

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



**1972**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»**

**8**

## Академик Владимир Федорович Миткевич, его труды и прогрессивные идеи (К 100-летию со дня рождения)

Исполнилось 100 лет со дня рождения Владимира Федоровича Миткевича, передового русского советского ученого, который своей активной деятельностью и замечательными трудами внес значительный вклад в развитие науки об электромагнитных явлениях и их практических приложениях.

В. Ф. Миткевич родился 3 августа 1872 г. в Минске. По окончании в 1891 г. Минской гимназии В. Ф. Миткевич поступил на физико-математический факультет Петербургского университета, который окончил с дипломом первой степени в 1895 г. Это был период, когда в учении об электромагнитных явлениях, благодаря трудам М. Фарадея, Э. Х. Ленца, Д. К. Максвелла и ряда других ученых, были достигнуты значительные успехи, но практическое использование этих явлений только начиналось.

В. Ф. Миткевич явился одним из крупных ученых, которые много сделали как для дальнейшего развития науки об электромагнитных явлениях, так и для последующего прогресса в области практической электротехники и электроэнергетики и становления в нашей стране высшего электротехнического образования. Проникновенные научные идеи В. Ф. Миткевича явились предвестниками современных взглядов на физическую сущность явлений природы и легли в основу самых последних попыток проникнуть в сокровенные тайны строения материи. Но прежде чем рассмотреть эти идеи В. Ф. Миткевича, наиболее полно сформулированные в его последних трудах, хочется остановиться сначала на его первом периоде активной научной и научно-организационной деятельности, оставившей неизгладимый след в развитии высшего электротехнического образования и в решении ряда важнейших проблем электротехники в нашей стране.

Сразу же по окончании университета В. Ф. Миткевич начал преподавать электротехнику в Петербургском электротехническом институте (1895—1910 гг.) и одновременно — физику и электротех-

нику в Петербургском горном институте (1896—1905 гг.), а также физику на Петербургских высших женских курсах (1898—1901 гг.) и в Петербургском университете (1901—1902 гг.).

Работа Владимира Федоровича в электротехническом институте оказалась непродолжительной. Весной 1901 г. в связи со студенческими революционными волнениями были уволены из института профессор М. А. Шателен, В. В. Скобелевы и др. В знак протеста В. Ф. Миткевич с группой профессоров и преподавателей покинул электротехнический институт. В 1902 г. он поступил преподавателем электротехники в только что основанный Петербургский политехнический институт, в котором и протекала его плодотворная научная и педагогическая деятельность в течение последующих 37 лет.

В 1906 г. В. Ф. Миткевич защитил в Политехническом институте диссертацию на звание адъюнкта на тему «О вольтовой дуге» и был избран профессором. С 1906 по 1912 г. он также был профессором физики на Петербургских высших женских политехнических курсах, где читал курс «Магнетизм и электричество», изданный в 1912 г. и пользовавшийся исключительной популярностью.

С 1904 г. В. Ф. Миткевич читал лекции на электромеханическом отделении Политехнического института по созданному им оригинальному курсу, изданному в 1910 г. под наименованием «Теория явлений электрических и магнитных», а затем выходившем в 1928, 1932 и 1933 гг. под названием «Физические основы электротехники». В этом курсе В. Ф. Миткевич, излагая учение об электромагнитных явлениях на основе идей Фарадея и Максвелла и широко пользуясь при этом математическими методами, дал образцы глубокого физического анализа процессов в различных электротехнических устройствах и установил тем самым тесную связь между электрофизикой и электротехникой.

Вслед за этим курсом В. Ф. Миткевич начал чтение лекций по второму основному теоретическо-

му курсу электромеханического отделения «Теория переменных токов», в котором он широко использовал новые в то время графические и символические методы расчета цепей переменного тока, чем весьма содействовал их распространению.

Этими двумя курсами, созданными В. Ф. Миткевичем, а также курсом «Основы электротехники», читавшимся в то время в Московском энергетическом институте профессором К. А. Кругом, была заложена основа той научной дисциплины, которая в настоящее время именуется «Теоретические основы электротехники» и является важнейшим звеном в системе высшего электротехнического образования.

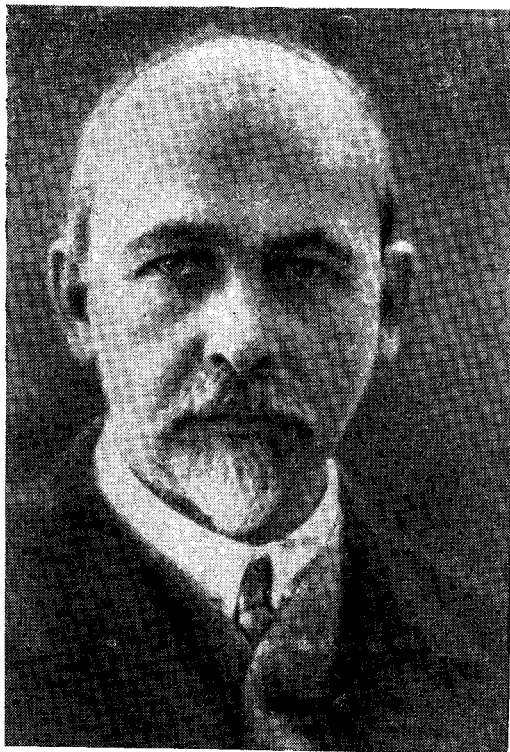
Увлекательные и глубокие по содержанию лекции В. Ф. Миткевича всегда отражали как личные его исследования, так и все последние достижения науки и техники. Они собирали неизменно полную аудиторию студентов и служили для них предметом оживленного обсуждения. На курсах В. Ф. Миткевича воспитаны многие поколения наших инженеров-электриков.

Одновременно с созданием этих теоретических курсов В. Ф. Миткевич организовал первую в России лабораторию переменных токов для учебных занятий со студентами, а также научную лабораторию, в которой экспериментальные исследования выполнялись В. Ф. Миткевичем и его учениками.

Работа В. Ф. Миткевича на посту декана электромеханического отделения (1912—1916 гг.) содействовала укреплению лучших традиций отделения, а исключительно чуткое и заботливое отношение к студентам сделало его одним из наиболее любимых и уважаемых профессоров института.

Более 35 лет В. Ф. Миткевич возглавлял в Ленинградском политехническом институте им. М. И. Калинина кафедру «Теоретические основы электротехники», являясь основателем здесь научной школы по теоретической электротехнике, влияние которой распространилось далеко за пределы института.

Естественно, дисциплина «Теоретические основы электротехники» после В. Ф. Миткевича развивалась в соответствии с быстрым прогрессом в тех областях науки и техники, в которых используются электромагнитные явления — электротехнике, электроэнергетике, электрофизике, радиотехнике и радиофизике, автоматике, вычислительной, измерительной и информационной технике и во многих других. Развиваются методы расчета, анализа и синтеза электрических, электронных и магнитных, линейных и нелинейных цепей с использованием современных вычислительных средств. Развиваются и методы расчета с использованием



этих средств электромагнитных полей в различных электротехнических и электрофизических устройствах. Но традиция, заложенная В. Ф. Миткевичем при создании его курсов, заключающаяся в глубоком сочетании математических методов с анализом физического содержания исследуемых явлений, бережно сохраняется его учениками и последователями.

Многие научные труды В. Ф. Миткевича были тесно связаны с задачами развивающейся электропромышленности и получили отражение в ряде важнейших современных проблем электротехники и электроэнергетики. Упомянем здесь некоторые из них.

В самом начале своей научной деятельности В. Ф. Миткевич публикует статью «К вопросу о зубчатых арматурах» («Электричество», 1898, № 6), в которой он разрешил возник-

ший в европейской электротехнической прессе спор о применении фарадеевой и максвелловой формулировок закона электромагнитной индукции к определению э. д. с. в обмотках электрических машин с гладким и зубчатым якорем. Эта интересная проблема и связанная с ней проблема электродинамических усилий, действующая на проводники, наложенные на гладкий якорь или уложенные в пазах машины, получила затем отражение в курсе «Физические основы электротехники». Известно, что проводники в пазах оказываются разгруженными от больших электродинамических усилий, которые они испытывали бы при гладком якоре, так как теперь усилия перекладываются на зубцы якоря.

Этот вопрос приобретает первостепенное значение в настоящее время при разработке электрических машин со сверхпроводящими обмотками. В таких машинах возможно получение весьма высоких значений магнитной индукции, при которых становится нецелесообразным применение ферромагнитных сердечников вследствие их насыщения. Но, удалив ферромагнитный сердечник, что даст большую выгоду в отношении уменьшения габаритов и массы машины, мы неизбежно вновь окажемся в положении, когда огромные электромагнитные усилия будут непосредственно приложены к стержням обмотки. Таким образом, проблемы, зародившиеся на заре электротехники, вновь возникают уже в других, современных аспектах.

В одной из первых своих работ «Алюминиевый выпрямитель переменного тока и его применение» («Электричество», № 2, 1901), В. Ф. Миткевич уделял внимание как физическим явлениям в самом выпрямителе, так и исследованию режима в электрической цепи с выпрямителем и предложил новые схемы выпрямления тока. Принципиальное значение таких работ очевидно, если принять во

внимание современное развитие преобразовательной техники во многих отраслях народного хозяйства.

Особо следует отметить классические исследования В. Ф. Миткевичем природы электрической дуги, объединенные в его монографии «О вольтовой дуге». В этих работах, защищенных в качестве диссертации на звание адъюнкта и удостоенных в 1907 г. премии им. А. С. Попова, В. Ф. Миткевич исследовал физическую природу давления дуги на анод и определил на основании этого исследования отношение заряда электрона к его массе, установил основную роль испускания электронов катодом в процессе образования и поддержания дуги, исследовал обратную э. д. с. дуги, выяснил роль температуры катода и возможность получения дуги при очень малых э. д. с. с дополнительным подогреванием катода, исследовал несимметрию переменного тока при несимметрии электродов и указал на возможность использования этой несимметрии для выпрямления тока. Опыты по изучению электрической дуги отличаются простотой, изяществом и остроумием. Нет надобности подробно говорить о значении этих классических работ В. Ф. Миткевича, легших в основу последующих многочисленных работ различных авторов во многих областях современной электротехники — в технике высоких напряжений, электроаппаростроении, электротермии, электросварке, освещении и т. д.

Изучая явление короны на проводах высокого напряжения, В. Ф. Миткевич первый предложил применять в линиях высокого напряжения расщепленные провода с целью повышения критического напряжения, при котором появляется корона. Результатом этой работы явилась статья «Явления тихого разряда в высоковольтных воздушных линиях передачи» («Электричество», № 7, 1910). Эта замечательная идея получила использование в современных линиях электропередачи высокого и сверхвысокого напряжения; она приводит не только к снижению потерь на корону, но и обеспечивает повышение устойчивости работы энергетических систем, связанных сверхдальними линиями передачи большой мощности. Применение этой идеи получит еще большее значение при осуществлении генеральной проблемы электроэнергетики — создании Единой электроэнергетической системы Советского Союза.

Таким образом, приведенные примеры свидетельствуют о близости научных интересов В. Ф. Миткевича с животрепещущими проблемами практики.

Теперь можно перейти к серии трудов В. Ф. Миткевича, посвященных глубокому изучению физической природы электромагнитных явлений, которым он посвятил последние тридцать лет (1921—1951 гг.) своей жизни. Высказанные им глубокие идеи только сейчас приобретают исключительное значение в современной физике и ее новейших приложениях, в связи с чем становится ясной научная прозорливость В. Ф. Миткевича, о которой особенно следует сказать, отмечая столетие со дня рождения этого выдающегося советского ученого.

Речь идет о большом количестве статей и выступлений академика В. Ф. Миткевича, посвящен-

ных природе электрического тока, физической сущности магнитного потока, вероятной природе элементарных электрических зарядов, принципиальным взглядам на электромагнитное взаимодействие, основным физическим воззрениям. Эти взгляды и идеи В. Ф. Миткевича оттачивались в страстных дискуссиях и научных спорах, в которых он занимал принципиальные материалистические позиции.

Основные моменты из этих трудов подытожены в большой монографии В. Ф. Миткевича «Магнитный поток и его преобразования» (Изд. АН СССР, 1946). Отстаивая идею о материальности электромагнитного поля, В. Ф. Миткевич выдвигает чрезвычайно важное положение о квантовании магнитного потока. Приведем здесь формулировку самого автора на стр. 36 его книги: «Вообще говоря, электромагнитная концепция физических явлений все более и более укрепляется. Квантовая теория, в конце концов, всегда имеет дело с каким-то электромагнитным комплексом той или иной сложности. Будет уместно отметить, что первое указание на квантование в области электромагнитного характера можно и должно усмотреть не только в соображениях Фарадея об элементарном количестве электричества, проявляющемся при электролизе, но и в его идеях о физически существующих элементах магнитного потока. В настоящее время, когда можно с уверенностью сказать, что наукой о природе окончательно установлено наличие во всех физических реальностях элементарных дискретных составляющих, представляется совершенно неправдоподобной мысль, будто бы такая физическая реальность, как магнитный поток, является чем-то сплошным и не расчленимым на элементарные части. С этой точки зрения фарадеевские «физические силовые линии» магнитного потока, т. е. нитевидные элементарные составляющие магнитного потока, можно назвать *квантами магнитного потока*» (курсив всюду автора монографии, Л. Р. Н.).

В настоящее время идея о квантовании магнитного потока не только утвердилась в физических представлениях, но и дала ряд весьма плодотворных результатов при истолковании новых явлений. Экспериментальные исследования показали, что величина кванта магнитного потока имеет порядок  $2 \cdot 10^{-7} \text{ гс} \cdot \text{см}^2 = 2 \cdot 10^{-15} \text{ вб}$ .

В. Ф. Миткевич идет дальше в своих научных рассуждениях, он высказывает предположение о внутренней структуре, о характере того движения материи, которое представляет собой элементарную трубку магнитного потока.

Ссылаясь на идеи В. Томсона (Кельвина) и Д. К. Максвелла и на труды Гельмгольца о вихревых движениях в идеальной жидкости, В. Ф. Миткевич высказывает предположение, что такая трубка магнитного потока является элементарной вихревой нитью. Он отмечает, что согласно теории Гельмгольца вихревые нити в неограниченной среде должны быть замкнутыми, в идеальной жидкости такие вихревые кольца не уничтожимы. В. Ф. Миткевич, в частности, на примере дымовых колец, подробно рассматривает преобразования вихревых колец, их разделение и объединение без



нарушения непрерывности и показывает полную аналогию этих преобразований преобразованиям линий магнитного потока, происходящим в особых точках магнитного поля.

Замечательно, что идея о вихревой природе нитей магнитного потока оказалась чрезвычайно плодотворной при разработке современной теории сверхпроводников второй группы (А. А. Абрикосов, ЖЭТФ, т. 32, вып. 6, 1957). Явление сверхпроводимости, открытое в 1911 г., в последние десятилетия привлекло к себе исключительно большое внимание физиков, теоретиков и экспериментаторов и уже получило широкое использование в различных технических устройствах и установках для физического эксперимента. В большой электроэнергетике использование явления сверхпроводимости рассматривается как одно из перспективных направлений решения крупных проблем недалекого будущего, проблем создания сверхмощных электрических машин, линий электропередач, накопителей электромагнитной энергии — основных элементов единой электроэнергетической системы. В своей монографии «Магнитный поток и его преобразования» В. Ф. Миткевич большое внимание уделил сверхпроводимости, подчеркнув необходимость при изучении этого явления учитывать роль потока самоиндукции, окружающего сверхпроводник, наряду с рассмотрением процессов в самом сверхпроводнике.

Далеко идущей идеей является высказанная В. Ф. Миткевичем гипотеза о вихревой структуре элементарных электрических зарядов. На стр. 33 упомянутой монографии он пишет: «... есть полное основание признать, что гипотеза В. Томсона о вихревой природе предельно малых частиц вещества сохраняет очень серьезное значение и в настоящее время, если только вместо атома иметь в виду элементарные составляющие атома (электроны, протоны и т. д.). В зависимости от массы и иных свойств этих составляющих атома они, в полном согласии с общими идеями В. Томсона, могут быть мыслимы в форме каких-то вихревых образований в эфире, начиная от элементарного вихревого кольца соответственно малых размеров до более или менее сложного комплекса или, так сказать, сплетения вихревых колец в эфире. Итак, идеи В. Томсона о строении предельно малых частиц вещества ни в коем случае не могут быть просто отброшены и преданы забвению. Эти чрезвычайно глубокие идеи, по-видимому, тающие в себе зерно истины, должны быть учтены при дальнейшей разработке проблемы о природе вещества (см. § 59—61 главы VI)».

Параграф 59 монографии имеет наименование «Пределы преобразований магнитного потока в проводнике. Гипотеза вихревого электрода». Здесь автор выдвигает предположение, что магнитные звенья потока самоиндукции, окружающие проводник с током, обладающий конечной проводимостью, несущие энергию электрического тока, проникают в проводник, сокращаясь до магнитных кольцевых вихревых образований элементарных размеров. Он далее пишет: «Во всяком случае несомненно, что движение элементарного магнитного вихря должно восприниматься как движение

чрезвычайно малого электрического заряда. Вместе с тем вероятно, что здесь мы имеем дело именно с зарядом электрона». Это рассмотрение автор резюмирует словами: «Итак, рассматривая вопрос о преобразовании магнитного потока внутри проводника, мы пришли к представлению о вихревой природе электронов. Имея в виду такое понимание структуры электронов, мы и будем пользоваться термином «вихревой электрон».

В заключение параграфа В. Ф. Миткевич констатирует весьма важное положение, что «... здесь мы встречаемся ... с попыткой вскрытия внутреннего единства элементарного магнитного потока и элементарного электрического заряда. В этом смысле делается некоторый шаг вперед в связи с общим прогрессом науки о веществе и в то же время синтезируются основные идеи Фарадея, Кельвина, Гельмгольца и Максвелла, имеющие или могущие иметь отношение к проблеме природы электромагнитных явлений».

Книга В. Ф. Миткевича вышла в свет в 1946 г. Прошло 25 лет и в 1971 г. в журнале «Physical Review» (Р. V. 3, № 2, 12 January 1971) публикуется обширная статья Герберта Джела «Отношение квантования потока к квантованию заряда и постоянная электромагнитной связи». В этой статье выдвигается концепция замкнутой квантованной петли магнитного потока («элементарной петли»), ведущая к теории заряженного лептона (мюона или электрона). Рассматривается вероятность расщепления форм таких петель и показывается, что вращение совокупностей таких петель образует электрическое поле, эквивалентное полю электрического заряда, положительного при совпадении магнитного момента со спином и отрицательного, когда они имеют противоположные направления. Выдвигается представление о кварках, как о связанных квантованных потоковых магнитных петлях. Указывается, что при этом разрабатывается модельный подход к решению проблем структуры и законов сохранения в физике частиц. Автор этой статьи указывает, что такая эвристическая модель должна предшествовать более абстрактной версии теории квантованного потока частиц. Но и В. Ф. Миткевич, развивая в § 60 «Общие соображения по вопросу о вихревой природе элементарных электрических зарядов обоих знаков» пишет: «Дело в том, что содержание настоящего отнюдь не должно быть понимаемо в смысле каких-либо категорических утверждений» и что «все содержащее этого параграфа необходимо рассматривать лишь в качестве некоторой попытки наметить одно из мыслимых решений проблемы строения элементарных электрических зарядов как отрицательных, так и положительных».

В этом параграфе В. Ф. Миткевич высказывает ряд интересных мыслей: о возможности устойчивого состояния спаренных вихревых колец о том, что «гипотеза вихревого электрона открывает перспективы в отношении вскрытия сущности внутриатомных квантовых условий», и что «Весьма правдоподобно, что развиваемая точка зрения может лечь в основу объяснения явлений дифракции материальных лучей».

Итак, весьма примечательно, что самые послед-

ние идеи о вероятной природе строения вещества, изложенные, например, в упомянутой статье Герберта Джела, были в своей основе высказаны впервые нашим советским ученым Владимиром Федоровичем Миткевичем, хотя в статье Джела, в которой дается весьма обширный перечень относящейся к теме литературы, нет указания на труды В. Ф. Миткевича.

В заключение отметим весьма удачный термин «электромагнетон» для рассматриваемого элементарного образования, предложенный академиком АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяном в статье «О принципах теоретической электромеханики» (Доклады Академии наук Армянской ССР, LI, 1970, 1), в которой он ссылается на монографию В. Ф. Миткевича. Этот термин вполне соответствует заключительным словам В. Ф. Миткевича в § 60 его монографии: «С точки зрения рассмотренной гипотезы, электрический заряд и магнитный поток не являются какими-то самодовлеющими физическими реальностями, которые могут быть противопоставлены по существу. Они объединяются идеей о вихревом движении и различаются лишь как две формы восприятия одного и того же физического процесса. Вскрывается, таким образом, их внутреннее единство».

Научные заслуги В. Ф. Миткевича получили после Великой Октябрьской революции широкое признание. В 1927 г. В. Ф. Миткевич был избран членом-корреспондентом, а в 1929 г. — действительным членом Академии наук СССР и в том же году удостоен премии им. В. И. Ленина. В 1939 г. ему было присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники. В 1943 г. за совокупность своих

многолетних научных работ он был удостоен Государственной премии. В 1933 г. Владимир Федорович был награжден орденом Красной Звезды, а в 1945 г. — орденом Красного Знамени. В августе 1947 г. В. Ф. Миткевич был награжден орденом Ленина за многолетнюю плодотворную научную и педагогическую деятельность в области электротехники и в связи с 75-летием со дня рождения.

В. Ф. Миткевич всегда сочетал свою научную работу с активной научно-организационной и общественной деятельностью. С 1935 г. он руководил группой технической физики отделения технических наук Академии наук СССР, участвовал в работах комиссий Академии наук по проводниковым и магнитным материалам, единицам измерений, акустике и службе времени, принимал деятельное участие в работах Института истории науки и техники Академии наук, возглавлял в отделении технических наук АН СССР секцию по разработке научных проблем электросвязи и взял на себя руководство секцией теоретической электротехники и магнитной лабораторией Энергетического института им. Г. М. Кржижановского АН СССР. В 1943 г. В. Ф. Миткевич занял пост директора Центральной лаборатории приборостроения Академии наук СССР.

Владимир Федорович в течение многих лет состоял членом редакционной коллегии журнала «Электричество». В этом журнале помещено много его статей, докладов и заметок.

В. Ф. Миткевич ушел из жизни в 1951 г. на 79-м году жизни. Вся его жизнь и деятельность являет собой замечательный пример служения Родине и советской науке.

*Академик Л. Р. Нейман*



# Электромагнитное поле цилиндрической катушки, экранированной плоским проводящим слоем

Г. Л. ГАНИЧЕВ и Г. Н. ЦИЦИКЯН

Ленинград

Анализ магнитного поля цилиндрической катушки с учетом конечной проводимости материала экрана осуществляется при следующих предположениях.

Поле квазистационарно и характеризуется симметрией вращения. Плоскости основания катушки с числом витков  $\omega$  параллельны немагнитному плоскому экрану (рис. 1). Реальную обмотку заменим цилиндрическим слоем, представляющим совокупность элементарных витков с током  $\frac{i\omega}{2s} dz'$ , где  $-(a+s) \leq z' \leq -(a-s)$ .

Предполагается, что обмотка состоит из большого числа витков. Поэтому близость экрана не вызывает сколько-нибудь заметного перераспределения тока в витках. Поверхностная плотность тока в цилиндрическом слое считается заданной и неизменной. Экран имеет большую протяженность в радиальных направлениях; края удалены и не нарушают симметрии вращения. Если экран имеет форму диска, то радиус его превосходит радиус обмотки не менее, чем в 3 раза, что позволяет при анализе не считаться с влиянием края.

При формулировке граничных условий введем в рассмотрение поверхностный слой и поверхностную плотность вихревых токов. Иначе говоря, вихревые токи считаются равномерно распределенными по  $z$  в весьма тонком слое. Реально это допустимо для экранов с малой толщиной стенки и для низкой частоты. Хотя указанная постановка приводит к ограничению общности, но, во-первых, дает возможность сравнительно просто анализировать практически важный случай низкой частоты, во-вторых, дает правильные решения в случае, когда удельная проводимость материала экрана  $\gamma \rightarrow \infty$ .

Анализ будем вести с помощью векторного магнитного потенциала. Векторный потенциал элемен-

тарного витка с током  $\frac{i\omega}{2s} dz'$  определяется выражением:

$$d\vec{A} = d\vec{A}_\theta = \frac{\mu_0 i\omega R dz'}{8\pi s} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{r'} d\theta, \quad (1)$$

где

$$r' = \sqrt{(z-z')^2 + R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \theta}.$$

Выражение (1) целесообразно представить в виде [Л.1]:

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0 i\omega R dz'}{4s} \int_0^\infty e^{-|z-z'|\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda. \quad (2)$$

Интегрируя по  $z'$  от  $-(a+s)$  до  $-(a-s)$ , получим векторный потенциал для катушки:

$$\vec{A}_K = \frac{\mu_0 i\omega R}{4s} \int_0^\infty \lambda^{-1} e^{-(a+z)\lambda} \operatorname{sh}(s\lambda) J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda, \quad (3)$$

где  $z > -(a-s)$ .

Вследствие симметрии вращения векторный потенциал от наведенных в экране вихревых токов в областях, не занятых этими токами, удовлетворяет уравнению [Л.1]:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}_{в.т}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_{в.т}}{\partial \rho} - \frac{\vec{A}_{в.т}}{\rho^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}_{в.т}}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Векторный потенциал при  $|z| \rightarrow \infty$  и при  $\rho = 0$  равен нулю. Поэтому решение для  $\vec{A}_{в.т}$  соответственно в областях I и II ищется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \vec{C}_\lambda e^{z\lambda} J_1(\rho\lambda) d\lambda; \\ \int_0^\infty \vec{D}_\lambda e^{-z\lambda} J_1(\rho\lambda) d\lambda. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Неизвестные коэффициенты определим из граничных условий. Поверхностный слой вихревых токов считается совмещенным с плоскостью  $z=0$ . Тогда при  $z=0$  имеем:

$$\vec{A}_{в.т}^I = \vec{A}_{в.т}^{II}; \quad (6)$$

$$\vec{B}_\rho^{II} - \vec{B}_\rho^I = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \gamma h \vec{E} = -j\omega \mu_0 \gamma h \vec{A}, \quad (7)$$

где  $\vec{A}$  — результирующий векторный потенциал.

Выражение (6) отражает требование непрерывности векторного потенциала. Выражение (7) получается на основании закона полного тока и соотношения между вихревой компонентой напряженности электрического поля и результирующим векторным потенциалом.

На рис. 1 выделен элемент экрана с указанием направления обхода по контуру, связанного

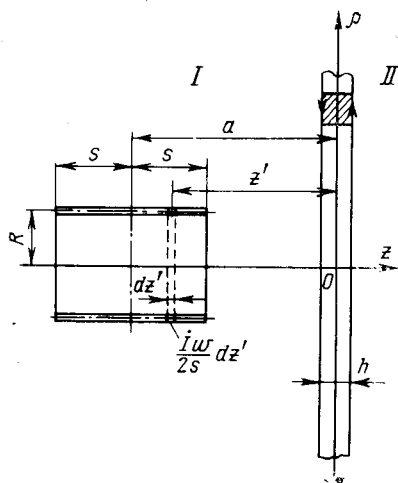


Рис. 1. Катушка с плоским проводящим слоем.  $R$  — средний радиус обмотки;  $2s$  — длина;  $a$  — расстояние от половины длины до плоскости  $z=0$ ;  $h$  — толщина экрана; I — область с катушкой; II — полупространство за экраном.

с условно выбранным положительным направлением вихревых токов правилом правого винта.

Так как  $B_\varphi = -\frac{\partial A}{\partial z}$ , то (7) приводится к виду:

$$\frac{\partial \dot{A}_{\text{в.т}}^I}{\partial z} - \frac{\partial \dot{A}_{\text{в.т}}^{II}}{\partial z} = -j\omega\mu_0\gamma h \dot{A}. \quad (8)$$

Отметим, что касательная составляющая магнитной индукции от поля катушки непрерывна при  $z=0$ . Поэтому в (8) содержатся лишь частные производные векторного потенциала вихревых токов.

Из первого граничного условия (6) вытекает равенство  $\dot{C}_\lambda = \dot{D}_\lambda$ . Если  $\frac{\omega\mu_0\gamma h}{2} = \beta$ , то из (8) получаем:

$$\dot{C}_\lambda = -\frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \frac{j\beta}{\lambda(\lambda + j\beta)} e^{-a\lambda} \text{sh}(s\lambda) J_1(R\lambda) \quad (9)$$

и для  $\dot{A}_{\text{в.т}}^I$ ,  $\dot{A}_{\text{в.т}}^{II}$ ,  $\dot{\sigma}$  находим:

$$\dot{A}_{\text{в.т}}^I = -\frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \times$$

$$\times j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-(a-z)\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda(\lambda + j\beta)} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda; \quad (9)$$

$$\dot{A}_{\text{в.т}}^{II} = -\frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \times$$

$$\times j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-(a+z)\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda(\lambda + j\beta)} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= -\frac{j\omega R}{s} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda + j\beta} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = \\ &= -\frac{j\omega}{s} j\beta R \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{a}{R}\eta} \text{sh}\left(\frac{s}{R}\eta\right)}{\eta + j\beta R} J_1(\eta) J_1\left(\frac{\rho}{R}\eta\right) d\eta = \\ &= -\frac{j\omega}{s} \left[ (\beta R)^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{a}{R}\eta} \text{sh}\left(\frac{s}{R}\eta\right)}{\eta^2 + (\beta R)^2} J_1(\eta) J_1\left(\frac{\rho}{R}\eta\right) d\eta + \right. \\ &\quad \left. + j\beta R \int_0^\infty \frac{\eta e^{-\frac{a}{R}\eta} \text{sh}\left(\frac{s}{R}\eta\right)}{\eta^2 + (\beta R)^2} J_1(\eta) J_1\left(\frac{\rho}{R}\eta\right) d\eta \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\eta = \lambda R$ .

При  $\beta R \rightarrow \infty$  ( $\gamma \rightarrow \infty$ ) имеем:

$$\dot{\sigma} = -\frac{j\omega}{s} \int_0^\infty e^{-\frac{a}{R}\eta} \text{sh}\left(\frac{s}{R}\eta\right) J_1(\eta) J_1\left(\frac{\rho}{R}\eta\right) d\eta. \quad (12)$$

Применив разложение [Л. 2]

$$(\text{ch } \xi - \cos \theta)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m Q_{-\frac{1}{2}+m}(\text{ch } \xi) \cos m\theta, \quad (13)$$

где  $Q_{-\frac{1}{2}+m}(\text{ch } \xi)$  — функция Лежандра второго рода с полуцелым индексом, а  $\varepsilon_m$  — множитель, равный

двум при  $m \neq 0$  и единице при  $m=0$ , выражение (12) получим в виде:

$$\dot{\sigma} = -\frac{j\omega}{2\pi s} \sqrt{\frac{R}{\rho}} \left[ Q_{+\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi_1) - Q_{+\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi_2) \right], \quad (14)$$

здесь

$$\begin{aligned} \text{ch } \xi_1 &= (2Rp)^{-1} [(a-s)^2 + R^2 + \rho^2], \\ \text{ch } \xi_2 &= (2Rp)^{-1} [(a+s)^2 + R^2 + \rho^2]. \end{aligned}$$

Если  $\omega=1$  и  $s \rightarrow 0$ , то из (14) согласно общим правилам раскрытия неопределенности и рекуррентного соотношения  $(1-y^2)Q'_\nu(y) = \nu Q_{\nu-1}(y) - \nu y Q'_\nu(y)$  имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{s \rightarrow 0} &= -\frac{j}{2\pi \sqrt{R\rho}} \times \\ &\times \frac{a}{\rho(\text{ch}^2 \xi - 1)} \left[ Q_{-\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi) - \text{ch } \xi Q_{+\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi) \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где  $\text{ch } \xi = \frac{a^2 + R^2 + \rho^2}{2Rp}$ .

С другой стороны, при  $\gamma \rightarrow \infty$ ,  $\omega=1$  и  $s \rightarrow 0$  плотность  $\dot{\sigma}$  определяется выражением:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= -IR \int_0^\infty \lambda e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = -\frac{j}{R} \int_0^\infty \eta e^{-\frac{a}{R}\eta} \times \\ &\times J_1(\eta) J_1\left(\frac{\rho}{R}\eta\right) d\eta. \end{aligned}$$

Поэтому выполняется равенство:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \lambda e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda &= \frac{1}{2\pi R \sqrt{R\rho}} \times \\ &\times \frac{a}{\rho(\text{ch}^2 \xi - 1)} \left[ Q_{-\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi) - \text{ch } \xi Q_{+\frac{1}{2}}(\text{ch } \xi) \right]. \end{aligned}$$

Функции  $Q_{-\frac{1}{2}+m}(\text{ch } \xi)$  табулированы в [Л. 3].

Перейдем теперь к анализу интегральных электромагнитных характеристик системы. К ним относятся активные и реактивные сопротивления. Под действием экрана эти сопротивления могут претерпеть существенные изменения. Вносимые в цепь катушки активные и реактивные сопротивления, обусловленные действием экрана, обозначим  $\Delta r$  и  $\Delta x$ . Расчет вносимого активного сопротивления одновременно решается задача нахождения общих потерь в экране. Найдем поток от вихревых токов, сцепленный с элементарным витком (рис. 1). На основании (9) для  $d\Psi_{\text{в.т}}$  имеем:

$$\begin{aligned} d\Psi_{\text{в.т}} &= -\frac{\pi\mu_0 I \omega^2 R^2 dz'}{2s^2} \times \\ &\times j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-(a-z')\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda(\lambda + j\beta)} J_1^2(R\lambda) d\lambda. \end{aligned}$$

Полное потокосцепление определяется выражением:

$$\Psi_{\text{в.т}} = -\frac{\pi\mu_0 I \omega^2 R^2}{s^2} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-2a\lambda} \text{sh}^2(s\lambda)}{\lambda^2(\lambda + j\beta)} J_1^2(R\lambda) d\lambda.$$

Тогда для вносимого комплексного сопротивления получаем:

$$\begin{aligned}\Delta z &= \Delta r + j\Delta x = \frac{j\omega\dot{\Psi}_{n,\tau}}{I} = \\ &= \frac{\pi\mu_0\omega^2 R^2\beta}{s^2} \int_0^\infty \frac{e^{-2\alpha\lambda} \operatorname{sh}^2(s\lambda)}{\lambda^2(\lambda + j\beta)} J_1^2(R\lambda) d\lambda = \\ &= \frac{\pi\mu_0\omega^2 R^2\beta}{s^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{2}{R}\eta} \operatorname{sh}^2\left(\frac{s}{R}\eta\right)}{\eta^2(\eta + j\beta R)} J_1^2(\eta) d\eta. \quad (16)\end{aligned}$$

При  $\omega = 1$  и  $s \rightarrow 0$  находим:

$$\Delta z (\omega = 1, s \rightarrow 0) = \pi\mu_0\omega R\beta R \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{2a}{R}\eta}}{\eta + j\beta R} J_1^2(\eta) d\eta. \quad (17)$$

При  $\gamma \rightarrow \infty$  интеграл в (16) сведется к интегралам вида [Л. 4]:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty e^{-\nu t} t^{-2} J_1^2(t) dt &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [(p^2 + 2 - \\ &- 2 \cos \varphi)^{1/2} - p] (1 + \cos \varphi) d\varphi, \\ \operatorname{Re} p &> 0,\end{aligned}$$

а выражение (17) оказывается равным:

$$\begin{aligned}\Delta z &= j\Delta x = -j\pi\mu_0\omega R \int_0^\infty e^{-\frac{2a}{R}\eta} J_1^2(\eta) d\eta = \\ &= -j\pi\mu_0\omega R Q_{+\frac{1}{2}} \left( 2 \frac{a^2}{R^2} + 1 \right). \quad (18)\end{aligned}$$

Выражения (16) и (17) неудобны для практического использования. В известной мере это затруднение преодолевается тем, что и при конечном  $\gamma$  можно указать свободное от квадратуры представление для вносимого комплексного сопротивления. Рассмотрим случай, когда  $\omega = 1$  и  $s \rightarrow 0$ . Воспользуемся рядом для квадрата бesselовой функции  $J_\nu(\eta)$ . При  $\nu = 1$  согласно приводимой в [Л. 5] формуле имеем:

$$J_1^2(\eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{1}{2}\eta\right)^{2(m+1)} \Gamma(2m+3)}{m! \Gamma(m+3) [\Gamma(m+2)]^2}$$

Подставим ряд в (17) и произведем почленное интегрирование при условии:

$$\begin{aligned}\beta R \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{2a}{R}\eta}}{\eta + j\beta R} J_1^2(\eta) d\eta &= \beta R \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{1}{2}\right)^{2(m+1)} \Gamma(2m+3)}{m! \Gamma(m+3) [\Gamma(m+2)]^2} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{2a}{R}\eta}}{\eta + j\beta R} (\eta)^{2(m+1)} d\eta.\end{aligned}$$

Используя табличное преобразование из [Л. 4] для интеграла в правой части этого выражения, получим:

$$\Delta z = -2\pi\mu_0\omega R \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\beta R\right)^{2m+3} (2m+2)!}{m! (m+2)! [(m+1)!]^2} \times$$

$$\times \left[ e^{j2a\beta} E_1(j2a\beta) + \sum_{n=1}^{2m+2} (n-1)! (-j2a\beta)^{-n} \right], \quad (19)$$

где  $E_1(y)$  — интегральная показательная функция от комплексного аргумента ( $-\pi < \arg y < \pi$ ). Сходимость (19) обеспечена при  $R < a$ . Интересно отметить, что  $2m+2$  первых члена асимптотического разложения

$$e^{j2a\beta} E_1(j2a\beta) \approx - \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)! (-j2a\beta)^{-n}$$

полностью компенсируют конечную сумму в (19). Тогда при  $\beta \rightarrow \infty$  на основании (19), с одной стороны, и (17) и (18), с другой, находим:

$$\begin{aligned}Q_{+\frac{1}{2}} \left( 2 \frac{a^2}{R^2} + 1 \right) &= \frac{1}{2} \left( \frac{R}{a} \right)^3 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (m+2)!} \times \\ &\times \left[ \frac{\Gamma(2m+2)}{2^{2m+2} (m+1)!} \right] \left( \frac{R^2}{a^2} \right)^m = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{a} \right)^3 \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left[ \Gamma\left(\frac{3}{2} + m\right) \right]^2}{m! (m+2)!} \left( \frac{R^2}{a^2} \right)^m. \quad (20)\end{aligned}$$

В [Л. 2] приводится следующее представление для функции  $Q_{+\frac{1}{2}}(t)$ , если  $|t-1| > 2$ :

$$\begin{aligned}Q_{+\frac{1}{2}}(t) &= \frac{1}{2} \frac{\left[ \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right]^2}{\Gamma(3)} \left( \frac{2}{t-1} \right)^{\frac{3}{2}} \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[ \left( \frac{3}{2} \right)_m \right]^2}{m! (3)_m} \left( \frac{2}{t-1} \right)^m.\end{aligned}$$

Полагая  $t = 2 \frac{a^2}{R^2} + 1$ , нетрудно установить тождественность указанного представления с выражением (20).

Ряд в (20) — знакпеременный. Знакопеременность ряда в (19) скрыта в форме записи и устанавливается в явном виде при проведении вычислений. Единственное осложнение, возникающее из-за необходимости вычислять специальную функцию, легко устраняется применением таблиц [Л. 6], в которых подробно и с высокой степенью точности табулированы интегральная экспонента и произведения простой экспоненты на интегральную.

Результаты расчета по (19) сравнивались с экспериментальными данными. Были сняты распределения напряженности электрического поля и напряжений вдоль концентрических дуг окружностей в меридиональной плоскости на поверхности экрана. Толщина экрана  $10^{-3}$  м, частота 400 Гц, удельная проводимость материала  $\gamma = 1,57 \cdot 10^7$  1/ом·м. Строились кривые распределения активной мощности (потерь) и по ним определялись вносимые активные сопротивления. При  $R/a = 0,742$  и  $2a\beta = 5$  экспериментально получено  $\Delta r = 4,63 \cdot 10^{-6}$  ом, а при  $R/a = 0,62$  и  $2a\beta = 6$  —  $\Delta r = 2,75 \cdot 10^{-6}$  ом. Соответствующие расчетные данные —  $\Delta r = 4,57 \cdot 10^{-6}$  ом по

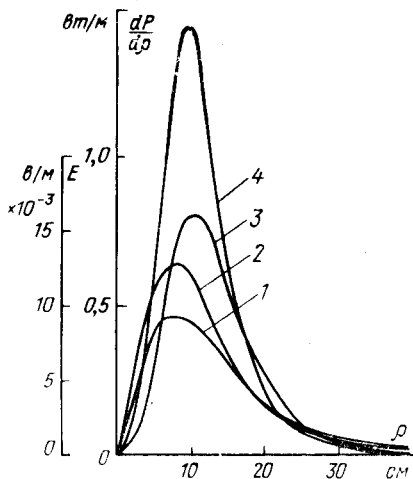


Рис. 2. Кривые распределения напряженности электрического поля и производной активной мощности по  $\rho$  в меридиональной плоскости.

первым четырем членам ряда в (19) и  $\Delta r = 2,91 \cdot 10^{-6}$  ом по первым трем членам. Для ясности следует еще добавить, что ограничение четным или нечетным числом членов ряда в (19) приводит соответственно к недостатку или к избытку результата вычислений.

На рис. 2 в функции  $\rho$  показаны зависимости напряженности электрического поля и производной  $dP/d\rho$  при  $R/a = 0,742$  и  $2a\beta = 5$  (кривые 1 и 3). Кривая 2 строилась для случая  $\gamma \rightarrow \infty$ , а кривая 4 — для  $dP/d\rho$  с помощью распределения (2), но с подстановкой реального значения удельной проводимости материала экрана ( $\gamma = 1,57 \times 10^7$  1/ом·м). Такой прием часто применяется на практике с целью получения ориентировочных расчетных данных. Тогда  $\Delta r = 6,6 \cdot 10^{-6}$  ом, и разница весьма существенная.

До сих пор мы не затрагивали вопроса об эффективности экранирования. Для оценки экранирующего эффекта запишем прежде всего результирующий векторный потенциал в области II:

$$\begin{aligned} A^{II} &= A_K + A_{\text{в.т}}^{II} = \frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{e^{-(a+z)\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda + j\beta} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda. \end{aligned}$$

Магнитная индукция на оси катушки в области II определяется выражением:

$$\begin{aligned} B &= \dot{B}_z = \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A^{II})}{\partial \rho} \right] = \\ &= \frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \int_0^\infty \frac{\lambda e^{-(a+z)\lambda} \text{sh}(s\lambda)}{\lambda + j\beta} J_1(R\lambda) d\lambda. \end{aligned}$$

Ряд для функции  $J_1(R\lambda)$  имеет вид:

$$J_1(R\lambda) = \frac{R\lambda}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+1)!} \left( \frac{R\lambda}{2} \right)^{2m}.$$

Представим  $\text{sh}(s\lambda)$  в форме экспонент и произведем почленное интегрирование:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I \omega R}{2s} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+1)!} \left( \frac{R}{2} \right)^{2m+1} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{\lambda^{2m+2}}{\lambda + j\beta} e^{-(a+z)\lambda} \text{sh}(s\lambda) d\lambda = \frac{\mu_0 I \omega}{2s} \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left( \frac{j\beta R}{2} \right)^{2m+2}}{m!(m+1)!} \left\{ e^{j\beta(a-s+z)} E_1[j\beta(a-s+z)] + \right. \\ &+ z) - e^{j\beta(a+s+z)} E_1[j\beta(a+s+z)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{2m+2} (n-1)! [-j\beta(a-s+z)]^{-n} - \\ &- \sum_{n=1}^{2m+2} (n-1)! [-j\beta(a+s+z)]^{-n} \left. \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

Сходимость ряда в (21) обеспечена при  $\frac{R}{a+z-s} < 1$ .

При  $\omega = 1$  и  $s \rightarrow 0$  находим:

$$\begin{aligned} B &= -\frac{2\mu_0 I}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left( \frac{j\beta R}{2} \right)^{2m+3}}{m!(m+1)!} \times \\ &\times \left\{ e^{j\beta(a+z)} E_1[j\beta(a+z)] + \sum_{n=1}^{2m+3} (n-1)! [-j\beta(a+z)]^{-n} \right\}. \end{aligned}$$

Полученные для области II выражения не зависят порознь от  $a$  и  $z$ , что приводит к интересным выводам. Действительно, фиксируя в области II какую-либо точку, можно утверждать, что при перемещении экрана магнитная индукция в ней останется без изменения. Для эффективности экрана несущественно, располагаем ли мы проводящий слой в непосредственной близости от защищаемого объекта или в непосредственной близости от основания катушки. Дальше следует, что э. д. с. в произвольном контуре в области II не зависит от перемещения экрана; значит, остается неизменным коэффициент взаимной индукции катушки и контура.

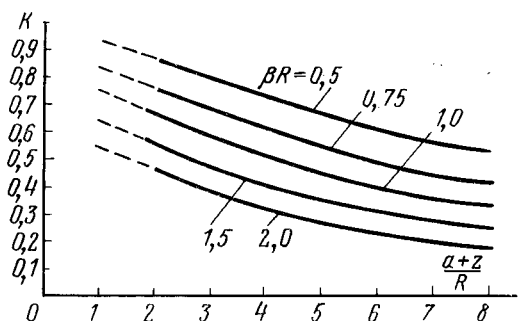


Рис. 3. Безразмерные кривые для соотношений магнитной индукции с экраном и без экрана.

# Топологический метод деревьев для преобразования матричных уравнений линейных объектов

Доктор техн. наук, проф. А. С. ШАТАЛОВ

Москва

Матричный метод широко применяется при анализе линейных объектов, когда их описание сводится к системе линейных уравнений со многими неизвестными. Под объектами могут пониматься: автоматические системы и их элементы, электрические цепи и другие устройства. Основной формой уравнений объекта будем считать следующую:

$$a_{k,1}y_1 + \dots + a_{k,k-1}y_{k-1} + a_{k,k}y_k + \dots + a_{k,n}y_n = b_kx, \quad (1)$$

где  $k=1, 2, \dots, n$ .

Предлагается раскрытие определителя системы (1) начинать с вычисления его диагонального члена  $D$  — ствола, а остальные члены выражать через дополнения к стволу ( $L$ ,  $\Gamma$ ), умноженные на  $D$ . Для тех объектов, которые имеют неполную связь всех уравнений по всем переменным и в матрице коэффициентов системы (1) ненулевые коэффициенты, группирующиеся вблизи главной диагонали, дополнения к стволу лучше обозначим чем миноры, особенно при высоком порядке системы уравнений. Целью данной статьи является развитие этой идеи в топологической форме [Л. 1—16], названной методом деревьев, и показ его тесной связи со структурным методом и методом графов при расчете функций передачи линейных объектов.

**Принцип «причина — следствие».** Обязательным условием для всех уравнений системы (1) выдвигается наличие ненулевых диагональных коэффициентов, т. е.

$$a_{k,k} \neq 0, \quad (2)$$

что следует учитывать при нумерации уравнений и неизвестных.

Желательным для группирования коэффициентов матрицы около диагонали является условие:

$$a_{k,k-1} \neq 0, \quad (3)$$

при выполнении которого неизвестная при диагональном коэффициенте  $(k-1)$ -го уравнения  $y_{k-1}$ ,

рассматриваемая как причина, вводится с коэффициентом (3) в смежное  $k$ -е уравнение для определения  $y_k$  — следствия.

Принцип «причина — следствие» легко реализуется в объектах с однонаправленными звеньями, где каждое последующее звено возбуждается реакцией предыдущего и поэтому нумерация уравнений и неизвестных совпадает с нумерацией звеньев.

В пассивных электрических цепях, не обладающих свойством однонаправленности, этот принцип реализуется при чередовании уравнений для токов с уравнениями для напряжений на участках цепи между заданными входом и выходом и в любом замкнутом контуре обхода электрической схемы. Так, для схемы, показанной на рис. 1, если идти от входа к выходу, целесообразно назначить следующие неизвестные:  $I_1$ ,  $U_2$ ,  $I_3$ ,  $U_4$ , считая их поочередно следствиями и причинами, затем для контура  $R_3-R_5-R_4$  ввести неизвестную  $I_5$  и дополнить неизвестной  $I_6$  для параллельной ветви, соединяющей вход с выходом. Благодаря детализации неизвестных, уравнения, устанавливающие связь между ними, упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{C_1 p} I_1 + U_2 &= U_0; \\ -I_1 + \frac{1}{R_3} U_2 + I_3 + 0 + I_5 &= 0; \\ -U_2 + \frac{1}{C_2 p} I_3 + U_4 &= 0; \\ -I_3 + \frac{1}{R_4} U_4 - I_5 - I_6 &= 0; \\ -U_2 + 0 + U_4 + R_5 I_5 &= 0; \\ U_4 + 0 + R_6 I_6 &= U_0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Матрица коэффициентов  $A$  для этой системы уравнений и матрица — столбец ввода входного воздействия  $B$  имеют вид:

Во всем перечисленном можно удостовериться опытным путем. Оценка эффективности экрана производится по соотношению:

$$K = \left| \frac{\dot{B}}{B_k} \right|_{\rho=0}.$$

Для линейного витка показаны на рис. 3 зависимости  $K$  от отношения  $\frac{a+z}{R}$  при нескольких значениях  $\beta R$ . Приближенную экстраполяцию кривых в область, где  $\frac{a+z}{R} \approx 1$ , можно осуществить так, как показано на рис. 3 пунктиром.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бухгольц Г., Расчет электрических и магнитных полей, Изд-во иностр. лит., 1961.
2. Гобсон Е. В., Теория сферических и эллипсоидальных функций, Изд-во иностр. лит., 1952.
3. Таблицы присоединенных функций Лежандра, Изд. ВЦ АН СССР, 1965.
4. Бейтмен Г. и Эрдейи А., Таблицы интегральных преобразований, т. 1, изд-во «Наука», 1969.
5. Ватсон Г., Теория бесселевых функций, Изд-во иностр. литер., 1949.
6. Таблицы интегральной показательной функции в комплексной области, Изд. ВЦ АН СССР, 1965.

[23.3.1972]



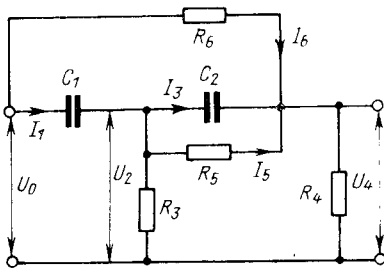


Рис. 1.

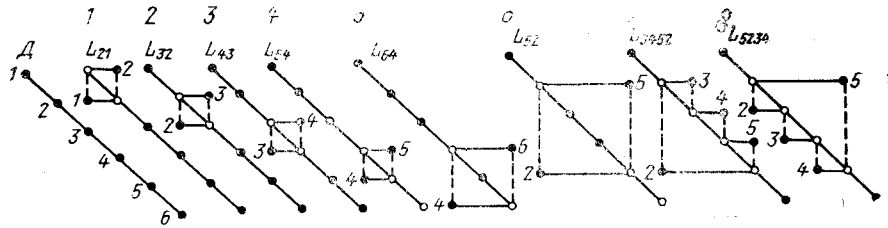


Рис. 2.

$$A = \begin{vmatrix} 1/C_1 p & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1/R_3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1/C_2 p & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1/R_4 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & R_6 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

**Метод деревьев.** Для раскрытия определителя, соответствующего матрице (5), прежде всего найдем его диагональный член:

$$D = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}a_{55}a_{66} = \frac{R_5 R_6}{R_3 R_4 C_1 C_2 p^2}. \quad (6)$$

Остальные члены определителя будем получать из диагонального путем замены диагональных элементов на периферийные для перебора всех возможных и допустимых сочетаний индексов коэффициентов.

Чтобы описать эти сочетания, введем графический образ для каждого члена определителя  $T_q$  в виде дерева, состоящего из ствола  $D$  и группы ветвей  $L_{g-v}$ . Каждая из ветвей  $l_{ih}$ , входящая в группу  $L_{g-v}$ , содержит концевой элемент ветви  $a_{ih}$  и элемент ствола  $a_{ii}$ . Для перехода от диагонального члена  $D$  к члену определителя, содержащему элемент  $a_{ih}$ , первый надо разделить на  $a_{ii}$  и умножить на  $a_{ih}$ . Следовательно, для описания ветви достаточно ввести величину  $l_{ih} = a_{ih}/a_{ii}$ , на которую умножается диагональный член  $D$ .

Поскольку для получения любого нового члена определителя из диагонального необходима одновременная замена не менее двух элементов, то используемые деревья всегда будут иметь число ветвей  $v \geq 2$ , образующих группы вида:

$$L_{1-s}^u = \frac{(a_{13}a_{32}a_{24} \dots a_{h1})(a_{sr}a_{rs})}{a_{11}a_{33}a_{22} \dots a_{hh}a_{ss}a_{rr}} (-1)^{s+u}, \quad (7)$$

где элементы числителя разделены скобками на циклы, характеризующиеся перекрестным чередующимся совпадением индексов у смежных сомножителей. Циклы обрываются (замыкаются) при возникновении повторного перекрестного совпадения индексов у последнего элемента с предыдущим (первым).

В (7) выделено два типовых цикла: с произвольным числом элементов и примером замыкания  $a_{13}$  на  $a_{h1}$  и с минимальным (два) числом элементов, замыкающихся непосредственно  $a_{sr}$  на  $a_{rs}$ .

Число циклов  $u$  совместно с числом ветвей  $v$  определяет знак группы ветвей (7) и связанного

с ним дерева:

$$T_q = D L_{g-v}^u. \quad (8)$$

Приведенное топологическое правило знаков заменяет подсчет инверсий в перестановке вторых индексов элементов произведения (8) при упорядоченном расположении первых индексов. Поскольку диагональные элементы при этом между собой всегда будут упорядочены, они могут быть исключены из подсчета инверсий, который можно проводить по упорядоченному числителю дроби (7).

Суммируя все возможные деревья, получим полное значение определителя:

$$\Delta = \sum_{q=1}^{q=n!} T_q = D \left( 1 - \sum_{(i)} L_{g_i-v_i} + \sum_{(i)} L_{g_i-v_i} L_{h_i-w_i} - \sum_{(i)} L_{g-v} L_{h-w} L_{r-q} + \dots \right). \quad (9a)$$

В правой части формулы (9a) первая сумма содержит так называемую базовую группу ветвей, содержащую всего один цикл. Полагая в (7)  $u=1$ , получим пример записи для базовой группы:

$$L_{1-h} = \frac{a_{13}a_{32}a_{24} \dots a_{h1}}{a_{11}a_{33}a_{22} \dots a_{hh}} (-1)^s. \quad (9b)$$

Все последующие группы ветвей образованы как произведения базовых ветвей с чередованием знака по мере роста числа сомножителей.

Для рассматриваемой матрицы (5) базовая система содержит следующие группы ветвей (рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} L_{21} &= -R_3 C_1 p; \quad L_{32} = -R_3 C_2 p; \quad L_{43} = -R_4 C_2 p; \\ L_{54} &= -R_4/R_5; \quad L_{64} = -R_4/R_6; \quad L_{52} = -R_3/R_5; \\ L_{3-2} &= L_{5-4} = R_3 R_4 C_2 p/R_5. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

По базовой системе в соответствии с (9a) находим значение определителя:

$$\begin{aligned} \Delta &= D \left[ 1 - \sum_{i=1}^8 L_{g_i v_i} + L_{21}(L_{43} + L_{54} + L_{64}) + \right. \\ &\quad \left. + L_{32}(L_{54} + L_{64}) + L_{52}(L_{43} + L_{64}) \right] = D \{ R_3 R_4 C_1 C_2 p^2 + \\ &\quad + [(1 + R_4/R_5 + R_4/R_6) C_1 + (1 + R_4/R_3 + \\ &\quad + R_4/R_6) C_2] R_3 p + (1 + R_5/R_6 + R_3/R_4 + \\ &\quad + R_3/R_6) R_4/R_5 \}. \end{aligned} \quad (11)$$

**Метод матричных контуров.** Если на матрице концы ветвей соединить со стволом (показано на рис. 2 пунктирными вертикальными линиями), то образуются квадратные, ступенчатые или многопетлевые контуры. Чтобы при обходе по контуру



и перемножении элементов в его вершинах получить формулу (7), введем понятие «антидиагональных» элементов

$$\bar{a}_{kk} = -1/a_{kk}, \quad (12)$$

обратных по величине и по знаку диагональным элементам с тем же адресом на матрице. На рисунках антидиагональные элементы обозначены пустыми кружками.

Тогда вместо базовой системы ветвей можно пользоваться базовой системой контуров:

$$L_q^* = a_{ir}\bar{a}_{ii}a_{rs}\bar{a}_{rr} \dots a_{ui}\bar{a}_{uu}, \quad (13)$$

в которой периферийные элементы чередуются с антидиагональными, правило знаков в связи с обозначением (12) учитывается автоматически, и поэтому индексация контуров заменена их порядковым номером (см. 1—8 на рис. 2). Контур (13) входит в (9а) как базовая система, так и в форме произведений. Все построения контуров производятся на матрице, получаемой из (5) при замене диагональных элементов антидиагональными (12) и названной в [Л. 15] «адресной» матрицей. Метод матричных контуров служит просто дополнительным графическим пояснением к методу деревьев, создавая наглядную процедуру распознавания независимости сомножителей.

**Метод прямых путей.** Разновидностью контурного метода на матрице является метод прямых путей. Он может быть использован для раскрытия определителя с нулевым одним из диагональных элементов, но в силу принятого ограничения (2) применим только для замещенного определителя  $\Delta^{(i)}$  ( $i$  — номер замещаемого столбца).

Для рассматриваемой электрической схемы с выходным напряжением  $U_4$  согласно (5) в определителе замещается 4-й столбец коэффициентами  $b_{14} = b_{64} = 1$ ,  $b_{24} = b_{34} = b_{44} = b_{54} = 0$ .

Замещенный определитель имеет новый диагональный член  $\Delta^{(4)}$ , который по условиям замещения может быть равен нулю, поэтому в целях унификации формул, что в дальнейшем приведет к ряду сокращений, будем все члены определителя

по-прежнему выражать через диагональный член  $\Delta$  основного (незамещенного) определителя. Тогда удобно снова применить метод деревьев.

На рис. 3 в первом ряду построена базовая система деревьев, которые непосредственно входят в число членов замещенного определителя  $T_h$ . Во втором ряду приведены «псевдобазовые» деревья, которые не могут быть дополнены стволом, так как в нем отсутствует диагональный элемент  $a_{44}$ , но могут перемножаться с ветвями базовой системы, в которых этот элемент замещен. Поскольку в процессе замещения в основном определителе исключен  $i$ -й столбец, все его базовые контуры, имевшие вершины в этом столбце, исключаются, а остальные контуры с теми же величинами и обозначениями  $L_q$  могут войти в состав псевдобазовых деревьев замещенного определителя, если они не зависят (не имеют общих элементов) от базовых.

Для базовых деревьев, содержащих коэффициенты  $b_{ik}$ , перенесенные при замещении определителя из правых частей уравнений в левые, поменяем знак и в связи с этим введем новое обозначение:

$$\Gamma_{p-q} = -L_{p-q}. \quad (14)$$

Тогда топологическая формула для раскрытия замещенного определителя, рассматриваемая как особый случай выражения (9а), примет вид:

$$\Delta^i = \Delta (\Sigma \Gamma_{r-s} - \Sigma \Gamma_{r-s} L_{i-k} + \Sigma \Gamma_{r-s} L_{i-k} L_{n-w} - \dots). \quad (15)$$

Для рассматриваемого замещенного определителя базовая система ветвей согласно первому ряду на рис. 3 составляет:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{4-2} &= -b_{14}\bar{a}_{11}a_{21}\bar{a}_{22}a_{32}\bar{a}_{33}a_{44} = R_3R_4C_1p/R_5; \\ \Gamma_{4-3} &= -b_{14}\bar{a}_{11}a_{21}\bar{a}_{22}a_{32}\bar{a}_{33}a_{43}\bar{a}_{44} = R_3R_4C_1C_2p^2; \\ \Gamma_{64} &= -b_{64}\bar{a}_{66}a_{46}\bar{a}_{44} = R_4/R_6. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Для второго ряда ветвей из группы (10) выберем независимые от  $\Gamma_{64}$  значения и выражение (15) записываем в виде:

$$\Delta^{(4)} = \Delta [\Gamma_{4-2} + \Gamma_{4-3} + \Gamma_{64} - \Gamma_{64}(L_{21} + L_{32} + L_{52})]. \quad (17)$$

В параметрах схемы это выражение имеет вид:

$$\Delta^{(4)} = \Delta \{ R_3R_4C_1C_2p^2 + [(R_4/R_5 + R_4/R_6)C_1 + R_4/R_3C_2]R_3p + (1 + R_3/R_5)R_4/R_6 \}. \quad (18)$$

Наиболее наглядным графическим образом для базовых групп замещенного определителя будет не замкнутый контур, а разомкнутый, получаемый, как показано на рис. 3, в первом ряду деревьев при проведении пунктирных вертикальных линий к стволу от всех концевых элементов, кроме замещенных. Часть контура, ориентированная от  $b_{ik}$  к  $\bar{a}_{kk}$  и включающая все остальные элементы, называется «прямым путем». Этот термин положен в основу названия метода. Для псевдобазовых деревьев остается прежний графический образ замкнутых контуров, показанных во втором ряду деревьев на том же рисунке.

Все построения прямых путей проводятся на замещенной адресной матрице. Псевдобазовые контуры можно строить как на основной, так и на замещенной адресной матрице [Л. 15].

**Функция передачи.** При задании проводимостей и сопротивлений в операторной форме связь между

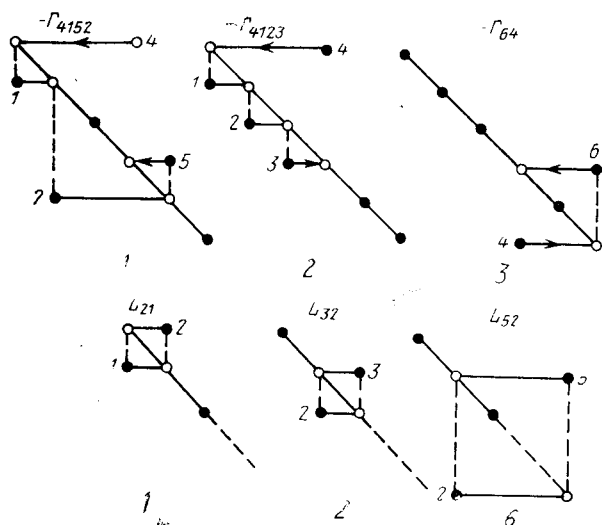


Рис. 3.

входной и выходной величинами в области изображений определяется операторной функцией передачи (ОФП). Задавая входную величину в форме скаляра  $X(p)$  и используя для ввода ее в систему уравнений типа (4) матрицу-столбец (5) для ОФП

$$\Phi_i(p) = \frac{Y_i(p)}{X(p)} = \frac{\Delta^{(i)}(p)}{\Delta(p)} \quad (19)$$

получим следующую форму:

$$\Phi_i(p) = \frac{\Sigma L_i - \Sigma L_i L_k + \Sigma L_i L_k L_r - \dots}{1 - \Sigma L_j + \Sigma L_j L_q - \Sigma L_j L_q L_s + \dots} \quad (20)$$

Для рассматриваемой электрической схемы ОФП, связывающая входное и выходное напряжения, безразмерна и определяется выражением:

$$\Phi_4(p) = \frac{U_4(p)}{U_0(p)} = \frac{\Delta_4(p)}{\Delta(p)} = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \frac{R_4(R_3 + R_5)}{R_5 R_6}; \\ a_0 &= \frac{(R_3 + R_5)(R_4 + R_6) + R_4 R_6}{R_5 R_6}; \\ b_1 &= \frac{R_3 R_4 [R_5(C_1 + C_2) + R_6 C_1]}{R_5 R_6}; \\ a_1 &= \frac{R_3 R_5 (R_4 + R_6)(C_1 + C_2) + R_4 R_6 (R_3 C_1 + R_5 C_2)}{R_5 R_6}; \\ b_2 &= a_2 = R_3 R_4 C_1 C_2. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Для той же схемы ОФП, связывающая входное напряжение с током через емкость  $C_1$ , имеет размерность проводимости (проходная проводимость), т. е.

$$\Phi_1(p) = \frac{I_1(p)}{U_0(p)} = \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad (23)$$

или

$$\Phi_1(p) = \frac{\beta_2 p^2 + \beta_1 p}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (24)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= (1 + R_3/R_5 + R_4/R_5 + R_4/R_6) C_1; \\ \beta_2 &= (R_3 + R_4 + R_3 R_4/R_5) C_1 C_2, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

а коэффициенты  $a_i$  совпадают с приведенными в (22).

Отметим, что при желании определить входную проводимость схемы следовало бы рассчитать аналогичным путем проходную проводимость для тока через сопротивление  $R_6$  и сложить ее с (23). Можно также изменить систему (4), введя в нее дополнительное условие:

$$I_{\text{вх}} = I_1 + I_6 \quad (26)$$

или выражая  $I_{\text{вх}}$  через уже имевшиеся переменные.

Если в контуре, описываемом уравнениями (4), действует несколько независимых напряжений, вводимых в соответствующие участки схемы и уравнения системы (4), то передаточные функции определяются от каждого воздействия  $i$  к каждой неизвестной  $k$  и обозначаются  $\Phi_{ik}(p)$ .

**Структурные схемы и графы.** Функции передачи структурных схем и графов преимущественно рас-

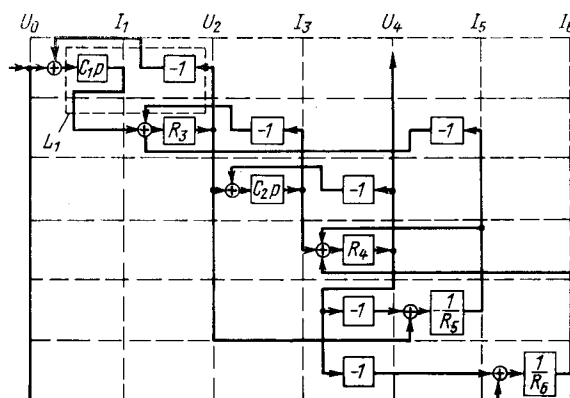


Рис. 4.

считываются контурным топологическим методом, но не все эти расчеты упорядочены в той степени, как это достигнуто выше при построении контуров непосредственно на матрицах. Поэтому поясним условия перехода от структурных схем и графов к соответствующим матрицам.

Приведем каждое уравнение системы (4) к следующей условно разрешенной форме:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= C_1 p \Sigma_1, & \Sigma_1 &= U_0 - U_2; \\ U_2 &= R_3 \Sigma_2, & \Sigma_2 &= I_1 - I_3 - I_5; \\ I_3 &= C_2 p \Sigma_3, & \Sigma_3 &= U_2 - U_4; \\ U_4 &= R_4 \Sigma_4, & \Sigma_4 &= I_3 + I_5 + I_6; \\ I_5 &= \frac{1}{R_5} \Sigma_5, & \Sigma_5 &= U_2 - U_4; \\ I_6 &= \frac{1}{R_6} \Sigma_6, & \Sigma_6 &= U_0 - U_4. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

По (27) на рис. 4 согласно правилам [Л. 14] построена структурная схема, элементы которой совпадают с элементами адресной матрицы по величине и расположению, но противоположны им по знаку из-за специфики условно разрешенной формы уравнений.

Поскольку перемена знаков антидиагональных элементов компенсируется изменением знаков такого же числа периферийных элементов, а для замещенных элементов  $b_{ik}$  изменение знака обусловлено выражением (14), функцию передачи структурной схемы можно определять по (20), подставляя в нее те знаки прямых путей и контуров, которые поставлены на структурной схеме. Точно также выражение (20) при подстановке в нее прямых путей и контуров, получаемых на приведенном ниже графе, дает правильный конечный результат. В этом случае выражение (20) известно как формула Мезона [Л. 11].

Если в (27) условные решения записать в виде многочленов, т. е. раскрыть суммы, то по ним легко строится граф, показанный на рис. 5. Все коэффициенты уравнений (27) записаны на ветвях графа, а функция передачи определяется по той же контурной формуле Мезона (20) [Л. 15]. Для системы уравнений (27) после переноса неизвестных

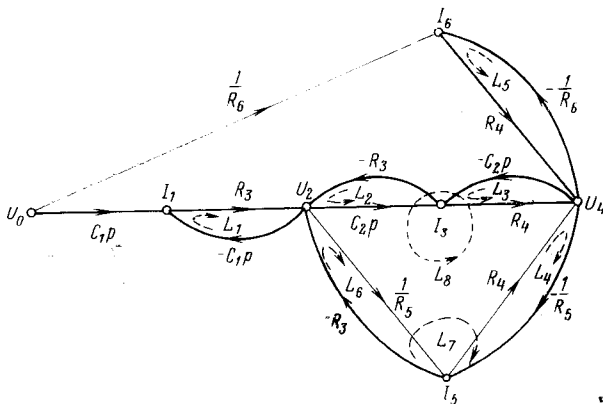


Рис. 5.

в левые части формул можно записать исходную и адресную матрицы в виде:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & C_1p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_3 & 1 & R_3 & 0 & R_3 & 0 \\ 0 & -C_2p & 1 & C_2p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & 1 & -R_4 & -R_4 \\ 0 & -1/R_5 & 0 & 1/R_5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R_6 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (28)$$

$$B = \begin{vmatrix} -1 & C_1p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_3 & -1 & R_3 & 0 & R_3 & 0 \\ 0 & -C_2p & -1 & C_2p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & -1 & -R_4 & -R_4 \\ 0 & -1/R_5 & 0 & 1/R_5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R_6 & 0 & -1 \end{vmatrix}. \quad (29)$$

Благодаря единичным значениям диагональных коэффициентов переход к адресной матрице становится элементарным и все контуры с учетом перемены знаков диагональных коэффициентов можно строить непосредственно на исходной матрице.

Таким образом, возможен перевод направленного графа Мезона к форме матрицы, отражающей уравнения узлов графа, с последующим построением контуров непосредственно на матрице.

Теперь рассмотрим одну из вершин графа на рис. 5, например, узловую точку  $I_6$ , для которой общее уравнение узлов графа

$$y_k = \sum_{i \neq k} a_{ki} y_i + x_i \quad (30)$$

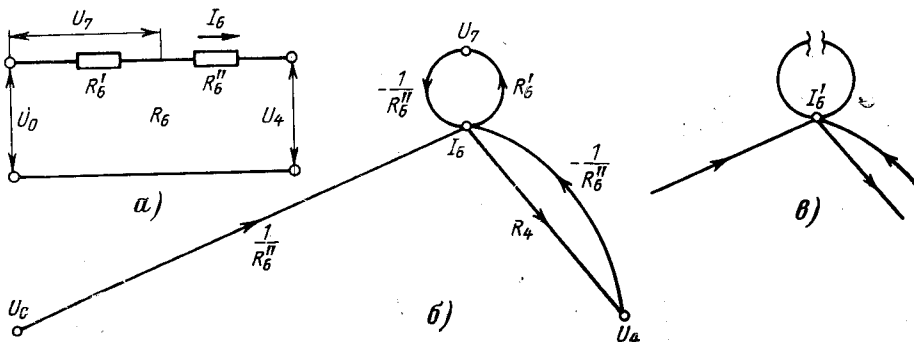


Рис. 6.

имеет вид:

$$I_6 = -\frac{1}{R_6} U_4 + \frac{1}{R_6} U_0. \quad (31)$$

В этих уравнениях формально можно снять ограничение  $i \neq k$  при суммировании, тогда получим:

$$y_k = \sum_{(i)} a_{ki} y_i + x_i. \quad (32a)$$

В конкретной форме (31) такой переход можно увязать с разделением сопротивления  $R_6$  на две части:  $R_6 = R_6' + R_6''$ , как показано на рис. 6. Тогда падение напряжения  $I_6 R_6'$  следует ввести в условно-разрешенную форму для тока  $I_6$ :

$$I_6 = \frac{1}{R_6''} (U_0 - R_6' I_6 - U_4)$$

или

$$I_6 = -\frac{1}{R_6''} U_4 - \frac{R_6'}{R_6''} I_6 + \frac{1}{R_6''} U_0.$$

Согласно этому выражению на рис. 6,б изменены коэффициенты ветвей графа около вершины  $I_6$  и введен дополнительный контур с коэффициентом  $-R_6'/R_6''$ , разделенным на две части:  $R_6'$  и  $-1/R_6''$ . Это разделение позволяет получить на графе узел:  $U_7 = R_6' I_6$ .

Операции, сделанные на графе, можно «перенести» на адресную матрицу. На рис. 7 показан нижний придиагональный участок адресной матрицы (29), расширенный за счет введения 7-го уравнения:

$$-R_6' I_6 + U_7 = 0$$

и введения новой переменной  $U_7$ :

$$\frac{1}{R_6''} U_4 + I_6 + \frac{1}{R_6''} U = \frac{1}{R_6''} U_0.$$

Новая матрица ранга  $7 \times 7$  имеет только один дополнительный контур  $L_9 = -R_6'/R_6''$ , который войдет во все предыдущие формулы передачи.

Отметим, что короткое замыкание источника  $U_7$  (шунтирование сопротивления  $R_6'$ ) на схеме эквивалентно размыканию контура  $L_9$  на графе, показанному на рис. 6,в. Если теперь новый ток в узле обозначить  $I_6'$ , то его отношение к фактическому току  $I_6$  может быть определено снова по (20), в которой прямой путь начинается и заканчивается в одной и той же ячейке матрицы «66» и поэтому

	$U_4$	$I_5$	$I_6$	$U_7$
$i=4$	-1	$R_4$	$R_4$	
$i=5$	$-1/R_5$	-1		
$i=6$	$1/R_6''$		-1	$1/R_6''$
$i=7$			$-R_6'$	-1

Рис. 7.

единичный, и в преобразовании участвует только один контур, что дает:

$$\frac{I'_6}{I''_6} = \frac{1}{1 - L_9} = \frac{1}{1 + R'_6/R''_6} = \frac{R''_6}{R_6}. \quad (32)$$

Коэффициент передачи (32) может быть внесен в каждую из подходящих к вершине ветвей, тогда контур  $L_9$  погашается и граф принимает первоначальный вид (рис. 5).

Таким образом, для графов Мезона с петлями в вершинах переход к контурам на матрице связан с введением дополнительных узлов на петлях и повышением ранга матрицы. Менее удобны для переноса контуров на матрицу нуль-графы и графы Коатса, используемые в [Л. 12].

**Вывод.** Упорядоченная запись уравнений линейных систем по принципу «причина — следствие», естественная для однонаправленных звеньев систем автоматического управления, а для электрических цепей связанная с чередованием уравнений для токов и напряжений, позволяет раскрытие определителей проводить методом преобразования диагонального члена.

Метод деревьев и контурный метод, применяемые непосредственно на матрицах, организуют целенаправленный перебор всех возможных комбинаций коэффициентов, входящих в члены определителя, связывая их с диагональным членом.

Введенное понятие «адресной» матрицы, требующей замены величин и знаков на обратные только у диагональных элементов основной матрицы, создает основу для матричного отображения структурных схем и графов. Матрица с единичными диагональными элементами (28) переводится в адресную матрицу только изменением знаков в диагональных элементах.

Помимо рассмотренного в статье топологического анализа фазо-опережающего контура, широко применяемого в автоматике, можно привести также пример анализа многозвенной системы автоматического управления, но с малым числом внутренних обратных связей, или электрической цепочки с произвольным числом каскадно включенных

Т-образных фильтров, когда матрица коэффициентов уравнений системы будет иметь заполненными только диагональные и прилегающие к ней ячейки, что создает очевидные преимущества топологических методов расчета перед аналитическими.

С другой стороны, встречаются системы, для которых число деревьев близко к предельному  $n!$  и достоинства топологических методов не столь очевидны, однако простота правила знаков (7) и наглядность топологических построений и в этом случае могут оказаться полезными при конкретных расчетах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абрахамс С. Дж. и Каверли Дж., Анализ электрических цепей методом графов, «Мир», 1967.
2. Атабеков Г. И., Теоретические основы электротехники, изд-во «Энергия», 1966.
3. Бессонов Л. А., Основы теории графов. ВЭИ, 1964.
4. Богатырев О. М., Элементарная методика расчета линейных электрических цепей, «Электричество», 1953, № 4.
5. Богатырев О. М., О расчете цепей с помощью графов, «Электричество», 1969, № 4.
6. Заезный А. М., Основы расчета радиотехнических цепей, изд-во «Связь», 1966.
7. Заде Л. и Дезоер Ч., Теория линейных систем, изд-во «Наука», 1970.
8. Ионкин П. А. и Соколов А. А., Топологический анализ электрических цепей, «Электричество», 1964, № 4.
9. Ионкин П. А. и Соколов А. А., Основы построения и преобразования графов для расчета электрических цепей, «Электричество», 1964, № 5.
10. Ионкин П. А. и Соколов А. А., Общие уравнения для расчета электрических цепей с помощью графов, «Электричество», 1964, № 8.
11. Мезон С. и Циммерман Г., Электронные цепи, сигналы и системы, Изд-во иностр. лит., 1963.
12. Райцин Т. М., Синтез систем автоматического управления методом направленных графов, изд-во «Энергия», 1970.
13. Сучилина А. М., Структурный метод анализа пассивных электрических цепей, «Электричество», 1968, № 7.
14. Шаталов А. С., Структурные методы в теории управления и электроавтоматике, изд-во «Энергия», 1964.
15. Шаталов А. С. и др., Задачник по теории автоматического управления, изд-во «Энергия», 1970.
16. Шатихин Л. Г., О некоторых возможностях исследования сложных систем при использовании топологических свойств элементов матриц, Труды семинара «Сложные системы управления», вып. 1, Изд. АН УССР, 1969.

[18.11.1971]



УДК 621.316.722:621.315

## Поперечное регулирование напряжения в сетях 750—330 кВ

Инженеры В. В. ЕРШЕВИЧ и Л. Ф. КРИВУШКИН

Харьков

В практике проектирования и эксплуатации энергосистем возникает в ряде случаев задача повышения экономичности работы замкнутых сетей разных номинальных напряжений.

В частности, такая задача возникла при проектировании первой в СССР промышленной электропередачи 750 кВ, сооружаемой в настоящее время в объединенной энергосистеме Юга (ОЭС Юга). Эта электропередача, длиной более 1 100 км, являющаяся первым элементом и основой для создания

в будущем разветвленной сети 750 кВ в ОЭС Юга, объединит между собой наиболее крупные энергосистемы ОЭС Юга и будет состоять из трех участников: подстанция Донбасская — подстанция Днепровская; Днепровская — Винницкая; Винницкая — Западно-Украинская.

Длительное время после ввода электропередачи будет работать параллельно с сетью 330 кВ. Основные генерирующие мощности ОЭС Юга в этот период будут присоединены на напряжении 330 кВ, что

существенно ухудшает распределение перетоков мощности между электропередачей и сетью 330 кВ. Уменьшить неблагоприятное влияние неоднородности сети можно одним из следующих способов: секционированием сети более низкого напряжения;

продольно-емкостной компенсацией;  
применением поперечного регулирования напряжения.

В условиях ОЭС Юга секционирование линий 330 кВ, параллельных передаче 750 кВ, при наличии одной цепи 750 кВ практически неприемлемо. Применение продольно-емкостной компенсации передачи 750 кВ при небольшой длине участков передачи, резко неравномерном характере режимов их работы и наличии развитых шунтирующих связей 330 кВ оказывается неэффективным. Например, при компенсации на 40% реактанса участка передачи 750 кВ между подстанциями Донбасская и Днепровская (для чего необходима установка батареи конденсаторов мощностью порядка 800 Мвар и стоимостью 6—7 млн. руб.) поток мощности по линии увеличивается лишь на 10—15%, т. е. всего на 200—300 Мвт (при нагрузке линии 750 кВ, равной 1,5—2,0 Гвт). Поэтому для осуществления принудительного перераспределения потоков мощности между передачей 750 кВ и работающей параллельно с ней сетью 330 кВ наиболее целесообразным признано применение поперечного регулирования напряжения.

Вопросам поперечного регулирования в практике отечественной энергетики до сих пор уделялось недостаточное внимание. Подтверждением служит тот факт, что электротехническая промышленность не выпускает устройств для поперечного регулирования напряжения. В то же время эффективность поперечного регулирования во многих случаях оказывается столь высокой, что энергосистемы используют для этой цели вольтодобавочные трансформаторы продольного регулирования, включаемые по «косой» схеме [Л. 1].

Основные принципиальные положения расчета режима работы сети при поперечном регулировании напряжения известны давно [Л. 2—4]. Однако для сложно-замкнутой сети, расчеты режимов которой производятся в настоящее время исключительно на ЦВМ, до последнего времени отсутствовали практические методы и программы расчета режима при наличии поперечного регулирования, а также методика расчета достигаемого при этом экономического эффекта.

Важным моментом при анализе экономического эффекта применения поперечного регулирования является необходимость рассмотрения ряда состояний схемы сети энергосистемы и режимов ее работы. Известно, что оптимальное решение по развитию сложной сети нельзя получить, ограничиваясь отысканием оптимума на отдельных этапах развития сети. В то же время на сегодня не существует законченных проработок по методике анализа целесообразности применения поперечного регулирования с учетом динамики развития системы.

Попытки разработки конкретной методики решения указанной задачи описаны в [Л. 5 и 6]. Однако рассматриваемая там методика также анализирует

задачу в статике, т. е. в пределах одного года. Кроме того, эта методика имеет существенные недостатки, практически исключающие ее использование для анализа целесообразности применения поперечного регулирования в сложных сетях. Поэтому анализ экономической эффективности применения поперечного регулирования напряжения в сетях 750—330 кВ был проведен с рядом упрощений.

Для принудительного перераспределения потоков мощности между электропередачей 750 кВ и сетью 330 кВ в целом наиболее эффективна установка устройств поперечного регулирования непосредственно на подстанциях 750 кВ. Целесообразные параметры устанавливаемых на этих подстанциях устройств определялись на основе расчета характерных режимов работы сети ОЭС Юга. (Для этих расчетов была использована разработанная ВНИИЭ программа оптимизации режима работы сетей, позволяющая учитывать и оптимизировать комплексный коэффициент трансформации). По каждому режиму проводилось два оптимизационных расчета: при отсутствии устройств поперечного регулирования и при установке таких устройств на всех подстанциях 750 кВ. Разница значений суммарных потерь активной мощности в этих двух расчетах характеризовала эффект от поперечного регулирования. Результаты расчетов для уровня нагрузок и состояния схемы сети ОЭС Юга, ожидаемых на ближайшую перспективу, приведены в табл. 1. Наибольшее снижение суммарных потерь мощности в сети соответствует режиму максимальных нагрузок и составляет 15,4 Мвт.

Определение годового экономии от снижения потерь энергии при применении поперечного регулирования потребовало специального анализа. Это связано с тем, что в энергосистемах загрузка сети в целом и потери мощности в ней не определяются уровнем нагрузки потребителей в данный момент, а являются сложной функцией режимов электропотребления и работы электростанций [Л. 7]. Изменение величины экономии от снижения потерь при применении поперечного регулирования с переходом от одного режима к другому может иметь еще более сложный характер. Поэтому для оценки этой экономии отмеченные выше сравнительные расчеты были проведены для пяти характерных режимов: максимум, дневное снижение и минимум зимнего

Таблица 1

Наименование режимов		Потери мощности				
		$\Delta P_{\text{с}} (активные), \text{Мвт}$		$\Delta Q_{\text{с}} (реактивные), \text{Мвар}$		Экономия потерь $\Delta \Delta P, \text{Мвт}$
		с компенсации	без компенсации	с компенсации	без компенсации	
Зима	Максимум	338,72	354,21	2 496	2 613	15,4
	Дневное снижение	246,44	255,4	3 244	3 418	11
	Минимум	179,48	191,4	3 495	3 557	12
Лето	Максимум	196,2	202,46	3 532	3 605	6,2
	Минимум	182,96	190,02	3 413	3 535	7

Таблица 2

Наименование подстанций	Зима						Лето			
	Максимум		Снижение		Минимум		Максимум		Минимум	
	$E_{\text{нейтр}}, \text{кВ}$	Угол сдвига фаз $\delta$ , град	$E'_{\text{нейтр}}, \text{кВ}$	Угол сдвига фаз $\delta$ , град	$E_{\text{нейтр}}, \text{кВ}$	Угол сдвига фаз $\delta$ , град	$E_{\text{нейтр}}, \text{кВ}$	Угол сдвига фаз $\delta$ , град	$E'_{\text{нейтр}}, \text{кВ}$	Угол сдвига фаз $\delta$ , град
Донбасская	+63	10°30'	+46	8°	+36	6°	22°	3°40'	—18	—3
Днепровская	—15	—2°30'	—40	—7°	—49	—8°20'	—29	—5°	—58	—10
Винницкая	+5	—1°	+14	2°30'	+2	0°	+13	2°20'	+28	5
Западно-Украинская	—60	—10°	—13	—2°20'	+13	2°20'	—42	—7°20'	+10	2

Примечание. Знак (+) перед э. д. с. соответствует направлению потока уравнительной мощности, создаваемого э. д. с., с шины 330 кВ на шины 750 кВ автотрансформатора.

дня, максимум и минимум летнего дня. Результаты расчетов показывают, что для рассмотренной схемы в трех основных режимах — максимум и дневное снижение зимнего дня и минимум летнего дня — характер изменения экономии потерь оказался аналогичным характеру зависимости  $\Delta p = f\left(\frac{P_i}{P_{\text{max}}}\right)^2$ , заложенной в определение известных соотношений между  $\tau$  и  $T_{\text{max}}$ .

Остальные два режима — минимум зимнего дня и максимум летнего дня — оказали на годовой график экономии от снижения потерь при применении поперечного регулирования противоположное влияние. На основании анализа представляется возможным считать, что в конкретном рассмотренном случае плотности годового графика экономии потерь от применения поперечного регулирования и зависимости  $\Delta P = f\left(\frac{P_i}{P_{\text{max}}}\right)^2$  примерно одинаковы и расчетное число часов для оценки годовой экономии от уменьшения потерь может быть принято в соответствии с кривой  $\tau = f(T_{\text{max}})^*$ .

Расчет нескольких режимов оказался необходимым и для выбора целесообразности мест установки устройств поперечного регулирования. Так, например, при расчете только одного режима — режима максимальных нагрузок — может быть сделан вывод о нецелесообразности установки устройств поперечного регулирования на подстанциях Днепровская и Винницкая. Однако при учете результатов расчетов, полученных для всех остальных режимов, установка таких устройств на указанных подстанциях за счет дополнительного эффекта снижения потерь энергии оказывается в целом безусловно целесообразной.

В табл. 2 по результатам расчетов и с учетом диаграммы фазных напряжений автотрансформаторов 750/330 кВ даны оптимальные для различных режимов значения поперечных э. д. с., установленных в нейтраль автотрансформаторов (см. ниже), а также соответствующие этим величинам э. д. с. значения угла сдвига фаз между напряжениями сторон 750 и 330 кВ автотрансформаторов.

Из табл. 2 видно, что максимальные значения оптимальных поперечных э. д. с. на всех подстан-

циях не превышают 60—70 кВ (фазное значение) в нейтрали автотрансформаторов, что соответствует углу сдвига фаз 10—12°.

Поперечное регулирование на автотрансформаторах 750/330 кВ будет осуществляться с помощью специального стоящего отдельно трансформатора с присоединением его в рассечку между выведенной нейтралью автотрансформатора и встроенной регулировочной обмоткой продольного регулирования (см. рисунок). Возбуждение этого трансформатора будет производиться от выводов обмотки низшего напряжения автотрансформатора. Поворот вектора напряжения регулировочной обмотки на 90° по отношению к фазе напряжения автотрансформатора создается схемой соединения обмоток регулировочного трансформатора и перекрещиванием фаз его регулировочной обмотки (см. диаграмму напряжений на рисунке).

Включение поперечной э. д. с. в нейтраль повышает напряжение на конце общей обмотки автотрансформатора, в связи с чем предельно возможная величина этой э. д. с. ограничена (с учетом наличия в нейтрали встроенного продольного регулирования), но составляет несколько более требуемых 70 кВ.

Исходя из этого, значение 70 кВ (фазное напряжение) и было принято за основу при разработке трансформаторов поперечного регулирования. Такие

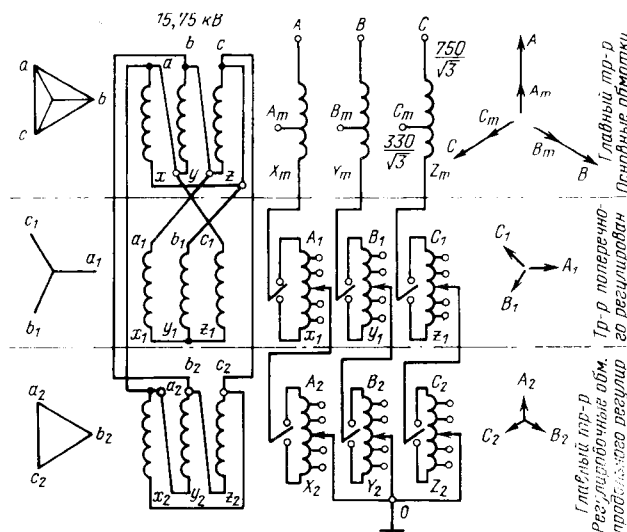


Схема включения трансформатора поперечного регулирования.

\* Для рассматриваемых условий  $T_{\text{max}} = 6000$  ч, следовательно,  $\tau = 4000$  ч и годовая экономия потерь составит около 60 Гвт·ч.

трансформаторы будут представлять собой специальные аппараты, класс напряжения которых равен 150 кВ и проходная мощность около 200 МВА. Поперечное регулирование напряжения автотрансформаторов 750/330 кВ в указанных пределах позволит принудительно перераспределить между электропередачами 750 кВ и сетью 330 кВ переток активной мощности на величину порядка 400 МВт.

Указанное выше значение ожидаемой экономии от уменьшения потерь энергии в сети (60 млн. кВт·ч) составляет примерно 0,8 млн. руб., что дает представление об экономической эффективности применения поперечного регулирования. Для достижения указанного эффекта на ближайшую перспективу необходима установка на четырех подстанциях 750 кВ шести трансформаторов поперечного регулирования (по числу установленных автотрансформаторов 750/330 кВ).

Затраты на установку этих трансформаторов, определенные с учетом новизны их разработки составляют не более 2,0 млн. руб. Таким образом, установка устройств поперечного регулирования окупается примерно за 2—3 года.

Годовой экономический эффект применения поперечного регулирования на электропередаче 750 кВ и ОЭС Юга, определенный на основе приведенных выше расчетов и с учетом возможной стоимости необходимых устройств регулирования, к концу рассматриваемого периода составит около 500 тыс. руб.

Значительный экономический эффект от использования поперечного регулирования будет характерен для достаточно длительного периода времени. Так, согласно аналогичным расчетам авторов для уровня 1977—1978 гг. величина снижения потерь мощности в режиме максимальных нагрузок составит около 24 МВт. В более отдаленной перспективе развитие сети 750 кВ и присоединение новых крупных генерирующих мощностей на напряжение 750 кВ может привести к относительному снижению возможной экономии потерь энергии.

Однако помимо эффекта снижения потерь энергии необходимо учитывать и другие моменты, сопутствующие применению поперечного регулирования.

В частности, перераспределение потоков мощности в сторону большей загрузки линии 750 кВ и снижения нагрузки по межсистемным линиям 330 кВ приводит к некоторому улучшению условий устойчивости параллельной работы энергосистемы [Л. 6], а возможность целенаправленного управления перетоками мощности позволяет избегать перегрузки отдельных элементов сети в различных режимах (например, при отключении некоторых линий 330 кВ или автотрансформаторов 750/330 кВ), что в целом ведет к повышению надежности работы сети.

Оптимизационные расчеты по применению поперечного регулирования в сетях ОЭС Юга определили снижение суммарных потерь не только активной, но и реактивной мощности. В общем случае может иметь место и увеличение суммарных потерь реактивной мощности в сети, вызванное перераспределением перетоков, однако при этом нужно учитывать, что увеличение потерь реактивной мощности происходит в линии сверхвысокого напряжения (где, как правило, имеются избытки реактивной мощности, обусловленные зарядной мощностью ли-

нии) при одновременном снижении потерь реактивной мощности в сети более низкого напряжения (что имеет более важное значение с точки зрения повышения уровня напряжения в сети).

Следует отметить также, что вследствие переменного характера режима работы передачи 750 кВ исполнение трансформатора поперечного регулирования должно предусматривать возможность реверса поперечной э. д. с. под нагрузкой. При этом требования к плавности изменения поперечной э. д. с. (к необходимым ступеням изменения ее величины) определяются в основном только конструктивными особенностями исполнения регулировочного устройства, поскольку кривая зависимости потерь активной мощности в сети от величины поперечной э. д. с. вблизи оптимального значения э. д. с. очень полого.

Установка трансформаторов поперечного регулирования на четырех подстанциях электропередачи 750 кВ (т. е. в четырех точках достаточно сложной, имеющей много контуров, сети 330—750 кВ ОЭС Юга) потребует специальной системы управления этими устройствами. Проведенные расчеты показали, что каких-либо простых и надежных критериев для изменения величины поперечной э. д. с. на каждой подстанции в этих условиях получить невозможно. Для определения оптимальных значений поперечных э. д. с. в каждом конкретном режиме необходим предварительный расчет режима всей сети 330—750 кВ ОЭС Юга с оптимизацией его по комплексным коэффициентам трансформации автотрансформаторов 750/330 кВ.

На основании этого определяющим моментом в структуре управления является необходимость централизованного управления устройствами поперечного регулирования всех подстанций 750 кВ, осуществляемого на первом этапе заданием суточного графика изменения величины поперечной э. д. с. на каждой подстанции на основе предварительных оптимизационных расчетов на ЦВМ ряда режимов системы, а в дальнейшем, при развитии в ОЭС Юга системы АСДУ, автоматически. При этом на первом этапе (до внедрения АСДУ) серьезную проблему при управлении устройствами поперечного регулирования будет представлять необходимость контроля перетоков мощности по некоторым сильно нагруженным внутрисистемным линиям 330 кВ, чтобы нагрузка этих линий при изменении поперечных э. д. с. не превысила допустимого значения по условиям нагрева проводов.

**Выводы.** 1. Применение на электропередаче 750 кВ в ОЭС Юга поперечного регулирования напряжения даст значительный экономический эффект от снижения потерь энергии в сети.

2. Для электропередачи 750 кВ оптимальный угол сдвига фаз между напряжениями сторон 750 и 330 кВ автотрансформаторов, обеспечиваемый устройствами поперечного регулирования, составляет 10—12°.

3. Необходимо продолжить разработку вопросов, связанных с применением поперечного регулирования, в направлении уточнения практических методов выбора мест установки и параметров необходимых устройств в сложной развивающейся сети,

# Расчет токов короткого замыкания синхронных генераторов с самовозбуждением, работающих параллельно с системой

Канд. техн. наук Е. В. САВЧЕНКО

Горловка

**Общая характеристика.** Расчет токов короткого замыкания генераторов с самовозбуждением рассматривается в сравнительно многих источниках [Л. 1—4]. Однако в них в основном анализируется работа генератора на короткое замыкание без связи с энергосистемой. Лишь в [Л. 2] кратко характеризуется влияние такой связи при несимметричных коротких замыканиях.

Применяемые сейчас системы самовозбуждения мощных синхронных генераторов и компенсаторов выполнены в соответствии со схемами, показанными на рис. 1. В системе параллельного самовозбуждения (рис. 1, а) напряжение выпрямителя  $B$  определяется только напряжением генератора, так как подается от выпрямительного трансформатора  $BT$ , подключенного к зажимам генератора. В системе смешанного самовозбуждения (рис. 1, б) напряжение выпрямителя зависит от тока генератора. Эта зависимость создается последовательным трансформатором  $ПТ$ , напряжение которого пропорционально току.

В более общем случае (система с последовательным трансформатором) напряжение возбуждения

$$u_f = k_e \frac{u_6}{u_{f6}} \times \sqrt{\left(\frac{u_d}{k_t} + i_q x_m\right)^2 + \left(\frac{u_q}{k_t} - i_d x_m\right)^2} - \Delta U_a, \quad (1)$$

где  $k_e$  — коэффициент выпрямления схемы;  $k_t$  — коэффициент трансформации  $BT$ ;  $x_m$  — реактивность взаимной индукции;  $u, i$  — соответственно индексы проекции напряжения и тока генератора на продольную и поперечную оси;  $\Delta U_a$  — падение напряжения в вентильях;  $u_6, u_{f6}$  — базисные величины.

Это выражение записано в относительных единицах. Следует заметить, что здесь  $k_t$  — это обычный коэффициент трансформации, равный отношению витков. Правомочность его использования в равенстве, записанном в относительных единицах, объясняется следующим. Напряжение генератора

и напряжение вторичной обмотки последовательного трансформатора выражены через одно базисное напряжение ( $u_6$ ), а в систему возбуждения напряжение  $ПТ$  подается непосредственно, в то время как напряжение генератора подается через выпрямительный трансформатор с коэффициентом  $k_t$ .

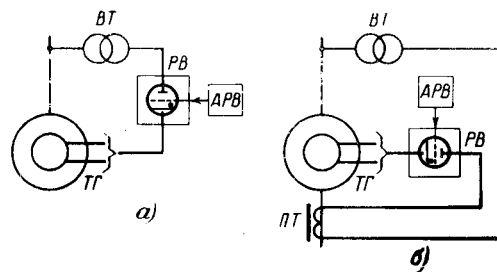


Рис. 1. Системы самовозбуждения мощных синхронных машин.

**Полное уравнение для случая симметричного короткого замыкания в сети.** В качестве основы используем уравнения Парка — Горева

$$\left. \begin{aligned} -u_d &= p\Psi_d + (1+s)\Psi_q; \\ -u_q &= -(1+s)\Psi_d + p\Psi_q; \\ u_f &= p\Psi_f + i_f(r_f + r_{вн}); \\ 0 &= p\Psi_{kd} + i_{kd}r_{kd}; \\ 0 &= p\Psi_{kq} + i_{kq}r_{kq}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $r_{вн}$  — внутреннее сопротивление системы возбуждения.

При записи уравнения учитывалось, что опережающей является ось  $d$  и скольжение положительно в генераторном режиме. Наряду с основными допущениями, применяемыми для идеализированной машины [Л. 5], здесь дополнительно не учитывается активное сопротивление цепи статора.

Значение напряжений  $u_d$  и  $u_q$  определим с учетом влияния энергосистемы, для чего включим в упрощенную схему замещения (рис. 2) ветвь, экви-

а также разработку конкретных способов управления этими устройствами в различных режимах.

## ЛИТЕРАТУРА

- Максименко И. Ф., Поперечно-продольное регулирование потоков мощности, «Электрические станции», 1966, № 11.
- Холмский В. Г., Применение регулируемых трансформаторов в электрических сетях, Госэнергоиздат, 1950.
- Холмский В. Г., Оптимизация потокораспределения в замкнутых электрических сетях с высокой степенью неоднородности, «Электричество», 1965, № 9.
- Мельников Н. А., Расчеты режимов работы сетей электрических систем, Госэнергоиздат, 1960.

5. Мельников Н. А. и Роддатис В. К., К выбору вольтодобавочных трансформаторов для неоднородных замкнутых электрических сетей, Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1965, № 3.

6. Роддатис В. К., Повышение экономичности работы неоднородных замкнутых электрических сетей средствами регулирования напряжения, сб. «Регулирование напряжения в электрических сетях», изд-во «Энергия», 1968.

7. Горазеева Т. Ф. и Ершевич В. В., Подсчет годовых потерь энергии в сетях энергосистем, «Электричество», 1966, № 9.

[25.1.1972]



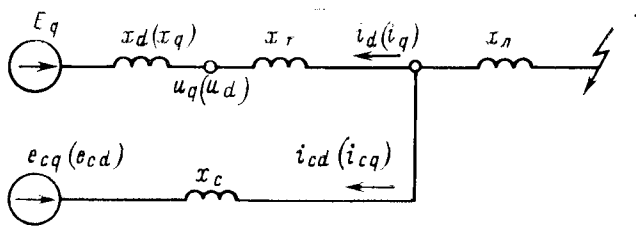


Рис. 2. Упрощенная схема замещения.

валентирующую энергосистему. Рассматриваемая схема замещения содержит ветвь генератора с э. д. с.  $E_q$ , реактивностями генератора  $x_d(x_q)$ , реактивностью повышающего трансформатора  $x_r$ , ветвь энергосистемы с ее э. д. с.  $E_c$  и реактивностью связи с шинами станции  $x_c$ , ветвь короткого замыкания с реактивностью участка линии  $x_n$  между шинами станции и точкой короткого замыкания.

Так как здесь величины записаны в относительных единицах, то

$$x_a = \frac{nx_{л.н.}}{z_6}; \quad x_c = \frac{nx_{с.н.}}{z_6},$$

где  $x_{л.н.}$ ,  $x_{с.н.}$  — значения  $x_{л.н.}$  и  $x_{с.н.}$  в именованных единицах;  $z_6$  — базисное сопротивление, равное полному сопротивлению номинальной нагрузки генератора;  $n$  — число блоков генератор — трансформатор, работающих на общие шины.

В реальных условиях электростанция связана с несколькими точками энергосистемы, и тогда ветвь сети на рис. 2 должна эквивалентировать все связи. Это возможно, если при данном коротком замыкании не возникает дополнительный взаимный сдвиг между э. д. с. генераторов системы, т. е. если замыкание значительно удалено от этих генераторов.

В соответствии со схемой замещения

$$\left. \begin{aligned} u_d &= p i_d x_{в.э} + i_q (1+s) x_{в.э} + e_{cdэ}; \\ u_q &= -i_d (1+s) x_{в.э} + p i_q x_{в.э} + e_{cqэ}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $x_{в.э} = x_r + \frac{x_{л.н.} x_{с.н.}}{x_{л.н.} + x_{с.н.}}$ ;

$$e_{cdэ} = e_{cd} \frac{x_{л.н.}}{x_{с.н.} + x_{л.н.}}; \quad e_{cqэ} = e_{cq} \frac{x_{л.н.}}{x_{с.н.} + x_{л.н.}}.$$

Если в (2) подставить значения  $u_d$  и  $u_q$  из равенств (3), а также выразить потокосцепления через токи и реактивности, то после преобразований получим:

$$\begin{bmatrix} (x_d + x_{в.э}) p & (x_q + x_{в.э}) (1+s) & x_{ad} p & x_{ad} p & x_{aq} \\ -(x_d + x_{в.э}) (1+s) & (x_q + x_{в.э}) p & -x_{ad} & -x_{ad} & x_{aq} p \\ x_{ad} p & 0 & x_f p + r_f + r_{вн} & x_{ad} p & 0 \\ x_{ad} p & 0 & x_{ad} p & x_{kd} p + r_{kd} & 0 \\ 0 & x_{aq} p & 0 & 0 & x_{kq} p + r_{kq} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e_{cdэ} \\ -e_{cqэ} \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Для получения значения  $u_f$ , стоящего в правой части уравнения (4), подставим значения  $u_d$  и  $u_q$  из (3) в равенство (1), тогда после преобразований имеем:

$$u_f = \sqrt{i^2 r_e^2 (1+s)^2 - 2(i_d e_{cq} - i_q e_{cd})(1+s) r_e k_c + e_c^2 k_c^2 + p^2 i^2 r_e^2 + p(i_d e_{cd} + i_q e_{cq}) 2 r_e k_c - \Delta U_a}. \quad (5)$$

Здесь и в третьем равенстве системы (2)

$$r_e = \frac{2}{3} \left( \frac{x_{в.э}}{k_r} + x_m \right) \frac{i_{f6}}{i_6} k_c;$$

$$k_c = \frac{2}{3} \frac{x_{л.н.}}{k_r (x_c + x_{л.н.})} \frac{i_{f6}}{i_6} k_c;$$

$$r_f + r_{вн} = \frac{2}{3} \frac{(R_f + R_{вн})}{u_{6i_6}} i_{f6}^2;$$

$$\Delta U_a = \frac{2}{3} \frac{\Delta U_{a.н.}}{u_{6i_6}} i_{f6},$$

где  $u_6$ ,  $i_6$ ,  $i_{f6}$  — базисные значения соответствующих величин;  $\Delta U_{a.н.}$ ,  $R_f$ ,  $R_{вн}$  — значения величин  $\Delta U_a$ ,  $r_f$ ,  $r_{вн}$  в именованных единицах.

Принимая, что преобразователь работает на прямолинейном участке внешней характеристики, получим:

$$R_{вн} = k_x x_a + k_r r_a,$$

где  $x_a$  и  $r_a$  — реактивное и активное сопротивления анодной цепи;  $k_x$  и  $k_r$  — коэффициенты.

Для схем «две обратные звезды с уравнительным реактором» и трехфазной мостовой, которые широко распространены в системах самовозбуждения, найдем:

$$k_e = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}; \quad k_x = \frac{3}{4\pi}; \quad k_r \approx 0,5;$$

$$k_e = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}; \quad k_x = \frac{3}{\pi}; \quad k_r \approx 2.$$

**Методы решения уравнения.** Уравнение (4) обладает рядом особенностей по сравнению с соответствующим уравнением, приведенным в работах [Л. 2 и 3]:

во-первых, это наличие в первой и второй строках правой части вместо нулей членов  $e_{cdэ}$  и  $e_{cqэ}$ ; во-вторых, вместо внешних реактивностей  $x_{в.э}$  записаны эквивалентные реактивности  $x_{в.э}$ ;

в-третьих, выражение для  $u_f$  содержит составляющие, зависящие от э. д. с. сети;

в-четвертых, выражение для  $u_f$  содержит составляющие, зависящие от скорости изменения тока, порожденные трансформаторными составляющими напряжения и тока генератора.

Дополнительной особенностью уравнения (4) является то, что в нем предусмотрен учет изменения скольжения, не вызывающий затруднений, но не учтены сопротивления цепи статора, так как это

в данном случае требует значительного усложнения уравнения.

Первая и третья особенности делают уравнение неоднородным, поэтому оно имеет ненулевое частное решение, т. е. получаются ненулевые установившиеся токи и напряжения.

Итак, уравнение (4) является нелинейным и неоднородным, поэтому не имеет точного аналитического решения и достаточно полно может быть решено с помощью ЦВМ. Однако для выявления характера влияния энергосистемы и системы самовозбуждения на протекание процесса короткого замыкания желательно получить упрощенные методы расчета, которые также могут быть использованы и для приближенных расчетов.

Если пренебречь трансформаторной составляющей в выражении для  $i_f$ , то соответствующее уравнению (4) однородное уравнение будет идентично уравнению<sup>1</sup>, рассмотренному в работах [Л. 2 и 3], и поэтому может быть решено методами, изложенными в этих работах и учитывающими поэтапное упрощение уравнения. В частности, рассмотрим наиболее простое решение, получающееся в случае пренебрежения демпферными контурами в обеих осях. Как известно [Л. 2 и 3], при таком допущении решением является выражение для экспоненциально изменяющегося тока с декрементом затухания

$$p = - \frac{r_f + r_{вн} - r_e \frac{x_{ad}}{x_d + x_{в.э}}}{x_f} \cdot \frac{x_d + x_{в.э}}{x'_d + x_{в.э}}. \quad (6)$$

Для дальнейшего приближенного учета продольного демпферного контура предложено полученный декремент умножать на определенный коэффициент. Погрешность такого метода зависит от соотношения постоянных времени обмотки возбуждения и демпферного контура.

Ниже предложен способ, лишенный этого недостатка и являющийся более простым. Известно, что для генераторов без демпферной системы наиболее удобной является система относительных единиц Парка. В этой системе за базисный ток обмотки ротора принимается ток  $i_{fП}$ , который по прямолинейной характеристике холостого хода соответствует номинальному напряжению статора. В таких единицах для установившегося режима можно записать:

$$i_f = k_{вн} u - \Delta U_a,$$

где

$$k_{вн} = \frac{k_e u_0}{k_t i_{fП} (R_f + R_{вн})}. \quad (7)$$

Если от декремента затухания перейти к постоянной времени, то преобразование выражения (6) с учетом (7) дает значение постоянной времени затухания переходного тока:

$$T'_{дв} = T'_{до} \frac{R_f}{R_f + R_{вн}} \cdot \frac{x'_d + x_{в.э}}{x_d + x_{в.э} - k_{вн} (x_{в.э} + k_t x_m)}. \quad (8)$$

В полученном виде это равенство является результатом не только преобразования равенства (4), но и дополнительной замены, получившейся в результате преобразования постоянной времени  $T_{fd}$

на постоянную времени  $T'_{до}$ , где  $T_{fd}$  — постоянная времени обмотки возбуждения при разомкнутых демпферных контурах и обмотке статора, а  $T'_{до}$  — то же, но при замкнутых контурах.

Эта замена постоянных времени и позволяет простым методом учитывать влияние демпферных контуров. Так как соотношение постоянных времени обмотки возбуждения и демпферного контура отражено в значении  $T'_{до}$ , то точность выражения (8) незначительно зависит от этого соотношения. Дополнительная простота этого равенства заключается в том, что величины, в него входящие, либо являются паспортными, как  $I'_{до}$ ,  $x_d$ ,  $x'_d$ ,  $k_t$ ,  $x_m$ , либо достаточно просто определяются. Так, например, величины  $R_f$ ,  $R_{вн}$ ,  $k_{вн}$  определить проще, чем величины  $r_f$ ,  $r_{вн}$ ,  $r_e$  и  $x_f$  в равенстве (4).

Погрешность предложенного метода невелика и положительна; расчетные значения постоянной времени получаются завышенными, что видно из следующих расчетов для турбогенератора ТГВ-200 с параллельным самовозбуждением при различных  $x_{в.э}$ :

$x_{в.э}$ , отн. ед.	0,11	0,16	0,21	0,26
$\Delta$ , %	7,7	5,5	3,8	2,2

Экспериментальная проверка в опыте внезапного короткого замыкания за повышающим трансформатором подтвердила правильность этих данных.

Установившиеся значения токов можно определить, подставив в уравнение (4)  $p = i_{kd} = i_{kq} = 0$ . Тогда для  $i_{dy}$  и  $i_{qy}$  получим полные квадратные уравнения с громоздкими выражениями для коэффициентов. Установившийся режим короткого замыкания, при котором поперечный ток генератора не равен нулю, возможен при большой удаленности замыкания, когда не нарушается статическая устойчивость генератора, либо при сравнительно близком замыкании, когда действием регулятора скорости турбины ее мощность снижена, и ресинхронизация генератора происходит даже при низком напряжении генератора.

Если генератор полностью разгружен по активной мощности, то

$$i_{qy} = e_{cd} = 0, \quad e_{cq} = e_c$$

и

$$i_{dy} = - \frac{e_c \frac{x_{п}}{x_c + x_{п}} (k_{вн} - 1) - \Delta U_a}{x_d + [x_{в.э} - k_{вн} (x_{в.э} + k_t x_m)]}. \quad (9)$$

Падение напряжения в вентильях  $\Delta U_a$  будет выражено через свое значение в именованных единицах  $\Delta U_{а.и}$  как

$$\Delta U_a = \frac{\Delta U_{а.и}}{i_{fП} (R_f + R_{вн})}.$$

Итак, получены упрощенные выражения для постоянной времени затухания переходного тока и для установившегося тока.

Оценим влияние системы возбуждения на начальные значения токов короткого замыкания, для чего определим насколько увеличиваются значения переходной и сверхпереходной реактивности, если в обычную упрощенную схему замещения (рис. 3)

<sup>1</sup> Допустимость такого пренебрежения показана в [Л. 1].

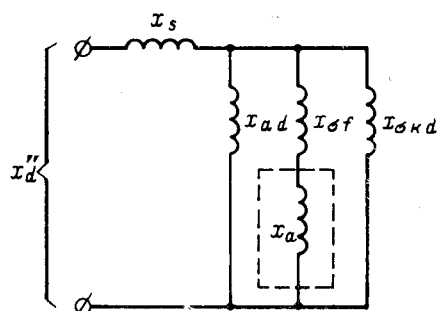


Рис. 3. Упрощенная схема замещения синхронного генератора по продольной оси с учетом параметров системы возбуждения.

ввести реактивность короткого замыкания анодных цепей  $x_a$ . Расчет произведем на примере турбогенератора ТГВ-200 с системой ионного смешанного самовозбуждения. Такая система оказывает максимальное влияние, так как у нее из-за наличия последовательного вольтодобавочного трансформатора повышенное значение  $x_a$ .

До такого турбогенератора  $x_d = 1,845$ ;  $x_{ad} = 1,68$ ;  $x'_d = 0,273$ ;  $x''_d = 0,19$ . По этим данным определим параметры схемы замещения:  $x_s = 0,165$ ;  $x_{sf} = 0,115$ ;  $x_{skd} = 0,032$ . Из [Л. 6] берем полное именованное значение  $X_a$  (с учетом анодных кабелей):  $X_a \approx 0,2$  ом или в относительных единицах статора

$$x_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{i_{\text{п}}^2 x_{ad}^2}{u_{\phi} i_{\phi}} X_a.$$

Приняв для  $u_{\phi}$  и  $i_{\phi}$  амплитудные значения номинальных величин, получим:

$$x_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{640^2 \cdot 1,68^2}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 15750 \cdot \sqrt{2} \cdot 8630} 0,2 \approx 0,001.$$

Включение такого сопротивления последовательно с  $x_{sf}$  увеличивает значение  $x'_d$  на 0,4%, а значение  $x''_d$  — на 0,025%. Эти величины реально будут почти в 2 раза меньшими, так как в расчете не учитывалось распределение тока по параллельным ветвям преобразовательной схемы системы возбуждения.

Поэтому система самовозбуждения практически не влияет на начальные продольные переходный и сверхпереходный токи  $i'_{d0}$  и  $i''_{d0}$ , а значит и на свободную сверхпереходную составляющую  $\Delta i''_{d0}$ .

Начальное значение свободной переходной составляющей

$$\Delta i'_{d0} = i'_{d0} - i_{dy}.$$

Расчет постоянной времени сверхпереходного процесса  $T''_d$  по методам [Л. 2 и 3] показывает, что система самовозбуждения и на эту величину не оказывает практически никакого влияния. Погреш-

ность от пренебрежения этим влиянием гораздо меньше той погрешности, которая создается эквивалентированием реального сверхпереходного процесса мощного турбогенератора одной экспонентой.

**Несимметричные короткие замыкания и условие самовозбуждения.** Как показано в [Л. 2], в системе с последовательным трансформатором соответствующим выбором значения  $x_m$  можно достичь полной симметрии анодных напряжений преобразователя при любых несимметричных коротких замыканиях в сети. Это достигается, если

$$x_m = x_{2r}, \quad (10)$$

где  $x_{2r}$  — реактивность обратной последовательности генератора.

В этих условиях напряжение возбуждения будет определяться только составляющей прямой последовательности тока и напряжения генератора. Это значит, что в данном случае, используя правило Вагнера и Эванса, расчет составляющих прямой последовательности можно произвести как расчет трехфазного короткого замыкания за дополнительным сопротивлением  $x_{\Delta}$ .

В схеме замещения прямой последовательности это сопротивление играет такую же роль как и  $x_{\Delta}$ , поэтому выражения (8) и (9) могут быть применены для несимметричных коротких замыканий, если входящую в них  $x_{\Delta}$  (прямо и в составе величины  $x_{b,5}$ ) заменить на  $x_{\Delta} + x_{\Delta}$ . Таким образом, при связи с системой ненулевой установившийся ток создается и в том случае, если несимметричное короткое замыкание возникает даже непосредственно на шинах станции.

В случае нарушения условия (10) анодное напряжение вентиля становится несимметричным, и тогда, как известно, значение  $u_f$  определится средним арифметическим линейных напряжений  $u_{\text{ср}}$ . Если это среднее напряжение определить методом симметричных составляющих, то можно увидеть (таблица), что при малых значениях отношения напряжения обратной последовательности  $u_2$  к напряжению прямой последовательности  $u_1$  напряжением  $u_2$  можно без большой погрешности пренебречь. Например, для коротких замыканий за блоком турбогенератор 200 Мвт — трансформатор максимальным это отношение будет при двухфазном коротком замыкании и составит примерно 0,5. При коротких замыканиях остальных видов это отношение будет меньше. Оно уменьшается также с удалением места замыкания от шин станции. Таким образом, максимальная погрешность составит примерно 7%.

Если постоянную времени  $T'_{dv}$  для несимметричных замыканий определять с помощью выражения

Погрешность  $\Delta$  определения  $u_{\text{ср}}$  только по напряжению прямой последовательности при различных отношениях  $\frac{u_2}{u_1}$

$\frac{u_2}{u_1}$ , отн. ед.		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\Delta$ , % При коротком замыкании	Однофазном	—0,23	—0,83	—1,8	—3,2	—4,8	—6	—8,4
	Двухфазном и двухфазном на землю	—0,33	—1,06	—2,6	—4,6	—7,1	—10,2	—13,7

(8), то его погрешность и погрешность от пренебрежения величиной  $u_2$  частично компенсируются. Результирующая погрешность в самом неблагоприятном случае не превысит 5%.

Если связи с энергосистемой нет, то условие самовозбуждения при коротком замыкании (при выполнении которого происходит нарастание переходного тока в процессе замыкания) определится из равенства (8):

$$k_B(x_{B.9} + k_T x_M) \geq x_d + x_{B.9}. \quad (11)$$

Если же связь с системой есть, то это условие определяет лишь знак свободной составляющей переходного тока. Возрастание суммарного переходного тока (в котором учтен и установившийся ток) наступит при меньших  $x_{B.9}$ , чем это требуется для выполнения условия (11). В данном случае условие самовозбуждения определится общим выражением

$$i_{dy} \geq i'_{d0}.$$

**Выводы.** 1. Основным результатом влияния энергосистемы являются ненулевые установившиеся токи и напряжения.

2. Начальное значение переходного тока, амплитуду и постоянную времени сверхпереходной составляющей можно определять обычными методами без учета системы возбуждения.

3. Составляющие обратной последовательности тока и напряжения генератора оказывают незначительное влияние на напряжение возбуждения даже для системы параллельного самовозбуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Завалишин Д. А. и Глебов И. А., Внезапное короткое замыкание турбогенератора с самовозбуждением от ионного преобразователя, сб. «Электросила», 1951, № 8.
2. Глебов И. А., Системы возбуждения синхронных генераторов с управляемыми преобразователями, Изд. АН СССР, 1960.
3. Глебов И. А., Исследование переходных процессов мощного турбогенератора с ионным самовозбуждением при трехфазных коротких замыканиях, Сборник работ по вопросам электромеханики, вып. 8, Изд. АН СССР, 1963.
4. Виноградов А. А., О методике расчета режимов мощных синхронных генераторов с ионным самовозбуждением, Труды ВЭИ, вып. 9, Госэнергоиздат, 1959.
5. Вагнов А. И., Основы теории переходных процессов синхронной машины, Госэнергоиздат, 1960.
6. Савченко Е. В., Ионное возбуждение турбогенераторов ТГВ-200, изд-во «Техника», Киев, 1970.

[22.2.1972]



УДК 621.311.42

## Геометрические принципы размещения цеховых подстанций

Доктор техн. наук Г. М. КАЯЛОВ и инж. Г. А. БАЛАБАНЫ

Ростов-на-Дону

Заводская электрическая сеть представляет достаточно сложную систему, рациональное проектирование которой требует учета значительного ряда факторов, различных местных условий и др. Ввиду этого, общетеоретические выводы и положения оказываются здесь обычно справедливыми лишь для некоторых осредненных или идеализированных условий. Тем не менее теоретические результаты дают проектанту необходимую ориентировку в сложной картине имеющихся физических соотношений, а отсюда — надежную основу для разработки варианта, достаточно близкого к оптимальному. Наглядным примером может служить хорошо известное понятие экономической мощности цеховой подстанции [Л. 1]. Оно позволяет выбрать оптимальное число подстанций для цеха, хотя их мощности в оптимальном варианте вовсе не обязательно должны быть равны указанному экономическому значению. Общетеоретические выводы необходимы также для последующего эффективного применения вычислительной техники.

Существенно, что пологий характер изменения целевой функции, т. е. расчетных затрат, в зоне экстремума позволяет, в частности, разделять комплексную проблему на отдельные задачи.

Современные методы, например динамического программирования, обеспечивают также преодоление некоторой трудности перехода в общем случае после выбора нескольких изменяющихся непрерывно параметров к выбору их оптимальных значений по стандартным шкалам.

Исходя из сказанного, в настоящей статье исследовано решение одной из основных задач проекта заводского электроснабжения, а именно — экономически оптимальное размещение данного числа цеховых подстанций (ТП) с заданной суммарной мощностью. Это выполнено на основе изучения экстремальных свойств цеховых сетей; одновременно определены принципы оптимального распределения между ТП нагрузок отдельных участков цеха.

Очевидно, что поставленная задача наиболее интересна при неравномерном распределении нагрузок по площади цеха, при постоянной же их плотности представляется целесообразным также рассмотреть достаточно частый на практике случай вынужденного заданного размещения ТП.

При этом приняты естественные и вполне приемлемые допущения о неизменности расчетных затрат по заводской сети 6—10 кВ, а также по ТП, поскольку их число и суммарная нагрузка заранее определены; в наиболее неблагоприятном случае необходимые уточнения могут быть внесены дополнительно при принятии конкретного проектного решения. В указанных условиях оптимальное размещение ТП будет, очевидно, полностью определяться условием минимальных расчетных затрат по самой цеховой сети.

Полученные в данной статье теоретические выводы в значительной мере основаны на введении понятия мультицентра нагрузок, обобщающего понятие одиночного центра нагрузок на случай не-



При этом значение абсциссы  $\xi_0$  центра нагрузок  $C_0(\xi_0, \eta_0)$  минимизирует первую, а значение ординаты  $\eta_0$  — вторую из сумм  $M_x, M_y$  в правой части (1).

Для  $M_x$  (и аналогично для  $M_y$ ) удобнее написать:

$$M_x = f(\xi) = \xi \left[ \int_0^{\xi} \pi_1(x) dx - \int_{\xi}^A \pi_1(x) dx \right] - \left[ \int_0^{\xi} x \pi_1(x) dx - \int_{\xi}^A x \pi_1(x) dx \right], \quad (2)$$

отсюда с учетом доказанной выше непрерывности функций  $\pi_1(x)$ , условие экстремума  $f'(\xi) = 0$  после упрощений получится в виде:

$$\int_0^{\xi_0} \pi_1(x) dx = \int_{\xi_0}^A \pi_1(x) dx. \quad (3)$$

Очевидный физический смысл этого экстремального условия, не зависящий от характера  $\pi_1(x)$ , выясненный несколько другим путем в [Л. 2], заключается в равенстве значений  $I'_л$  и  $I'_п$  суммарных нагрузок, расположенных «слева», и соответственно «справа» от точки  $C_0$ . Совершенно аналогичное условие равенства суммарных «нижних» и «верхних» от  $C_0$  нагрузок определяет ординату  $\eta_0$  центра нагрузок.

Используя термин медиана, заимствованный из теории вероятностей, условимся далее говорить, что  $\xi_0$  и  $\eta_0$  являются медианами осевых распределений нагрузок, непрерывных либо дискретных.

Минимальное значение  $M_x$  при расположении ТП в центре  $C_0$ :

$$\min M = \min M_x + \min M_y, \quad (4)$$

где

$$\min M_x = - \int_0^{\xi_0} x \pi_1(x) dx + \int_{\xi_0}^A x \pi_1(x) dx. \quad (5)$$

(Для  $\min M_y$  выражение аналогично (5).)

Если в задании прямо указаны сосредоточенные нагрузки  $i_k(x_k, y_k)$ , то выражение (2) примет вид:

$$M_x = \xi \left[ \sum_{k=1}^m i'_k - \sum_{k=m+1}^n i'_k \right] - \left[ \sum_{k=1}^m x_k i'_k - \sum_{k=m+1}^n x_k i'_k \right], \quad (6)$$

где

$$\sum_{k=1}^m i'_k = I'_л; \quad \sum_{k=m+1}^n i'_k = I'_п$$

— суммарные нагрузки, расположенные слева и соответственно справа от точки  $\xi$ , отвечающей размещению ТП, так что

$$x_m < \xi < x_{m+1}. \quad (7)$$

(Для  $M_y$  выражение аналогично (6).)

Далее нетрудно найти, что тождественное (3) условие  $I'_л = I'_п$  для экстремума выражения (6)

приводит к значению

$$\min M_x = - \sum_{k=1}^m x_k i'_k + \sum_{k=m+1}^n x_k i'_k \quad (8)$$

и неизменному при любом  $\xi$  во всем интервале (8). Но для сосредоточенных нагрузок условие  $I'_л = I'_п$  может оказаться неосуществимым, если для некоторого  $m$

$$\sum_{k=1}^{m-1} i'_k < \sum_{k=m}^n i'_k; \quad \sum_{k=1}^m i'_k > \sum_{k=m+1}^n i'_k. \quad (9)$$

В этом случае, очевидно,  $\xi_0 = x_m$ , так как при такой величине  $\xi$  функция (6) переходит от убывания к возрастанию. При этом в силу (9) вместо (8) получаем:

$$\min M_x = - \sum_{k=1}^{m-1} x_k i'_k + \sum_{k=m+1}^n x_k i'_k + \alpha i'_m x_m, \quad (10)$$

где  $0 < \alpha < 1$ . Обычно при приемниках массовых типов можно принять  $\alpha = 0$ , тогда (10) будет отличаться от (8) только выпадением нагрузки  $i'_m(x_m) = i'_m(\xi_0)$ .

**Одиночный центр нагрузок для магистральной сети.** В отличие от радиальной сети для случая магистральных сетей необходимо предварительно установить возможные принципы выбора сечений для них. В качестве наиболее практически важных в настоящей статье приняты следующие два принципа:

1) плотность тока в сечении магистрали приближенно неизменна по ее длине (при переменном сечении);

2) сечение магистрали неизменно по ее длине.

В силу противоречия второго принципа требованию минимизации он применяется лишь при наличии особых условий: двустороннее питание при резервировании, возможность перераспределения нагрузок, выбор сечения по условиям воздействия ТКЗ и др.

Ввиду этого основное значение имеет первый принцип.

Теоретически весьма важно, что если отвлечься от возможного различия конструкций, то при том же значении плотности тока  $j$  согласно первому принципу магистральная сеть получается из радиальной простым объединением отдельных радиусов на общих участках их трассы в один проводник суммарного сечения. Благодаря этому факту первый принцип, как будет видно дальше, придает единство и общность свойствам радиальных и магистральных сетей.

Нетрудно показать, что при любом из принципов для одиночной магистрали длиной  $L$  с линейной плотностью нагрузки  $\lambda(x)$ , абсцисса  $\xi_0$  центра нагрузок является медианой их линейной плотности  $\lambda(x)$ :

$$\int_0^{\xi_0} \lambda(x) dx = \int_{\xi_0}^L \lambda(x) dx, \quad (11)$$

так же, как и для радиальной сети.

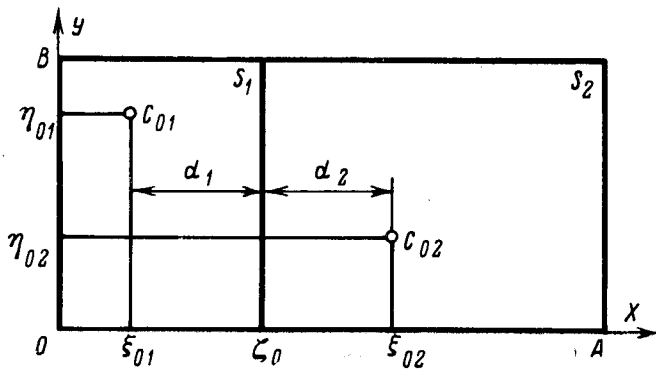


Рис. 2. Геометрический смысл основной характеристики мультицентра: центры  $C_{01}$  и  $C_{02}$  двух соседних областей  $S_1$  и  $S_2$  равноудалены от граничной прямой  $x = \xi_0$ , т. е.  $d_1 = d_2$ ;

$$\left( \xi_0 = \frac{1}{2} (\xi_{01} + \xi_{02}) \right).$$

Действительно, для расчетных затрат по одиночной магистрали нетрудно получить два выражения:

при неизменной плотности тока  $j$

$$\mathcal{Z}_j = e\alpha_m L + \left( \frac{e\beta_m}{j} + 3b\tau\rho j \right) \left[ \int_0^{\xi} dx \int_0^x \lambda(x) dx + \int_{\xi}^L dx \int_x^L \lambda(x) dx \right]; \quad (12)$$

при неизменном сечении  $F$

$$\mathcal{Z}_F = e(\alpha_m + \beta_m F) L + 3b\tau\rho \frac{1}{F} \left\{ \int_0^{\xi} dx \left[ \int_0^x \lambda(x) dx \right]^2 + \int_{\xi}^L dx \left[ \int_x^L \lambda(x) dx \right]^2 \right\}. \quad (13)$$

Учитывая, что по условию в (12)  $j = \text{const}$ , а в (13) —  $F = \text{const}$ , нетрудно найти, что каждое из двух следующих уравнений:

$$\frac{d\mathcal{Z}_j}{d\xi} = 0 \text{ и } \frac{d\mathcal{Z}_F}{d\xi} = 0$$

приводит к тому же условию (11).

Заметим, что в уравнении (12) условие  $F = \text{const}$  не исключает возможной зависимости  $F$  от  $\xi$ . Однако учет этого обстоятельства в уравнении  $d\mathcal{Z}_F/d\xi = 0$  оправдывается тем, что получаемое тогда соотношение (11) приводит, очевидно, также и к минимальной стоимости магистрали, т. е. к минимуму  $\mathcal{Z}$ .

В общем случае пусть имеется (рис. 1)  $n_p$  магистралей РМ длиной  $L_p$ , прокладываемых параллельно (например, по подкрановым балкам) и питаемых от ТП общей магистралью ПМ, проложенной перпендикулярно трассам РМ (например, по нижнему поясу ферм перекрытия цеха). Очевидно, координаты  $\xi_0, \eta_0$  центра нагрузок (рис. 2) определяются здесь отдельно путем минимизации расчетных затрат: а) суммарно по всем РМ и б) по ПМ.

Магистраль ПМ — одиночная, а потому ордината  $\eta_0$  центра как при  $j = \text{const}$ , так и при  $F = \text{const}$

определяется как медиана нагрузок магистрали ПМ. Эти нагрузки сосредоточены в местах ответвлений от ПМ и РМ (обычно у колонн здания цеха)<sup>2</sup>, а потому вместо формулы (11) следует исходить из (7) и (9).

Далее рассмотрим сначала случай выбора сечений всех РМ из условия  $j = \text{const}$ . Тогда с учетом (13) суммарные расчетные затраты по всем РМ:

$$\mathcal{Z}_j = n_p e\alpha_m L_p + \left( \frac{e\beta_m}{j} + 3b\tau\rho j \right) \sum_{k=1}^{n_p} \left[ \int_0^{\xi} dx \int_0^x \lambda_k(x) dx + \int_{\xi}^{L_p} dx \int_x^{L_p} \lambda_k(x) dx \right]. \quad (14)$$

Уравнение  $\frac{d\mathcal{Z}_F}{d\xi} = 0$  приводит здесь к соотношению:

$$\sum_{k=1}^{n_p} \int_0^{\xi} \lambda_k(x) dx = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{\xi}^{L_p} \lambda_k(x) dx \text{ или } \sum_{k=1}^{n_p} I_{k\pi} = \sum_{k=1}^{n_p} I_{k\Pi},$$

означающему, что  $\xi_0$  есть медиана осевого распределения суммарной нагрузки всех РМ<sup>3</sup>.

В том же случае, когда сечения  $F_k$  отдельных РМ неизменны по длине, имеем:

$$\mathcal{Z}_F = n_p e\alpha_m L_p + e\beta_m L_p \sum_{k=1}^{n_p} F_k + 3b\tau\rho \sum_{k=1}^{n_p} \frac{1}{F_k} \left[ \int_0^{\xi} dx \left( \int_0^x \lambda_k(x) dx \right)^2 + \int_{\xi}^{L_p} dx \left( \int_x^{L_p} \lambda_k(x) dx \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Согласно условию  $\frac{d\mathcal{Z}_F}{d\xi} = 0$ , отсюда нетрудно получить, что

$$\sum_{k=1}^{n_p} \frac{1}{F_k} \left[ \int_0^{\xi} \lambda_k(x) dx + \int_{\xi}^{L_p} \lambda_k(x) dx \right] \times \left[ \int_0^{\xi} \lambda_k(x) dx - \int_{\xi}^{L_p} \lambda_k(x) dx \right] = 0. \quad (17)$$

Здесь вполне естественно определять каждое  $F_k$  из условия

$$\frac{1}{F_k} \left[ \int_0^{\xi} \lambda_k(x) dx + \int_{\xi}^{L_p} \lambda_k(x) dx \right] = \frac{I_k}{F_k} = 2j_k \approx 2j = \text{const},$$

<sup>2</sup> Было бы заведомо нецелесообразно осуществлять подключение питания от ПМ к различным РМ в точках последних с абсциссами, отличными от абсциссы  $\xi$  точки размещения ТП (хотя бы и в центрах нагрузок отдельных РМ).

<sup>3</sup> Этот результат прямо вытекает из факта эквивалентности магистральной и радиальной сетей при  $j = \text{const}$  (см. выше).

где  $j_k$  приближенно одинаковая для всех РМ наибольшая плотность тока в сечении  $k$ -й магистрали, в точке ее питания от ПМ. Тогда из (17) вытекает то же условие (15), что и для случая  $j = \text{const}$ <sup>4</sup>.

Приведенный выше вывод соотношения (17) предполагает независимость сечений  $F_k$  от  $\xi$ . Такое допущение не является корректным, но может быть оправдано в качестве первого приближения, поскольку полученное в итоге соотношение (15) приводит при  $j_k = \text{const}$  к суммарной стоимости магистралей, близкой к наименьшей возможной.

Итак, для магистральных сетей<sup>5</sup> координаты центра нагрузок  $C_0$ ,  $\xi_0$ ,  $\eta_0$ , как и для радиальных сетей, являются медианами распределений нагрузок вдоль осей здания цеха.

**Мультицентр нагрузок.** При заданном числе ТП разбиение площади цеха на это же число питаемых от них участков со сторонами, параллельными осям здания цеха, может быть осуществлено различными способами. Для каждого из них суммарные расчетные затраты  $Z$  будут минимизироваться при размещении ТП в центрах нагрузок своих участков. Очевидно, однако, при некотором разбиении величина  $Z$  достигнет своего абсолютного минимума; такое экономически оптимальное разбиение для краткости называется далее  $Z$ -разбиение, а отвечающая ему совокупность центров нагрузок отдельных участков — мультицентром.

Рассмотрим это понятие сначала для радиальных, а затем — для магистральных сетей.

1. В простейшем случае двух ТП, т. е. для дуоцентра, естественное разбиение цеха на два участка (рис. 2) характеризуется абсциссой  $\xi$  граничной прямой. Если  $\xi_{01}$  и  $\xi_{02}$  — абсциссы центров нагрузки левого и правого участков, то по определению должно быть:

$$\int_0^{\xi_{01}} \pi_1(x) dx = \int_{\xi_{01}}^{\xi} \pi_1(x) dx; \quad \int_{\xi}^{\xi_{02}} \pi_1(x) dx = \int_{\xi_{02}}^A \pi_1(x) dx. \quad (18)$$

Значение  $\xi = \xi_0$ , отвечающее понятию дуоцентра, должно по определению минимизировать сумму значений  $M_{x1} + M_{x2}$  для обоих участков разбиения цеха, но в силу (5) имеем:

$$M_{x1} + M_{x2} = \Phi(\xi) = \left( -\int_0^{\xi_{01}} + \int_{\xi_{01}}^{\xi} \right) + \left( -\int_{\xi}^{\xi_{02}} + \int_{\xi_{02}}^A \right), \quad (19)$$

где под знаком интеграла везде стоит  $x\pi_1(x)dx$ . Полагая теперь  $\Phi'(\xi) = 0$  и учитывая, что  $\xi_{01}$  и  $\xi_{02}$ , очевидно, зависят от  $\xi$ , найдем:

$$-\xi_{01}\pi_1(\xi_{01})\frac{d\xi_{01}}{d\xi} - \xi_{02}\pi_1(\xi_{02})\frac{d\xi_{02}}{d\xi} + \xi\pi_1(\xi) = 0. \quad (20)$$

С другой стороны, продифференцировав по  $\xi$  соотношения (18), получим:

$$\frac{d\xi_{01}}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{\pi_1(\xi)}{\pi_1(\xi_{01})}; \quad \frac{d\xi_{02}}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{\pi_1(\xi)}{\pi_1(\xi_{02})}.$$

<sup>4</sup> Условие (15) получается согласно (17) также и в том частном случае, когда медианы  $\xi_{0k}$  для различных РМ близки к некоторому общему значению  $\xi_0$ .

<sup>5</sup> При втором принципе — лишь в первом приближении.

Подстановка этих выражений в (20) приводит после упрощения к основному, весьма простому и геометрически наглядному соотношению (рис. 2):

$$\xi_0 = \frac{\xi_{01} + \xi_{02}}{2} \text{ или } d_1 = d_2. \quad (21)$$

Это значит, что входящие в мультицентр центры нагрузок двух соседних областей (рис. 1) должны быть равно удалены от граничной прямой.

Что касается ординат  $\eta_{01}$  и  $\eta_{02}$ , то они определяются как для одиночных центров нагрузок, независимо друг от друга.

Существенно, что свойство (21) справедливо при любом характере непрерывной осевой плотности нагрузок  $\pi_1(x)$ , которая вообще не входит в соотношение (21). В связи с этим последнее не является очевидным и становится таковым лишь в частном случае, когда  $\eta_{01} = \eta_{02}$ . Действительно, тогда все точки прямой  $x = \xi_0$  равно удалены от  $C_{01}$  и  $C_{02}$  и она оказывается оптимальной границей в силу обязательного для оптимальной сети принципа питания каждого приемника от ближайшей ТП мультицентра.

Далее, если цех (или группа его пролетов) делится, как и выше, на несколько прямоугольных участков вдоль оси  $OX$ , то соотношение (21), как нетрудно показать, сохраняет силу для любых соседних участков.

Соотношение (21) верно и для случая вынужденного размещения ТП, что имеет большое практическое значение. Действительно, в этом случае формула (19) должна быть заменена с учетом (2) на следующую:

$$M_{x1} + M_{x2} = \xi_1 \left[ \int_0^{\xi_1} \pi_1(x) dx - \int_{\xi_1}^{\xi} \pi_1(x) dx \right] - \left[ \int_0^{\xi_1} x\pi_1(x) dx - \int_{\xi_1}^{\xi} x\pi_1(x) dx \right] + \xi_2 \left[ \int_{\xi}^{\xi_2} \pi_1(x) dx - \int_{\xi_2}^A \pi_1(x) dx \right] - \left[ \int_{\xi}^{\xi_2} x\pi_1(x) dx - \int_{\xi_2}^A x\pi_1(x) dx \right],$$

где  $\xi_1 \neq \xi_{01}$  и  $\xi_2 \neq \xi_{02}$  уже не зависят от  $\xi$ . Дифференцируя это выражение по  $\xi$ , найдем уравнение для  $\xi_0$ , приводящее к той же формуле (21).

2. Магистральные сети рассматриваются здесь только для первого принципа как основного; к тому же второй принцип, как уже отмечалось ранее, в сущности противоречит требованию минимизации расчетных затрат, в связи с чем при нем оптимальные решения имеют недостаточно простые характеристики.

При  $j = \text{const}$  для одиночной магистрали нетрудно установить, что в формуле (12) достаточно заменить множитель в прямоугольных скобках на выражение

$$\Phi(\xi) = \int_0^{\xi_{01}} dx \int_0^x \lambda(x) dx + \int_{\xi_{01}}^{\xi} dx \int_{\xi_{01}}^x \lambda(x) dx + \int_{\xi}^{\xi_{02}} dx \int_{\xi}^x \lambda(x) dx + \int_{\xi_{02}}^A dx \int_x^A \lambda(x) dx, \quad (22)$$



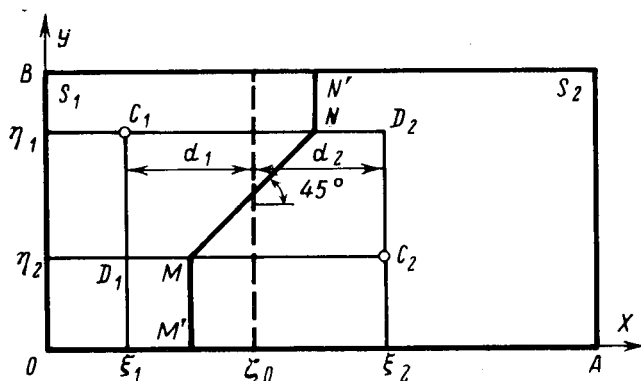


Рис. 3. Замена граничной прямой с абсциссой  $x = \xi_0$  на уточненную ломаную линию  $M'MNN'$ .

где  $\xi_{01}, \xi_{02}$  зависят от  $\xi$ . С помощью выкладок, вполне аналогичных ранее приведенным, отсюда вновь получается соотношение (21); оно справедливо и при вынужденном выборе величин  $\xi_1, \xi_2$ .

Необходимо еще, для того же первого принципа, рассмотреть случай группы магистралей РМ, питаемых от двух ТП. Нетрудно установить, что для разыскания оптимальной абсциссы  $\xi_0$  достаточно исходить из функции  $\psi(\xi)$ , отличающейся от (22) только заменой линейной плотности одиночной магистрали на суммарную осевую плотность  $\pi_1(x) =$

$$= \sum_{k=1}^{n_p} \lambda_k(x). \text{ Отсюда сразу ясна справедливость соотношения (21) для магистральных сетей, построенных по принципу } j = \text{const.}$$

отношения (21) для магистральных сетей, построенных по принципу  $j = \text{const.}$

**Практические выводы.** Естественное исходное приближение к оптимальному Z-разбиению площади цеха на участки с прямолинейными границами, параллельными осям здания, определяется из условия близости нагрузки каждого участка к экономической мощности ТП, чем определяется и число последних.

Если нагрузки распределены по всему цеху равномерно, указанное разбиение получается однозначно по принципу симметрии и является искомым оптимальным в данных условиях. Неравномерность нагрузок может быть задана указанием мощностей и размещения приемников, либо указанием в различных зонах цеха различных удельных плотностей нагрузки  $\sigma_k(x, y)$ , неизменных в пределах каждой зоны. В этом случае исходное разбиение уже не является тривиальным и для каждого участка необходимо определить координаты соответственного одиночного центра нагрузок<sup>6</sup>.

Далее, с учетом местных условий определяются местоположения всех ТП, как практически приемлемые, ближайшие к найденным центрам, и на основании геометрического критерия (21) для отдельных соседних пар ТП производится оценка близости данного размещения ТП к оптимальному. В неблагоприятном случае тот же критерий (21) даст необходимые указания по смещению границ

разбиения, приближающего его к оптимальному. Если местоположения всех ТП заранее заданы или выбраны вынужденно по местным условиям, задача упрощается, поскольку возможный в указанных условиях оптимум будет достигнут проведением границ между ТП согласно простому геометрическому критерию (21).

Остается заметить, что принятая выше прямолинейность границ Z-разбиения практически не всегда обязательна. В связи с этим в порядке уточнения найденного разбиения, близкого к оптимальному Z-разбиению, возникает вопрос о теоретически оптимальной границе между зонами отдельных ТП.

Очевидно, что в такой постановке целесообразно принять в качестве исходного очевидный принцип питания каждого электроприемника от ближайшей ТП. Тогда оптимальная граница двух зон есть геометрическое место точек, равностоящих от обеих ТП, т. е. от точек  $C_1(\xi_1, \eta_1), C_2(\xi_2, \eta_2)$ . Как нетрудно показать, геометрическое место представляет собой в общем случае ломаную (рис. 3). Отрезок  $MN$  последней всегда образует с осью  $OX$  угол в  $45^\circ$  и проходит через точку  $P\left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}\right)$ ; конечные отрезки  $MM'$  и  $NN'$  перпенди-

кулярны тем сторонам прямоугольника  $C_1D_1C_2D_2$ , на которых лежат точки  $M$  и  $N$ .

Данное уточнение границы особенно важно, если достаточно большие нагрузки окажутся расположенными на тех участках прямоугольных зон, которые фактически ближе к соседней ТП. Если же  $\eta_1 = \eta_2$ , то граница  $x = \xi_0$  при  $d_1 = d_2$  не требуют уточнения.

**Приложение.** Расчетные затраты по цеховой радиальной сети. Эти затраты даются очевидным выражением:

$$Z = \sum_{k=1}^n Z_k l_k = \sum_{k=1}^n l_k \left[ e(\alpha + \beta f_k) + 3b\tau\rho\gamma \frac{2i_k^2}{f_k} \right], \quad (\text{П-1})$$

где  $Z_k$  — удельные расчетные затраты по  $k$ -му радиусу, длиной  $l_k$  и сечением  $f_k$ , с удельной стоимостью  $(\alpha + \beta f_k)$  (руб/м) [Л. 2];  $b$  — удельная стоимость потерь энергии (руб/квт·ч);  $\tau$  — осредненное годовое число часов использования максимума потерь;  $\rho$  — удельное сопротивление

(ом·мм<sup>2</sup>/м);  $\gamma = \frac{i_{k \max}}{i_k}$  — осредненный коэффициент максимальной загрузки приемника;  $i_k$  — номинальный ток  $k$ -го электроприемника.

Значения  $Z_k$  можно, очевидно, рассчитать раз навсегда для различных конструкций сети и для всех стандартных сечений  $f_k$  проводников, каждое из которых отвечает определенному интервалу номинальных токов приемников.

Впрочем, в большинстве случаев практики различие между мощностями электроприемников на отдельных участках цехов относительно невелико; между тем тогда достаточно точным является следующее приближенное решение.

Вводя в [П-1] плотность тока  $j_k = \frac{i_k}{f_k}$ , можно приближенно принять:

$$Z = e\alpha \sum_{k=1}^n l_k + \sum_{k=1}^n \left( \frac{e\beta}{f_k} + 3b\tau\rho\gamma^2 j_k \right) i_k l_k =$$

<sup>6</sup> Случай магистралей, определяемых по второму принципу, ниже исключен из рассмотрения.

$$= \sum l_k (e\alpha + C_k i_k) \approx C \sum l_k (i_k + \Delta), \quad (\text{П-2})$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_k &= \frac{e\beta}{j_k} + 3b\tau\gamma^2 j_k \approx \text{const} = C; \\ \Delta &= \frac{e\alpha}{C}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-3})$$

Отсюда видно, что в качестве целевой функции можно в указанных выше условиях принять для радиальной сети выражение суммарного момента всех токов приемников  $i_k$ , увеличенных каждый на постоянную величину  $\Delta = e\alpha/C$  (для магистральных сетей это увеличение не нужно):

$$M = \sum l_k (i_k + \Delta) = \sum l_k i'_k. \quad (\text{П-4})$$

Для близких по мощности приемников массовых типов часто принимают номинальный ток пропорциональным мощности, т. е.  $p_k \approx a i_k$ , где  $a \approx \text{const}$ . В таком случае формула (П-4) заменяется на следующую:

$$M = \sum l_k (p_k + a\Delta) = l_k p'_k. \quad (\text{П-5})$$

Физический смысл величины  $\Delta$  в (П-4) и (П-5) очевиден; она учитывает постоянную составляющую стоимости радиальной цеховой сети.

В дальнейшем, для радиальных сетей все формулы даются применительно к токовым нагрузкам  $i'_k$  согласно (П-4). Для уточненного расчета достаточно заменить  $i'_k$  на  $3i_k$ , а для нагрузок по мощности — на  $p'_k = p_k + a\Delta$ .

В силу параллельности любого прямолинейного отрезка трассы одной из осей здания цеха (см. выше) формулу (П-4) можно переписать в более удобном виде, разложив момент  $M$  на составляющие  $M_x$  и  $M_y$ :

$$M = M_x + M_y = \sum |x_k - \xi| i'_k + \sum |y_k - \eta| i'_k, \quad (\text{П-6})$$

где  $\xi, \eta$  — координаты местоположения ТП;  $x_k, y_k$  — координаты сосредоточенной нагрузки  $i'_k$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гительсон С. М., Экономические решения при проектировании электроснабжения промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1971.
2. К а ж д а н А. Э., Центр сети, Изв. вузов, «Электромеханика», 1968, № 3.

[21.4.1972]



УДК 621.3.016.3:621.314.222.6

## Определение расчетной нагрузки понижающих трансформаторов центров питания по характеристикам случайного процесса ее изменения

Канд. техн. наук Ю. А. ФОКИН, инженеры И. Г. РЕЗНИКОВ и И. И. АРСАМАКОВ

Московский энергетический институт

Определение расчетных нагрузок элементов электрической сети, исходя из их теплового режима, является одним из основных вопросов правильного проектирования и эксплуатации сетей.

Под расчетной понимается такая неизменная во времени нагрузка, которая по эффектам нагрева эквивалентна действительной переменной нагрузке. Величина температуры нагрева при выбранных материалах определяет срок службы, экономичность и надежность элементов электрической сети, она устанавливает допустимые условия работы и степень их использования.

В данной статье рассматривается вопрос определения расчетной нагрузки силовых трансформаторов с учетом случайного характера изменения нагрузок во времени. В соответствии с [Л. 1] определяют две величины —  $I_{р1}$  и  $I_{р2}$ , где  $I_{р1}$  — расчетная нагрузка, выбранная с учетом номинального теплового износа изоляции, а  $I_{р2}$  — расчетная нагрузка, выбранная с учетом ограничения по максимально допустимой температуре в наиболее нагретой точке трансформатора. Значение этой температуры согласно [Л. 1] составляет 140 °С. Износ изоляции

$$U = C_0 \int_0^T e^{\gamma v(t)} dt, \quad (1)$$

где  $U$  — износ изоляции за время  $T$ ;  $v(t)$  — температура нагрева изоляции;  $\gamma$  — постоянная, обычно принимаемая равной 0,0866;  $C_0$  — постоянная величина, зависящая от вида изоляции;

При определении расчетных нагрузок пользуются с понятием относительного износа за время  $T$ :

$$\eta = \frac{U}{U_{\text{ном}}} = \frac{C_0 \int_0^T e^{\gamma v(t)} dt}{C_0 e^{\gamma v_{\text{ном}} T}} = \frac{1}{T} \int_0^T e^{\gamma [v(t) - v_{\text{ном}}]} dt, \quad (2)$$

где  $\eta$  — относительный износ;  $v_{\text{ном}}$  — температура нагрева обмоток, соответствующая неизменной номинальной нагрузке трансформатора.

Случайные изменения нагрузки вызывают случайные изменения температуры нагрева, а следовательно, относительный износ является статистической величиной.

Таким образом, определение величин расчетных нагрузок  $I_{р1}$  и  $I_{р2}$  возможно лишь при знании статистических характеристик и закона распределения температуры нагрева обмоток и их относительного износа, которые целесообразно выразить в функции статистических характеристик нагрузки. Для получения вероятностно-статистических характеристик случайного процесса изменения нагрузок бы-

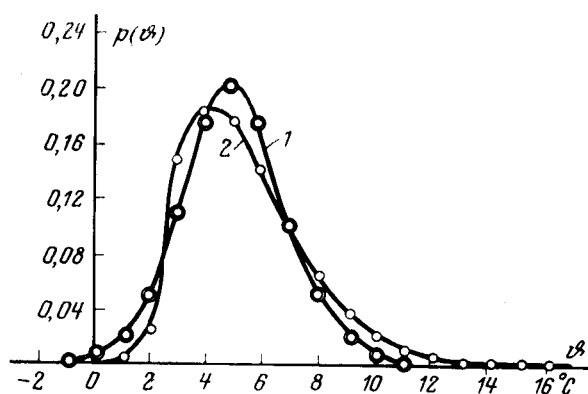


Рис. 1. Плотность распределения температуры.  
1 — нормальный закон; 2 — гамма-распределение.

ли проведены экспериментальные записи самопишущими приборами нагрузок в главных цепях трех крупных понижающих трансформаторов с комплексным составом потребителей. Запись производилась в течение 14 календарных суток в период зимнего максимума. Статистическая обработка токовых регистрограмм показала, что закон распределения нагрузок можно аппроксимировать нормальным законом.

Дифференциальное уравнение нагрева согласно [Л. 2]:

$$C \frac{d\vartheta}{dt} + K\vartheta = RI_{\pi}^2(t), \quad (3)$$

где  $C$  и  $K$  — соответственно коэффициенты теплоемкости и теплоотдачи;  $R$  — активное сопротивление токоведущей части;  $I_{\pi}$  — полный ток вторичной цепи трансформатора.

Для упрощения расчетов можно рассматривать не абсолютную температуру нагрева изоляции обмоток, а превышение ее температуры над температурой масляной ванны [Л. 2] и не учитывать изменение активного сопротивления при изменении температуры. После преобразований выражение (3) можно представить в виде:

$$\frac{d\vartheta}{dt} + A\vartheta = A\vartheta_{\text{ном}} \left[ \frac{I(t)}{I_{\text{ном}}} \right]^2, \quad (4)$$

где  $\vartheta_{\text{ном}}$  — температура перегрева, соответствующая номинальной нагрузке;  $A = \frac{1}{T_0}$  — величина, обратная постоянной времени нагрева изоляции; для обмотки  $T_0$  5—8 мин, для масла  $T_0 \approx 3$ —4 ч.

Решение уравнения (4) для детерминированного процесса известно:

$$\vartheta = \vartheta_{\text{ном}} \left( \frac{I}{I_{\text{ном}}} \right)^2 (1 - e^{-At}) + \vartheta_0 e^{-At}. \quad (5)$$

Для нахождения случайных характеристик температуры воспользуемся следующим приемом. Так как на практике определение значения тока нагрузки производится с интервалом осреднения  $\Delta\tau$ , обычно принимаемым равным 30 мин [Л. 1], то можно принять, что значение тока на этом интервале постоянно. Считая процесс нагрузки стационарным [Л. 1], представим его как последовательность случайных величин  $I(t_i)$ . В этом случае мож-

но получить значения  $\vartheta_i$  в соответствии с (5), определенные на интервале  $\Delta\tau$ . Тогда

$$\vartheta_i = \vartheta_{\text{ном}} \left[ \frac{I(t_i)}{I_{\text{ном}}} \right]^2 [1 - e^{-A\Delta\tau}] + \vartheta_{i-1} e^{-A\Delta\tau}. \quad (6)$$

При  $\frac{A\Delta\tau}{T_0} \geq 3$  величиной  $e^{-A\Delta\tau}$  можно пренебречь и выражение (6) примет вид:

$$\vartheta_i \approx \vartheta_{\text{ном}} \left[ \frac{I(t_i)}{I_{\text{ном}}} \right]^2 \quad (7)$$

или

$$\vartheta_i = k^2 I_i^2, \quad (8)$$

где

$$k = \frac{1}{I_{\text{ном}}} \sqrt{\vartheta_{\text{ном}}}.$$

По закону распределения тока нагрузки можно найти плотность вероятности для температуры:

$$f(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} e^{-\frac{(I-I_c)^2}{2\sigma_I^2}}, \quad (9)$$

где  $\sigma_I$  — среднеквадратическое отклонение;  $I_c$  — математическое ожидание. Используя (8), получим:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{k} \sqrt{\vartheta}; & I_2 &= -\frac{1}{k} \sqrt{\vartheta}; \\ \frac{dI_1}{d\vartheta} &= \frac{1}{2k\sqrt{\vartheta}}; & \frac{dI_2}{d\vartheta} &= -\frac{1}{2k\sqrt{\vartheta}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

тогда

$$g(\vartheta) = f(I_1) \left| \frac{dI_1}{d\vartheta} \right| + f(I_2) \left| \frac{dI_2}{d\vartheta} \right|. \quad (11)$$

Подставляя (10) в (11), после преобразований окончательно имеем:

$$g(\vartheta) = G \frac{e^{-\alpha\vartheta}}{\sqrt{\vartheta}} \operatorname{ch}(\beta\sqrt{\vartheta}), \quad (12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}k\sigma_I} e^{\frac{I_c^2}{2\sigma_I^2}}; \\ \alpha &= \frac{1}{2k^2\sigma_I^2}; & \beta &= \frac{1}{k\sigma_I^2} I_c. \end{aligned} \right\} \quad (12a)$$

Следует отметить наличие большего положительного крыла распределения температур (12) по сравнению с нормальным законом распределения. Это оказывает существенное влияние на величину расчетной нагрузки (рис. 1).

Зная закон распределения температур, можно определить значение средней температуры и ее дисперсию:

$$M[\vartheta] = k^2 (\sigma_I^2 + I_c^2)$$

или

$$M[\vartheta] = \vartheta_{\text{ном}} \left( \frac{I_c}{I_{\text{ном}}} \right)^2 (1 + \xi^2), \quad (13)$$

где  $\xi = \frac{\sigma_I}{I_c}$  — вариация тока нагрузки.

Дисперсия температуры, определяемая с помощью (12), может быть найдена с помощью про-

изводящей функции моментов данного распределения. Полученное выражение для среднеквадратичного отклонения имеет вид:

$$\sigma_v = v_{\text{ном}} \left( \frac{I_c}{I_{\text{ном}}} \right)^2 \xi \sqrt{2(2 + \xi^2)}. \quad (14)$$

Все значения характеристик, полученные аналитически, а также закон распределения, сравнивались с аналогичными величинами, полученными на основе численного решения уравнения (4) ЦВМ, где в качестве значений тока нагрузки использованы данные экспериментальных регистрограмм. В таблице приведены характеристики, а на рис. 2 — теоретическое распределение и эмпирическая гистограмма распределения температур. Проверка по критерию согласия  $\chi^2$  показала хорошее выравнивание эмпирической гистограммы законом распределения (12).

Подстанция	Характеристики температуры обмоток трансформатора	Расчетные значения, °C	Экспериментальные значения, °C
1	$v_c$ $\sigma_v$	5,10 1,45	5,04 1,42
2	$v_c$ $\sigma_v$	9,45 1,80	9,71 1,83
3	$v_c$ $\sigma_v$	3,22 1,45	3,30 1,40

Знание характеристик температуры и закона распределения ее позволяет перейти к определению износа. При экспоненциальной зависимости одной случайной величины от другой для функции справедлив закон распределения аргумента [Л. 1]. Следовательно, среднее значение относительного износа

$$M[\eta] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\gamma(v - v_{\text{ном}})} G \frac{e^{-\alpha v}}{V_v} \text{ch}(\beta \sqrt{v}) dv \quad (15)$$

или

$$M[\eta] = \frac{1}{\sqrt{1 - 2k^2\sigma_I^2}} \exp \left\{ \gamma \left[ -\frac{I_c^2 k^2}{1 - 2k^2\sigma_I^2} - v_{\text{ном}} \right] \right\}. \quad (16)$$

Анализ последнего выражения выявляет очень важную закономерность: при некотором значении  $\sigma_I^2$  износ начинает неограниченно увеличиваться. Значение критической дисперсии, при которой  $M[\eta] \rightarrow \infty$

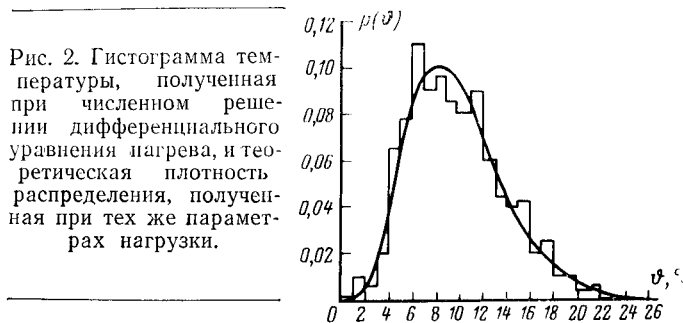
$$\sigma_I^2 = \frac{1}{2k^2\gamma}.$$

Для номинальной нагрузки  $k^2 = \frac{v_{\text{ном}}}{I_{\text{ном}}^2}$ . Если принять для обмотки  $v_{\text{ном}} = 25^\circ\text{C}$ , то

$$\sigma_{I_{\text{кр}}}^2 = \frac{I_{\text{ном}}^2}{2 \cdot 25 \cdot 0,0866} = 0,23 I_{\text{ном}}^2; \quad \sigma_{I_{\text{кр}}} = 0,48 I_{\text{ном}}.$$

Такое значение дисперсии является очень большим, так как оно соответствует вариации тока нагрузки

$$\xi = \frac{\sigma_{I_{\text{кр}}}}{I_{\text{ном}}} = 0,48.$$



Практически для крупных подстанций согласно проведенным экспериментам величина вариации составляет  $\xi = 0,15 - 0,25$ . Кроме того, нормальный закон распределения нагрузки ограничивает величину вариации значением  $\xi \leq 0,33$ , так как ток нагрузки не может быть меньше нуля, а вероятность такого события определяется по закону  $3\sigma: p(I \approx I_c \pm 3\sigma) = 0,0025$ , откуда  $\xi \leq 0,33$ .

Это ограничение далее используется для определения режима расчетной нагрузки (по износу или по пику температуры). Величина  $\sigma_{I_{\text{кр}}}$  зависит от значения постоянной  $\gamma$ , точность определения которой может наложить ограничения на значение допустимой вариации нагрузки.

В [Л. 2] неявно предполагается, что значение среднего износа является той величиной, по которой следует находить расчетную нагрузку  $I_{\text{р.г.}}$ . В качестве расчетной нагрузки используется величина  $\lambda = I_c / I_{\text{ном}}$ , называемая коэффициентом загрузки. На графике рис. 3 построены расчетные кривые зависимости коэффициента загрузки от вариации полного тока для определенного значения износа при нормальном законе распределения в соответствии с [Л. 2] и распределении согласно (12). Кривая  $\lambda_2$  при распределении (12) идет значительно круче, что объясняется большей вероятностью появления температур  $v > v_c$  по сравнению с нормальным распределением.

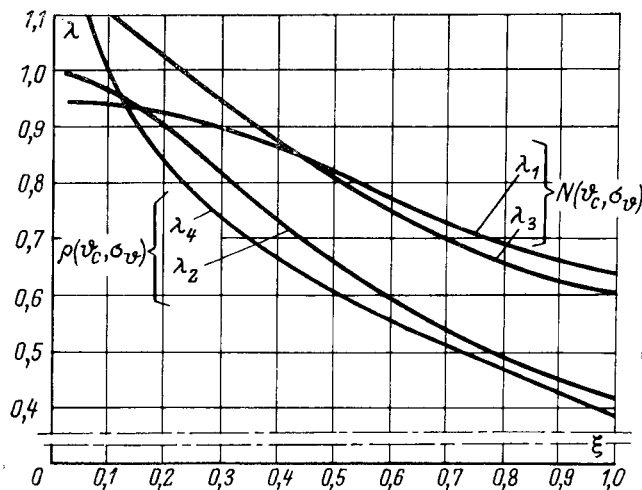


Рис. 3. Кривые для определения расчетного коэффициента загрузки по режиму номинального износа и по пику температуры при различных вариациях нагрузки.

$\lambda_1$  и  $\lambda_3$  — нормальный закон распределения температуры;  
 $\lambda_2$  и  $\lambda_4$  — гамма-распределение.

На этом же графике нанесены расчетные кривые  $\lambda_3 = \lambda_{\text{о max}}(\xi)$  и  $\lambda_4 = \lambda_{\text{о max}}(\xi)$ , выбранные с таким расчетом, чтобы максимально достигаемая температура не превышала  $1,5v_{\text{ном}}$  [Л. 1], с вероятностью  $p(v > v_{\text{max}}) \leq 0,0025$ . Точка пересечения этих кривых определяет режим, по которому следует находить расчетную нагрузку. Видно, что при  $\xi \leq 0,15$  таким режимом является износ изоляции. При больших вариациях тока нагрузки возрастает дисперсия температуры, а следовательно, условие выполнения соотношения  $v_{\text{max}} \leq 1,5v_{\text{ном}}$  требует снижения расчетной нагрузки, хотя износ при этом оказывается меньше номинального.

Таким образом, с помощью расчетных кривых можно определить значение расчетной нагрузки трансформатора по заданному значению ее вариации и известной номинальной мощности трансформатора.

**Выводы.** 1. Представленные распределения температуры нормальным законом вызывает неоправ-

данное завышение расчетной нагрузки при  $\xi \geq 0,20$ .

2. Выбор расчетной нагрузки силовых трансформаторов крупных подстанций можно проводить по износу изоляции, так как вариации нагрузок относительно невелики.

3. Предлагаемые расчетные кривые позволяют легко находить величину расчетной нагрузки любого трансформатора по известной вариации нагрузки и его номинальной мощности, одновременно указывая определяющий режим для выбора этой нагрузки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Волобровский С. Д. и др., Электрические нагрузки промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1971.
2. Браманн Х. И., Определение расчетного коэффициента максимума по условиям теплового износа изоляции, «Электричество», 1965, № 3.
3. Шницер Л. М., Основы теории и нагрузочная способность трансформаторов, Госэнергоиздат, 1959.

[17.1.1972]



УДК 621.311.1:621.3.07.009

## Особенности применения градиентного метода оптимизации для настройки локальных регуляторов в устройствах энергоснабжения

Ю. М. НИКИТИН

Москва

Процессы изменения напряжения и тока в системах энергоснабжения электрических железных дорог носят случайный характер. Грубая шкала мощностей электрического оборудования и большие отклонения напряжения на шинах тяговых подстанций, большие отклонения токов нагрузки фидеров, питающих контактную сеть электрических железных дорог, создают условия, при которых трансформаторы, выпрямители и электрические локомотивы работают в неоптимальном режиме.

Широкое внедрение вычислительной техники для выбора и размещения электрического оборудования системы энергоснабжения на стадии проектирования, а также средств автоматики для регулирования режимов его работы, выдвинули на передний план задачу оптимизации. Связь между критерием оптимизации и параметрами (установками) регулятора в большинстве случаев носит существенно нелинейный характер, поэтому далеко не всегда удается получить аналитические выражения, связывающие этот критерий и параметры регулирования в виде формулы или набора формул, достаточно хорошо отображающих действительные связи. На пути оптимизации процессов управления и регулирования наиболее эффективным следует считать сочетание методов теории подобия, теории модели-

рования со статистическими методами [Л. 1]. Наиболее полно удовлетворяют решению поставленной задачи различные алгоритмы адаптации и обучения [Л. 2], возникшие на базе численных методов решения различного рода уравнений. В настоящее время к таким алгоритмам относят различные модификации поисковых алгоритмов оптимизации. Среди них можно выделить два основных алгоритма: градиентный метод поиска экстремума и метод случайного поиска. Все остальные известные алгоритмы являются частными случаями этих двух.

Наиболее удобным в смысле скорости сходимости к решению следует считать градиентный метод, хотя последний рассчитан на оптимизацию при небольшом количестве в 5—6 параметров.

При реализации этого метода не предполагается известной связь между оптимизируемыми параметрами и критерием оптимизации, однако априорно предполагается, что критерий дифференцируем по этим параметрам и что при различных их наборах меняется математическое ожидание критерия, но не меняется его дисперсия. Однако, если в качестве критерия оптимизации настройки регулятора типа БАУРПН принять минимум дисперсии напряжения на шинах постоянного тока тяговой подстанции, то при изменении параметров регулятора (ширины зо-

ны нечувствительности, выдержки времени на переключение) будет меняться как величина критерия (дисперсия напряжения), так и дисперсия критерия, т. е. дисперсия дисперсии, что не позволяет применять градиентный метод непосредственно в том виде, в каком он рассматривается в [Л. 3]. Аналогичная картина будет возникать всегда, когда критерий оптимизации пропорционален мощности. Однако во многих случаях критерий оптимизации режима работы как системы энергоснабжения в целом, так и отдельных ее элементов в частности, оказывается пропорциональным мощности. Это объясняется тем, что особый интерес представляет минимизация потерь энергии в различных элементах устройств энергоснабжения, а также желанием передать по этим элементам возможно большую мощность потребителям.

Настоящая работа посвящена распространению градиентного метода оптимизации на случай неравных дисперсий критерия оптимизации при различных наборах параметров  $X' = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ . Обозначим критерий оптимизации через  $E(X)$ . В окрестности некоторой точки  $X^{(0)'} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)})$  критерий  $E(X)$  можно разложить в ряд Тейлора:

$$E(X) = E(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)}) + \frac{\partial E(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)})}{\partial x_1} (x_1 - x_1^{(0)}) + \frac{\partial E(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)})}{\partial x_2} (x_2 - x_2^{(0)}) + \dots + \frac{\partial E(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)})}{\partial x_k} (x_k - x_k^{(0)}) + \dots \quad (1)$$

Поскольку  $E(x)$  неизвестен, то оценку значений коэффициентов разложения в ряд Тейлора в окрестности точки  $X^{(0)}$  можно получить методами регрессионного анализа [Л. 3]. Предварительно запишем (1) в виде:

$$E(X) = d_0 + d_1 \Delta x_1 + d_2 \Delta x_2 + \dots + d_k \Delta x_k + d_{1,2} \Delta x_1 \Delta x_2 + \dots + d_{k-1,k} \Delta x_{k-1} \Delta x_k + \dots \quad (2)$$

В (2)  $d_i$  имеют тот же смысл, что и значения частных производных в (1). Из теории регрессионного анализа известно, что определение оценок неизвестных коэффициентов  $d_i$  возможно экспериментальным путем, задавая различные значения  $\{x_i\}$  непосредственно на действующем оборудовании и измеряя значения  $E\{x_i\}$ , соответствующее каждому набору параметров  $\{x_i\}$ . При этом наименьшие затраты времени и средств достигаются в том случае, если эксперимент предварительно планируется. Такой оптимальный эксперимент называется полным факторным и сокращенно обозначается ПФЭ. Разложение вида (1) и (2) справедливо при сохранении линейных членов только в некоторой окрестности точки  $X^{(0)}$ . Поэтому зададим эту окрестность по всем параметрам в виде чисел  $\Delta x_i$ . Для удобства последующего изложения и расчета будем рассматривать только зависимость  $E(X)$  для двух параметров  $X' = (x_1, x_2)$ . Без ограничения общности полученные результаты переносятся на большее число параметров.

Предварительно нормируем область изменения этих параметров по формулам:

$$z_1 = \frac{x_1 - x_1^{(0)}}{\Delta x_1}; \quad z_2 = \frac{x_2 - x_2^{(0)}}{\Delta x_2}. \quad (3)$$

В этом случае верхние и нижние уровни изменения параметров будут соответственно равны  $z_{iв} = +1$ ,  $z_{iн} = -1$ , что проверяется непосредственной подстановкой в (3). Тогда матрица планирования ПФЭ принимает вид:

$$Z = \begin{vmatrix} z_0 & z_1 & z_2 & z_1 z_2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В (4) первый столбец ( $z_0$ ) соответствует некоторой условной переменной, тождественно равной 1.

Реализуя матрицу планирования по строкам, будем получать оценки значения критерия  $\hat{E}_i$ . Одновременно статистическими методами определяются оценки дисперсии ( $S^2[\hat{E}_i]$ ).

Условия реализации ПФЭ и фиксируемые при этом величины следующие:

Варьируемые параметры для соответствующей строки Z	Результаты эксперимента
$x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2$	$\hat{E}_1 \quad S^2[\hat{E}_1]$
$x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2$	$\hat{E}_2 \quad S^2[\hat{E}_2]$
$x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2$	$\hat{E}_3 \quad S^2[\hat{E}_3]$
$x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2$	$\hat{E}_4 \quad S^2[\hat{E}_4]$

Например, для первой строки задаются значения  $x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2$ . По результатам работы регулятора с такими параметрами или по результатам моделирования системы энергоснабжения на ЦВМ, как большой системы, производится статистическая оценка критерия оптимизации  $\hat{E}_1$  и оценка ее дисперсии  $S^2[\hat{E}_1]$ . Аналогично реализуются последующие строки.

В соответствии с рекомендациями [Л. 4] производится формирование весовой матрицы:

$$W = \begin{vmatrix} \frac{1}{S^2[\hat{E}_1]} & & & \\ & \frac{1}{S^2[\hat{E}_2]} & & 0 \\ & & \frac{1}{S^2[\hat{E}_3]} & \\ & 0 & & \frac{1}{S^2[\hat{E}_4]} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Оценки неизвестных коэффициентов уравнения регрессии вычисляются по формуле, записанной в матричной форме:

$$\hat{B} = (Z' W Z)^{-1} Z' W \hat{E}, \quad (6)$$

где  $\hat{B} = (\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_{1,2})$ ;

$$\hat{E} = (\hat{E}_1, \hat{E}_2, \hat{E}_3, \hat{E}_4).$$

Величины  $\hat{b}_i$  и  $\hat{b}_{ij}$  являются оценками коэффициентов уравнения регрессии, связывающего значения критерия оптимизации и нормированных параметров  $z_i$ , в виде:

$$E(z_1, z_2) = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_{12} z_1 z_2 \quad (7)$$

Причиной введения нормированных переменных  $z_i$  является необходимость вычисления оценок коэффициентов  $b_i$  по (6), что для значений параметров  $z_i = \pm 1$  сделать значительно легче, чем для истинных параметров  $x_i$ . Переход от коэффициентов  $b_i$  к  $d_i$  может быть осуществлен простой подстановкой значений (4) в (7). Из (6) видно, что обычная процедура определения коэффициентов уравнения регрессии при равных дисперсиях оценок критерия оптимизации получается при подстановке вместо матрицы  $W$  единичной. Сравнивая (1) и (7), нетрудно заметить, что вектор-градиент имеет составляющие:

$$\nabla E(x) = (b_1, b_2). \quad (8)$$

Используя вместо истинных коэффициентов их оценки, полученные по (6), можно, задавшись априорно длиной шага  $\gamma$  [1], осуществить переход в другую точку  $X^{(1)'} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_k^{(1)})$ , в которой снова поставить ПФЭ, определить составляющие градиента в новой точке, перейти, задавшись шагом  $\gamma$  [2], в точку  $X^{(2)'} = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_k^{(2)})$  и т. д. Процедуру поиска параметров  $X^{(*)'} = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*)$ , доставляющих минимум критерия оптимизации, можно записать в рекуррентной форме:

$$X[n] = X[n-1] - \gamma[n] \nabla E(X[n-1], \Delta x_i[n]). \quad (9)$$

Процесс поиска экстремума критерия оптимизации заканчивается, если градиент  $\nabla E(X)$  обращается в нуль (оценки коэффициентов уравнения регрессии  $\hat{b}_i$  оказываются статистически незначимо отличающимися от нуля), или при достижении одного из ограничений, накладываемых на допустимые значения параметров, при которых критерий начинает возрастать (в случае поиска его минимума) или начинает убывать (в случае поиска максимума). Если ограничение само зависит от параметров, то для него так же, как и для критерия оптимизации, следует определить уравнение регрессии. По коэффициентам уравнения регрессии определяются составляющие градиента ограничения. Составляющие градиентов критерия оптимизации и ограничения нормируются. По нормированным составляющим этих векторов определяется компромиссное направление, вдоль которого и осуществляется дальнейшее движение. Движение заканчивается в ситуации, аналогичной описанной, или в случае, если нормированные градиенты направлены встречно. Эта процедура описана в [Л. 5] и иллюстрируется проводимым ниже примером.

Применение алгоритмов поиска экстремума критерия оптимизации настройки регуляторов в устройствах энергоснабжения в процессе нормальной эксплуатации связано с существенными трудностями. Эти затруднения вытекают прежде всего из того, что для получения математического описания в окрестности некоторой точки — набора параметров — необходима постановка опытов при различных значениях

параметров в окрестности этой точки для получения уравнения регрессии. Так как время наблюдения для каждого набора параметров исчисляется несколькими днями, что может привести при некоторых наборах к ухудшению режима работы электрического оборудования на длительный срок или даже к аварийной ситуации, то вполне естественно нежелание эксплуатационного персонала и ответственных служб производить рискованные испытания на действующем оборудовании. Поэтому желательно было бы заменить как сам процесс, на который накладывается регулирование, так и регулятор их моделью, воспроизводимой на ЦВМ. Применяя описанную процедуру оптимизации к модели, можно получить решение задачи за достаточно короткий срок. Кроме того, сама процедура оптимизации в этом случае легко поддается программированию. Воспроизведение случайного процесса по его статистическим характеристикам на ЦВМ может быть осуществлено по методике [Л. 6], а работа регулятора в каждом случае описывается индивидуально с помощью некоторых уравнений и логических соотношений. Ниже приводится пример применения описанной методики оптимизации для настройки регулятора АРН (аналогичного по своему принципу действия БАУРПН).

**Пример.** При статистическом исследовании случайного процесса изменения напряжения на шинах тяговой подстанции постоянного тока была получена его корреляционная функция:

$$K(\tau) = 110e^{-0,2 \cdot 10^{-2} |\tau|} (\cos 0,18 \cdot 10^{-2} \tau + 1,11 \sin 0,18 \cdot 10^{-2} |\tau|). \quad (10)$$

Поскольку среднее значение напряжения ( $U = 3450$  в), было задано на том же уровне, то в качестве критерия оптимизации был выбран минимум дисперсии напряжения после регулирования при ограничении в 60 переключений регулятора в сутки.

Регулятор описывается рекуррентным соотношением:

$$y(t) = \begin{cases} y(t) - c, & \text{если } y(t) > x_1, \Delta t > x_2; \\ y(t), & \text{если } |y(t)| < x_1; \\ y(t) + c, & \text{если } y(t) < -x_1, \Delta t > x_2, \end{cases}$$

где  $c$  — величина ступени регулирования;  $\Delta t$  — время превышения уровня  $x_1$ ;  $y(t)$  — процесс на выходе регулятора.

Считая процесс переключения регулятора пуассоновским, ограничение можно задать в виде показателя  $q_{\text{дон}} = 60/T = 0,696 \cdot 10^{-3}$  1/сек.

В качестве нулевого приближения были выбраны следующие значения:  $x^{(0)}_1 = 130$  в,  $x^{(0)}_2 = 270$  сек и шаг варьирования  $\Delta x_1 = 10$  в,  $\Delta x_2 = 30$  сек. С шагом  $H = 5$  сек воспроизводился случайный процесс изменения напряжения, причем в массив для определения дисперсии в каждой точке ПФЭ отправлялось 72 выборочных значения через  $\Delta t = 20$  мин, равного времени затухания корреляционной функции. Результаты проведения ПФЭ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Матрица планирования				Значения варьируемых параметров		Результаты эксперимента			
$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_1 z_2$	$U, \text{ в}$	$t, \text{ с. к}$	$\hat{E}_i \cdot 10^4$	$S^2[\hat{E}_i] \cdot 10^7$	$\hat{q}_i \cdot 10^{-3}$	$S^2[\hat{q}_i] \cdot 10^{-6}$
1	-1	-1	1	120	240	0,74	0,15	0,74	0,86
1	1	-1	-1	140	240	1,01	0,29	0,47	0,54
1	-1	1	-1	120	300	0,9	0,22	0,67	0,78
1	1	1	1	140	300	1,08	0,33	0,46	0,53

Дисперсия критерия подсчитывалась по [Л. 4]:

$$S^2[\hat{E}_i] = \frac{(\hat{\sigma}^2)^2}{N/2} = \frac{\hat{E}_i^2}{N/2}. \quad (11)$$

В соответствии с описанным алгоритмом произведем обработку результатов наблюдений. Определим весовую матрицу по (5):

$$W = \begin{pmatrix} \frac{1}{0,15 \cdot 10^7} & & & & 0 \\ & \frac{1}{0,29 \cdot 10^7} & & & \\ & & \frac{1}{0,22 \cdot 10^7} & & \\ 0 & & & \frac{1}{0,33 \cdot 10^7} & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 10^{-7} \begin{pmatrix} 6,58 & & & & 0 \\ & 3,95 & & & \\ & & 5,03 & & \\ & & & 3,45 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix},$$

далее найдем

$$Z'W = 10^{-7} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6,58 \\ 3,95 \\ 5,03 \\ 3,45 \end{pmatrix} =$$

$$= 10^{-7} \begin{pmatrix} 6,58 & 3,95 & 5,03 & 3,45 \\ -6,58 & 3,95 & -5,03 & 3,45 \\ -6,58 & -3,95 & 5,03 & 3,45 \\ 6,58 & -3,95 & -5,03 & 3,45 \end{pmatrix}.$$

Умножая полученную матрицу на  $Z$ , имеем:

$$ZWZ = 10^{-7} \begin{pmatrix} 19,01 & -4,21 & -2,05 & 1,05 \\ -4,21 & 19,01 & 1,05 & -2,05 \\ 2,05 & 1,05 & 19,01 & -4,21 \\ 1,05 & -2,05 & -4,21 & 19,01 \end{pmatrix}.$$

Обращение матрицы  $Z'WZ$  дает:

$$(Z'WZ)^{-1} = 10^4 \cdot \begin{pmatrix} 56 & 12 & 5,2 & -0,63 \\ 12 & 56 & -0,63 & 5,2 \\ 5,2 & -0,63 & 56 & 12 \\ -0,63 & 5,2 & 12 & 56 \end{pmatrix}.$$

Вычислим матрицу  $Z'W\hat{E}$  воспользовавшись тем, что матрица  $Z'W$  ранее определена:

$$Z'W\hat{E} = 10^{-7} \cdot \begin{pmatrix} 6,58 & 3,95 & 5,03 & 3,45 \\ -6,58 & 3,95 & -5,03 & 3,45 \\ -6,58 & -3,95 & 5,03 & 3,45 \\ 6,58 & -3,95 & -5,03 & 3,45 \end{pmatrix} \times$$

$$\times 10^4 \cdot \begin{pmatrix} 0,74 \\ 1,02 \\ 0,9 \\ 1,08 \end{pmatrix} = 10^{-3} \cdot \begin{pmatrix} 17,1 \\ -1,66 \\ -0,62 \\ 0,06 \end{pmatrix}.$$

Перемножая матрицы  $(Z'WZ)^{-1}$  и  $Z'W\hat{E}$ , получим оценки  $\hat{B}$

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 9\,330 \\ 1\,130 \\ 640 \\ 90 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, уравнение регрессии для критерия оптимизации имеет вид:

$$E = 9\,330 + 1\,130z_1 + 640z_2 + 90z_1z_2. \quad (12)$$

Вектор-градиент имеет составляющие:

$$\nabla E = (\hat{b}_1, \hat{b}_2) = (1\,130, 640).$$

Нормировка вектор-градиента дает:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\hat{b}_1}{\sqrt{\hat{b}_1^2 + \hat{b}_2^2}} = 0,87; \\ \theta_2 &= \frac{\hat{b}_2}{\sqrt{\hat{b}_1^2 + \hat{b}_2^2}} = 0,43, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

т. е.  $\nabla \hat{E} = (0,87; 0,43)$ .

Аналогичные вычисления, произведенные для параметра пуассоновского потока срабатываний регулятора, дали уравнение регрессии:

$$q = 0,6 \cdot 10^{-3} - 0,12 \cdot 10^{-3}z_1 - 0,02 \cdot 10^{-3}z_2 + 0,014 \cdot 10^{-3}z_1z_2. \quad (14)$$

В силу того, что в точке  $x^{(0)}_1 = 130$  в и  $x^{(0)}_2 = 270$  сек среднее количество срабатываний регулятора  $0,6 \cdot 10^{-3} < < 0,696 \cdot 10^{-3}$ , возможно дальнейшее движение в сторону уменьшения критерия оптимизации без учета ограничения. Полученные уравнения регрессии соответствуют изменению нормированных параметров  $z_1$ . Для того чтобы определить величину критерия, например, в точке  $x_1 = 120$  в и  $x_2 = 240$  сек, нужно в (12) подставить значения  $z_1 = -1$ ,  $z_2 = -1$ , так как величине  $\Delta x_1 = -10$  в соответствует  $z_1 = -1$  и величине  $\Delta x_2 = -30$  сек соответствует  $z_2 = -1$ .

Выбираем величину шага  $\gamma[1] = 1,15$ . Тогда в соответствии с рекуррентной формулой (9) определим новую точку:

$$\begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{pmatrix} - \gamma[1] \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} \cdot \|\theta_1, \theta_2\| =$$

$$= \begin{pmatrix} 130 \text{ в} \\ 270 \text{ сек} \end{pmatrix} - 1,15 \cdot \begin{pmatrix} 10 \text{ в} \\ 30 \text{ сек} \end{pmatrix} \cdot \|(0,87; 0,43)\| = \begin{pmatrix} 120 \text{ в} \\ 255 \text{ сек} \end{pmatrix}.$$

Результаты ПФЭ в новой точке  $(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}) = (120 \text{ в}, 255 \text{ сек})$  сведены в табл. 2.

Воспользовавшись данными, получаем оценки коэффициентов уравнения регрессии:

$$\hat{b}_0 = 8\,740, \hat{b}_1 = 1\,250, \hat{b}_2 = 410, \hat{b}_{12} = -600.$$

Уравнение регрессии принимает вид:

$$E = 8\,740 + 1\,250z_1 + 410z_2 - 600z_1z_2.$$

Нормированный по (13) градиент

$$\nabla \hat{E} = (0,95; 0,31).$$

Таблица 2

Значения параметров для соответствующей строки Z		Результаты эксперимента			
U, в	t, сек	$\hat{E}_i \cdot 10^{-4}$	$S^2[\hat{E}_i] \cdot 10^7$	$\hat{q}_i \cdot 10^{-3}$	$S^2[\hat{q}_i] \cdot 10^{-8}$
110	225	0,64	0,11	0,89	1,03
130	225	1,02	0,29	0,59	0,68
110	285	0,85	0,2	0,73	0,85
130	285	0,97	0,26	0,53	0,61



Аналогичный расчет для  $q$  потока срабатываний регулятора дал уравнение регрессии:

$$q = 0,684 \cdot 10^{-3} - 0,124 \cdot 10^{-3} z_1 - 0,044 \cdot 10^{-3} z_2 + 0,024 \cdot 10^{-3} z_1 z_2.$$

Среднее значение  $q_{\text{ср}} = 0,684 \cdot 10^{-3} 1/\text{сек}$  соответствует 59 срабатываниям регулятора в сутки, поэтому можно считать, что в движении по градиенту в сторону уменьшения критерия оптимизации достигнуто ограничение. Компоненты нормированного градиента параметра потока переключений регулятора

$$\nabla \tilde{q} = (-0,95; -0,33).$$

Дальнейшее движение осуществлять по компромиссному направлению. Если обозначить компоненты градиента  $\nabla \tilde{q} = (\chi_1, \chi_2) = (-0,95; -0,33)$ , то составляющие вектора компромиссного направления определяются по формулам [Л. 5]:

$$\nu_1 = \frac{-\theta_1 - \chi_1}{2}; \quad \nu_2 = \frac{-\theta_2 - \chi_2}{2}. \quad (15)$$

В (15) при составляющих  $\theta_1$  и  $\theta_2$  стоит знак минус потому, что движение осуществляется в сторону уменьшения дисперсии, в то время как градиент направлен в сторону ее увеличения. По этой же причине компоненты  $\chi_1$  и  $\chi_2$  взяты с отрицательным знаком.

В соответствии с (15) имеем:

$$\nu_1 = 0, \quad \nu_2 \approx 0.$$

Таким образом, движение по компромиссному направлению производить не следует, так как оба вектора направлены взаимно противоположно. Полученные значения  $x_1^* = 120$  в,  $x_2^* = 255$  сек следует считать параметрами, при которых достигается относительный экстремум критерия оптимизации. Соответствующее значение среднеквадратичного отклонения

составляет  $\sqrt{\hat{E}} = 93$  в при количестве переключений регулятора 59 в сутки, что соответствует снижению его на 15,5% по сравнению с отсутствием регулирования. При ранее принятых значениях параметров регулирования  $x_1 = 100$  в и  $x_2 = 6$  мин среднеквадратичное отклонение составляло 100 в при среднем количестве переключений 60 в сутки. Применение предлагаемой методики позволило уменьшить среднеквадратичное отклонение на 5,5%, что дает дополнительный эконо-

мический эффект порядка 2 300 руб. в год на электрифицированном участке дороги постоянного тока длиной 225 км.

**Выводы.** 1. Предлагаемая процедура оптимизации распространяет градиентный метод на случай критерия качества, пропорционального мощности, что позволяет ее применять для настройки различных регуляторов режимов работы устройств энергообеспечения электрических железных дорог.

2. Совмещение процедуры оптимизации с моделированием на ЦВМ как регулируемых процессов, так и регуляторов, позволяет значительно сократить время поиска экстремума критерия, а также избежать работы электрического оборудования в критических режимах, которые могут возникнуть при реализации адаптивных алгоритмов или алгоритмов обучения непосредственно на действующем оборудовании в процессе нормальной эксплуатации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Веников В. А., Моделирование электрических систем, «Электричество», 1971, № 1.
2. Цыпкин Я. З., Адаптация и обучение в автоматических системах, изд-во «Наука», 1968.
3. Налимов В. В. и Чернова И., Статистические методы планирования экстремальных экспериментов, изд-во «Наука», 1965.
4. Худсон Д., Статистика для физиков (второе издание), изд-во «Мир», 1970.
5. Зайтендейк Т., Метод возможных направлений, Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Поляк Ю. Г., Моделирование последовательности неравностоящих по времени выборок из гауссовского случайного процесса, Изв. АН СССР, «Техническая кибернетика», 1969, № 1.

[7.12.1971]



УДК 621.313.322—81:621.3.017.72

## Сравнение повреждаемости корпусной изоляции турбогенераторов с воздушным и водородным охлаждением

Канд. техн. наук Л. А. БЕЛОВА, доктор техн. наук, проф. Л. Г. МАМИКОНЯНЦ  
и канд. физ.-мат. наук В. Н. ТУТУБАЛИН

ВНИИЭ

Примерно двадцать лет назад заводы перешли на изготовление турбогенераторов с водородным охлаждением обмоток статоров, что наряду с резким увеличением эффективности охлаждения позволило существенно улучшить условия работы изоляции обмоток статора и ротора. Представляет интерес выяснить, какое влияние оказал этот переход на вероятность аварийного пробоя корпусной (микалентной компаундированной) изоляции статора. Этот вопрос довольно сложен, так как необходимо сравнить между собой машины с воздушным и водородным охлаждением, т. е. машины разных конструктивных типов и с разной продолжительностью эксплуатации. Таким образом, непосредственное сравнение общего количества аварий здесь вряд ли может дать что-либо полезное.

Ранее было установлено [Л. 1 и 2], что аварийность изоляции можно с некоторым приближением описывать в рамках статистической модели, учиты-

вающей лишь размер (общую площадь изоляции) и время эксплуатации машины (учитывается лишь рабочее время). При этом не вызывает сомнений, что общее количество аварий, происшедших на той или иной совокупности машин в течение любого промежутка времени, есть случайная величина, распределенная по закону Пуассона, и все предположения, которые приходится делать, касаются лишь вычисления параметра  $\lambda_k$  (математического ожидания) этого закона. Эти предположения состоят в следующем. Существует функция  $h(t)$ , называемая интенсивностью отказов [Л. 4] такая, что

$$M\mu_i(t_i, T_i) = S_i \int_{t_i}^{T_i} h(t) dt, \quad (1)$$

где  $\mu_i(t_i, T_i)$  — количество аварий, происшедших на  $i$ -й машине во время ее эксплуатации от наработки  $t_i$  до наработки  $T_i$ ;  $M$  — знак математическо-

го ожидания;  $S_i$  — площадь изоляции  $i$ -й машины, выраженная в сотнях квадратных метров.

Кривую функции  $h(t)$  следует определить по статистическим данным. Фактически определялась не кривая  $h(t)$ , а интегралы

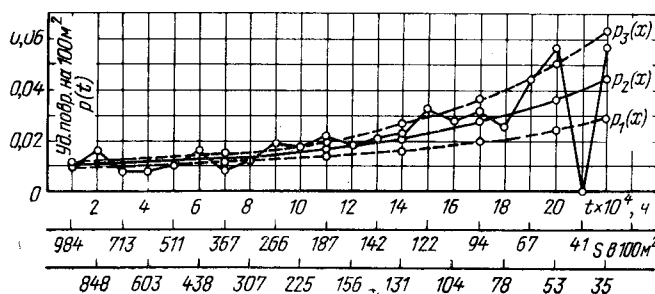
$$p_k = \int_{\tau_k - 1}^{\tau_k} h(t) dt, \quad (2)$$

где  $\tau_k = k \cdot 10^4$  ч.

Интегралы (1) находятся через (2) путем разбиения промежутка  $[t_i, T_i]$  на отрезки с концами в точках  $k \cdot 10^4$  ч (в тех случаях, когда точки  $t_i$  и  $T_i$  не кратны  $10^4$  ч, применяется линейная интерполяция).

Первоначально [Л. 1 и 2] значения  $\lambda_k$  были найдены по данным на 1 января 1963 г. по совокупности генераторов мощностью от 10 до 300 тыс. кВт с микалентной компаундированной изоляцией; разделения машин по способу охлаждения (воздушное и водородное) не проводилось. Была, насколько возможно, проверена принятая модель, причем обнаружилось, что с точки зрения аварийности изоляции совокупность генераторов обладает определенной статистической однородностью, хотя не без некоторых отклонений. В частности, было подтверждено мнение о более высокой аварийности генераторов ТВФ-100 (после модернизации это явление исчезло) и генераторов Т-25-2. Однако найденные значения  $p_k$  были в общем пригодны для оценки вероятности аварии. Данные были опубликованы в [Л. 1 и 2] в виде кривых, аналогичных представленным в этой статье по данным на 1 января 1966 г. На таких чертежах каждому значению  $k=1, \dots, 22$  отвечают значения на трех гладких кривых: на средней кривой — приближенное значение  $p_k$ ; на нижней и верхней кривых — концы интервала, равного по порядку доверительному интервалу для  $p_k$ ; ломаная кривая — фактические данные. Под каждым значением  $k$  указана площадь изоляции генераторов (в сотнях квадратных метров), прошедших эксплуатацию в интервале от  $(k-1) \cdot 10^4$  до  $k \cdot 10^4$  ч, т. е. дан объем экспериментального материала, по которому вычислена частота аварии, показанная на ломаной кривой.

С помощью таких кривых, построенных в 1963 г., была произведена оценка ожидаемого числа аварий в последующие годы. Оказалось, что фактическое число аварий меньше ожидаемого. Это отличие оказывалось статистически значимым, например, для совокупности машин напряжением 10,5 кВ, если математическое ожидание числа аварий вычислять с помощью средней кривой, рассчитанной для этой совокупности. При использовании нижней кривой расхождения не получалось. Объяснить этот эффект можно было двояко. Во-первых, можно было сослаться на возможную неточность средней кривой (как всякой кривой, полученной по статистическим данным). Во-вторых, можно было, считая среднюю кривую достаточно точной, искать причину в возможном изменении совокупности генераторов. Такая причина была найдена [Л. 3]: в 1961—1965 гг. была перемотана обмотка статоров группы более аварийных генераторов Т-25-2. В результате на начальном участке значения  $p_k$  на



Вероятность аварийных пробоев изоляции обмоток статоров турбогенераторов 10,5 кВ (1930—1965 гг.).

средней кривой практически не изменились, а на конечном участке — уменьшились. Поэтому в качестве наиболее правдоподобной характеристики аварийности следует взять среднюю кривую, вычисленную по данным на 1 января 1966 г. При этом кривые для совокупностей всех генераторов (см. рисунок статьи) и генераторов напряжением 10,5 кВ практически не отличаются [Л. 3].

Обработка данных<sup>1</sup> на 1 января 1970 г. показывает, что можно говорить об устойчивости значений  $p_k$  на начальном участке значения  $k$ . На участке  $k=1, \dots, 10$  величины  $p_k$  имеют значения от 0,010 до 0,015 на единицу площади ( $100 \text{ м}^2$ ) и на единичный интервал времени работы ( $10^4$  ч). Изменение кривой на конечном участке обусловлено, возможно, возрастанием совокупности машин с водородным охлаждением.

Перейдем к описанию вычислений, которые произведены для выбранной нами в качестве примера совокупности турбогенераторов 10,5 кВ. С помощью значений  $p_k$ , взятых по средней кривой, для машины с номером  $i$  из исследуемой совокупности рассчитывается математическое ожидание числа аварий за весь период  $T_i$  эксплуатации машины (по данным на 1 января 1970 г.):

$$\lambda_i = M\mu_i[0, T_i] = S_i \int_0^{T_i} h(t) dt.$$

Рассчитываются также вероятности того, что  $i$ -я машина имела за время эксплуатации ровно  $k$  аварий ( $k=1, 2, 3, 4$ ):

$$P\{\mu_i[0, T_i] = k\} = \frac{\lambda_i^k}{k!} e^{-\lambda_i} = p_i(k).$$

Затем выделяются различные группы машин (по конструктивным типам), и в пределах каждой группы значения  $\lambda_i$  и  $p_i(k)$  суммируются по  $i$ . Эти суммы дают соответственно математическое ожидание общего числа аварий и математическое ожидание числа машин, имевших ровно  $k$  аварий. Полученные математические ожидания сравниваются с фактическими количествами (значимость оценивается исходя из закона Пуассона). Результаты сведены в табл. 1 и 2.

<sup>1</sup> Опыт использования кривых  $p_k$  говорит о том, что при оценке согласия фактического числа аварий и его математического ожидания, вычисленного по средней кривой, можно (с некоторой осторожностью) пренебречь тем обстоятельством, что эта кривая вычислена по статистическим данным; следовательно, известна не точно.

Таблица 1

## Расчетные и фактические данные для совокупности турбогенераторов 10,5 кВ по состоянию на 1.1.1966

Тип охлаждения	Количество машин, охваченных статистикой	Число машин, имевших $k$ аварий				Всего аварий	Математическое ожидание для машин, имевших $k$ аварий				Всего
		1	2	3	4		1	2	3	4	
Воздушное	113	18	9	1	1	43	21,8	5,3	1,5	0,44	38,8
То же без Т-25-2	105	16	7	0	1	34	19,9	5,0	1,5	0,44	34,3
Водородное	172	10	1	0	0	12	7,7	0,31	0,01	0,001	8,4
То же без ТВФ-100	155	7	0	0	0	7	7,3	0,31	0,01	0,001	8,0

Рассмотрим сначала табл. 1. Для воздушных машин в этой таблице заметно некоторое превышение фактических значений над расчетными. Например, общее число аварий — 43, его математическое ожидание — 38,8. При таких значениях параметра пуассоновское распределение хорошо аппроксимируется нормальным, и после нормировки получаем для нормального распределения с параметрами (0,1) значение:

$$\frac{43 - 38,8}{\sqrt{38,8}} = 0,68,$$

что, естественно, незначимо.

Число машин с двумя авариями — 9, его математическое ожидание — 5,3. Отклонение весьма умеренно значимо на уровне 0,1. Это отклонение свидетельствует о некотором нарушении статистической однородности всей совокупности [Л. 2]. После исключения генераторов типа Т-25-2 согласие расчетных и фактических данных становится хорошим. Это еще раз подтверждает возможность считать значения  $p_k$  на средней кривой достаточно точными. В совокупности генераторов с водородным охлаждением заметно влияние группы машин ТВФ-100. После их исключения согласие расчетных и фактических данных также становится хорошим.

Таким образом, по данным на 1 января 1966 г. нельзя было говорить о каких-либо различиях между машинами с воздушным и водородным охлаждением. Если исключить дефектные типы машин Т-25-2 (воздушные) и ТВФ-100 (водородные), то общая аварийность может быть хорошо описана средней кривой.

По данным табл. 2 для машин с воздушным охлаждением можно заметить незначительную нехватку машин с одной аварией (математическое ожидание 28,5, фактическое количество 21) и значимое примерно на уровне 0,03 превышение количества машин с двумя авариями (математическое

ожидание 8,1 фактическое количество 14). Машин с тремя авариями несколько не хватает, а для четырех аварий имеется хорошее согласие. Для общего же количества аварий (59) имеется хорошее согласие с математическим ожиданием (57,5).

Для машин с водородным охлаждением аварий явно «не хватает». Для нормированного отклонения

$$\frac{22 - 33,5}{\sqrt{33,5}} = -1,99$$

общего числа аварий (22) от математического ожидания (33,5) получается значение, которое может быть статистически значимое на уровне 2,5%. После исключения машин ТВФ-100 получаем отклонение

$$\frac{15 - 29,1}{\sqrt{29,1}} = -2,62,$$

значимое на уровне 0,5%. Следовательно, можно определенно сказать, что аварийность генераторов с водородным охлаждением не описывается средней кривой, которая дана на рисунке и соответствует приближенному значению  $p_k$ . Так как для «воздушных» генераторов вычисление по этой кривой дает хорошее совпадение для общего числа аварий, то практически достоверно можно утверждать, что аварийность «водородных» машин ниже, чем «воздушных».

Этот эффект не наблюдался по данным на 1 января 1966 г. Наиболее естественное объяснение такого положения получается, если предположить, что при небольшой продолжительности эксплуатации аварийность машин с водородным охлаждением такая же, как аварийность машин с воздушным охлаждением, но старение изоляции машин с водородным охлаждением происходит медленнее. Таким образом, эффект уменьшения аварийности должен в таком случае сказываться тем сильнее, чем большее число машин с водородным охлаждением переходит в группу машин с большим сроком ра-

Таблица 2

## Расчетные и фактические данные для совокупности турбогенераторов 10,5 кВ по состоянию на 1.1.1970

Тип охлаждения	Количество машин, охваченных статистикой	Число машин, имевших $k$ аварий				Всего аварий	Математическое ожидание для машин, имевших $k$ аварий				
		1	2	3	4		1	2	3	4	5
Воздушное	155	21	14	2	1	59	28,5	8,1	2,8	1,1	57,5
Водородное	321	20	1	0	0	22	29,1	2,0	0,11	0,003	33,5
То же без ТВФ-100	272	15	0	0	0	15	25,2	1,8	0,10	0,003	29,1
ТВФ-100	49	5	1	0	0	7	3,9	0,22	0	0	4,4

Таблица 3

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Площадь изоляции	481	434	383	334	284	231	175	123	91	65	56	44	29	12	3,5
Число аварий	6	4	2	5	2	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0

боты. На 1 января 1970 г. продолжительность эксплуатации некоторых «водородных» машин достигла 120 000—150 000 ч, а в 1965 г. эти машины были существенно «моложе».

Другое объяснение могло бы состоять в том, что машины с водородным охлаждением имеют более низкую аварийность в течение всего времени эксплуатации, в том числе и на начальном участке. Статистические данные по машинам напряжением 10,5 кВ приведены в табл. 3. В верхней строке этой таблицы стоит площадь изоляции, прошедшей эксплуатацию в интервале времени  $[10^4 (k-1), 10^4 k]$  ч,  $k=1, 2, \dots, 15$ ; в нижней строке — количество аварий в данном интервале времени эксплуатации.

Средняя аварийность за первые 50 000 ч равна  $19/1916=0,010$  на 100 м<sup>2</sup> за  $10^4$  ч, что совпадает с указанным ранее значением для общей совокупности генераторов. Таким образом, на начальном участке сравниваемые машины имеют практически одинаковую аварийность.

**Выводы.** 1. Проведенный статистический анализ совокупности турбогенераторов напряжением 10,5 кВ показал, как это и предполагалось, что аварийные повреждения корпусной изоляции машин с воздушным и водородным охлаждением имеют

различную интенсивность. Машины с водородным охлаждением повреждаются меньше. Наиболее вероятное объяснение этого состоит в том, что, хотя качество изоляции машин одинаково, старение изоляции в водородной среде происходит медленнее, чем в воздушной.

2. Из этого следует, что определение интенсивности отказов для генераторов с большим сроком эксплуатации должно производиться отдельно по «воздушным» и «водородным машинам». Начальный участок кривой интенсивности отказов пригоден для обеих групп машин.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г. и Тутубалин В. Н., Вероятность аварийного пробоя изоляции обмоток статоров турбогенераторов в зависимости от длительности их работы, «Электричество», 1965, № 4.
2. Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г. и Тутубалин В. Н., О статистической однородности корпусной изоляции статоров турбогенераторов, «Электричество», 1967, № 6.
3. Белова Л. А., Повреждаемость в работе корпусной изоляции обмоток статоров турбогенераторов с номинальным напряжением 10,5 кВ, Труды ВНИИЭ, вып. 38, «Энергия», 1969.
4. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К. и Соловьев А. Д., Математические методы в теории надежности, изд-во «Наука», 1965.
5. Янко Я., Математико-статистические таблицы, Госстатиздат, М., 1961.

[10.12.1971]



УДК 621.3.014.31:621.3.064.42:621.315.611

## Дугостойкость материала дугогасительных камер электрических аппаратов

Канд. техн. наук А. Л. ЦЛАФ

Рига

Разрушения дугогасительных камер электрических аппаратов при умеренных (безопасных с точки зрения механической прочности) давлениях в их рабочем объеме вызваны, как правило, тепловым воздействием электрической дуги. В первую очередь это относится к наиболее распространенному типу аппаратов с магнитным гашением дуги.

Ухудшение работоспособности дугогасительной камеры может быть вызвано следующими причинами:

оплавлением и испарением материала активной поверхности камеры;

газогенерированием или разложением материала;

резмерным снижением электрического сопротивления активной поверхности камеры в процессе горения дуги, частично или полностью невозможным после ее погасания;

механическим разрушением (растрескиванием) материала от неравномерной деформации стенок камеры при тепловом ударе, вызванном дугой, или следующем за погасанием дуги процессом распространения тепла в толще стенок.

Для каждого изоляционного материала могут

быть определены предельные значения температуры и скорости нагрева, при которых указанные нежелательные явления еще не возникают.

В зависимости от назначения аппарата, степени его ответственности в схеме, срока службы, частоты коммутаций, условий эксплуатации и т. д. могут быть допущены те из тепловых перегрузок, которые не приводят к недопустимому снижению ее работоспособности. Так, например, для дугогасительной камеры мощного выключателя при редких коммутациях больших токов короткого замыкания можно допустить некоторое оплавление активной поверхности стенок и при выборе материала руководствоваться, прежде всего, его сопротивляемостью тепловому удару. В то же время для контактора, производящего без ремонта сотни тысяч и миллионы частых отключений сравнительно небольших рабочих токов двигателей, дугогасительная камера и режим горения дуги в ней должны быть выбраны, исходя из требования о недопущении каких-либо опасных тепловых перегрузок при этих токах.

Таким образом, с точки зрения постановки задачи необходимо иметь в виду два важных случая:

нагрев мощным источником в условиях, допускающих фазовое превращение материала стенок камеры (редко коммутирующий выключатель с малым количеством гарантированных отключений);

нагрев стенок камеры мощным кратковременным источником тепла до некоторой допустимой температуры, меньшей температуры фазового превращения материала (например, камера часто коммутирующего высоконадежного контактора).

Проведенные приближенные оценки показали, что при рассмотрении всех практически важных задач, которые могут быть охвачены вторым случаем, механического разрушения стенок в результате

теплого удара опасаться не следует, поскольку допустимая по другим условиям интенсивность воздействия дуги для этого недостаточна. Поэтому может быть получен критерий, однозначно определяющий по известным теплофизическим характеристикам дугостойкость материала камер.

Такой критерий позволил бы произвести сравнение дугостойкости материалов и для первого круга задач, хотя этого еще недостаточно для окончательного выбора материала камеры и режима горения дуги в ней. Необходимо еще убедиться в том, что при мощном набросе тепла на стенки камеры (тепловой удар), приводящем к фазовому превращению материала ее активной поверхности (например, плавлению), не произойдет разрушения камеры в результате последующей деформации стенок. Сравнительную оценку сопротивляемости материалов разрушению под воздействием теплового удара производят по термостойкости, которую можно определить как предельную разницу температур нагретого тела и воды, не приводящей к его растрескиванию при помещении в воду.

Если при сравнении двух материалов дугостойкость одного из них оказывается выше при более низкой термостойкости или наоборот, то следует произвести расчет теплового режима камеры и оценить, что опасней при заданных параметрах отключаемой цепи и конструкции камеры: нагрев активной поверхности или последующий процесс распространения тепла и деформации стенок. В приводимой ниже таблице с теплофизическими характеристиками термостойкость обозначена буквой  $T_*$ .

Критерий дугостойкости, не зависящий от тока дуги и времени ее горения, может быть получен путем анализа теплового воздействия электрической дуги, горящей в узкой щели, на материал обрезающих эту щель стенок.

Наименование материала	$\Pi$ , %	$\gamma$ , кг/м <sup>3</sup>	$T_*$ , °C	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$\beta_c \cdot 10^{-3}/\text{град}$	$T_c$ , °C
				$d \text{ ж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$				
Корундовая керамика (чистый $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	0	3 900	180	825	1 180	1 225	0,60	900
Циркониевая керамика ( $\text{ZrO}_2$ )	0	6 100	—	500	710	710	0,32	1 400
	13	5 300	120	500	710	710	0,32	1 400
	28	4 390	—	500	710	710	0,32	1 400
	53	3 230	—	500	710	710	0,32	1 400
Цирконовая керамика ( $\text{ZrO}_2 \cdot \text{SiO}_2$ )	0	3 780	200	610	890	890	0,35	1 400
	18,6	3 080	300	610	890	890	0,35	1 400
	53	1 780	600	610	890	890	0,35	1 400
	0	2 210	1 000	840	1 110	1 110	0,38	1 000
Кварцевое стекло ( $\text{SiO}_2$ )	0	2 210	1 000	840	1 110	1 110	0,38	1 000
Кордиеритовая керамика К-2 (СССР)	12	2 260	550	870	1 120	1 160	0,53	600
Кордиеритовая керамика зарубежных фирм	Пористая	1 800—2 200	250—1 000	800—900	—	—	—	—
	Плотная	1 900—2 600	250—500	800—900	—	—	—	—
Микалекс	—	2 760	—	715	—	—	—	—
Слюда	—	2 800	—	880	—	—	—	—
Асбестоцемент	—	1 700	—	840	950	—	0,18	600
Пластмассы на алюмофосфатной связующей с наполнителями из слюды, талька, асбеста	—	1 900	—	1 260	—	—	—	—
Пластмассы с кремнийорганической связующей и наполнителями из асбеста и кварца	—	1 900	—	1 200	—	—	—	—
Пластмассы со связующими—из меламино-формальдегидной смолы и минеральными наполнителями	—	1 700	—	1 900	—	—	0,95	200
Стекло обыкновенное	0	2 500	90	670	—	670	0	300

Определение максимальной температуры нагрева стенки дугой сводится к решению задачи о нагреве полубесконечной плоскости полосовым источником [Л. 1]. Одно из решений (применительно к мгновенным источникам) дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + v \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

дается в виде

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda t} \exp \left[ -\frac{(x - x_0 + vt)^2 + y^2}{4at} \right], \quad (2)$$

где  $T$  — температура нагрева рассматриваемой поверхности, °K;  $t$  — время воздействия источника, сек;  $a$  — коэффициент температуропроводности, м²/сек;  $v$  — скорость, м/сек;  $q$  — интенсивность источника, Дж/м²·сек;  $\lambda$  — теплопроводность, Вт/м·°C. Начальная температура тела принимается за нулевую.

В результате интегрирования (2) по  $x_0$  от  $-b/2$  до  $b/2$  ( $b$  — ширина полосы) при известных допущениях в [Л. 1] получено выражение для максимальной температуры нагрева граничной плоскости полубесконечного пространства полосовым источником:

$$T = \frac{2q\sqrt{b}}{\sqrt{\pi\lambda c v}}, \quad (3)$$

здесь  $c$  — удельная теплоемкость, Дж/кг·град;  $\gamma$  — плотность, кг/м³.

Единица длины полосы дуги выделяет мощность, равную  $EI$ , которая в случае щелевой камеры, как показано в [Л. 2], практически целиком передается стенкам. Следовательно, на одной стенке выделяется мощность  $\frac{1}{2} EI$ .

Таким образом, для полосы дуги, горящей в узкой щели шириной  $\delta$  и имеющей сечение  $\delta b$ , определяется интенсивность источника и максимальный нагрев из (3) соответственно

$$q = \frac{EI}{2b}; \quad (4)$$

$$T = \frac{EI}{\sqrt{\pi\lambda c \gamma v b}}. \quad (5)$$

При движении дуги в интервале скоростей, ограниченном скоростью звука и минимальной скоростью, при которой еще не происходит ни фазового превращения материала стенок, ни образования проводящих мостиков, напряженность электрического поля в дуге удовлетворительно описывается выражением:

$$E = \frac{A}{\sqrt{\delta}}. \quad (6)$$

Для большинства дугостойких материалов можно принять коэффициент пропорциональности  $A \approx 190$  В/м<sup>0,5</sup>.

Зависимость (6), полученная в [Л. 2], была при указанном выше диапазоне скоростей проверена в [Л. 3] для камер со стенками из керамики К-2. При этом оказалось, что соотношение (6) справедливо практически с тем же значением коэффициента  $A$  для стекла, керамики и асбоцемента.

В предположении, что плотность тока дуги постоянна, задача о нагреве стенок рассмотрена в [Л. 4]. Более точные результаты при решении этой задачи дает использование зависимостей плотности тока от силы тока и ширины щели, полученные позднее в [Л. 5].

$\lambda_0$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta\lambda$	$T_\lambda$	$T_{пл}$	$T_{доп}$	$m$	$k, a^{0,5}/m^{1,25}$	Промышленные марки
Вт/(м·град)			$10^{-3}/град$	°C			$a\text{-сек}/m^{0,5}$		
30,0	10,4	6,4	—1,45	450	2 040	2 040	347	6 850	Микролит ГБ-7 (СССР), Hilokoks, Lukaloks (США)
1,90	2,25	2,25	0,12	1 900	2 700	2 700	192	5 650	Ц-1 (СССР)
1,65	2,08	2,08	0,19	1 400	2 700	2 700	164	5 500	
0,46	1,10	1,25	0,80	1 000	2 700	2 700	89	4 950	
0,32	0,40	0,40	0,20	1 600	2 700	2 700	33	4 200	
5,90	4,30	3,90	—0,36	800	2 550	2 550	218	5 870	Ц-3-8 (СССР), Almanoks (США)
5,00	3,52	3,15	—0,40	800	2 550	2 550	163	5 560	Cirksil (Швейцария)
1,55	1,06	0,91	—0,45	800	2 550	2 550	43	4 470	Alsthom (Франция)
1,35	2,15	2,15	1,00	1 200	1 710	1 710	55	5 350	
1,10	1,75	1,85	0,95	800	1 440	1 440	30	5 150	К-2, КДИ-2, Л-24 (СССР)
1,0—1,8	—	—	—	—	1 440—1 480	1 400—1 480	19—54	4 900—5 500	Alsimag (США), Sipa 14 (ФРГ), KER 520 (ГДР)
2,0—2,7	—	—	—	—	1 440—1 480	1 400—1 480	40—95	5 400—5 900	Sipa H, Ardostan (ФРГ)
0,71	1,2	—	—	—	750	1 300	15	4 900	
0,58	—	—	—	—	1 300	1 300	11	4 420	
0,65	0,8	—	0,3	600	—	1 300	10	4 400	
0,7	—	—	—	—	—	1 200	10	4 600	НП-2 (СССР)
0,37	—	—	—	—	—	1 200	6	4 200	КМК-218 (СССР)
0,64	—	—	0,5	200	—	500	3	4 600	К-78-51 (СССР)
0,75	1,12	1,12	1,56	300	630	630	3	4 600	

Эти исследования показывают, что средняя плотность тока дуги в узкощелевой камере равна:

$$j = \frac{I}{b\delta} = k \frac{I^{0,5}}{\delta^{0,75}}, \quad (7)$$

где  $k$  — коэффициент, определяемый теплофизическими характеристиками стенок. Численное значение  $k$  для разных материалов при умеренных нагрузках камер приводится в [Л. 6 и 7] и таблице.

Подставляя (7) и (6) в (5), нетрудно получить

$$T = A \left( \frac{k}{\pi \lambda c \gamma} \right)^{0,5} \frac{I^{0,75}}{\delta^{0,575} v^{0,5}}. \quad (8)$$

Вместо скорости  $v$  в (8) может быть введено время  $t = \frac{b}{v}$ , соответствующее длительности прожога полосы дуги над данной точкой стенки камеры. Тогда после преобразований выражение (8) примет вид:

$$T = \frac{Ak}{(\pi \lambda c \gamma)^{0,5}} \frac{(It)^{0,5}}{\delta^{0,25}}. \quad (9)$$

Для неподвижной или весьма медленно движущейся дуги ( $v < 0,5$  м/сек) допущения, на основе которых получена зависимость (3), строго говоря, не применимы и следовало бы пользоваться приводимым в [Л. 1] более точным выражением. Однако сложность этого выражения и необходимость использования табличных функций вряд ли оправдывают его применение. В то же время, используя (9), можно получить достаточно хорошее совпадение расчетных и опытных результатов, принимая в качестве  $t$  время воздействия неподвижной дуги на стенки камеры. Такое упрощение связано с предположением о равенстве температуры нагрева данной точки камеры от набегающей полосы дуги и неподвижного распределенного источника той же интенсивности, но с эквивалентным временем воздействия.

Задаваясь допустимым значением температуры нагрева стенок  $T_{\text{доп}}$ , нетрудно из (8) и (9) определить минимально допустимую скорость  $v_{\text{min}}$  и максимально допустимую длительность воздействия дуги  $t_{\text{max}}$  на стенку камеры:

$$v_{\text{min}} = \frac{I^{1,5}}{mk\delta^{0,75}}; \quad (10)$$

$$t_{\text{max}} = \frac{m\delta^{0,5}}{I}, \quad (11)$$

где

$$m = \frac{\pi \lambda c \gamma T_{\text{доп}}^2}{A^2 k^2}. \quad (12)$$

Коэффициент  $m$  может быть естественной характеристикой дугостойкости материала, поскольку, определяя наряду с током и шириной щели камеры допустимую интенсивность воздействия дуги на стенки, этот коэффициент зависит исключительно от теплофизических характеристик материала и не привязан к конкретным значениям  $I$  и  $\delta$ . Это позволяет единообразно оценивать дугостойкие свойства материалов. Как видно из таблицы, численное значение  $m$  возрастает по мере роста дугостойкости материала.

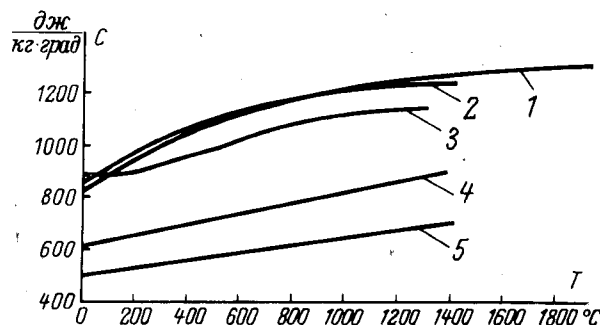


Рис. 1. Температурная зависимость удельной теплоемкости дугостойких материалов по литературным данным.

1 — корундовая керамика; 2 — кордиеритовая керамика; 3 — кварцевое стекло; 4 — цирконовая керамика; 5 — двуокись циркония.

Решение (2) уравнения теплопроводности (1) получено в предположении постоянства коэффициентов, в то время как теплопроводность и удельная теплоемкость зависят от температуры. Поэтому в расчетные формулы следует подставлять усредненные значения теплофизических характеристик в диапазоне допускаемых для стенок камеры температур.

На рис. 1 и 2 приводятся температурные зависимости удельной теплоемкости и теплопроводности некоторых дугостойких материалов, а в таблице — их усредненные значения, определяемые соответственно из выражений:

$$c_1 = \frac{1}{T_{\text{доп}} - T_0} \int_{T_0}^{T_{\text{доп}}} c dT; \quad (13)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_{\text{доп}} - T_0} \int_{T_0}^{T_{\text{доп}}} \lambda dT, \quad (14)$$

где  $T_0 = 0$  — начальная температура стенки.

Для многих материалов литературные данные о температурной зависимости теплофизических характеристик ограничены небольшим диапазоном температур, либо вообще отсутствуют. В этих случаях при вычислении характеристики дугостойкости (12) в качестве усредненных приходилось принимать

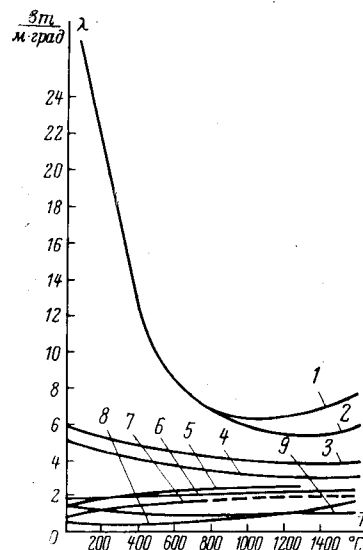


Рис. 2. Температурная зависимость теплопроводности дугостойких материалов по литературным данным.

1 — корундовая керамика,  $P=0\%$ ; 2 — то же,  $P=9,5\%$ ; 3 — цирконовая керамика,  $P=0\%$ ; 4 — то же,  $P=18,6\%$ ; 5 — кварцевое стекло,  $P=0\%$ ; 6 — двуокись циркония,  $P=0\%$ ; 7 — кордиеритовая керамика,  $P=28\%$ ; 8 — двуокись циркония,  $P=28\%$ ; 9 — цирконовая керамика,  $P=53\%$ .

мать значения теплопроводности  $\lambda_2$  и удельной теплоемкости  $c_2$  при температуре, равной половине допускаемой. В отдельных случаях по той же причине в качестве усредненных приняты значения  $\lambda = \lambda_0$  и  $c = c_0$ , определенные для комнатных температур. Там, где имелось достаточно данных, для вычисления коэффициента  $m$  использовались усредненные значения:

$$(\lambda c)_1 = \frac{1}{T_{\text{доп}} - T_0} \int_{T_0}^{T_{\text{доп}}} \lambda c dT.$$

В таблице указаны также предельные значения температур  $T_c$  и  $T_\lambda$ , при которых соответственно удельная теплоемкость и теплопроводность могут быть с приемлемой точностью аппроксимированы линейными функциями с температурными коэффициентами  $\beta_c$  и  $\beta_\lambda$ .

Для ряда керамических материалов теплофизические характеристики в таблице даются в функции пористости  $P$ . Приводится также температура плавления различных материалов  $T_{\text{пл}}$ .

За допустимую температуру нагрева  $T_{\text{доп}}$  при расчете характеристики дугостойкости  $m$  керамических материалов, слюды и стекла в таблице принята температура плавления. Для многокомпонентных материалов за допустимую принята температура, при которой исключено образование заметного проводящих мостиков или разложение связующей на значительной глубине стенки. Оценка этих значений температуры производилась с учетом опытных данных о движении дуги в узкощелевых камерах.

Заметим также, что для кордиеритовой керамики значение  $k = 4744$ , по отношению к которому определяются коэффициенты других материалов, пересчитано для усредненных значений  $c_1$  и  $\lambda_1$  при температуре  $T_{\text{доп}}$  по формуле, приведенной в [Л. 5]. Такой пересчет был необходим, поскольку рассчитанное в [Л. 5] значение температуры стенок составляло 300—400 °С, а в данной статье в качестве предельных рассматриваются значительно более высокие температуры.

Правильность полученных результатов и правомерность принятых допущений можно оценить, анализируя имеющиеся опытные данные (рис. 3 и 4).

Из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 3 видно, что в пределах исследованных значений силы тока скорость движения дуги была выше допустимой (кривая 2) по условиям нагрева стенок, поэтому остановка дуги или уменьшение ее скорости с ростом



Рис. 3. Скорость движения дуги в камере со стенками из кордиеритовой керамики К-2. (Экспериментальные точки — средний результат многих измерений.)  
1 —  $\delta = 1$  мм,  $B = 0,08$  тл; 3 —  $\delta = 2$  мм,  $B = 0,02$  тл; 2 — минимально допустимая скорость движения дуги по (10) при  $m = 30$ ,  $k = 5150$ ,  $\delta = 1$  мм; 4 — то же, при  $\delta = 2$  мм.

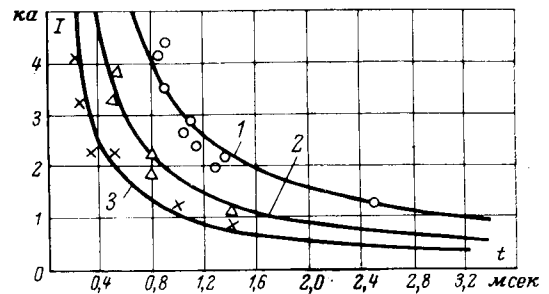


Рис. 4. Зависимость тока начала плавления стенок от времени его воздействия (данные [Л. 8],  $\delta = 5$  мм).

1 (○) — цирконовая керамика, расчет по (11) при  $m = 45$ ; 2 (Δ) — кордиеритовая керамика Sipa,  $m = 25$ ; 3 (×) — микалекс,  $m = 15$ .

тока не наблюдалась. В то же время нетрудно заметить, что в зоне пересечения кривых 1 и 2 рост скорости с увеличением тока практически прекратился. Аналогичное явление имеет место при ширине щели 2 мм и индукции 0,02 тл (кривые 3 и 4). Таким образом, прекращение нарастания скорости движения дуги или ее снижение и остановка с увеличением тока всегда имеют место при скоростях, меньших минимально допустимых согласно расчету по (10) для материала с заданной дугостойкостью  $m$ .

На рис. 4 кривая 2, построенная по (11) при  $m = 25$ , характеризует зависимость минимального тока, при котором обнаруживается оплавление стенок, от времени воздействия неподвижной дуги, горящей в щели шириной  $\delta = 5$  мм. Стенки были выполнены из кордиеритовой керамики Sipa (ФРГ).

Таким образом, сравнивая результаты рис. 3 и 4, можно сделать вывод, что хотя условия опытов были совершенно различными, подвижная и неподвижная дуги в камерах со щелями разной ширины — 2 и 5 мм, все же сопротивление материала стенок воздействию дуги характеризуются близкими значениями дугостойкости  $m$  (соответственно 30 и 25). Небольшое различие в значениях  $m$  для этих материалов объясняется их несколько отличным составом и свойствами (см. таблицу).

Такие же выводы могут быть сделаны при сравнении результатов исследований подвижных и неподвижных дуг в камерах со стенками из микалекса. Кривые 1—4 на рис. 5 построены по результатам исследования скорости дуги в щели шириной 2 мм при индукциях соответственно 0,08; 0,04; 0,02 и 0,01 тл. Кривая 5 для минимально допустимой скорости построена по (10) при  $m = 15$  и  $k = 4900$ , характеризующим микалекс (см. таблицу). Нетрудно заметить, что существенное снижение скорости дуги с ростом тока по кривой 4 ( $B = 0,01$  тл) начинается после ее пересечения с кривой 5, т. е. при термической перегрузке стенок. Аналогичное явление наблюдается в камере со щелью  $\delta = 6$  мм (кривые 6 и 7).

При других условиях (ширина щели  $\delta = 5$  мм, неподвижная дуга) дугостойкость стенок из микалекса (см. кривую 3 на рис. 4) определяется тем же значением  $m = 15$ , что и для условий рис. 5. Кривая 3 рис. 4 построена по (11) и характеризует минимальный ток плавления стенок из микалекса.



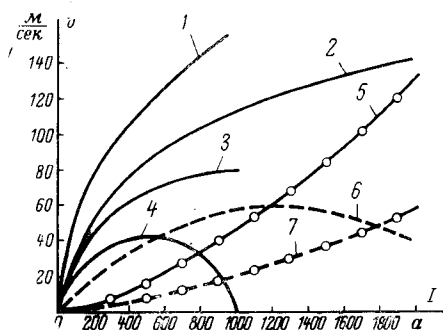


Рис. 5. Скорость движения дуги в камере со стенками из минераловатки. (Кривые 1—4, 6 — данные [Л. 9].)

1 —  $\delta=2$  мм,  $B=0,08$  тл; 2 —  $\delta=2$  мм,  $B=0,04$  тл; 3 —  $\delta=2$  мм,  $B=0,02$  тл; 4 —  $\delta=2$  мм,  $B=0,01$  тл; 6 —  $\delta=6$  мм,  $B=0,01$  тл; 5 — минимально допустимая скорость движения дуги по (10) при  $m=15$ ,  $\delta=2$  мм; 7 — то же при  $\delta=6$  мм.

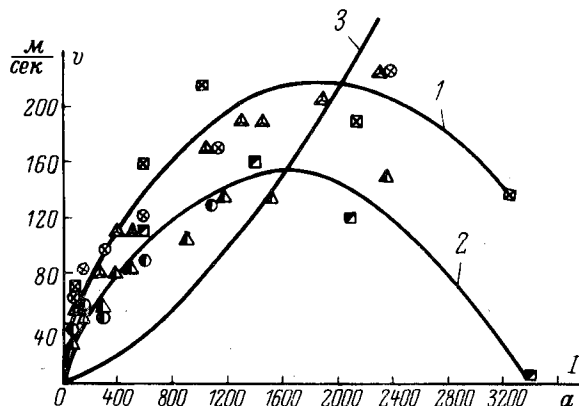


Рис. 6. Скорость движения дуги в камере со стенками из асбестоцемента ( $\delta=2$  мм).

○ ● ○ ● ⊗ — данные [Л. 10];

▲ △ ▲ △ — данные [Л. 11].

■ □ ⊗ ⊗ — данные [Л. 9];

⊗ ⊗ ⊗ — 1 —  $B=0,08$  тл;

● ● ● — 2 —  $B=0,04$  тл;

3 — минимально допустимая скорость движения дуги по (10) при  $\delta=2$  мм и  $m=10$ .

Анализируя экспериментальные данные рис. 4, отметим, что зависимость времени начала плавления стенок из пористой цирконовой керамики в функции тока (кривая 1) также хорошо описывается формулой (11) при значении  $m=45$  (см. таблицу — цирконовая керамика  $\Pi=53\%$ ).

В заключение рассмотрим, насколько принятый нами подход к оценке дугостойкости соответствует имеющимся многочисленным экспериментальным исследованиям условий движения дуги в камере со стенками из асбестоцемента. Кривые, аналогичные рис. 4 и 5, приведены для асбестоцементных стенок на рис. 6. Здесь указаны также экспериментальные точки, полученные в трех разных работах. В этом случае отмеченные выше закономерности также имеют место: прекращение нарастания и уменьшение скорости до остановки дуги наблюдаются при токах, вызывающих тепловую перегрузку стенок, т. е. за пересечением кривых 1—2, соответ-

ствующих скорости  $v=v(t)$ , с кривой 3 зависимости минимально допустимой скорости движения дуги от тока. Следует отметить, что кривые 1—3 получены в экспериментах с сухими стенками, поэтому приведенные в таблице для асбестоцемента значения температуры  $T_{\text{доп}}$  и дугостойкости  $t$  являются предельно допустимыми. В реальных условиях эксплуатации, где со временем возможна абсорбция влаги активной поверхностью асбестоцементных стенок и образование под воздействием дуги проводящих мостиков при меньших тепловых нагрузках на камеру, значение дугостойкости  $t$  в расчетах целесообразно снижать с 10 до 5—7.

В отличие от асбестоцемента нестабильность сопротивляемости воздействию дуги у других материалов проявляется в значительно меньшей мере.

**Выводы.** 1. Введенное из физических соображений понятие «характеристики дугостойкости», не зависящее от параметров отключаемой цепи, ширины щели и других размеров дугогасителя, позволяет дать простую количественную оценку дугостойким свойствам материала. Численное значение этой характеристики возрастает по мере улучшения дугостойкости.

2. Пользуясь «характеристикой дугостойкости», по (10) и (11) можно оценить допустимую интенсивность воздействия дуги на стенки камеры.

3. Снижение скорости или остановка дуги при увеличении тока в дугогасительной камере с магнитным дутьем связаны с чрезмерно интенсивным тепловым воздействием дуги на стенки, образующие щелевой канал. Это предположение, сделанное при анализе экспериментальных данных [Л. 10], подтверждается в статье расчетным путем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Силин С. С., Расчет температурных полей при действии движущихся источников тепла. «Инженерно-физический журнал», 1963, № 12.
2. Кукеков Г. А., Вольт-амперная характеристика электрической дуги, охлаждаемой в щелевом канале, Труды ЛПИ, 1958, № 195.
3. Цлаф А. Л., Статические характеристики электрической дуги в щелевой камере, Ученые записки Рижского политехнического института, 1967, № 25.
4. Кукеков Г. А., Проектирование выключателей переменного тока высокого напряжения, Госэнергоиздат, 1961.
5. Цлаф А. Л., Плотность тока электрической дуги в щелевой дугогасительной камере, «Электричество», 1968, № 12.
6. Цлаф А. Л., Характеристики дугостойкости и нагрев щелевых дугогасительных камер, Ученые записки Рижского политехнического института, 1967, № 25.
7. Цлаф А. Л., Исследование характеристик электрической дуги в щелевых дугогасительных устройствах, сб. «РЭЗ. Новые конструкторско-технологические разработки», изд-во «Звайгзне», 1971.
8. Neuman J., Über das Löschen von Lichtbögen in engen Spalten zwischen Isolierstoffwänden, Dissertation, T. H. Braunschweig, 1958.
9. Фарафонов А. В., Экспериментальное определение характеристик электрической дуги постоянного тока при напряжении 3,3 кв, Труды ЦНИИ МПС № 250, 1963, Трансжелдориздат.
10. Брон О. Б. и Борисоглебский В. С., Дугогасительные устройства коммутационных аппаратов с продольными щелями, Сб. «Электросила», 1952, № 11.
11. Брон О. Б. и Родштейн Л. А., Электрическая дуга в продольных щелях, «Электричество», 1958, № 12.

[8.2.1972]



# Исследование особенностей электрической эрозии металлокерамических материалов

Канд. техн. наук Г. С. БЕЛКИН и М. Е. ДАНИЛОВ

*Всесоюзный электротехнический институт*

В качестве материала для контактов выключателей часто применяются металлокерамические композиции. Это связано со стремлением увеличить эрозионную стойкость, уменьшить свариваемость контактов или улучшить другие характеристики выключателя. Несмотря на то, что металлокерамические контакты используются много лет, до настоящего времени недостаточно исследовано влияние состава и структуры композиции на величину эрозии. Есть ряд гипотез, объясняющих различие в износе композиций и однородных материалов [Л. 1—3]. Называют в качестве причины малого износа композиции потери энергии на испарение меди [Л. 1], а также тот факт, что выброс жидкой фазы из композиции затруднен [Л. 3]. Указанные причины не являются единственными. В настоящей статье на основании расчетов тепловых процессов в композициях проводится сопоставление всех сторон процесса эрозии металлокерамических и однородных материалов. Оцениваются условия, при которых металлокерамические контакты будут обладать наибольшей дугостойкостью.

Известно, что эрозия контактов происходит в виде пара и капель. При малых токах и длительностях разряда эрозия связана в основном с испарением из микропятен. С увеличением тока количество и плотность микропятен увеличивается, что ведет к образованию единой расплавленной ванны и выбросу газодинамическими и электродинамическими силами определенной доли расплавленного металла. При этом величина эрозии существенно возрастает [Л. 3] по сравнению с износом из микропятен.

Чтобы раскрыть закономерности образования расплавленной ванны и выброса металла из композиционных материалов, необходимо исследовать условия горения дуги и особенности тепловых процессов на металлокерамических электродах. Наличие выходов на поверхность контакта мелкодисперсных фракций различных металлов существенно изменяет условия горения дуги, особенно вакуумной, как с точки зрения генерации носителей тока (электронов и ионов), так и с точки зрения проникновения тепла в глубь контакта и проплавления его.

**Следы оплавления вакуумной дугой на композиционных и однородных контактах.** Имеются различия в характере следов оплавления на однородных и металлокерамических катодах. При одном и том же токе  $I_m = 4,5$  ка и времени горения дуги в вакууме  $t = 10$  мсек на меди сформировалась единая макролунка, тогда как на металлокерамике типа Fe—C (70/30%) такой лунки не образовалось. Пораженная область состоит в основном из большого количества микролунок кратерообразной формы

диаметром приблизительно 20—200 мкм. При увеличении количества разрядов отмечается тенденция к увеличению числа кратеров диаметром 1—2 мм при неизменных условиях и параметрах разряда. Для большого количества разрядов наблюдаются как бы «заброшенные» кратеры, покрытые сеткой мелких следов наряду с существованием свежих крупных кратеров. Это явление может быть объяснено следующим образом.

Наличие неоднородностей на поверхности металлокерамических электродов приводит к ограничению подвижности катодных пятен и их фиксации в некоторых областях поверхности контактов. При этом фиксация катодных пятен, очевидно, наблюдается в тех местах, где обеспечиваются условия наибольшей эффективности генерации носителей заряда. В этих местах возможно затягивание существования катодных пятен в данном месте при каждом разряде и, как следствие, образование глубоких и широких кратеров. Размеры этих единичных кратеров превосходят характерный размер структуры (30—100 мкм) на порядок и более. Из-за неоднородности структуры композиционного электрода по мере выработки кратера условия генерации носителей тока в данной области теряют свои преимущества и поэтому наблюдаются заброшенные кратеры, которые последующими разрядами покрываются обычными лунками.

Следует отметить, что эффект фиксации катодных пятен на композиционных контактах отмечался при исследовании движения дуги, горящей в воздухе и во внешнем магнитном поле [Л. 2]. В [Л. 3] отмечалось, что в воздухе следы оплавления на металлокерамике сосредоточены на легкоплавких компонентах вокруг тугоплавких компонент.

**Влияние материала на энергию, введенную в электроды.** Чтобы оценить влияние неоднородностей на распространение тепла от поверхности в глубь электрода, были поставлены эксперименты по определению энергии, введенной в анод и катод вакуумной дуги. Одновременно проводились измерения напряжения на дуге. Измерение введенной энергии проводилось калориметрическим методом при импульсном аperiodическом разряде с амплитудой тока  $I_m \approx 2,5$  ка при длительности разряда 8—10 мсек. Ниже анализируются полученные результаты с точки зрения тепловых процессов в композиционных электродах.

В табл. 1 приведены значения эквивалентных приэлектродных падений напряжения, которые численно равны энергии, введенной в электрод при протекании через разряд одного кулона электричества.

Из табл. 1 следует, что энергия, введенная в анод, для испытанных материалов примерно

Таблица 1

Материал	$U_a'$	$U_k'$	$U_a' - U_k'$	$U_d$
W	11,2	6,5	17,7	28
Fe	8	6,8	14,8	19
Cu	12,4	6,1	18,5	19
Fe—Cu (87, 13%)	8,7	4,5	13,2	14
Fe—Cu (75, 25%)	9,3	4,9	14,2	16
Fe—Cu (57, 43%)	8,8	5,1	14,9	16
W—Cu (57, 43%)	8,8	5,0	14,8	15
W—Cu—Sb (70, 26, 4%)	6,6	3,6	10,2	15

в 2 раза больше энергии, введенной в катод. Исключение составляет однородное железо — армко. Это может быть связано с усилением магнитного поля в промежутке, увеличением длины пробега электронов и дополнительными потерями энергии на столкновения в промежутке. Эти дополнительные потери энергии приводят также к тому, что падение напряжения на дуге существенно больше, чем сумма эквивалентных приэлектродных падений напряжения. Разница между напряжением на дуге и суммой эквивалентных приэлектродных падений напряжения еще больше при горении дуги на однородном вольфраме. Как показали измерения, эта разница не может быть объяснена потерями энергии на испарение металла. Объяснение высокого значения напряжения горения дуги на вольфраме, следует искать в потерях на излучение из катодного пятна. Согласно [Л. 5—7] для эквивалентного прикатодного падения напряжения можно записать выражение:

$$U'_k = f(U_k + U_i - \varphi) - (1-f)\varphi(T, E) + k[U_k(1-f) - fU_i], \quad (1)$$

где  $f$  — доля ионного тока;  $U_i$  — потенциал ионизации;  $\varphi(T, E)$  — средний охлаждающий эффект при эмиссии электрона;  $k$  — коэффициент, учитывающий долю избыточной энергии электронов, которая возвращается к катоду в виде излучения. Коэффициент  $k$  не превосходит значения, равного 0,5. Для слабоиспаряющихся металлов он может быть близок к  $k \leq 0,5$ , для сильно испаряющихся коэффициент  $k < 0,5$ .

В табл. 2 приведены результаты оценки составляющих баланса энергии у катода и эквивалентное прикатодное падение потенциала. При расчетах функции  $\varphi(T, E)$  и  $f(T)$  принимались согласно [Л. 7 и 8] при  $k=0,5$ .

Проведенные расчеты носят очень приближенный характер, но они позволяют проследить тенденции изменения составляющих баланса энергии.

Расчеты по (1) показали, что для металлов, имеющих высокую температуру кипения, основная энергия поступает через излучение из прикатодной зоны. Это связано с малой плотностью пара в прикатодном пространстве.

Для металлов, имеющих средние и низкие температуры кипения (Cu, Sb), доля энергии, приносимой излучением, значительно уменьшается из-за снижения доли электронного тока. Некоторые дополнительные потери энергии излучения следует ожидать из-за экранировки паром поверхности катода ( $k < 0,5$ ). При расчетах предполагалось, что только половина энергии излучения прикатодной области достигает катода. Остальная энергия рассеивается в пространстве.

Эти дополнительные потери энергии приводят к тому, что напряжение горения дуги на вольфрамовых и железных электродах превышает энергию, введенную в анод и катод. Например, для вольфрама  $U_d - U'_a - U'_k \approx 10$  в, а эквивалентная энергия излучения приблизительно 8 в; для железа  $U_d - U'_a - U'_k \approx 5$  в, а эквивалентная энергия излучения 2—7 в, для меди  $U_d - U'_a - U'_k \approx 0,5$  в, а эквивалентная энергия излучения 2—4 в, что составляет незначительную часть от общей энергии, введенной в катод.

Таким образом, напряжение горения дуги на тугоплавких электродах значительно превышает сумму эквивалентных приэлектродных напряжений, необходимых для поддержания дуги, из-за того, что часть избыточной энергии электронов расходуется на возбуждение атомов и рассеивается излучением вне электродов.

Композиционные электроды имеют меньшие (на 20—30%) эквивалентные приэлектродные падения напряжения по сравнению с однородными металлами. Это связано с особенностями распространения тепла в электроде. Для выяснения особенностей распространения тепла в композиционных материалах и влияния компонент на эрозию были проведены расчеты тепловых процессов с помощью ЦВМ.

**Влияние состава композиции на термический режим электродов.** Расчеты процессов нагрева и охлаждения композиционных электродов связаны с анализом нагрева трехмерного тела с существенными нелинейностями как на поверхности металла, так и внутри. Поэтому тепловые процессы исследовались численным методом на ЦВМ. Металлокерамика с хаотическим распределением включений заменялась регулярной структурой с переменным сечением металлов. При этом расчет сводился к нелинейной задаче нагрева бруса, составленного

Таблица 2

Материал	$T_k, ^\circ\text{C}$	$f$	Энергия ионов $f(U_k - U_i - \varphi)$	Энергия эмиссии электронов $(1-f)\varphi(T, E)$	Энергия излучения $k[U_k(1-f) - fU_i]$	$U_k', \text{ в}$
W	6 000	0,01	0,2	4	8	4,2
	7 000	0,01	0,2	3,6	8	4,6
Fe	4 500	0,5	10	2,2	2,3	10,1
	5 500	0,1	2,0	4,0	1,6	5,6
Cu	3 500	0,5	9,7	2	2	9,7
	4 500	0,3	5,8	3,2	4,0	7
Sb	—	0,5	9,2	1,5	1,4	9

из различных металлов произвольной формы. Грани бруса являются плоскостями симметрии, так что потоки тепла через них равны нулю. Для простейшего варианта бруса (рис. 1) рассчитывалась система уравнений:

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right); \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = q_0 - q_{исп}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0; \quad (4)$$

$$T(0, x, y, z) = T_0. \quad (5)$$

Здесь  $\bar{n}$  — направление нормали к боковой грани бруса;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\gamma$  — теплопроводность, теплоемкость, плотность как функции температуры, которые имеют разрывы на гранях включений;  $q_0$  — начальный тепловой поток;  $q_{исп}$  — тепловой поток, затрачиваемый на испарение.

Движение границы испарения описывалось уравнением:

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{\mu(T)}{\gamma(T)}, \quad (6)$$

где  $\mu(T)$  — скорость испарения металла по Ленгмюру. Программа расчета<sup>1</sup> позволяла рассчитывать процесс нагрева и охлаждения металлокерамики. Характеристики материалов  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\gamma$ ,  $q_{исп}$  и задавались как гладкие функции температуры.

Расчет температурного поля показывает, что температура поверхности металлов, составляющих композиционный электрод, растет с различными скоростями. Поэтому с самого начала нагрева наблюдаются горизонтальные градиенты температуры и тепловые потоки  $q_x$  и  $q_y$  от металла с малым коэффициентом аккумуляции тепла  $\epsilon = \sqrt{\lambda}$ ,  $c$ ,  $\gamma$ . Это приводит к тому, что температура самых разогретых точек металлов с малым  $\epsilon$  (в нашем случае W, Fe) ниже температуры однородного стержня из W или Fe, а температура меди в самой холодной точке выше температуры поверхности однородного медного стержня при одинаковых воздействующих тепловых потоках (рис. 2). В зависимости от размеров включений и соотношения коэффициентов аккумуляции тепла отношения температуры поверхности металлокерамического и однородного электродов различны для различных точек поверхности металлокерамического электрода.

Для сравнения эффективности нагрева за счет перетоков тепла были проведены сравнительные оценки произведения  $q\sqrt{t}$ , обеспечивающие одинаковые значения температуры поверхности однородного металла и центральных точек металлокерамики (0, 0, 0) и (10, 10, 0). При этом получено, что для металлокерамики типа W—Cu, Fe—Cu наблюдается увеличение эквивалентного произведения  $q^*\sqrt{t^*}$  для меди на 20—80%, а для вольфрама и железа уменьшение эквивалентного произведения  $q^*\sqrt{t^*}$  на 10÷30%. Это означает, что температура поверхности меди на металлокерамике растет в 2—4 раза быстрее, чем на однородной меди при одинаковых потоках тепла.

<sup>1</sup> Программу составил и расчет проводил В. М. Белкин.

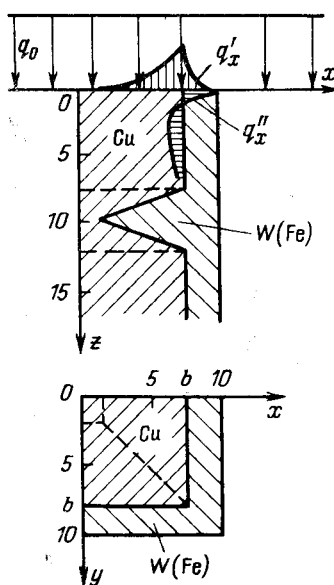


Рис. 1. Расчетная модель металлокерамики.

$q'_x$  — при  $y=0$  и  $z=0$ ;  $q''_x$  — при  $x=b$  и  $y=0$ .

По мере нагрева поверхности до интенсивного испарения распределение температуры на поверхности существенно меняется. Температура поверхности испаряющегося металла стабилизируется. При этом в вольфрамо-медной композиции происходит увеличение разности температур между W и Cu (рис. 2), что приводит к увеличению перетоков тепла и усилению испарения меди. В случае композиции Fe—Cu сначала начинает испаряться железо и поэтому разность температур между железом и медью уменьшается. Это приводит к тому, что переток тепла от железа к меди сокращается. В условиях стабилизации температуры поверхности железных включений это означает увеличение затрат энергии на испарение железа. Таким образом, в обоих случаях наблюдается облегчение генерации пара и образование носителей заряда в промежутке.

Итак, источником горизонтальных перетоков тепла, с одной стороны, является неоднородность в коэффициентах аккумуляции тепла  $\epsilon = \sqrt{\lambda c \gamma}$ , с другой стороны, — разные значения температуры кипения компонент электрода. Горизонтальные перетоки приводят к увеличению скорости роста температуры поверхности электродов, что ведет к уменьшению непроизводительного прогрева тела электрода. Горизонтальные перетоки облегчают условия генерации среды и носителей тока, что объясняет меньшие введенные энергии в электроды при одинаковых параметрах разряда.

Износ электродов при токах в несколько килоампер связан не только с образованием пара, а также с разбрызгиванием жидкого металла. Закономерности плавления композиционных электродов зависят от распределения тепловых потоков между включениями. При воздействии на поверхность теплового потока компонента с плохой теплопро-

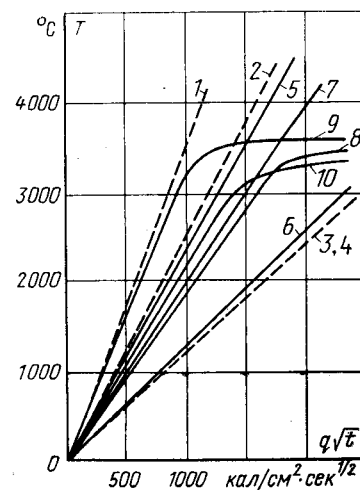


Рис. 2. Зависимость температуры поверхности металлокерамики и однородных металлов.

1—Fe; 2—W; 3, 4—Cu; W—Cu при  $q_0 = 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ ; 5—W в точке (10,10,0); 6—Cu в точке (0,0,0); W—Cu при  $q_0 = 10^5 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ ; 7—W в точке (10,10,0); 8—Cu в точке (0,0,0); Fe—Cu при  $q_0 = 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ ; 9—Fe в точке (10,10,0); 10—Cu в точке (0,0,0).

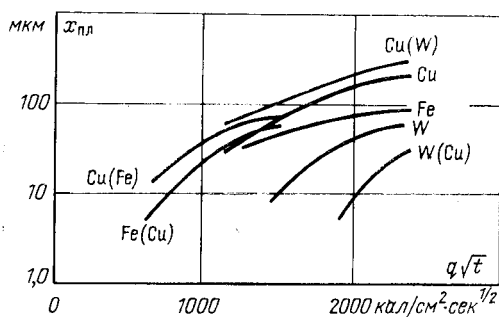


Рис. 3. Глубина плавления однородных металлов и металлокерамик при потоке  $q_0 = 10^5 \frac{\text{ккал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}$ .

водностью (в нашем случае вольфрам и железо) имеет в приповерхностной зоне большие значения температуры и градиентов температуры. На некоторой глубине температура обоих металлов выравнивается. Поэтому, если в приповерхностной зоне отмечался тепловой поток от металла с малым коэффициентом температуропроводности, то на некоторой глубине он становится равным нулю и потом меняет знак (рис. 1). Таким образом, металл с большим коэффициентом температуропроводности (Cu) в приповерхностной зоне отбирает тепловой поток от включений типа W, Fe и служит как бы каналом, передающим тепло в глубь электрода. Поэтому медное включение в процессе нагрева проплавляется на большую глубину, чем в однородном металле (рис. 3).

Металлические включения из металлов с плохой теплопроводностью могут расплавляться на большую или меньшую глубину по сравнению с однородными металлами. Это зависит прежде всего от соотношения глубины плавления и глубины, на которой температура включений выравнивается, т. е. горизонтальные тепловые потоки меняют направления. Если координата плавления меньше координаты выравнивания температуры (в случае композиции W—Cu), то глубина плавления включения из вольфрама меньше, чем в однородном металле (рис. 3).

Для композиции Fe—Cu температура плавления железа существенно ниже температуры плавления вольфрама, и координата выравнивания температур намного меньше координаты плавления. Поэтому железное включение успевает получить за счет перетоков тепла от меди в глубинных слоях (рис. 1) значительно больше энергии, чем оно отдает в приповерхностной зоне. В результате железные включения могут проплавиться при одинаковых воздействующих потоках и времени на большую глубину (рис. 3).

В связи с этим следует отметить, что имеющиеся в литературе объяснения увеличения дугостойкости металлокерамик за счет уменьшения коэффициента выброса расплавленной компоненты из-за неоднородного профиля расплавленной ванны, а также увеличения затрат энергии на испарения недостаточны. Металлокерамика с хаотической структурой обладает в некоторых областях поверхности облегченной способностью генерации носителей тока, и поэтому подвижность катодных пятен несколько ограничивается. Вследствие этого за-

трудняется образование больших зон расплавленного металла, а образуются многочисленные разрозненные микроследы, выброс расплавленного металла из которых затруднен.

При сопоставлении износа металлокерамики и однородного материала следует иметь в виду следующие соображения. Общая масса расплавленного металла на металлокерамике и однородных металлах могут оказаться соизмеримыми при одинаковых токах и длительности разряда. Однако распределение жидкого металла по контакту различно при различных материалах. Наибольшая дугостойкость металлокерамики относительно однородных материалов имеет место при таких параметрах, когда на металлокерамике еще не образуется макрованн расплавленного металла, а на однородном металле образуется сплошная ванна. Если имеется сплошная макрованна расплавленного материала, то выброс происходит интенсивно. Активные силы значительно превосходят силы поверхностного натяжения [Л. 9]. Если расплавленный металл распределен по отдельным микроследам с малой глубиной плавления, то в этом случае коэффициент выброса [Л. 9] намного меньше, чем при единой макрованне с большей глубиной и меньшей поверхностью.

**Выводы.** 1. Наличие неоднородностей на поверхности металлокерамики вызывает появление горизонтальных потоков тепла в приповерхностной зоне, что облегчает генерацию пара и носителей тока.

2. Горизонтальные потоки тепла способны вызвать эффект увеличения воздействующего на поверхность теплового потока и уменьшить энергию, вводимую в электроды дуги.

3. На поверхности металлокерамического электрода образуются области наиболее эффективной генерации носителей тока, на которых фиксируются опорные пятна дуги. Фиксация пятен препятствует образованию общей расплавленной макрованны и снижает выброс расплавленного металла.

# ЛИТЕРАТУРА

1. Schreiner H., Haufe W., Reichel W., Abbrandmessungen an verschiedenen Kontaktwerkstoffen unter Öl, Elektrische Kontakte 1970, Vorträge auf der 5 internationalen Tagung über elektrische Kontakte, München, BRD, Bd 1, S. 431, 1970.
2. Schröder K.-H., Lichtbogenwanderung und Kontaktstückabbrand bei unsymmetrischer Werkstoffpaarung, Elektrische Kontakte 1970, Vorträge auf der 5 internationalen Tagung über elektrische Kontakte, München, BRD, Bd 1, S. 98, 1970.
3. Tschalakov J., Über den Abbrand ausschaltender Starkstromschaltstücke, Elektrische Kontakte 1970, Vorträge auf der 5 internationalen Tagung über elektrische Kontakte, München, BRD, Bd 1, S. 107, 1970.
4. Белкин Г. С., Киселев В. Я., Эрозия электродов при сильноточных импульсных разрядах, ЖТФ, т. 36, вып. 2, 1966.
5. Третьяк Г. Т., Электрическая дуга, Госэнергоиздат, 1932.
6. Lee T. H., T—F theory of electron emission in high — current arcs, J. Appl. Phys., 30. 166 (1959).
7. Данилов М. Е., Расчет теплового потока, воздействующего на катод в вакуумном разряде, сб. «Электротехническая промышленность», Сер. «Аппараты высокого напряжения, силовые конденсаторы», 1971, вып. 9.
8. Lee T. H., Energy Distribution and Cooling Effect of Electrons Emitted from an Arc Cathode, J. Appl. Phys., 31. 924. (1960).
9. Белкин Г. С., Методика расчета величины эрозии сильноточных контактов при воздействии электрической дуги, «Электричество», 1972, № 1.

[8.3.1972]

# Обратный разряд молнии

БУИ ТХИЕН ЗУ и Д. В. РАЗЕВИГ

Московский энергетический институт

В используемых в настоящее время методах расчета напряжения на изоляции линий электропередачи при прямом ударе молнии [Л. 1—3] существенное значение имеет правильный учет электромагнитного поля, создаваемого каналом молнии. При анализе этого поля канал молнии обычно заменяется вертикальным прямолинейным проводом, по которому снизу вверх распространяется волна тока со скоростью, равной скорости обратного разряда. По результатам оптических исследований молнии [Л. 4 и 5] скорость обратного разряда составляет около 0,1—0,5 скорости света. Такая расчетная схема в свое время вызвала определенные возражения [Л. 6], так как причина столь сильного замедления электромагнитного поля, распространяющегося вдоль канала молнии в воздушной среде, оставалась неясной.

Вторая неясность в схеме расчета перенапряжений прямого удара молнии связана с величиной волнового сопротивления канала, которая по оценкам различных авторов изменяется от 200 до 5 000  $\Omega$ , что приводит к различным оценкам тока молнии в случае удара в объект с сопротивлением заземления, отличным от нуля. Скорость обратного разряда и волновое сопротивление канала определяются на основании принятого механизма развития обратного разряда. В частности, если истинная скорость обратного разряда в 10 раз меньше скорости света, а волновое сопротивление канала имеет порядок нескольких тысяч  $\Omega$ , то процесс развития обратного разряда вообще не может иметь волнового характера.

Наиболее популярная в настоящее время гипотеза о причинах снижения скорости обратного разряда молнии по сравнению со скоростью света базируется на хорошо известном законе Теплера для сквозных лабораторных искр, согласно которому сопротивление искры обратно пропорционально количеству прошедшего через нее электричества [Л. 7 и 8]. Если в соответствии с [Л. 8] принять, что сопротивление канала резко уменьшается после протекания некоторого «критического» заряда  $Q_{кр}$ , то в принципе можно получить модель, отражающую переход лидерного канала в главный и количественно объясняющую причину существенного торможения обратного разряда.

С целью проверки этой гипотезы канал молнии моделировался в виде емкостно-омической цепочечной схемы, сопротивления которой изменялись скачком от начального значения, соответствующего сопротивлению лидерного канала (около 25  $\Omega/\text{м}$ ), до пренебрежимо малого значения в стадии обратного разряда. Для упрощения расчетов предполагалось, что сопротивление канала изменяется скачком после прохождения через данное сечение канала определенного заряда  $Q_{кр}$ . Так как основной целью расчета являлась проверка возможности сильного снижения скорости обратного разряда по сравнению со скоростью света, отсутствие в схеме замещения индуктивности канала не является су-

щественным. Расчеты проводились на ЦВМ при различных значениях критического заряда  $Q_{кр}$  и сопротивления заземления объекта, в который произошел удар молнии.

Расчеты показали, что для рассматриваемой модели обратного разряда при подходящем выборе величины  $Q_{кр}$  можно получить распространение разрядной волны вверх по каналу с любой скоростью. Например, при значении  $Q_{кр} = 3 \cdot 10^{-10}$  к, которое было предложено Теплером в [Л. 8], скорость получилась равной скорости света, а при  $Q_{кр} = 30 \cdot 10^{-3}$  к скорость разряда равна 0,3 скорости света. Ток в пораженном объекте оказался очень мало зависящим от его сопротивления заземления, поэтому если для этой модели использовать понятие волнового сопротивления, хотя процесс и не носит волнового характера, то оно составило бы несколько тысяч  $\Omega$ , что совпадает с рекомендациями Вагнера, использовавшего механизм, аналогичный теплеровскому.

Несмотря на это, по мнению авторов, закон Теплера, выведенный эмпирически из результатов наблюдений над лабораторной искрой, едва ли может быть главным объяснением замедления процесса обратного разряда молнии, в канале которой уже в лидерной стадии создана достаточно большая проводимость. На это указывают следующие соображения.

1. В [Л. 9] имеется зависимость проводимости канала от температуры, откуда видно, что уже при  $T > 10^4$  °К удельная проводимость канала остается почти постоянной. А как известно, температура лидерного канала в момент вспышки составляет около  $(2—3) \cdot 10^4$  °К [Л. 10]. Если учесть, что мощность излучения с единицы поверхности канала пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры, то уменьшение интенсивности излучения в момент короткой паузы не свидетельствует о резком снижении температуры. Например, при снижении интенсивности свечения на один порядок температура уменьшается лишь в 1,7 раза. Указанные диапазоны изменения температуры соответствуют практически полной термической ионизации канала.

2. Состояние лидерного канала молнии не подобно лидерному состоянию лабораторной искры. Действительно, так как лидер лабораторной искры обладает малой проводимостью, то для перестройки его в главный канал необходимо определенное время, которое и приводит к ограничению скорости главного разряда до  $(3—16) \cdot 10^8$  см/сек.

Если взять диапазоны скоростей лидерных каналов молнии, например, последующих компонент, то они также составляют  $(2,6—21) \cdot 10^8$  см/сек, т. е. одного порядка со скоростью главного разряда лабораторной искры.

При распространении пика тока в финальной стадии разряда по главному каналу искры не наблюдается снижения скорости, хотя сопротивление канала продолжает изменяться по закону Теплера. Приведенные выше соображения заставляют искать

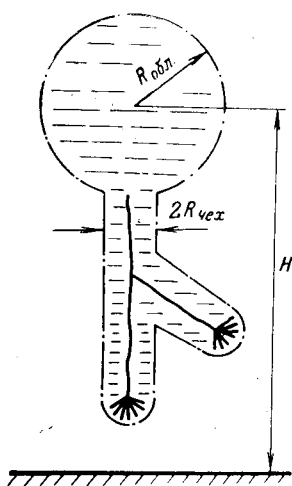


Рис. 1. Схематическая картина распределения зарядов в облаке и лидерном канале.

иные причины снижения скорости обратного разряда по сравнению со скоростью света.

Одной из таких причин может служить «обратная» корона, развивающаяся с канала обратного разряда для компенсации объемного заряда, созданного в окружающем канале пространстве в лидерной стадии. Хотя, как будет показано в дальнейшем, этот процесс может дать снижение скорости только в два с небольшим раза, т. е. не может быть единственной причиной малой скорости обратного разряда, фиксируемой оптическими методами, рассмотрим его более подробно,

поскольку он важен для определения других параметров канала молнии, в частности, его волнового сопротивления.

На рис. 1 показано распределение зарядов в облаке и канале молнии, имеющем одно разветвление, на последней стадии развития лидерного разряда. Если скопление зарядов в облаке имеет форму сферы с радиусом  $R_{обл}$ , то при условии  $R_{обл} \ll H$  емкость облака относительно земли может быть определена по выражению:

$$C_{обл} \approx 4\pi\epsilon_0 R_{обл}. \quad (1)$$

В момент начала лидерного разряда напряженность на поверхности сферы с учетом ее шероховатости должна быть равна  $E_0 = mE_n$ , где  $E_n$  — напряженность электрического поля, при которой начинается ионизация; для воздуха  $E_n = 248 \text{ кВ/см}$  ( $\delta$  — относительная плотность воздуха). Коэффициент шероховатости  $m < 1$  в первом приближении для отрицательной полярности может быть принят равным 0,8—0,9 [Л. 1].

Радиус сферы и сосредоточенный в ней заряд связаны равенством:

$$E_0 = 24m\delta = \frac{Q_{обл}}{4\pi\epsilon_0 R_{обл}^2} \quad (2)$$

и, следовательно, для потенциала облака в момент зарождения лидерного разряда получим выражение:

$$U_{обл} = R_{обл} E_0 = \sqrt{\frac{Q_{обл} E_0}{4\pi\epsilon_0}}. \quad (3)$$

Так как проводящий канал лидера имеет диаметр порядка нескольких миллиметров, а его потенциал близок к потенциалу облака (около  $10^8 \text{ В}$ ), с его поверхности развивается интенсивная («обратная») поперечная корона, создающая объемный заряд, сосредоточенный в окружающем канале лидера цилиндрическом пространстве, радиус которого можно определить по приближенной формуле:

$$R_{чех} = \frac{U_{л}}{2F_{л}} \frac{1}{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 1}, \quad (4)$$

где  $U_{л}$  — потенциал лидера, а  $E_0$  — имеет тот же смысл, что и ранее.

По мере развития лидерного разряда все большая часть заряда из облака стекает в окружающее лидера пространство (чехол лидера), вследствие чего потенциал облака постепенно падает. Если бы лидерный канал не имел разветвлений, то в конечной стадии его развития потенциал облака, а следовательно, и потенциал лидера были бы равны:

$$U_{л} = U_{обл} \frac{C_{обл}}{C_{обл} + C_{л}}, \quad (5)$$

причем емкость лидера (если считать его прямолинейным)

$$C_{л} \approx \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 1}. \quad (6)$$

При наличии разветвлений суммарная емкость лидерного канала увеличивается, что может быть учтено введением коэффициента  $k_{л} > 1$  и потенциал канала лидера снижается:

$$U_{л} = U_{обл} \frac{C_{обл}}{C_{обл} + k_{л} C_{л}}. \quad (7)$$

Во время обратного разряда потенциал канала снижается до нуля. Так как диаметр канала обратного разряда также невелик, а разность потенциалов между каналом и оставшимся от лидера объемным зарядом имеет порядок десятков миллионов вольт, распространение обратного разряда сопровождается поперечной («обратной») короной, благодаря которой объемный заряд полностью нейтрализуется. Поэтому движение обратного разряда аналогично распространению электромагнитной волны вдоль коронирующей линии и может анализироваться методами, разработанными для этого случая.

Поскольку основная задача двигающейся вдоль канала молнии электромагнитной волны заключается в нейтрализации зарядов лидера, напряжение этой волны определяется необходимостью внедрить в пространство соответствующий заряд. Так как вольт-кулоновая характеристика коронирующего провода при положительной полярности (при отрицательном разряде молнии обратная корона имеет положительную полярность) лежит значительно выше, чем при отрицательной полярности, то напряжение разрядной волны  $U_{обр}$  должно быть существенно ниже потенциала лидера, т. е.

$$U_{обр} = k_2 U_{л}, \quad (8)$$

где  $k_2 < 1$  (обычно  $k_2 \approx 0,5$ ).

Некоторой особенностью вертикального канала молнии по сравнению с горизонтально подвешенными проводами линии является изменение емкости и индуктивности по длине канала, благодаря чему волновое сопротивление от нижних участков канала к верхним должно возрастать. Однако расчеты и непосредственные измерения волнового сопротивления вертикальных проводов и опор линий электропередач [Л. 11] показывают, что изменение волнового сопротивления существенно только для самых нижних участков канала на длине в несколько десятков метров, в дальнейшем же волновое сопротивление изменяется незначительно, мало



отличаясь от значения, определенного по индуктивности и емкости всего канала в целом.

Геометрическая емкость канала обратного разряда, если считать его вертикальным и прямолинейным, определяется выражением:

$$C_r = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln \frac{2H}{r_0} - 1}, \quad (9)$$

где  $r_0$  — радиус канала обратного разряда.

Статическая [Л. 1] и динамическая емкости с учетом развивающейся с канала поперечной короны находятся соответственно из выражений:

$$C_{ст} = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 1}; \quad (10)$$

$$C_{дин} = \frac{\partial C_{ст}}{\partial U} = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 2}. \quad (11)$$

Здесь  $R_{чех}$  — радиус чехла лидера, в пределах которого развивается корона обратного разряда.

На основании выводов, полученных в [Л. 1], для скорости распространения волны вдоль линии с такими параметрами и для волнового сопротивления соответственно получим:

$$v = c \sqrt{\frac{C_r}{C_{дин}}} = \sqrt{\frac{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 2}{\ln \frac{2H}{r_0} - 1}}; \quad (12)$$

$$z_k = z_0 \frac{U}{\sqrt{\ln \frac{2H}{r_0} - 1} \int_0^U \frac{dU}{\sqrt{\ln \frac{2H}{R_{чех}} - 2}}}, \quad (13)$$

где  $c$  — скорость света;  $z_0$  — «геометрическое» волновое сопротивление, определяемое индуктивностью и емкостью  $C_r$  самого канала.

Расчеты по (12) показали, что при широком диапазоне изменения высоты облака  $H$  и начального заряда  $Q_{обл}$  отношение  $\frac{v}{c}$  изменяется в пределах от 0,45 до 0,6.

Другая причина малой скорости развития обратного разряда, получаемая оптическими методами, по всей вероятности, связана с тем, что этими методами определяется не истинная, а кажущаяся скорость.

Хорошо известно, что канал молнии является сильно искривленным, так что его полная длина значительно превышает расстояние между облаком и землей. Однако делавшиеся до сих пор оценки степени искривления канала, по-видимому, являются сильно заниженными. Дело в том, что эти оценки базируются на плоских фотографиях молний, которые не могут выявить пространственность траектории канала и фиксируют лишь крупные искривления канала; мелкие искривления, которые обязательно должны иметь место, не обнаруживаются.

Крупные искривления канала лидера связаны с особенностями его развития. Как известно из ра-

бот В. С. Комелькова, на конце развивающегося лидера имеет место расходящийся пучок («султан») тонких стримерных каналов (рис. 1). При случайном усилении тока в одном из этих стримеров, его канал термически ионизируется и именно этот канал является продолжением канала лидера; остальные стримеры отмирают, оставляя в пространстве созданный ими объемный заряд лидерного чехла. В начальной стадии развития лидерного разряда поле на головке лидера близко к полю уединенного шара, поэтому переход любого стримера в термически ионизованное состояние практически равновероятен и искривления канала наиболее велики. По мере опускания лидера и его ориентирования на определенный наземный объект, поле на головке делается все более неоднородным и искривления канала уменьшаются.

Мелкие искривления канала связаны с условиями развития стримеров. На головке стримера так же, как и на головке лидерного канала поле является радиальным и развитие лавин в начальной стадии процесса практически равновероятно по всем силовым линиям. Поэтому каналы стримеров также должны быть искривленными, причем «шаг» искривлений невелик и имеет порядок длины элементарной лавины. В конечной стадии процесса развития лидера поле на головках стримера также делается более неоднородным и каналы стримеров становятся более прямолинейными.

Так как геометрические размеры искривлений каналов стримеров весьма малы, они не фиксируются фотографиями молнии, а их наличие приводит лишь к преувеличенным оценкам диаметра лидерного канала, когда эти оценки делаются на основании анализа фотографических снимков канала молнии.

Если считать все направления развития лидерного канала равновероятными, то среднее удлинение канала можно подсчитать теоретически и оно оказывается равным  $\frac{\pi}{2}$ , что довольно близко со-

падает с результатами непосредственных наблюдений. Поскольку природа мелких искривлений практически такая же, общее удлинение канала в среднем должно составлять около 2,5. Поэтому средняя результирующая кажущаяся скорость обратного разряда молнии с учетом обратной короны должна иметь значение, равное 0,2—0,3 скорости света, что также хорошо согласуется с данными измерений.

Так как искривления канала лидера (которые полностью воспроизводятся во время обратного разряда) имеют статистический характер, понятным становится широкий диапазон изменения кажущихся скоростей обратного разряда, наблюдаемых экспериментально.

Выражение (13) дает возможность вычислить волновое сопротивление канала молнии. Строго говоря, волновое сопротивление  $z_0$  вертикального провода зависит от его длины и для разряда молнии является возрастающей функцией времени. Так как при расчетах грозозащиты основной интерес представляет время около 1 мксек и более, когда  $z_0$  изменяется медленно; для практических целей можно принять  $z_0$  постоянным и равным 700—



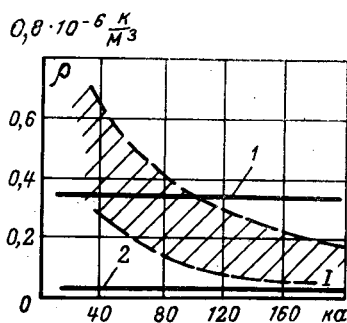


Рис. 2. Сравнение расчетных и измеренных значений объемной плотности заряда в скоплениях зарядов. Заштрихованная область — расчетные значения при различных высотах  $H = 1000, 2000$  и  $4000$  м. 1 —  $\delta = 0,34 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>3</sup> (характерно для активной стадии грозовой ячейки); 2 —  $\delta = 0,034 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>3</sup> (отмечается Мейсоном как характерное для грозовых облаков).

800 ом. Тогда по (13) можно получить  $z_k = 400 - 500$  ом. Наличие искривлений приводит к некоторому увеличению волнового сопротивления, которое поддается только вероятностному определению. Согласно результатам расчетов можно окончательно принять  $z_k = 500 - 600$  ом.

Изложенные выше соображения находятся в хорошем качественном согласии с некоторыми экспериментально наблюдаемыми фактами.

1. Экспериментально установлено, что скорость обратного разряда уменьшается при его продвижении от земли к облаку. Помимо упоминавшихся уже ранее ошибок при расшифровке фоторазверток молнии, связанных с конечной скоростью распространения светового сигнала [Л. 12], скорость обратного разряда в верхних частях канала уменьшается благодаря увеличению степени его искривления на высотах, превышающих высоту ориентировки.

2. Результаты одновременных оптических и электрических исследований молний позволяют заключить, что скорость обратного разряда возрастает при увеличении тока молнии, хотя это возрастание достаточно медленное. В соответствии с предлагаемой картиной развития разряда эту зависимость можно объяснить следующим образом. Большие токи молнии всегда соответствуют (при данной высоте облака) большим зарядам  $Q_{обл}$ , а следовательно, и потенциалам  $U_{л}$ . Поэтому, чем больше ток молнии, тем с большим перенапряжением должен развиваться лидерный разряд, а это, как известно, приводит к спрямлению канала разряда и увеличению кажущейся скорости его развития.

Приведенные соображения также нуждаются в экспериментальном подтверждении, как и ранее имевшиеся гипотезы. Однако в настоящее время проблема создания в лабораторных условиях длинной искры, подобной молнии, еще не решена. Поэтому была проведена косвенная проверка путем сравнения результатов расчетов по определению различных параметров молнии с зарегистрирован-

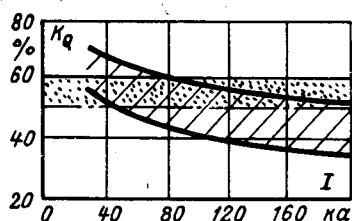
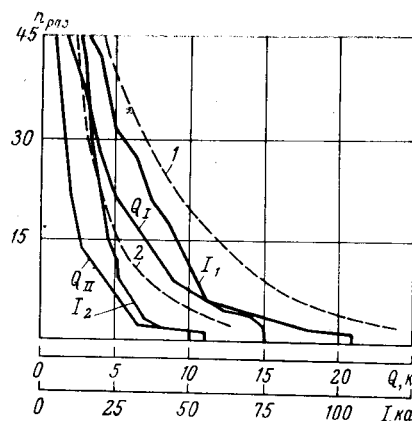


Рис. 3. Диапазоны изменения отношения заряда лидера к суммарному заряду ( $Q_{л} / Q_{обл}$ ). Заполненная точками область соответствует данным Шонланда; заштрихованная область — расчетные значения при  $k_1 = 1 - 3$ .

Рис. 4. Сравнение распределений токов и зарядов.

$Q_1, Q_2, I_1, I_2$  — кривые распределения зарядов и токов, данных Бергером для первой и последующих компонент; 1 и 2 — расчетные кривые распределения токов, рассчитанных по кривым заряда Бергера и для  $H = 5000$  м,  $k_1 = 3$ .



ными в полевых условиях, которая показала удовлетворительное согласие, как это видно из рис. 2—4.

**Выводы.** 1. Использование теплеровского механизма для объяснения значительного снижения скорости обратного разряда молнии по сравнению со скоростью света формально возможно, но требует использования величины критического заряда на много порядков превышающей полученную экспериментально в лабораторных условиях. Кроме того, эта гипотеза противоречит последним данным о высокой температуре, а следовательно, и о большой проводимости канала лидера.

2. Основной причиной малой величины измеряемой оптическими методами скорости обратного разряда являются крупные и мелкие искривления канала разряда, благодаря которым измеряемая (кажущаяся) скорость обратного разряда может быть в несколько раз меньше действительной скорости.

3. Действительная скорость обратного разряда определяется наличием коронного разряда с канала лидера; в среднем она равна половине скорости света и от разряда к разряду изменяется в очень узких пределах.

4. Так как при расчетах создаваемого обратным разрядом электромагнитного поля канал лидера спрямляется, в этих расчетах должна использоваться кажущаяся скорость обратного разряда, что и делалось ранее.

5. Волновое сопротивление канала так же, как и действительная скорость обратного разряда, определяется поперечной короной и диаметром канала обратного разряда, но изменяется в довольно узких пределах от 500 до 600 ом, причем низшие значения соответствуют большим токам молнии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Разевиг Д. В., Атмосферные перенапряжения на линиях электропередачи, Госэнергоиздат, 1959.
2. Wagner C. F., A new approach to the calculation of the lightning performance of transmission lines, Tr. AIEE, pt. III, v. 75, 1956.
3. Руководящие указания по защите от перенапряжений электротехнических установок переменного тока 3—220 кВ, Госэнергоиздат, 1954.
4. Стекольников И. С., Физика молнии и грозозащита, Изд. АН СССР, 1943.
5. Shonland B. E. F., The pilot streamer in lightning and long spark, Proc. Roy. Soc., ser. A, v. 209, 1951.

# Влияние заряженной дисперсной фазы на характеристики коронного разряда

Г. З. МИРЗАБЕКЯН и И. Н. ГРИГОРЬЕВ

Москва

Интенсификация процессов, основанных на управлении с помощью электрического поля движением частиц, заряженных в поле коронного разряда (электрогазоочистка, электроокраска и т. д.), требует увеличения концентрации дисперсной фазы в рабочем объеме аппарата.

Естественно, возникает вопрос о том, какое влияние оказывает дисперсная фаза на характеристики коронного разряда и, как следствие, на протекание всего процесса в целом. Вопрос этот сравнительно мало исследован. В [Л. 3—6] рассматривалась система электродов «коаксиальные цилиндры», для которой было показано, что увеличение концентрации заряженной дисперсной фазы приводит к уменьшению тока короны вплоть до практически полного запыряния коронного разряда и к возрастанию напряженности электрического поля у осадительного электрода [Л. 3 и 4]. Однако полученные выражения для затухания тока коронного разряда в цилиндрическом зарядном устройстве пригодны или для определенного значения перенапряжения [Л. 3] или только для больших перенапряжений [Л. 4]. В [Л. 5 и 6], основываясь на неправильных предположениях о равномерном распределении в промежутке плотности объемного заряда ионов, авторы делают вывод о постоянстве в общем случае суммарной плотности объемного заряда частиц и ионов и о неизменном распределении напряженности электрического поля в промежутке.

Ниже будет показано, при каких условиях этот вывод имеет место.

При анализе влияния заряженной дисперсной фазы на коронный разряд будем исходить из следующих предположений.

1. Суммарный объемный заряд ионов и частиц меняет распределение поля вдоль силовых линий, но конфигурация последних остается неизменной [Л. 1 и 2].

2. Толщиной чехла короны пренебрегаем и считаем, что на поверхности провода напряженность поля равна начальной напряженности  $E_0$  для чи-

стого воздуха. Эффект, связанный с изменением значения  $E_0$  из-за наличия частиц на коронирующем электроде, не учитывается.

3. Полагаем, что частицы имеют шарообразную форму.

В зависимости от характера рассматриваемого процесса можно выделить три случая.

1. Если траектории частиц слабо искривляются при движении в поле коронного разряда (например, при работе зарядных устройств), то можно предположить, что частицы заряжаются при примерно постоянном значении напряженности электрического поля, т. е. заряд частиц  $q$  пропорционален напряженности электрического поля  $E$  в месте нахождения частиц:

$$q = \xi q_m = \xi 4\pi \epsilon_0 k_\epsilon a^2 E, \quad (1)$$

где  $a$  — радиус частицы;  $q_m$  — предельный заряд частицы, определяемый формулой Потенье;  $k_\epsilon = 1 + 2 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}$  — коэффициент в формуле Потенье, зависящий от диэлектрической проницаемости частицы  $\epsilon$ ;  $\xi = \frac{q}{q_m}$  — коэффициент пропорциональности, определяющий степень недозаряда частицы и являющийся функцией координат.

2. При рассмотрении движения мелких частиц ( $a \leq 0,5$  мкм) в турбулентном потоке, например, в электрофилт্রে, когда скорость турбулентного перемешивания существенно превосходит скорость направленного движения, можно предположить, что происходит выравнивание по сечению промежутка концентрации  $N$  и плотности объемного заряда частиц  $\rho_{\text{ч}}$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} N &= \text{const}; \\ \rho_{\text{ч}} &= \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для расчета зависимостей затухания тока в реальных аппаратах электронно-ионной технологии следует учитывать, что принятые допущения выполняются лишь приближенно.

6. Костенко М. В. и др., Рецензия на книгу Д. В. Разигова «Атмосферные перенапряжения на линиях электропередачи», «Электричество», 1961, № 8.

7. Toepler M. Zur kenntnis der Gesetze der Gleitjungenbildung, Ann. Phys. 21, № 12, 1906.

8. Toepler M., Über gleitende Entladungen, Phys. Zs. 8, № 21, 1907.

9. Norinder H., Karsien O., Archiv for Mat., Astr., Fys. A 36, 19, 1949.

10. Orville R. F., Spectrum of the lightning stepped leader, J. Geoph. Res. № 22, v. 73, 1968.

11. Brener G. D., Schultz A. J., Field studies of the surge response of a tower and ground wire, Tr. AIEE, № 37, 1958.

12. Фарамазян В. В., Погрешности оптических исследований молний, «Электричество», 1971, № 8.

13. Berger K., Novel observations on lightning discharges J. Frankl. Inst., v. 283, № 6, 1967.

14. Schonland B. F. L., A comparison of photographic and electrical studies of the discharge process, Proc. Roy Soc., ser. A, v. 166, 1938.

15. Сб. «Итоги науки и техники», «Электрические станции, сети и системы», изд-во «Энергия», 1966—1967.

Обычно имеет место промежуточный случай, когда происходит частичное перемешивание аэрозоля и поэтому значения затухания тока коронного разряда, полученные в предположении  $\rho_{\text{ч}} = \text{const}$  и  $q = E$ , следует рассматривать как некоторые предельные, между которыми лежит истинное значение затухания тока.

3. В случае, когда частицы движутся в основном вдоль силовых линий электрического поля, что характерно для процессов электроокраски и нанесения покрытий в электрическом поле, оказывается возможным, как будет показано ниже, получить достаточно простые соотношения, характеризующие влияние концентрации частиц на поле и ток коронного разряда.

**Анализ влияния концентрации частиц на характеристики коронного разряда в предположении  $q = E$ .** Найдем распределение напряженности поля в межэлектродном промежутке, записав исходные уравнения в виде:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho_i + \rho_{\text{ч}}}{\epsilon_0}; \\ \operatorname{div} \vec{j} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $\rho_i$  — плотность объемного заряда ионов;  $j$  — плотность тока.

В общем случае плотность тока  $j$  складывается из плотности тока ионов  $j_i = \rho_i k \vec{E}$  и плотности тока, вызванного движением заряженных частиц  $j_{\text{ч}} = \rho_{\text{ч}} (Bq \vec{E} + \vec{v})$ , где  $\vec{v}$  — скорость частиц, обусловленная воздействием потока воздуха и прочих сил за исключением силы  $q \vec{E}$ ;  $B$  и  $k$  — соответственно подвижности частиц и ионов.

Покажем, что условие неразрывности при выполнении некоторых условий может быть приближенно записано для плотности тока ионов. Для этого необходимо, чтобы относительное изменение тока ионов  $i_i = j_i \sigma$  через сечение силовой трубки  $\sigma$  было много меньше единицы.

Интегрируя второе уравнение системы (3) по объему силовой трубки, получаем:

$$\Delta(i_i + i_{\text{ч}}) = 0,$$

т. е. приращение полного тока на длине силовой трубки равно нулю. Здесь  $i_{\text{ч}}$  — ток частиц через сечение силовой трубки.

Разделив обе части предыдущего равенства на  $i_i$ , находим:

$$\left| \frac{\Delta i_i}{i_i} \right| = \left| \frac{\Delta i_{\text{ч}}}{i_i} \right| < \frac{i_{\text{ч max}}}{i_i} = \frac{j_{\text{ч max}}}{j_i}.$$

Отсюда видно, что условие неразрывности плотности тока ионов приближенно выполняется при  $\frac{j_{\text{ч max}}}{j_i} \ll 1$ . Последнее будет иметь место, если скорость частиц будет много меньше скорости ионов (т. е. не превышает нескольких метров в секунду) и плотность зарядов ионов не слишком мала по сравнению с плотностью зарядов частиц.

Следует отметить, что последнее ограничение несущественно, поскольку при малых значениях тока ионов неточность в нахождении распределения плотности зарядов ионов  $\rho_i$  по межэлектродному промежутку вследствие их малости не будет

заметным образом сказываться на распределении поля коронного разряда.

С учетом вышеизложенного перепишем (3) для участка силовой трубки длиной  $dl$  и сечением  $\sigma$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \frac{d[E\sigma]}{dl} &= \frac{\rho_i + \rho_{\text{ч}}}{\epsilon_0}; \\ j\sigma &= \rho_i k E \sigma = j_0 \sigma_0 = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Индекс 0 в (4) означает, что значения  $j$  и  $\sigma$  берутся у поверхности коронирующего электрода. Плотность объемного заряда ионов находится из второго уравнения системы (4):

$$\rho_i \approx \frac{j_0}{kE} \frac{\sigma_0}{\sigma}. \quad (5)$$

Плотность объемного заряда частиц определяется из условия (1):

$$\rho_{\text{ч}} = Nq = \epsilon_0 S \xi k_e E, \quad (6)$$

где  $S$  — суммарная поверхность частиц в единице объема, в общем случае являющаяся функцией длины силовой трубки  $l$ .

Подставляя (5) и (6) в 1-е уравнение системы (4) и используя допущения о неизменности силовых линий, откуда следует

$$\sigma E_1 = \sigma_0 E_{10}, \quad (7)$$

после ряда преобразований получаем:

$$\frac{d[E^2]}{dl} - 2 \left\{ -\frac{1}{E_1} \frac{dE_1}{dl} + k_e \xi S \right\} E^2 = \frac{2j_0 E_1}{k E_{10} \epsilon_0}, \quad (8)$$

где  $E_1$  — напряженность электростатического поля (без объемного заряда).

Интегрируя (8), находим выражение для распределения напряженности поля коронного разряда при наличии в промежутке заряженной дисперсной фазы:

$$\left( \frac{E}{E_1} \right)^2 = \exp \left[ 2k_e \int_{l_0}^l \xi S dl \right] \left\{ \left( \frac{E_0}{E_{10}} \right)^2 + \frac{2j_0}{k \epsilon_0 E_{10}} \int_{l_0}^l \frac{\exp \left[ -2k_e \int_{l_0}^l \xi S dl \right]}{E_1} dl \right\}. \quad (9)$$

При отсутствии пыли ( $S=0$ ) формула (9) переходит в известное выражение для распределения поля коронного разряда в чистом воздухе [Л. 1].

Интегрируя  $E$  по длине силовой трубки и приравнявая интеграл величине приложенного напряжения, можно рассчитать вольт-амперную характеристику при наличии заряженной дисперсной фазы. Полагая в этом интеграле плотность тока равной нулю, получаем соотношение, позволяющее определить максимальный заряд, который смогут приобрести частицы при заданной запыленности  $S$  и напряжении  $U$ , приложенном к промежутку:

$$U = E_0 \int_{l_0}^l \frac{E_1}{E_{10}} \exp \left[ k_e \int_{l_0}^l \xi S dl \right] dl. \quad (10)$$

Если значение  $\xi$ , найденное из (10), больше единицы, это означает, что частицы могут получить предельный заряд до момента запыливания коронного разряда. Если же  $\xi < 1$ , то по достижении части-

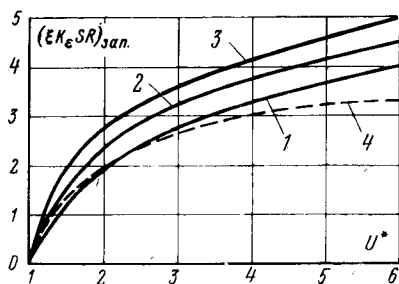


Рис. 1. Зависимость параметра  $(\xi k_e SR)_{\text{зап}}$  от приложенного напряжения для системы электродов «коаксиальные цилиндры».

1 —  $\frac{r_0}{R} = 0,1$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 2 —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 3 —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 4 —  $\rho_{\text{ч}} = \text{const.}$

цами заряда  $q \approx \xi q_m$ , ток короны упадет до близкого к нулю значения и частицы останутся недозаряженными.

Рассмотрим два частных случая.

1. Система электродов «коаксиальные цилиндры». Предполагаем, что концентрация частиц равномерно распределена по сечению ( $S = \text{const}$ ), а коэффициент  $\xi$  не зависит от координаты ( $\xi = \text{const}$ ). Последнее допущение приемлемо при  $\xi \approx 1$ ; в случае промежуточных значений приведенными ниже соотношениями можно пользоваться лишь приближенно.

Поскольку равномерное распределение частиц в поле не изменяет конфигурации силовых линий, то, подставляя в (9) выражение для распределения градиента электростатического поля без объемного заряда  $E_1 = E_{10}r/r_0$ , получаем распределение напряженности поля коронного разряда в запыленной среде, совпадающее с выведенным в [Л. 3]:

$$E^2 = \left( \frac{E_0 r_0}{r} \right)^2 e^{2k_e \xi S (r - r_0)} + \frac{I}{2\pi\epsilon_0 k} \frac{(1 + 2k_e \xi S r_0) e^{2k_e \xi S (r - r_0)} - (1 + 2k_e \xi S r)}{2(k_e \xi S r)^2}, \quad (11)$$

где  $I$  — ток на единицу длины провода;  $r_0$  и  $r$  — соответственно радиус провода и текущий радиус.

Из (10) находим связь безразмерного параметра  $(k_e \xi SR)_{\text{зап}}$  с величиной приложенного напряжения:

$$U^* = \frac{U}{U_0} = \frac{\exp \left[ - (k_e \xi SR)_{\text{зап}} \cdot \frac{r_0}{R} \right]}{\ln \frac{R}{r_0}} \times \left\{ E_i \left[ (k_e \xi SR)_{\text{зап}} \right] - E_i \left[ (k_e \xi SR)_{\text{зап}} \cdot \frac{r_0}{R} \right] \right\}, \quad (12)$$

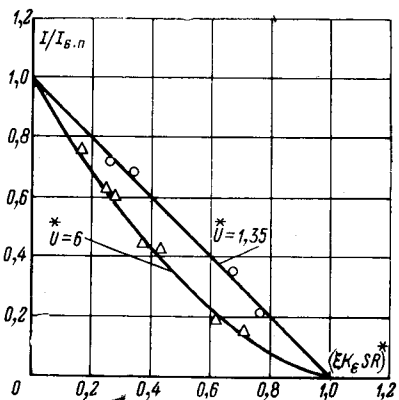


Рис. 2. Затухание тока в предположении  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ . Система электродов «коаксиальные цилиндры».

$\Delta$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ;  $U^* = 6$ ;  $\triangle$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ,  $U^* = 6$ ;  $\circ$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ,  $U^* = 1,35$ ;  $\odot$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ,  $U^* = 1,35$ .

Здесь  $U_0$  — напряжение зажигания коронного разряда в чистом воздухе;  $E_i(x)$  — интегральная показательная функция.

Зависимость  $(k_e \xi SR)_{\text{зап}}$  от  $U$  (рис. 1) с погрешностью, не превышающей 3% для  $10^{-2} \leq \frac{r_0}{R} \leq 10^{-3}$  и 6% для  $\frac{r_0}{R} = 10^{-1}$ , аппроксимируется соотношением:

$$(\xi k_e SR)_{\text{зап}} = \left( 0,465 \ln \frac{R}{r_0} + 2,19 \right) \frac{U^* - 1}{U^*} + \left( 0,352 - 0,0408 \ln \frac{R}{r_0} \right) (U^* - 1). \quad (13)$$

Расчеты величины затухания тока коронного разряда, произведенные на ЦВМ, для  $U^* < 6$  и  $10^{-1} \geq \frac{r_0}{R} \geq 10^{-3}$  позволили найти зависимость (рис. 2):

$$\frac{I}{I_{0,н}} = [1 - (\xi k_e SR)^*] [1 - 0,16 (U^* - 1,25) (\xi k_e SR)^*], \quad (14)$$

где  $I_{0,н}$  — ток коронного разряда в отсутствие пыли;

$$(\xi k_e SR)^* = \frac{(\xi k_e SR)}{(\xi k_e SR)_{\text{зап}}}. \quad (15)$$

Погрешность в определении тока по (14) не превышает 10%.

Подставляя (14) в (11) и переходя к относительным единицам:

$$E^* = \frac{ER}{U}; \quad r^* = \frac{r}{R}; \quad U^* = \frac{U}{U_0},$$

находим, что  $E^*$  определяется тремя безразмерными параметрами:

$$\xi k_e SR, \quad U^* \quad \text{и} \quad r^* = \frac{r_0}{R}.$$

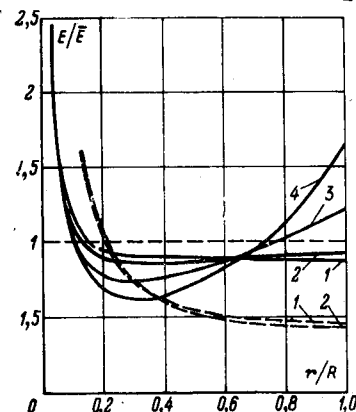
Кривые изменения напряженности поля  $E^*$  от  $r^*$  при  $r^*_0 = 0,01$  и  $U^* = 1, 2$  и 3 для различных значений параметра  $\xi k_e SR$  приведены на рис. 3.

2. Система электродов «ряд проводов между двумя плоскостями». На центральной силовой линии (ось  $y$  направлена от провода к плоскости) имеем:

$$E_1 = \frac{U}{\ln \left( \frac{\text{sh} \frac{\pi H}{2b}}{\frac{\pi r_0}{2b}} \right)} \frac{\pi}{2b} \text{cth} \left( \frac{\pi y}{2b} \right), \quad (16)$$

Рис. 3. Распределение напряженности электрического поля при наличии заряженной дисперсной фазы ( $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ , система электродов «коаксиальные цилиндры»,  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ).

1 —  $\xi k_e SR = 0$ ; 2 —  $\xi k_e SR = 0,4$ ; 3 —  $\xi k_e SR = 1,2$ ; 4 —  $\xi k_e SR = 3$ .



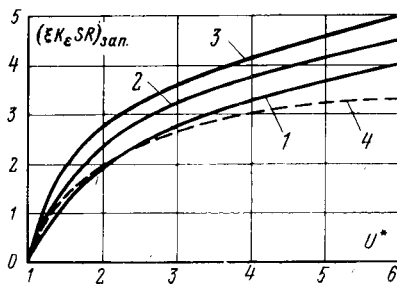


Рис. 1. Зависимость параметра  $(\xi k \xi SR)_{\text{зап}}$  от приложенного напряжения для системы электродов «коаксиальные цилиндры».

1 —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 2 —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 3 —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ;  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ ; 4 —  $\rho_{\text{ч}} = \text{const}$ .

цами заряда  $q \approx \xi q_m$ , ток короны упадет до близкого к нулю значения и частицы останутся недозаряженными.

Рассмотрим два частных случая.

1. Система электродов «коаксиальные цилиндры». Предполагаем, что концентрация частиц равномерно распределена по сечению ( $S = \text{const}$ ), а коэффициент  $\xi$  не зависит от координаты ( $\xi = \text{const}$ ). Последнее допущение приемлемо при  $\xi \approx 1$ ; в случае промежуточных значений приведенными ниже соотношениями можно пользоваться лишь приближенно.

Поскольку равномерное распределение частиц в поле не изменяет конфигурации силовых линий, то, подставляя в (9) выражение для распределения градиента электростатического поля без объемного заряда  $E_1 = E_{10} r / r_0$ , получаем распределение напряженности поля коронного разряда в запыленной среде, совпадающее с выведенным в [Л. 3]:

$$E^2 = \left( \frac{E_0 r_0}{r} \right)^2 e^{2k \xi S (r - r_0)} + \frac{I}{2\pi \epsilon_0 k} \frac{(1 + 2k \xi S r_0) e^{2k \xi S (r - r_0)} - (1 + 2k \xi S r)}{2(k \xi S r)^2}, \quad (11)$$

где  $I$  — ток на единицу длины провода;  $r_0$  и  $r$  — соответственно радиус провода и текущий радиус.

Из (10) находим связь безразмерного параметра  $(k \xi SR)_{\text{зап}}$  с величиной приложенного напряжения:

$$U^* = \frac{U}{U_0} = \frac{\exp \left[ - (k \xi SR)_{\text{зап}} \cdot \frac{r_0}{R} \right]}{\ln \frac{R}{r_0}} \times \left\{ E_i \left[ (k \xi SR)_{\text{зап}} \right] - E_i \left[ (k \xi SR)_{\text{зап}} \cdot \frac{r_0}{R} \right] \right\}, \quad (12)$$

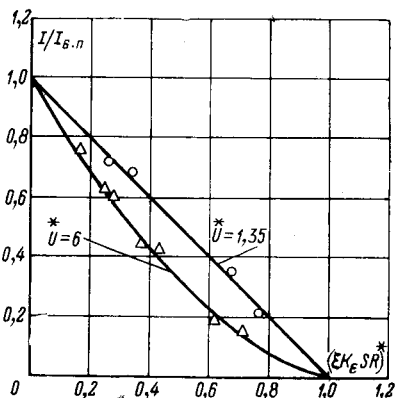


Рис. 2. Затухание тока в предположении  $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ . Система электродов «коаксиальные цилиндры».

$\Delta$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ;  $U^* = 6$ ;  $\triangle$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ,  $U^* = 6$ ;  $\circ$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,001$ ,  $U^* = 1,35$ ;  $\odot$  —  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ,  $U^* = 1,35$ .

Здесь  $U_0$  — напряжение зажигания коронного разряда в чистом воздухе;  $E_i(x)$  — интегральная показательная функция.

Зависимость  $(k \xi SR)_{\text{зап}}$  от  $U$  (рис. 1) с погрешностью, не превышающей 3% для  $10^{-2} \leq \frac{r_0}{R} \leq 10^{-3}$  и 6% для  $\frac{r_0}{R} = 10^{-1}$ , аппроксимируется соотношением:

$$(k \xi SR)_{\text{зап}} = \left( 0,465 \ln \frac{R}{r_0} + 2,19 \right) \frac{U^* - 1}{U^*} + \left( 0,352 - 0,0408 \ln \frac{R}{r_0} \right) (U^* - 1). \quad (13)$$

Расчеты величины затухания тока коронного разряда, произведенные на ЦВМ, для  $U^* < 6$  и  $10^{-1} \geq \frac{r_0}{R} \geq 10^{-3}$  позволили найти зависимость (рис. 2):

$$\frac{I}{I_{0,н}} = [1 - (\xi k \xi SR)^*] [1 - 0,16 (U^* - 1,25) (\xi k \xi SR)^*], \quad (14)$$

где  $I_{0,н}$  — ток коронного разряда в отсутствие пыли;

$$(\xi k \xi SR)^* = \frac{(\xi k \xi SR)}{(\xi k \xi SR)_{\text{зап}}}. \quad (15)$$

Погрешность в определении тока по (14) не превышает 10%.

Подставляя (14) в (11) и переходя к относительным единицам:

$$E^* = \frac{ER}{U}; \quad r^* = \frac{r}{R}; \quad U^* = \frac{U}{U_0},$$

находим, что  $E^*$  определяется тремя безразмерными параметрами:

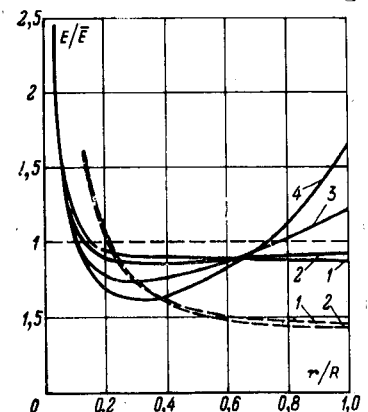
$$\xi k \xi SR, \quad U^* \quad \text{и} \quad r^* = \frac{r_0}{R}.$$

Кривые изменения напряженности поля  $E^*$  от  $r^*$  при  $r^*_0 = 0,01$  и  $U^* = 1, 2$  и 3 для различных значений параметра  $\xi k \xi SR$  приведены на рис. 3.

2. Система электродов «ряд проводов между двумя плоскостями». На центральной силовой линии (ось  $y$  направлена от провода к плоскости) имеем:

$$E_1 = \frac{U}{\ln \left( \frac{\text{sh} \frac{\pi H}{2b}}{\frac{\pi r_0}{2b}} \right)} \cdot \frac{\pi}{2b} \text{cth} \left( \frac{\pi y}{2b} \right), \quad (16)$$

Рис. 3. Распределение напряженности электрического поля при наличии заряженной дисперсной фазы ( $\rho_{\text{ч}} \equiv E$ , система электродов «коаксиальные цилиндры»,  $\frac{r_0}{R} = 0,01$ ).  
1 —  $\xi k \xi SR = 0$ ; 2 —  $\xi k \xi SR = 0,4$ ; 3 —  $\xi k \xi SR = 1,2$ ; 4 —  $\xi k \xi SR = 3$ .



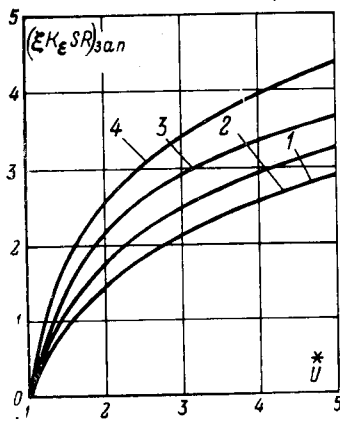


Рис. 4. Зависимость параметра  $(\xi k_e SH)_{зап}$  от приложенного напряжения. Система электродов "ряд проводов между двумя плоскостями".  
1 —  $1 - \frac{\pi H}{2b} = 10, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,1$ ; 2 —  $\frac{\pi H}{2b} = 10, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001$ ; 3 —  $\frac{\pi H}{2b} = 4, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001$ ; 4 —  $\frac{\pi H}{2b} = 1,5, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001$ .

где  $b$  — половина расстояния между проводами;  $H$  — расстояние от оси провода до плоскости. Подставляя (16) в (9), находим:

$$E = E_0 \frac{\text{cth}\left(\frac{\pi y}{2b}\right)}{\text{cth}\left(\frac{\pi r_0}{2b}\right)} \exp[k_e \xi S(y - r_0)] \times \sqrt{1 + \frac{2j_0 \text{cth}\left(\frac{\pi r_0}{2b}\right)}{\epsilon_0 k E_0^2} \int_{r_0}^y \frac{\exp[-2k_e \xi S(y - r_0)]}{\text{cth}\frac{\pi y}{2b}} dy}. \quad (17)$$

С погрешностью, не превышающей 10% для  $U^* = 1 - 6, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,1 - 0,001$  и  $\frac{\pi H}{2b} = 1,5 - 10$ , за-

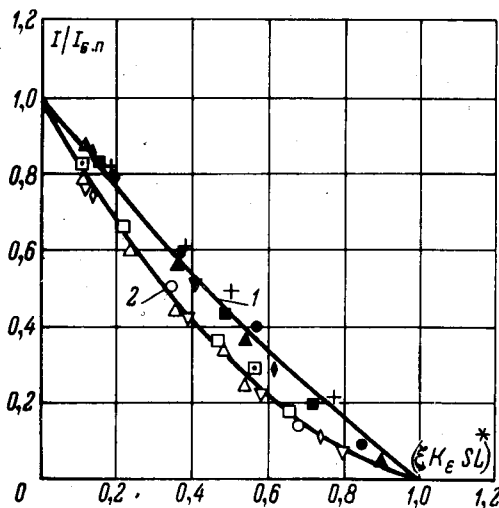


Рис. 5. Зависимость затухания тока от параметра  $(\xi k_e SL)^*$ .  
1 —  $\rho_{ч} = E$ , система электродов "ряд проводов между двумя плоскостями";  
+ —  $\frac{\pi H}{2b} = 1,5, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001, U^* = 2$ ; ● —  $\frac{\pi H}{2b} = 4, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001, U^* = 2$ ; ▲ —  $\frac{\pi H}{2b} = 4, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001, U^* = 4$ ; ◆ —  $\frac{\pi H}{2b} = 10, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,001, U^* = 4$ ; ■ —  $\frac{\pi H}{2b} = 10, \frac{\pi r_0}{2b} = 0,1, U^* = 4$ ; 2 —  $\rho_{ч} = \text{const}$ , система электродов "коаксиальные цилиндры";  
 $\frac{\pi r_0}{2b} = 0,1 - 0,001$ ; [—] —  $U^* = 1,22$ ; ○ —  $U^* = 1,41$ ; □ —  $U^* = 1,8$ ; ◇ —  $U^* = 2,9$ ;  
▽ —  $U^* = 4,5$ ; △ —  $U^* = 6$ .

висимость  $(k_e \xi SH)_{зап}$  от  $U^*$  аппроксимируется формулой (рис. 4):

$$(\xi k_e SH)_{зап} = (U^* - 1) \left\{ \frac{1}{U^*} \left[ 2,71 - 0,67 \lg \frac{\pi r_0}{2b} - 0,73 \lg \frac{\pi H}{2b} + 0,38 \lg \frac{\pi r_0}{2b} \lg \frac{\pi H}{2b} \right] + 0,26 \right\}. \quad (18)$$

Расчеты, произведенные для других силовых линий показали, что величина  $(\xi k_e SH)_{зап}$  уменьшается по мере удаления от центральной линии. Это означает, что по мере зарядки дисперсной фазы коронирование в последнюю очередь прекращается на части поверхности провода, обращенной к плоскости.

Затухание плотности тока на центральной силовой линии хорошо описывается выражением (рис. 5):

$$\frac{I}{I_{e,л}} = [1 - (\xi k_e SH)^*] [1 - 0,2 (\xi k_e SH)^*], \quad (19)$$

Изменение в зависимости от параметра  $\xi k_e SH$  распределения напряженности электрического поля вдоль центральной силовой линии показано на рис. 6. Как видно из рисунка, в рассматриваемом случае заряженная дисперсная фаза в условиях развитой короны также приводит к возрастанию напряженности у некоронирующего электрода.

Влияние концентрации дисперсной фазы на поле и ток коронного разряда в предположении о постоянстве плотности объемного заряда частиц по промежутку. Из системы уравнений (4) для силовой трубки, полагая  $\rho_{ч} = \text{const}$  и вводя переменную:

$$z = \frac{k E_{10} \rho_{ч}}{j_0} \frac{E}{E_1},$$

получаем решение в неявном виде:

$$z - \ln(1 + z) = c_1 + \frac{\rho_{ч}^2 k E_{10}}{j_0 \epsilon_0} \int_{l_0}^l \frac{dl}{E_1}, \quad (20)$$

где  $c_1$  — постоянная, определяемая из условия равенства напряженности на проводе начальному значению градиента поля  $E_0$ .

Это решение с погрешностью, не превышающей 10%, может быть записано в явной форме:

$$\frac{E}{E_1} = \sqrt{\left(\frac{E_0}{E_{10}}\right)^2 \left[ \frac{V + 1,8c_2 - 1}{0,9c_2} \right]^2 + \frac{2j_0}{k E_{10} \epsilon_0} \int_{l_0}^l \frac{dl}{E_1}} +$$

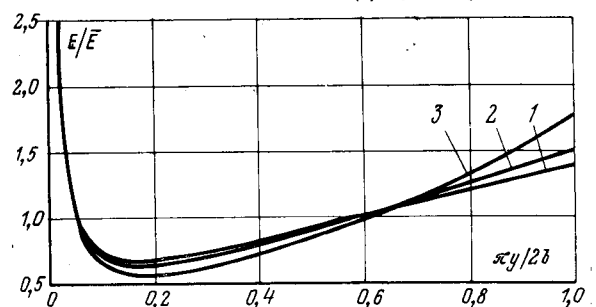


Рис. 6. Распределение напряженности электрического поля для системы электродов "ряд проводов между двумя плоскостями".

$$\left( U^* = 3; \frac{\pi H}{2b} = 4; \frac{\pi r_0}{2b} = 0,02 \right).$$

1 —  $\xi k_e SH = 0$ ; 2 —  $\xi k_e SH = 0,4$ ; 3 —  $\xi k_e SH = 1,2$ .

$$+ \frac{0,9c_2}{2} \frac{E_{10}}{E_0} \times \left\{ \left( \frac{E_0}{E_{10}} \right)^2 \left[ \frac{V \sqrt{1 + 1,8c_2} - 1}{0,9c_2} \right]^2 + \frac{2j_0}{0,9kE_{10}\epsilon_0} \int_{l_0}^l \frac{dl}{E_1} \right\}. \quad (21)$$

Здесь  $c_2 = \frac{kE_0\rho_{\text{ч}}}{I_0} = \frac{\rho_{\text{ч}}}{\rho_{0i}}$  — параметр, равный отношению плотности зарядов частиц к плотности объемного заряда ионов у коронирующего электрода.

Из (21) видно, что в отсутствие пыли ( $c_2 \rightarrow 0$ ) это выражение переходит в формулу для распределения напряженности электрического поля в чистом воздухе. Полагая в (21)  $j_0 = 0$  (т. е.  $c_2 \rightarrow \infty$ ) и интегрируя по всей длине силовой трубки, находим выражение для величины плотности объемного заряда частиц  $\rho_{\text{зап}}$ , при которой произойдет запыряние коронного разряда:

$$\rho_{\text{зап}} = \epsilon_0 \frac{U - U_0}{\int_{l_0}^l E_1 \left( \int_{l_0}^l \frac{dl}{E_1} \right) dl}, \quad (22)$$

т. е.  $\rho_{\text{зап}}$  линейно зависит от напряжения  $U$ .

По аналогии с (6) для плотности зарядов частиц, выраженной через безразмерный параметр  $\xi k_e SL$ , имеем:

$$\rho_{\text{ч}} = \epsilon_0 \xi k_e S \bar{E} = \frac{\epsilon_0 U}{L^2} \xi k_e SL.$$

Здесь  $\xi$  — отношение истинного заряда к предельному, приобретаемому частицей в поле со средней напряженностью  $\bar{E} = \frac{U}{L}$ ;  $L$  — полная длина силовой линии.

Отсюда в общем случае получим:

$$(\xi k_e SL)_{\text{зап}} = \frac{U^* - 1}{U^*} \frac{R^2}{\int_{l_0}^l E_1 \left( \int_{l_0}^l \frac{dl}{E_1} \right) dl}. \quad (23)$$

Для коаксиальных цилиндров соотношение (23) принимает вид (рис. 1):

$$(\xi k_e SR)_{\text{зап}} = 4 \frac{U^* - 1}{U^*} < 4. \quad (24)$$

В качестве примера на ЦВМ была рассчитана характеристика для системы электродов (коаксиальные цилиндры).

Аппроксимируя расчетные данные, получаем аналитическое выражение для вольт-амперной характеристики (рис. 7):

$$\frac{I}{I_{0.п}} = [1 - (\xi k_e SR)^*] [1 - 0,75 (\xi k_e SR)^*]. \quad (25)$$

Поле коронного разряда в присутствии заряженной дисперсной фазы перераспределяется аналогично изложенному. Если принять, что изменение тока до 30%, а напряженности электрического поля до 10% несущественно влияет на движение и зарядку частиц, из рассмотренного выше находим, что дисперсную фазу можно не учитывать при

$$(\xi k_e SL) \leq 0,5 - 0,8. \quad (26)$$

В частности, при  $a = 10$  мкм,  $k_e = 3$ ,  $\xi = 1$  для цилиндра радиусом  $R = 15$  см влияние дисперсной фазы можно не учитывать при весовой концентрации частиц  $z \leq 5$  г/м<sup>3</sup>.

Выведенными выше соотношениями можно пользоваться при рассмотрении процессов, когда распределение концентраций частиц задается извне, как это имеет место при входе потока аэрозоля в электрофильтр, камерный электросепаратор. Во всех этих случаях вектор скорости частиц не совпадает с направлением силовых линий электрического поля.

**Влияние заряженной дисперсной фазы на распределение электрического поля и ток коронного разряда в случае движения частиц по силовым линиям электрического поля.** Предположим, что скорость движения частиц соответствует значению напряженности  $E$  в данной точке, т. е.

$$\vec{V} \approx Bq\vec{E}. \quad (27)$$

Соотношение (27) выполняется для достаточно мелких частиц, движение которых можно считать безынерционным (обычно для  $a \leq (10-15)$  мкм).

Проанализируем уравнения коронного разряда (3). Плотность зарядов ионов  $\rho_i$  определяем из условия постоянства тока  $I_1$  через сечение  $\sigma$  силовой трубки:

$$\rho_i = \frac{I_1}{kE\sigma}. \quad (28)$$

Плотность зарядов частиц находим из условия неразрывности потока частиц  $\dot{f}$ :

$$BqEN\sigma = \dot{f} = \text{const},$$

откуда

$$\rho_{\text{ч}} = qN = \frac{\dot{f}}{BsE}. \quad (29)$$

Подставив (28) и (29) в первое уравнение системы (3), получаем:

$$\text{div } E = \left( \frac{i}{k} + \frac{\dot{f}}{B} \right) \frac{1}{\epsilon_0 E_1 \sigma}, \quad (30)$$

где множитель  $\left( \frac{i}{k} + \frac{\dot{f}}{B} \right)$  не зависит от  $E$  и от координаты вдоль силовой линии. Аналогичное уравнение для чистого воздуха имеет вид:

$$\text{div } E = \frac{i_0}{k} \frac{1}{\epsilon_0 E_1 \sigma}. \quad (31)$$

Здесь  $i_0$  — ток через сечение  $\sigma$  силовой трубки в незапыленной среде.

Следуя далее [Л. 6], замечаем, что уравнения (30) и (31) отличаются лишь постоянным множителем. Интегрируя эти уравнения по длине силовой трубки, получаем одинаковый закон распределения напряженности электрического поля по промежутку, а поскольку в обоих случаях интеграл от  $E$  по длине силовой линии должен равняться приложенному напряжению, имеем:

$$\frac{i_1}{k} + \frac{\dot{f}}{B} = \frac{i_0}{k}, \quad (32)$$

или, разделив на  $E\sigma$ :

$$\rho_i + \rho_{\text{ч}} = \rho_i^0, \quad (33)$$

где  $\rho_i^0$  — плотность зарядов ионов в отсутствие пыли.

Таким образом, при принятых допущениях: объемный заряд частиц не влияет на распределение электрического поля в промежутке;

при наличии в промежутке аэрозоля устанавливается такое значение тока, чтобы суммарный объемный заряд частиц и ионов был равен плотности зарядов ионов в отсутствие пыли.

Умножая обе части равенства (32) на  $KE\sigma$  и интегрируя по площадям всех силовых трубок, находим:

$$I_{оп} + \frac{k}{B} \cdot N_t = I_0.$$

Здесь  $I_{оп}$  и  $I_0$  — соответственно полный ток коронного разряда при наличии в промежутке дисперсной фазы и в ее отсутствие;  $N_t$  — число частиц, поступающих из распылителя в промежуток в единицу времени.

Для того чтобы концентрация пыли незначительно влияла на интенсивность зарядки частиц, необходимо, чтобы отношение  $I_{оп}/I_0$  несущественно отличалось от единицы, т. е.

$$\frac{k}{B} \frac{N_t}{I_0} \leq (0,5 - 0,7). \quad (34)$$

Из (34) следует, что чем больше ток коронного разряда, тем больший расход материала через распылитель можно допустить без существенного снижения интенсивности зарядки частиц.

**Выводы.** 1. Влияние дисперсной фазы на характеристики коронного разряда определяется величиной безразмерного параметра  $\xi k SL$ .

2. При безынерционном движении частиц вдоль силовых линий электрического поля заряженной дисперсной фазы не влияет на распределение электрического поля; если же имеется составляющая скорости поперек силовых линий, наличие в промежутке дисперсной фазы в условиях развитой короны приводит к возрастанию напряженности у некоронирующего электрода.

3. Основное различие при определении влияния концентрации частиц на коронный разряд в предположении  $\rho_c = E$  и  $\rho_c = \text{const}$  заключается в определении величины параметра  $(k \xi SL)_{зап}$ , при которой происходит запыление коронного разряда.

Поэтому при малых величинах затухания тока ( $\frac{I}{I_{б.п}} \geq 0,5$ ), когда влияние погрешности в определении параметра  $(k \xi SL)_{зап}$  невелико, оба подхода дают близкие результаты и, следовательно, одинаково могут быть применены для расчета затухания в случае частичного перемешивания аэрозоля в потоке. В частности, для коаксиальных цилиндров при  $U^* = 2$ ;  $r_o/R = 0,01$  и затуханиях тока порядка 0,5 различие в величинах  $I/I_{б.п.}$ , полученных в двух предельных случаях, составляет 25%.

Решение вопроса о применимости полученных соотношений для реальных процессов при больших затуханиях тока требует специального анализа сопоставления с экспериментом и расчетами, проведенными с учетом неполного перемешивания частиц.

4. В условиях развитой короны влияния концентрации частиц можно не учитывать при  $\xi k SL \leq 0,5 - 0,8$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Попков В. И., К теории униполярной короны постоянного тока, «Электричество», 1949, № 1.
2. Верещагин И. П. и Бабашкин В. А., Измерения напряженности поля коронного разряда методом пробного тела, сб. «Сильные электрические поля в технологических процессах», вып. 2, изд-во «Энергия», 1971.
3. Pauthinier M., Moreau Hanot M., Etouffement de la Décharge couronne en Milieu Trouble, Journal de Physique № 6, p. 257—262, 1935.
4. Цатурян А. И., К вопросу о вольт-амперной характеристике коронного разряда в дисперсной среде, Изв. вузов СССР, «Физика», 1969, № 3.
5. Deutsch W., Über die raumladungsbeschwerte Townsendladung im dichten Nebel, Annalen der Physik, v. 10, № 5, p. 847—867, 1931.
6. Канцов Н. А., Коронный разряд, ОГИЗ, 1947.

[2.3.1972]



УДК 621.313.32:621.3.078

## Уравнения синхронного режима и круговая диаграмма явноплюсной синхронной машины с автоматическим регулированием возбуждения

Канд. техн. наук А. П. ЛИЩЕНКО

Институт электродинамики

Современные синхронные машины мощностью от нескольких десятков до сотен тысяч кВт, как правило, снабжаются системой автоматического регулирования возбуждения (АРВ), которая обеспечивает высокую перегрузочную способность и устойчивость работы синхронной машины, существенно улучшает энергетические показатели и экономичность работы энергетической системы.

Наряду с другими системами АРВ широкое распространение получили простые и надежные системы фазового компаундирования, позволяющие обеспечить с заданной точностью большинство известных законов автоматического регулирования возбуждения. Особенно эффективно применение схем фазового компаундирования в статических и бесконтактных системах возбуждения синхронных



двигателей, где обычно не требуется высокая точность (0,5—1%) обеспечения заданного закона АРВ.

В связи с этим представляет интерес анализ основных характеристик синхронной машины при наличии АРВ, построение уточненной круговой диаграммы и создание на этой основе инженерной методики расчета рабочих характеристик синхронной машины. Ниже приведены результаты исследования основных зависимостей явнотолковой синхронной машины с учетом активного сопротивления статора (тока статора  $I$ , тока возбуждения  $I_f$ , фазы тока  $\varphi$  в функции угла мощности  $\theta$ ), дан вывод уравнения уточненной круговой диаграммы синхронной машины при наличии АРВ.

Из векторной диаграммы синхронной машины с учетом  $r$  [Л. 1 и 2] при  $x_c^2 \approx x_d x_q$  имеем:

$$I_d x_d = E_f - U \cos \theta + U k_r \sin \theta; \quad (1)$$

$$I_q x_q = -(E_f - U \cos \theta) k_r + U k_x \sin \theta, \quad (2)$$

где

$$k_x = \frac{x_d}{x_q}; \quad k_r = \frac{r}{x_q}. \quad (3)$$

Учитывая, что  $I^2 = I_d^2 + I_q^2$ , возведем в квадрат и сложим (1), (2) и, пренебрегая  $k_r^2$ , получим:

$$E_f^2 - 2E_f U (\cos \theta + k_n \sin \theta) + U^2 (\cos^2 \theta + k_x^2 \sin^2 \theta + k_n \sin 2\theta) - I^2 x_d^2 = 0,$$

отсюда

$$E_f = U (\cos \theta + k_n \sin \theta) \pm \sqrt{I^2 x_d^2 - U^2 \sin^2 \theta (k_x^2 - k_n^2)}, \quad (4)$$

где  $k_n = k_r (k_x - 1)$ .

Поскольку  $k_x^2 \gg k_n^2$ , то

$$E_f = U (\cos \theta + k_n \sin \theta) \pm \sqrt{I^2 x_d^2 - U^2 k_x^2 \sin^2 \theta}.$$

Ток возбуждения синхронной машины в функции  $\theta$  с учетом активного сопротивления статора и насыщения<sup>1</sup>

$$I_f = \frac{E_f}{x_{af}} = \frac{E_f}{x_d} k_s = I_{od} k_s (\cos \theta + k_n \sin \theta) \pm k_s \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta}, \quad (5)$$

где

$$I_{od} = \frac{U}{x_d}; \quad I_{0q} = \frac{U}{x_q}; \quad k_s = \frac{x_d}{x_{af}}. \quad (6)$$

Токи  $I$ ,  $I_{od}$ ,  $I_{0q}$  представлены в амплитудных значениях. В действующих значениях

$$I_f = \sqrt{2} I_{od} k_s (\cos \theta + k_n \sin \theta) + \sqrt{2} k_s \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta}. \quad (7)$$

Выходная характеристика ( $I_{fc}$  ( $I, \varphi_k$ )) системы возбуждения (коллекторный возбудитель, статическая или бесконтактная система возбуждения), снабжен-

ная устройством фазового компаундирования (ФК), может быть записана:

$$I_{fc} = k_c \sqrt{(U' + I x_i \cos \varphi_k)^2 + (I x_i \sin \varphi_k)^2} = k_c \sqrt{U'^2 + 2U' I x_i \cos \varphi_k + I^2 x_i^2}, \quad (8)$$

где  $U'$  и  $I$  — фазное напряжение, приведенное к основной цепи управления, и ток статора;  $U' = \frac{U}{k_n}$ ;

$x_i = \frac{x_D}{k_t k_\sigma}$ ;  $x_D$  — главное индуктивное сопротивление

схемы ФК (дросселя или дроссель — трансформатора);  $k_n$  и  $k_t$  — коэффициенты трансформации; ТН и ТТ;  $k_\sigma = 1,03 \div 1,05$  — коэффициент рассеяния.  $\varphi_k = \varphi_n + \varphi$  — фаза компаундирования;  $\varphi_n$  — начальная фаза включения обмоток компаундирующего устройства. Обычно  $\varphi_n = 90$  или  $30^\circ$  [Л. 2];  $\varphi$  — фаза тока статора. Знак  $\varphi$  учитывает степень возбуждения (плюс берется при перевозбуждении);  $k_c$  — постоянная функция параметров системы возбуждения.

Значения  $k_c$  для различных систем возбуждения с фазовым компаундированием, полученные по эквивалентным схемам замещения [Л. 2], приведены в таблице.

Совместное решение (7) и (8) дает уравнение тока статора при наличии АРВ. Для решения необходимо найти зависимости  $\cos \varphi(\theta)$  и  $\sin \varphi(\theta)$ .

Для вывода их можно использовать известное уравнение:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{I (\cos \varphi \pm k_r \sin \varphi)}{I_{0q} - I k_r \cos \varphi \pm I \sin \varphi}. \quad (9)$$

Однако проще получить выражения для  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$  непосредственно из круговой диаграммы с учетом  $r$ , рис. 1 [Л. 2]:

$$I \sin \varphi = \frac{1}{x_d} [E_f \cos \theta + U (k_x - 1) \cos^2 \theta - U k_x + E_f k_r \sin \theta];$$

$$I \cos \varphi = \frac{1}{x_d} [E_f \sin \theta + U (k_x - 1) \sin \theta \cos \theta - (E_f \cos \theta - U) k_r].$$

Подставляя сюда (4) и пренебрегая  $k_r^2$ , получим:

$$\sin \varphi = \frac{1}{I} [(\cos \theta + k_r \sin \theta) \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} - I_{0q} (\sin^2 \theta - k_r \sin \theta \cos \theta)]; \quad (10)$$

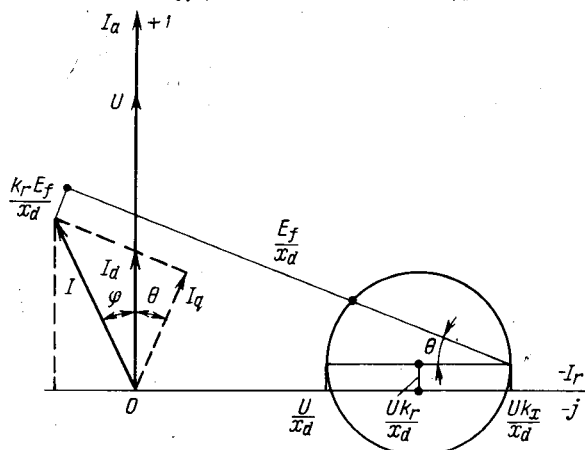


Рис. 1. Ток статора синхронной машины и его составляющие.

\* Погрешность в этом случае не превышает 1%.

<sup>1</sup> Значения параметров  $x_d$ ,  $x_q$  и  $x_{af}$  определяются по прямым характеристикам холостого хода синхронной машины [Л. 1].

Тип возбудителя и схемы ФК	$k_c = \frac{C_m}{Z_0}$
Статическая система с трехобмоточным трансформатором (ТОТ) и дросселем (ДР)	$C_m = k_i = 1,28 - 1,32;$ $Z_0 = \sqrt{r_s^2 + (x'_D + x_s)^2};$ $r_s$ и $x_s$ — эквивалентные параметры фазы выпрямителя
Статическая система с дроссель-трансформатором (ДТ)	$C_m = k_i = 1,3 - 1,34;$ $Z_0 = \sqrt{r_s^2 + (x_D + x_s)^2}.$
Бесконтактная система с асинхронным возбудителем (АВ); схема ФК с ДТ	$C_m = \frac{k_i k_{AB} x_{mb}}{z_c}; k_i = 1,28 - 1,3;$ $k_{AB} = \frac{\omega_1 k_{\omega 1}}{\omega_2 k_{\omega 2}};$ $x_{mb}$ — сопротивление взаимной индукции АВ. $z_c = \sqrt{\left(\frac{r'_2 + r'_s}{s}\right)^2 + \left(x_{mb} + x'_2 + \frac{x'_s}{s}\right)^2};$ $Z_0 = \sqrt{R_{AB}^2 + (x_D + x_{AB})^2}.$
Бесконтактная система с синхронным возбудителем (СВ); схема ФК с ТН и ДТ	$C_m = \frac{k_i k_{ib} x_{afb}}{k_z z_c}; k_i = 1,28 - 1,3;$ $k_{ib} = 1,3 - 1,32;$ $z_c = \sqrt{(r_s + r_b)^2 + (x_s + x_{qb})^2};$ $Z_0 = \sqrt{(r_{кн} + r_{эв})^2 + (x_{кн} + x_D + x_{эв})^2};$ $k_z = \left(\frac{z_{\Delta}}{z_c}\right)^2,$ где $r_{кн}$ и $x_{кн}$ — параметры ТН; $r_{эв}$ и $x_{эв}$ — эквивалентные параметры фазы выпрямителя возбудителя.
Обычный коллекторный возбудитель (КВ); схема ФК с ТН и ДТ	$C_m = \frac{k_{ib} x_{afb}}{R_c}; k_{ib} = 1,3 - 1,32;$ $R_c = r_a + r_f$ — сопротивление якорной цепи КВ; $x_{afb}$ — индуктивное сопротивление взаимной индукции КВ; $Z_0 = \sqrt{(r_{кн} + r_{эв})^2 + (x_{кн} + x_D + x_{эв})^2}.$

Примечания. 1. Активные сопротивления и рассеяние обмоток ТОТ и ДТ не учитываются.

2. Коэффициент  $k_i$  равен отношению эффективных значений токов на выходе и входе выпрямителя системы возбуждения. Для трехфазного мостового выпрямителя  $k_i = 1,23 - 1,34$  в зависимости от величины эквивалентной анодной индуктивности.

$$\cos \varphi = \frac{1}{I} [(\sin \theta - k_r \cos \theta) \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} + I_{0q} (\sin \theta \cos \theta + k_r \sin^2 \theta)]. \quad (11)$$

Используя (10) и (11), раскроем выражение для  $\cos \varphi_k$ :

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{I} \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} [\sin(\theta - \varphi_n) - k_r \cos(\theta - \varphi_n)] + \frac{I_{0q}}{I} \sin \theta [\cos(\theta - \varphi_n) + k_r \sin(\theta - \varphi_n)]. \quad (12)$$

Уравнение (12) определяет  $\varphi_k$  для любого  $\theta$  и  $I$  при выбранной фазе  $\varphi_n$ .

Решая совместно уравнения (7), (8) и (12), имеем:

$$2k_s^2 I_{0d}^2 (\cos \theta + k_n \sin \theta)^2 +$$

$$+ 4k_s^2 I_{0d} (\cos \theta + k_n \sin \theta) \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} + 2k_s^2 (I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta) = k_c^2 I^2 x_i^2 + k_c^2 U'^2 - 2k_c^2 U' x_i \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} [\sin(\varphi_n - \theta) + k_r \cos(\varphi_n - \theta) + 2k_c^2 U' x_i I_{0q} \sin \theta [\cos(\varphi_n - \theta) - k_r \sin(\varphi_n - \theta)]]].$$

Произведя преобразования, получим уравнение тока статора в виде:

$$I^2 (2k_s^2 - k_c^2 x_i^2) + 2 \sqrt{I^2 - I_{0q}^2 \sin^2 \theta} \{2k_s^2 I_{0d} (\cos \theta + k_n \sin \theta) + k_c^2 U' x_i [\sin(\varphi_n - \theta) + k_r \cos(\varphi_n - \theta)]\} + 2k_s^2 I_{0d}^2 (\cos \theta + k_n \sin \theta)^2 - 2k_s^2 I_{0q}^2 \sin^2 \theta - k_c^2 U'^2 - 2k_c^2 U' x_i I_{0q} \sin \theta [\cos(\varphi_n - \theta) - k_r \sin(\varphi_n - \theta)] = 0.$$

Уравнение можно представить как

$$aI^2 + 2b \sqrt{I^2 - k^2} + c = 0, \quad (13)$$

где

$$a = 2k_s^2 - k_c^2 x_i^2; \quad (14)$$

$$b = 2I_{0d} k_s^2 (\cos \theta + k_n \sin \theta) +$$

$$+ k_c^2 U' x_i [\sin(\varphi_n - \theta) + k_r \cos(\varphi_n - \theta)]; \quad (15)$$

$$c = 2k_s^2 I_{0d}^2 (\cos \theta + k_n \sin \theta)^2 - 2k_s^2 I_{0q}^2 \sin^2 \theta - k_c^2 U'^2 - 2k_c^2 U' x_i I_{0q} \sin \theta [\cos(\varphi_n - \theta) - k_r \sin(\varphi_n - \theta)]; \quad (16)$$

$$k = I_{0q} \sin \theta. \quad (17)$$

Уравнение (13) решаем, используя подстановку

$$x^2 = I^2 - k^2. \quad (18)$$

Получим:

$$ax^2 + 2bx + c + ak^2 = 0,$$

откуда

$$x = -\frac{b}{a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a} - k^2}. \quad (19)$$

Используя (18) и (19), найдем выражение для тока статора в общем виде с учетом активного сопротивления статора и системы АРВ:

$$I = \sqrt{\frac{2b^2}{a^2} - \frac{c}{a} - \frac{2b}{a} \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a} - k^2}}, \quad (20)$$

где  $a, b, c, k$  определяются по (14) — (17).

Уравнение (20) является одновременно и уравнением уточненной круговой диаграммы машины при наличии АРВ. Задавая различные значения  $\theta$  в диапазоне  $0-360^\circ$ , можем определить соответствующие значения  $I$ , а используя методику [Л. 2], построить годограф тока статора. Заметим, что при  $r \neq 0$  и  $I_f = \text{var}$  более удобно строить годограф по величине  $I$  и фазе  $\varphi$ . В этом случае для каждого значения  $I$  и  $\theta$  угол  $\varphi$  можно определить по (10) или (11), причем при углах  $\theta < 45^\circ$  более точно величину и знак  $\varphi$  определять по (10), а при  $\theta > 45^\circ$  по (11).

Из (20) следует, что при  $\theta=0$  и  $c=0$ , ток статора равен нулю при любых значениях коэффициентов  $a$  и  $b$ . Следовательно, равенство  $c=0$  является необходимым условием для  $I=0$  и определяет режим оптимального возбуждения при холостом ходе синхронной машины. Это условие выполняется при определенном соотношении параметров машины и системы возбуждения:

$$2k_s^2 \frac{U'^2}{x_d^2} = k_{c0}^2 \frac{U'^2}{k_H^2},$$

откуда

$$k_{c0} = \sqrt{2} \frac{k_s k_H}{x_d} = \frac{\sqrt{2} k_H}{x_{af}} = \frac{I_{f0} k_H}{U_N}; \quad (21)$$

Таким образом, величина и знак  $c$  при  $\theta=0$  определяют степень начального возбуждения синхронной машины: при  $c=0$  и  $k_c=k_{c0}$  — оптимальное возбуждение; при  $c<0$  и  $k_c>k_{c0}$  — перевозбуждение; при  $c>0$  и  $k_c<k_{c0}$  — недовозбуждение.

Если при холостом ходе  $I \neq 0$  (например, задана определенная величина  $I_p$  опережающего реактивного тока компенсаторного режима), то используя значения коэффициентов  $a, b, c, k$  при  $\theta=0$ , можно найти условия, обеспечивающие получение заданного тока  $I_p$ .

При  $\theta=0$

$$a_0 = 2k_s^2 - k_c^2 x_i^2; \quad b_0 = 2k_s^2 I_{od} + k_c^2 U' x_i; \\ c_0 = 2k_s^2 I_{od}^2 - k_c^2 U'^2.$$

Решая  $a_0 I_p^2 + 2b_0 I_p + c_0 = 0$  относительно  $k_c$ , получим значение, дающее  $I = I_p$  при  $\theta=0$

$$k_c = \sqrt{2} k_s \frac{I_{od} + I_p}{U' - I_p x_i}. \quad (22)$$

Из (22) видно, можно ли получить в рассматриваемой системе заданную величину реактивного тока при выбранном  $x_i$ .

Из (14) в зависимости от соотношения между параметрами машины и схемы АРЗ (между  $\sqrt{2} k_s =$

$\frac{\sqrt{2} x_d}{x_{af}}$  и  $k_c x_i = \frac{k_c x_D}{k_T k_g}$ ) коэффициент  $a$  может быть положительным, отрицательным или равным нулю.

При  $a=0$

$$I(\theta) = \sqrt{\frac{c^2}{4b^2} + k^2}.$$

Исследование влияния величины и знака  $a$  на форму годографа  $I(\theta)$  показывает, что при  $a=0$  наиболее точно обеспечивается постоянство начального значения  $I_p$  (выбранного по режиму холостого хода) при широком изменении нагрузки машины. Если  $a>0$  ( $\sqrt{2} k_s > k_c x_i$ ), то при увеличении нагрузки величина опережающего реактивного тока  $I_p$  уменьшается и в дальнейшем машина переходит в режим недовозбуждения. В этом случае коэффициент компаундирования схемы АРВ  $k_l = \frac{dI_f}{dI}$  невелик, и машина имеет сравнительно небольшую перегрузочную способность  $k_M = \frac{M_{\max}}{M_N} = 1,5 - 2$ . При  $a<0$  ( $\sqrt{2} k_s <$

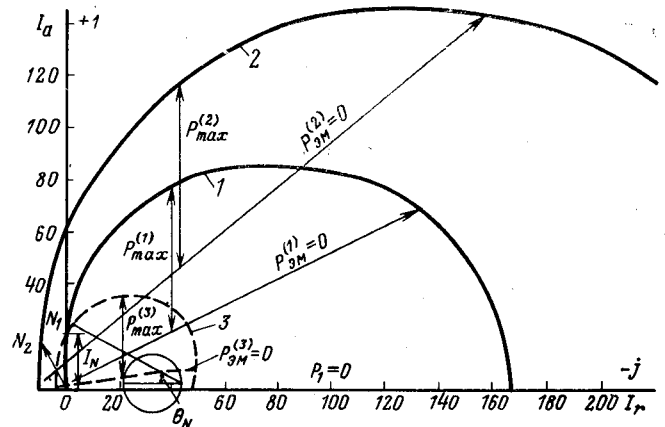


Рис. 2. Круговые диаграммы синхронной машины 14 кВа, 220 в, 1500 об/мин.

1 — АРВ на  $\cos \varphi = 1 \approx \text{const}$  при  $P_2=0-P_{2N}$  ( $x_D=130$  ом;  $k_c=0,0447$ ;  $k_T=16,9$ ); 2 — АРВ на  $Q=6$  кВа  $\approx \text{const}$  при  $P_2=0-P_{2N}$  ( $x_D=56$  ом;  $k_c=0,0809$ ;  $k_T=12,5$ ); 3 — АРВ отсутствует ( $I_f=12,6$  а  $\approx \text{const}$ ;  $\cos \varphi_N=1$ ).

$< k_c x_i$ ) опережающий ток  $I_p$  с ростом нагрузки возрастает (за счет больших значений  $k_l$ ). Машина в широком диапазоне нагрузки работает в области перевозбуждения и имеет весьма высокую перегрузочную способность ( $k_M = 3 - 4$ ).

Поскольку  $k_c$  и  $x_D$  обычно выбираются по режиму холостого хода, то величина и знак  $a$  определяются главным образом значением  $k_T$ , выбор которого производится в зависимости от требуемого закона АРВ.

Полученные зависимости  $I(\theta)$ ,  $I_f(\theta)$  и  $\varphi(\theta)$  дают возможность не только построить уточненную круговую диаграмму явнотолковой синхронной машины с АРВ при выбранных параметрах системы возбуждения и регулирования ( $k_c$ ,  $x_D$  и  $k_T$ ), но и определить ее рабочие характеристики:  $I(P_2)$ ;  $P_1(P_2)$ ;  $\cos \varphi(P_2)$ ;  $\eta(P_2)$ ;  $\theta(P_2)$ . Для построения их для каждого значения  $\theta$  вычисляем:

ток статора по (14) — (17) и (20);  $\cos \varphi$  по (11);

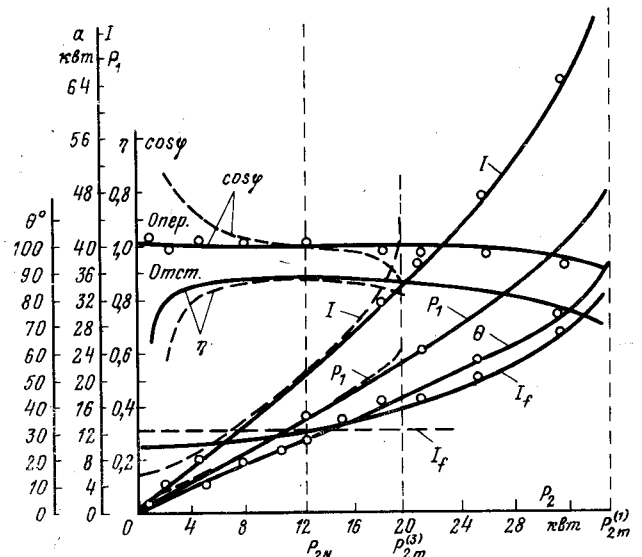


Рис. 3. Рабочие характеристики машины с АРВ.

—  $\cos \varphi=1$  (расчет);  $\circ \circ \circ$  —  $\cos \varphi=1$  (опытные точки); --- АРВ отсутствует ( $I_f=12,6$  а).

потребляемую мощность (мощность на зажимах статора)

$$P_1 = 3UI \cos \varphi;$$

полезную мощность (на валу)

$$P_2 = P_1 - \Sigma p;$$

сумму потерь и к. п. д. машины при статической системе возбуждения

$$\Sigma p = p_{m1} + p_{c1} + p_{мех}; \quad \eta = \frac{P_2}{P_1 + P_b};$$

при возбудителе на валу машины

$$\Sigma p = p_{m1} + p_{c1} + p_{мех} + p_b; \quad \eta = \frac{P_2}{P_1},$$

где

$$p_{m1} = 3I^2 r; \quad p_{c1} + p_{мех} = p_0 \approx \text{const (при } U = \text{const});$$

$$p_b = \frac{1}{\eta_b} I_f^2 r_f.$$

Для иллюстрации описанного метода построения уточненной круговой диаграммы и рабочих характеристик СМ на рис. 2 приведены круговые диаграммы синхронного двигателя мощностью 14 кВА, 220 В, 1500 об/мин со схемой фазового компаундирования при различных законах АРВ, на рис. 3 — рабочие характеристики этого двигателя при  $U = U_N$ . Исходные параметры и коэффициенты:  $x_{dN} = 10,4 \text{ ом}$ ;  $x_{qN} = 5,1 \text{ ом}$ ;  $k_s = 0,336$ ;  $k_r = 0,13$ ;  $k_n = 0,135$ ;  $k_x = 2,04$ ;  $k_c = 0,0447$  и  $0,0809$ ;  $x_D = 130 \text{ ом}$  и  $56 \text{ ом}$ ;  $k_T = 16,9$  и  $12,5$ ;  $\varphi_n = 90^\circ$ . Расчет проведен для значений  $\theta = 0, 4, 15, 30, 60, 90, 100, 120, 150, 180^\circ$ . На рис. 3 приведены также опытные точки рабочих характеристик при наличии АРВ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вольдек А. И., Электрические машины, изд-во «Энергия», 1966.
2. Лищенко А. И., Синхронные двигатели с автоматическим регулированием возбуждения, изд-во «Техника», 1969.

[30.12.1971]



УДК 621.313.333.901.24

## Расчет установившихся токов асинхронной машины, питаемой через нелинейный элемент

Доктор техн. наук, проф. И. П. КОПЫЛОВ и канд. техн. наук О. П. ЩЕДРИН

Московский энергетический институт

Асинхронные электроприводы, в которых двигатели питаются несинусоидальными несимметричными напряжениями, находят широкое применение. С целью регулирования скорости вращения асинхронных двигателей, улучшения энергетических показателей, облегчения пуска и торможения применяется включение (часто несимметричное) в цепи статора или ротора дополнительных устройств. В этих случаях при расчете характеристик машины необходимо учитывать параметры внешних элементов, что сильно усложняет вычисления. Особые трудности вызывает учет элементов, имеющих нелинейные вольт-амперные зависимости. Важно разработать простые и надежные методы расчета статических характеристик асинхронных машин, питаемых через нелинейные элементы, требующие при своей реализации минимального времени.

Общим подходом к расчету является решение системы интегро-дифференциальных уравнений, описывающих совместную работу машины и системы питания или регулирования, для режима постоянной скорости вращения ротора  $n$ . Ввиду невозможности построения аналитического решения этой нелинейной системы уравнений приходится прибегать к численным методам. Для получения установившихся токов и вращающего момента рассчитывается электромагнитный переходный процесс

(режим  $n = \text{const}$ ), который является быстрым по сравнению с электромеханическим (режим  $n \neq \text{const}$ .) Поэтому время решения на ЦВМ сравнительно невелико. Основные недостатки этого метода: невозможность составления универсальной программы для ЦВМ на его основе, длительность расчета. Этот метод — наиболее общий.

Использование итерационных методов для расчета токов электрической машины связано с необходимостью обеспечения сходимости вычислительного процесса, что может создать определенные трудности. Покажем применение метода итерации для случая, если питающая система содержит один нелинейный элемент. Под этим термином понимается совокупность реальных линейных или нелинейных элементов, которую можно эквивалентировать элементом с нелинейной, заданной численно или аналитически, вольт-амперной характеристикой. Реальная схема заменяется цепочкой, состоящей из последовательно соединенных источника несинусоидального напряжения, нелинейного элемента и смешанной линейной нагрузки. Уравнения гармонического баланса этой цепи индекс гармоник опускаем):

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{н.э} + \dot{I}_н Z_{в.н}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_a$  — напряжение источника;  $\dot{U}_{н.э}$  — напряжение на нелинейном элементе;  $\dot{I}_н$  — ток цепи;  $Z_{в.н}$  — комплексное сопротивление нагрузки. Постоянные для

каждого значения скорости вращения ротора параметры эквивалентного генератора  $\dot{U}_a$  и  $Z_{в.н}$  являются функциями параметров электрической машины и питающей системы.

Приведем выражения  $\dot{U}_a$  и  $Z_{в.н}$  двухфазной для общности несимметричной и трехфазной симметричной асинхронных машин, питаемых через несимметрично включенные в фазы статора добавочные линейные элементы и один нелинейный элемент. Напряжение на роторе отсутствует. Приняты следующие основные допущения и ограничения для машин: равномерность воздушного зазора; симметрия ротора; постоянство параметров; фазы двухфазных обмоток сдвинуты на угол  $90^\circ$ , трехфазных — на  $120^\circ$ . Выражения получены на основе формул, приведенных в [Л. 3 и 4], с помощью теоремы об эквивалентном генераторе.

Для двухфазной несимметричной машины.

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A^s + jk_a \frac{\dot{T}_a - 1}{\dot{T}_a + 1} \dot{U}_B^s; \quad (2)$$

$$Z_{в.н} = \frac{\Delta Z_{sa}^s (\dot{T}_a + 1) + 2k_a^2 Z_{a0}^{ss}}{\dot{T}_a + 1}. \quad (3)$$

Для трехфазной симметричной машины при соединении обмотки статора в звезду без нулевого провода

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{AC}^s + d \frac{\dot{T} + d}{\dot{S}_A + \dot{T} + 1} \dot{U}_{BC}^s; \quad (4)$$

$$Z_{в.н} = \frac{\sum_{N=A}^{N=B} Z_N^s (\dot{T} + 1) + Z_A^s \dot{S}_A + 3Z_{c0}^{ss}}{\dot{S}_A + \dot{T} + 1}; \quad (5)$$

при соединении обмоток статора в правильный треугольник

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{AC}^s + d \frac{\dot{T} + d}{\dot{S}_A + \dot{T} + 1} \dot{U}_{BC}^s; \quad (6)$$

$$Z_{в.н} = \frac{\sum_{N=A}^{N=B} Z_N^s (\dot{T} + 1) + Z_A^s \dot{S}_A + Z_{c0}^{ss}}{\dot{S}_A + \dot{T} + 1}. \quad (7)$$

Входящие в (2) — (7) комплексные сопротивления и коэффициенты равны:

$$\Delta Z_{sa}^s = r_a^s + jx_{sa}^s + Z_A^s - k_a^2 Z_{a0}^s; \quad (8)$$

$$\dot{T}_a = \frac{Y_{a,п}^{ss}}{Y_{a,об}^{ss}} = \frac{Z_{a,об}^{ss}}{Z_{a,п}^{ss}}; \quad \dot{T} = \frac{Y_{п,п}^{ss}}{Y_{об,об}^{ss}} = \frac{Z_{об,об}^{ss}}{Z_{п,п}^{ss}}; \quad (9)$$

$$\dot{S}_A = \frac{Z_B^s}{Z_{п,п}^{ss}}; \quad \dot{S}_A = 3 \frac{Z_B^s}{Z_{п,п}^{ss}}. \quad (10)$$

Входные комплексные сопротивления статора токам прямой и обратной последовательностей, обратные соответствующим комплексным проводимостям

$$Z_{п,п}^{ss} = \frac{Z^s \left( s_{п,п}^{об} + \frac{Z_{с,п,об}^r}{Z_m} \right) + Z_{с,п,об}^r}{s_{п,п}^{об} + \frac{Z_{с,п,об}^r}{Z_m}}, \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Z^s &= r_b^s + jx_{ab}^s; \\ Z_m &= r_m + jx_m; \\ Z_{с,п,об}^r &= r_r + js_{п,об} x_{с,об}^r; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

скольжения ротора

$$s_{п,п} = s; \quad s_{об,об} = 2 - s. \quad (13)$$

В (2) — (13)  $A, B, C$  — фазы питающей сети ( $A, B$  — для двухфазной машины);  $a, b, c$  — линейные выводы машины ( $a, b$  — для двухфазной машины); надстрочные индексы  $s, r$  — показатели статора или ротора;  $k_a$  — коэффициент приведения параметров статора фазы  $a$  двухфазной несимметричной асинхронной машины к фазе  $b$ , равный отношению эффективных чисел витков обмоток фаз;  $Z_A, Z_B$  — комплексные сопротивления добавочных элементов;  $r_a^s, r_b^s, r_r, x_{sa}^s, x_{ab}^s, x_{с,об}^r, r_m, x_m$  — параметры схем замещения машин (параметры ротора приведены к статору);  $d = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  — фазный множитель. Нелинейный элемент включен в линию  $a$ .

В обозначениях входных комплексных сопротивлений статора двухфазной машины подстрочный индекс «э» означает, что рассматривается эквивалентная машина, комплексное сопротивление статора которой увеличено на  $Z_B^s$ . Поэтому при вычислении  $Z_{п,п}^{ss}$  по (11) следует вместо  $Z^s$  подставлять:

$$Z_a^s = Z^s + Z_B^s \quad (14)$$

Сходимость итерационного процесса определяется стратегией расчета и выбором начальных приближений тока или напряжения нелинейного элемента, что, в свою очередь, зависит от параметров системы и вольт-амперной характеристики. Применительно к цепям, содержащим электрическую машину, даже при монотонной вольт-амперной характеристике нелинейного элемента аналитическое исследование сходимости итерационного процесса не представляется возможным. Для обеспечения сходимости используется прием введения преобладающего элемента [Л. 1 и 2].

Для простейшей цепи, состоящей из последовательно соединенных источника несинусоидального напряжения, нелинейного элемента и смешанной линейной нагрузки, преобладающим является тот из двух элементов, на котором большее напряжение. Поэтому можно применить простой способ выбора преобладающего элемента, если поочередно приложить напряжение источника к линейному и нелинейному элементам, то кривая тока в преобладающем элементе будет иметь меньшее максимальное значение.

Выбор преобладающего элемента предопределяет стратегию расчета. Если на каждой итерации ток определять по преобладающему элементу, а его корректировку производить по непреобладающему, итерационный процесс сходится, в противном случае — расходится.

Указанный выше способ нахождения преобладающего элемента не является достаточным, из-за



автоматики, например, при управлении двигателя транзисторным регулятором; в случае включения в цепь статора или ротора электрической машины нелинейного сопротивления, дросселя с подмагничиванием; при необходимости учета насыщения стали машины. Эта методика незаменима при теоретических исследованиях в тех случаях, когда общепринятые при инженерных расчетах допущения недопустимы.

При использовании этого метода для расчета характеристик асинхронной машины его недостатки и преимущества определяются обычными свойствами итерационных методов. Основными недостатками являются сравнительная длительность расчета, прямо пропорциональная точности, и сложность обеспечения сходимости вычислительного процесса. Принципиально может быть достигнута любая точность, что является преимуществом метода по сравнению с приближенными расчетами. Предлагаемая

методика является достаточно трудоемкой, и ее преимущества особенно видны при использовании ЦВМ.

Следует отметить, что приводимая методика не применима, если нелинейные элементы имеют резко несимметричные относительно начала координат ВАХ (например, в случае тириستоров).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ионкин П. А., О расчете нелинейных цепей итерационным методом, «Электричество», 1958, № 3.
2. Хьюз В., Нелинейные электрические цепи, изд-во «Энергия», 1967.
3. Щедрин О. П., К расчету статических характеристик асинхронных машин при несимметричных несинусоидальных напряжениях с учетом параметров питающей системы, Труды МЭИ, вып. 71, «Электромеханика», 1969.
4. Щедрин О. П., К расчету статических характеристик двухфазных асинхронных машин с учетом параметров питающей системы при несинусоидальных несимметричных напряжениях, «Электротехника», 1969, № 5.

[9.4.1971]



УДК 621.313.62—5.001.24

## К расчету импульсной системы регулирования электрических машин с не явно выраженным модулятором ширины импульсов

Канд. техн. наук Э. А. ЛОДОЧНИКОВ и инж. Е. Г. ОРЛОВ

Воронеж

Для регулирования параметров электрических машин (скорости вращения двигателей, напряжения генераторов) широкое применение получили регуляторы на транзисторах, работающих в режиме переключения [Л. 1—3]. Управляющее воздействие в таких регуляторах изменяется за счет длительности импульсов с помощью не явно выраженного модулятора ширины импульсов. Не явно выраженный модулятор ширины импульсов реализуется с помощью усилителя с релейной или близкой к ней характеристикой, на вход которого наряду с сигналом управления подается внешний периодический сигнал синусоидальной или пилообразной формы.

При наличии внешнего периодического воздействия в релейной системе возможны два режима работы: автоколебаний и синхронный. При работе в синхронном режиме система регулирования совершает колебания с частотой внешнего воздействия. Выбирая ее достаточно высокой можно достигнуть того, что вынужденные колебания будут мало ощущаться.

Основные проблемы, которые возникают при исследовании и проектировании рассматриваемых систем: получение соотношений, связывающих характеристики внешнего воздействия с параметрами системы, при которых существует синхронный режим работы, определение формы и величины колебаний, а также погрешности регулирования. Наиболее полно эти проблемы решены в [Л. 4]. Следует отметить, что анализ подобных систем в имеющейся литературе выполнен для симметричного режима работы (длительность импульсов равна длительности пауз) и малых отклонений от него при

внешнем периодическом сигнале синусоидальной формы. Кроме того, при определении погрешности регулирования релейная характеристика регулятора заменяется на линеаризованную [Л. 1 и 5], и вся система рассматривается как непрерывная и линейная. При этом не учитывается влияние колебаний в системе на входной сигнал реле, что приводит к некоторым погрешностям.

В этой статье дается решение для общего случая системы регулирования  $k$ -го порядка с учетом колебаний в системе при наиболее часто встречающейся несимметричной характеристике реле с координатным запаздыванием и периодическом сигнале как синусоидальной, так и пилообразной формы с произвольной крутизной фронтов.

Структурная схема рассматриваемого класса систем приведена на рис. 1,а. Целесообразно возмущение  $G$  и уставку  $Y_0$  привести ко входу реле. На преобразованной структурной схеме (рис. 1,б) обозначено:

$$g = L^{-1}[G(p) W_p(p)] - Y_0 W_p(0); \quad (1)$$

$$W(p) = W_0(p) W_p(p). \quad (2)$$

При работе системы регулирования в синхронном режиме на  $n$ -м интервале на вход ее линейной части подаются периодические импульсы длительностью  $T_n^{(n)}$ , периодом следования  $T$ , определяемым периодическим сигналом  $f(t)$ , и амплитудой  $k_p$ .

Будем рассматривать случай простых полюсов передаточной функции  $W(p)$ . При рассмотрении случаев нулевых, кратных и комплексных полюсов принципиальных изменений в применяемой методике не требуется.

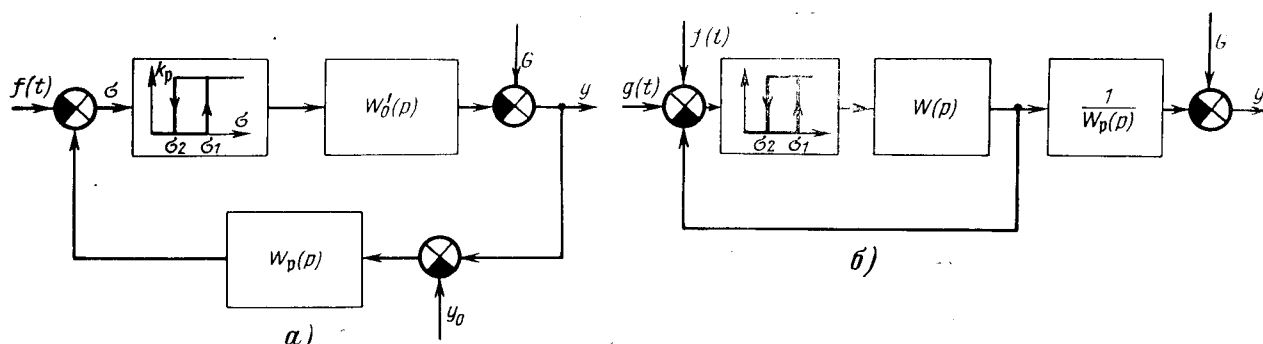


Рис. 1. Структурные схемы системы регулирования.

$W_0(p)$ ,  $W_p(p)$  — передаточная функция объекта регулирования и регулятора;  $G$  — возмущающее воздействие;  $y_0$  — уставка;  $f(t)$  — периодический сигнал.

Для нахождения реакции линейной части на импульсную последовательность разложим передаточную функцию  $W(p)$  на элементарные компоненты. В случае простых полюсов

$$W(p) = \sum_{i=1}^k \frac{c_i}{p + p_i}, \quad (3)$$

где  $c_i$  — коэффициент разложения;  $p_i = 1/T_i$  — полюса  $W(p)$ .

Выходной сигнал линейной части  $W(p)$  будет равен сумме элементарных компонент [Л. 3].

Интегрируя соответствующие уравнения, можно записать для элементарной  $i$ -й компоненты выражения интервала времени между переключениями:

для импульса

$$x_i = c_i k_p + (x_i^{(0)} - c_i k_p) e^{-\frac{t}{T_i}}; \quad (4)$$

для паузы

$$x_i = v_i^{(0)} e^{-\frac{t}{T_i}}, \quad (5)$$

где  $x_i^{(0)}$  и  $v_i^{(0)}$  — начальные значения координаты  $x_i$ , соответствующие моментам переключения реле.

Моменты переключения реле будут определяться условиями (рис. 1):

при включении

$$\sigma = \sigma_1; \quad (6)$$

при отключении

$$\sigma = \sigma_2. \quad (7)$$

В соответствии с рис. 1, б входной сигнал реле

$$\sigma(t) = f(t) + g(t) - x(t). \quad (8)$$

Используя обозначения рис. 2, а при пилообразном сигнале  $f(t)$ , можно записать выражение для его нарастающего фронта на  $n$ -м интервале переключения:

$$f_1(t) = \frac{A}{\mu_1} (T_n^{(n)} + t - \mu_2 + \varphi_n); \quad (9)$$

для спадающего фронта

$$f_2(t) = \frac{A}{\mu_2} (\mu_2 - t + \varphi_n). \quad (10)$$

В (9), (10), как и в (4), (5), начало отсчета времени совпадает с моментами переключения реле, т. е. для сигнала  $f_1(t)$  начало отсчета времени совпадает с задним фронтом импульсов, а для  $f_2(t)$  — с передним.

Аналогично уравнение синусоидального периодического сигнала в обозначениях рис. 2, б имеет вид:

$$f_1(t) = A \sin \left[ \omega (T_n^{(n)} + t) + \frac{\pi}{2} - \omega \varphi_n \right]; \quad (11)$$

$$f_2(t) = A \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \omega \varphi_n \right), \quad (12)$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

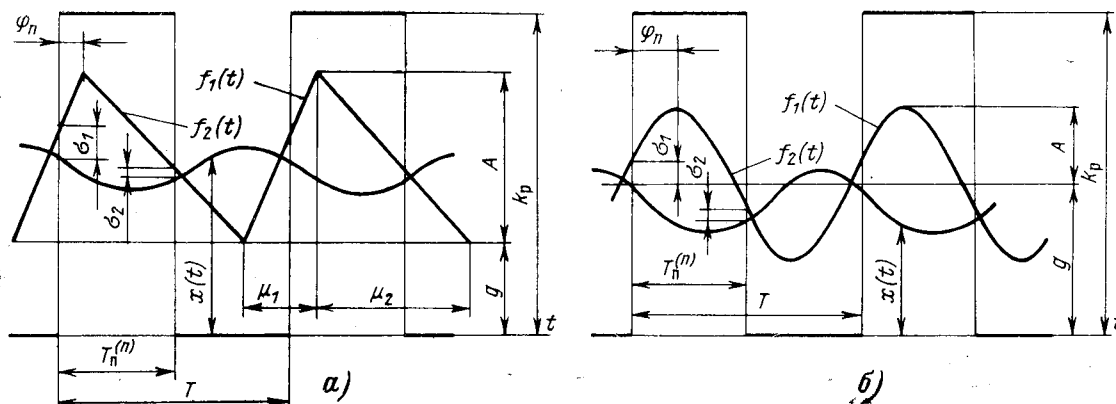


Рис. 2. Изменение координат системы регулирования.



Используя (4) и (5), получим значения выходной координаты элементарной компоненты на  $n$ -м интервале:

в момент отпущения ( $t = T_n^{(n)}$ )

$$v_i^{(n)} = c_i K_p + (x_i^{(n)} - c_i k_p) e^{-\frac{T_n^{(n)}}{T_i}}; \quad (13)$$

в момент срабатывания ( $t = T_n^{(n)}$ )

$$x_i^{(n+1)} = v_i^{(n)} e^{-\frac{T_n^{(n)}}{T_i}}, \quad (14)$$

где  $x_i^{(n)}$  и  $x_i^{(n+1)}$  — начальное и конечное значения координаты на  $n$ -м интервале;  $T_n^{(n)}$  — длительность паузы.

Используя (9) из [Л. 3], а также (6) — (8), 13 и (14), получим систему нелинейных разностных уравнений, описывающих процессы в релейной системе регулирования с внешним периодическим сигналом:

$$\left. \begin{aligned} v_i^{(n)} &= c_i k_p + (x_i^{(n)} - c_i k_p) e^{-\frac{T_n^{(n)}}{T_i}}; \\ x_i^{(n+1)} &= v_i^{(n)} e^{-\frac{T_n^{(n)}}{T_i}}; \\ g_n + f_2(T_n^{(n)}) - \sum_{i=1}^k v_i^{(n)} &= \sigma_2; \\ g_n + f_1(T_n^{(n)}) - \sum_{i=1}^k x_i^{(n+1)} &= \sigma_1; \\ g_n + f_1(T_n^{(n+1)}) - \sum_{i=1}^k x_i^{(n)} &= \sigma_1. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Уравнения (15) позволяют при заданных начальных условиях вычислить последовательно все значения  $x_i^{(n+1)}$ . При вычислениях необходимо следить за выполнением условий переключения в требуемую сторону: при  $\sigma = \sigma_1, \sigma > 0$ ; при  $\sigma = \sigma_2, \sigma < 0$ .

Рассмотрим квазиустановившийся синхронный режим работы системы, соответствующий  $g_n = g = \text{const}$  при использовании сигнала  $f(t)$  синусоидальной формы. Квазиустановившиеся процессы в импульсной системе регулирования при использовании пилообразного сигнала рассмотрены в [Л. 3].

При квазиустановившемся режиме работы

$$x_i^{(n)} = x_i^{(n+1)} = x_i, \quad T_n^{(n)} = T_n, \quad T_n^{(n)} = T_n.$$

Вводя относительные переменные аналогично [Л. 3]:

$$\frac{T_n}{T} = \gamma, \quad \frac{T_i}{T} = \beta_i,$$

из (15) получим для моментов переключения реле:

$$\left. \begin{aligned} g + f_2(T_n) - \sum_{i=1}^k c_i k_p \lambda_{2i} &= \sigma_2; \\ g + f_1(T_n) - \sum_{i=1}^k c_i k_p \lambda_{3i} &= \sigma_1, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где  $\lambda_{2i}$  и  $\lambda_{3i}$  — функции, введенные в [Л. 3].

Исключая из (16) переменную  $g$ , запишем:

$$\varphi = \frac{1}{2} \gamma T + \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{F}{2A \sin \pi \gamma}. \quad (17)$$

Здесь функция  $F$  определяется соотношением (25) из [Л. 3].

Необходимым условием существования синхронного режима с периодом  $T$  является неравенство (рис. 2,б):

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{\omega}, \quad (18)$$

отсюда с учетом (11), (12) и (17) получим значение амплитуды сигнала  $f(t)$ , при которой в системе может существовать синхронный режим работы:

$$A > A_{кр} = \left| \frac{F}{1 - \cos 2\pi \gamma} \right|. \quad (19)$$

Соотношения (24) в [Л. 3] и (19) являются условиями существования синхронного режима и отсутствия автоколебаний и показывают, что форма сигнала  $f(t)$  существенно влияет на зависимость критической его амплитуды (при которой еще существует синхронный режим) от величины  $\gamma$ . Зависимость  $A_{кр} = \psi(\beta_i)$ , полученная из (19) при  $\gamma = 0,5$ , соответствует приведенной в [Л. 4].

В (19) в качестве независимого переменного входит значение  $\gamma$ . Для получения зависимости от носительной длительности импульсов от приведенного возмущения  $\gamma = \psi(g)$  исключим из (16) величину  $\varphi$ :

$$g = \sigma_1 + \sum_{i=1}^k c_i k_p \lambda_{3i} - A \cos \left[ \gamma \pi + \arcsin \frac{F}{2A \sin \pi \gamma} \right]. \quad (20)$$

Необходимо заметить, что зависимости  $\gamma = \psi(g)$  и соответственно  $g = \psi(\gamma)$  имеют разрыв при значениях  $\gamma$ , близких к нулю и единице, из-за наличия гистерезиса в характеристике реле. В настоящей статье эти разрывы не учитываются.

Изложенный способ определения параметров вынужденных колебаний основан на предположении, что они существуют, поэтому он должен быть дополнен исследованием устойчивости. Исследование устойчивости синхронного режима возможно при изучении процесса его установления на основе нелинейных разностных уравнений (15) или разностных уравнений первого приближения.

Введем малые отклонения от исследуемого периодического режима, для чего представим нелинейные функции в (15) их линейными приближениями. Получим систему разностных уравнений первого приближения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i^{(n+1)} &= h_2^{(i)} \Delta v_i^{(n)} + q_2^{(i)} \Delta T_n^{(n)}; \\ \Delta v_i^{(n)} &= q_1^{(i)} \Delta T_n^{(n)} + h_1^{(i)} \Delta x_i^{(n)}; \\ \Delta g_n + Q_f^{(1)} \Delta T_n^{(n)} + Q_f^{(1)} \Delta \varphi_n - \sum_{i=1}^k \Delta v_i^{(n)} &= 0; \\ \Delta g_n - Q_f^{(2)} (\Delta T_n^{(n)} + \Delta T_n^{(n)}) + Q_f^{(2)} \Delta \varphi_n - \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^k \Delta x_i^{(n+1)} &= 0; \\ \Delta \varphi_n &= \frac{1}{Q_f^{(2)}} \left[ \Delta g_n - \sum_{i=1}^k \Delta x_i^{(n)} \right], \end{aligned} \right\}$$

где

$$h_1^{(i)} = e^{-\gamma \beta_i}; \quad h_2^{(i)} = e^{-(1-\gamma) \beta_i};$$

$$q_1^{(i)} = \frac{c_i k_p}{T_i} (1 - \lambda_{2i});$$

$$q_2^{(i)} = -\frac{c_i k_p}{T_i} \lambda_{3i};$$

$Q_f^{(1)}, Q_f^{(2)}$  — производные периодического сигнала  $f_2(t)$  и  $f_1(t)$  соответственно в моменты времени  $t = T_n^{(n)}$ ,  $t = T_n^{(n)}$ .

Исключая из (21) величины  $\Delta \varphi_n$ ,  $\Delta T_n^{(n)}$ ,  $\Delta T_n^{(n)}$ , получим систему разностных уравнений первого приближения, записанную в векторно-матричной форме:

$$\Delta X_{n+1} - X_2^{-1} V_2 V_1^{-1} X_1 \Delta X_n = \frac{Q_f^{(1)} - Q_f^{(2)}}{Q_f^{(1)} Q_f^{(2)}} (X_2^{-1} V_2 V_1^{-1} Q_1 - X_2^{-1} Q_2) \Delta g_n. \quad (22)$$

Здесь обозначено:

$\Delta X_{n+1}, \Delta X_n, Q_1, Q_2$  — матрицы-столбцы

$$\Delta X_{n+1} = \|\Delta x_i^{(n+1)}\|, \quad \Delta X_n = \|\Delta x_i^{(n)}\|,$$

$$Q_1 = \|q_1^{(i)}\|, \quad Q_2 = \|q_2^{(i)}\|;$$

$V_2, X_1, X_2, V_2$  — матрицы  $k + k$  с элементами:

$$v_{2ij} = h_2^{(i)} \delta_{ij} - \frac{q_2^{(i)}}{Q_f^{(1)}}; \quad (23)$$

$$x_{1ij} = h_1^{(i)} \delta_{ij} - \frac{q_1^{(i)}}{Q_f^{(2)}}; \quad (24)$$

$$x_{2ij} = \delta_{ij} - \frac{q_2^{(i)}}{Q_f^{(2)}}; \quad (25)$$

$$v_{1ij} = \delta_{ij} - \frac{q_1^{(i)}}{Q_f^{(1)}}; \quad (26)$$

$\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Уравнение (22) описывает вынужденное движение системы регулирования при скачкообразном изменении возмущения  $\Delta g_n$ , а при  $\Delta g_n = 0$  — собственное движение. Устойчивость квазиустановившегося синхронного режима работы зависит от собственных чисел матрицы  $X_2^{-1} V_2 V_1^{-1} X_1$ . Исследуемый режим устойчив, если все собственные числа указанной матрицы лежат внутри единичного круга [Л. 4]

Исследование уравнений (22) показывает, что для  $k=1$  условия (24) из [Л. 3] и (19) являются более жесткими, поэтому они являются необходимыми и достаточными условиями существования синхронного режима.

Обычно при эксплуатации и исследовании рассматриваемых систем интересуются средним значением регулируемой величины (рис. 1, а):

$$U_{cp} = G - k_p \gamma W(0). \quad (27)$$

Совместное решение (27), (1), (26) из [Л. 3] и (20) позволяет найти зависимость среднего значения регулируемой величины от возмущения  $U_{cp} = \psi(G)$  и диапазон регулирования по возмущению. Характер и величина колебаний регулируемой величины определяются соотношениями (4) и (5) при полюсах передаточной функции  $W_0(p)$ .

Как уже отмечалось, для определения ошибки регулирования в рассматриваемом классе систем используется эквивалентная характеристика релейного элемента, получаемая методом вибрационной линеаризации [Л. 6]. При этом зависимость средней выходной величины реле ( $\gamma k_p$ ) определяется только периодическим сигналом  $f(t)$  и характеристикой реле. При пилообразном сигнале эта зависимость представляет собой прямую.

Рассматриваемый метод учитывает пульсации регулируемой величины. Анализ соотношений (1), (26) из [Л. 3] или (20) и (27) показывает, что характер зависимости выходного сигнала реле ( $\gamma k_p$ ) определяется, кроме того, и параметрами непрерывной части системы.

Таким образом, изложенная методика исследования импульсной системы регулирования с не явно выраженным модулятором ширины импульсов позволяет получить характеристики системы при изменении возмущений с учетом реальных характеристик элементов.

**Пример.** Рассмотрим систему регулирования напряжения маломощного магнитоэлектрического синхронного генератора с непрерывной частотой, описываемой уравнениями [Л. 6]:

$$U_r = E - k_1 i_n; \quad U_{ч.э} = k_2 \Delta U; \quad i_n = \frac{k_p}{T_1 p + 1}; \quad (28)$$

$$\Delta U = U_r - U_0,$$

где  $U_r$  — напряжение генератора;  $E$  — напряжение генератора при токе подмагничивания  $i_n = 0$ ;  $T_1$  — постоянная времени обмотки регулирования;  $U_{ч.э}$  — напряжение чувствительного элемента;  $U_0$  — уставка;  $k_1, k_2$  — коэффициенты передачи генератора по току подмагничивания и чувствительного элемента.

Вид характеристики реле соответствует рассмотренному в статье. В качестве периодического сигнала  $f(t)$  рассмотрим пилообразный сигнал трех видов:  $\mu_1 = \mu_2, \mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ . В преобразованной структурной схеме системы регулирования в соответствии с (1) имеем:

$$g = k_2 (E - U_0). \quad (29)$$

Условия существования синхронного режима (24) из [Л. 3] запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \text{для } \mu_1 = \mu_2 \quad & A > |A_1|, \quad A > |A_2|; \\ \text{для } \mu_1 = 0 \quad & A > -2A_1, \quad A > 2A_2; \\ \text{для } \mu_2 = 0 \quad & A > 2A_1, \quad A > -2A_2, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

где

$$A_1 = \frac{k_0 \lambda_{01} - \Delta \sigma}{2\gamma}; \quad A_2 = \frac{k_0 \lambda_{01} - \Delta \sigma}{2(1-\gamma)};$$

$$\lambda_{01} = \frac{(1 - e^{-\gamma \beta_1}) [1 - e^{-(1-\gamma) \beta_1}]}{1 - e^{-\beta_1}}; \quad k_0 = k_1 k_2 k_p.$$

Для нахождения границ устойчивости синхронного режима работы системы с периодом  $T$  рассмотрим матричное уравнение (22). Для рассматриваемого случая оно выражается в одно уравнение первого порядка, при этом имеем:

$$V_2 = v_{211} = h_2 - \frac{q_1}{Q_f^{(1)}}; \quad X_2 = x_{211} = 1 - \frac{q_2}{Q_f^{(2)}};$$

$$X_1 = x_{111} = h_1 - \frac{q_1}{Q_f^{(2)}}; \quad V_1 = v_{111} = 1 - \frac{q_1}{Q_f^{(1)}};$$

и собственное число матрицы  $X_2^{-1}V_2V_1^{-1}X_1$

$$z_1 = \frac{\left(\frac{A}{\mu_2} h_2 + q_2\right) \left(\frac{A}{\mu_1} h_1 - q_1\right)}{\left(\frac{A}{\mu_2} + q_1\right) \left(\frac{A}{\mu_1} - q_2\right)}.$$

Исследуемый режим будет устойчив, если  $|z_1| < 1$ , отсюда получим условия устойчивости:

при  $\mu_1 = 0$

$$a > \frac{A_y}{k_0} = \beta_1 \left( \lambda_{21} - \frac{1}{1 + e^{-\beta_1}} \right);$$

при  $\mu_2 = 0$

$$a > \frac{A_y}{k_0} = \beta_1 \left( \frac{e^{-\beta_1}}{1 + e^{-\beta_1}} - \lambda_{31} \right).$$

В уравнениях:

$$h_1 = e^{-\gamma \beta_1}, \quad h_2 = e^{-(1-\gamma)\beta_1}, \quad q_1 = \frac{k_0}{T_1} (1 - \lambda_{21}),$$

$$q_2 = -\frac{k_0}{T_1} \lambda_{31}.$$

При  $\mu_1 = \mu_2$  выражение для  $a$  усложняется.

Зависимости  $a = \frac{A_{кр}}{k_0}$ , рассчитанные по (30),

и зависимости  $a_y$ , рассчитанные по (31), при  $\beta_1 = 0,5; 1$  и  $2$  и  $\frac{\Delta \sigma}{k_0} = 0,01$  приведены на рис. 3. Там же даны экспериментально полученные значения

для системы регулирования напряжения маломощного магнитоэлектрического генератора;  $k_1 = 5$  в/а;  $k_p = 2$  а;  $k_2 = 1$ ;  $T = T_1 = 0,004$  сек;  $\mu_1 \approx 0$ ;  $U_0 = 40$  в.

Определим ошибку регулирования по среднему значению.

В соответствии с (27) запишем:

$$U_{г.ср} = E - k_1 k_p \gamma,$$

отсюда с учетом (29) можно получить:

$$U_{г.ср} = \frac{q}{k_2} + U_0 - k_1 k_p \gamma. \quad (32)$$

Отклонение напряжения  $U_{г.ср}$  от заданного значения (при условии  $\gamma_0 = 0$  и  $g_0 = 0$ ):

$$\Delta U_{г.ср} = \frac{g}{k_2} - k_1 k_p \gamma. \quad (33)$$

Из (26) [Л. 3] получим для  $g$ :

при  $\mu_1 = \mu_2$

$$g = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - A(1 - \gamma) +$$

$$+ \frac{1}{2} k_0 (\lambda_{21} + \lambda_{31});$$

при  $\mu_1 = 0$

$$g = \sigma_2 - A(1 - \gamma) + k_0 \lambda_{21};$$

при  $\mu_2 = 0$

$$g = \sigma_1 - A(1 - \gamma) + k_0 \lambda_{31}.$$

Учитывая (29), по (33) и (34) рассчитаем зависимость ошибки регулирования от параметров системы. Эти зависимости при  $\sigma_1 = 0,2$  в;  $\sigma_2 = 0,1$  в;  $A = 1,5$  в;  $k_1 k_p = 10$  в;  $k_2 = 1$  приведены на рис. 4. Там же даны результаты эксперимента. Прямая, соединяющая точки графика  $\Delta U_{г.ср} = \psi(\Delta E)$ , соответствующие  $\gamma = 0$  и  $\gamma = 1$ , определяет зависимость ошибки регулирования от возмущения, полученную по теории вибрационной линеаризации.

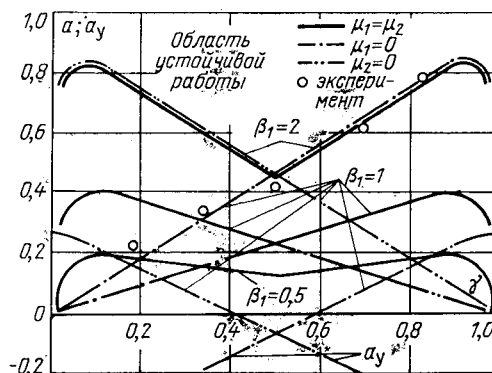


Рис. 3. Зависимость относительных критических амплитуд сигнала  $f(t)$  от  $\gamma$  и  $\beta_1$ .

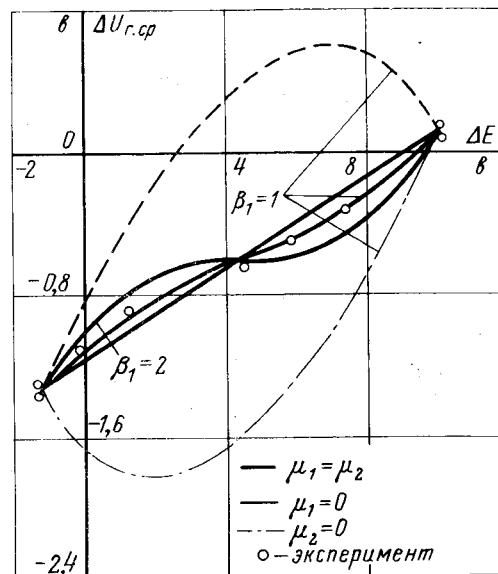


Рис. 4. Зависимость ошибки регулирования от возмущения.

При вычислении ошибки регулирования по (29), (33) и (34) необходимо помнить, что они справедливы для синхронного режима, т. е. следует проверять выполнимость условий (33).

Величина пульсаций регулируемой величины из (4) и (5):

$$\Delta U_{г.ср} = U_{г.макс} - U_{г.мин} = k_1 k_p \lambda_{01}. \quad (35)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бунаков В. П. и Гаспаров Р. Г., Полупроводниковые регуляторы напряжения и частоты электрических машин изд-во «Энергия», 1965.
2. Микродвигатели для систем автоматики, под ред. Лодочникова Э. А. и Юферова Ф. М., Изд-во «Энергия», 1969.
3. Орлов Е. Г. и Булин-Соколов И. В., Установившиеся процессы в дискретной системе регулирования электрических машин, «Электричество», 1970, № 4.
4. Поспелов Г. С., Динамика релейных систем автоматического управления, сб. «Современные методы проектирования систем автоматического управления», изд-во «Машиностроение», 1967.
5. Веденеев Г. М., Полупроводниковые регуляторы и стабилизаторы в импульсном режиме, «Электричество», 1964, № 9.
6. Балагуров В. А. и др., Электрические машины с постоянными магнитами, изд-во «Энергия», 1964.

[29.1.1971]

# К расчету индуктивностей параллельных шин и рассеяния обмоток трансформаторов

Канд. техн. наук А. М. ПИНЦОВ

Ленинград

В статье предлагаются несложные приближенные формулы для расчета индуктивности систем из параллельных шин прямоугольного поперечного сечения со взаимно перпендикулярными сторонами.

Из структуры известных формул следует, что для получения достаточной точности окончательного результата вычисления отдельных членов формул необходимо выполнять с очень высокой точностью. Структура предлагаемых формул лишена указанного недостатка. Эти же формулы пригодны для расчета индуктивности рассеяния обмоток трансформаторов.

Погонная индуктивность двухпроводной линии с проводами произвольного сечения при постоянном токе и при низкой частоте определяется выражением [Л. 1]:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{g_{ik}^2}{g_i g_k}, \quad (1)$$

где  $g_i$  и  $g_k$  — соответственно средние геометрические расстояния площадей  $s_i$  и  $s_k$  поперечных сечений проводов от самих себя;  $g_{ik}$  — среднее геометрическое расстояние этих площадей друг от друга.

Предполагается, что площади лежат в одной плоскости.

Средние геометрические расстояния площадей прямоугольников от самих себя определяются формулой [Л. 1]:

$$g = k_c (2a + h), \quad (2)$$

где  $2a$  и  $h$  — стороны прямоугольника;  $k_c$  — коэффициент, который с достаточной точностью можно считать постоянной величиной.

Средние геометрические расстояния площадей прямоугольников относительно друг друга можно найти, воспользовавшись методом, основанным на теореме о четырех прямоугольниках [Л. 1] и дающим возможность величины вида  $\ln g_{ik}$  вычислять с помощью нескольких величин вида  $\ln g$ .

Для поперечных сечений двух прямоугольных параллельных шин равной высоты (рис. 1) справедливо следующее выражение [Л. 1]:

$$F(1 \times 3) = \frac{1}{2} [F(1, 2, 3) + F(2) - F(1, 2) - F(2, 3)].$$

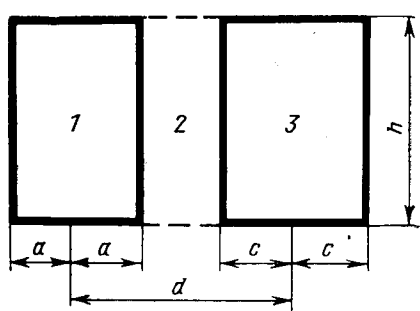


Рис. 1.

где

$$F(1 \times 3) = s_1 s_3 \ln g_{1,3};$$

$$F(1, 2, 3) = s_{1,2,3}^2 \ln g_{1,2,3};$$

$$F(2) = s_2^2 \ln g_2; \quad F(1, 2) = s_{1,2}^2 \ln g_{1,2};$$

$$F(2, 3) = s_{2,3}^2 \ln g_{2,3};$$

$s_1$ ;  $s_3$ ;  $s_{1,2}$ ;  $s_{2,3}$ ;  $s_{1,2,3}$  — соответственно площади прямоугольников 1, 3;  $1 \cup 2$ ;  $2 \cup 3$  и  $1 \cup 2 \cup 3$  (здесь  $\cup$  означает знак объединения);  $g_2$ ;  $g_{1,2}$ ;  $g_{2,3}$ ;  $g_{1,2,3}$  — соответственно средние геометрические расстояния площадей прямоугольников  $2, 1 \cup 2$ ;  $2 \cup 3$  и  $1 \cup 2 \cup 3$  от самих себя.

Приняв во внимание, что высота всех прямоугольников равна  $h$ , из уравнений (1) и (3) находим (обозначения см. рис. 1):

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{1}{4ac} \left[ (a^2 + c^2 + d^2) \ln \frac{g_{1,2,3} g_2}{g_{1,2} g_{2,3}} + 2ad \ln \frac{g_{1,2,3} g_{2,3}}{g_{1,2} g_2} + 2cd \ln \frac{g_{1,2,3} g_{1,2}}{g_{2,3} g_2} \right] + \ln \sqrt{\frac{g_{1,2,3} g_{1,2} g_{2,3}}{g_1 g_2}} \right\}.$$

Учитывая, что согласно формуле (2) средние геометрические расстояния площадей прямоугольников от самих себя можно приближенно выразить через их стороны, окончательно получаем:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} \left( \epsilon \ln \frac{\alpha \beta}{\gamma \delta} + \frac{d}{a} \ln \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} + \frac{d}{c} \ln \frac{\alpha \delta}{\beta \gamma} \right) + \ln \frac{V \Pi}{(h+2a)(h+2c)} \right], \quad (4)$$

где

$$\alpha = h + d + a + c; \quad \beta = h + d - a - c;$$

$$\gamma = h + d + a - c; \quad \delta = h + d - a + c;$$

$$\epsilon = \frac{a^2 + c^2 + d^2}{2ac}; \quad \Pi = \alpha \beta \gamma \delta.$$

Рассмотрим три других случая, которые охватывают все возможные виды взаимного расположения параллельных прямоугольных шин. Для двух прямоугольников  $1 \cup 2 \cup 3$  и  $4 \cup 5 \cup 6$  (рис. 2)

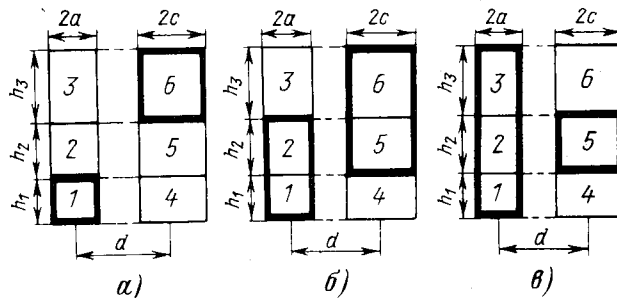


Рис. 2.

справедливо следующее уравнение [Л. 1]:

$$F(1, 2, 3 \times 4, 5, 6) = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=4}^6 F(i \times k).$$

Используя теорему о четырех прямоугольниках, преобразуем это выражение таким образом, чтобы в правой части искомого уравнения все величины вида  $F(i \times k)$  относились к прямоугольникам одинаковой высоты.

Для расположения по рис. 2,а

$$F(1 \times 6) = \frac{1}{2} [F(1, 2, 3 \times 4, 5, 6) + F(2 \times 5) - F(1, 2 \times 4, 5) - F(2, 3 \times 5, 6)]; \quad (5)$$

для расположения по рис. 2,б

$$F(1, 2 \times 5, 6) = \frac{1}{2} [F(1, 2, 3 \times 4, 5, 6) + F(2 \times 5) - F(1 \times 4) - F(3 \times 6)]; \quad (6)$$

для расположения по рис. 2,в

$$F(1, 2, 3 \times 5) = \frac{1}{2} [F(1, 2 \times 4, 5) + F(2, 3 \times 5, 6) - F(1 \times 4) - F(3 \times 6)], \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} F(1 \times 6) &= s_{1s_6} \ln g_{16} = 4ach_3 \ln g_{16}; \\ F(1, 2, 3 \times 4, 5, 6) &= s_{1, 2, 3} \times s_{4, 5, 6} \ln g_{1, 2, 3 \times 4, 5, 6} = \\ &= 4ac(h_1 + h_2 + h_3)^2 \ln g_{1, 2, 3 \times 4, 5, 6}; \end{aligned}$$

$g_{16}$  и  $g_{1, 2, 3 \times 4, 5, 6}$  — соответственно средние геометрические расстояния площадей прямоугольников 1 и 6,  $1 \cup 2 \cup 3$  и  $4 \cup 5 \cup 6$  друг от друга.

Остальные обозначения в формулах (5) — (7) аналогичны приведенным выше.

В дальнейшем

$$\begin{aligned} h_4 &= h_1 + h_2; \quad h_5 = h_2 + h_3; \quad h_6 = h_1 + h_2 + h_3; \\ i &= 1, 2, 3, 4, 5, 6; \\ \alpha_i &= h_i + d + a + c; \quad \beta_i = h_i + d - a - c; \\ \gamma_i &= h_i + d + a - c; \\ \delta_i &= h_i + d - a + c; \quad \Pi_i = \alpha_i \beta_i \gamma_i \delta_i; \\ A_i &= \varepsilon \ln \frac{\alpha_i \beta_i}{\gamma_i \delta_i} + \frac{d}{a} \ln \frac{\alpha_i \gamma_i}{\beta_i \delta_i} + \\ &+ \frac{d}{c} \ln \frac{\alpha_i \delta_i}{\beta_i \gamma_i} + \ln \Pi_i. \end{aligned}$$

На основании уравнений (1) и (4) для двух прямоугольников  $i$  и  $k$  одинаковой высоты  $h_i$  со сторонами  $2a$  и  $2c$  можно написать следующее выражение:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi} (2 \ln g_{ik} - \ln g_i g_k) = \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} A_i - \ln(h_i + 2a)(h_i + 2c) \right]. \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\ln g_{ik} = \frac{F(i \times k)}{4h_i^2 ac} \quad \text{и} \quad \ln g_i g_k = \ln k_c^2 (h_i + 2a)(h_i + 2c),$$

имеем:

$$F \frac{(i \times k)}{ac} = h_i^2 (A_i + 4 \ln k_c). \quad (8)$$

Здесь  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , причем  $k \neq i$ .

Из уравнений (5) и (8) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{2F(1 \times 6)}{ac} &= h_6^2 (A_6 + 4 \ln k_c) + \\ &+ h_2^2 (A_2 + 4 \ln k_c) - h_4^2 (A_4 + 4 \ln k_c) - \\ &- h_5^2 (A_5 + 4 \ln k_c). \end{aligned}$$

Если учесть, что погонная индуктивность шин 1 и 6 составляет:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{4h_1 h_3} \frac{2F(1 \times 6)}{ac} - \ln(h_1 + 2a)(h_3 + 2c) - 2 \ln k_c \right],$$

окончательно найдем (рис. 2,а):

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{4h_1 h_3} (h_4^2 A_{61} + h_5^2 A_{65} + h_2^2 A_{26}) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} B_6 + \ln \frac{\sqrt{\Pi_6}}{(h_1 + 2a)(h_3 + 2c)} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где  $A_{ik} = A_i - A_k$ ;  $B_i = A_i - \ln \Pi_i$ .

Аналогично для прямоугольников  $1 \cup 2$  и  $5 \cup 6$  (рис. 2,б), приняв во внимание формулы (6) и (8), можно написать:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{4h_1 h_5} (h_1^2 A_{61} + h_3^2 A_{63} + h_2^2 A_{26}) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} B_6 + \ln \frac{\sqrt{\Pi_6}}{(h_4 + 2a)(h_5 + 2c)} \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Для прямоугольников  $1 \cup 2 \cup 3$  и 5 (рис. 2,в) по формулам (7) и (8) имеем:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{1}{4h_2 h_6} [h_1^2 A_{41} + h_3^2 A_{53} + h_2 (h_1 - h_3) A_{45}] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{4} (B_4 + B_5) + \ln \frac{\sqrt[4]{\Pi_4 \Pi_5}}{(h_6 + 2a)(h_2 + 2c)} \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Индуктивность рассеяния обмоток трансформатора, расположенных на одном стержне, отличается от погонной индуктивности двухпроводной линии множителем  $\pi D \omega^2$ , где  $D$  — средний диаметр обеих обмоток,  $\omega$  — произвольное базисное число витков.

Формула для расчета индуктивности рассеяния обмоток одинаковой высоты (рис. 1) с помощью теории о средних геометрических расстояниях была получена Г. Н. Петровым еще в начале 30-х годов [Л. 2, стр. 241]. Однако при использовании этой формулы возникают трудности вычислительного характера, так как отдельные члены в ней могут быть много больше результата алгебраического суммирования их. Формула (4) тождественна формуле Г. Н. Петрова, но лишена этого недостатка.

Расчет индуктивности рассеяния обмоток, состоящих из параллельно и последовательно соединенных частей, можно выполнить различными способами и, в частности, методом мощностей и с помощью уравнений для многообмоточных трансформаторов [Л. 2 и 3]. Эти же уравнения пригодны для расчета индуктивностей систем прямолинейных параллельных проводов произвольного сечения при условии, что алгебраическая сумма токов всех проводов равна нулю.

Например, для расчета индуктивности двухпроводной линии (рис. 3), у которой по шинам прямо-

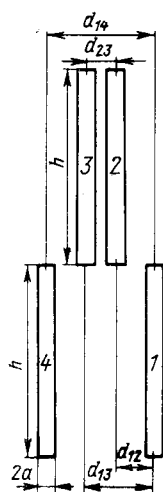


Рис. 3.

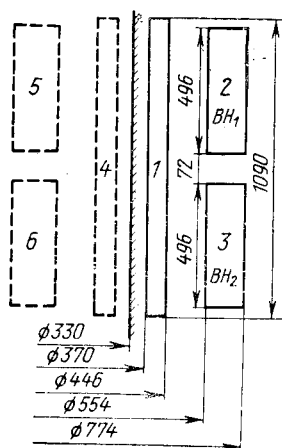


Рис. 4.

угольного сечения 1 и 4 течет ток одного направления, а по шинам 2 и 3 — обратного, можно применить уравнения многообмоточных трансформаторов.

Обозначим  $L_{12}$ ,  $L_{13}$ ,  $L_{14}$ ,  $L_{23}$ ,  $L_{24}$  и  $L_{34}$  — «погонные» индуктивности линий соответственно из шин: первой и второй, первой и третьей и т. д.;  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и  $I_4$  — синусоидальные токи в первой, второй и т. д. шинах;  $\dot{U}$  — «погонное» падение напряжения в линии.

Пусть шины расположены симметрично таким образом, что

$$L_{12}=L_{34} \text{ и } L_{13}=L_{24}.$$

Кроме того,  $I_1=I_4=-I_2=-I_3$ .

Для системы из таких четырех шин на основании уравнения многообмоточных трансформаторов [Л. 2] справедливо следующее уравнение:

$$\dot{U} = x_{12}I_1 + x_{213}I_3 + x_{214}I_4,$$

где

$$x_{213} = \frac{1}{2} (x_{12} + x_{23} - x_{13});$$

$$x_{214} = \frac{1}{2} (x_{12} + x_{24} - x_{14}).$$

Учитывая условия симметрии, находим погонное индуктивное сопротивление линии:

$$x_k = \frac{\dot{U}}{2I_1} = \frac{1}{2} (x_{12} + x_{13}) - \frac{1}{4} (x_{14} + x_{23}).$$

Поделив на угловую частоту источника напряжения, получаем искомую индуктивность:

$$L_k = \frac{1}{2} (L_{12} + L_{13}) - \frac{1}{4} (L_{14} + L_{23}). \quad (12)$$

**Пример 1.** Определим индуктивность линии, состоящей из четырех шин прямоугольного сечения (рис. 3), длиной 1 км при постоянном токе и низкой частоте. Размеры:  $h=13,75$  см;  $2a=1,1$  см;  $d_{12}=2,5$  см;  $d_{13}=4,6$  см;  $d_{14}=7,1$  см;  $d_{23}=2,1$  см. По формуле (9), учитывая, что  $h_2=0$ ,  $h_3=h_1$  и  $a=c$ , находим  $L_{12}$  и  $L_{13}$ . По формуле (4) определяем  $L_{14}$  и  $L_{23}$ . Искомую индуктивность  $L_k$  вычисляем по формуле (12). Результаты расчетов умножаем на длину шин. Тогда  $L_{12}=0,54$  мГн;  $L_{13}=0,57$  мГн;  $L_{14}=0,38$  мГн;  $L_{23}=0,13$  мГн и  $L_k=0,43$  мГн.

Рассмотрим трансформатор с регулировочной зоной в середине обмотки ВН (рис. 4). Влияние магнитопровода на величину индуктивности рассеяния учтем по методу зеркальных изображений [Л. 1 и 2].

Обмотки 2 и 3, которые соединены последовательно, замкнем накоротко. Принимая во внимание, что  $I_1=I_4$  и  $I_2=I_3=I_5=I_6=-\frac{1}{2}I_1$ , имеем:

$$\dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \left( x_{12} - \frac{1}{2} x_{213} + x_{214} - \frac{1}{2} x_{215} - \frac{1}{2} x_{216} \right) I_1,$$

$$\dot{U}_1 - \dot{U}_3 = \left( x_{13} - \frac{1}{2} x_{312} + x_{314} - \frac{1}{2} x_{315} - \frac{1}{2} x_{316} \right) I_1.$$

Благодаря симметрии можем принять, что

$$x_{12}=x_{13}; x_{15}=x_{16}=x_{24}=x_{34}; x_{25}=x_{36}, x_{26}=x_{35}.$$

Учитывая, что  $\dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0$ , получаем:

$$x_k = \frac{\dot{U}_1}{I_1} = x_{12} - \frac{1}{4} x_{23} + x_{15} - \frac{1}{4} (2x_{14} + x_{25} + x_{26}), \quad (13)$$

где  $x_{12} - \frac{1}{4} x_{23}$  — сопротивление рассеяния трансформатора без учета магнитопровода.

**Пример 2.** Рассчитаем напряжение короткого замыкания трехфазного трансформатора типа ТАМГ—3200/110, мощность 3200 кВА; 110/11 кВ;  $Y_0/\Delta$ ,  $w_n=420$  витков. Размеры в миллиметрах указаны на рис. 4.

Получаем следующие погонные индуктивности рассеяния в  $\text{гн/м}$  для  $w=1$ :

по формуле (11)

$$L_{12}=2,37 \cdot 10^{-7} \text{ и } L_{15}=3,02 \cdot 10^{-7};$$

по формуле (4)

$$L_{14}=0,66 \cdot 10^{-7}; L_{23}=5,44 \cdot 10^{-7}; L_{25}=4,12 \cdot 10^{-7};$$

по формуле (9)

$$L_{26}=6,26 \cdot 10^{-7}.$$

Согласно уравнению (13) находим:

погонная индуктивность без учета магнитопровода

$$L_{12} - \frac{1}{4} L_{23} \left( 2,37 - \frac{1}{4} 5,44 \right) 10^{-7} = 1,01 \cdot 10^{-7} \text{ гн/м},$$

с учетом магнитопровода

$$L_k = \left[ 1,01 + 3,02 - \frac{1}{4} (2 \cdot 0,66 + 4,12 + 6,26) \right] \times \\ \times 10^{-7} = 1,11 \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}.$$

Аналогичным образом можно учесть влияние стали верхнего и нижнего ярма, отстоящих от обмотки 1 на 168 и 72 мм соответственно. При этом  $L_k=1,15 \cdot 10^{-7}$  гн/м.

Для сравнения выполнен расчет без учета регулировочной зоны и различия в высотах обмоток, т. е. для случая по рис. 1 при  $h=1090$  мм. Тогда  $L_{1,2U3}=0,99 \cdot 10^{-7}$  и  $L_{14}=0,66 \cdot 10^{-7}$ ;  $L_{1,5U6}=1,64 \cdot 10^{-7}$ ;  $L_{2U3,5U6}=2,44 \cdot 10^{-7}$ ;  $L_k=1,09 \cdot 10^{-7}$  гн/м. Как видно, в данном примере наличие регулировочной зоны и различия в высотах влияют менее, чем на 2%. Заметим, что расчет по Роговскому для последнего случая дает  $1,12 \cdot 10^{-7}$  гн/м.

Напряжение короткого замыкания трансформаторов

$$e_k = L_k 100 \pi^2 D \frac{w_n^2}{3} \frac{s_{[Msa]}}{\bar{U}_{[ka]}^2} 100 = \\ = 1,15 \pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,536 \frac{420^2}{3} \frac{32}{11^2} = 9,5 \%,$$

где средний диаметр обмоток

$$D = \frac{370 + 446 + 554 + 774}{4} = 536 \text{ мм}.$$

Опытные данные по результатам измерений для шести трансформаторов Ленинградского трансформаторного электро-ремонтного завода<sup>1</sup>: для трех трансформаторов 9,65%, для двух 10,0% и для одного 10,2%. В опытных данных имеется большой разброс, обусловленный, видимо, технологическим отклонением размеров обмоток.

Если принять, что  $h_3$  вместо 13 мм равно нулю, т. е. что

<sup>1</sup> Конструктивные данные трансформатора ТАМГ—3200/110 и экспериментальные значения  $e_k$  были сообщены автору П. Е. Сединой.

верхние части обмоток 1 и 2 расположены на одном уровне, то с учетом влияния ярм расчет дает  $e_k = 10,1\%$ .

Сравнение расчетных и экспериментальных данных показывает удовлетворительное их совпадение.

**Выводы.** Методом, основанным на теореме о четырех прямоугольниках, получены наглядные, однотипные и достаточно точные формулы для расчета индуктивностей параллельных шин прямоугольного сечения со взаимно перпендикулярными сторонами.

Формулы можно использовать для расчета индуктивностей рассеяния обмоток трансформатора

при любом их взаимном расположении на одном стержне.

Формулы удобны для вычислений на клавишных машинах и на ЦВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калантаров П. Л. и Цейтлин Л. А., Расчет индуктивностей, изд-во «Энергия», 1970.
2. Петров Г. Н., Трансформаторы, т. 1, Госэнергоиздат, 1934.
3. Петров Г. Н., К теории расчета индуктивности рассеяния трансформаторов, «Электричество», 1948, № 3.

[25.1.1972]



УДК 621.319.4

## Расчет эквивалентного сопротивления конденсатора на высоких частотах

Инженеры И. И. КРЕМЕНЕЦКИЙ, К. Е. МЕДВЕДЕВ

Ленинград

и инж. В. Н. ГУСЕВ

Москва

Эквивалентное сопротивление конденсатора при работе его в электро- и радиосхемах зависит от частоты. Для установления аналитических соотношений, выражающих эти зависимости, необходимо проанализировать связи между соотношениями, описывающими процессы в конденсаторе как в системе с распределенными параметрами и составляющими полного сопротивления эквивалентной схемы конденсатора. Выведенные формулы относятся к цилиндрическому конденсатору с торцевым подводом тока, получившему в литературе название «безындукционного конденсатора». Отличие от известных формул для расчета параметров конденсатора заключается в учете характера распределения тока в конденсаторе, что позволяет наряду с расчетными соотношениями проанализировать частотные зависимости полного сопротивления. Правомерность замены реального конденсатора трехэлементной схемой, состоящей из последовательно соединенных емкости, индуктивности и активного сопротивления, вытекает из известной теоремы Умова — Пойнтинга:

$$\oint_s \vec{\Pi} ds = \int_V \vec{E} \vec{J}_{\text{пр}} dV - \int_V j\omega \vec{E} \vec{D}^* dV + \int_V j\omega \vec{H} \vec{B}^* dV, \quad (1)$$

где  $\vec{\Pi} = [\vec{E}\vec{H}]$  — вектор Пойнтинга в комплексной форме;  $\vec{J}$  — плотность тока проводимости;  $\vec{E}$  — комплекс напряженности эквивалентного поля;  $\vec{D}^*$  — сопряженный комплекс смещения эквивалентного поля;  $\vec{H}^*$  — сопряженный комплекс напряженности магнитного поля;  $\vec{B}$  — комплекс магнитной индукции эквивалентного магнитного поля.

Для получения аналитических зависимостей необходимо осуществить два перехода от реального конденсатора к трехэлементной эквивалентной схеме.

1. Переход от слоистой структуры конденсатора к однородной структуре с таким расчетом, чтобы главные составляющие токов остались неизменными как по величине, так и по направлению и фазе.

2. Переход от тела с распределенными параметрами, каким является однородная эквивалентная модель конденсатора, к трехэлементной последовательной схеме, включающей элементы  $R$ ,  $L$  и  $C$ .

Первый переход осуществляется следующим образом. Заменяем спиральную намотку однородным и геометрически равным ей цилиндром без металлических обкладок (рис. 1.) При этом направление тока от одного торца до другого не изменяется. Для того, чтобы и величина тока осталась без изменения, определим эквивалентную удельную проводимость цилиндра, заменившего виток. Введем величину эквивалентной проводимости конденсатора  $\gamma_a$ .

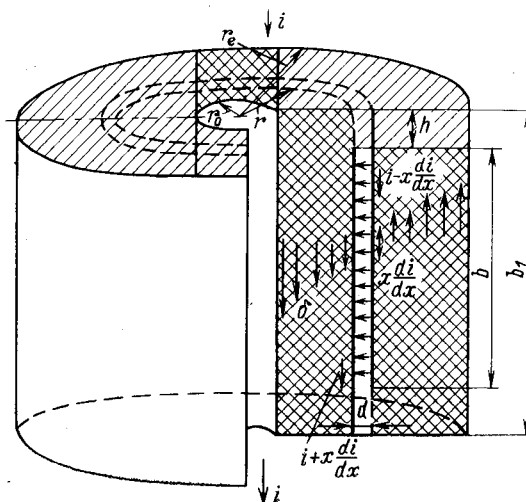


Рис. 1. Расчетная схема цилиндрической секции конденсатора.

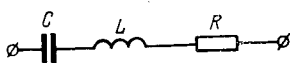


Рис. 2. Эквивалентная схема конденсатора.

Для ее вычисления можно записать равенство:

$$\omega C = \gamma_3 \frac{s}{b_1}. \quad (2)$$

Из (2) получим:

$$\gamma_3 = \frac{\omega C b_1}{s} = \frac{\omega C b_1}{\pi (r_e^2 - r_i^2)}, \quad (3)$$

где  $C$  — емкость конденсатора, ф;  $b_1$  — высота секции, м;  $r_e$  — внешний радиус секции, м;  $r_i$  — внутренний радиус секции, м.

Как известно в [Л. 1], емкость конденсаторной секции может быть выражена через ее объем:

$$C = \frac{V}{1,5 \cdot 10^{-9} \frac{d}{\epsilon} (d + d_{\text{обк}}) \left(1 + \frac{2\kappa}{b_1}\right)} = \frac{\epsilon_0 \epsilon \pi (r_e^2 - r_i^2) b_1}{1,32 d (d + d_{\text{обк}}) \left(1 + \frac{2\kappa}{b_1}\right)}, \quad (4)$$

где  $\kappa$  — закраина, м;  $d$  — толщина диэлектрика, м;  $d_{\text{обк}}$  — толщина обкладки, м.

После подстановки (4) в (3) получим:

$$\gamma_3 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon b_1^2}{1,32 d (d + d_{\text{обк}}) \left(1 + \frac{2\kappa}{b_1}\right)}. \quad (5)$$

Коэффициент 1,32 дает поправку на «холостые витки» конденсаторной секции. Эта поправка получена экспериментальным путем.

Заменим слоистую структуру конденсатора однородной средой с эквивалентными характеристиками. Электромагнитное поле в конденсаторе будет эквивалентно полю в однородном и геометрически равном ему теле. Действительно, без заметной погрешности спиральную намотку цилиндрического конденсатора можно представить в виде системы коаксиальных цилиндров. Как известно, сумма токов в обеих обкладках всегда постоянна по длине секции. Поэтому каждый виток можно заменить геометрически равным ему однородным проводником, налагая при этом условие, что емкостный характер тока при такой замене не изменяется. Далее это условие распространим на всю секцию.

Второй переход осуществляется из следующих соображений. Интегралы в правой части (1) определяют соответственно мощность активных потерь, мощность электрического поля, мощность магнитного поля. Запишем более подробно составляющие правой части (1):

активные потери, связанные с проводимостью изоляции

$$\int_V \dot{E} \dot{J}_{\text{пр}} dV = \int_V \frac{1}{\sigma} j_{\text{пр}}^2 dV = P_a;$$

реактивные потери, связанные с электрическим полем конденсатора

$$-j\omega \int_V \dot{E} \dot{D} dV = \int_V \omega \epsilon'' \dot{E}^2 dV - j \int_V \omega \epsilon' \dot{E}^2 dV = P_s + jQ_s;$$

реактивные потери, связанные с магнитным полем конденсатора

$$+j\omega \int_V \dot{B} \dot{H} dV = - \int_V \omega \mu'' \dot{H}^2 dV - j \int_V \omega \mu' \dot{H}^2 dV = P_m + jQ_m.$$

Таким образом, каждой из этих составляющих может быть приписан соответствующий элемент  $R$ ,  $C$  или  $L$  эквивалентной схемы (рис. 2).

Для конденсатора с потерями величину диэлектрической и магнитной проницаемостей представим в виде:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''; \quad \mu = \mu' - j\mu''.$$

Получение частотной зависимости каждого из элементов эквивалентной схемы обеспечивается путем выражения этих элементов через эквивалентные напряженности  $\dot{E}$  электрического поля и  $\dot{H}$  магнитного поля. Для однородного цилиндра без учета краевого эффекта можно записать по [Л. 2]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= A J_0(vr) + B N_0(vr); \\ \dot{H} &= \frac{1}{j\omega\mu} [A v J'_0(vr) + B v N'_0(vr)], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $\dot{E}$  — комплекс напряженности эквивалентного электрического поля;  $\dot{H}$  — комплекс напряженности эквивалентного магнитного поля;  $J_0(vr)$  — функция Бесселя 1-го рода, нулевого порядка;  $N_0(vr)$  — функции Бесселя 2-го рода нулевого порядка;  $r$  — текущий радиус;  $v = \sqrt{\omega\mu\gamma_3}$ .

Постоянные  $A$  и  $B$  определяются из граничных условий, которые для цилиндрического конденсатора имеют вид:

на поверхности  $r = r_i$

$$\frac{1}{j\omega\mu} [A v J'_0(vr_i) + B v N'_0(vr_i)] = 0; \quad (7)$$

на поверхности  $r = r_e$

$$\frac{1}{j\omega\mu} [A v J'_0(vr_e) + B v N'_0(vr_e)] = \frac{I}{2\pi r_e}, \quad (8)$$

где  $I$  — эффективная амплитуда тока;  $r_i$  — внутренний радиус секции;  $r_e$  — наружный радиус секции.

Согласно условию (7) магнитный поток на внутренней поверхности цилиндра отсутствует, так как внутри нее отсутствует ток.

Граничное условие (8) определяет равенство между функцией напряженности магнитного поля и током в конденсаторе на основе закона полного тока,

Для определения постоянных интегрирования решаем совместно уравнения (7) и (8). Принимая во внимание известные соотношения для функций Бесселя, имеем:

$$\left. \begin{aligned} J'_0(vr) &= -J_1(vr); \\ N'_0(vr) &= -N_1(vr). \end{aligned} \right\}$$

Комплексные постоянные интегрирования будут равны:

$$\left. \begin{aligned} A &= j \frac{\omega\mu I N_1(vr_i)}{2\pi r_e v [J_1(vr_i) N_1(vr_e) - J_1(vr_e) N_1(vr_i)]}; \\ B &= -j \frac{\omega\mu I J_1(vr_i)}{2\pi r_e v [J_1(vr_i) N_1(vr_e) - J_1(vr_e) N_1(vr_i)]}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$



Окончательные выражения для эквивалентных напряженностей электрического и магнитного полей в конденсаторе можно получить, подставив значения постоянных интегрирования (9) в (6):

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= j \frac{\omega \mu I [N_1(vr_i) J_0(vr) - J_1(vr_i) N_0(vr)]}{2\pi r_e v [J_1(vr_i) N_1(vr_e) - J_1(vr_e) N_1(vr_i)]}; \\ \dot{H} &= - \frac{I [N_1(vr_i) J_1(vr) - J_1(vr_i) N_1(vr)]}{2\pi r_e [J_1(vr_i) N_1(vr_e) - J_1(vr_e) N_1(vr_i)]}; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Второй переход от тела с распределенными параметрами к дискретной схеме осуществляется с использованием энергетических соотношений. Для параметров эквивалентной схемы используем основные энергетические соотношения, связывающие эквивалентную цепь, состоящую из элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  с параметрами однородной модели:

$$\left. \begin{aligned} C\dot{U}^2 &= \int_V \varepsilon' \dot{E}^2 dV; \quad R\dot{I}^2 = \int_V \mu'' \omega \dot{H}^2 dV; \\ L\dot{I}^2 &= \int_V \mu' \dot{H}^2 dV; \quad G\dot{U}^2 = \int_V \varepsilon'' \omega \dot{E}^2 dV. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив (10) в (11), можно получить выражения для параметров эквивалентной схемы конденсатора. Однако получение законченных аналитических зависимостей в этом случае оказывается невозможным, так как интегралы от функции Бесселя приводят к бесконечным рядам, суммирование которых может быть осуществлено лишь при использовании вычислительных машин.

Поскольку выражения для электрической и магнитной напряженностей поля даны в функциях Бесселя, а аргументы этих функций для конденсаторов при высоких частотах, когда имеет смысл учитывать неравномерность распределения плотности тока в них, достаточно велики ( $vr > 2$ ), то согласно [Л. 3] можно заменить эти функции по асимптотическим формулам приближения Ганкеля:

$$\left. \begin{aligned} J_k(vr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi vr}} \cos\left(vr - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right); \\ N_k(vr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi vr}} \sin\left(vr - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $k=1, 2, \dots, n$ .

Подставив (12) в (10), после алгебраических преобразований для электрического и магнитного полей получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= -j \frac{\omega \mu I \cos v(r - r_i)}{2\pi v \sqrt{r_e r} \sin v(r_e - r_i)}; \\ \dot{H} &= \frac{I \sin v(r - r_i)}{2\pi \sqrt{r_e r} \sin v(r_e - r_i)}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из (11) с учетом (13) для области частот, лежащих выше резонансной частоты конденсатора, имеем:

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{f^2} \int_V \mu' H^2 dV = \\ &= \frac{\mu' b_1 \left[ \frac{1}{2} v(r_e - r_i) - \frac{1}{4} \sin 2v(r_e - r_i) \right]}{2\pi v r_e \sin^2 v(r_e - r_i)}; \\ R_M &= \frac{1}{f^2} \int_V \mu'' \omega H^2 dV = \frac{\mu'' \omega b_1}{2\pi v r_e \sin^2 v(r_e - r_i)} \times \\ &\times \left[ \frac{1}{2} v(r_e - r_i) - \frac{1}{4} \sin 2v(r_e - r_i) \right]; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} R_d &= G \frac{U^2}{f^2} = \\ &= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{tg} \delta \omega \mu d^2 \left[ \frac{1}{2} v(r_e - r_i) + \frac{1}{4} \sin 2v(r_e - r_i) \right]}{2\pi v r_e \sin^2 v(r_e - r_i) b}, \end{aligned} \right\}$$

где  $R_M$  — сопротивление, эквивалентное магнитным потерям;  $R_g$  — сопротивление, эквивалентное потерям проводимости.

При выводе выражения для емкости в эквивалентной схеме конденсатора необходимо определить функцию напряженности эквивалентного поля в однородной модели, заменяющей конденсатор через параметры режима. Для этого напряженность электрического поля  $\dot{E}$  выразим через напряженность поля на внутренней поверхности конденсатора. Как легко видеть из (13) на внутренней поверхности цилиндра (при  $r=r_i$ ) напряженность эквивалентного поля будет максимальной. На основании (13) можно записать:

$$\dot{E} = \dot{E}_i \sqrt{\frac{r_i}{r}} \cos v(r - r_i). \quad (15)$$

Определим величину  $\dot{E}_i$ , исходя из заданного тока через конденсатор. С этой целью запишем очевидное равенство, связывающее полный ток в конденсаторе с током в эквивалентной модели:

$$\frac{\dot{U}}{z} = \int_S \frac{\gamma_0}{\omega C z} \dot{E} dS; \quad U\omega C = \int_S \gamma_0 \dot{E} dS. \quad (16)$$

Подставим (15) в правую часть равенства (16):

$$\begin{aligned} \gamma_0 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{r_i}^{r_e} \dot{E}_i \sqrt{\frac{r_i}{r}} \cos v(r - r_i) dr = \\ = 2\pi \dot{E}_i \gamma_0 \sqrt{r_i} \int_{r_i}^{r_e} \sqrt{r} \cos v(r - r_i) dr. \end{aligned} \quad (17)$$

Интеграл в правой части равенства (17) можно отнести к числу «неудобных интегралов». Согласно [Л. 4] он может быть выражен через неполные гамма-функции. Наиболее удобно он может быть взят приближенно по методу В. И. Крылова [Л. 5]. Точность расчета интеграла по таблицам [Л. 5] значительно превосходит требуемую в практике рассматриваемого расчета, поэтому в дальнейших выражениях его удобно обозначить следующим образом:

$$I_1 = \int_{r_i}^{r_e} \sqrt{r} \cos v(r - r_i) dr. \quad (18)$$

Таким образом, второе равенство в (16) может быть переписано в виде:

$$\dot{U}\omega C = 2\pi \gamma_0 \sqrt{r_i} \dot{E}_i I_1, \quad (19)$$

отсюда легко определить напряженность  $\dot{E}_i$  через напряжение и частоту на зажимах конденсатора:

$$\dot{E}_i = \frac{\dot{U}\omega C}{2\pi \gamma_0 \sqrt{r_i} I_1}. \quad (20)$$

Напряженность поля в зависимости от радиуса может быть представлена в виде:

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}\omega C \cos v(r - r_i)}{2\pi \gamma_0 \sqrt{r} I_1}. \quad (21)$$

Для расчета емкости конденсатора используем 1-е соотношение (11). С этой целью левую часть этого выражения преобразуем с учетом падения напряжения на индуктивности и активном сопротивлении эквивалентной схемы:

$$CU_c^2 = \frac{U}{\omega^2 C \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + r^2 \right]}, \quad (22)$$

где  $U_c$  — напряжение на емкости эквивалентной схемы.

Правая часть выражения (11) после подстановки в него выражения (5) и преобразований примет вид:

$$\int_V \epsilon E^2 dV = \frac{1,32^2 U^2 C^2 d^4 \left( 1 + \frac{2x}{b_1} \right) I_2}{2\pi \epsilon \epsilon_0 b_1^3 I_1^2}, \quad (23)$$

где

$$I_2 = \int_{r_i}^{r_e} \cos^2 v (r_e - r_i) dr = \frac{r_e - r_i}{2} + \frac{\cos 2v (r_e - r_i)}{4v}.$$

Приравняв выражения (22) и (23), получим формулу для емкости конденсатора:

$$C = \sqrt[3]{\frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 b_1^3 I_1^2}{1,32^2 \omega^2 \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C_0} \right)^2 + r^2 \right] d^4 \left( 1 + \frac{2x}{b_1} \right) I_2}}, \quad (24)$$

где  $C_0$  — емкость конденсатора при низкой частоте. Величина  $\frac{1}{\omega C}$  мала по сравнению с  $\omega L$  в области частот, превышающих резонансную частоту. Эту величину можно не учитывать или считать  $C = C_{\text{ном}}$ .

Анализируя структуру полученных выражений для индуктивности, активного сопротивления и емкости можно отметить, что с их помощью возможно объяснить эффект появления нескольких «резонансных» частот, обнаруживаемый при измерении частотной зависимости полного сопротивления конденсатора. Как видно из (14), речь идет не о резонансе, а о том, что и индуктивность эквивалентной схемы  $L$  и активное сопротивление  $R$  содержат члены, синусоидально изменяющиеся с частотой.

Полное эквивалентное сопротивление цилиндрической конденсаторной секции с учетом неравномер-

ности распределения тока определяется выражением:

$$z = R_m + R_g + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right). \quad (25)$$

Несмотря на то, что в статье речь идет о работе конденсатора в режиме синусоидального напряжения, полученные соотношения позволяют проанализировать работу конденсатора в импульсном режиме для гармоник, соответствующей фронту волны. Приведенные формулы получены при следующих упрощениях: не учитывался краевой эффект; использованы асимптотические приближения Ганчеля для функций Бесселя, которые накладывают на область применения формул условие  $vr \gg 2$ ; выведенные формулы предполагают, что изменение  $\epsilon$  и  $\tan \delta$  для рассматриваемой конструкции конденсатора известно.

**Приложение.** Рассчитать индуктивность, активное сопротивление и емкость для конденсаторной секции со следующими параметрами:

$$\begin{aligned} C &= 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ ф; } & \omega &= 9,42 \cdot 10^6 \text{ гц; } \\ d &= 40 \cdot 10^{-3} \text{ м; } & \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м; } \\ r_i &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ м; } & \mu' &\approx \mu_0; \mu'' = \mu_0 \tan \delta_m = \mu_0 \cdot 10^{-2} \text{ гн/м; } \\ r_e &= 30 \cdot 10^{-3} \text{ м; } & & \\ b_1 &= 50 \cdot 10^{-3} \text{ м; } & \epsilon_0 &= \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ ф/м; } \\ b &= 40 \cdot 10^{-3} \text{ м; } & \frac{\epsilon'}{\epsilon_0} &= 4,5; \tan \delta_0 = 10^{-2}. \end{aligned}$$

Определяем значения эквивалентной проводимости, индуктивности конденсатора и активного сопротивления конденсаторной секции соответственно по (5) и (14):

$$Y_0 = 370 \text{ 1/ом} \cdot \text{м; } v = \sqrt{\omega \mu Y_0} = 66; L = 5,8 \cdot 10^{-9} \text{ гн;}$$

$$R = R_m + R_g = (0,51 \cdot 10^{-3} + 0,32 \cdot 10^{-8}) \text{ ом.}$$

Емкость конденсаторной секции по (24) равна  $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ ф}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кременецкий И. И., Одинцов Л. С. и Редькин Г. Е., К расчету температурного и токового режимов работы металлобумажного конденсатора. «Электричество», 1971, № 7.
2. Шимони К., Теоретическая электротехника, изд-во «Мир», 1964.
3. Янке Е., Эмде Ф. и Лёш Ф., Таблицы функции с формулами и кривыми, изд-во «Мир», 1965.
4. Градштейн И. С. и Рыжик И. М., Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений, изд-во «Наука», 1971.
5. Крылов В. И. и Шульгина Л. Г., Справочная книга по численному интегрированию, изд-во «Наука», 1966.

[12.4.1972]



# Трансформатор для одновременной передачи электроэнергии постоянным и переменным током

КОИТИРО ТЭРАДА

Япония, Токио

Передача электрической энергии в настоящее время осуществляется переменным или постоянным током. Система электропередачи переменным током имеет много преимуществ, к числу которых следует отнести относительную простоту распределения и потребления энергии. С другой стороны, применение передачи постоянного тока устраняет много сложностей, относящихся к проблеме устойчивости, ограничения мощности короткого замыкания, регулирования нормальных и аварийных режимов. В странах Европы и Америки системы передач постоянным током применяются для передачи большой мощности на дальние расстояния, а также для передачи энергии по подземным кабелям.

Применение системы передачи, впервые предложенной в 1953 г. во Львовском политехническом институте [Л. 1], позволяет совместить преимущества передач переменного и постоянного тока:

в отличие от ВП постоянного тока можно достаточно просто осуществить промежуточный отбор мощности на переменном токе;

быстродействующая система управления преобразователями позволяет свободно регулировать перетоки мощности как в звене переменного, так и постоянного тока;

возможность ограничения мощностей короткого замыкания;

стоимость изоляции такой ВЛ может быть снижена; при реализации МГД-генерации возможна передача постоянного тока от МГД-генератора без преобразования по общей линии вместе с переменным током от турбогенератора.

Одним из центральных вопросов нового вида передачи является разработка экономичных устройств для подвода постоянного тока к линии переменного напряжения [Л. 2—3]. Автор разработал трансформаторы, позволяющие подводить постоянный ток к одно-двух и четырехцепным электропередам переменного тока [Л. 4 и 5]. По сравнению с известными все предложенные схемы позволяют осуществить компенсацию постоянных ампер-витков, создающих магнитный поток, подмагничивающий магнитопровод трансформатора, с минимальными дополнительными затратами.

В первой схеме (рис. 1) компенсация постоянных ампер-витков линейного трансформатора ЛТ осуществляется за счет компенсирующей обмотки КО, обтекаемой постоянным током  $I$ , подводимым от выпрямителя В к нейтрали линейной обмотки ЛО, питающей линию электропередачи ВЛ. Ампер-витки обмоток КО и ЛО должны быть направлены встречно и равны друг другу. В каждой из фаз обмотки ЛО протекает постоянная составляющая тока, равная  $I/3$ , а все фазы обмотки КО, соединенной в разомкнутый треугольник, обтекаются постоянным током  $I$ . Поэтому число витков каждой из фаз обмотки КО должно быть вдвое меньше, чем у обмотки ЛО, а направление токов — встречное. Обмотки КО можно использовать в качестве датчика напряжения нулевой последовательности при замыканиях на землю в ВЛ, воздействуя с помощью устройства релейной защиты РЗ на отключение управляющих импульсов моста преобразователей В, либо на перевод его в инверторный режим.

Во второй схеме (рис. 2) компенсация постоянных ампер-витков у ЛТ осуществляется за счет встречного подвода постоянного тока  $I$  к нейтралю двух одинаковых линейных обмоток ЛО1 и ЛО2 с одинаковой группой соединений. Естественно, что для нормальной работы предложенной схемы необходима двухцепная линия электропередачи, состоящая из двух одинаковых линий ВЛ1 и ВЛ2. Наличие двух мостов преобразователей В1 и В2 с присоединением средней точки к земле позволяет облегчить работу линейной изоляции и изоляции трансформатора ЛТ, обеспечивая равномерное распределение выпрямленного напряжения между ВЛ1 и ВЛ2. Рассматриваемая схема (рис. 2) требует дополнительного увеличения уровня рабочей изоляции между обмотками ЛО1 и ЛО2, соответствующего сум-

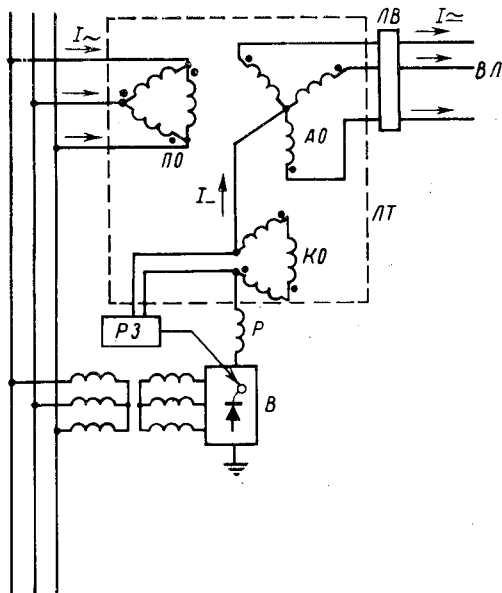


Рис. 1.

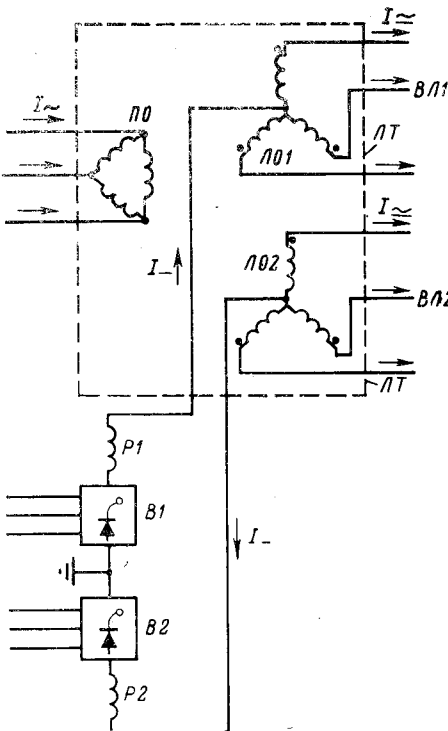


Рис. 2.

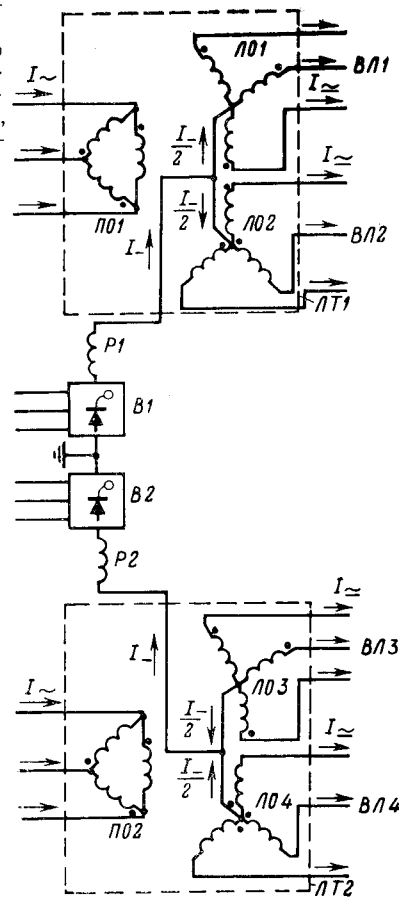


Рис. 3.

марному выпрямленному напряжению обоих мостов  $B1$  и  $B2$ , а также наличия двух выведенных нейтралей, что, естественно, усложняет систему выводов трансформатора.

На рис. 3 приводится схема подвода постоянного тока к двум двухцепным линиям ВЛ1—ВЛ2 и ВЛ3—ВЛ4 через линейные обмотки ЛО1—ЛО2 и ЛО3—ЛО4, обладающие общими нейтралью у линейных трансформаторов ЛТ1 и ЛТ2. В данном случае не требуется взаимной изоляции выводов обмоток ЛО1 и ЛО2, ЛО3 и ЛО4. Для компенсации подмагничивающего влияния постоянных ампервитков на магнитопроводы трансформаторов ЛТ1 и ЛТ2 обмотки каждого из трансформаторов (ЛО1, ЛО2 и ЛО3, ЛО4) должны иметь группы соединений, отличающиеся на шесть номеров, и одинаковое число витков. Достоинством схемы рис. 3 является ее автономность: независимо от включенного или отключенного состояния мостов преобразователей  $B1$  и  $B2$  практически отсутствует подмагничивание сердечников трансформаторов ЛТ1 и ЛТ2, при этом режимы работы мостов (по углу открытия) преобразователей  $B1$  и  $B2$  могут быть различными, и работа их может происходить независимо по заданному графику загрузки ВЛ1—ВЛ2 и ВЛ3—ВЛ4 постоянным током. В случае различной загрузки каждой из пар постоянным током в земле будут протекать уравнительные токи, что должно учитываться при эксплуатации предложенной схемы.

Для рассмотренных выше схем автором были созданы модельные линейные трансформаторы и исследованы установившиеся режимы работы таких электропередач пульсирующего тока с использованием физической модели ВЛ длиной 90 км. Измерения показали практически равномерное распределение подводимого постоянного тока по фазам линейных обмоток линейных трансформаторов, а также по фазам ВЛ, чем обеспечивалась компенсация постоянных ампер-витков во всех рассмотренных схемах соединений обмоток линейных трансформаторов. Отсутствие сколь-либо существенного подмагничивания магнитопроводов линейных трансформаторов в рассмотренных схемах при установившихся режимах под-

верждается проведенными измерениями эффективных значений тока холостого хода этих трансформаторов во всем диапазоне значений постоянного тока (от нуля до номинального) при всех значениях переменного напряжения линейных трансформаторов (от нуля до номинального). В результате измерений оказалось, что постоянный ток  $I$  в рассмотренных схемах практически не влияет на ток намагничивания линейных трансформаторов. Измерения токов намагничивания в схемах подвода постоянного тока  $I$  без его компенсации постоянного магнитного потока показали существенное подмагничивающее влияние постоянного тока  $I$  на потребляемую линейным трансформатором реактивную мощность.

Сравнительные расчеты предложенных схем линейных трансформаторов со схемами соединений в зигзаг показали их преимущество в части затраты активных материалов, либо конструкции обмоток, либо того и другого, что свойственно схемам с двумя линейными обмотками.

**Вывод.** Рассмотренные схемы соединения трансформаторов для подвода постоянного тока к ВЛ переменного напряжения являются оптимальными, так как требуют минимальных дополнительных затрат.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисенко Г. И. и Максимович Н. Г., К вопросу о возможности передачи электрической энергии постоянным и переменным токами по общим линиям передач, Доклады Львовского политехнического института, вып. 2, 1955, т. 1.
2. Combined A. C./D. C. Transmission System, Engineering in Russia, «Electrical Review», 11 March 1966.
3. Dweck E. E., A. C./D. C. hybrid networks. «Electrical Review», 180, 1967, № 2.
4. Тэрада К. и Хоригоме Т., Доклад № 927 на заседании Института «Нихон Дэнки Гацукай» в марте 1968 г.
5. Тэрада К., Доклад № 1133 на заседании института «Нихон Дэнки Гацукай» в марте 1969 г.

[13.9.1971]



УДК 621.3.064.1:621.311.001.24

## Определение уровня токов трехфазных коротких замыканий при планировании развития энергосистемы

Доктор техн. наук М. С. ЛИБКИНД и инж. А. С. МАНЕВИЧ

Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского

Увеличение потребления электроэнергии и рост плотности нагрузки сопровождается увеличением количества электростанций и их единичной мощности, развитием электрических сетей и объединением энергосистем. Вследствие этого наблюдается быстрый рост токов короткого замыкания, особенно в сетях 110 и 220 кВ. По многочисленным расчетам как в нашей стране, так и за рубежом мощность коротких замыканий удваивается в течение десятилетия. Величина тока короткого замыкания является одним из факторов, определяющих вес, габариты и стоимость электрических машин, трансформаторов, выключателей и других элементов электрической сети. Прогнозирование уровня токов короткого замыкания имеет важное значение для экономического развития энергосистем.

Ниже рассматривается методика прогнозной оценки величины тока трехфазного короткого замыкания. Предполагается, что короткое замыкание происходит в точке присоединения электростанции к системе. В таком случае ток замыкания  $I_k$  удобно представить как сумму двух составляющих, одна из которых  $I''_k$  зависит от параметров генераторов этой электростанции, а другая  $I'_k$  — от параметров остальной части системы. Методика основана на допущении о равномерном распределении электростанций и линий электропередач по территории энергосистемы или ее части. Такое допущение дает возможность определить уровень токов коротких замыканий, исходя только из обобщенных параметров энергосистемы: суммарной установленной мощности  $P$ , суммарной протяженности линий электропередачи  $l$  рассматриваемого на-

пряжения  $U$ , количества крупных электростанций, площади энергосистемы  $F$  без детального расчета схемы системы.

Подобная методика впервые была применена Бирмансом [Л. 1], который составил дифференциальное уравнение для определения составляющей  $I''_k$  в сети с равномерно распределенными электростанциями и линиями электропередачи. Точное решение этого уравнения дается в цилиндрических функциях, однако для практических расчетов их можно заменить логарифмическими:

$$I''_k = \frac{U}{\sqrt{3}x_0} \cdot \frac{e - 2\sqrt{F}}{F} \cdot \frac{\pi}{\ln \left[ 1,12 \frac{U}{r} \cdot \sqrt{\frac{e - 2\sqrt{F}}{2\alpha x_0 P}} \right]}, \quad (1)$$

где  $r$  — расчетный коэффициент, км;  $x_0$  — удельное сопротивление линии электропередачи, ом/км;  $\alpha$  — коэффициент, равный отношению установившегося тока короткого замыкания генератора к номинальному ( $P$ , Мвт;  $U$ , кВ;  $l$ , км;  $F$ , км<sup>2</sup>). Переход к логарифмическим функциям допустим при

$$\epsilon = \frac{r}{U} \sqrt{\frac{2\alpha x_0 P}{l - 2\sqrt{F}}} \ll 1. \quad (2)$$

Условие (2) выполняется для энергосистем с плотностью нагрузки свыше 50 кВт/км<sup>2</sup> и большой протяженностью линий электропередачи.

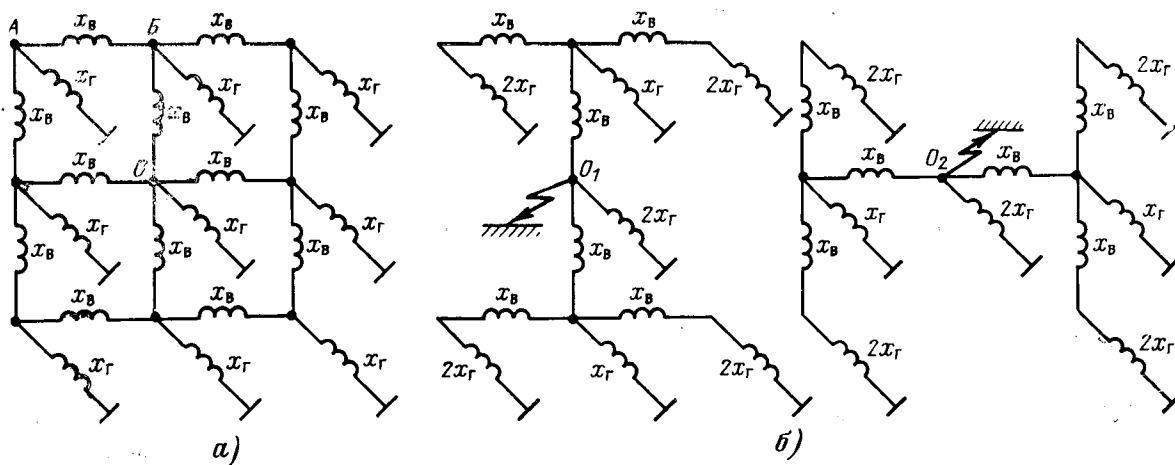


Рис. 1. а — идеализированная модель сети (а) и метод «разрезания» сети (б).

Приближенная формула (1) соответствует квадратной сетке, к узлам которой присоединены одинаковые электростанции. В [Л. 1] проведен расчет токов коротких замыканий в центре сети 220 кВ ФРГ, результаты которого подтвердили справедливость этой формулы.

Из (1) следует, что составляющая  $I'_K$  практически прямо пропорциональна суммарной протяженности линий электропередачи рассматриваемого напряжения и обратно пропорциональна площади энергосистемы (для системы, имеющей структуру сетки  $l > 2\sqrt{F}$ ).

Изменение суммарной мощности электростанций системы мало влияет на составляющую  $I'_K$ . Например, при увеличении  $P$  в 2 раза значение  $I'_K$  возросло всего на 10%.

Дальнейшее развитие этой методика получила в [Л. 2], где предложены эмпирические формулы для определения мощностей короткого замыкания ( $S_K$ ) в сетях Британской энергосистемы (при коротком замыкании в центре сети):

$$\left. \begin{aligned} S_K = S'_K + S''_K = 7,85U^{1,38}\sigma^{0,42} + 1,26U^{1,38} (U \geq 275 \text{ кВ}); \\ S_K = S'_K + S''_K = 8,15U^{1,38}\sigma^{0,42} + 19,2U^{0,78} (U \leq 132 \text{ кВ}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\sigma$  — плотность нагрузки (Мвт/км<sup>2</sup>).

В [Л. 2] показано, что хотя формулы (3) получены для сетей, имеющих структуру правильной квадратной сетки с числом узлов  $N$ , стремящимся к бесконечности, они могут применяться и для сетей с конечным  $N \geq 40$ . (В этом случае расхождение не превысит 10%). Однако следует иметь в виду, что применение формул (3) к энергосистемам, параметры которых отличны от параметров Британской энергосистемы (см. [Л. 2]), может привести к ошибкам. Например, значение мощности короткого замыкания сети 220 кВ ФРГ, рассчитанное по (3), превышает величину, указанную в [Л. 1], на 30%. Это объясняется тем, что средняя единичная мощность электростанций сети 220 кВ ФРГ ко времени написания [Л. 1] была в 2,5 раза меньше, чем в сети Великобритании в конце 60-х годов.

В дополнение к приближенным формулам (3) в [Л. 2] приводится методика, основанная на принципе наложения, которая позволяет рассчитать составляющие  $I'_K$  и  $I''_K$  при коротком замыкании в центре сети, если известны сопротивления ветвей и генераторов в узлах. При этом в соответствии с допущением о равномерном распределении электростанций и линий по системе, предполагается, что сопротивления генераторов во всех узлах равны между собой и сопротивления линий между узлами также одинаковы:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} = x_{12} = \dots = x_{1n} = x_1; \\ x_{12} = x_{13} = x_{23} = \dots = x_{ij} = x_2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Расчеты, проведенные нами по этой методике, показывают, что ее можно применить для определения составляющих  $I'_K$  и  $I''_K$  при коротком замыкании как в центре, так и в любом другом узле сети, имеющей конечное число узлов.

Для примера рассмотрим систему, имеющую структуру правильной квадратной сетки с девятью узлами (рис. 1,а).

Такую сеть можно рассматривать как состоящую из двух отдельных сетей, каждая из которых имеет вдвое меньшее число ветвей, чем исходная (рис. 1,б). Мощности электростанций в узлах, которые не лежат на горизонтали и вертикали, проходящих через узел короткого замыкания, разделены поровну между двумя сетями. По принципу наложения, составляющая  $I'_K$  в исходной сети может рассматриваться как сумма составляющих  $I'_K$  в отдельных сетях:

$$I'_K = I'_{K1} + I'_{K2}. \quad (5)$$

Составляющие  $I'_{K1}$  и  $I'_{K2}$  можно вычислить, зная сопротивление каждой из сетей относительно узла короткого замыкания, которые определяются для показанных на рис. 1,б схем по правилам последовательного и параллельного сложения. Для короткого замыкания в центре сети (точка О на исходной схеме) находим:

$$\begin{aligned} X'_{K1} = X'_{K2} &= \frac{1}{2} \left[ x_B + \frac{x_G \frac{2x_G + x_B}{2}}{x_G + \frac{2x_G + x_B}{2}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{x_B^2 + 5x_Gx_B + 2x_G^2}{4x_G + x_B}. \end{aligned} \quad (6)$$

Сопротивление исходной сети, относительно узла короткого замыкания:

$$X'_K = \frac{X'_{K1} \cdot X'_{K2}}{X'_{K1} + X'_{K2}} = \frac{1}{4} x_B \frac{1 + 5K + 2K^2}{1 + 4K},$$

где

$$K = \frac{x_G}{x_B}. \quad (7)$$

Сопротивления сети относительно узлов А и В, строго говоря, нельзя определять описанным выше методом разрезания, так как эти узлы не совпадают с центром симметрии. Однако расчеты показывают, что разрезание сети может быть использовано как приближенный метод и в названных случаях с погрешностью, не превышающей 3%. По сравнению с точным методом, основанным на известных способах преобразования пассивных схем, разрезание сети существенно упрощает расчеты и дает возможность получить следующие аналитические выражения:

$$X'_{KA} = \frac{1}{2} \left[ x_B + \frac{X_1(X_1 + x_B)}{2X_1 + x_B} \right]; \quad (8a)$$

сопротивление сети относительно узла В

$$X'_{KB} = \frac{\frac{1}{2} [X_1 + x_B] X_2}{\frac{1}{2} [X_1 + x_B] + X_2}. \quad (8б)$$

В (8а) — (8б)

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{x_r(x_n + 2X_n)}{x_r + x_n + 2X_n}; \\ X_n &= x_n \frac{K(1 + 2K)}{1 + 4K}; \\ X_2 &= x_n + \frac{X_n(X_n + x_n)}{2X_n + x_n} \end{aligned} \right\} \quad (8в)$$

Для большинства энергосистем  $K < 1$ , поэтому формулы (8) могут быть заменены более простыми выражениями:

$$\left. \begin{aligned} X'_{кА} &= \frac{1}{2} X_n + X_n(0,23K + 0,03); \\ X'_{кБ} &= \frac{1}{3} X_n + X_n(0,19K + 0,014). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Формулы (9) позволяют определить сопротивления сети относительно узлов А и Б с точностью до 5%.

Расчет составляющих тока короткого замыкания производится по следующим формулам:

$$I''_k = \frac{U}{\sqrt{3} X'_k}; \quad I'''_k = \frac{U}{\sqrt{3} x_r} \quad (10)$$

В общем случае для сети с числом узлов  $N$  сопротивление сети относительно узла, в котором произошло короткое замыкание, может быть подсчитано по формуле:

$$X'_k = \frac{1}{4} x_n \frac{C(K)}{D(K)}, \quad (11)$$

где  $C(K)$  и  $D(K)$  полиномы относительно  $K$ , причем степень полинома  $C(K)$  на единицу превышает степень полинома  $D(K)$ .

Сравнение результатов, полученных по (7) и (11) для одинаковых  $K$  и  $x_n$ , показало, что при  $0,1 \leq K \leq 1$ , независимо от величины  $N$ , сопротивление  $X'_k$ , вычисленное по (7), превосходит значение  $X'_k$ , определенное по (11) на величину  $\Delta(\%) = 1,6(10K - 1)$ , т. е. не более чем на 15%. При  $K < 0,1$  погрешность ничтожно мала. Таким образом, расчетной формулой может служить выражение (7), относящееся к случаю  $N=9$ .

Значение сопротивления генераторов  $x_r$  приводится в его паспортных данных, а величина  $x_n$  определяется в зависимости от суммарной протяженности линий электропередачи  $l$ , площади энергосистемы  $F$  и числа узлов. Число узлов в модели для определения уровня токов короткого замыкания в системе должно быть равно количеству наиболее крупных электростанций.

Для квадратной сетки справедливы следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} x_n &= \frac{1}{n} x_0 l_0 = \frac{1}{n} x_0 \frac{\sqrt{F}}{\sqrt{N-1}}; \\ l &= 2\sqrt{F} \sqrt{N-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

или

$$x_n = x_0 \frac{F}{l} \cdot \frac{2\sqrt{N}}{\sqrt{N-1}}, \quad (13)$$

где  $l_0$  — расстояние между узлами, км;  $n$  — число цепей в ветви.

Из сопоставления формул (7), (10) и (13) следует, что составляющая  $I''_k$  прямо пропорциональна суммарной длине линий электропередачи и обратно пропорциональна площади энергосистемы. Расчеты несимметричных сетей, т. е. сетей, для которых не выполняется условие (4), показали, что сопротивление таких сетей относительно центрального узла определяется по формуле (7) с погрешностью, не превышающей 25%, если сопротивления ветвей, примыкающих к центральному узлу, отличаются от среднего значения  $x_{в.ср}$  не более чем в 3 раза ( $K_{ср} \leq 1$ ). При этом сопротивления остальных ветвей могут отличаться от  $x_{в.ср}$  в 8—10 раз, а сопротивления генераторов могут отличаться от  $x_{г.ср}$  в 5—7 раз.

Сопротивление относительно узла короткого замыкания для несимметричных сетей всегда меньше, чем для симметричной сетки, сопротивления элементов которой равны  $x_{в.ср}$  и  $x_{г.ср}$  рассматриваемой несимметричной сетки. Следовательно, формулы (10) позволяют определить нижний предел уровня токов коротких замыканий в системе.

Применим рассмотренную методику к анализу уровней токов коротких замыканий в энергосистемах СССР. Отметим, что расчеты по этой методике не заменяют обычных расчетов токов коротких замыканий, выполняемых по детальным схемам системы известными методами и необходимыми для выбора силового оборудования, уставок релейной защиты и т. п. Описанная здесь методика предназначена для быстрой оценки существующего и прогнозирования будущего уровня токов коротких замыканий в системе.

Для проверки методики выбраны сети 110 кВ, так как в настоящее время эти сети наиболее развиты. Анализ распределения токов коротких замыканий в системах показал, что уровень этих токов может быть охарактеризован двумя величинами: максимальным значением и средним значением токов короткого замыкания, ближайших к максимальному (в четырех точках):

$$I_{к.ср} = \frac{1}{4} [I_{к1} + I_{к2} + I_{к3} + I_{к4}],$$

где  $I_{к \max} > I_{к1} \dots > I_{к4}$ .

Указанные величины, найденные из подобных схем сети, сравнивались с расчетными значениями токов коротких замыканий в двух характерных узлах идеализированной схемы замещения: в центре сети (узел О;  $I_{к \max}$ ) и в узле, ближайшем к центральному (узел Б;  $I_{к.ср}$ ). Результаты расчетов, а также некоторые параметры рассмотренных систем приведены в таблице. Значение тока короткого замыкания в узле А может быть использовано для оценки уровня токов замыкания в остальных узлах реальной энергосистемы.

Как видно из рис. 2, зависимость максимального тока короткого замыкания системы от отношения  $\frac{l}{F}$  может быть записана в виде:

$$I_{к \max} = 450 \frac{l}{F} + 11, \quad (14)$$

что подтверждает вывод, сделанный ранее из формул (1) и (13). Зависимость между установленной мощностью и макси-

Номер системы	Установленная мощность, Мвт	Максимальный ток короткого замыкания, кА			Среднее значение тока короткого замыкания, кА			$\frac{l}{F}$	Количество электростанций	
		фактическое	расчетное	$\Delta, \%$	фактическое	расчетное	$\Delta, \%$		менее 100 Мвт	более 100 Мвт
1	6000	68,5	49	28,5	50	43,7	12,5	0,12	—	10
2	4570	36,3	29,4	19,0	29	26,7	8,0	0,06	7	10
3	6300	35,2	33,4	5,1	35,2	32,3	8,3	0,021	9	11
4	7960	32,8	30,6	6,7	27,6	27,7	0,3	0,07	—	8
5	1910	31,5	28,4	9,8	—	—	—	0,051	1	6
6	4200	28,2	23,7	16,0	21,4	21,6	1,0	0,041	1	7
7	3600	27,6	22,9	17	23,7	21,4	10,0	0,032	18	14
8	2770	24	—	—	—	—	—	0,029	2	4
9	3300	20,4	20,2	1,0	19,9	19,2	3,5	0,023	8	7
10	2400	18,4	17,9	2,7	15,4	15,9	3,2	0,033	9	6

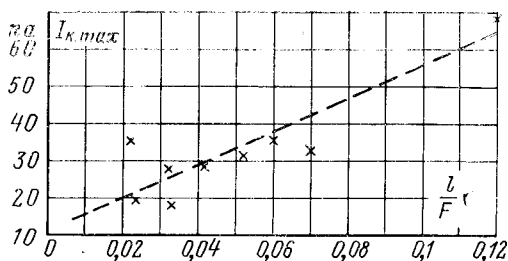


Рис. 2. Зависимость максимальной мощности короткого замыкания от отношения длины линий электропередачи к площади энергосистемы.

малым током короткого замыкания таким законом не описывается.

Для всех систем (кроме системы 8, содержащей всего шесть станций) в качестве расчетной модели принималась сеть, имеющая структуру правильной квадратной сетки с девятью узлами. Количество цепей в ветви, определяемое по (13), как правило, равно двум. Как видно из таблицы, для всех энергосистем расчет по предложенной методике дает

меньшее значение максимальной мощности короткого замыкания, чем расчет обычными методами. Для пяти энергосистем расхождение не превосходит 10%, а для трех систем — 20%. Это объясняется разной степенью приближения рассмотренных систем к идеализированной симметричной модели, ток короткого замыкания которой является, как указывалось выше, нижней границей уровня токов замыкания в реальной системе. Погрешность в определении средних значений для всех систем, кроме первой, не превосходит 10%.

Таким образом, изложенная методика позволяет определить нижнюю границу уровня токов коротких замыканий в системе и оценить с точностью, приемлемой для прогнозирования, ожидаемое значение этих токов. В расчетные формулы входят только общие параметры энергосистемы: суммарная установленная мощность, протяженность линий электропередач данного класса напряжения, количество крупных электростанций, площадь энергосистемы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Biermans J., Netzvermächung und Kurzschlußleistung, «ETZ», aus. A, Heft 5, 1953.
2. Knight U. G. Study of fault levels on supply networks, «Proceedings IEE», vol. 115, 1968, № 7.

[4.2.1972]

УДК 621.311.6.621.356

## Работа однофазного выпрямительного источника питания аккумуляторных батарей с активно-индуктивной нагрузкой

А. А. САЛЮТИН

Москва

Выпрямительные источники питания с буферным включением аккумуляторных батарей нашли исключительно широкое применение [Л. 1—4]. Представляет интерес анализ электромагнитных процессов в этих источниках при активно-индуктивном характере нагрузки с целью нахождения условий, определяющих режимы работы аккумуляторов, диодов и т. д.

**Электромагнитные процессы в выпрямительном источнике питания.** Электромагнитные процессы в рассматриваемой системе (рис. 1) будем анализировать при следующих допущениях: в пределах периода синусоидального напряжения источника значение э. д. с. аккумуляторных батарей постоянно; диоды и индуктивность идеальные. С учетом этих допущений scheme будут соответствовать следующие соотношения между напряжениями и токами (рис. 1, б):

$$\left. \begin{aligned} u &= \begin{cases} u_n, & n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \alpha, & n=0, 2, \dots; \\ -u_n, & (n+1)\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+2)\pi - \alpha; \end{cases} \\ i_d &= i_a + I_n; \\ i_d &= \begin{cases} i, & n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \alpha, & n=0, 2, \dots; \\ -i, & (n+1)\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+2)\pi - \alpha. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В анализируемой системе постоянно происходит поочередный разряд и заряд аккумуляторной батареи. Если напряжение на батарее  $u_a$  выше напряжения источника  $|u|$  ( $n\pi \leq \omega t \leq n\pi + \alpha$ ,  $(n+1)\pi - \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$ ), то диоды закрыты и нагрузка питается от аккумуляторной батареи:

$$\left. \begin{aligned} u_n &= u_a = E_a - I_n r_a = I_n r_n; \\ i_d &= 0; \\ i_a &= -I_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $r_a$  — внутреннее сопротивление аккумуляторных батарей. Угол  $\alpha$ , характеризующий момент открытия диодов, опреде-

ляется из условия равенства напряжений источника и батареи, т. е.  $u = u_a$  при  $\omega t = \alpha$  или  $U_m \sin \alpha = E_a - I_n r_a$ , откуда

$$\sin \alpha = \frac{E_a - I_n r_a}{U_m}. \quad (3)$$

В интервалах  $n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \alpha$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) параллельно аккумуляторной батарее подключен источник с напряжением  $u$ , тогда

$$u_n = E_a + i_a r_a. \quad (4)$$

При синусоидальном напряжении источника  $u = U_m \sin \omega t$

$$i_a = \begin{cases} \frac{U_m \sin \omega t - E_a}{r_a}, & n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \alpha, & n=0, 2, \dots; \\ -\frac{U_m \sin \omega t - E_a}{r_a}, & (n+1)\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+2)\pi - \alpha; \end{cases} \quad (5a)$$

$$i_d = \begin{cases} \frac{U_m \sin \omega t - E_a}{r_a} + I_n, & n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \alpha, & n=0, 2, \dots, \\ -\frac{U_m \sin \omega t - E_a}{r_a} + I_n, & (n+1)\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+2)\pi - \alpha. \end{cases} \quad (5б)$$

Выпрямленный ток  $i_d$  и ток аккумуляторных батарей  $i_a$  различаются между собой лишь постоянной составляющей тока нагрузки  $I_n$ , т. е. они повторяют форму друг друга со сдвигом по оси ординат на величину  $I_n$ . Положительная величина тока  $i_a$  представляет собой зарядный ток, а отрицательная — разрядный (рис. 1, б).

Переход от одного состояния аккумуляторов к другому можно определить из (5a) для условия  $i_a = 0$  при  $\omega t = \beta$ , от-

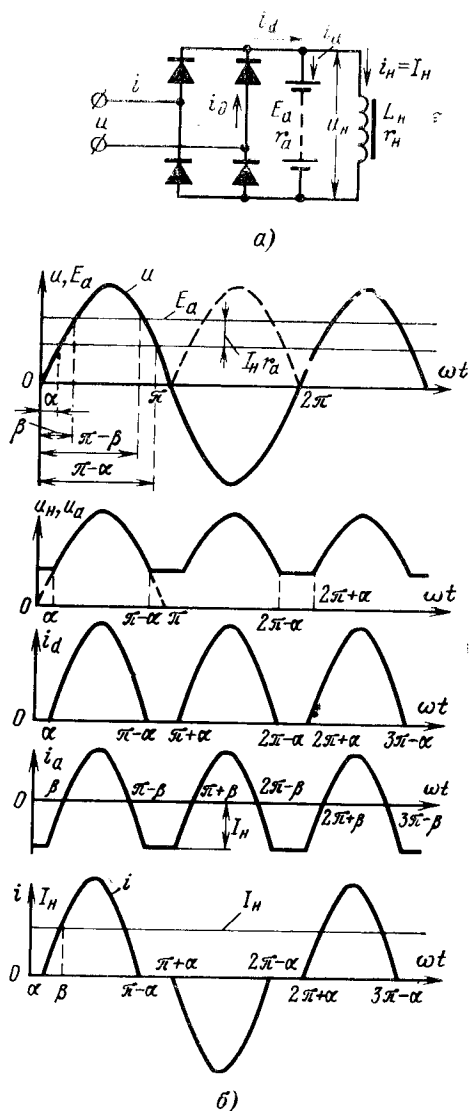


Рис. 1.

сюда

$$\sin \beta = \frac{E_a}{U_m} \quad (6)$$

В интервалах  $(n+1)\pi - \beta \leq \omega t \leq (n+1)\pi + \beta$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$  происходит разряд аккумуляторных батарей, а при  $n\pi + \beta \leq \omega t \leq (n+1)\pi - \beta$  они заряжаются.

**Расчетные соотношения.** Приведенные выше выражения позволяют записать некоторые расчетные соотношения.

Среднее значение напряжения на нагрузке

$$U_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u_n d\omega t \quad (7)$$

или после подстановки значений напряжения и тока из (2), (4) и (5а)

$$U_n = \frac{2}{\pi} [(E_a - I_n r_a) \alpha + U_m \cos \alpha] \quad (8)$$

Формула (8) отражает влияние встречной э. д. с.  $E_a$  и внутреннего сопротивления аккумуляторов на среднее значение напряжения на нагрузке. Для оценки степени этого влияния удобно пользоваться относительными величинами. В схемах выпрямления со встречной э. д. с. предельно максимальным значением напряжения на нагрузке является амплитуда напряжения источника  $U_m$ . Поэтому в долях этого напряжения можно выразить напряжение  $U_n$  в формуле (8).

Для оценки влияния внутреннего падения напряжения при разрядке аккумуляторов  $I_n r_a$  удобно воспользоваться отношением его к величине э. д. с.  $E_a$ , т. е.

$$\frac{I_n r_a}{E_a} = \Delta U_p \quad (9)$$

Тогда с учетом (9) формула (3) примет следующий вид:

$$\sin \alpha = \frac{E_a}{U_m} (1 - \Delta U_p) \quad (10)$$

Согласно (8) — (10)

$$\frac{U_n}{U_m} = \frac{2}{\pi} \left\{ \sqrt{1 - \left( \frac{E_a}{U_m} \right)^2 (1 - \Delta U_p)^2} + \frac{E_a}{U_m} (1 - \Delta U_p) \arcsin \left[ \frac{E_a}{U_m} (1 - \Delta U_p) \right] \right\} \quad (11)$$

Выражение (11) определяет степень влияния значения э. д. с. аккумуляторов  $E_a$  и падения напряжения в них  $\Delta U_p$  на среднее значение напряжения на нагрузке  $U_n$ . Чем выше э. д. с. аккумуляторов  $E_a$  относительно амплитуды напряжения источника  $U_m$ , тем выше среднее значение напряжения на нагрузке  $U_n$  и предельное максимальное значение его может достигать амплитуды напряжения источника  $U_m$ .

Внутреннее сопротивление аккумуляторов при наличии нагрузки приводит к снижению среднего значения выпрямленного напряжения  $U_n$ . Чем больше величина  $\Delta U_p$ , тем ниже напряжение  $U_n$ .

Среднее значение тока аккумуляторов

$$I_a = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} i_a d\omega t \quad (12)$$

или после подстановки значений тока  $i_a$  из (2) и (5а)

$$I_a = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1}{r_a} \left[ U_m \cos \alpha - E_a \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] - I_n \alpha \right\} \quad (13)$$

Максимальное значение среднего значения зарядного тока, имеющее место при  $I_n = 0$ , определяется из выражения:

$$I_{a \max} = \frac{1}{\pi r_a} [2U_m \cos \alpha - (\pi - 2\alpha) E_a].$$

С помощью формулы (13) можно определить также условия, при которых зарядный ток равен нулю. Так как угол  $\alpha$  определяется выражением (3), то совместное решение (3) и (13) при  $I_a = 0$  позволяет установить связь между  $U_m$ ,  $E_a$  и  $\alpha$ , при которых отсутствует зарядный и нагрузочный режимы аккумуляторов, т. е.

$$\frac{E_a}{U_m} = \frac{2}{\pi} (\cos \alpha + \alpha \sin \alpha) \quad (14)$$

На рис. 2 представлена зависимость  $\alpha = f(E_a/U_m)$ , которая характеризует границу между зарядным и нагрузочным режимами аккумуляторов. Различным отношениям  $E_a/U_m$  соответствует определенное значение угла  $\alpha$ . Предельными значениями угла  $\alpha$  являются  $\alpha = 0$  при  $E_a/U_m = 0,637$  и  $\alpha = \pi/2$  при  $E_a/U_m = 1$ . График зависимости  $\alpha = f(E_a/U_m)$  в сочетании с формулой (3) позволяет оценить граничное относительное значение падения напряжения в аккумуляторных

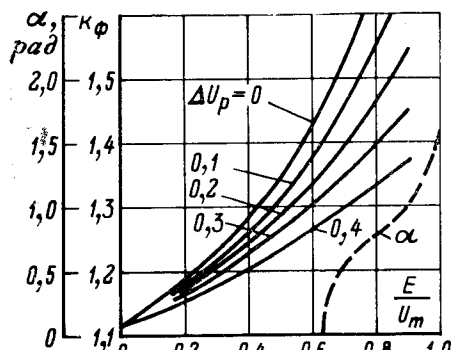


Рис. 2.



батареях  $I_{\text{н}} r_{\text{а}}$ , обусловленное током нагрузки, при котором зарядный баланс равен нулю. Действительно, из (3) имеем:

$$\frac{I_{\text{н}} r_{\text{а}}}{U_m} = \frac{E_{\text{а}}}{U_m} - \sin \alpha.$$

Так например, если в выпрямительном источнике питания  $E_{\text{а}}/U_m = 0,72$ , то аккумуляторные батареи будут иметь зарядный баланс, равный нулю, при угле  $\alpha = \pi/6$ , т. е. при сочетании параметров и нагрузки, соответствующем соотношению  $\frac{I_{\text{н}} r_{\text{а}}}{U_m} = 0,22$ .

Чтобы в рассматриваемом примере создать аккумуляторным батареям зарядный режим при сохранении  $E_{\text{а}}/U_m = \text{const}$ , необходимо уменьшить соотношение  $\frac{I_{\text{н}} r_{\text{а}}}{U_m}$  либо за счет уменьшения тока нагрузки  $I_{\text{н}}$ , либо за счет уменьшения внутреннего сопротивления цепи аккумуляторов  $r_{\text{а}}$ . В реальных источниках питания аккумуляторных батарей изменить величину  $r_{\text{а}}$  практически невозможно, поэтому отношение  $\frac{I_{\text{н}} r_{\text{а}}}{U_m}$  может быть изменено лишь за счет изменения тока нагрузки  $I_{\text{н}}$ .

Среднее значение выпрямленного тока

$$I_{\text{д}} = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} i_{\text{д}} d\omega t. \quad (15)$$

После подстановки значения  $i_{\text{д}}$  из (5б) в (15) получим:

$$I_{\text{д}} = \frac{2}{\pi r_{\text{а}}} \left[ U_m \cos \alpha - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) (E_{\text{а}} - I_{\text{н}} r_{\text{а}}) \right]. \quad (16)$$

Из сравнения (13) и (16) следует, что  $I_{\text{д}} = I_{\text{н}} + I_{\text{а}}$ . Линия передачи рассчитывается по действующему значению тока источника

$$I = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} i_{\text{д}}^2 d\omega t}. \quad (17)$$

В результате подстановки значения тока  $i_{\text{д}}$  из (5б) в (17) получим:

$$I = \left\{ \frac{2}{\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \left( \frac{U_m^2}{2r_{\text{а}}^2} + \frac{E_{\text{а}}^2}{r_{\text{а}}^2} - \frac{2I_{\text{н}}}{r_{\text{а}}} E_{\text{а}} + I_{\text{н}}^2 \right) + \frac{U_m^2}{4r_{\text{а}}^2} \sin 2\alpha - \left( \frac{2U_m E_{\text{а}}}{r_{\text{а}}^2} - \frac{2I_{\text{н}} U_m}{r_{\text{а}}} \right) \cos \alpha \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

С помощью формул (16) и (18) определим коэффициент формы тока источника:

$$k_{\Phi} = \frac{I}{I_{\text{д}}}. \quad (19)$$

На рис. 2 представлены зависимости  $k_{\Phi} = f\left(\frac{E_{\text{а}}}{U_m}, \Delta U_{\text{р}}\right)$ , полученные по формулам (9), (10), (16), (18) и (19). С увеличением э. д. с. аккумуляторных батарей  $E_{\text{а}}$  относительно амплитуды напряжения источника  $U_m$  коэффициент формы  $k_{\Phi}$  токов  $i$  и  $i_{\text{д}}$  возрастает. Однако с увеличением падения напряжения в аккумуляторах, обусловленного током нагрузки  $I_{\text{н}}$ , (падение напряжения  $I_{\text{н}} r_{\text{а}}$  на графиках рис. 2 выражено через  $\Delta U_{\text{р}}$ ) коэффициент формы  $k_{\Phi}$  уменьшается.

При известном значении коэффициента формы  $k_{\Phi}$  можно также определить коэффициент формы тока диодов:

$$k_{\Phi, \text{д}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} i_{\text{д}}^2 d\omega t}}{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} i_{\text{д}} d\omega t} = \sqrt{2} k_{\Phi}. \quad (20)$$

Значение величины  $k_{\Phi, \text{д}}$  позволяет определить мощность рассеяния и допустимое значение тока диодов при питании аккумуляторных батарей и активно-индуктивной нагрузки [Л. 5].

**Выводы.** 1. Выбором параметров источника электрической энергии, аккумуляторных батарей и нагрузки можно создать аккумуляторам зарядный либо нагрузочный режимы или задать им среднее за полупериод значение тока, равное нулю.

2. Продолжительность проводимости тока диодами определяется не только соотношением между амплитудой источника и э. д. с. аккумуляторов, но и величиной внутреннего падения напряжения: чем выше падение напряжения в аккумуляторах, тем больше интервал продолжительности работы диодов в пределах полупериода. В свою очередь, увеличение интервала продолжительности проводимости тока приводит к снижению коэффициентов формы токов источника и диодов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Якубайтис Э. А., Самовозбуждающийся синхронный генератор при переменной частоте. Изд. АН Латв. ССР, 1959.
2. Банников С. П., Электрооборудование автомобилей, изд-во «Транспорт», 1970.
3. Галкин Ю. М., Электрооборудование автомобилей и тракторов, изд-во «Машиностроение», 1967.
4. Новые автоматизированные выпрямительные устройства для электропитания аппаратуры проводной связи, Информационный сборник, Связьиздат, 1960.
5. Братолобов В. Б. и Чижаев И. А., Нагружаемость и использование полупроводниковых приборов, Изв. вузов, «Электромеханика», 1966, № 12.

[19.1.1972]



## ЭЛЕКТРОПРИВОД УГОЛЬНЫХ КОМБАЙНОВ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

(Статья Н. А. Киклевича, «Электричество», 1970, № 2)  
Доктора техн. наук А. И. БЕРОН и Е. З. ПОЗИН

Москва

Опубликование в порядке обсуждения статьи проф. Н. А. Киклевича [1.] представляется своевременным и актуальным. Тем не менее, с многими ее положениями согласиться нельзя. Представляется целесообразным отметить, следующее.

1. В Советском Союзе разрабатываются в основном тонкие угольные пласты, для которых применяются угледобывающие машины с асинхронными двигателями высотой 400 мм (более 90% находящихся в эксплуатации).

2. В процессе работы исполнительные органы комбайнов встречаются со значительной изменчивостью действующих нагрузок. Как показали массовые исследования, изменчивость сопротивляемости угля резанию в забоях шахт колеблется в среднем от 1:4 (при работе в лавах со слабыми углями) до 1:2,5 (при работе по крепким углям). В отдельных шахтах с существенными геологическими нарушениями это отношение достигает 1: (5÷7).

Столь высокая вариация сопротивляемости угля резанию и соответственно нагрузки двигателя вызывается как случайными перегрузками длительного действия, так и систематическими перегрузками кратковременного действия.

3. Случайные перегрузки длительного действия обычно вызываются изменением сопротивляемости угля резанию по длине забоя. Работа в режиме такой перегрузки может длиться от нескольких минут до нескольких десятков минут, а момент на валу двигателя может быть в 3—3,5 раза выше среднего значения и даже больше при неизменной скорости подачи.

Естественно, короткозамкнутые взрывобезопасные двигатели не могут работать в таком тяжелом режиме, и потому во всем мире, как и в СССР, у комбайнов имеются вариаторы, позволяющие снизить скорость подачи комбайна на забой. В большинстве случаев вариаторы выполняются гидравлическими с глубиной регулирования, превышающей 1:15. Ведется экспериментальная эксплуатация электрических подающих частей.

При регулируемой скорости подачи для нормальной эксплуатации современного угледобывающего комбайна, имеющего асинхронный привод, необходимо отношение максимального момента двигателя  $M_{\max}$  к среднему  $M_c$ , с которым комбайн может устойчиво работать в данных условиях, не менее 1,8—2,0 [1. 3]. Предположение Н. А. Киклевича, что достаточно иметь перегрузочную способность 1,25—1,3, ошибочно. Предлагаемых им машин с «постоянной производительностью (скоростью подачи)» ни отечественные заводы, ни зарубежные фирмы не выпускают.

4. Систематические кратковременные перегрузки возникают при прорезании резцами включений большой прочности (кальцит, колчедан, пирит). Обычно размеры таких включений не велики: толщина не более 5—15 см, и при скорости резания 2—3 м/сек они преодолеваются за 0,02—0,08 сек. Прорезание таких включений ведет к возникновению на исполнительном органе комбайна моментов, значительно превышающих приведенный максимальный электромагнитный момент двигателя. Преодоление таких препятствий осуществляется как за счет запаса кинетической энергии ротора асинхронного двигателя и всей машины, так и за счет электромагнитного момента, развиваемого двигателем в этих условиях. Как правило, у выпускаемых в настоящее время двигателей для угледобывающих машин маховой момент вполне обеспечивает преодоление таких кратковременных возмущений, и двигатели не опрокидываются. Наоборот, при случайных перегрузках длительного действия двигатели опрокидываются, если машинист своевременно не успел снизить скорость подачи.

5. Тепловой режим работы угледобывающих комбайнов также нестабилен. По ряду организационных, технических и горногеологических причин комбайны работают с длительными перерывами, в течение которых двигатели остывают. В среднем коэффициент машинного времени составляет всего 0,25—0,3, в передовых лавах он достигает 0,5, однако продолжительность непрерывной работы машин порою составляет 30—60 мин, поэтому тепловые характеристики двига-

телей должны допускать устойчивую работу именно в таких условиях. По указанным причинам в подавляющем большинстве лав устойчивый режим работы двигателей определяется их моментной, а не тепловой характеристикой.

6. Наряду с рассмотренными выше техническими особенностями работы угледобывающих машин следует остановиться и на экономике. Стоимость оборудования современной, комплексно механизированной лавы с гидрофицированными крепями очень велика, она превышает 350—400 тыс. руб., а стоимость электрооборудования комбайна обычно не превышает 1—2% от этих затрат. Амортизационные отчисления от стоимости электрооборудования не превышают 1—2 коп. на тонну добытого угля.

Сравнительно невысокие мощности и неудовлетворительные моментные характеристики комбайновых двигателей вынуждают эксплуатационников работать в режиме постоянной мощности, осуществляемом при постоянной скорости резания за счет регулирования скорости подачи. В связи с этим, с увеличением сопротивляемости угля резанию снижаются как скорость подачи, так и толщина стружки, а значит ухудшается сортность добываемого угля. Разница в цене тонны крупносортовых углей и штыба (класс угля размером зерна менее 6 мм) составляет для энергетических углей 2—10 руб. Как показали исследования, при устойчивой работе в оптимальном режиме сортность добытого угля лучше, а его цена выше на 0,2—2,0 руб. Это значит, что эффективность работы в режиме, обеспечивающем получение лучшей сортности добываемого угля, является определяющей, а стоимость и амортизационные отчисления на электрооборудование комбайна в этом смысле существенной роли не играют.

7. Возникает естественный вопрос: каковы пути получения наилучшей сортности добываемых углей и какой режим работы привода следует считать наиболее эффективным, оптимальным?

Многолетние исследования процесса резания угля исполнительными органами угледобывающих машин, выполненные в ИГД им. А. А. Скочинского, показали, что для получения хорошей сортности угля необходимо сечение стружки, снимаемой резцом, довести по меньшей мере до 20—50 см<sup>2</sup> для крепких углей и до 50—80 см<sup>2</sup> для слабых. Серийно выпускаемые комбайны пока не достигают даже нижней границы указанных сечений.

Ручное или автоматическое регулирование только скорости подачи при неизменной скорости резания не позволяет получить лучшую сортность угля. Для этого необходимо обеспечить постоянное поддержание сечения стружки на оптимальном для данного угля уровне, что может быть достигнуто при сохранении у большинства машин постоянства отношения скоростей резания и подачи на оптимальном уровне. Режим такой работы назван нами режимом параметрической стабилизации.

Еще в 1963 г. нами были изложены принципы автоматического поддержания режимов работы угледобывающих машин [1. 4] на оптимальном уровне. Было показано, что наиболее вероятными следует считать варианты параметрической стабилизации. Таких вариантов два: примерно стабильной производительности (при неизменных скоростях резания и подачи) и регулируемой — всегда максимальной производительности для данной крепости угля.

В первом случае автоматизация всего технологического процесса добычи угля в лавах и конструкция очистной машины сравнительно просты, однако мощность нерегулируемого асинхронного двигателя должна выбираться по наиболее крепкому углю в своей области применения, и потому должна быть равной 200—400 квт. При высоте в 400 мм, даже при применении лучших материалов, вряд ли представится возможным создать в будущем асинхронные двигатели мощностью более 160—180 квт. Создание комбайнов с двухдвигательным приводом, по-видимому, позволит приблизиться к решению такой задачи.

Во втором случае необходим регулируемый привод. Он может быть электрическим (постоянного или переменного то-

ка) или электрогидравлическим, а режим резания — оптимальным в диапазоне регулирования. Мощность такого привода может быть меньше, а производительность, несмотря на значительную изменчивость сопротивляемости угля резанию в лаве, — в среднем равноценной или даже большей. Сравнение такой машины с современной, в которой из-за малой мощности приходится регулировать скорость подачи при неизменной скорости резания, всегда будет в пользу регулируемого привода, так как сортность добываемого угля всегда будет лучшей.

Однако и в этом варианте для получения достаточно высокой производительности комбайнов потребуются двигатели большей мощности, с лучшими перегрузочными характеристиками. Для создания таких малогабаритных машин необходимо применять лучшие материалы (изоляционные, медноникелевые сплавы для стержней ротора, сталь с меньшими удельными потерями и т. п.).

8. Справедливость высказанной точки зрения экспериментально проверена стендовыми и промышленными испытаниями [Л. 5]. Были сопоставлены результаты работы комбайна ИК-52Ш в серийном изготовлении (постоянная скорость резания, регулируемая скорость подачи) и того же комбайна при работе с неизменным оптимальным отношением скоростей резания и подачи как при гиперболическом законе изменения обеих скоростей при изменении момента сопротивления резанию, так и при постоянных скоростях (ИК-52ШЭ). В экспериментальной установке это было достигнуто применением привода постоянного тока. Во всех случаях машина работала в режиме, близком к одинаковой средней мощности, независимо от табличной мощности двигателей.

В этих экспериментах сравнивались не качества приводов, а режимы работы комбайна с регулируемым и нерегулируемым приводами. Проверялась эффективность предложенной нами параметрической стабилизации, а не достоинства или недостатки применения постоянного тока в шахте. При равных мощностях производительность комбайна с регулируемым приводом в сравнении с серийным возросла на 60%, удельная энергия резания (в  $\text{квт} \cdot \text{ч/т}$ ) снизилась на 40%, выход мелких классов углей (0—13 мм) уменьшился на 12%, при этом не наблюдалось ни одного случая опрокидывания двигателя. Объясняется это тем, что двигатели постоянного тока обладают большей перегрузочной способностью, меньшими пусковыми токами, на них мало влияет падение напряжения в сети при пуске. Они обладают обычно большими маховыми массами и меньшей жесткостью рабочей характеристики, т. е. легче реализуют запас накопленной кинетической энергии при преодолении кратковременно действующих набросов момента, и потому подвергаются меньшему нагреву при прорезании твердых включений.

9. Итак, анализ показал, что решающим экономическим фактором является сортность добываемого угля. Усложнение и некоторое удорожание привода не могут существенно отразиться на стоимости тонны добытого угля, а увеличение его цены окупает дополнительные затраты за один — три месяца.

10. Вопрос о виде привода нельзя считать решенным. В соответствии с Постановлением Государственного комитета Совета Министров СССР по науке и технике № 445 от 10/X—1969 г. в ближайшие годы должны быть выполнены сравнительные испытания различных видов приводов и установлена область их рационального применения в разных горногеологических условиях.

Мы возлагаем большие надежды на применение в ближайшие годы регулируемых тиристорных приводов переменной частоты, электрогидравлических приводов и повышенного напряжения (до 1000—1140 в). Это позволит применить оба вышеуказанных варианта параметрической стабилизации. Тиристорный привод повышенной частоты будет обладать достоинствами нерегулируемого асинхронного и указанными выше преимуществами регулируемого привода постоянного тока.

Безапелляционный отказ проф. Н. А. Киклевича от общепринятого принципа автоматического регулирования скорости подачи комбайнов и возможного совместного регулирования скоростей резания и подачи в новых, недостаточно мощных приводах (с габаритом по высоте  $\leq 400$  мм) в пользу работы только в режиме с постоянной производительностью следует считать технически и экономически необоснованным, ошибочным. Каждый из указанных видов приводов имеет свои экономические и технические области применения, границы которых должны быть уточнены в ближайшие годы.

11. Наряду с приведенными принципиальными положениями, укажем на ряд частных замечаний по [Л. 1].

а. Защита электродвигателя от опрокидывания не может обеспечить его устойчивую работу при перегрузочной способности, равной 1,25—1,3, так как она не гарантирует преодоления случайных, неизбежных перегрузок длительного действия более высокого уровня.

Нельзя также «уменьшить скорость подачи (толщины стружки) при встрече очень крепких включений» за сотые доли секунды, так как вытяжка цепи подачи при значительных длинах лав достигает 0,5—1,5 м.

б. Как мы уже указывали, исследования работы комбайна с нерегулируемым асинхронным приводом и регулируемым приводом постоянного тока предпринимались для проверки принципа параметрической стабилизации, а не для исследования привода постоянного тока. Тем не менее, расчеты проф. Н. А. Киклевича нам представляются крайне необъективными.

1. Мощность врубово-комбайнового двигателя с постоянной времени нагрева 60—180 мин надо выбирать не по «одно-двухминутному максимуму нагрузки», а, как мы указывали, по случайным перегрузкам длительного действия и с учетом не только тепловых (30—60 мин непрерывной работы), но и моментных возможностей двигателя.

2. В [Л. 1] высказывается сомнение в полученных результатах сравнительных испытаний комбайна ИК-52Ш с регулируемым и нерегулируемым приводами.

«Технически возможная производительность комбайна» [Л. 1].

$$Q_2 = \frac{P_2}{60 H_{\text{сер}} k} \cdot \text{т/мин.}$$

где  $P_2$  — продолжительная мощность электродвигателя, кВт;  $H_{\text{сер}}$  — средний удельный расход энергии, кВт·ч/т;  $k$  — отношение эквивалентной и средней мощностей по графику нагрузки.

При этом «для работы в режиме  $P_2 = \text{const}$  значение  $k \approx 1$ , но для современных асинхронных двигателей, работающих в режиме  $P_2 = \text{var}$ , можно принимать ...  $k \leq 1,15$ ».

Для доказательства производятся расчеты «отношения технически возможных производительностей в продолжительном режиме». При этом принимается для одинаковых габаритов асинхронного двигателя и двигателя постоянного тока отношение мощностей равным 0,7—0,5, тогда

$$K_Q = \frac{\text{ИК-52Ш}}{\text{ИК-52ШЭ}} = \frac{1}{(0,7 \div 0,5) \cdot 1,15} = 1,24 - 1,73,$$

где ИК-52ШЭ — производительность комбайна ИК-52ШЭ; ИК-52Ш — производительность комбайна ИК-52Ш с рациональными значениями скоростей резания и подачи с двигателем ЭДКО4-4М, 660 в.

В действительности, согласно зарубежному опыту, машины постоянного тока развивают при одинаковых габаритах 0,8—0,7 мощности асинхронных двигателей, а не 0,5. Кроме того, при работе асинхронного привода в режиме постоянной мощности (при регулировании скорости подачи) удельная энергия резания в связи с недостаточной перегрузочной способностью привода больше, чем у регулируемого привода постоянного тока. Поэтому в расчете следовало учесть также и разницу в удельной энергии резания, тогда оказалось бы, что расчетная производительность таких комбайнов по меньшей мере равноценна, а сортность угля, добытого комбайном с регулируемым приводом в режиме параметрической стабилизации (решающий экономический фактор), несравненно лучше.

3. В предлагаемом проф. Н. А. Киклевичем режиме постоянной производительности комбайна будет значительно ниже, так как она должна выбираться по наиболее крепкому углю. При регулируемом приводе и работе в режиме параметрической стабилизации представляется возможным полное использовать мощность на резание угля и работать с повышенной производительностью. Вот почему при малом габарите двигателя, когда нет избыточной мощности, вариант регулируемого привода, обеспечивающего параметрическую стабилизацию процесса резания, следует признать более рациональным.

**Выводы 1.** Работа угольных комбайнов в режиме параметрической стабилизации (постоянное оптимальное значение толщины стружки) представляется наиболее экономичной и рациональной.

Доктора техн. наук В. Н. ХОРИН, Н. Ф. ШИШКИН, А. Г. ФРОЛОВ,  
кандидаты техн. наук В. В. ШКОЛЯРЕНКО и И. Н. ДАРЫКИН

Москва

Правильное решение обсуждаемого вопроса имеет исключительно важное значение для дальнейшего совершенствования средств выемки угля, создания новых высокопроизводительных комплексов машин и механизмов, повышения производительности труда в угольной промышленности.

Автор [Л. 1] с конца 50-х годов ведет четкую техническую линию, последовательно и аргументированно с конкретными научными выкладками излагает свои взгляды по рассматриваемому вопросу. С основными аргументами и выводами автора следует полностью согласиться.

Бесспорно, что целесообразный тип привода угольных комбайнов, как и всякой любой машины, определяется в первую очередь требованиями технологического процесса и необходимыми в связи с этим конкретными режимами работы. В настоящее время можно считать доказанным, что наиболее целесообразным является режим работы угольного комбайна с постоянной максимально возможной по горнотехническим условиям производительностью. Такой режим обеспечивает равномерный процесс добычи угля, эффективное использование всей технологической цепи машин и механизмов участка и полное использование возможностей очистного забоя по газовому фактору. Создание и широкое внедрение узкозахватной техники для добычи угля позволяет перейти к практической реализации этого технологического режима. Проведенные нами исследования и расчеты показали, что перспективному режиму работы угольных комбайнов с постоянной производительностью (постоянной скоростью подачи) в полной мере соответствует нерегулируемый привод переменного тока достаточной мощности, обеспечивающий максимальные технико-экономические показатели [Л. 6]. Таким образом, в современных условиях с учетом критерия стоимость — эффективность главным направлением в области электропривода угольных комбайнов в свете осуществляемого технического перевооружения угольной промышленности следует считать дальнейшее совершенствование асинхронных короткозамкнутых двигателей в направлении увеличения их мощности и повышения надежности.

Исследования, проведенные в ИГД им. А. А. Скочинского, показали, что для эффективной концентрации горных работ необходимо производительность выемочных машин увеличить в 2—2,5 раза по сравнению с существующей и в связи с этим повысить электровооруженность комбайнов до 400 кВт и в отдельных случаях — до 600 кВт. Эти требования нашли отражение в ГОСТ 16565—71 на асинхронные короткозамкнутые взрывобезопасные электродвигатели для привода очистных комбайнов, которым предусматривается типовой ряд двигателей с мощностью в единице до 315 кВт включительно.

По пути дальнейшего совершенствования нерегулируемого привода выемочных машин и значительного увеличения как суммарной мощности привода, так и единичной мощности двигателей идут в настоящее время и за рубежом. В ряде стран созданы узкозахватные комбайны энерговооруженностью 350—600 кВт (Англия, Франция, ФРГ). Мощные зарубежные комбайны оснащены нерегулируемыми асинхронными короткозамкнутыми двигателями, мощность которых в единице достигает 300 кВт.

Рассматривая и анализируя различные пути дальнейшего совершенствования существующего привода забойных машин, можно отметить, что в настоящее время далеко не исчерпа-

ны технические возможности значительного увеличения номинальной мощности двигателей в требуемых, ограниченных по условиям эксплуатации габаритах. Наиболее целесообразным является применение эффективных систем охлаждения двигателей, улучшенных изоляционных и конструктивных материалов. В частности, при создании мощных комбайновых двигателей следует ориентироваться прежде всего на применение водяной системы охлаждения, что повышает длительную мощность двигателей в тех же габаритах до 80%.

Целесообразно начать работы по созданию двигателей с заполнением внутреннего объема специальными диэлектрическими жидкостями, позволяющими интенсифицировать отвод тепла от активных частей к корпусу двигателя и, следовательно, обеспечить дальнейшее увеличение габаритной мощности. Шахтные двигатели подобной конструкции успешно начинают применять за рубежом.

Для повышения надежности и улучшения моментных характеристик электродвигателей целесообразно перейти от литой беличьей «клетки ротора к сварной с применением бронзовых и железоникелевых стержней.

Из новых видов и систем изоляционных материалов на данном этапе перспективной является изоляция типа «моноклит», обладающая рядом положительных качеств, делающих ее наиболее пригодной для использования в электродвигателях забойных машин и механизмов.

При создании электродвигателей для комбайнов, предназначенных для выемки тонких пластов, наряду с указанными мерами по увеличению мощности в минимальных габаритах, целесообразно исследовать возможность применения переменного тока повышенной частоты, однако следует иметь в виду неизбежное при этом усложнение редуктора привода исполнительного органа.

Для разработки пластов средней и большой мощности в настоящее время имеется актуальная необходимость и технико-экономическая целесообразность создания электродвигателей мощностью до 350 кВт в единице при определенном увеличении их габаритов, так как для этих условий габариты комбайнов по высоте не являются лимитирующими факторами.

Проведенные институтами ВНИИВЭ и Донгипроуглемаш электромеханические и тепловые расчеты комбайновых нерегулируемых асинхронных короткозамкнутых электродвигателей с изоляцией типа «моноклит» показали, что в подавляющем большинстве случаев требуемые для перспективных выемочных машин мощности могут быть получены при использовании переменного тока промышленной частоты. При этом, как показали исследования ИГД им. А. А. Скочинского и ряда других институтов, необходимым условием эффективного использования мощного электропривода перспективных забойных машин является дальнейшее совершенствование шахтных систем электроснабжения и, прежде всего, применение более высоких номинальных напряжений шахтных участков сетей.

В таблице приведены возможные технические параметры комбайновых электродвигателей в габаритах существующих двигателей высотой 400 и 500 мм с обычной водяной системой охлаждения корпуса, рассчитанные институтом Донгипроуглемаш на различные уровни номинального напряжения — 660, 1140 и 3000 в.

2. Время принятия точки зрения проф. Н. А. Киклевича и в известной мере проф. В. С. Тулина [Л. 2] пока не наступило, в особенности для двигателей габарита, меньшего 400 мм, хотя их привлекательность варианта параметрической стабилизации при постоянной производительности, показанная нами еще в 1963 г., не вызывает сомнений.

3. Вопрос о том, какие из видов регулируемого привода будут эффективны в шахтных условиях и каковы их экономическая, техническая и безопасная области применения, еще не решен. Сделать это можно будет только после проведения сравнительных испытаний комбайнов в различных ус-

ловиях с тиристорными приводами переменного и постоянного тока, с электрогидравлическим приводом, с обычным и нерегулируемым асинхронным приводом, как предлагает проф. Н. А. Киклевич.

4. Современный ход развития силовой полупроводниковой техники и гидромашиностроения свидетельствует о реальной возможности создания в самом ближайшем будущем экономически выгодного регулируемого привода комбайнов при сохранении энергоснабжения участков переменным током нормальной частоты при напряжении 660 в, а затем и при напряжении 1000—1140 в.



Параметры	Габарит 400 мм			Габарит 500 мм		
	Номинальные напряжения					
	660	1 140	3 000	660	1 140	3 000
Мощность номинальная (длительная), <i>квт</i>	150	150	130	230	250	250
Мощность при ПВ=40%, <i>квт</i>	200	200	170	300	330	330
Пусковой ток, <i>а</i>	1 000	750	285	1 000	1 000	520
Пусковой момент стендовый, <i>кгс·м</i>	180	280	280	180	300	300
Максимальный момент (стендовый), <i>кгс·м</i>	290	310	310	290	500	620
Максимальный момент фактический (реальный) при $L_{\text{каб}} = 400$ м, <i>кгс·м</i>	180	245	270	185	350	480
Увеличение фактического момента при $L_{\text{каб}} = 400$ м	100	135	150	100	190	260
Отношение $M_{\text{макс. факт.}}/M_{\text{н}}$ при $L_{\text{каб}} = 400$ м	1,8	2,5	3,1	1,2	2,1	2,9

Примечание. Параметры электродвигателей п. п. 1–5 рассчитаны институтом Донгипроуглемаш. При высоте 600 мм длительная мощность двигателей на напряжение 3 000 в по данным Донгипроуглемаша достигает 470 кВт (при ПВ=40% — 630 кВт). Изоляция обмоток статора двигателей на напряжение 3 000 в принята по предварительной нормаль ВНИИВЭ (моноклит), все остальные активные и конструктивные материалы те же, что у серийных двигателей ЭДК и ЭДКО. Эффективность теплосъема корпуса по двигателям ЭКВ400—Л2 и ЭКВ500—Л2. Для питания двигателей в габарите 400 мм принята трансформаторная подстанция ТКШВ—240, двигателей в габарите 500 мм — подстанция ТКШВП—320. Сечение силовых жил кабеля при напряжении 660 и 1 140 в — 50 мм<sup>2</sup>, при напряжении 3 000 в — 25 мм<sup>2</sup>.

Анализ данных таблицы позволяет заключить, что задача повышения мощности двигателей в заданных габаритах и ее эффективного использования может быть успешно решена при применении переменного тока промышленной частоты и соответствующем повышении уровня напряжения. В частности, фактическое отношение максимального момента к номинальному (фактическая перегрузочная способность) достигает более 2,5 — кратной величины, что обеспечивает устойчивую работу комбайновых двигателей и полное использование установленной мощности.

Вышеизложенное показывает, что в настоящее время существует техническая возможность создания и эффективного использования мощного асинхронного привода угольных комбайнов. Это еще раз подтверждает правильность общих выводов, изложенных в [Л. 1].

Автор [Л. 2] считает, что в современных условиях в наибольшей степени отвечает условиям работы комбайна частотно-управляемый тиристорный привод переменного тока. С этим нельзя согласиться. Мы считаем необходимым указать на необоснованность утверждения автора статьи, что в результате применения привода постоянного тока «доказаны преимущества регулируемого привода угольных комбайнов, ... доказана возможность обеспечения надежной работы тиристорных в тяжелых шахтных условиях» и т. д. В действительности документы шахтных испытаний комбайна с регулируемым тиристорным приводом на постоянном токе свидетельствуют об обратном. (В акте приемочной комиссии шахтных испытаний комбайна КПА в 1969 г. на шахте № 2 «Красноармейская» комбината «Донецкуголь» указывается, что испытания не были проведены в полном объеме и прерваны из-за низкой надежности электрооборудования комбайна и неоднократных выходов из строя тиристорных. После этого испытания не возобновлялись).

Практика показала полную несостоятельность и бесперспективность перевода главного привода выемочных машин с переменного на постоянный ток. Подтверждением этого является как бесплодность работ, проводимых в течение последнего десятилетия в СССР по применению двигателей постоянного тока для угольных комбайнов, так и опыт работы угольной промышленности США, где за последние годы привод угольных комбайнов подавляющего большинства шахт переведен с постоянного тока на переменный.

Ошибочное направление на создание главного привода комбайнов на постоянном токе задержало разработку мощного привода с асинхронными двигателями и нанесло большой ущерб угольной промышленности.

В настоящее время обоснованность критики двигателей постоянного тока вынужден признать и автор этого направления В. С. Тулин [Л. 2], который, однако, оправдывает

свою позицию необходимостью «промежуточного этапа на пути освоения тиристорного электропривода переменного тока». Предлагая новое направление в области регулируемого привода (частотно-управляемый привод) В. С. Тулин, как и в дискуссии 1962—1963 гг., не приводит конкретных технико-экономических обоснований его целесообразности, а ограничивается провозглашением тех или иных преимуществ этого привода, о чем более подробно будет сказано ниже.

Следует подчеркнуть, что до настоящего времени вообще отсутствуют какие-либо научные обоснованные технико-экономические доказательства целесообразности применения значительно более сложного и дорогого регулируемого электропривода забойных машин. Различные авторы по-разному и с различных позиций, часто противоречащих друг другу, утверждают необходимость создания такого привода.

В частности, в [Л. 7] целесообразность применения регулируемого привода обосновывается необходимостью реализации режима работы комбайна по закону параметрического регулирования при постоянной мощности двигателя и непрерывном изменении скоростей подачи и резания. К выводу о целесообразности такого режима авторы пришли в результате исследований режимов работы устаревших типов маломощных машин, некорректного сравнения комбайнов с регулируемым и нерегулируемым приводом и, кроме того, без учета газового фактора и эффективности использования всей технологической цепи машин и механизмов (комбайна, конвейера и т. д.).

В. С. Тулин, также отстаивавший режим работы привода с постоянной мощностью, вынужден признать, что основным режимом комбайна является «работа с постоянной (полной) скоростью резания и постоянной (полной) скоростью подачи и переменной (самоустанавливающейся в зависимости от крепости угля) мощностью» [Л. 2], и таким образом согласиться с тем, что основной технологический режим добычи не требует применения регулируемого привода. Необходимость в регулируемом приводе в этом случае обосновывается следующими обстоятельствами: значительным увеличением мощности электродвигателей в заданных габаритах; высокой перегрузочной способностью; возможностью плавного пуска и устранения больших динамических нагрузок в конструкциях комбайна при его работе.

Остановимся на указанных факторах целесообразности регулируемого привода.

Анализ и расчеты показывают, что применение регулируемого привода не решает задачи увеличения мощности в заданных габаритах, а наоборот, ведет к ее снижению. В частности, как уже совершенно правильно указано в [Л. 1], номинальная мощность комбайновых двигателей постоянного тока может составить только около 50% мощности асинхронных нерегулируемых двигателей при одинаковых габаритах.

Утверждение В. С. Тулина о возможности повышения мощности двигателя в заданных габаритах путем применения частотно-регулируемого привода также является нечетким. Смешиваются два вопроса: регулирование привода и повышение частоты. Увеличение мощности двигателя происходит за счет простого повышения частоты питающего тока, следовательно, тот же эффект роста мощности может быть получен в случае применения нерегулируемого привода повышенной частоты. В действительности следует иметь в виду, что при регулировании скорости вращения тиристорными преобразователями происходит дополнительное снижение мощности двигателя по сравнению с нерегулируемым на 10% (при одновременном снижении коэффициента мощности и к. п. д.). Причиной этого является дополнительный нагрев двигателя из-за искажения формы кривой напряжения и появления токов высших гармоник.

Перегрузочная способность комбайновых двигателей должна быть не менее 2,5. Опыт работы угольных комбайнов показывает, что при такой перегрузочной способности обеспечивается устойчивая работа привода и полное использование его мощности.

Анализ данных вышеприведенной таблицы показывает, что параметры асинхронных двигателей при эксплуатации в сетях с соответствующим уровнем повышенного номинального напряжения удовлетворяют указанным требованиям, иными словами, регулируемый привод по перегрузочной способности, требуемой для условий работы угольных комбайнов, не имеет преимуществ по сравнению с нерегулируемым.

Что касается возможности плавного пуска и ограничения динамических воздействий на элементы конструкций забойных машин, то целесообразность применения для этой цели

тиристорного регулируемого привода должна быть, прежде всего, показана технико-экономическими исследованиями и сопоставлением с другими возможными техническими средствами решения. Имеющиеся в настоящее время данные пока не подтверждают возможности общего решения вопросов динамики комбайна путем применения регулируемого привода. В частности, как показали эксперименты, при нагрузках с частотами, преобладающими в трансмиссиях комбайнов (обычно 6—7 гц), тип характеристики привода не существен, и снижение амплитуды этих нагрузок не может быть достигнуто за счет привода.

Таким образом, предполагаемые преимущества регулируемого привода при более глубоком рассмотрении в большинстве случаев оказываются мнимыми, а целесообразность применения регулируемого привода ради тех действительно положительных качеств, которыми он обладает (например, плавный пуск), далеко не очевидна.

Следует указать также на явные недостатки, которые присущи предлагаемому типу регулируемого привода:

1. Значительное увеличение (примерно в 1,5 раза) общей массы электропривода и площади для его размещения на штреке или на комбайне по сравнению с обычным асинхронным приводом.

2. Значительное усложнение привода и увеличение его стоимости. Стоимость тиристорных преобразователей в общепромышленном исполнении примерно в 20 раз превышает стоимость питаемого двигателя. Стоимость взрывобезопасных преобразователей будет еще более значительна.

3. Органическим недостатком двигателей повышенной частоты является также значительное увеличение их скорости вращения, достигающей 2500—6000 об/мин (при частоте 85—200 гц), что создает трудности при конструировании редукторов приводов исполнительных органов комбайнов, габариты которых, в свою очередь, также ограничены.

Следует также отметить, что применение регулируемых приводов, в том числе и приводов переменного тока, не решает проблему электроснабжения перспективных мощных за-

бойных машин, так как не увеличивает пропускную способность шахтных сетей. Вследствие этого решение большого комплекса вопросов по повышению частоты и ее регулированию не устраняет необходимости в применении более высоких номинальных напряжений. В частности, исследования, проведенные в МГИ по вопросам электроснабжения шахты будущего, показали, что при применении регулируемого привода перспективных забойных машин рабочее напряжение участковых сетей целесообразно повысить до 2000 В.

Необходимо также отметить, что применение повышенной частоты приведет к изменению условий работы шахтных кабельных сетей и средств их защиты: повышению индуктивного сопротивления кабелей, следовательно, увеличению потерь напряжения, возрастанию токов утечки и т. д. Все эти обстоятельства неблагоприятны для шахтных сетей. Однако теоретическая проработка этих вопросов в настоящее время отсутствует. Не изучены также вопросы работы тиристорных преобразователей в специфических условиях шахтных сетей.

Все изложенное позволяет заключить, что работы по созданию частотно-регулируемого электропривода забойных машин в настоящее время следует проводить лишь в плане научных исследований с целью выявления эффективности и возможной области его применения с учетом всего комплекса взаимосвязанных вопросов.

До настоящего времени целесообразность применения регулируемого привода угольных комбайнов его сторонниками, к сожалению, технико-экономически не обоснована. Без подобного обоснования работы по созданию частотно-регулируемого привода пока не должны выходить за рамки теоретических и лабораторно-экспериментальных исследований.

Главным направлением в развитии электропривода угольных комбайнов в настоящее время следует считать создание мощного регулируемого электропривода с двигателями мощностью в единице до 250—315 кВт, а также шахтных систем электроснабжения, обеспечивающих эффективное их использование.



## ОТВЕТ АВТОРА

В 1963 г. В. С. Тулин писал (15)<sup>1</sup>: «Системой регулируемого электропривода, пригодной для разрушения угля и слабых горных пород, является электропривод постоянного тока, регулируемый при постоянной мощности ... Скоро можно вернуться к рассмотрению обсуждаемого вопроса на основе опыта промышленного испытания комбайна с электроприводом постоянного тока».

Этот момент наступил.

А. И. Берон и Е. З. Позин утверждали (21), что на комбайне с двигателем постоянного тока «... производительность увеличивается на 30—50% по сравнению с минимальным вариантом» и что «проводящиеся в настоящее время работы по созданию промышленных образцов регулируемого привода позволяют осуществить этот вид автоматического регулирования».

Работы по приводу постоянного тока, законченные в 1965 г., не получили развития. В. С. Тулин и Э. Г. Краус стали сторонниками режима постоянной производительности (р. п. п.) на базе тиристорных приводов постоянного и переменного тока. В. А. Ульшин рекомендует комбинацию р. п. п. и минимального варианта (система «САДУ»). А. И. Берон и Е. З. Позин утверждают, что они проверяли «параметрическую стабилизацию», а не привод, но не согласны с оценкой привода постоянного тока и защиты от опрокидываний.

Рассмотрим важнейшие аспекты обсуждаемой проблемы. Привод постоянного тока. 1. Сравнение было проведено с допущениями в пользу двигателя постоянного тока. При одинаковой высоте и учете уменьшения мощности на низких скоростях вращения с большими моментами сопротивления [Л. 8] двигатели постоянного и переменного тока вообще не сопоставимы ни при  $P = \text{const}$  [как было в об-

суждаемой статье и в (21)], ни при  $PB = \text{const}$  (как сравнивали А. И. Берон и Е. З. Позин). Поэтому эквивалентный коэффициент уменьшения мощности  $k_y < 0,5$  и комбайн 1К-52ШЭ, предназначавшийся для крепких углей, непригоден для этих условий. Его нагрузка не превышала 110 кВт, а уголь был мягким.

2. Был испытан еще один комбайн с тиристорным приводом постоянного тока. Оказывается, что динамика пуска и резкого стопорения, положительно оцененная В. С. Тулиным, исследовалась путем измерения механических напряжений в деталях комбайна, работающего не в лаве и на углецементном блоке, а на заводе «Динамо» — на макете, а также на установке с реальным электродвигателем, и косвенным путем — по кривым тока. Испытания на углецементном блоке были выполнены без определенной методики в режиме: производительность — 2—5 т/мин, т. е.  $v_n = \text{var}$ , средняя толщина среза показана в пределах 4—7 см (и это при вылете реза 6,5 см). Промышленные испытания комбайна в шахте «Октябрьская» комбината «Донецкуголь» были кратковременными, они не закончены и не возобновлялись.

3. Учитывая непостоянство греющих потерь и теплоотдачи для двигателя постоянного тока в режиме  $P = \text{const}$ ,  $M = \text{var}$ ,  $n = \text{var}$ , следует принимать в формуле (2) значение  $k \approx 1,15$ . При интенсивной работе комбайна с высокой скоростью подачи, что характерно для передовых лав, период работы на самых крепких участках лавы не превышает 15÷45 мин. При этом превышение температуры обмоток незначительно больше, чем превышение при равномерной сопротивляемости разрушению. По этой причине с учетом рис. 1 замечание о выборе мощности двигателя по самому крепкому уголю относится только к приводу постоянного тока.

4. Момент инерции короткозамкнутого ротора, если это нужно, может быть увеличен с помощью маховика.

<sup>1</sup> В круглых скобках отмечены источники, приведенные в обсуждаемой статье («Электричество», 1970, № 2).



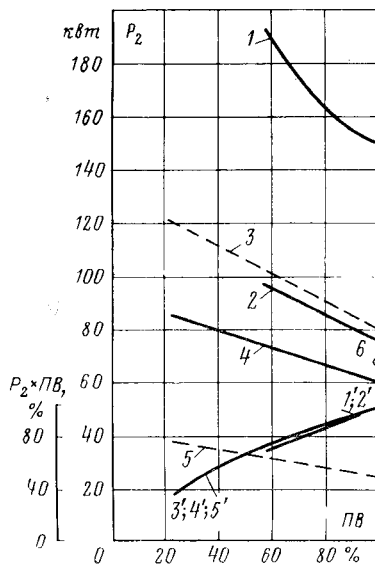


Рис. 1. Характеристики повторно-кратковременных режимов работы для врубоводвигателей высотой  $H=500$  мм с непрерывным водяным охлаждением в интервале от длительной до часовой мощности при продолжительности цикла 30 мин.  
1 —  $P_2=\Phi_1$  (ПВ) для асинхронного двигателя ЭКВ-500/12,  $n_0=1500$  об/мин, выпуска 1963 г.; 2 —  $P_2=\Phi_2$  (ПВ) для  $n=1430$  об/мин при коэффициенте уменьшения мощности относительно двигателя ЭКВ-500/12  $k_n=0,5$ ; 3, 4, 5 — для двигателя постоянного тока ЭКВП-520/80 соответственно при  $n=2100, 1430, 700$  об/мин; 6 — то же, второй вариант при  $n=1430$  об/мин; 1', 2', 3', 4', 5' — зависимости  $(P_2 \times \text{ПВ})=\Phi$  (ПВ) для характеристик 1, 2, 3, 4, 5.

5. По условиям коммутации предельные параметры привода постоянного тока ( $H=500$  мм): вращающий момент 140—175 кгс·м, рабочее напряжение 500 в.

Тиристорный привод переменного тока. Этот вопрос подробно изложен в статье В. Н. Хорина, Н. Ф. Шишкина, А. Г. Фролова, В. В. Школяренко и И. Н. Дарыкина.

Привод с синхронным двигателем. Врубоводкомбайновые двигатели высотой 400 мм имеют односторонний воздушный зазор 0,9—1,0 мм. Случаи задевания ротора за статор прекратились [Л. 9], поэтому не следует усложнять привод и снижать его мощность применением синхронных двигателей.

Надежность. По материалам [Л. 9] и другим данным прекратились отказы, обусловленные повреждениями электродвигателей и зубчатых передач. Тяговые цепи, лемехи, лыжи повреждаются и на комбайнах с регулируемым приводом [Л. 8].

Перегрузочная способность и защита от опрокидываний. Рассмотрим основные аспекты этой центральной проблемы.

1. Известно, что необходимая перегрузочная способность определяется изменчивостью сопротивления резанию и профилем стружки, зависящим от соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{f_{п.п}} &> \frac{l_z}{v_p} \\ \text{или} \\ v_p T_{п.п} &\leq l_z, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $f_{п.п}$  — средняя арифметическая частота пульсаций скорости подачи;  $T_{п.п}$  — период, соответствующий  $f_{п.п}$ ;  $l_z$  — расстояние между резами одной линии резания;  $v_p$  — скорость резания.

На первых комбайнах типа «Донбасс» соотношение (1) выполнялось наиболее благоприятно: правая часть равна левой. Это позволило не рекомендовать нереальную в то время  $k_n=2,0$ —2,5 и ограничиться величиной  $k_n \geq 1,3$ —1,6.

На большинстве современных комбайнов  $f_{п.п}$  определяется массой машины и жесткостью тяговой цепи. При неблагоприятном соотношении (1), когда левая часть больше правой, устойчивая работа возможна только при  $k_n=2,0$ —2,5 (комбайны ИК-52Ш и др.). В промежуточных случаях, когда в (1) левая часть меньше правой (ИК-58М с одним резом в линии резания и др.), достаточно иметь  $k_n=1,4$ —1,6.

Сглаживание пульсаций скорости подачи, улучшение соотношения (1) и защита от опрокидываний позволяют существенно увеличить устойчивую нагрузку при постоянном моменте  $M_{к.п.}$ . Именно таким образом трактовалась работа (12), касающаяся защиты от опрокидываний. Так, в статье принято  $k_n=M_{к.п.}/M_c$ , где  $M_c$  — момент сопротивления, возрастающий при уменьшении  $k_n$ . Игнорируя это, некоторые оппоненты ре-

шили, что низкое значение  $k_n$  — это низкий момент  $M_{к.п.}$ . В действительности, с уменьшением  $k_n$  при  $M_{к.п.}=\text{const}$  увеличивается коэффициент использования критического момента  $k_n=1:k_n$ , но не происходит уменьшения  $M_{к.п.}$ , поэтому критика А. П. Гринберга не относится к обсуждаемой статье. По ограниченности учитываемых факторов эта статья не может рассматриваться и как попытка установления значения  $k_n$  для регулируемых электроприводов.

2. Несмотря на значительное уменьшение критического момента в маломощных участковых сетях, фактические устойчивые нагрузки при напряжении 660 в, достигающие 150—190 кВт, даже без защиты от опрокидываний, обеспечивают полное использование мощности электродвигателей (80—120 кВт в режиме S1 и 115—145 кВт в режиме S2=60 при наружном обдуве; 120—180 кВт в режиме S1 при водяном охлаждении) и гибких кабелей по нагреву. А это главное в рассматриваемой проблеме.

3. Результаты (12) представляются достаточно убедительными ( $k_n=1,25$ —1,30;  $k_m=0,80$ —0,77). Минимальные значения скорости подачи, регулируемые током отпущения защиты, были близки к средним, что обеспечивало отсутствие механических перенапряжений.

Автор обсуждаемой статьи полагает, что критика В. А. Ульшина во многом обусловлена различием в терминологии. В [Л. 10] комбинация р. п. л. с «минимальным вариантом» рекомендовалась как «переулируемый» электропривод с защитой от опрокидываний. В. А. Ульшин считает, что это «регулируемый» привод. Кроме того, автор считает такую комбинацию переходным этапом на пути к системе, в которой защита будет срабатывать изредка или совсем не потребуются. В. А. Ульшин, по-видимому, рассматривает ее в неизменном состоянии.

Вообще же статья В. А. Ульшина кое в чем подкрепляет обсуждаемую работу. Она подтверждает возможность работы с защитой от опрокидываний при  $k_n=1,4$ —1,5;  $k_m=0,715 \div 0,665$ . И это — для существующих комбайнов с неблагоприятным соотношением (1). Поэтому данные работы (12) для комбайна «Донбасс» представляются достоверными.

В рассматриваемой статье для работы с защитой от опрокидываний было принято  $k_n=1,5$  в соответствии с параметрами электроприводов выпуска 1963—1966 гг.

Кроме того, эти материалы подтверждают, что в необходимых случаях рассматриваемая защита может работать непрерывно в течение продолжительного времени. Все же следует стремиться к сокращению времени ее работы, а впоследствии — к полному прекращению ее действия. С этой целью следует продолжать работы по увеличению устойчивой мощности другими путями, в том числе увеличением критических вращающих моментов.

Рассмотрим рекомендуемые режимы защиты.

Если при увеличении  $A_B$  не уменьшить скорость подачи, момент сопротивления превысит максимальный момент двигателя  $M_{к.п.}$  и наступит опрокидывание (рис. 2, а). Рис. 2, б иллюстрирует предотвращение опрокидывания при ручном уп-

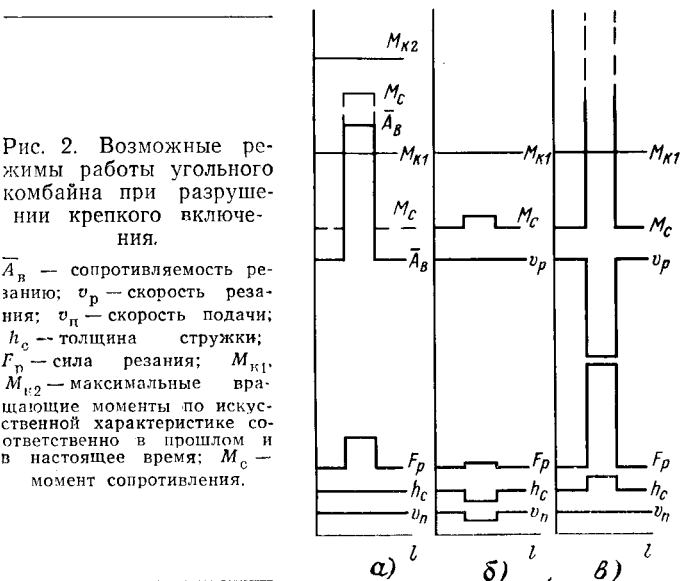


Рис. 2. Возможные режимы работы угольного комбайна при разрушении крепкого включения.

$A_B$  — сопротивляемость резанию;  $v_p$  — скорость резания;  $v_n$  — скорость подачи;  $h_c$  — толщина стружки;  $F_p$  — сила резания;  $M_{к.п.}$ ,  $M_{к.2}$  — максимальные вращающие моменты по искусственной характеристике соответственно в прошлом и в настоящее время;  $M_c$  — момент сопротивления.

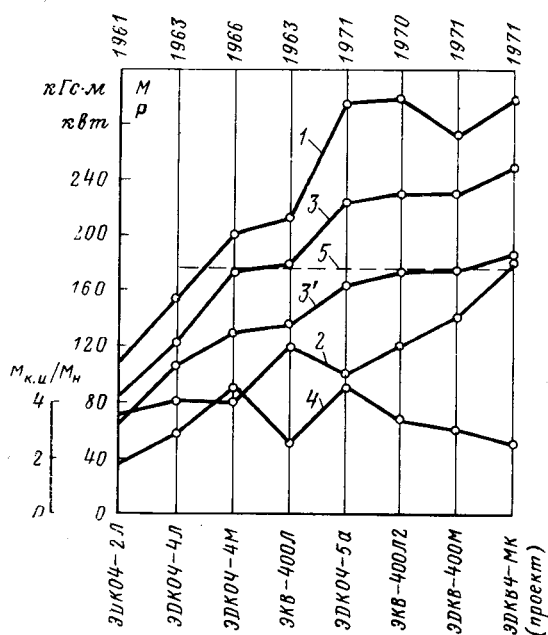


Рис. 3. Параметры врубовокомбайновых электродвигателей.

1 — максимальные вращающие моменты по естественной механической характеристике ( $M_k$ ); 2 — мощности в продолжительном режиме; 3 — достижимые значения максимальных вращающих моментов по искусственной механической характеристике ( $M_{k,у}$ ) при питании от мало-мощной участковой сети и соответствующие им устойчивые нагрузки, определенные для  $k_n=1,5$ ; 3' — то же при  $k_n=2$ ; 4 — кратности  $\frac{M_{k,у}}{M_n}$ ,

где  $M_n$  — вращающий момент при работе с длительной мощностью; 5 — предельная, допускаемая по условиям нагрева нагрузка гибких шахтных кабелей с сечением рабочей жилы 50 мм<sup>2</sup>.

равлении и автоматической защите по Ю. Г. Веснину (12), В. С. Тулину и В. А. Ульшину; рис. 2,в — недопустимый режим защиты по Э. Г. Краусу. В настоящее время максимальные вращающие моменты увеличились ( $M_{k2}$ ), что позволяет в большинстве случаев реализовать р. п. п.

Остальные замечания оппонентов не базируются на анализе всей динамической системы, опыте эксплуатации и отпали бы при ознакомлении с работой (12 и др.).

Режим постоянной производительности. Такой режим, предусматривается в проектах, на планах работы лав, к нему стремятся производственники. Они первые реализовали р. п. п. на самых мягких углях в начале внедрения угольных комбайнов (1948—1950 гг.). Рациональные режимы резания [ $h_c=h_k=\text{const}$ , ( $v_p:v_n$ )<sub>опт</sub>] сформулированы еще в 1941 г. (П. Ф. Шишков). Были и машины с одной скоростью подачи. Автор видит свою роль только в установлении терминологии [Л. 12], обосновании и пропаганде р. п. п.

Каково положение в настоящее время?

Ворошиловградский филиал института «Гипроуглеавтоматизация» испытал семь комбайнов, оборудованных по системе «САДУ». Из них в р. п. п., когда система «САДУ» не действовала, работали: пять — полностью, один — только при работе сверху вниз: это составляет 78,5% всех режимов и 33,3% режимов работы на углях с сопротивляемостью разрушению

$A_B=200-275$  кгс/см. Двигатели были устаревшими и питались от сети 380 в.

Аналогичные системы (ИПИР) разработаны «Автоматгормашем». Таким образом, комбинированная система, которую О. И. Суржко полагает новой и считает возможным реализовать только в схемах с тиристорным управлением, работает на приводах промышленной частоты и выпускается серийно.

По данным [Л. 11] «...при двигателях с  $M_k=200-220$  кгс·м (р. п. п. — Н. К.) осуществим в первую очередь при выемке относительно некрепких углей ( $A \leq 180$  кгс/см) с незначительной колеблемостью сопротивляемости угля резанию  $v=0,2-0,3$ ... опрокидывания двигателя хотя и будут редкими но... не исключаются. Поэтому для их ликвидации целесообразно использовать ... защиту ... релейного типа (12)»...

Добавим, что  $M_k=200-224$  кгс·м соответствует уровню 1963—1966 гг. Шахтопласты, где на комбайнах с такими двигателями признан возможным р. п. п., составляют до 50—60% общего их количества (см. классификацию ИГД им. А. А. Скочинского на 1970 г.).

И далее [Л. 11]: «при применении асинхронных двигателей достаточной мощности может быть осуществлен вариант поддержания производительности на заданном оптимальном уровне»... Такой эффект один из оппонентов (Е. З. Позин) считает осуществимым на комбайнах с налаженным режимом резания.

Новые разработки в большинстве лав (рис. 3) позволяют осуществить р. п. п. при максимально возможной скорости подачи, что примерно соответствует рациональному режиму резания или (при полной загрузке) конвейера. В сетях 660 в это возможно на всех шахтопластах с  $A \leq 240$  кгс/см, что составляет 90% общего их количества. В сетях 1140—3000 в р. п. п. возможен везде, где он целесообразен. Нагрузка может быть близкой к длительной мощности двигателя, а величина ПВ — к 80—85%, что уже достигнуто в лучших лавах (см. журналы «Уголь» и др., а также зарубежные данные). В этом режиме коэффициент использования двигателя, определяемый произведением  $P_{\Sigma} \times \text{ПВ}$  (рис. 4), достаточно велик.

Для полной реализации р. п. п. необходимы комбайны с регулируемой скоростью подачи, что позволяет иметь необходимые ее уставки в различных условиях, и с несколькими скоростями резания. Такие комбайны описаны в статье А. И. Берона, Е. З. Позина и др. (13).

Рациональные режимы резания внедряются неудовлетворительно. Даже серийные комбайны ККП с  $v_p:v_n=\text{const}$  и пневмодвигателем, имевшим мягкую механическую характеристику, работали не в оптимальном режиме. Образцом в этом отношении является построенный на этом же принципе один комбайн 1К-52ШЭ (21), который налаживался бригадой специалистов высшей квалификации. При серийном выпуске этих комбайнов их режимы разрушения не были бы оптимальными.

Здесь, несомненно, оказалась преждевременная и необоснованная пропаганда регулируемого привода.

**Вывод.** В современных условиях наилучшие результаты обеспечивает применение в качестве главного привода короткозамкнутого двигателя на 660—1140—3000 в, обеспечивающего преимущественное распространение наиболее эффективного режима постоянной производительности. Роль защиты в этом режиме уже сейчас может быть сведена к ликвидации редких опрокидываний. В перспективе ожидается создание машин, рассчитанных на преодоление возможных перегрузок.

Н. А. Киклевич

#### ОТ РЕДАКЦИИ

Редакция благодарит всех авторов, принявших участие в дискуссии по статье Н. А. Киклевича «Электропривод угольных комбайнов в современных условиях» («Электричество», 1970, № 2), и надеется, что Министерства угольной и электротехнической промышленности СССР учтут высказанные в дискуссии соображения о дальнейшем развитии и применении как регулируемого, так и нерегулируемого электроприводов для угольных комбайнов.



## ТЕРМИНОЛОГИЯ ПО НАДЕЖНОСТИ В ЭНЕРГЕТИКЕ

(Статья Ф. И. Синьчугова, «Электричество», 1972, № 7)

Инж. В. А. ТУФАНОВ

Москва

Статья [Л. 1] посвящена актуальному вопросу, необходимость правильного разрешения которого давно назрела. Отсутствие единой терминологии и соответствующей ей системы определений является значительным препятствием развитию теории и практики надежности в энергетике. Во все увеличивающемся количестве публикаций в этой области из-за отсутствия единой терминологии и определений нередко возникают разночтения и даже серьезные ошибки. Причиной последних является также неправильное использование аппарата теории вероятностей и случайных процессов, возникающее из-за отсутствия четкого вероятностного смысла показателей надежности, используемых некоторыми авторами.

Издание ГОСТ 13377—67 на основные термины в области надежности [Л. 2] несомненно сыграло свою положительную роль, и большинство предложенных в нем терминов и определений доказали свою жизнеспособность. Но являясь наиболее общей системой терминов по надежности в технике, данный ГОСТ уже в силу этого не может отразить специфику всех отраслей техники. При этом следует отметить, что он все же несет на себе отпечаток ведомственности, обусловленной наиболее развитыми в то время работами в радиоэлектронике и автоматике и ориентирован в основном на изделие, а не на большую постоянно функционирующую и развивающуюся систему.

Однако изложенная в [Л. 1] специфика энергетики как отрасли не является исчерпывающе полной и в основном все же учтена в ГОСТ:

изделие по ГОСТ определяется как элемент или система; ГОСТ учитывает специфику неремонтируемых и ремонтируемых установок и устройств.

Не вызывает сомнений необходимость и правильность замены термина «изделие», так как практически во всех областях техники оперируют понятиями «элемент» и «система», хотя само определение системы в таком виде приводить не следовало бы. Следует согласиться с предлагаемым в [Л. 1] дополнением о классификации составных элементов (систем).

Уточнения определения термина «наработка» не противоречат ГОСТ, но практически не вносят ничего нового, так как и ГОСТ раскрывает этот термин как общий для неремонтируемых и ремонтируемых элементов (см. примечание к п. 5 ГОСТ 13377—67). Далее автор [Л. 1], основываясь на общности определения термина «наработка», предлагает пользоваться общими формулами для определения показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов (систем).

Следует заметить, что деление на невосстанавливаемые и восстанавливаемые элементы условно и не определяется возможностью или целесообразностью его ремонта, а зависит от специфики решаемой задачи. Предлагаемая общность показателей надежности противоречит ГОСТ и является принципиально неправильной, так как в энергетике существуют различные классы задач, где применяются и будут применяться характеристики надежности как невосстанавливаемых, так и восстанавливаемых элементов (например, определение срока службы трансформатора по условиям старения изоляции, вопросы схемной надежности и т. п.).

Определение показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов (систем) базируется на различных разделах теории вероятностей. Если в первом случае показатели суть характеристики случайной величины или отношения этих характеристик, то полное и точное описание восстанавливаемых элементов может быть получено только привлечением аппарата теории случайных процессов (потоков событий).

В [Л. 1] предложено усреднять в интервале «наработки» частоту отказов (плотность вероятности отказа в этом интервале) и эта характеристика названа «средней частотой отказов». Вследствие такого усреднения автор [Л. 1] приходит к новому основному виду распределения, так как постоянной в интервале наработки на отказ плотности вероятности будет соответствовать не экспоненциальное, а равномерное распределение. Такой итог получает автор [Л. 1], отказываясь от разделения показателей надежности. Заметим, что усреднение плотности вероятности в интервале наработки неправомерно, так как приводит к исчезновению истинных характеристик этого интервала, являющегося случайной величиной.

Автор [Л. 1] использовал для плотности вероятности обозначение  $\lambda(t)$  (формулы 7 и 8), хотя это обозначение в ГОСТ и большинстве публикаций по вопросам надежности в СССР и за рубежом применяется для интенсивности (опасности)

отказа, т. е. для отношения  $\frac{p'(t)}{p(t)}$ . Интенсивность отказов

в [Л. 1] получила обозначение  $\mu(t)$ , которое обычно используется для интенсивности восстановления. Эти замены обозначений совершенно не оправданы и могут привести к дополнительным недоразумениям.

Уравнением (12) автор [Л. 1], не противореча ГОСТ, связывает интенсивность и частоту отказов, а несколько ниже необоснованно утверждает, что для восстанавливаемых эле-

## ЛИТЕРАТУРА

1. Киклевич Н. А., Электропривод угольных комбайнов в современных условиях, «Электричество», 1970, № 2.
2. Тулин В. С., По поводу статьи Н. А. Киклевича «Электропривод угольных комбайнов в современных условиях», «Электричество», 1970, № 2.
3. Берон А. И. и др., Определение нагрузки двигателей очистных комбайнов в связи с изменчивостью свойств угля в забое, «Уголь», 1969, № 3.
4. Берон А. И. и Позин Е. З., Принцип автоматического регулирования режимов работы угледобывающих машин, «Уголь», 1963, № 1.
5. Берон А. И. и др., Шахтные испытания выемочного комбайна с автоматическим поддержанием оптимальных режимов работы, «Уголь», 1967, № 10.
6. Хорин В. Н. и Фролов А. Г., Рецензия на сб. «Оптимизация режимов работы исполнительных органов угледобывающих машин», «Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых», 1970, № 3.
7. Берон А. И. и др., Результаты исследования экспери-

ментальной угледобывающей машины с автоматическим регулированием скоростей резания и подачи, «Уголь», 1966, № 4.

8. Крюков И. В., Зенченко В. В. и Траубе Е. С., Промышленные испытания автоматизированного привода комбайна ИК-52ПЭ, работающего по принципу параметрической стабилизации, «Уголь Украины», 1970, № 9.

9. Топчиев А. В. и др., Надежность горных машин и комплексов, изд-во «Недра», 1968.

10. Киклевич Н. А., Анализ основных принципов и эффективности автоматизации режимов работы машин для выемки угля, сб. «Вопросы горной электротехники и автоматики», Госгортехиздат, 1963, № 13.

11. Позин Е. З. и др., О способах поддержания оптимальных режимов работы очистных комбайнов с асинхронным приводом, «Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых», 1971, № 1.

12. Киклевич Н. А., Эффективность автоматизации режимов работы врубовых машин и угольных комбайнов, сб. «Автоматизация в угольной промышленности», Углетехиздат, 1957.

ментов эти показатели совпадают, не обращая внимания на то, что при справедливости такого утверждения из (12) следовало бы тождественное равенство  $p(t) \equiv 1$  при любом  $t$ . Предлагаемые в [Л. 1] определения частоты и интенсивности не могут быть применены к восстанавливаемым элементам, так как это характеристики одной случайной величины, а не системы случайных величин.

Для восстанавливаемых элементов (систем) основным показателем является параметр потока (средняя частота) <sup>1</sup> отказов, который представляет безусловную вероятность отказа на интервале  $[t, t+\Delta t]$  при  $\Delta t \rightarrow 0$  и определяется как сумма плотностей распределения интервалов  $[0, t_n]$  между отказами:

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t).$$

Из этой формулы явно выступает разница в определениях «средней частоты», предлагаемой в [Л. 1] и общепринятым в теории надежности. В [Л. 2 и 6], на которую ссылается автор, приводятся иные формулы для определения этого показателя, которые вытекают из основного его определения, как среднего числа отказов за единицу времени, начинающуюся в момент  $t$ . В ГОСТ приведена формула (29), основанная на этом определении.

Недостаточно обоснована на наш взгляд попытка автора [Л. 1] отказаться от терминов «коэффициент готовности» и «коэффициент технического использования», так как они вполне применимы для элементов, отказ которых приводит к поте-

<sup>1</sup> Этот термин не рекомендован ГОСТ, но во многих изданиях, вышедших после ГОСТ, сохранился.

ре 100% пропускной способности, например, трехфазных кабелей, трансформаторов при устойчивом повреждении.

Введение понятия «состояние» и «вероятность нахождения элемента в данном состоянии» следует признать целесообразным, но утверждение автора [Л. 1], что вероятность данного состояния не связана с определенным моментом времени, не верно, так как при  $T=0$  в зависимости от начальных условий эта вероятность равна 0 или 1 и с ростом  $T$  приближается к своему установившемуся значению, определяемому по формуле (14) обсуждаемой статьи; т. е. формула (14) справедлива при достаточно больших значениях  $T$ . В задачах надежности, в их режимной или диспетчерской постановке, когда  $T$  измеряется часами или сутками, следует определять этот показатель как функцию времени с учетом начальных условий, как это принято при определении нестационарного коэффициента готовности.

**Вывод.** К ГОСТ 13377—67 необходимо было бы дать специальное дополнение, отражающее задачи энергетики и учитывающее основную терминологию по энергетике. В этом смысле замечания [Л. 1] вполне своевременны. Однако содержащиеся в [Л. 1] предложения не все могут быть приняты, и для создания упомянутого дополнения надо провести большую работу, в которой могут быть учтены некоторые соображения [Л. 1], тщательно пересмотренные и откорректированные.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Синьчугов Ф. И., Терминология по надежности в энергетике, «Электричество», 1972, № 7.
2. ГОСТ 13377—67, Надежность в технике, Термины



**А. В. МЯСНИКОВ**

Москва

**Е. М. ЧЕРВОННЫЙ**

Горький

Вопросам надежности в электроэнергетике в настоящее время уделяется большое внимание. В научно-технической литературе публикуется большое количество работ, посвященных методам технико-экономического обоснования принимаемых решений по условию надежности, вопросам сбора и обработки статистических данных о надежности работы электроэнергетического оборудования. Изучение этих материалов встречает иногда существенные трудности, так как авторы публикаций используют различную терминологию.

Некоторое облегчение внесло появление ГОСТ 13377—67 «Надежность в технике. Термины», однако он охватывает только основные термины и не учитывает специфики отдельных отраслей народного хозяйства.

В настоящее время уже можно сделать выводы по опыту применения этого ГОСТ в электроэнергетике. Большинство из терминов принятого ГОСТ соответствует поставленным задачам и их методам решения.

Отдельные термины требуют уточнения и пояснений. Например, в ГОСТ приводится термин «среднее время восстановления» и в то же время отсутствует термин «восстановление».

Имеются термины, которые непонятны для неспециалистов в области надежности и заменяют уже установившиеся, общепринятые. Например, «параметр потока отказов». Этим термином мы вынуждены заменить широко применяемый энергетиками и общепонятный термин «удельная повреждаемость». Представляется целесообразным сохранить этот термин наряду с термином «параметр потока отказов».

Поэтому вполне своевременно предложение Ф. И. Синьчугова пересмотреть некоторые положения ГОСТ и разработать ведомственную нормаль на основные термины надежности в энергетике.

Некоторые положения статьи Ф. И. Синьчугова весьма категоричны и спорны и не со всеми из них можно согласиться. Например, в статье предлагается дать общее определение «наработки на отказ» как для восстанавливаемых, так и для невосстанавливаемых элементов. Нарботкой на отказ предлагается считать интервал времени «с момента перехода элемента из состояния, при котором не расходуется ресурс, в состояние, при котором расходуется ресурс, до момента отказа». Для невосстанавливаемых элементов это четкое и конкретное определение. Для восстанавливаемых элементов дело обстоит иначе.

Ресурс элемента с восстановлением не расходуется до нуля (до отказа) и периодически восполняется при проведении планово-профилактических или капитальных ремонтов. Притом ресурс может быть выражен не только в единицах времени, но и в числе коммутационных операций (например, для выключателя) или других единицах.

Следовательно, в предположении Ф. И. Синьчугова не достаточно четко оговорено, что рассматривать за ресурс восстанавливаемого элемента и как его определять.

Вызывает также сомнение предложение заменить единым термином «частота отказов» два термина — «параметр потока отказов» и «интенсивность отказов», так как разделение этих терминов обосновано в примечаниях ГОСТ.

Необходимость разделения основных показателей надежности для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий достаточно четко обоснована в [Л. 2 и 6] обсуждаемой статьи.

Предложения Ф. И. Синьчугова о замене некоторых терминов ГОСТ, вводе дополнительных представляются целесообразными.



## ПЕТР НИКОЛАЕВИЧ ЛИСТОВ

(к 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения академика ВАСХНИЛ, доктора технических наук, профессора Петра Николаевича Листова — академика — секретаря Отделения механизации и электрификации сельского хозяйства Всесоюзной Академии сельскохозяйственных наук имени В. И. Ленина.

П. Н. Листов получил высшее агрономическое и инженерное образование. Свои знания и практический опыт он направил на решение крупных проблем электрификации сельского хозяйства, которым посвятил около 40 лет своей научной и педагогической деятельности.

Под руководством и при участии П. Н. Листова выполнены важные исследования в области применения электрической энергии для мобильных процессов в растениеводстве. Он руководил созданием конструкций первых в нашей стране электрических тракторов и комбайнов, разработал методику лабораторных и хозяйственных испытаний этих машин, показал необходимость применения и усовершенствовал кабельный способ питания мобильных электроагрегатов. Большое значение имел выполненный им технико-экономический анализ условий оптимального применения электрифицированных мобильных агрегатов



в условиях крупного социалистического сельскохозяйственного производства.

П. Н. Листов явился инициатором создания в ТСХА кафедры «Применение электроэнергии в сельском хозяйстве»

и вот уже на протяжении 23 лет руководит ее работой, читает курс лекций по электрификации сельского хозяйства, организует широкие научные исследования по новым направлениям применения электрической энергии в растениеводстве.

Под его руководством во Всесоюзном научно-исследовательском институте электрификации сельского хозяйства ведутся поиски способов обмолота зерновых культур с помощью энергии искровых электрических разрядов.

П. Н. Листовым опубликовано более 150 научных работ, несколько учебников для вузов, техникумов и технических училищ. Он член ученых Советов ТСХА и ряда институтов.

Большую научно-практическую работу Петр Николаевич Листов успешно сочетает с активным участием в жизни энергетической общественности, являясь заместителем председателя экспертной комиссии ВАК и членом бюро секции электрификации сельского хозяйства НТО энергетики и электротехнической промышленности, главным редактором научно-производственного журнала «Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства».

*Группа товарищей*



## Г. С. АРОНЗОН

Скончался доктор технических наук, профессор Гавриил Семенович (Зельманович) Аронзон.

Г. С. Аронзон родился 2 мая 1910 г. в Минске в семье служащего. В 1931 г. он окончил Московский электромашиностроительный институт, а в 1935 г. (экстерном) — механико-математический факультет МГУ.

В 1938 г. после успешной защиты диссертации Г. С. Аронзону была присвоена ученая степень кандидата технических наук, а затем ученое звание доцента. В 1945 г. он успешно защитил докторскую диссертацию.

В 1948 г. Г. С. Аронзон был избран по конкурсу на должность заведующего кафедрой электротехники и электрооборудования Московского автомобильно-дорожного института. В 1963 г. Гавриил Семенович перешел на работу в Московский институт электронного машиностроения, где работал до последних дней своей жизни.

С 1938 по 1940 г. Г. С. Аронзон работал по совместительству старшим



научным сотрудником в Энергетическом институте им Г. М. Кржижановского, а с 1946 по 1949 г. — во Всесоюзном заочном электротехническом институте связи.

Круг его научных интересов — разработка новых методов расчета электромагнитных полей. Его многочисленные печатные труды опубликованы в изданиях Академии наук СССР и другой периодической печати и нашли практическое применение при расчете и проектировании различных электротехнических установок.

Г. С. Аронзон много сил и энергии отдал делу воспитания молодых кадров научных работников. Широкая эрудиция, глубокие теоретические знания, активное участие в общественной жизни снискали ему уважение всех, кому приходилось с ним работать.

Родина высоко оценила трудовые заслуги Г. С. Аронзона, наградив его орденом Трудового Красного Знамени и медалями.

*Группа товарищей*

# 

С 13 по 15 октября 1971 г. в Москве проходило I Всесоюзное научно-техническое совещание по применению ферромагнитных устройств в энергетических системах. Совещание было организовано Научным советом Главпроект Министрства энергетики и электрификации СССР, Научным Советом по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики отделения физико-технических проблем энергетики Академии наук СССР, Энергетическим институтом им. Г. М. Кржижановского, Центральным и Московским областными правлениями НТО энергетики и электротехнической промышленности, ВДНХ СССР.

Цель совещания заключалась в анализе и обобщении результатов исследований по использованию ферромагнитных устройств энергетического назначения, обсуждении проектов и опытно-промышленных установок конкретных объектов, обсуждении перспектив развития проблемы и выработке соответствующих рекомендаций.

На совещании было заслушано и обсуждено 36 докладов и сообщений. В них рассматривались характеристики и параметры ферромагнитных устройств, вопросы повышения устойчивости энергетических систем и пропускной способности передач переменного тока, вопросы регулирования и стабилизации напряжения, вопросы ограничения токов короткого замыкания, высшие гармоники и средства их подавления.

Со вступительным словом выступил академик Л. Р. Нейман, который дал общую характеристику проблемы применения ферромагнитных устройств в энергетических системах и подчеркнул необходимость принципиально новых решений ряда научно-технических задач для создания высокоэкономичных дальних электропередач сверхвысокого напряжения.

Докладчики М. С. Либкинд и С. А. Совалов рассмотрели различные задачи управления потоками электрической энергии в сетях энергосистем и показали, что эти задачи могут быть решены путем использования автоматически управляемых ферромагнитных устройств. Было отмечено, что в некоторых случаях целесообразно применять неуправляемые устройства с нелинейной характеристикой намагничивания.

В докладах Б. Б. Гельперина и А. И. Майзеля, В. Ю. Авруха, Н. М. Портнова и А. К. Черновца были освещены вопросы разработки управляемых реакторов большой мощности. Приведены удельные показатели для однофазных стержневых реакторов с продольным (0,8 Мва, 10 кв) и поперечным (0,55 Мва, 35 кв) подмагничиванием и для трехфазных реакторов с вращающимся магнитным полем (25 Мва, 10 кв и 100—300 Мва, 35 кв).

Результаты исследований по автоматическому регулированию управляемых реакторов приведены в докладе С. Р. Глинтерника, Г. В. Михневича, В. М. Фиалкова. Подчеркивается, что структура системы регулирования управляемых реакторов во многом предопределяет эффективность их использования. Показано, что автоматически регулируемые управляемые реакторы позволяют существенно повысить статическую и динамическую устойчивость дальних передач и улучшить показатели качества переходных процессов в узлах нагрузки.

С интересом был встречен доклад В. А. Веникова и др. о перспективах создания управляемых электропередач повышенной пропускной способности. Докладчики сформулировали

требования к элементам управляемых передач и рассмотрели устройства, позволяющие создать такие передачи.

В докладе А. С. Маневича был сделан обзор применения ферромагнитных устройств в энергетических системах зарубежных стран.

В докладах и сообщениях Д. И. Азарьева и И. В. Белосова; В. Е. Каштеляна, М. Н. Розанова, В. К. Шабада и В. М. Фиалкова; Л. А. Кучумова, А. К. Черновца и Я. Я. Ярвика; Г. В. Михневича, А. Е. Раздина и А. Н. Курочкина; Е. Н. Лойко и А. Т. Путиловой; И. Г. Вайнера и В. М. Фиалкова; Н. В. Ефтифеева, М. С. Либкинда, Г. В. Михневича,

Л. В. Росмана; Л. М. Зисмана и А. Д. Сладковского и др. были рассмотрены задачи построения математических моделей управляемых реакторов и результаты исследования конкретных передач со статическими компенсирующими устройствами. Данные сравнительного анализа различных средств компенсации показывают, что применение статических компенсирующих устройств в большинстве рассмотренных вариантов позволяет достигнуть значительных технико-экономических преимуществ по сравнению с использованием синхронных компенсаторов.

Проектам и опытно-промышленным установкам ферромагнитных устройств были посвящены доклады Н. В. Васильева, М. С. Либкинда, В. М. Сорокина и А. П. Черноцкого; В. Г. Ахалкаци, Г. С. Лежавы и Н. М. Портного; Р. Н. Урманова, Я. Л. Фишлера и М. И. Клейнerman; М. С. Либкинда, В. М. Сорокина, В. Г. Пекелеса и М. М. Налецкого; А. М. Бамдаса, Л. Э. Рогинской, С. В. Шапиро, М. В. Кузнецовой, В. М. Немыкиной и др. Докладчики отметили целесообразность применения управляемых ферромагнитных устройств для регулирования напряжения при суточных изменениях нагрузки для ограничения колебаний напряжения, вызываемых электродуговыми печами, на тяговых подстанциях электрифицированных железных дорог, на радиальных линиях распределительных сетей, на подстанциях промышленных предприятий и в ряде других областей.

В докладах С. Р. Глинтерника, Л. И. Дорошко и Ю. С. Крайчика; И. В. Жежеленко; И. В. Карпова и С. П. Борисова были рассмотрены вопросы, связанные с высшими гармониками и их подавлением.

Доклады Б. Н. Неклепаева и А. И. Пойдо; В. М. Примы были посвящены вопросам ограничения токов короткого замыкания.

По заслушанным докладам состоялась дискуссия. Особенно интересное обсуждение вызвали вопросы ограничения токов короткого замыкания в электрических сетях.

Совещание решило одобрить выполнение разработки и исследования по созданию и применению ферромагнитных устройств в электрических сетях различного назначения. В решении отмечается необходимость продолжения и расширения научно-исследовательских и проектно-конструкторских работ в области создания ферромагнитных устройств энергетического назначения и автоматических регуляторов для них.

Доктор техн. наук М. С. Либкинд,  
канд. техн. наук В. М. Фиалков

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Л. А. Жекулин, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Сдано в набор 15/VI 1972 г.

Формат бумаги 60×90/16

Тираж 10 151 экз.

Подписано к печати 1/VIII 1972 г.

Усл. печ. л. 12

Зак. 1230

T-12 498

Уч.-изд. л. 15,04

Цена 80 коп.

Московская типография № 10 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Шлюзовая наб., 10.

# СОДЕРЖАНИЕ

Л. Р. Нейман — Академик Владимир Федорович Миткевич	1	И. П. Копылов и О. П. Щедрин — Расчет установившихся токов асинхронной машины, питаемой через нелинейный элемент	62
Г. Л. Ганичев и Г. Н. Цицкия — Электромагнитное поле цилиндрической катушки, экранированной плоским проводящим слоем	6	Э. А. Лодочников и Е. Г. Орлов — К расчету импульсной системы регулирования электрических машин с не явно выраженным модулятором ширины импульсов	65
А. С. Шаталов — Топологический метод деревьев для преобразования матричных уравнений линейных объектов	10	А. М. Пинцов — К расчету индуктивностей параллельных шин и рассеяния обмоток трансформаторов	70
В. В. Ершевич и Л. Ф. Кривушкин — Поперечное регулирование напряжения в сетях 750—330 кВ	15	И. И. Кременецкий, К. Е. Медведев и В. Н. Гусев — Расчет эквивалентного сопротивления конденсатора на высоких частотах	73
Е. В. Савченко — Расчет токов короткого замыкания синхронных генераторов с самовозбуждением, работающих параллельно с системой	19	<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Г. М. Каялов и Г. А. Балабанян — Геометрические принципы размещения цеховых подстанций	23	Коитиро Терада — Трансформатор для одновременной передачи электроэнергии постоянным и переменным током	77
Ю. А. Фокин, И. Г. Резников и И. И. Арсамаков — Определение расчетной нагрузки понижающих трансформаторов центров питания по характеристикам случайного процесса ее изменения	29	М. С. Либкинд и А. С. Маневич — Определение уровня токов трехфазных коротких замыканий при планировании развития энергосистемы	78
Ю. М. Никитин — Особенности применения градиентного метода оптимизации для настройки локальных регуляторов в устройствах энергоснабжения	32	А. А. Салютин — Работа однофазного выпрямительного источника питания аккумуляторных батарей с активно-индуктивной нагрузкой	81
Л. А. Белова, Л. Г. Мамиконянц и В. Н. Тутубалин — Сравнение повреждаемости корпусной изоляции турбогенераторов с воздушным и водородным охлаждением	36	<b>ДИСКУССИИ</b>	
А. Л. Цлаф — Дугостойкость материала дугогасительных камер электрических аппаратов	39	Электропривод угольных комбайнов в современных условиях — А. И. Берон, Е. З. Позин, В. Н. Хорин, Н. Ф. Шишкин, А. Г. Фролов, В. В. Школяренко, И. Н. Дарыкин. Ответ автора	84
Г. С. Белкин и М. Е. Данилов — Исследование особенностей электрической эрозии металлокерамических материалов	45	Терминология по надежности в энергетике — В. А. Туфанов; А. В. Мясников, Е. М. Червонный	91
Буй Тхен Зу и Д. В. Разевиг — Обратный разряд молнии	49	<b>ХРОНИКА</b>	
Г. З. Мирзабекян и И. Н. Григорьев — Влияние заряженной дисперсной фазы на характеристики коронного разряда	53	Петр Николаевич Листов	93
А. П. Лищенко — Уравнения синхронного режима и круговая диаграмма явнополюсной синхронной машины с автоматическим регулированием возбуждения	58	[Г. С. Аронзон]	93
		I Всесоюзное научно-техническое совещание по применению ферромагнитных устройств в энергетических системах	94



## CONTENTS

Academician Vladimir Fedorovich Mitkevitch — L. R. Neiman	1	The Effect of the Charged Dispersion Phase on the Characteristics of Corona Discharge — G. Z. Mirzabekian, I. N. Grigoriev	53
The Electromagnetic Field of a Cylindrical Coil Shielded by a Flat Conducting Layer — G. L. Ganichev, G. N. Tsitsikian	6	The Synchronous Operating Equations of and a Locus Diagram for a Salient Pole Synchronous Machine Having Automatic Excitation Control — A. P. Lischenko	58
A Topological Method of Trees for Transforming the Matrix Equations of Linear Systems — A. S. Shatalov	10	Calculation of Steady-state Currents in an Induction Motor Fed Through a Non-linear Element — I. P. Kopilov, O. P. Schedrin	62
Shunt Voltage Control in 750—330 kV Networks — V. V. Ershevitch, L. F. Krivushkin	15	On Designing a Pulse Control System for Electrical Machines Having a Non-explicit Pulse Width Modulator — E. A. Lodochnikov, E. G. Orlov	65
Calculation of Fault Currents in Self-excited Synchronous Generators Operating in a System — E. V. Savchenko	19	On Calculating Parallel Bus Inductances and Leakage Inductances of Transformer Windings — A. M. Pintsov	70
The Geometrical Basis for Allocating Substations in Industrial Shops — G. M. Kayalov, G. A. Balabanian	23	Calculating the Equivalent Impedance of a Capacitor at High Frequencies — I. I. Kremenetski, K. E. Medvedev, V. N. Gusev	73
Determining the Design Capacity of Step-down Transformers for Load Centers on the Basis of Stochastic Load Characteristics — U. A. Fokin, I. G. Reznikov, I. I. Arsamakov	29	<b>REPORTS</b>	
Special Aspects of the Gradient Optimization Method for Adjusting Local Regulators in Power Supply Apparatus — U. M. Nikitin	32	A Transformer for Simultaneous A. C./D. C. Power Transmission — Koitiro Terada	77
Comparison of Main Frame Insulation Fault Susceptibility for Turbogenerators with Air and Hydrogen Cooling — L. A. Belova, L. G. Mamikoniantz, V. N. Tutubalin	36	Determining Three-phase Fault Current Levels When Planning Power System Expansion — M. S. Libkind, A. S. Manevitch	78
The Arcing Withstand Strength of Arc Chute Materials — A. L. Tslaph	39	Operation of a Single-phase Rectifying Power Supply for Storage Batteries Having an R-L-Load — A. A. Saliutin	81
A Study of the Peculiarities of Electrical Erosion of Metaloceramics — G. S. Belkin, M. E. Danilov	45	<b>DISCUSSION</b>	
The Reverse Discharge of Lightning — Bui Thien Zu, D. V. Razewig	49	<b>CHRONICLE</b>	



УДК 621.3.014

Электроманнитное поле цилиндрической катушки, экранированной плоским проводящим слоем

Ганичев Г. Л., Цицикян Г. Н.

«Электричество», 1972, № 8

Произведен анализ магнитного поля катушки, экранированной плоским проводящим слоем. Получены выражения, пригодные для производства непосредственных расчетов. Даны практические рекомендации. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.372.001.24

Топологический метод деревьев для преобразования матричных уравнений линейных объектов

Шаталов А. С.

«Электричество», 1972, № 8

Предлагается следующая процедура, призванная упорядочить и систематизировать расчеты сложных линейных электрических цепей: неизвестные величины (токи и напряжения) выбираются таким образом, чтобы в уравнениях все коэффициенты  $a_{hh}$  были отличны от нуля;

определитель  $\Delta$  вычисляется либо по комбинации деревьев, построенных на исходной матрице, либо по комбинации независимых контуров, изображаемых на адресной матрице (которая получается из исходной заменой всех коэффициентов на главной диагонали обратными величинами, взятыми с обратными знаками);

общим элементом всех деревьев («стволом») является главная диагональ исходной матрицы, при различных «ветвях», для определения которых дается формула и простое правило знаков. Устанавливается связь метода деревьев с графами и структурными схемами, при построении топологических образов непосредственно на матрицах. Илл. 7. Библ. 16.

УДК 621.316.722:621.315

Поперечное регулирование напряжения в сетях 750—330 кВ

Ершевич В. В., Кривушкин Л. Ф.

«Электричество», 1972, № 8

Изложены вопросы анализа целесообразности применения поперечного регулирования напряжения в сложных сетях. Показана эффективность применения поперечного регулирования на электропередаче 750 кВ в ОЭС Юга. Приведены замечания по целесообразности схемы включения устройств поперечного регулирования. Табл. 2. Илл. 1. Библ. 7.

УДК 621.3.064.1

Расчет токов короткого замыкания синхронных генераторов с самовозбуждением, работающих параллельно с системой

Савченко Е. В.

«Электричество», 1972, № 8

Получено полное уравнение синхронного генератора с самовозбуждением при коротком замыкании в сети. Рассмотрены особенности этого уравнения и определены наиболее простые методы его решения для симметричных и несимметричных коротких замыканий. Табл. 1. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.311.42

Геометрические принципы размещения цеховых подстанций

Каялов Г. М., Балабанян Г. А.

«Электричество», 1972, № 8

Вводится понятие комплекса центров нагрузок, обобщающее понятие одиночного центра нагрузок и оптимальной цеховой сети на случай питания цеха от нескольких подстанций. Устанавливается простая и наглядная геометрическая характеристика оптимального многоцентрового комплекса, ориентирующая проектировщиков в розыске экономически оптимального размещения цеховых подстанций. Илл. 2. Библ. 2.

УДК 621.311.1:621.3.07.009

Особенности применения градиентного метода оптимизации для настройки локальных регуляторов в устройствах энергоснабжения

Никитин Ю. М.

«Электричество», 1972, № 8

Рассматривается методика оптимизации режимов работы локальных регулирующих устройств в энергоснабжении электрических железных дорог в случае, если критерий оптимизации пропорционален мощности. Предлагаемая процедура является распространением известного градиентного метода оптимизации на случай неравноточных измерений. С целью уменьшения затрат на реализацию этого метода предлагается заменять реальные режимы работы электрического оборудования их моделью, воспроизводимой на ЦВМ по статистическим характеристикам. Модель регулятора задается в этом случае некоторым рекуррентным соотношением. Предлагаемая методика может быть применена также для принятия оптимальных проектных решений в случае воспроизведения системы энергоснабжения на ЦВМ как большой системы. Библ. 6.

УДК 621.3.014.31:621.3.064.42:621.315.61

Дугостойкость материала дугогасительных камер электрических аппаратов

Цлаф А. Л.

«Электричество», 1972, № 8

Исходя из анализа теплового режима активной поверхности шелевых дугогасителей при воздействии на них электрической дуги, вводится понятие «характеристики дугостойкости», которая является функцией только теплофизических характеристик материала камер, не зависит от ее размеров и параметров отключаемой цепи и возрастает с ростом дугостойкости материала. Приводятся соотношения, позволяющие оценить допустимую интенсивность воздействия дуги на стенки камеры. В таблицу сведены характеристики основных дугостойких материалов, необходимые для расчета. Результаты расчета сравниваются с опытными данными. Показывается, что снижение скорости или останова дуги при увеличении тока в дугогасительной камере с магнитным дутьем связано с чрезмерно интенсивным тепловым воздействием дуги на стенки, образующие шелевой канал. Табл. 1. Илл. 6. Библ. 11.

УДК 621.391.821

Обратный разряд молнии

Буй Тхуен Зу, Разевиг Д. В.

«Электричество», 1972, № 8

Излагается новая гипотеза о возможной роли «мелких» изгибов канала в процессах обратной стадии молнии. Предполагается существование «мелких» изгибов канала молнии, что должно приводить

к существенному уменьшению «наблюдаемой» скорости обратного канала по сравнению с действительной, близкой к скорости света. В этом случае удается согласовать значения волновых сопротивлений канала молнии около 200—300 Ом с «наблюдаемыми» скоростями обратного разряда порядка десятых долей скорости света. Илл. 4. Библ. 15.

УДК 621.3.066.6:620.193.1

Исследование особенностей электрической эрозии металлокерамических материалов

Белкин Г. С., Данилов М. Е.

«Электричество», 1972, № 8

Рассмотрены особенности следов плавления на металлокерамических электродах. Экспериментально определена введенная в электроды энергия. Показано, что энергия, введенная в металлокерамические электроды меньше, чем введенная в однородные электроды. Расчет процесса распространения тепла в металлокерамике показал, что особенности следов и уменьшение введенной энергии в электрод объясняются наличием горизонтальных потоков тепла. Отмечается, что горизонтальные потоки тепла способствуют фиксации катодных пятен в местах с облегченными условиями генерации пара и носителей тока. При этом не образуется сплошной расплавленной ванны, поэтому затрудняется выброс расплавленного металла и уменьшается электрическая эрозия электродов. Табл. 2. Илл. 3. Библ. 9.

УДК 621.3.015.532

Влияние заряженной дисперсной фазы на характеристики коронного разряда

Мирзабекян Г. З., Григорьев И. Н.

«Электричество», 1972, № 8

Предлагаются приближенные выражения для распределения поля коронного разряда в присутствии заряженной дисперсной фазы, позволяющие рассчитать его, если известно распределение электростатического поля без объемного разряда.

В качестве примера произведен расчет распределения поля и вольт-амперных характеристик для систем электродов «коаксиальные цилиндры» и «ряд проводов между двумя плоскостями».

Даны критериальные соотношения, позволяющие определить, при какой концентрации дисперсной фазы ее влияние на поле и ток коронного разряда становятся существенными. Илл. 6. Библ. 6.

УДК 621.313.32:621.3.078

Уравнения синхронного режима и круговая диаграмма явнопольной синхронной машины с автоматическим регулированием возбуждения

Лиценко А. П.

«Электричество», 1972, № 8

В статье получены зависимости э. д. с. и тока возбуждения, фазы тока статора явнопольной синхронной машины и фазы компаундирования системы АРВ от угла мощности  $\theta$  с учетом активного сопротивления статора. На основе совместного решения уравнения для тока возбуждения синхронной машины и уравнения выходной характеристики системы АРВ с учетом зависимости фазы компаундирования от угла мощности  $\theta$  получено уравнение уточненной круговой диаграммы явнопольной синхронной машины с автоматическим регулированием возбуждения, проведен анализ коэффициентов этого уравнения. Предложена инженерная методика расчета рабочих характеристик ее при наличии АРВ по различным законам. Илл. 3. Библ. 2.

УДК 621.313.333.001.24

Расчет установившихся токов асинхронной машины, питаемой через нелинейный элемент

Копылов И. П., Щедрин О. П.

«Электричество», 1972, № 8

Рассматривается применение метода итераций к расчету установившихся токов двухфазных и трехфазных асинхронных машин, питаемых через несимметрично включенные в фазы статора линейные и нелинейные элементы. Относительно нелинейного элемента оставшаяся часть системы заменяется эквивалентным генератором, параметры которого определяются параметрами электрической машины и питающей системы.

Приводятся формулы для расчета параметров эквивалентного генератора для случаев двухфазной несимметричной и трехфазной симметричной асинхронных машин. Предлагаемая методика удобна при использовании ЦВМ. Илл. 1. Библ. 4.

УДК 621.313.62—5.001.24

К расчету импульсной системы регулирования электрических машин с невязно выраженным модулятором ширины импульсов

Лодочников Э. А., Орлов Е. Г.

«Электричество», 1972, № 8

Получены необходимые и достаточные условия устойчивости работы импульсной системы регулирования электрических машин с невязно выраженным модулятором ширины импульсов для общего случая, а также дано выражение для ошибки регулирования по среднему значению. Илл. 4. Библ. 6.

УДК/621.314.21+621.316.35/011.3.001.24

К расчету индуктивностей параллельных шин и рассеяния обмоток трансформаторов

Пинцов А. М.

«Электричество», 1972, № 8

Предложены несложные приближенные формулы для индуктивности систем из параллельных шин прямоугольного поперечного сечения со взаимно перпендикулярными сторонами.

Приведен пример вычисления напряжения короткого замыкания трансформатора с обмотками разной высоты и с регулировочной зоной в середине одной из обмоток. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментом. Илл. 4. Библ. 3.

УДК 621.319.4

Расчет эквивалентного сопротивления конденсатора на высоких частотах

Кременецкий И. И., Медведев К. Е.

Гусев В. Н.

«Электричество», 1972, № 8

Предлагается метод расчета эквивалентных параметров конденсатора при высоких частотах. В качестве схемы замещения конденсатора принята последовательная схема, состоящая из емкости, индуктивности и активного сопротивления. Получены расчетные выражения для емкости, индуктивности и активного сопротивления конденсатора через угловую частоту и геометрические размеры намотанных секций конденсаторов. Илл. 2. Библ. 5.



ТОЛЬКО  
ЛИШЬ  
ОДИН  
СИГНАЛ

С любой  
точки  
земного  
шара...



Располагающий опытом многих десятилетий технический персонал завода БЕАГ с готовностью дает техническую консультацию и соответственно местным условиям и требованиям разрабатывает проекты, осуществляет производство и поставку:

оборудования для студий звукозаписи  
оборудования для усиления звука на стадионах и в больших залах (внешний и внутренний)

оборудования для аудиовизуального образования звукопередающих систем Н1—Г1 для комнат и небольших залов микрофонов и наушников

Будапештский электроакустический завод  
Будапешт XIV, ул. Фогараши, 3  
Экспортирует: Электроимпекс  
Электромодуль

Заявки на приобретение товаров иностранного производства направляются организациями министерствам и ведомствам, в ведении которых они находятся.

Запросы на проспекты и их копии просим направлять по адресу: Москва, К-31, Кузнецкий мост, 12, Отдел промышленных каталогов ГПНТБ.