхронные генераторы (АСГ) обеспечивают статическую устойчивость системы при любой длине ВЛ и, следовательно, избавляют от необходимости использовать какие-либо средства компенсации. Важно и то, что с помощью АСГ может быть повышена и динамическая устойчивость системы.

Проблемной задачей энергетики является и задача использования энергии приливов. Чтобы получить от прилива максимальную энергию в цикле прилив—отлив, требуется в определенных пределах регулировать скорость вращения гидротурбины в функции, например, напора, меняющегося за время цикла в широких пределах. Асинхронизированный синхронный генератор, вырабатывающий электроэнергию на синхронной частоте при переменной скорости вращения ротора, решает указанную проблему.

Практические шаги по реализации АСГ были начаты в 1957—1958 гг. С этой целью на одной из ГЭС были установлены два генератора мощностью 50 Мва специального исполнения, что позволило обеспечить работу в асинхронизированном синхронном режиме. Такой генератор отличается от обычного тем, что имеет гладкий ротор, в пазах которого уложены две взаимно перпендикулярные обмотки с равными параметрами.

Структурная схема АСГ аналогична известным схемам таких машин [Л. 1 и 2], т. е. содержит собственно генератор, преобразователь частоты (силовой элемент), источник, питающий преобразователь, систему управления преобразователем, регулятор и датчики (углоизмерительную машину, трансформатор напряжения, датчики тока ротора). Преобразователь частоты выполнен на ртутных одноанодных вентилях, которые получают силовое питание не с шин станции, а от вспомогательного синхронного генератора, расположенного на одном валу с основным. Трансформатор напряжения системы регулирования может подключаться как к шинам станции (управление по так называемому местному сигналу), так и к выходу телепередачи вектора напряжения приемного конца ВЛ. Основным управлением АСГ являлось управление, использующее информацию телепередачи [Л. 3]. В этом случае не имеется каких-либо ограничений по статической устойчивости. Структурная схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1.

Первые испытания АСГ 50 Мв·а в асинхронизированном режиме в станционных условиях были проведены в 1967 г. В этот период система управления не была достаточно совершенной, она имела ряд существенных недостатков. Так, углоизмерительная машина не имела жесткого соединения с валом основного генератора. Она была посажена на общий вал с педель-генератором, в результате чего между валами основного генератора и углоизмерительной машины имелся люфт, равный приблизительно 50—60°. Система сеточного управления вентилями не удовлетворяла необходимым требованиям, имея большую частотную зависимость по опорному напряжению. Регулятор генератора в основных каналах (ка-

нал скольжения, канал преобразования частоты) обладал значительной инерционностью. Кроме того, коэффициенты усиления и характеристики преобразователей всех звеньев системы управления не были одинаковыми по осям  $d$  и  $q$  ротора, а система управления не содержала соответствующих симметрирующих звеньев. Эти недостатки привели к тому, что при испытаниях генератора на холостом ходу колебания напряжения статора достигали 25—30%. При работе в сети размах колебаний тока статора и мощности превосходил допустимые значения.

В период 1967—1971 гг. усилия были направлены на то, чтобы устранить недостатки. Была сконструирована и изготовлена новая углоизмерительная машина, ротор которой теперь был жестко укреплен на валу основного генератора. Всесоюзный научно-исследовательский институт электроэнергетики изготовил и смонтировал на ГЭС практически безынерционный регулятор с симметрирующими звеньями. Система сеточного управления была заменена на полупроводниковую систему, имеющую меньшую частотную зависимость по опорному напряжению. Существенным изменением подверглась схема автоматики и релейной защиты АСГ.

Новые испытания производились в 1971—1972 гг. и прошли в два этапа. Первый этап состоял из опытов холостого хода, установившегося трехфазного короткого замыкания статора, а также пробного включения АСГ в сеть с набором номинальной нагрузки. В испытаниях для формирования закона управления АСГ использовался местный сигнал, так как к этому времени телепередача вектора напряжения приемного конца ВЛ не удовлетворяла необходимым требованиям. Ввиду относительно малой длины ВЛ, соединяющей ГЭС с энергосистемой, применение местного сигнала не приводило к заметному снижению статической устойчивости в рабочих режимах.

Целью опыта холостого хода являлась проверка в рабочем диапазоне скольжений (расчетный диапазон скольжений

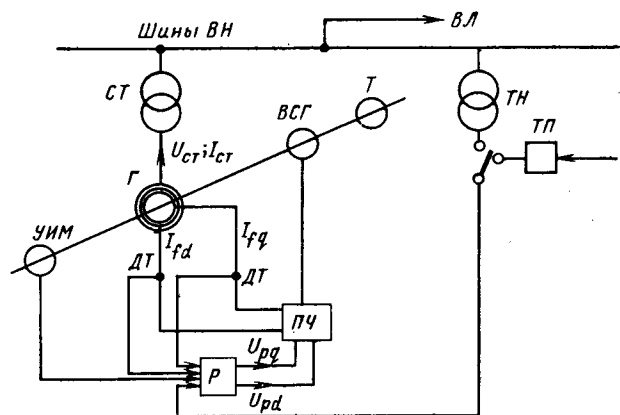


Рис. 1. Структурная схема системы регулирования АСГ.

Г — основной генератор; ВСГ — вспомогательный синхронный генератор; СТ — силовой трансформатор; Т — гидротурбина; УИМ — углоизмерительная машина; ПЧ — преобразователь частоты; Р — регулятор; ДТ — датчик тока ротора; ТН — трансформатор напряжения; ТП — телепередача; ВЛ — линия электропередачи.

для испытуемого АСГ составляет  $-0,01 \leq s \leq +0,01$ ) работоспособности всех узлов системы управления, правильности знаков обратных связей по токам ротора и знака коэффициента, определяющего наклон моментно-скоростной характеристики АСГ, эффективности действия симметрирующих связей регулятора, оценка степени приближения управления к управлению по методу полной компенсации. Опыт холостого хода позволил отработать все подготовительные операции по включению АСГ в сеть: фазировку, необходимую для включения (т. е. совпадение векторов э. д. с. генератора и напряжения шин станции при  $s=0$ ), что достигалось изменением положения фазорегулятора, установленного в одном из каналов регулятора.

Симметрирующие связи регулятора удовлетворяли поставленным требованиям. Так, например, при их отключении колебания модуля напряжения на зажимах статора, вызванные несимметрией в каналах управления, составляли 15–20%, в то время как при введении этих связей в действие колебания уменьшались до 2–3%.

О степени приближения управления к управлению по методу полной компенсации можно судить (в опыте холостого хода) по отклонению модуля э. д. с. генератора от значения при  $s=0$  и изменении скольжения в рабочем диапазоне; заметного изменения модуля при этом не наблюдалось. Вместе с тем, окончательное суждение об эффективности симметрирующих связей и степени приближения к полной компенсации нельзя составить на основе одного опыта холостого хода. Дело в том, что в рабочих режимах симметрирующие обратные связи по току ротора, обеспечивающие приближение к полной компенсации, действуют в иных (сравнительно с холостым ходом) условиях, когда статорные цепи замкнуты и электрические параметры цепей существенно изменяются. Чтобы получить более полное представление о работе указанных элементов системы управления, был дополнительно проведен опыт установившегося трехфазного короткого замыкания АСГ. Опыт проводился при таких значениях сигналов управления, при которых токи статора генератора не превышали номинальных. В этом опыте об эффективности симметрирующих связей можно судить по колебаниям модуля тока статора и колебанию фазы между вектором тока статора и вектором напряжения шин станции, а о степени приближения к полной компенсации — по отклонению этой фазы при изменении скольжения в рабочем диапазоне. Опыт показал, что колебания модуля тока статора и фазы между векторами тока статора и напряжения шин, вызванные несимметрией в каналах управления, не превышали соответственно 2–4% и 10–15°.

Заметного изменения фазы между этими векторами при изменении скольжения в рабочем диапазоне не наблюдалось. Это говорит о том, что симметрирующие связи являются достаточно эффективными, а степень приближения к полной компенсации — хорошей.

Хорошая степень приближения к полной компенсации позволила реализовать удобные для эксплуатации соотношения электромагнитного момента и реактивной мощности ге-

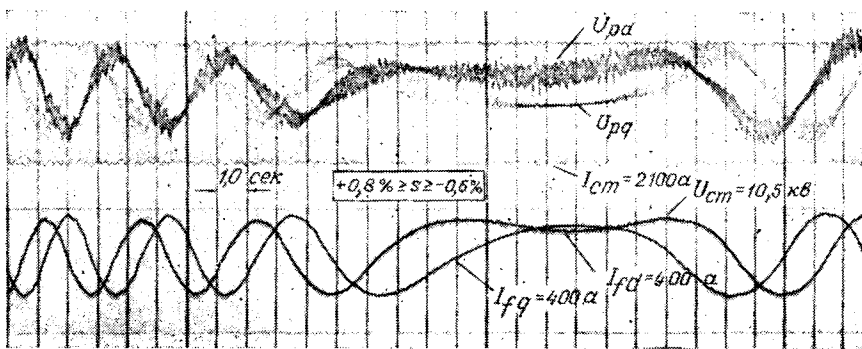


Рис. 3. Осциллограммы плавного регулирования скорости АСГ в пределах  $-0,006 \leq s \leq +0,008$ .

нератора:

$$M_s = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 s}{x} U_\infty; \quad Q = -\frac{U_\infty^2}{x} + \frac{\beta_0}{x} U_\infty,$$

где  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  — независимые коэффициенты управления;  $x$  — полное индуктивное сопротивление статорной цепи;  $U_\infty$  — напряжение приемного конца ВЛ.

Пробное включение АСГ в сеть было тщательно подготовлено. Чтобы уменьшить вероятность нарушения устойчивости, от шин ГЭС, предназначенных для испытуемого АСГ, были отключены все линии, кроме той, которая соединяет ГЭС с выбранной точкой энергосистемы. С этой же целью второй генератор ГЭС через изолированные шины был переведен в режим работы на местную нагрузку. Таким образом, была обеспечена схема «испытуемый АСГ — ВЛ — приемная точка системы». После фазирования вектора э. д. с. АСГ с вектором напряжения начала ВЛ генератор был включен в работу. Непосредственно после включения выключателя в регуляторе был введен в действие канал скольжения и установлено значение коэффициента  $\alpha_1$ , обеспечивающее требуемую жесткость моментно-скоростной характеристики. Включение АСГ и его последующая работа прошли спокойно. Далее были осуществлены набор номинальной активной нагрузки и регулирование скорости вращения в рабочем диапазоне, после чего второй (синхронный) генератор станции был синхронизирован с первым и была восстановлена нормальная схема передачи. Эти операции также прошли спокойно. В асинхронизированном режиме испытуемый АСГ проработал с номинальной нагрузкой около двух часов, а затем был переведен в синхронный режим. На этом закончился первый этап испытаний.

Осциллограммы установившегося режима генератора и плавного регулирования скорости в пределах  $-0,006 \leq s \leq +0,008$  с переходом через синхронизм приведены на рис. 2 и 3\*. Осциллограммы показывают, что колебания напряжения АСГ практически отсутствуют, но имеются небольшие колебания амплитуды тока статора. На экране электронного осциллографа можно было заметить и колебания фазы тока статора относительно напряжения. Эти колебания, естественно, приводят к соответствующим колебаниям мощности. Так, при номинальной активной нагрузке АСГ эта мощность колебалась в пределах 1–2 Мвт, а реактивная — в пределах 2–3 Мвар. Симметрирующие связи не могут скомпенсировать несимметрию каналов управления по осям  $d$  и  $q$  полностью, однако их эффективность следует считать достаточной, поскольку колебания напряжения, тока и мощности лежат в пределах, допустимых по условиям эксплуатации.

Основная цель второго этапа испытаний — пробный пуск АСГ в промышленную эксплуатацию, что предполагало непрерывную работу с номинальной нагрузкой в течение 72 ч. Кроме того, второй этап испытаний включал экспериментальную проверку возможности работы АСГ с большими углами (более 120°), что имитирует работу АСГ на ВЛ большой протяженности, а при коротких линиях соответствует режиму с глубоким потреблением реактивной мощности. Перед включением АСГ в сеть вновь были проверены все узлы системы управления на холостом ходу. Генератор был введен в работу при нормальной связи станции с энергосистемой. После включения в сеть была набрана номинальная активная нагруз-

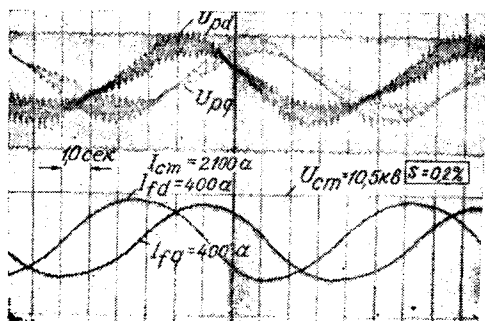


Рис. 2. Осциллограммы установившегося режима АСГ.

\* На осциллограммах указаны действующие значения токов и напряжений.

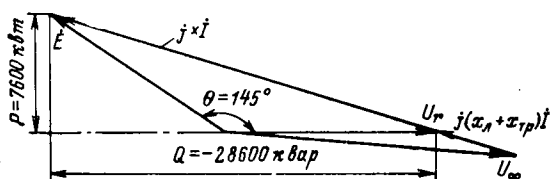


Рис. 4. Векторная диаграмма режима потребления АСГ.

ка и установлено рабочее скольжение  $s \approx -0,002$ . В этом режиме генератор проработал непрерывно в течение 74 ч, причем за это время не потребовалось какой-либо корректировки режима. Все элементы системы работали нормально. Векторная диаграмма режима потребления приведена на рис. 4.

Затем АСГ был переведен в режим холостого хода для постановки эксперимента по проверке возможности работы с большими углами. Первоначально АСГ работал с номинальной активной нагрузкой. В дальнейшем постепенно направляющий аппарат турбины закрывался, уменьшая активную мощность, а изменением коэффициента регулятора  $\beta_0$  увеличивалась реактивная мощность, потребляемая АСГ, но в такой пропорции, чтобы ток статора не превышал номинального. Изменением коэффициента  $\alpha_0$  поддерживалось заданное рабочее скольжение генератора ( $s \approx -0,002$ ). Это продолжалось до тех пор, пока потребляемая генератором реактивная мощность не достигла предельного значения, установленного заводом-изготовителем (по тепловому нагреву торцевых пакетов стали статора).

В результате установился стационарный режим ( $P = 7,6 \text{ Мвт}$ ,  $Q_r = -28,6 \text{ Мвар}$ ), векторная диаграмма которого приведена на рис. 4. Угол между вектором э. д. с. статора

генератора и вектором напряжения приемного конца ВЛ составил  $145^\circ$ . Устойчивая, спокойная работа генератора в таком режиме подтвердила соответствующие теоретические положения.

**Выводы.** 1. Испытания подтвердили соответствие теории и эксперимента, правильность методики расчета элементов системы.

2. Установлено, что узлы системы управления работоспособны и удовлетворяют требованиям эксплуатации. В дальнейшем следует довести систему телепередачи вектора приемного конца ВЛ до состояния, удовлетворяющего требованиям эксплуатации, и провести испытания генератора в рабочих режимах, используя дальний сигнал. Необходимо провести динамические испытания, в частности, испытать генератор в аварийных режимах, чтобы оценить практические пределы динамической устойчивости и сравнить их с результатами, полученными теоретически (на ЦВМ). Для этого регулятор генератора должен быть дополнен блоком формирования закона управления в аварийных ситуациях.

3. Требуется провести и соответствующие технико-экономические расчеты, связанные с применением АСГ в энергосистемах, и, прежде всего, серьезное изучение технико-экономических и технических преимуществ, которые обещает подобная дальняя передача электроэнергии переменным током.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блоцкий Н. Н., Ботвинник М. М. и др. — Испытания АС двигателя. — «Электричество», 1971, № 7, с. 17—19.
2. Блоцкий Н. Н. и др. — Испытания АС двигателя мощностью 250 кВт. — «Электротехника», 1968, № 7, с. 40—43.
3. Ботвинник М. М. Асинхронизированная синхронная машина. М., Госэнергоиздат, 1960, 68 с.

[26.6.1972]



УДК 62-83-535.001.24

## О выборе оптимального передаточного числа редуктора приводов позиционных механизмов

Канд. техн. наук, доц. О. П. ИЛЬИН, инж. А. Л. ГАЛКИН  
Белорусский политехнический институт

Во многих литературных источниках для обоснования формул оптимального передаточного числа редуктора применяются различные приемы, которые обычно справедливы для частных случаев [1, 2]. Это приводит к выражениям, справедливость применения которых для решения конкретных задач зачастую требует дополнительных исследований. В особенности это касается оптимальных электромеханических систем, где необходимо показать, что данное выражение оптимального передаточного числа соответствует критерию оптимизации системы и ее граничным условиям. В то же время известно, что от правильного выбора передаточного числа редуктора во многом зависит качество функционирования проектируемой системы. Неправильный выбор передаточного числа может существенно снизить эффективность оптимального управления, так как от него зависят электромеханическая постоянная времени  $\theta$  и постоянная времени интегрирования  $T_i$ , в основном определяющие длительность переходного процесса.

В статье рассматривается применение принципа максимума как единой методики нахождения оптимального передаточного числа редуктора. При таком подходе удается получить выражения оптимального передаточного числа для различных случаев, характеризующихся критерием оптимальности, накладываемыми ограничениями и начальными условиями. Методика применения принципа максимума показана применительно к примеру решения задачи оптимального быстрого действия для систем приводов позиционных механизмов с компенсированным двигателем постоянного тока независимого возбуждения для двух наиболее распространенных случаев.

1. При управлении двигателем со стороны якоря без учета потерь мощности, при ограниченном токе якоря по модулю и постоянному магнитному потоку.

2. При управлении двигателем со стороны якоря с учетом потерь мощности, при постоянном магнитном потоке.

В первом случае применение принципа максимума позволило получить уже известные, найденные ранее другими способами выражения. Во втором случае получено новое выражение оптимального передаточного числа редуктора.

При определении оптимального передаточного числа на основе принципа максимума задача заключается в нахождении такого значения параметра  $\omega_0 \in W$  (где  $W$  — множество допустимых значений параметра  $\omega$ ), которое остается постоянным во время всего движения, и такого управления, которое удовлетворяет решению краевой задачи, чтобы функционал

$$J = \int_{\tau_0}^{\tau_k} f(x(\tau), u(\tau), \omega) d\tau \quad (1)$$

принимал наименьшее значение.

Задача решается на основе обычной формулировки принципа максимума

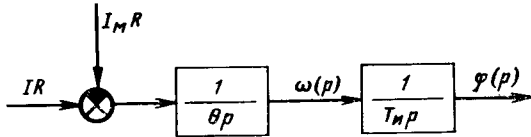
$$H = \sum_{\alpha=0}^n \psi_{\alpha} f^{\alpha} = M(\psi, x) = \sup_{u \in U} H(\psi, x, u), \quad (2)$$

но при наличии дополнительного условия

$$\sum_{\alpha=0}^n \int_{\tau_0}^{\tau_k} \psi_{\alpha}(\tau) \frac{\partial f^{\alpha}(x(\tau), u(\tau), \omega_0)}{\partial \omega_0^{\rho}} d\tau; \quad \rho = 1, \dots, m, \quad (3)$$

дающего  $m$  дополнительных условий.

Уравнения (1)—(3) и принятые в них обозначения взяты из [Л. 3].



Выражения для постоянных времени, определяющих динамические свойства привода, имеют вид:

$$\theta = \frac{(J_d i^2 + J_m) R_{я}}{i^2 c^2}; \quad T_{и} = \frac{1}{\omega_{м \max}} = \frac{i}{\omega_{д \max}}, \quad (4)$$

где  $J_d, J_m$  — моменты инерции вала двигателя и механизма;  $R_{я}$  — сопротивление якорной цепи;  $c$  — постоянная электро-двигателя;  $\omega_{м \max}$  — максимальная угловая скорость механизма, соответствующая максимальной угловой скорости двигателя  $\omega_{д \max}$ ;  $\omega_{д \max}/\omega_{м \max} = i$  — передаточное число редуктора.

**Управление без учета нагрева двигателя.** В соответствии с введенными обозначениями при отработке системой угла рассогласования основная система уравнений примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= (iM - M_m)/(i^2 J_d + J_m), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $M = Ic$ ;  $M_m = I_c c i$ ;  $x_1 = \varphi_0 - \varphi_m$ ,  $x_2 = \omega_m = dx_1/d\tau$ ;  $\varphi_0$  — задаваемое перемещение;  $\varphi_m$  — угол поворота механизма. Все переменные приведены к валу механизма (рабочей машины).

Для системы уравнений (5) функция  $H$  и сопряженная система примут вид:

$$\left. \begin{aligned} H &= \psi_1 x_2 + \psi_2 (iM - M_m)/(i^2 J_d + J_m); \\ \dot{\psi}_1 &= 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\psi_1; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

дополнительное условие

$$\int_0^{\tau_h} \psi_1 \frac{\partial x_2}{\partial i} d\tau + \int_0^{\tau_h} \psi_2 \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) d\tau = 0. \quad (7)$$

В этих уравнениях управляющим воздействием является момент двигателя  $M$ . Функция  $H$  будет иметь максимум, если  $M = M_{\max} \operatorname{sign} \psi_2$ . Из решения сопряженной системы

$$\psi_1 = \psi_1(0) = c_1; \quad \psi_2 = \psi_2(0) - \psi_1(0)\tau = c_2 - c_1\tau.$$

следует, что функция  $\psi_2$  и соответственно момент  $M$  меняют знак только один раз при  $\tau = \tau_1$ , когда  $\psi_2$  проходит через нулевое значение и начало движения происходит при  $\psi_2 > 0$ ,  $M = M_{\max}$  (см. рисунок).

Из решения основной системы дифференциальных уравнений (5) находим момент изменения знака  $\psi_2$  и переключения управления:

$$\tau_1 = \frac{iM_{\max} + M_m}{2iM_{\max}} \tau_h = \frac{i + m}{2i} \tau_h. \quad (8)$$

где

$$m = M_m/M_{\max}.$$

Дополнительное условие (7) показывает, что первый интеграл равен нулю, так как  $x_2$  не зависит от  $i$ , следовательно, с учетом полученного закона управления выражение (7) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau_h} c_1 (\tau_1 - \tau) \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM_{\max} - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) d\tau = c_1 \left[ \frac{\partial}{\partial i} \times \right. \\ & \times \left( \frac{iM_{\max} - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) \int_0^{\tau_1} (\tau_1 - \tau) d\tau + \frac{\partial}{\partial i} \times \\ & \times \left( \frac{-iM_{\max} - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) \int_{\tau_1}^{\tau_h} (\tau_1 - \tau) d\tau = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Решая (9), получаем:

$$\begin{aligned} & [\tau_1^2 + (\tau_h - \tau_1)^2] M_{\max} (J_m - i^2 J_d) + \\ & + [\tau_1^2 - (\tau_h - \tau_1)^2] 2i J_d \cdot M_m = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Вводя относительные единицы ( $j = J_m/J_d$ ) и подставляя (8) в (10), получаем:

$$i^4 - i^2(j + 3m^2) - jm^2 = 0. \quad (11)$$

Решение (11) относительно  $i$  имеет вид:

$$i_0 = \sqrt{\frac{1}{2} [j + 3m^2 + \sqrt{(j + 3m^2)^2 + 4jm^2}]} \quad (12)$$

Нетрудно показать, что при наличии ограничения по скорости выражение (12) остается в силе. В этом случае (9) принимает вид:

$$\begin{aligned} & c_1 \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM_{\max} - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) \int_0^{\tau_1} (\tau_1 - \tau) d\tau + \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) \times \\ & \times \int_{\tau_1}^{\tau_h} \psi_2 d\tau + c_1 \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{-iM_{\max} - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) \int_{\tau_1}^{\tau_h} (\tau_2 - \tau) d\tau = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Второе слагаемое (13) тождественно равно нулю, так как в режиме установившейся скорости  $iM = M_m$ , и следовательно,  $\psi_2 = 0$ , так как при  $\psi_2 \neq 0$  всюду должно иметь место  $M = M_{\max} \operatorname{sign} \psi_2$ . Устанавливаем, что поскольку первые слагаемые (10) и (13) равны друг другу, а оставшиеся слагаемые равны нулю, то выражения (10) и (13) полностью совпадают. Это дает основание утверждать, что оптимальное передаточное число редуктора при отработке начального рассогласования не зависит от участка движения с установившейся скоростью. Следует заметить, что полученное оптимальное передаточное число справедливо только в случае нулевых начальных условий, т. е. при позиционном перемещении. Во всех других случаях оно зависит не только от параметров системы, но и от начальных условий.

**Управление с учетом нагрева двигателя.** В этом случае основная система дифференциальных уравнений принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= (iM - M_m)/(i^2 J_d + J_m); \\ \dot{x}_3 &= M^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для этой системы функция  $H$  и сопряженная система записывается так:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 \frac{iM - M_m}{i^2 J_d + J_m} + \psi_3 M^2; \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= 0; \\ \dot{\psi}_2 &= -\psi_1; \\ \dot{\psi}_3 &= -0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Дополнительное условие

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau_h} \psi_1 \frac{\partial x_2}{\partial i} d\tau + \int_0^{\tau_h} \psi_2 \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM - M_m}{i^2 J_d + J_m} \right) d\tau + \\ & + \int_0^{\tau_h} \psi_3 2M \frac{\partial M}{\partial i} d\tau = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Решение сопряженной системы

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi_1(0) = c_1; \quad \psi_2 = \psi_2(0) - \psi_1(0)\tau = c_2 - \\ & - c_1\tau; \quad \psi_3 = -\psi_3(0) = -c_3. \end{aligned}$$

Управление определится из условия экстремума  $H$  по  $M$ :  $\partial H/\partial M = \psi_2 i/(i^2 J_d + J_m) + 2\psi_3 M = 0$ , откуда

$$M = -\frac{i}{i^2 J_d + J_m} \frac{\psi_2}{2\psi_3} = \frac{i}{i^2 J_d + J_m} \frac{c_2 - c_1\tau}{2c_3}. \quad (18)$$

Из решения (14) и (18) находим;

$$M = M_{\max} (1 - 2\tau/\tau_h) + \frac{2M_m}{i} \tau/\tau_h; \quad (19)$$

$$c_1 = \frac{4(iM_{\max} - M_m)(i^2 J_d + J_m)c_3}{i^2 \tau_k}; \quad (20)$$

$$c_2 = 2M_{\max}(i^2 J_d + J_m)c_3/i; \quad (21)$$

$$\psi_2 = 2c_3(i^2 J_d + J_m) \frac{iM_{\max}(1 - 2\tau/\tau_k + 2M_m\tau/\tau_k)}{i^2}. \quad (22)$$

С учетом (19) — (22) условие (17) принимает вид:

$$\int_1^{\tau_k} 2c_3 \left( i^2 J_d + J_m \frac{iM_{\max}(1 - 2\tau/\tau_k) + 2M_m\tau/\tau_k}{i^2} \times \right. \\ \times \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{iM_{\max}(1 - 2\tau/\tau_k + 2M_m\tau/\tau_k - M_m)}{i^2 J_d + J_m} \right) d\tau + \\ \left. + \int_0^{\tau_k} c_3 2 \left[ M_{\max} \left( 1 - 2\tau/\tau_k + \frac{2M_m}{i} \frac{\tau}{\tau_k} \right) \right] \frac{\partial}{\partial i} \times \right. \\ \left. \times \left[ M_{\max} \left( 1 - \frac{2\tau}{\tau_k} \right) + \frac{2M_m}{i} \frac{\tau}{\tau_k} \right] d\tau = 0. \quad (23)$$

Решая (23) и вводя относительные единицы, получаем:

$$\frac{2c_3 i}{3i^3(i^2 + j)} (i^4 - 2i^3 m - i^2(j + 2m^2) + 2ijm - 4jm^2) = 0. \quad (24)$$

Из (18) видно, что  $c_3$  ни при каких условиях не равно нулю, откуда оптимальное передаточное число редуктора при оптимальном быстродействии с учетом минимума потерь определится из уравнения:

$$i^4 - 2i^3 m - i^2(j + 2m^2) + 2ijm - 4jm^2 = 0. \quad (25)$$

Выражение (25) в отличие от формул, полученных ранее различными авторами для случая ограниченного нагрева двигателя, не связано ни с временем переходного процесса, ни с величинами задаваемых перемещений. Оно дает соотношение между такими параметрами привода, как статический момент нагрузки, моменты инерции нагрузки и двигателя, максимальный момент двигателя и оптимальное передаточное число редуктора при оптимальном управлении.

Для вычисления оптимальных передаточных чисел была составлена программа<sup>1</sup> на АЛГОЛ-60. На основании вычислений, выполненных по этой программе на ЦВМ «Минск-22», построены графики (здесь не приводятся) зависимостей оптимального передаточного числа редуктора от относительных значений момента инерции механизма при различных относительных моментах нагрузки. Графики, соответствующие формулам (12) и (25) показывают, что при моменте механизма  $m=0$  оптимальные передаточные числа имеют одно и то же значение. В обоих случаях  $i = \sqrt{j}$ . При моменте инерции механизма, стремящемся к нулю ( $j=0$ ), оптимальное передаточное число, получаемое из (25), равно 2,44*m*, а из (12) — равно 1,73 *m*.

В заключение следует отметить, что формулы статьи могут быть использованы при проектировании позиционных следящих приводов. Общепринятое выражение  $i = m + \sqrt{m^2 + j}$  может быть получено рассмотренным в статье способом с помощью принципа максимума. При этом оно оказывается справедливым лишь для частного случая, а именно, для отработки скачка скорости при разгоне двигателя без учета его нагрева.

Для случая отработки скачка скорости при торможении получается аналогичная формула для передаточного числа редуктора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кожевников К. И. Выбор передаточного числа редуктора приводов исполнительных механизмов прокатных станов из условия максимальной производительности. — «Электричество», 1957, № 7.
2. Созонов В. Г. Влияние отклонения передаточного числа от оптимального на время переходного процесса электропривода. — «Электричество», 1958, № 5.
3. Понтрягин Л. С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М., «Наука», 1969.

[5.9.1972]

<sup>1</sup> Авторы признательны Э. Кеслеру за помощь при составлении программы вычислений на «Минск-22».



УДК 621.332.23.014.6

## Ток и потенциал разветвленной рельсовой сети трамвая

Канд. техн. наук, доц. В. Н. ТКАЧЕНКО

Волгоградский институт инженеров городского хозяйства

Рельсовая сеть трамвая может иметь весьма сложную конфигурацию. В таких случаях мало применимы существующие методы расчета распределения потенциалов и токов в рельсовых линиях. Вместе с тем расчет рельсовой сети необходим для определения мест подключения отсасывающих кабелей к рельсам, чтобы обеспечить регламентируемые значения падения напряжения на участках рельсовой сети. Результаты расчета могут помочь выяснить причины неэквивалентности точек отсосов соседних тяговых подстанций, что также регламентируется нормами, указывать на состояние рельсовых цепей.

В ряде случаев распределение потенциалов вдоль рельсовых линий необходимо знать при проектировании устройств электрозащиты подземных металлических сооружений от коррозии, вызываемой блуждающими токами. Кроме того, законы распределения потенциалов в рельсовой линии очень близки законам распределения потенциалов на обособленных, не подверженных внешнему влиянию со стороны земли подземных металлических сооружениях, включенных в систему катодной защиты.

Рельсовая линия характеризуется двумя основными равномерно распределенными параметрами: удельным сопротивлением  $r$  и переходным сопротивлением  $R_{пр}$ . Под переходным сопротивлением понимается сопротивление трубки тока между единицей длины рельсовой линии и поверхностью нулевого потенциала системы «рельс—земля». Основным расчетным параметром рельсовой линии является коэффициент утечки  $\alpha$ , вычисляемый по формуле

$$\alpha = \sqrt{rR_{пр}^{-1}}.$$

Б. Г. Лорткипанидзе предложил расчетные формулы для вычисления потенциала  $\phi(x)$  и тока  $I(x)$  в рельсовой линии, имеющей один узел разветвления [Л. 1]. Решение схемы с  $n$  лучами, расходящимися из одного узла при условии, что к одному из них приложена сосредоточенная нагрузка, сводится к системе из  $2n+1$  уравнений типа:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x_k) &= A_k e^{\alpha_k x_k} + B_k e^{-\alpha_k x_k}; \\ I(x_k) &= -\frac{r_k}{\alpha_k} (A_k e^{\alpha_k x_k} - B_k e^{-\alpha_k x_k}); \\ k &= 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

являющихся общими интегралами исходной системы дифференциальных уравнений. Такой способ, очевидно, громоздок. Кроме того, по схеме, рассмотренной Б. Г. Лорткипанидзе, не предусматривается возможность расчета сетей с двумя и более узлами. Ниже предлагается более универсальный способ, основанный на понятии эквивалентных нагрузок.

**Схема рельсовой сети с одним узлом разветвления.** В расчетной схеме рис. 1 приняты следующие обозначения:  $Ox_k$  — координатная ось  $k$ -го луча с началом в узле разветвления;  $l_k$  — длина луча;  $I_k$ ,  $i_k$  — соответственно сосредоточенная и равномерно распределенная токовые нагрузки ( $I_k < 0$ ;  $i_k > 0$ );  $\tau_k$  — координата включения нагрузки  $I_k$ .

Расчетная схема луча, к которому приложена сосредоточенная нагрузка. Известно, что

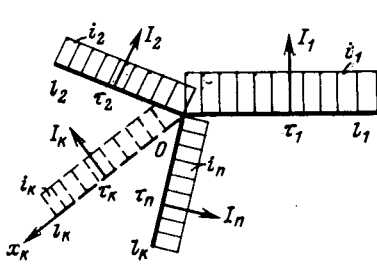


Рис. 1.

каждый луч можно заменить эквивалентным сопротивлением

$$z_i = \frac{r_i}{\alpha_i} \operatorname{cth} \alpha_i l_i, \quad (2)$$

тогда эквивалентное сопротивление узла в целом (но без \$k\$-го луча) будет равно:

$$z_{0-k} = \frac{1}{\sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{1}{z_i}}. \quad (3)$$

Пусть отрицательная нагрузка приложена только к \$k\$-му лучу. Потенциал узла разветвления \$\varphi\_k(0)\$ представим суммой:

$$\varphi_k(0) = \varphi_{I_k}(0) + \varphi_{I_{0-k}}(0), \quad (4)$$

где \$\varphi\_{I\_k}(0)\$ — потенциал в узле (\$x\_k = 0\$), наводимый током нагрузки (\$I\_k\$) \$k\$-го луча при условии, что этот луч обособлен; \$\varphi\_{I\_{0-k}}(0)\$ — потенциал, наводимый в точке \$x\_k = 0\$ на \$k\$-м луче как обособленным некоторым эквивалентным током \$I\_{0-k}\$, приложенным в этой точке и представляющим собой суммарный ток, текущий к \$k\$-му лучу со стороны узла.

С другой стороны, этот же потенциал \$\varphi\_k(0)\$ можно представить как падение напряжения от эквивалентного тока \$I\_{0-k}\$ на эквивалентном сопротивлении \$z\_{0-k}\$, т. е.

$$\varphi_k(0) = -I_{0-k} z_{0-k}. \quad (5)$$

Так как, кроме того,

$$\varphi_{I_{0-k}}(0) = I_{0-k} z_k, \quad (6)$$

то из (4)–(6) следует расчетная формула для тока эквивалентной нагрузки:

$$I_{0-k} = \frac{\varphi_{I_k}(0)}{z_k + z_{0-k}}. \quad (7)$$

Таким образом, для \$k\$-го луча расчетная схема определена и представлена на рис. 2, а. Решение схемы не вызывает затруднений [Л. 2].

Расчетная схема \$k\$-го луча с учетом только сосредоточенной нагрузки \$i\$-го луча. Так как напряжения на каждом из сопротивлений \$z\_k\$ одинаковы, то доля тока, вытекающего из \$k\$-го луча в \$i\$-й, равна

$$I_{ki} = I_{0-i} \frac{z_{0-i}}{z_k + z_{0-i}}, \quad (8)$$

где \$I\_{ki}\$ — сосредоточенная нагрузка, приложенная к \$k\$-му лучу в узле разветвления, порождаемая нагрузкой \$i\$-го луча; \$I\_{0-i}\$ — ток, текущий от узла к \$i\$-му лучу и вычисляемый по (7).

После этого для \$k\$-го луча задача сводится к решению уравнений элементарной схемы рис. 2, б.

Расчетные формулы для \$k\$-го луча, подверженного влиянию сосредоточенных нагрузок всех лучей. Используя расчетные формулы для элементарных схем, получим

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x_k) &= -\frac{r_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k l_k} \left[ I_k \operatorname{ch} \alpha_k t_k \operatorname{ch} \alpha_k x_k - \operatorname{ch} \alpha_k (l_k - x_k) \left( I_{0-k} - \sum_{i=1, i \neq k}^n I_{ki} \right) \right]; \\ I(x_k) &= \frac{1}{\operatorname{sh} \alpha_k l_k} \left[ I_k \operatorname{ch} \alpha_k t_k \operatorname{sh} \alpha_k x_k + \operatorname{sh} \alpha_k \times \right. \\ &\quad \left. \times (l_k - x_k) \left( I_{0-k} - \sum_{i=1, i \neq k}^n I_{ki} \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$t_k = \begin{cases} l_k - \tau_k & \text{при } x_k \leq \tau_k; \\ \tau_k & \text{при } x_k > \tau_k. \end{cases}$$

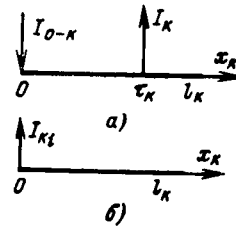


Рис. 2.

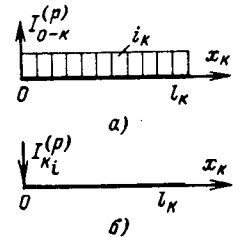


Рис. 3.

Расчетные схемы и формулы для \$k\$-го луча, подверженного влиянию равномерно распределенных нагрузок всех лучей. Для \$k\$-го луча с собственной равномерно распределенной нагрузкой расчетная схема приведена на рис. 3, а, где \$I\_{0-k}^{(p)}\$ — ток эквивалентной нагрузки, который находится по формуле:

$$I_{0-k}^{(p)} = \frac{i_k R_{npk}}{z_k + z_{0-k}}. \quad (10)$$

Для \$k\$-го луча, на который влияет равномерно распределенная нагрузка \$i\$-го луча, расчетная схема представлена на рис. 3, б. Эквивалентная нагрузка \$I\_{ki}^{(p)}\$ вычисляется по (8) с заменой \$I\_{0-k}\$ на \$I\_{0-k}^{(p)}\$.

Расчетные формулы потенциала и тока для \$k\$-го луча от равномерно распределенной нагрузки всех лучей имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x_k) &= i_k R_{np} - \frac{r_k}{\alpha_k} \frac{\operatorname{ch} \alpha_k (l_k - x_k)}{\operatorname{sh} \alpha_k l_k} \left( I_{0-k}^{(p)} - \sum_{i=1, i \neq k}^n I_{ki}^{(p)} \right); \\ I(x_k) &= \frac{\operatorname{sh} \alpha_k (l_k - x_k)}{\operatorname{sh} \alpha_k l_k} \left( I_{0-k}^{(p)} - \sum_{i=1, i \neq k}^n I_{ki}^{(p)} \right). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

**Рельсовая линия с двумя и более узлами разветвления.** Пусть \$k\$-й участок имеет два узла разветвления, расположенные на его концах. Каждый из узлов заменим эквивалентной нагрузкой соответственно \$I'\_{0-k}\$ и \$I''\_{0-k}\$ (рис. 4, а). Для каждого из узлов имеем уравнения типа (4) и (5), составляющие систему для отыскания неизвестных эквивалентных токов:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{I_k}(0) + \varphi_{I'_{0-k}}(0) + \varphi_{I''_{0-k}}(0) &= -I'_{0-k} z'_{0-k}; \\ \varphi_{I_k}(l_k) + \varphi_{I'_{0-k}}(l_k) + \varphi_{I''_{0-k}}(l_k) &= -I''_{0-k} z''_{0-k} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

или в матричной форме:

$$\left\| \begin{matrix} z_k + z'_{0-k} & z_k \\ z_k & z_k + z''_{0-k} \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} I'_{0-k} \\ I''_{0-k} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \varphi_{I_k}(0) \\ \varphi_{I_k}(l_k) \end{matrix} \right\|, \quad (13)$$

где \$\varphi\_{I\_k}(l\_k)\$ — потенциал в точке \$x\_k = l\_k\$, наведенный током \$I\_k\$ при условии, что \$k\$-й участок обособлен; \$\varphi\_{I\_k}(0)\$ — то же, но в точке \$x\_k = 0\$; \$z'\_{0-k}\$, \$z''\_{0-k}\$ — эквивалентные сопротивления узлов соответственно слева и справа от нагрузки \$I\_k\$, вычисляемые по формуле (3).

Далее задача ничем не отличается от рассмотренной выше.

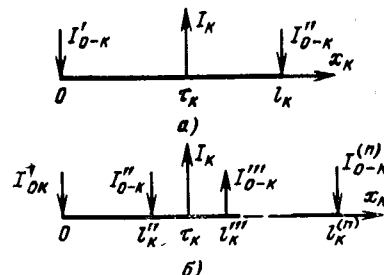


Рис. 4.

## Синхронный и асинхронный способы пуска двухвального турбоагрегата

Канд. техн. наук А. И. СОЛОВЬЕВ  
Московский энергетический институт

Как известно, двухвальный турбоагрегат представляет собой единое целое по паровой части и, по существу, два независимых генератора в электрической части. Поэтому при пуске двухвальных турбогенераторов необходимо найти условия, обеспечивающие на пониженной частоте вращения надежную синхронную или асинхронную электрическую связь между генераторами, отключенными от сети, но соединенными между собой или непосредственно на выводах, или, чаще всего, через трансформаторную связь. В зарубежных источниках (например, в [Л. 1 и 2]) приводятся рецептурные сведения осуществления данных операций, но недостаточно вскрываются явления, происходящие при этом в генераторах, в то время как процессы в турбогенераторах с массивным ротором имеют в области очень низких частот свою специфику, которая может играть решающую роль при пуске и требует особого рассмотрения с учетом влияния массива ротора.

Ниже приведены результаты исследования на АВМ пуска двухвальных машин, когда надежная электрическая связь между генераторами осуществляется до пуска пара в турбину при вращении генераторов от своих валоповоротных устройств (ВПУ). Пропускание пара обычным путем (без специальных устройств и обходных паропроводов) при ненагруженных генераторах может давать столь большую разницу в скоростях обоих валов, что синхронизация их становится невозможной. Использование же электрической связи для выравнивания скоростей валов при пуске двухвального турбоагрегата не нарушает нормальную технологическую схему агрегата по пару.

Таким образом, задача сводится к исследованию автономной системы генератор — двигатель соизмеримой мощности, работающей при очень низкой рабочей частоте  $f_{раб}$  (по отношению к номинальной частоте сети  $f_{ном}$ ). При пониженной частоте  $f_{раб}$  условия электрической связи затрудняются тем сильнее, чем меньше значение  $f_{раб}$ . Это объясняется тем, что, например, при  $f_{раб} = f_{ном} \cdot 10^{-3}$  отношение  $X/R_{ст}$  уменьшается настолько, что значение активного сопротивления в цепи статора становится близким значению индуктивного. В статье рассмотрены условия синхронной и асинхронной работы генераторов двухвальной машины в диапазоне частот вращения существующих ВПУ: от 3 до 90 об/мин. Для таких малых рабочих частот, соответствующих скорости вращения от ВПУ, при расчете возможных режимов пуска в связи со сложными процессами в массивном роторе необходимо ис-

пользовать уточненные параметры машин. Условно были использованы уточненные параметры турбогенератора типа ТВ2-100-2, полученные из его экспериментальных частотных характеристик.

**Синхронный способ пуска.** При пуске по этому способу машины, соединенные между собой непосредственно на выводах или через трансформаторную связь, после подачи возбуждения синхронизируются друг с другом на низкой скорости вращения от ВПУ без впуска пара в турбину. После завершения синхронизации подается пар в цилиндры обоих валов турбины, вращающей оба генератора, и двухвальная машина разгоняется обычным способом до подсинхронной скорости, после чего синхронизируется с сетью.

Испытания на аналоговой математической модели показали, что основным препятствием для синхронизации валов на скорости ВПУ является параметрическое самораскачивание, которое в условиях соизмеримости инерционных масс генераторов и их активных и индуктивных сопротивлений может привести к тому, что взаимные колебания машин будут иметь нарастающий характер вплоть до нарушения синхронизма. Синхронная связь между машинами по условиям самораскачивания (о чем будет сказано ниже) наиболее надежна в заданных условиях, когда одна из машин, ведущая, работает в режиме синхронного генератора, а вторая, ведомая, — в режиме синхронного двигателя. Обеспечение режима ведомой машины при синхронизации предполагает отключение ее ВПУ в момент подачи возбуждения. При этом найдено, что соотношение величин возбуждения ведущей и ведомой машин, позволяющее в условиях параметрического самораскачивания обеспечить надежную синхронную связь, должно соответствовать условию передачи максимальной активной мощности к ведомой машине.

Как известно, параметрическое самораскачивание синхронных машин наиболее вероятно в режиме холостого хода. В общем случае с возрастанием нагрузки на валу синхронной машины условия существования параметрического самораскачивания постепенно пропадают. Поэтому, если на холостом ходу машина не подвержена самораскачиванию, то при нагрузке самораскачивания тем более не будет.

Исходя из этого положения и используя полные линейаризованные уравнения Горева — Парка, было найдено выражение для комплексного коэффициента колебательного момента

Аналогична постановка задачи и с равномерно распределенной нагрузкой.

Для схемы с  $m$  узлами (рис. 4,б) система уравнений для отыскания эквивалентных нагрузок имеет вид:

$$z_{i1}''_{0-k} + z_{i2}''_{0-k} + \dots + z_{im}''_{0-k} = -\varphi(l_k^{(i)}), \quad (14)$$

где

$$i = 1, 2, \dots, m;$$

$$z_{ij} = z_{0-k}^{(i)} + \frac{r_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k l_k} \operatorname{ch} \alpha_k l_k^{(j)} \operatorname{ch} \alpha_k \vartheta(i);$$

$$z_{0-k}^{(i)} = 0 \text{ при } i \neq j;$$

$$l_k^{(j)} = \begin{cases} l_k - l_k^{(i)} & \text{при } j \geq i; \\ l_k^{(i)} & \text{при } j < i; \end{cases} \quad \vartheta(i) = \begin{cases} l_k^{(i)} & \text{при } i \geq m; \\ l_k - l_k^{(i)} & \text{при } i < m; \end{cases}$$

$$l_k^{(1)} = 0, \quad l_k^m = l_k;$$

$$\varphi(l_k^{(i)}) = \begin{cases} -I_k \frac{r_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k l_k} \operatorname{ch} \alpha_k (l_k - l_k^{(i)}) \operatorname{ch} \alpha_k l_k^{(i)} & \text{при } l_k^{(i)} \leq \tau_k; \\ -I_k \frac{r_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k l_k} \operatorname{ch} \alpha_k l_k^{(i)} \operatorname{ch} \alpha_k (l_k - l_k^{(i)}) & \text{при } l_k^{(i)} > \tau_k. \end{cases}$$

Таким образом, все рассмотренные задачи сводятся к решению элементарных схем с использованием принципа суперпозиции.

Предложенная методика позволяет решать уравнения группы реальных схем рельсовой сети с целью ограничения опасности коррозии, вызываемой блуждающими токами.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Защита подземных металлических сооружений от коррозии. Под ред. И. И. Рябцева. М., изд. МКХ РСФСР, 1959, с. 225—229.
2. Стрижевский И. В. Теория и расчет дренажной и катодной защиты магистральных трубопроводов от коррозии блуждающими токами М., Гостоптехиздат, 1963.

[24.10.1972]



( $\dot{K}$ ), характеризующего возможность самораскачивания синхронной машины. Учитывая, что непосредственное определение условий самораскачивания двух машин очень громоздко и получаемые результаты ненаглядны, в работе использована методика, предложенная в [Л. 3], согласно которой в сложной многомашиной системе области самораскачивания определяются при закрепленных векторах э. д. с. всех машин, кроме рассматриваемой. Найденная таким образом область самораскачивания для схемы «машина — шины» будет всегда несколько больше действительной области неустойчивости, определенной с учетом взаимодействия машин рассматриваемой системы между собой, что дает некоторый запас при расчетах по этому упрощенному методу. Поэтому для синхронной машины, работающей на шины бесконечной мощности и совершающей синусоидальные колебания достаточно малой амплитуды,

$$\dot{K} = -\frac{\Delta \dot{M}}{\Delta \delta} = M_s + j\nu M_D, \quad (1)$$

где  $\dot{K}$  — комплексный коэффициент колебательного момента;  $\Delta \dot{M}$  — приращение электромагнитного момента, соответствующее изменению угла  $\delta$ ;  $M_s$ ,  $M_D$  — коэффициенты синхронизирующего и демпферного моментов;  $\nu$  — частота колебаний.

При холостом ходе комплексный коэффициент колебательного момента, полученный из полных уравнений Горева — Парка, имеет вид:

$$\dot{K} = -\frac{\Delta \dot{M}}{\Delta \delta} = j\dot{U}_1^2 \dot{Y}_q \frac{1 - \nu^2 - \nu R_{\text{ст}} \dot{Y}_d}{1 - \nu^2 - \nu R_{\text{ст}} (\dot{Y}_d + \dot{Y}_q) - R_{\text{ст}}^2 \dot{Y}_d \dot{Y}_q}, \quad (2)$$

где  $\dot{U}_1$  — вектор полного напряжения статора;  $R_{\text{ст}}$  — активное сопротивление цепи статора машины;  $\dot{Y}_d$ ,  $\dot{Y}_q$  — комплексные проводимости машины в осях  $d$  и  $q$ .

Выражение для коэффициента  $\dot{K}$ , полученное из упрощенных уравнений Горева — Парка (без учета трансформаторных э. д. с. и э. д. с. скольжения), выглядит так:

$$\dot{K} = -\frac{\Delta \dot{M}}{\Delta \delta} = j\dot{U}_1^2 \dot{Y}_q \frac{1 - \nu R_{\text{ст}} \dot{Y}_d}{1 - R_{\text{ст}}^2 \dot{Y}_d \dot{Y}_q}. \quad (3)$$

Значения  $\dot{Y}_d$  и  $\dot{Y}_q$  брались при расчетах из опытной частотной характеристики машины, снятой по методу гармонических колебаний [Л. 4], что позволило учесть процессы вытеснения токов в массивном роторе при упрощенном представлении всех контуров ротора двумя эквивалентными в оси  $d$  и одним — в оси  $q$ , а также упрощает применение выражений (2) и (3) в инженерных расчетах. Поскольку при синхронизации на скорости ВПУ регуляторы возбуждения машин отключены, анализ устойчивости возможно проводить по упрощенному критерию:

$$M_D > 0 \text{ и } M_s > 0.$$

Имея определенные из частотных характеристик значения  $\dot{Y}_d$  и  $\dot{Y}_q$  и используя (2), нетрудно для любой рабочей частоты  $f_{\text{раб}}$  аналитически построить зависимость  $M_D(R_{\text{ст}}) = \text{Im}(\dot{K})$  и таким образом определить область значений  $R_{\text{ст}}$ , где на данной  $f_{\text{раб}}$  возможно самораскачивание. Полученная область будет определена для режима холостого хода. Если машина несет некоторую нагрузку, то реальная область самораскачивания сужается, и расчет по (2) даст результат с некоторым запасом.

Известно, что в общем случае расчет с помощью упрощенных уравнений Горева — Парка заметно сокращает область самораскачивания по сравнению с действительными. С другой стороны, формулы (2) и (3) выведены для машины,

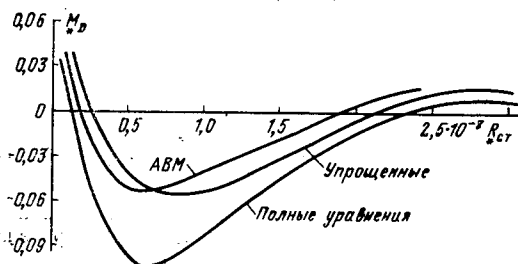


Рис. 1.

работающей на шины постоянного напряжения, и поэтому для автономной системы из двух машин, которой можно представить двухвалный турбоагрегат в режиме пуска, выражения (2) и (3) дают преувеличенные размеры зоны самораскачивания, о чем упоминалось выше. Учитывая сказанное, можно утверждать, что при рассмотрении процессов самораскачивания двухвалной машины на низких скоростях применение упрощенных уравнений Горева — Парка при определении области самораскачивания в координатах ( $M_D$ ,  $R_{\text{ст}}$ ) дает меньшую погрешность, чем в общем случае работы машины на шины постоянного напряжения. Это подтвердилось при опытах на АВМ (рис. 1). С помощью (3) можно получить с хорошей точностью граничные значения  $R_{\text{ст}}$  для области самораскачивания, но амплитудное значение  $M_D < 0$  будет меньше рассчитанного по (2) на 30—40%. Максимальное отрицательное значение  $M_D$  достигается примерно при  $R_{\text{ст}} = 0,5 R_{\text{ст}}^*$  — это следует как из (2), так и из (3). Таким образом, использование упрощенных уравнений Горева — Парка в данном случае дает достаточно верно границы области самораскачивания на оси  $R_{\text{ст}}$  и позволяет качественно исследовать влияние различных параметров системы на самораскачивание. Отсутствие высокой точности в данном случае не имеет решающего значения, так как после анализа выбором соответствующей скорости вращения ВПУ, при которой производится синхронизация, вопрос о самораскачивании при синхронизации можно исключить.

Моделирование на АВМ было проведено по упрощенным уравнениям Горева — Парка (т. е. при неучете трансформаторных э. д. с. и э. д. с. скольжения) для двухмашиной схемы.

Как показали исследования на АВМ, система из двух машин вполне позволяет осуществлять надежную синхронную электрическую связь даже при  $f_{\text{раб}} = f_{\text{ном}} \cdot 10^{-2}$  и при соединении машин между собой через двойную трансформацию (рис. 2). Было найдено, что при самых неблагоприятных для синхронизации условиях взаимные колебания машин развиваются до уровня, при котором может нарушаться синхронная связь генераторов двухвалного турбоагрегата между собой, за время 8 мин и более. При этом, как упоминалось выше, увеличение нагрузки  $P_2$  на валу ведомой машины затрудняет возникновение самораскачивания. Увеличение постоянной инерции машины при прочих равных условиях увеличивает время развития самораскачивания.

Большое значение имеет соотношение напряжений возбуждения  $U_{f2}/U_{f1}$  машин Г-1 и Г-2. Оптимальное соотношение  $U_{f2}/U_{f1}$  соответствует, как упоминалось выше, передаче максимальной активной мощности к ведомой машине Г-2. Оно легко определяется из векторной диаграммы и лежит в пределах 0,6—0,8. При увеличении  $U_{f2}/U_{f1}$  резко усиливается самораскачивание. При уменьшении  $U_{f2}/U_{f1}$  возможность самораскачивания снижается, но одновременно падает нагрузочная способность электрической системы машин Г-1 и Г-2, что нежелательно.

Синхронизация машин Г-1 и Г-2 через трансформаторную связь возможна лишь при частоте вращения ВПУ 30 об/мин и выше, т. е. при  $f_{\text{раб}} = 10^{-2} f_{\text{ном}}$ . Для машин небольшой мощности, когда генераторы могут соединяться электрически непосредственно на своих выводах, синхронизация возможна даже при  $f_{\text{раб}} = 10^{-3} f_{\text{ном}}$ , т. е. при 3 об/мин. В общем случае

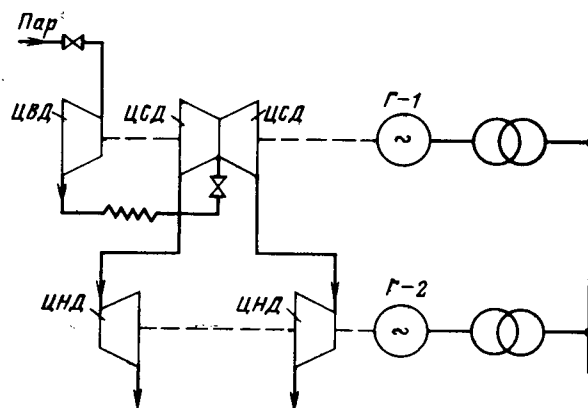


Рис. 2.

увеличение  $f_{\text{раб}}$ , при которой производится синхронизация, облегчает условия электрической связи, когда величину  $R_{\text{ст}}$  еще необходимо учитывать.

**Асинхронный способ пуска.** При пуске по этому способу машины, соединенные между собой непосредственно на выводах или через трансформаторную связь, работают в асинхронном режиме. Ведущая машина  $G-1$  приводится во вращение от ВПУ при 90 об/мин без впуска пара в турбину и работает в режиме синхронного генератора. Ведомая машина  $G-2$  имеет короткозамкнутую обмотку возбуждения и в режиме пуска разгоняется своим ВПУ до частоты ведущей машины. При приблизительном равенстве скоростей машин  $G-1$  и  $G-2$  на ведущую машину  $G-1$  подается возбуждение холостого хода (соответствующее номинальному напряжению на обмотке статора при номинальной частоте вращения ротора) и при установлении  $U_{j1} = U_{j\text{н.х}} = 1$  ВПУ ведомой машины отключается. При таких условиях установившийся асинхронный режим наступает практически мгновенно при минимальном времени протекания переходных токов. С наступлением установившегося асинхронного режима в цилиндры обоих валов турбины, вращающей оба генератора, подается пар, и оба генератора паром разгоняются до подсинхронной скорости. Далее машины синхронизируются с сетью. Исследования на модели показали, что названная выше частота ВПУ (90 об/мин) — минимально возможная при таком способе пуска. Асинхронный разворот ведомой машины  $G-2$  из остановленного состояния не может быть осуществлен при столь малой частоте вращения. При частотах, меньших 90 об/мин, устойчивый асинхронный режим не наступает даже при пуске по рекомендованному выше способу: характеристика асинхронного момента генератора настолько сильно деформируется под влиянием изменения величины рабочей частоты и соответствующего изменения характера процессов в массивном роторе, что ведомая машина после отключения ее ВПУ останавливается через некоторое время.

Действительно, хотя асинхронный пуск при описанном выше режиме соответствует условию  $U/f = \text{const}$  и значение критического асинхронного момента не изменяется при изменении  $f_{\text{раб}}$ , величина критического скольжения  $s_{\text{кр}}$  тем временем увеличивается обратно пропорционально уменьшению ра-

бочей частоты относительно номинальной, т. е.  $s_{\text{кр}}$  увеличивается на несколько порядков и максимум асинхронного момента может быть достигнут где-то в начале разворота ведомого вала.

Кроме того, по мнению автора, в рассмотренных условиях может значительно проявляться эффект большого внешнего сопротивления, соизмеримого с собственным сопротивлением ведомой машины. Как показано в [Л. 5], возрастание внешнего сопротивления ведет к значительному снижению критического значения момента асинхронной характеристики при одновременном незначительном снижении критического скольжения.

Таким образом, исследования на АВМ показали, что пуск двухвалных турбоагрегатов может быть осуществлен достаточно быстро, просто и надежно, если предварительно на скорости ВПУ между генераторами двухвальной машины достигнута синхронная или асинхронная электрическая связь. Окончательно выбор способа пуска можно сделать лишь для конкретных параметров схемы после оценки по описанной выше методике области параметрической неустойчивости и диапазона скоростей ВПУ, где эта неустойчивость опасна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lane C. M., Kuo T. H., Barth P. Cross Compound Turbine Generator Turning-Gear Synchronization Study.— «IEEE. PAS», 1961, June, 80, p. 282—300.
2. Stuve L. R., Benner P. E. Recent Developments in Starting Cross Compound Turbine Generator Units.— «IEEE. PAS», 1963, Febr.
3. Веников В. А., Анисимова Н. Д., Долгинов А. И., Федоров Д. А. Самовозбуждение и самораскачивание в электрических системах. М.: «Высшая школа», 1964, 198 с.
4. Соколов Н. И., Киркин Б. И. Определение частотных характеристик синхронных машин.— «Электричество», 1962, № 1, с. 29—35.
5. Соколов Н. И. Устойчивость работы асинхронных двигателей при значительных внешних сопротивлениях и параллельных статических конденсаторах.— «Электрические станции», 1961, № 6, с. 43—47.

[15.2.1972]



УДК 621.314.65

## Влияние сечения газоразрядного пространства на распределение анодного напряжения и плотность тока в ионном приборе

Канд. техн. наук С. М. СИРОТА

Всесоюзный электротехнический институт им. В. И. Ленина

Плотность рабочего тока в газоразрядном пространстве ионного прибора неоднородна по сечению [Л. 1]. В связи с этим существует сомнение относительно целесообразности увеличения сечения прибора с целью повышения его мощности за счет нагрузки по току, а также по напряжению. Величина допустимого рабочего напряжения на приборе зависит от плотности обратного тока, протекающего к аноду из остаточной плазмы в период восстановления обратного напряжения. Распределение этого напряжения по промежуткам анодного узла между анодом и управляющей сеткой зависит от величины обратного тока, точнее ионной составляющей этого тока. Представляют поэтому интерес экспериментальные данные по влиянию роста сечения на плотность ионного тока и соответственно остаточную концентрацию зарядов после прекращения тока.

**Методика исследования.** Конструкция высоковольтного ионного прибора с ртутным катодом схематически показана на рис. 1. Между анодом  $A$  и управляющей сеткой  $C$  прибора располагаются промежуточные электроды — вставки  $B$ , поверхность которых относительно мало заполняет пространство анодного узла. Корпус прибора, содержащий катод  $K$ , экран  $E$  и анод возбуждения  $AB$ , отделен от анодного узла фильтром  $\Phi$ .

Исследовался ряд аналогичных приборов, у которых диаметр разрядного пространства  $d_a$  изменялся от 300 до 600 мм. Конструкция вставок при этом сохранялась неизменной.

Прибор включался в работу на эквивалентной установке [Л. 2]. Форма тока и напряжения на приборе  $B_1$  при работе на этой установке показаны на рис. 2. К моменту прекраще-

ния анодного тока  $i_a$  от низковольтного трансформатора  $T_0$  через прибор протекает импульс тока  $i_c$  разряда емкости  $C$  высоковольтного колебательного контура. Емкость  $C$  выбиралась из условия обеспечения такой длительности  $\theta$  тока  $i_c$ , чтобы остаточная концентрация зарядов  $n_0$  в анодном узле исследуемого прибора  $B_1$  полностью задавалась крутизной спада тока  $\left(\frac{di}{dt}\right)_0$  к моменту его прекращения. Нетрудно показать, что это условие соблюдается при  $\theta \geq 12\tau_p$ , где  $\tau_p$  — постоянная времени частичной деионизации, характеризующая уменьшение концентрации зарядов в анодном узле при спаде тока.

Нарастающее скачком после прекращения тока через прибор обратное напряжение распределяется неравномерно по промежуткам анодного узла между вставками. Процесс распределения напряжения при вставках с малым заполнением анодного узла определяется толщиной ионного слоя у анода. По мере роста скачка обратного напряжения  $U_0$  граница этого слоя с плазмой перемещается, так что все большее число вставок оказывается «захваченными» слоем [Л. 3—5]. Напряжение распределяется по промежуткам между этими вставками. Остальные промежутки анодного узла продолжают оставаться «защунтированными» плазмой, не успевшей еще деионизироваться.

Напряжение между вставками пятипромежуточного вентили и катодом определяется по выражениям:

$$U_{1a} = 80\% U_0 - \nabla_1; \quad U_{2a} = 40\% U_0 - \nabla_2;$$

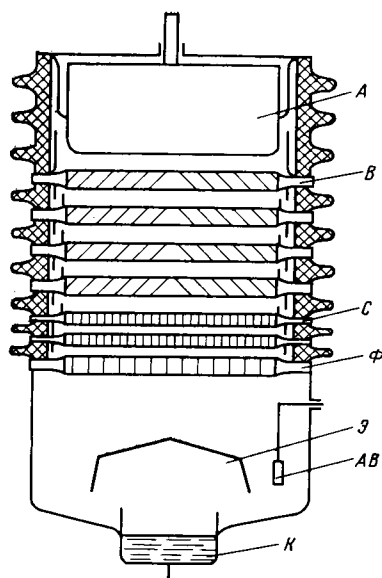


Рис. 1. Схематический вид ионного прибора.

Распределение обратного напряжения при различном сечении газоразрядного пространства. В табл. 1 и 2 приведены данные по распределению напряжения между вставками и катодом в приборах с различным диаметром анодного узла. Кроме того, на рис. 3 приведены полученные зависимости отклонения  $\nabla$  от скорости спада тока  $\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0$  и максимума скачка обратного напряжения  $U_{om}$  на приборе с  $d_a=300$  мм. Как и следует ожидать, с ростом  $\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0$ , приводящим к увеличению остаточной концентрации зарядов  $n_0$ , отклонение напряжения от равномерного увеличивается. Наоборот, рост напряжения  $U_0$  приводит к более равномерному делению благодаря увеличению толщины ионного слоя.

Для сопоставления распределения напряжения на вентиле с различным диаметром газоразрядного пространства около анода построена зависимость отклонения  $\nabla_1$  от  $d_a$  (рис. 4). Как видно, на приборах с большим сечением достигается более равномерное распределение  $U_0$  и стало быть снижение отклонения  $\nabla_1$ .

**Обсуждение результатов.** Более равномерное распределение напряжения при увеличении диаметра анодного узла прибора объясняется уменьшением плотности ионного тока остаточных зарядов. Действительно, основным фактором,

$$U_{2B} = 60\% U_0 - \nabla_2;$$

$$U_{4B} = 20\% U_0 - \nabla_4,$$

где  $\nabla_{1-4}$  — отклонения напряжения между вставками и катодом (из-за наличия остаточной ионизации) от напряжения на этих вставках при равномерном делении анодного напряжения. Эти отклонения равны разности напряжений при отсутствии рабочего тока и при случае протекания тока, которая может быть выраженной в процентах от обратного напряжения на приборе.

Потенциалы на вставках измерялись с помощью емкостных делителей. Емкость высоковольтной части делителя выбиралась много меньшей емкости между вставками прибора.

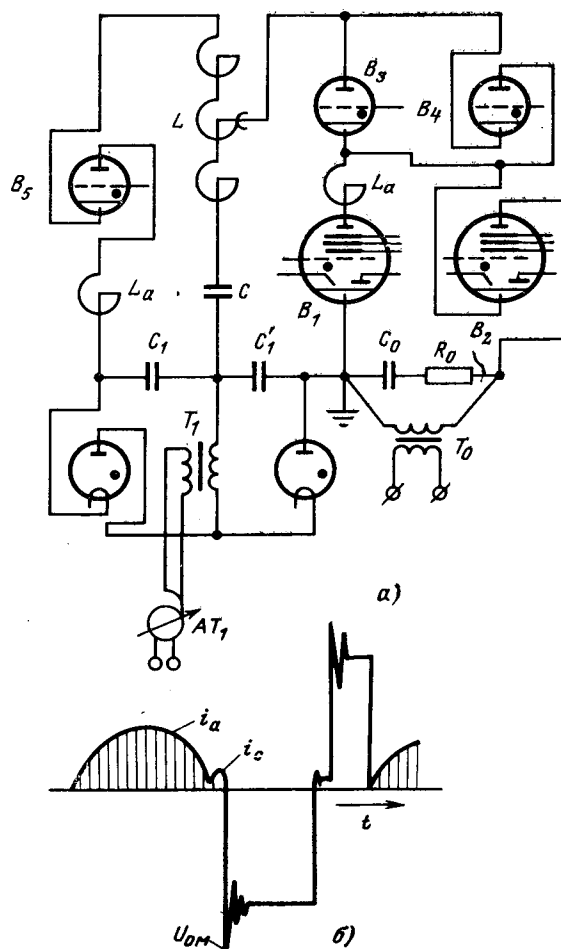


Рис. 2. Схема эквивалентной установки (а) и форма тока и напряжения на испытуемом приборе (б).

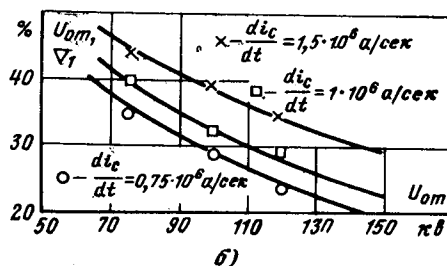
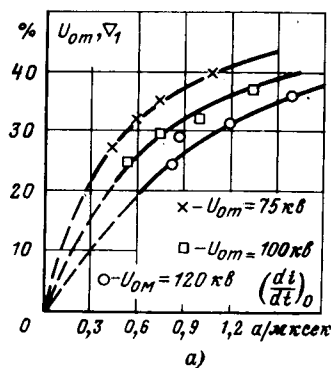


Рис. 3. Зависимость отклонения напряжения на первой от анода вставке от скорости спада тока (а) и напряжения на вентиле (б).

Таблица 1

Распределение напряжения по промежуткам у приборов с различным диаметром анодного узла  $d_a$  ( $U_{om}=100$  кВ), %

Промежуток	$d_a=300$ мм, $\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0 = 1 \cdot 10^6$ а/сек		$d_a=400$ мм		
	$\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0 = 1 \cdot 10^6$ а/сек		$\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0 = 1 \cdot 10^6$ а/сек	$\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0 = 2 \cdot 10^6$ а/сек	$\left(\frac{di_C}{dt}\right)_0 = 2 \cdot 10^6$ а/сек
	Через 120 мксек после прекращения тока, в момент $U_{om}$	Через 80 мксек после прекращения тока, в момент $U_0$	Через 120 мксек после прекращения тока, в момент $U_{om}$	Через 80 мксек после прекращения тока, в момент $U_0$	Через 120 мксек после прекращения тока, в момент $U_{om}$
Анод—катод	100	100	100	100	100
1 вставка—катод	48	32	62	54	47
2 вставка—катод	15	8	33	25	18
3 вставка—катод	0	0	11	7	0
4 вставка—катод	0	0	0	0	0

Таблица 2

Распределение напряжения (в %  $U_0$ )  
по промежуткам приборов при  $U_0 = U_{om} = 80$  кВ,  
 $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0 = 0,75 \cdot 10^6$  а/сек

Промежуток	$d_a = 300$ мм	$d_a = 600$ мм
Анод—катод	100	100
1 вставка—катод	46	66
2 вставка—катод	14	43
3 вставка—катод	0	25
4 вставка—катод	0	12
5 вставка—катод	—	4
6 вставка—катод	—	0

влияющим на изменение распределения напряжения при данной конструкции анодного узла и неизменном напряжении, является скорость спада тока  $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  (рис. 3). От  $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  зависит величина остаточной концентрации зарядов  $n_0$  и, следовательно, плотность обратного тока на анод.

Толщина ионного слоя  $\delta$  у анода при плотности рабочего газа  $p_t$ , соответствующей диффузионному режиму, определяется выражением [Л. 6]:

$$\delta = \frac{(4 \cdot 10^{-6})^{2/5} U_0^{3/5} e^{2/5}}{p_t j_{po}^{2/5}}. \quad (1)$$

Когда длина свободного пробега ионов больше толщины слоя (относится по крайней мере к первому от анода промежутку), выражение для  $\delta$  принимает вид:

$$\delta = \frac{1}{3\pi^{1/2}} \left(\frac{2e}{m_p}\right)^{1/4} U_0 j_p^{-1/2}. \quad (2)$$

В этих выражениях  $j_{po}$  и  $j_p$  — соответственно плотности ионных составляющих обратного тока на анод в начале и в процессе деионизации;  $m_p$  — масса иона;  $e$  — элементарный электрический заряд.

Уменьшение максимальной плотности ионного тока  $j_p$  является, таким образом, единственным фактором, который при изменении сечения может повлиять на увеличение толщины слоя  $\delta$ . Увеличение  $\delta$ , как уже отмечалось, приводит к более равномерному распределению скачка обратного напряжения  $U_0$ .

Полученные зависимости  $\nabla_1 = f\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  и  $\nabla_1 = f(d_a)$  (рис. 3 и 4) позволяют оценивать изменение максимального значения остаточной концентрации зарядов  $n_0$  с увеличением диаметра разрядного пространства, пользуясь соотношением<sup>1</sup> между  $n_0$  и  $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  [Л. 7]:

$$n_0 = -\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0 \frac{\tau_p}{A_c}. \quad (3)$$

<sup>1</sup> Это соотношение справедливо при достаточно низкой частоте импульса тока  $i_c$ , когда максимум этого тока не влияет на  $n_0$ . При принятых в колебательном контуре эквивалентной установки значениях  $L$  и  $C$  это условие обеспечивается.

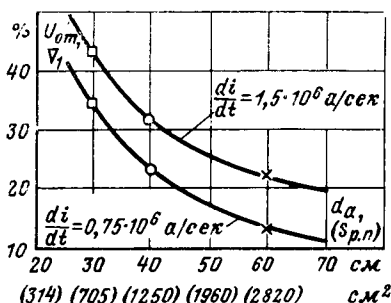


Рис. 4. Отклонение напряжения на первой вставке в зависимости от диаметра газоразрядного пространства около анода ( $U_{om} = 80$  кВ).

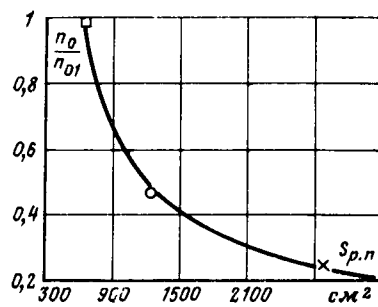


Рис. 5. Зависимость остаточной концентрации зарядов от сечения газоразрядного пространства.

Для построения зависимости отношения  $\frac{n_0}{n_{01}}$  ( $n_{01}$  — остаточная концентрация зарядов в приборе с диаметром анода 300 мм) от сечения разрядного пространства  $S_{p.n}$  по кривой  $\nabla_1 = f(d_a)$  находим изменение  $\nabla_1$  при увеличении  $S_{p.n}$ . Затем по кривой  $\nabla_1 = f\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  определяем, какому уменьшению  $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$  соответствует найденное изменение  $\nabla_1$ . Допуская, что при увеличении  $S_{p.n}$  постоянная частичной деионизации  $\tau_p$  не изменяется, т. е.  $n_0$  прямо пропорционально  $\left(\frac{di_c}{dt}\right)_0$ , строим зависимость  $\frac{n_0}{n_{01}} = f(S_{p.n})$ , приведенную на рис. 5.

Разумеется, что кривая  $\frac{n_0}{n_{01}} = f(S_{p.n})$  может лишь приблизительно отражать истинную картину, так как соотношение (3) получено с определенными допущениями для чисто диффузионного режима и значение  $\tau_p$  с увеличением  $S_{p.n}$  в приборе может возрастать<sup>2</sup>.

Однако в целом кривая  $\frac{n_0}{n_{01}} = f(S_{p.n})$ , по-видимому, правильно отражает явление, при котором с ростом  $S_{p.n}$  значение  $n_0$  уменьшается, если нагрузка прибора не изменяется. Это уменьшение происходит за счет соответствующего распределения зарядов по сечению газоразрядного пространства при его увеличении. Если же с ростом сечения увеличивается ток (точнее  $\frac{di_c}{dt}$ ), то значение  $n_0$  может оставаться неизменным.

Распределение плотности тока по сечению неравномерно. Основной «канал» разряда  $S_k$  занимает меньшую часть сечения  $S_{p.n}$  и непрерывно перемещается со скоростью около 1 км/сек [Л. 1]. Согласно некоторым представлениям концентрация тока в таком канале связана с наличием в разрядном пространстве вставок, излучающих к стенкам вентили тепло, выделяемое при протекании тока. Сечение канала тока относительно мало меняется с изменением значения последнего (на участке вольт-амперной характеристики, где напряженность электрического поля слабо зависит от величины тока) и находится в прямой зависимости от сечения

$$S_{p.n} \left( S_k = \frac{S_{p.n}}{\sqrt{e}} \right).$$

С увеличением  $S_{p.n}$ , следовательно, происходит уменьшение плотности тока, что в свою очередь приводит к снижению  $n_0$ .

**Вывод.** С увеличением сечения газоразрядного пространства ионного прибора восстанавливающееся обратное напряжение делится по промежуткам анодного узла более равномерно, а максимальная плотность ионного тока на анод при деионизации снижается. В этом случае при увеличении токовой нагрузки и соответственно  $di/dt$  остаточная концентрация зарядов сохраняется неизменной, а мощность высоковольтного ионного прибора может быть увеличена.

<sup>2</sup> Это приводит к увеличению количества оставшихся в анодном узле зарядов  $N_0$  в момент прекращения тока.



По-видимому, работа разрядников на всех трех фазах может быть объяснена «обратными» перекрытиями при мощных грозовых разрядах.

Наличие «обратных» перекрытий подтверждается срабатыванием разрядников на среднем и нижнем проводах на опоре № 11 в 1971 г. Работа разрядников в 1965 г. на опоре № 25 только на нижнем проводе и на опоре № 11 только на среднем проводе, по-видимому, объясняется наличием высокого рабочего напряжения обратной полярности на этих проводах в момент грозового разряда. То же самое можно сказать о работе разрядников на опорах № 23, 25 и 27 в 1961 г. и на опоре № 25 в 1971 г. только на верхнем проводе, кроме того, в этом случае возможен прорыв разряда мимо троса.

Таким образом, трубчатые разрядники, установленные на одной цепи двухцепной линии, могут защищать от грозовых отключений обе цепи.

Трубчатые разрядники хорошего качества, правильно примененные, обеспеченные надлежащим надзором в эксплуатации, дают хорошие результаты. Они не только не вызывают аварийных отключений, а наоборот, предупреждают грозовые аварийные отключения.

Описанный способ защиты двухцепных линий электропередачи от грозовых отключений посредством ослабления изоляции на одной цепи позднее стал применяться в Японии<sup>1</sup> [Л. 1].

Ослабление изоляции одной цепи двухцепной линии осуществлялось или уменьшением на 1—2 изолятора в каждой гирлянде одной цепи или установкой соответствующей арматуры (искровых промежутков) на гирляндах одной цепи,

<sup>1</sup> Kawai M., Azuma H. Design and performance of unbalanced insulation lines IEEE Trans. Power Appar and Syst., 1965, 84, № 9 839—846.

разрядное напряжение которых выбиралось на 5—15% ниже разрядного напряжения гирлянды изоляторов.

В таком случае при грозовых разрядах в линию электропередачи отключается только одна цепь с ослабленной изоляцией, а цепь с более высоким уровнем изоляции остается в работе. Следовательно, цепь с ослабленной изоляцией как бы «защищает» вторую цепь, имеющую более высокий уровень изоляции.

Такой способ «защиты» был осуществлен на линиях электропередачи с напряжением 70 и 140 кВ и дал положительные результаты. Количество двухцепных отключений заметно снизилось, однако количество одноцепных отключений несколько возросло.

Сравнивая описанные способы защиты двухцепных линий электропередачи от грозовых отключений можно видеть достоинства и недостатки каждого из них. Эффективность защиты трубчатыми разрядниками гораздо выше, чем защита другими способами. При защите искровыми промежутками или снижением изоляции цепь при грозовых разрядах отключается. Количество отключений ее даже увеличивается.

При удачно выбранных местах установки трубчатых разрядников на одной цепи линия совершенно не отключается. Однако эксплуатация трубчатых разрядников требует систематического надзора за их состоянием и затраты на установку разрядников и их эксплуатацию больше, чем затраты на ослабление изоляции одной цепи.

Надежность работы двухцепной линии может регулироваться количеством устанавливаемых разрядников и количеством опор с ослабленной изоляцией.

Удачно выбранные грозопоражаемые места на линии при небольших затратах могут дать стопроцентную надежность работы линии электропередачи.

[26.10.1972]

## Уважаемый читатель!

Издательство «Мир» в 1969 г. выпустило книгу Э. Леви и М. Панцера «Электромеханическое преобразование энергии» (стр. 556, ц. 2 руб. 83 коп.).

В книге освещается теория вращающихся электрических машин и дается теоретическое обоснование работы электромеханических преобразователей различного рода таких, например, как магнетогидравлические генераторы и двигатели, электростатические генераторы, электронные пушки и ускорители протонов, гидромагниты и гидромагнитные расходомеры, электрические катапульты, накопители кинетической энергии вращающейся плазмы и т. д. Авторы хорошо справились с задачей, в весьма доступной форме изложив те исходные физические принципы, на которых основывается теория действия любых электромеханических преобразователей энергии независимо от их назначения.

Следует заметить, что, несмотря на такой широкий подход, книга не носит общего описательного характера.

В процессе изложения, начиная с изучения энергетических превращений при движении элементарных частиц в электрических, магнитных полях и переходя затем к движению системы частиц и элемента объема проводника, авторы получают возможность количественной оценки энергетических соотношений во всех сложных устройствах современной электромеханики. Изложение сопровождается построением эквивалентных электрических схем, наглядно иллюстрирующих выводы теории.

Значительная часть книги посвящена изложению теории вращающихся электрических машин. Изложение является достаточно полным с точки зрения схвата основных принципиальных положений и количественных характеристик изучаемых преобразователей. Очень большое число задач и приме-

ров, взятых из самых различных областей технической физики и электротехники, весьма помогает усвоению теоретического материала, пониманию его значения для инженерной практики.

Авторы не упускают случая, чтобы не проиллюстрировать какой-нибудь описываемый ими эффект наглядным и иногда неожиданным примером. Так, задача втягивания двигателя в синхронизм сопровождается хорошо известным в спорте примером катания на волнах, тут же приводится пример ускорения густовок частиц путем постепенного повышения фазовой скорости электромагнитной волны, с которой они связаны.

Вопросы теории униполярных машин иллюстрируются примерами, относящимися к вращению планет в собственном магнитном поле.

Нам представляется, что книга является весьма ценным пособием для тех специалистов, которые, овладев общими методами теоретической электротехники, предполагают в дальнейшем работать в какой-либо из отраслей электромеханики и желают при этом повысить свой кругозор в области инженерной электрофизики, в особенности в связи с ее энергетическими применениями.

Для специалистов по электрическим машинам эта книга также представляет определенный интерес, так как выводит их за рамки узкой специализации и знакомит с широкими физико-техническими проблемами, относящимися к области их деятельности.

Доктор техн. наук, проф. Э. А. Меерович

## ПРОФЕССОР Ю. Г. ТОЛСТОВ

(К 60-летию со дня рождения)

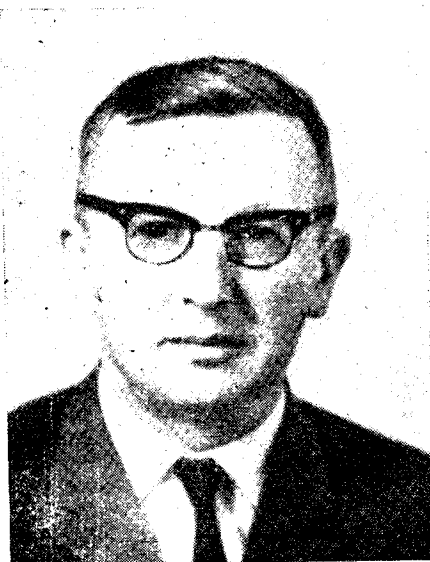
Доктор технических наук, профессор Юрий Георгиевич Толстов известен широким кругам научной и инженерной общественности как выдающийся советский специалист в области электроэнергетики и преобразовательной техники.

Ю. Г. Толстов родился в январе 1913 г. в Ленинграде. В 1935 г. он окончил Новочеркасский индустриальный институт, а в 1940 г. — аспирантуру Московского энергетического института и защитил кандидатскую диссертацию, посвященную передаче электроэнергии на дальние расстояния от асинхронных генераторов.

С 1940 г. Ю. Г. Толстов — старший научный сотрудник Энергетического института им. Г. М. Кржижановского. В это время он занимается проблемами электрического моделирования. Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные в этой области Ю. Г. Толстовым, позволили решить ряд важных практических задач по рациональному размещению нефтяных скважин и явились одними из первых работ, на основе которых в Советском Союзе были разработаны и выпущены серийные электрические интеграторы.

С 1948 г. Ю. Г. Толстов выполняет обязанности заместителя заведующего лабораторией постоянного тока института, руководителем которой был чл.-корр. АН СССР К. А. Круг, а с 1952 г. и по настоящее время является руководителем этой лаборатории, переименованной в 1966 г. в лабораторию преобразовательной техники им. К. А. Круга.

В 1948 г. Ю. Г. Толстов принят в члены КПСС. В 1950 г. он защитил докторскую диссертацию, посвященную



использованию дросселей насыщения в преобразовательных установках. Эта работа, а также монографии, посвященные разработке основ методики аналитического исследования электромагнитных процессов в электрических цепях, содержащих вентили и нелинейные индуктивности, положили начало самостоятельному научному направлению, развитию в дальнейшем как в трудах Ю. Г. Толстова, так и в работах его учеников.

Ю. Г. Толстов является крупным ученым в области преобразовательной

техники. Проведенные им научные исследования нашли широкое признание. На основе этих исследований проектируются и изготавливаются промышленные образцы статических преобразователей мощностью от десятков до нескольких тысяч киловатт.

Большую научную деятельность Ю. Г. Толстов совмещает с педагогической работой. С 1953 г. он заведует кафедрой электротехники в Московском физико-техническом институте. Много внимания он уделяет научно-методической работе в области теоретической электротехники. Им изданы курсы лекций по электротехнике и теории электрических цепей. С начала трудовой деятельности и по настоящее время им опубликовано более 100 научных работ, в том числе 6 монографий.

Ю. Г. Толстов ведет большую научно-общественную работу. Он является членом экспертной комиссии ВАК по электротехнике, членом научно-технических советов по проблемам полупроводниковой техники и электронно-ионной технологии при Государственном комитете Совета Министров СССР по науке и технике.

Научная, педагогическая и общественная деятельность Ю. Г. Толстова получила высокую оценку. Он награжден высокими правительственными наградами: орденом «Трудового Красного Знамени», орденом «Знак почета» и медалями.

Желаем Юрию Георгиевичу доброго здоровья и дальнейших успехов в его плодотворной научно-педагогической деятельности.

ГРУППА ТОВАРИЩЕЙ

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Л. М. Кузнецова

Сдано в набор 14/II 1973 г.  
Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>8</sub>  
Тираж 9 702 экз.

Подписано к печати 30/III 1973 г.  
Усл. п. л. 12  
Зак. 67

Т-05715  
Уч.-изд. л. 14,23  
Цена 80 коп.

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

## СОДЕРЖАНИЕ

Хачатрян В. С., Суханов О. А. — Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем	1	Ермолин Ю. А. — Теория и электромагнитный расчет гистерезисной муфты с полым ротором	69
Пульер Ю. М., Баранов Л. А., Хохлов Ю. А. — Исследование искажений и погрешностей в работе синусно-косинусных трансформаторов при различных импульсных воздействиях	10	Лейтес Л. В. — Токи в параллельных ветвях обмоток трансформаторов и реакторов	73
Высочанский В. С. — Искажение формы напряжения сети при коммутации тока в мостовых выпрямителях	15	Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Собко Э. И. — Энергетические характеристики синхронных ударных генераторов при активной нагрузке	78
Мерабишвили П. Ф., Случанко Е. И. — Исследование установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях с помощью коммутационных функций	21	<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Федосов А. И. — Автономный инвертор с улучшенными параметрами	27	Зархи М. И., Гурьянов С. И., Мешков В. И., Фейгин С. Г., Филичев О. Н., Блоцкий Н. Н., Ботвинник М. М., Климов Б. П., Шакарян Ю. Г., Зубачек П. В. — Промышленные испытания асинхронизированного синхронного генератора мощностью 50 Мв·а	81
Тодоров Т. С. — Анализ основных схем инверторов в режиме прерывистого тока	30	Ильин О. П., Галкин А. Л. — О выборе оптимального передаточного числа редуктора приводов позиционных механизмов	83
Быджовский Я., Гуса В. — Применение тимистора для управления тиристорными переключателями	36	Ткаченко В. Н. — Ток и потенциал разветвленной рельсовой сети трамвая	85
Ефремов И. С., Лаптева Т. И., Чистяков В. А. — Некоторые методы повышения надежности систем автоматики и защиты тяговых подстанций городского электрического транспорта	39	<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Сандлер А. С., Шукин Г. А. — Об энергетических показателях регулируемого электропривода переменного тока с машиной двойного питания	44	Соловьев А. И. — Синхронный и асинхронный способы пуска двухвального турбоагрегата	87
Чистов В. П. — Оптимальное по быстродействию управление обобщенной системой привода постоянного тока	47	Сирота С. М. — Влияние сечения газоразрядного пространства на распределение анодного напряжения и плотность тока в ионном приборе	89
Пашкевич В. И., Фетисов В. В. — Учет влияния вихревых токов в проводниках обмотки якоря на коммутацию машин постоянного тока	51	Могиленский Л. З., Юриков П. А. — Грозозащита двухцепных линий электропередачи	92
Ланген А. М. — Уравнение поля в роторе гистерезисного двигателя	59	<b>ХРОНИКА</b>	
Суслов В. И. — Эквивалентная схема электромагнитных муфт с магнитопроводящими дисками и ее расчет	63	Профессор Ю. Г. Толстов.	94

## CONTENTS

Diakoptics and the Problem of Determining the Generalized Parameters for Large Power Systems — V. S. Hatchatryan, O. A. Sukhanov	1	The Principles of and Electromagnetic Computations for a Hysteresis Clutch with a Hollow Rotor — U. A. Ermolin	69
A Study of Distortions and Errors in Sine-Cosine Transformer Performance for Different Kinds of Applied Pulses — U. M. Pulier, L. A. Baranov, U. A. Hohklov	10	Currents in the Parallel Branches of Transformer and Reactor Windings — L. V. Leites	73
Network Voltage Wave Distortion When Commutating Current in Rectifier Bridges — V. S. Visochanski	15	The Energy Characteristics of Synchronous Surge Generators for kW Loads — G. A. Sipailov, A. V. Loos, E. I. Sobko	78
A Study of the Steady-State and Transients in Three-phase Rectifier Bridges by Means of Commutating Functions — P. F. Merabeshvili, E. I. Sluchanko	21	<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
An Independent Inverter with Improved Characteristics — A. I. Fedosov	27	Commercial Tests on a 50 MVA Asynchronized Synchronous Generator — M. I. Zarkhi, S. I. Gurianov, V. N. Meshkov, S. G. Feigin, O. N. Filichev, N. N. Blot-ski, M. M. Botvinnik, B. P. Klimov, U. G. Shakarian, P. V. Zubachek	81
Analysis of Basic Inverter Circuits for Intermittent Current Duty — T. S. Todorov	30	Selecting the Optimum Transmission Ratio for the Reduction Gear in Positioning Mechanism Drives — O. P. Ilyin, A. L. Galkin	83
Application of a Timistor for Controlling Thyristor Circuits — J. Bidgovski, V. Gusa	36	The Current and Potential in a Branching Rail Network for Trolley Cars — V. N. Tkachenko	85
Some Ways of Improving the Reliability of Protection and Automation Systems for Urban Electrified Transit Substations — I. S. Efremov, T. I. Lapteva, V. A. Chistiakov	39	<b>REPORTS</b>	
On the Energy Characteristics of a Controllable A. C. Drive with a Doubly-fed Motor — A. S. Sandler, G. A. Schukin	44	Synchronous and Asynchronous Starting of Two-Shaft Turbine Units — A. I. Soloviev	87
Optimum Speed Control for a Generalized D. C. Drive System — V. P. Chistov	47	How the Section of the Gaseous Discharge Volume Influences the Distribution of Anode Voltage and Current Density in an Electronic Instrument — S. M. Sirota	89
How Eddy Currents in the Armature Winding Conductors Influence Commutation in D. C. Machines — V. I. Pashkevitch, V. V. Fetisov	51	Lightning Protection of Twin-Circuit Transmission Lines — L. Z. Mogilenski, P. A. Urikov	92
The Equations of the Rotor Field in a Hysteresis Motor — A. M. Langen	59	<b>CHRONICLE</b>	94
An Equivalent Circuit for Electromagnetic Coupling with Magnetic Conducting Discs and Calculation of its Parameters — V. I. Suslov	63		



УДК 621.311.001.1

Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем. Хачатрян В. С., Суханов О. А. — «Электричество», 1973, № 4.

Предлагается метод определения  $Z$  обобщенных параметров больших энергосистем, основанный на методике диакоптики. Заданная большая энергосистема представляется как совокупность радиально связанных подсистем.

Начала устанавливаются указанные параметры для отдельных подсистем, затем на основании разработанной математической модели устанавливаются  $Z$  обобщенные параметры большой энергосистемы как совокупность  $Z$  обобщенных параметров отдельных подсистем. На основании предложенного метода составлен алгоритм для программирования задач на ЦВМ. Программа позволяет, пользуясь только оперативной памятью, установить  $Z$  обобщенные параметры для схем, состоящих из 200 узловых точек. Используя полную возможность ЦВМ, можно построить  $Z$  матрицу для схем, имеющих выше 1000 узлов. Библ. 3.

УДК 621.314.228

Исследование искажений и погрешностей в работе синусно-косинусных трансформаторов при различных импульсных воздействиях. Пульвер Ю. М., Баранов Л. А., Хохлов Ю. А. — «Электричество», 1973, № 4.

Рассматривается работа синусно-косинусных трансформаторов при подаче на вход последовательности импульсов различной формы. Аналитическое исследование основывается на представлении СКТ разомкнутой импульсной системой первого рода. Получены выражения переходного и установившегося процесса на выходе СКТ при подаче на его вход последовательности однополярных и разнополярных прямоугольных импульсов, пилообразных и радиоимпульсов, которые позволяют оценить искажения, вносимые СКТ в прохождение импульсов. При этом вначале рассматривается идеальный СКТ, а потом исследуются дополнительные искажения, обусловливаемые электромагнитной несимметрией. Приведены результаты экспериментальных исследований. Библ. 5.

УДК 621.314.6:014.2

Искажение формы напряжения сети при коммутации тока в мостовых выпрямителях. В. С. Высочанский. — «Электричество», 1973, № 4.

Рассмотрено искажение формы синусоидального напряжения сети при работе управляемого мостового выпрямителя. Установлена зависимость коэффициента гармоник напряжения сети от параметров сети, трансформатора, угла регулирования напряжения и нагрузки. Рассмотрена совместная работа нескольких выпрямителей. Библ. 4.

УДК 621.314.632

Исследование установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях с помощью коммутационных функций. Мерабишвили П. Ф., Случанко Е. И. — «Электричество», 1973, № 4.

Предлагается приближенный аналитический метод исследования установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях для общего вида нагрузки. Метод основан на использовании коммутационных функций в виде рядов Фурье с применением преобразований Лапласа. Библ. 8.

УДК 621.314.572

Автономный инвертор с улучшенными параметрами. Федосов А. И. — «Электричество», 1973, № 4.

Приводится анализ коммутационных процессов инвертора, построенного на базе автономного с ограниченными конденсаторами, обратными диодами и реакторами на входе и инвертора с колебательным LC-контуром коммутации. Получены выражения для определения основных параметров контура коммутации инвертора. Показано, что инвертор обладает незначительным накоплением энергии во входных реакторах и колебательном контуре коммутации, а также имеет невысокие  $di/dt$  на тиристорах, благодаря чему он может быть использован при работе в широком диапазоне частот. Библ. 5.

УДК 621.314.572

Анализ основных схем инверторов в режиме прерывистого тока. Тодоров Т. С. — «Электричество», 1973, № 4.

Исследуются режимы работы последовательно-параллельной схемы инвертора. Предлагаются метод точного анализа различных схем инвертора с помощью ЦВМ, а также приближенный метод на основе гармонического анализа. Библ. 2.

УДК 621.382.233:621.374.5

Применение тиристора для управления тиристорными переключателями. Биджовский Я., Гуса В. — «Электричество», 1973, № 4.

Рассмотрено применение тиристорных в цепях управления тиристорными переключателями, питающими тяговые электродвигатели. Показана структура тиристора, описан его принцип действия, приведены его основные параметры. Описана работа тиристора в цепях управления тиристорами. Приведены экспериментальные результаты изменений, выполненных на опытных образцах. Библ. 2.

УДК 62-83-52

Оптимальное по быстродействию управление обобщенной системой привода постоянного тока. Чистов В. П. — «Электричество», 1973, № 4.

Исследуемая система привода наделена основными свойствами приводов типа «генератор—двигатель» (Г—Д) и «статический преобразователь—двигатель» (УРВ—Д и Т—Д).

Установлено, что процессы оптимального управления обобщенной системой привода мало отличаются от процессов оптимального управления системами Г—Д и УРВ—Д (Т—Д). Основной особенностью является дополнительное переключение управляющего воздействия по цепи возбуждения генератора в конце движения и обязательное переуправление по скорости и пути, если постоянная времени якорной цепи велика. Библ. 6.

УДК 621.313.20

Учет влияния вихревых токов в проводниках обмотки якоря на коммутацию машин постоянного тока. Пашкевич В. И., Фетисов В. В. — «Электричество», 1973, № 4.

В результате аналитического решения дифференциального уравнения вихревых токов в пазу электрической машины предложен общий метод, позволяющий быстро и точно рассчитывать коэффициенты увеличения сопротивления и уменьшения индуктивности отдельных секций и всей обмотки якоря. Для четырех наиболее характерных типов коммутации тока в секции сопоставляются рассчитанные на ЦВМ графические зависимости этих коэффициентов от величины отношения постоянной времени контура вихревых токов ко времени коммутации секции. Библ. 8.

УДК 621.314.21.014.1.001.24

Токи в параллельных ветвях обмоток трансформаторов и реакторов. Лейтес Л. В. — «Электричество», 1973, № 4.

Обобщены вопросы, связанные с распределением тока по параллельным ветвям обмоток трансформаторов и реакторов. Существенно неравномерное распределение тока может привести к заметному увеличению потерь, местным нагревам и даже к аварии трансформатора или реактора. Распределение токов можно рассчитывать на основе системы уравнений индуктивно связанных контуров; иногда упрощенная схема замещения дает простой и наглядный способ оценки токов в сложной задаче; часто удобно разделение реальных токов на основные, распределенные равномерно, и циркулирующие, расчет которых основывается на теореме Тевенена. Библ. 28.

УДК 62-578.3.001.5

Эквивалентная схема электромагнитных муфт с магнитопроводящими дисками и ее расчет. Суслов В. И. — «Электричество», 1973, № 4.

Рассматривается распределение магнитных потоков в многоконтурной магнитной цепи электромагнитных муфт с магнитопроводящими дисками (ЭММД) на основе исследования муфт серии ЭТМ. В результате выявлены пути магнитных потоков утечек и рассеяния и их количественные соотношения. Установлено, что падение рабочего магнитного потока по наружным и внутренним кольцам дисков можно считать линейным в широком диапазоне магнитодвижущей силы. На основе эквивалентной схемы ЭММД выведены расчетные формулы для эквивалентной магнитной проводимости ЭММД и ее рабочего потока с наружного полюса, учитывающие все группы потоков утечек и рассеяния. Дан пример расчета магнитной цепи муфты ЭТМ-102 при заданном рабочем потоке с наружного полюса, иллюстрирующий использование экспериментально полученных значений потоков рассеяния. Библ. 7.

УДК 621.398.693-181.4

Теория и электромагнитный расчет гистерезисной муфты с полым ротором. Ермолин Ю. А. — «Электричество», 1973, № 4.

Проводится расчет магнитного поля в роторном стакане гистерезисной муфты с тонкостенным цилиндрическим ротором. На основании анализа полученных выражений выводятся расчетные формулы, связывающие момент на валу муфты с геометрическими параметрами и магнитными характеристиками материала ротора. Приводится проверочный расчет ЭГМ по полученным выражениям. Библ. 6.

УДК 621.313.39.001.24

Уравнение поля в роторе гистерезисного двигателя. Ланген А. М. — «Электричество», 1973, № 4.

Энергетические показатели гистерезисного двигателя (ГД) определяются пространственным распределением индукции и напряженности поля в роторе. Аналитический расчет распределения поля представляется весьма сложной задачей.

В статье обосновывается допустимость пренебрежения радиальной составляющей гармоник поля и потерями на частных циклах от перемагничивания элементов ротора под действием пульсации н. с. Принятые упрощения позволяют вывести обобщенное уравнение одномерного распределения поля в роторе с учетом действия гармоник н. с. и пререз в пазах статора.

Уравнение решается на ЦВМ. Результаты представлены гармоническими рядами индукции и напряженности поля, из которых можно получить значение электромагнитной мощности и потерь в роторе ГД. Библ. 7.

УДК 621.313.322.0.12.6

Энергетические характеристики синхронных ударных генераторов при активной нагрузке. Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Собоко Э. И. — «Электричество», 1973, № 4.

Приведены универсальные энергетические характеристики, полученные на основе решения полной системы дифференциальных уравнений электрохимического переходного процесса однофазного ударного генератора при питании активной нагрузки. Указаны примеры применения полученных соотношений.

Максимальное значение энергии, которую можно передать от ударного генератора ТИ-200-2 в активную нагрузку за время одного импульсного тока, достигает 54 Мдж, а от ударного генератора предельных габаритов, допускаемых современным уровнем техники для двухполюсных турбогенераторов. — 100÷110 Мдж. Библ. 3.