

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1971

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»



10

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА  
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 621.314.21.014.32

## Электродинамическая устойчивость наружных обмоток трансформаторов больших мощностей

Инженеры В. П. ЗЕНОВА, Н. С. ИВАНОВА, кандидаты техн. наук С. И. ЛУРЬЕ  
и Л. И. МИЛЬМАН

Всесоюзный электротехнический институт им. В. И. Ленина

Наружные обмотки трансформаторов относительно небольшой мощности, спроектированные в соответствии с требованиями нормальной длительной работы, обладают «естественному» запасом прочности по отношению к растягивающим радиальным усилиям. Расчет обмоток таких трансформаторов (мощностью до 60 Мвт и ниже) на механическую прочность носит в основном поверочный характер и обычно проводится по упрощенным формулам [Л. 1], которые позволяют быстро определить максимальное значение напряжения растяжения, действующего во внутреннем проводе.

Это напряжение не должно превышать условного предела текучести меди (алюминия) [Л. 1], принимаемого в качестве допускаемого напряжения. Если же оно больше, но соответствующая этому напряжению относительная деформация (она легко находится по механической характеристике материала) не превышает 1,5%, а абсолютное остаточное удлинение радиуса — 1—2 мм (в зависимости от класса напряжения), то прочность рассматриваемой обмотки достаточна. Во всех остальных случаях требуется более детальный расчет, который может быть проведен по более точным формулам [Л. 2].

При увеличении мощности трансформатора в единице и стремлении наиболее рационально использовать активные материалы, механические нагрузки на обмотки возрастают:

$$\sigma_{ср} = B\delta R_{ср} (K_{уд} K)^2 \approx S^{1/2},$$

где  $\sigma_{ср}$  — среднее по радиальной ширине обмотки напряжение растяжения;  $B$  — индукция продольного поля рассеяния;  $\delta$  — плотность тока в обмотке;  $R_{ср}$  — средний радиус обмотки;  $K_{уд}$  и  $K$  — ударный коэффициент и кратность тока короткого замыкания;  $S$  — мощность трансформатора. (Приближенная формула следует из закона роста Видмара для ряда геометрически подобных трансформаторов.)

Поэтому при создании мощных высоковольтных трансформаторов электродинамическая устойчивость является одним из основных определяющих и лимитирующих факторов, который должен учитываться на всех этапах проектирования, начиная с выбора характеристик трансформатора и кончая выбором размеров провода.

Проанализируем возможные последствия действия радиальных усилий растяжения в наружных обмотках трансформаторов.

Как показывает опыт расчетов и эксплуатации, опасность разрыва проводов наружных обмоток практически отсутствует, так как, во-первых, расчетные механические напряжения обычно имеют порядок условного предела текучести  $\sigma_{0,2}$ , который в несколько раз меньше предела прочности проводникового материала, и, во-вторых, к моменту разрушения остаточное удлинение (деформация) материала достигает нескольких десятков процентов, что приводит к существенному увеличению напряжения короткого замыкания и соответствующему уменьшению аварийного тока.

Следовательно, расчет напряжений обычно ну-

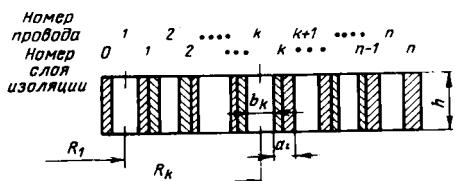


Рис. 1. Радиальное строение катушки.

жен не для оценки собственно механической прочности проводов, а для определения влияния деформаций обмотки на состояние витковой изоляции (при полной или остаточной деформации 1,5—2% возникают разрывы бумажной изоляции, приводящие к витковым замыканиям [Л. 1]), электрическую прочность изоляционных промежутков [Л. 1 и 3] и т. д. Так, в мощных высоковольтных трансформаторах ввиду большого диаметра обмоток даже небольшие значения относительных деформаций дают значительные абсолютные деформации (удлинения), которые существенно увеличивают ближайший к обмотке осевой масляный канал и тем самым заметно снижают электрическую прочность главной изоляции [Л. 4]. Кроме того, увеличение внешнего диаметра наружных обмоток соседних фаз (стержней) сокращает межфазные промежутки, что вызывает снижение их электрической прочности и может привести к механическим разрушениям изоляционных конструкций. Например, при диаметре обмотки 2000 мм остаточной деформации 0,5% ( $\sigma_{0,5} \approx 1000 \text{ кг}/\text{см}^2$ ) соответствует перемещение 5 мм на радиус, что обычно недопустимо.

Выбор допускаемых значений абсолютных деформаций (удлинений) зависит от класса напряжения, типа и конструкции изоляционных промежутков.

Приведенные соображения не позволяют ограничиться приближенными формулами [Л. 1—3 и 5] и требуют более точного расчета механических напряжения и деформаций. Очевидно, что более достоверные данные могут быть получены только путем отказа от ряда ранее принятых допущений [Л. 1—3] и учета возможно большего числа факторов, характеризующих особенности обмотки как механической системы, т. е. приближения расчетной схемы к реальной конструкции обмотки. Такое уточнение неизбежно ведет к усложнению исходных соотношений, увеличению трудоемкости и времени расчетов и не может быть практически реализовано без ЦВМ.

В настоящей статье рассматривается уточненный статический расчет механических напряжений и деформаций наружных обмоток трансформаторов на ЦВМ и выводятся упрощенные формулы для оценки деформаций крайних (внутреннего и наружного) слоев обмотки (катушки).

Разработанная программа позволяет рассчитывать: катушечные обмотки трансформаторов и реакторов из обычного, подразделенного и транспонированного проводов; слоевые обмотки; обмотки из фольги; обмотки криогенных и сверхпроводящих трансформаторов и реакторов; обмотки специальных электромагнитных и других электротехнических устройств.

**Основные уравнения.** При выводе основных уравнений примем расчетную схему [Л. 1 и 3], справедливость которой была подтверждена результатами динамических испытаний обмоток на специальном электромагнитном устройстве [Л. 1, 2 и 6], и следующую систему допущений:

1. Катушка рассматривается как механическая система, состоящая из  $n$  концентрических колец (проводов, витков) разного радиального размера  $b_k$ , чередующихся со слоями изоляции разной толщины  $a_k$  (рис. 1). В частном случае все провода и слои изоляции могут иметь одинаковые радиальные размеры, т. е.  $b_k = \text{const}$  и  $a_k = \text{const}$ , вне зависимости от порядкового номера  $k$ .

2. Влияние осевых электромагнитных усилий на деформацию катушки под действием радиальных усилий не учитывается [Л. 7].

3. Действующая на единицу длины кольца в радиальном направлении электромагнитная сила для каждого кольца есть величина постоянная (неизменная по периметру) [Л. 7].

4. Распределение напряжений растяжения (сжатия) равномерно по сечению кольца (проводка). Это допущение эквивалентно утверждению о том, что толщина кольца (проводка) намного меньше его радиуса (относительная толщина кольца мала).

5. Радиальный размер кольца в процессе нагружения остается постоянным, т. е. изменением радиального размера кольца по сравнению с деформацией изоляции можно пренебречь.

6. Напряжения сжатия в слоях изоляции постоянны по толщине каждого слоя.

7. Зазоры между соседними кольцами (проводами) и слоями изоляции в исходном состоянии (до нагружения) отсутствуют.

8. Все провода (кольца) и все слои изоляции имеют одинаковые механические характеристики соответственно.

9. Все провода (кольца) в катушке имеют один и тот же осевой размер  $h$ .

Перечисленные допущения отличаются от принятых в [Л. 1] тем, что:

1) учитывается нелинейный характер механических характеристик проводникового и изоляционного материалов;

2) рассматривается произвольный закон изменения внешней электромагнитной нагрузки по радиальной ширине обмотки (катушки);

3) учитывается различие диаметров соседних проводов (слоев);

4) рассматривается обмотка с произвольным законом изменения радиальных размеров провода  $b_k$  и слоев изоляции  $a_k$  по ширине обмотки.

Как было показано в [Л. 1], для расчета напряжений и деформаций всех элементов катушки необходимо решить систему уравнений (список обозначений — см. приложение):

$$s_k = \frac{R_k (q_k + p_{k-1} - p_k)}{F}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_k R_k = \varepsilon_{k+1} R_{k+1} + \delta_k a_k, \quad (2)$$

с граничными условиями

$$p_{k=0} = 0, \quad (3)$$

$$p_{k=n} = 0. \quad (4)$$

**Расчет на ЦВМ.** Для удобства расчетов преобразуем уравнения (1) и (2) к виду

$$\bar{p}_k = \bar{q}_k + \bar{p}_{k-1} - \sigma_k t_k, \quad (1a)$$

$$\varepsilon_{k+1} = \beta_{k+1} (\varepsilon_k R_k - \delta_k a_k). \quad (2a)$$

Границные условия (3) и (4) соответственно примут вид

$$\bar{p}_{k=0} = 0; \quad (3a)$$

$$\bar{p}_{k=n} = 0, \quad (4a)$$

где

$$\bar{p}_k = \frac{p_k}{h}; \quad \bar{p}_{k-1} = \frac{p_{k-1}}{h}; \quad \bar{q}_k = \frac{q_k}{h}; \quad t_k = \frac{b_k}{R_k};$$

$$\beta_k = \frac{1}{R_k}; \quad R_k = R_{k-1} + 0,5(b_{k-1} + b_k) + \\ + a_{k-1}, \quad (R_1 — задано).$$

Цель решения системы (1а) — (2а) — найти значения напряжений и деформаций всех элементов катушки, а также максимальные абсолютные полную и остаточную деформации.

Для этого необходимы следующие исходные данные: число проводов катушки в радиальном направлении  $n$ ; таблицы значений  $a_k$  и  $b_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ); осевой размер провода без изоляции  $h$ ; средний радиус внутреннего ( $k=1$ ) провода  $R_1$  (рис. 1); приведенная внешняя нагрузка  $\bar{q}_k$ ; механические характеристики  $\varepsilon(\sigma)$  и  $\delta(\bar{p})$  материалов провода и изоляции.

Рассмотрим более подробно вопрос о выборе механической характеристики  $\varepsilon(\sigma)$ . Многочисленными измерениями установлено, что даже в пределах одной партии провода имеют различные механические свойства, причем разброс в деформациях, соответствующих одному и тому же значению напряжения растяжения, может достигать 30%, главным образом в пластической области (из-за различной термической обработки и наличия наклела, различного для проводов разных сечений). Одна из причин подобного положения заключается в том, что в отличие от других параметров, например удельного электрического сопротивления, механические свойства проводниковых материалов не нормируются. Все это заставляет при расчетах на прочность ориентироваться на усредненную кривую  $\varepsilon(\sigma)$ , полученную в результате испытаний на растяжение нескольких десятков образцов [Л. 6].

Большое значение имеет и нагрев обмотки во время короткого замыкания, ибо характер кривой  $\varepsilon(\sigma)$  в значительной степени зависит от температуры. Наиболее сильно изменяется часть кривой, соответствующая зоне пластических деформаций.

Если перед коротким замыканием трансформатор работал с номинальной нагрузкой, то средняя температура его обмотки не превышает 105 °C. Так как ударный ток короткого замыкания появляется через полпериода после начала аварии, то при действии наибольшей электромагнитной силы температура обмотки не сможет сколько-нибудь значительно превысить это значение. К моменту же ее нагрева до 200—250 °C внешняя нагрузка уменьшится более чем в 3 раза и не будет представлять серьезной опасности. Поэтому при проектировании мощных, особенно блочных, трансформаторов, тщательно учитывается

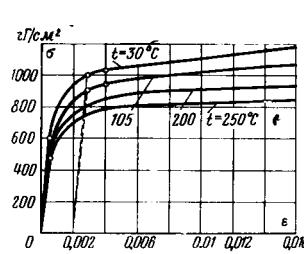


Рис. 2. Механические характеристики медного провода при различных температурах.

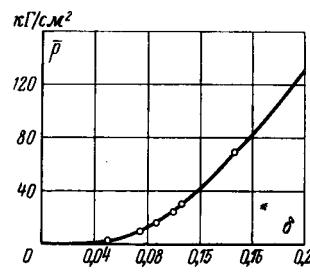


Рис. 3. Механическая характеристика сжатия бумажной изоляции.

ных нет режимов АПВ, следует ориентироваться на механическую характеристику  $\varepsilon(\sigma)$  при температуре 105 °C. В автотрансформаторах связи в результате АПВ температура к моменту повторного включения на короткое замыкание может превысить 105 °C. Поэтому максимальную температуру необходимо установить в технических условиях и учитывать ее при электродинамическом расчете.

На рис. 2 даны характеристики  $\varepsilon(\sigma)$  для меди при 30, 105, 200 и 250 °C. Промежуточные характеристики можно получить интерполяцией. Для уточнения расчетов необходимо провести дополнительные исследования характеристик  $\varepsilon(\sigma)$  для проводниковых материалов при повышенных температурах и больших деформациях.

На рис. 3 дана характеристика сжатия бумажной витковой (и дополнительной) изоляции при комнатной температуре. Она получена по методике, описанной в [Л. 8]. В расчете принято, что эта кривая не зависит от температуры. Характеристики бумажной изоляции в зависимости от технологии изготовления и обработки обмоток и температуры также нуждаются в уточнении.

**Алгоритм решения.** Решение системы (1а) — (2а) осуществляется методом последовательных приближений по следующей схеме. Задавшись каким-либо значением деформаций первого ( $k=1$ ) провода  $\varepsilon_1^{(1)*}$  и определив по кривой  $\varepsilon(\sigma)$  соответствующее ему напряжение  $\sigma_1^{(1)}$  из уравнения (1а) с учетом граничного условия (3а), находим  $\bar{p}_1^{(1)}$  и с помощью зависимости  $\delta(\bar{p})$  — величину  $\delta_1^{(1)}$ . Затем, используя уравнение (2а), получаем  $\varepsilon_2^{(1)}$ , а следовательно, и  $\varepsilon_2^{(1)}, \varepsilon_3^{(1)}, \varepsilon_3^{(1)}$  и т. д. Так, шаг за шагом вычисляются все  $\varepsilon_k^{(1)}$  и  $\bar{p}_k^{(1)}$  до  $k=n$  включительно; так как  $\varepsilon_1^{(1)}$  выбрано произвольно, значение  $\bar{p}_n^{(1)}$  граничному условию (4а) в общем случае удовлетворять не будет. В зависимости от величины и знака  $\bar{p}_n^{(1)}$  определяется значение  $\varepsilon_1$  для второго приближения  $\varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_1^{(1)} \pm \Delta\varepsilon_1$ , где  $\Delta\varepsilon_1$  — заданный шаг изменения  $\varepsilon_1$ . Рассчитав второе приближение, получаем величину  $\bar{p}_n^{(2)}$ . Если знаки  $\bar{p}_n^{(1)}$  и  $\bar{p}_n^{(2)}$  одинаковы, то переход к следующему приближению осуществляется с шагом  $\Delta\varepsilon_1$ , если разные — с шагом  $0,5\Delta\varepsilon_1$  и так при

\* Верхний индекс в круглых скобках обозначает номер приближения.

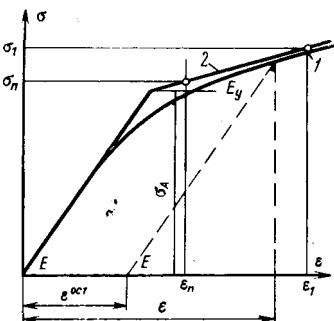


Рис. 4. Схематизация механической характеристики проводникового материала для приближенных расчетов.  
1 — действительная кривая; 2 — схематизированная.

каждом изменении знака  $\bar{p}_n^{(m)}$  по сравнению со знаком  $\bar{p}_n^{(m-1)}$ . Расчет заканчивается при получении такого значения  $\bar{p}_n^{(i)}$ , что

$$0 \geq \bar{p}_n^{(i)} \geq \Delta p_n, \quad (5)$$

где  $\Delta p_n$  — число, характеризующее точность расчета.

Для последнего приближения находится:

$$v_k^{(i)} = \varepsilon_k^{(i)} R_k \quad (6)$$

и абсолютные остаточные удлинения крайних проводов (необходимо брать все первые или все вторые индексы):

$$v_{1,n}^{\text{ост}} \approx R_{1,n} \left[ \varepsilon_{1,n}^{(i)} - \frac{\sigma_{1,n}^{(i)}}{E} \right], \quad (7)$$

где  $E$  — модуль упругости проводникового материала.

Формула (7) является приближенной, так как не учитывает взаимного влияния проводов после короткого замыкания и вызываемого им перераспределения остаточных удлинений. При этом остаточные напряжения во всех проводах равны нулю, а остаточная деформация любого провода в соответствии с законом разгрузки [Л. 9] может быть определена графически (см. рис. 2), для чего из соответствующей точки механической характеристики следует провести прямую, параллельную начальному участку кривой  $\varepsilon(\sigma)$ . Формула (7) есть аналитическое выражение описанного построения. Чем больше величина  $v_{1,n}^{\text{ост}}$ , тем меньше разница между точным и приближенным значениями (рис. 2), причем приближенный расчет всегда имеет запас для наиболее нагруженного провода. При небольших  $v_{1,n}^{\text{ост}}$  обеспечиваемая формулой (7) точность порядка 10—20% в большинстве случаев вполне удовлетворительна, так как отклонения от точного значения лежат в пределах производственных допусков на изоляционные промежутки и другие линейные размеры.

В случае необходимости точное значение остаточной деформации можно определить по формуле [Л. 9]:

$$v_{1,n}^{\text{ост}} = v_{1,n}^{(i)} - v'_{1,n}, \quad (8)$$

где  $v'_{1,n}$  — абсолютное удлинение соответствующего провода (слоя), полученное в предположении линейности характеристики  $\varepsilon(\sigma)$  на всем своем протяжении.

Для этого следует провести повторный вспомогательный расчет на ЦВМ по программе при упрощен-

же исходных данных, что и основной расчет, за исключением вида характеристики  $\varepsilon(\sigma)$ .

Деформация  $\varepsilon_1^{(1)}$  и шаг  $\Delta \varepsilon_1$ , вообще говоря, могут быть заданы произвольно. Однако в целях сокращения затрат машинного времени  $\varepsilon_1^{(1)}$  целесообразно выбрать возможно ближе к действительному значению  $\varepsilon_1$ . При этом можно ориентироваться на значение и знак среднего напряжения  $\sigma_{\text{ср}}$ , рассчитываемого по общепринятым формулам [Л. 1 и 7]. Зная  $\sigma_{\text{ср}}$ , по кривой  $\varepsilon(\sigma)$  определяем соответствующую деформацию, которую и принимаем в качестве первого приближения  $\varepsilon_1^{(1)}$ .

Более точно определить  $\varepsilon_1^{(1)}$  можно по приближенным формулам следующего раздела, учитывающим неравномерный характер распределения механических напряжений по ширине катушки (обмотки).

Результаты расчета выдаются в виде таблиц значений механических напряжений  $\sigma_k^{(i)}$ , относительных

$\varepsilon_k^{(i)}$  и абсолютных  $v_k^{(i)}$  деформаций, напряжений сжатия  $\bar{p}_k^{(i)}$  слоев изоляции ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), наряду с этим приводятся значение абсолютной остаточной деформации одного из крайних проводов и основные исходные данные, включая характеристики  $\varepsilon(\sigma)$  и  $\delta(\bar{p})$ , параметры электромагнитной нагрузки и т. д. (см. пример расчета).

**Приближенный расчет.** Если принять, что зависимость  $\delta(\bar{p})$  линейна, механическая характеристика проводникового материала может быть аппроксимирована двумя прямолинейными отрезками (рис. 4), толщина провода  $b_k = b = \text{const}$ , а размер  $a_k = a$  постоянен в пределах всей катушки (обычный провод — рис. 1) или ее части (подразделенный и транспонированный провод — рис. 5, а и б), то система (1)—(2) приводится к следующему конечно-разностному уравнению:

$$\begin{aligned} p_{k-1} - p_k & \left[ 1 + \left( 1 + \frac{t_0}{1+kt_0} \right)^2 + \frac{N}{\xi(1+kt_0)^2} \right] + \\ & + p_{k+1} \left( 1 + \frac{t_0}{1+kt_0} \right)^2 + q \left[ 1 - \right. \\ & \left. - \frac{(n-k-0.5)(2+2kt_0+t_0)}{(1+kt_0)^2} t_0 \right] + \frac{\sigma_A F t_0 (\xi-1)}{R_0 (1+kt_0) \xi} = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{где } N = \frac{abE}{E_{\text{из}} R_0^2}; \quad t_0 = \frac{a+b}{R_0};$$

$F$  — сечение провода;  $E_{\text{из}}$  — модуль упругости изоляции;  $\xi = \frac{E}{E_y}$  (рис. 2) — отношение модуля упругости к модулю упрочнения;  $R_0 = R_1 = (a+b)$ ;  $q$  — параметр нагрузки [Л. 1];  $\sigma_A$  — предел пропорциональности проводникового материала (рис. 4).

Для разрешения уравнения (9) в замкнутом виде необходимо дополнительно положить в нем  $t_0 \approx 0$  [Л. 1], что сразу позволяет перейти к разностному урав-

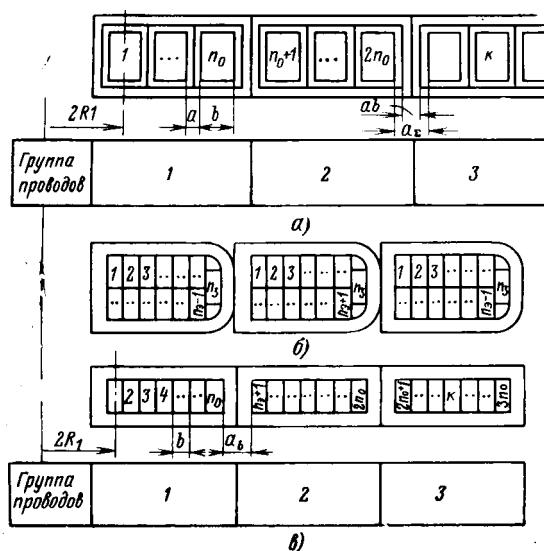


Рис. 5. Радиальное строение обмоток из подразделенного (а) и транспонированного (б) провода и расчетная схема обмотки из транспонированного провода (в).

нению с постоянными коэффициентами:

$$p_{k-1} + p_{k+1} - p_k \left( 2 + \frac{N}{\xi} \right) + q = 0, \quad (10)$$

решение которого имеет вид [Л. 1]:

$$p_k = A \operatorname{ch} k\bar{\theta} + B \operatorname{sh} k\bar{\theta} + \frac{q\xi}{N}, \quad (11)$$

где

$$\operatorname{ch} \bar{\theta} = 1 + \frac{N}{2\xi} \quad (\text{в упругой области } \xi = 1). \quad (12)$$

Произвольные постоянные  $A$  и  $B$  зависят от граничных условий на внутреннем и наружном периметре катушки или группы проводов (рис. 5) и для каждого типа провода определяются соответствующими формулами [Л. 3 и 10].

Практически во всех крупных трансформаторах среднее напряжение растяжения  $\sigma_{cr}$  наружных обмоток при коротком замыкании значительно больше предела пропорциональности проводникового материала  $\sigma_A$ . Поэтому вполне допустимо предположить, что все провода катушки работают в зоне пластичности (рис. 2). В этом случае для оценки напряжения и деформации наиболее нагруженного внутреннего ( $k=1$ ) провода могут быть получены весьма простые соотношения:

### 1. Обычный провод [Л. 2]

$$\sigma_1 = \frac{R_0 q}{F} \left[ n - 0,5 \frac{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta}}{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta}} \right], \quad (13)$$

где  $\bar{\theta}$  определяется по (12).

### 2. Подразделенный провод [Л. 10]

$$\sigma_1 = \frac{R_0 q}{F} \left[ n - 0,5 \frac{\operatorname{th} 0,5n_0\bar{\theta} \operatorname{th} \frac{n\bar{\theta}_n}{2n_0}}{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta} \operatorname{th} 0,5\bar{\theta}_n} \right], \quad (14)$$

где

$$\operatorname{ch} \bar{\theta}_n = 1 + 0,5\bar{N}_n; \quad (15)$$

$$\bar{N}_n = 4 \operatorname{sh}^2 0,5n_0\bar{\theta} \left[ (\alpha - 1) \frac{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta}}{\operatorname{th} 0,5n_0\bar{\theta}} + 1 \right]; \quad (16)$$

$\alpha = \frac{a_s}{a}$ ;  $n_0$  — число проводов в группе (рис. 5, а);  $n$  — общее число проводов катушки в радиальном направлении; или

$$\sigma_1 = \frac{R_0 q}{F} \left[ n - 0,5 \frac{\operatorname{th} 0,5n\bar{\theta}_{cp}}{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta}_{cp}} \right], \quad (17)$$

где

$$\operatorname{ch} \bar{\theta}_{cp} = 1 + \frac{N_{cp}}{2\xi}; \quad N_{cp} = \frac{a_{cp} b E}{E_{ns} R_0^2}; \quad (18)$$

$$a_{cp} = \frac{a}{n-1} \left[ \frac{n}{n_0} (n_0 - 1) + \alpha \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \right]. \quad (19)$$

### 3. Транспонированный провод [Л. 10]

$$\sigma_1 = \frac{R_0 q}{F} \left[ n - 0,5n_0 \frac{\operatorname{th} \frac{n\bar{\theta}'_n}{2n_0}}{\operatorname{th} 0,5\bar{\theta}'_n} \right], \quad (20)$$

где

$$\operatorname{ch} \bar{\theta}'_n = 1 + 0,5\bar{N}'_n; \quad \bar{N}'_n = \frac{n_0}{\xi} \frac{a_b b E}{E_{ns} R_0^2}; \quad (21)$$

$a_b$  — толщина витковой изоляции на две стороны (рис. 5, в);  $n_0 = \frac{n_0 + 1}{2}$ ;  $n_0$  — число элементарных проводов в одном транспонированном.

Расчеты по формулам (13) и (17) можно заменить использованием формул и графиков  $K_\sigma$  из [Л. 1]. Во всех случаях соответствующая  $\sigma_1$  деформация рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_1 = \frac{\xi (\sigma_1 - \sigma_A) + \sigma_A}{E}. \quad (22)$$

**Пример расчета.** Один из вариантов наружной обмотки крупного высоковольтного трансформатора имел следующие данные. Подразделенный провод;  $n_0 = 3$ ;  $n = 39$ ;  $b_k = b = 0,21 \text{ см}$ ;  $a_1 = a_2 = a_4 = a_5 = \dots = a_{37} = a_{38} = 0,045 \text{ см}$ ;  $a_3 = a_6 = \dots = a_{39} = 0,248 \text{ см}$ ;  $h = 1,35 \text{ см}$ ;  $R_1 = 124,2 \text{ см}$ ;  $F = 0,279 \text{ см}^2$ ;  $\sigma_{cr} = 1145 \text{ кГ/см}^2$ ;  $\bar{q} = 0,093 \text{ кГ/см}^2$ ;  $\eta = 1$  (см. список обозначений),  $t = 105^\circ \text{C}$ .

Расчет по приближенным формулам (14)–(16) или (17)–(19) показывает, что напряжение  $\sigma_1$  мало отличается от  $\sigma_{cr}$ . Это вызвано тем, что напряжения во всех других проводах катушки также соответствуют пластической зоне механической характеристики и мало отличаются друг от друга. Поэтому в исходных данных для расчета принято, что  $\varepsilon^{(1)} = 0,016$  (соответствует напряжению 1090 кГ/см<sup>2</sup>) и  $\Delta\varepsilon_1 = 0,004$  (так как фактически напряжение во внутреннем проводе должно быть больше 1090 кГ/см<sup>2</sup>).

Из представленных на рис. 6 результатов расчета на ЦВМ «Минск-22» следует, что абсолютная остаточная де-

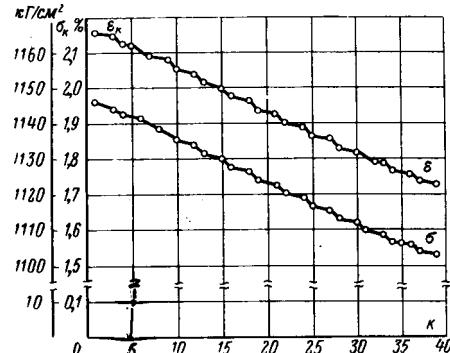


Рис. 6. Кривые изменения напряжений и деформаций растяжения по проводам.

формация внутреннего провода составляет около 25 мм на радиус, на эту же величину, следовательно, возрастет ширина ближайшего к наружной обмотке масляного канала, что приведет к существенному снижению электрической прочности главной изоляции [Л. 4]. При этом межфазные промежутки уменьшаются на 50 мм, а канал наружная обмотка — бак — на 25 мм. Одновременно возникнут разрывы бумажной изоляции (полная деформация всех проводов 1,7—2,2%), которые могут привести к замыканию соседних параллелей и витков.

Таким образом, рассматриваемая обмотка имеет недостаточную механическую прочность. В окончательном варианте за счет перекладки обмотки, изменения числа проводов в катушке с 39 до 54 и дополнительного вложения меди (порядка 5%) механическое напряжение в первом проводе удалось снизить до 945 кГ/см<sup>2</sup> и остаточную деформацию после второго расчета на ЦВМ — до 3,2 мм (приближенное значение после первого расчета — 3,89 мм).

**Выводы.** 1. Показано, что в мощных высоковольтных трансформаторах расчет напряжений нужен для определения влияния деформации на состояние витковой изоляции, электрическую прочность главной изоляции, межфазных промежутков и промежутка наружная обмотка — бак, а также на изменение параметров трансформатора.

2. Обоснована необходимость точного расчета деформаций проводов с учетом геометрических размеров, механических свойств элементов обмотки и неравномерного распределения напряжений по ширине обмотки.

3. Разработана программа статического расчета на ЦВМ «Минск-22» механических напряжений (деформаций) растяжения и сжатия в обмотках трансформаторов, возникающих при действии радиальных усилий короткого замыкания или другого аварийного режима.

Наиболее важные отличия и преимущества предлагаемого метода расчета — учет нелинейности механических характеристик проводникового и изоляционного материалов.

4. Программа может быть использована для расчета любых по расположению в окне магнитопровода обмоток — если под действием радиальных электромагнитных усилий в них возникают только напряжения растяжения и сжатия — из обычного, подразделенного и транспонированного провода, а также обмоток из фольги и слоевых.

#### Приложение. Принятые обозначения.

- $k$  — порядковый номер провода или слоя изоляции ( $k=1, 2, 3, \dots, n$  — рис. 1);
- $n$  — число проводов катушки в радиальном направлении;
- $\sigma_k$  — напряжение в проводе  $k$ ;
- $\epsilon_k$  — относительная деформация провода  $k$ ;
- $v_k$  — абсолютная деформация (удлинение) провода  $k$ ;

- $R_k$  — средний радиус провода  $k$ ;
- $b_k$  — радиальный размер провода  $k$ ;
- $h$  — осевой размер провода, не зависящий от  $k$ ;
- $p_k$  — распределенная нагрузка, действующая на слой изоляции  $k$ ;
- $\bar{p}_k$  — напряжение сжатия слоя изоляции  $k$ ;
- $\delta_k$  — относительная деформация слоя изоляции  $k$ ;
- $a_k$  — толщина слоя изоляции  $k$ ;
- $q$  — параметр внешней нагрузки;
- $\bar{q}_k$  — приведенная внешняя нагрузка, действующая на провод  $k$ ;

$$t_k = \frac{b_k}{R_k} \text{ — относительная толщина провода } k;$$

$$\beta_k = \frac{1}{R_k} \text{ — кривизна провода } k;$$

$\Delta\epsilon_1$  — шаг изменения  $\epsilon_1$  при переходе к следующему приближению;

$\epsilon_k^{(m)}$  — значение деформации провода  $k$  при  $m$  приближении;

$m$  — номер приближения (текущий);

$i$  — номер последнего приближения (окончательного расчета);

$R_0$  — расчетный радиус обмотки (катушки);

$F$  — сечение элементарного провода;

$\sigma_{cr}$  — среднее напряжение растяжения, соответствующее ударному току короткого замыкания;

$v_k^{ost}$  — абсолютная остаточная деформация провода  $k$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мильман Л. И. и Лурье С. И., Расчет прочности наружных обмоток трансформаторов при действии радиальных усилий короткого замыкания, «Электричество», 1965, № 8.

2. Мильман Л. И., Расчет напряжений растяжения в наружных обмотках трансформаторов с учетом нелинейности механической характеристики проводникового материала, «Электротехническая промышленность», 1968, вып. 309.

3. Mankin E. A., Levitskaya E. I., Lurje S. I., Milmann L. I., Short-circuit strength of transformers: tests methods, calculation of short-circuit strength, CIGRE, 1968, Report № 12—11.

4. Панов А. В. и Морозова Т. И., Электрические характеристики и методика расчета главной изоляции мощных высоковольтных трансформаторов, Вопросы трансформаторостроения, Труды ВЭИ, вып. 79, 1969.

5. Мильман Л. И., Расчет механических напряжений растяжения и сжатия в обмотках трансформаторов, «Электротехническая промышленность», вып. 313, 1968.

6. Мильман Л. И. и Лурье С. И., Проводниковые материалы при динамическом изгибе, «Электротехника», 1966, № 9.

7. Тихомиров П. М., Расчет трансформаторов, изд-во «Энергия», 1968.

8. Лурье С. И. и Мильман Л. И., Механические характеристики изоляционных материалов обмоток трансформаторов, «Электротехника», 1964, № 4.

9. Бурлаков А. В., Основы теории пластичности и ползучести, Изд. Харьковского университета, 1968.

10. Мильман Л. И., Расчет механических напряжений растяжения в наружных обмотках с подразделенными проводами, «Электричество», 1971, № 1.

[2.4.1971]



# Общий метод построения диаграммы токов синхронной машины

Канд. техн. наук, доц. В. В. ЖУЛОВЯН

Новосибирск

В исследовании характеристик машин переменного тока большую роль играют так называемые диаграммы токов, представляющие кривую, описываемую концом вектора тока при изменении нагрузки. Указанный метод широко применяется в исследовании асинхронных машин и значительно реже — в случае синхронных машин. Последнее в большей мере объясняется тем, что в существующей литературе [Л. 1—3] приводятся диаграммы токов при наличии явнополюсности без учета активного сопротивления обмоток якоря. В случае машин малой мощности это может привести к значительным погрешностям.

В настоящей работе приводится общий метод построения диаграммы токов, полученный на основе уравнений синхронной машины, составленных в осях ротора  $d, q$ .

При общезвестных допущениях уравнения синхронной явнополюсной машины в осях можно представить в следующем виде [Л. 1]:

$$U_d = I_d r - I_q x_q, \quad (1)$$

$$U_q = I_d x_d + I_q r + E_0, \quad (2)$$

где  $U_d, U_q$  — составляющие приложенного напряжения;  $r$  — активное сопротивление фазы;  $x_d, x_q$  — индуктивные сопротивления по продольной и попечерной осям  $d, q$ ;  $I_d, I_q$  — составляющие тока по осям  $d, q$ ;  $E_0$  — э. д. с. холостого хода.

Разрешая уравнения (1) относительно токов  $I_d$  и  $I_q$  и учитывая связь составляющих напряжения  $U_d$  и  $U_q$  с изображающим вектором напряжения  $U$

$$U_d = U \sin \theta, \quad U_q = U \cos \theta,$$

после ряда преобразований получаем:

$$I_d = \kappa [(\alpha \sin \theta + k_d \cos \theta) - k_d n], \quad (3)$$

$$I_q = \kappa [(\alpha \cos \theta - \sin \theta) - \alpha n], \quad (4)$$

где  $\theta$  — угол между вектором напряжения  $U$  и вектором  $E_0$ , направленным в положительном направлении;

$$\kappa = \frac{U x_d}{z^2}; \quad z^2 = r^2 + x_d x_q; \quad \alpha = r/x_d; \quad k_d = x_q/x_d;$$

$$n = E_0/U.$$

Выражения (3) и (4) для продольной и попечерной составляющих тока отличаются от соответствующих выражений, например в [Л. 4—6], лишь формой записи, которая более наглядно показывает геометрический смысл, заложенный в (3) и (4).

Выражения для токов состоят из двух составляющих, из которых одна обусловлена э. д. с. холостого хода и не зависит от угла  $\theta$ , определяемого нагрузкой. Поэтому введем новые переменные  $I'_d$  и  $I'_q$ :

$$I'_d = I_d - \kappa k_d n = \kappa (\alpha \sin \theta + k_d \cos \theta), \quad (5)$$

$$I'_q = I_q - \kappa \alpha n = \kappa (\alpha \cos \theta - \sin \theta). \quad (6)$$

Новые переменные  $I'_d$  и  $I'_q$  соответствуют действительным токам в случае реактивной машины ( $E_0 = 0$ ).

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

Полное значение тока, образуемого новыми переменными, определяется как

$$I' = I'_d + j I'_q$$

или с учетом (5) и (6) после ряда преобразований находим:

$$I'/\kappa = A_1 \sin(\theta + \varphi_1) + j A_2 \sin(\theta + \varphi_2), \quad (7)$$

где

$$A_1 = \sqrt{k_d^2 + \alpha^2}; \quad \varphi_1 = \arctg(k_d/\alpha);$$

$$A_2 = \sqrt{1 + \alpha^2}; \quad \varphi_2 = \arctg(-\alpha).$$

Выражение (7) представляет собой уравнение эллипса в параметрической форме, оси которого проходят через начало выбранной системы координат и повернуты на определенный угол. Переходя к действительным переменным, можно видеть из (5) и (6), что конец вектора тока при изменении угла  $\theta$  будет по-прежнему описывать эллипс, центр которого смешен относительно начала координат и определяется составляющими токов  $I_d$  и  $I_q$ , которые не зависят от угла  $\theta$ :

$$A_0 = -(k_d - j\alpha)\kappa. \quad (8)$$

Наклон и величины полуосей эллипса можно получить путем решения уравнений (5), (6) или (7). Угол наклона осей эллипса к осям координат  $d, q$  равен:

$$\xi = \pi/2 - \theta_m.$$

где

$$\tan 2\theta_m = \frac{2\alpha}{1 + k_d}. \quad (9)$$

Величины полуосей эллипса определяются как:

$$I' = \kappa \sqrt{\alpha^2 - \alpha(1 - k_d) \sin 2\theta_m + k_d \cos^2 \theta_m + \sin^2 \theta_m}. \quad (10)$$

На рис. 1 представлено геометрическое место токов в осях  $d, q$  для случая  $k_d = 0.7$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $n = 1$ . При этом вектор напряжения при изменении угла  $\theta$  описывает окружность. Следует заметить, что при  $k_d = 1$ , т. е. в случае неявнополюсной машины, эллипс вырождается в окружность.

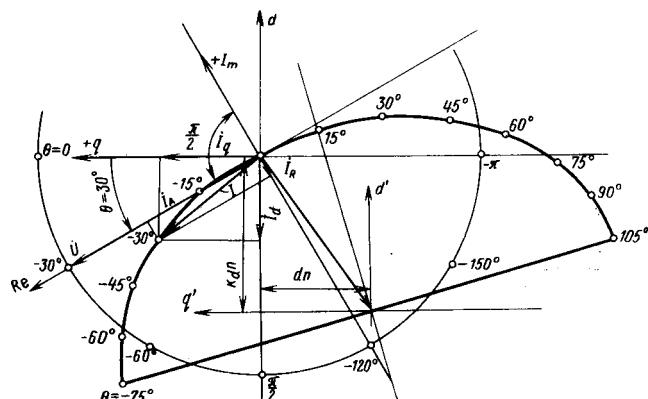


Рис. 1. Геометрическое место токов в осях  $d, q$ .

Из вышеприведенного анализа следует, что в общем случае режим работы синхронной машины можно представить как результат наложения двух режимов: 1) невозбужденной машины, к зажимам которой приложено напряжение  $U$ ; 2) возбужденной машины, в обмотке якоря наводится э. д. с., равная  $E$ ; при этом обмотка закорочена. Во втором случае величина тока определяется вектором  $\dot{A}_0$ .

Для удобства практического анализа перейдем от вращающейся системы координат  $d, q$  к неподвижной, в которой вектор напряжения направлен в положительном направлении вещественной оси; а ось мнимых чисел опережает последнюю на угол  $\pi/2$ .

В новой системе координат, изображенной на рис. 1, активная и реактивная составляющие тока связаны следующими соотношениями:

$$I_A = I_q \cos \theta + I_d \sin \theta; \quad (11)$$

$$I_R = I_q \sin \theta - I_d \cos \theta. \quad (12)$$

Полное значение тока будет [Л. 1 и 4]:

$$\dot{I} = I_d + jI_q = I_A + jI_R. \quad (13)$$

С учетом (2) и (8) после ряда преобразований получаем:

$$\dot{I}/\kappa = \alpha - j0,5(1-k_d) - 0,5(1-k_d)[\sin 2\theta - j \cos 2\theta] - n \sqrt{k_d^2 + \alpha^2} [\sin(\theta + \gamma) - j \cos(\theta + \gamma)] \quad (14)$$

или

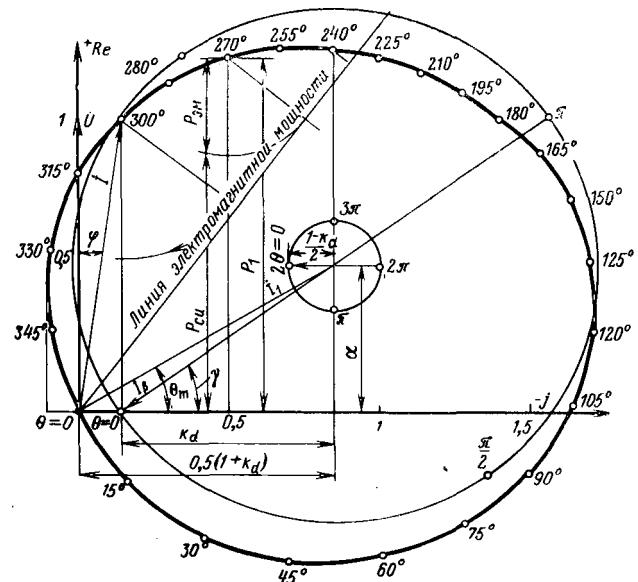
$$\dot{I}/\kappa = \dot{B}_1 - jB_2 e^{j2\theta} + jB_3 e^{j(\theta+\gamma)}, \quad (14a)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{B}_1 &= \alpha - j0,5(1+k_d); \\ B_2 &= 0,5(1-k_d); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3 &= n \sqrt{k_d^2 + \alpha^2} = nA_1; \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \alpha/k_d. \end{aligned}$$

Как видно из (14), геометрическое место тока при изменении угла  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  в общем случае



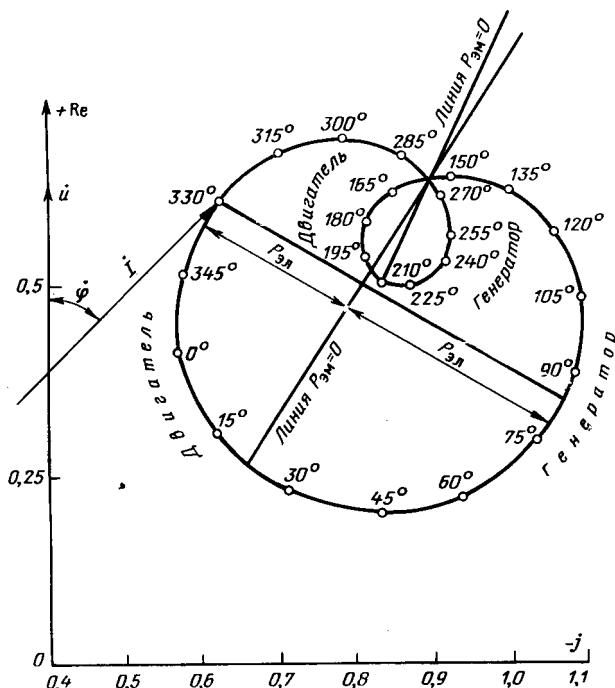


Рис. 3. Диаграмма тока явнополюсной синхронной машины при  $n=0,175$ .

то определение линии электромагнитной мощности сводится к случаю синхронной неявнополюсной машины.

Если же  $n < \beta$ , тогда на диаграмме тока возникает соответственно по две области двигательного и генераторного режимов. Это объясняется тем, что при малом значении э. д. с. доля мощности, обусловленная явнополюсностью, является весьма значительной. Исследования показывают, что устойчивые точки равновесия на каждом из участков определяются по формуле (20). Что касается не-

устойчивых точек равновесия, то последние можно получить из условия (21). Найденные соотношения для расчета углов  $\theta'_0$  имеют вид:

$$\sin(\theta'_0 + \varphi_1) = -\frac{n(1-k_d H)}{A_1 H}, \quad (22)$$

где

$$H = \frac{1-k_d}{\alpha^2 + k_d}.$$

Для иллюстрации на рис. 3 приведена диаграмма для случая  $k_d=0,7$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $n=0,175$ . При этом нетрудно видеть, что  $n < \beta$ . Значения углов  $\theta_0$ , определяемые из (20), будут равны  $\theta_0=22^\circ$  и  $\theta_0=149^\circ$ .

Значения углов  $\theta'_0$ , определяемые из (22), получаются равными  $\theta'_0=-84^\circ 30'$  и  $\theta'_0=-204^\circ 30'$ . Таким образом, основной двигательный режим лежит в пределах  $22^\circ \geq \theta \geq -84^\circ 30'$ , второй двигательный режим  $-149^\circ \geq \theta \geq -204^\circ 30'$ . Области двигательного и генераторного режимов выделены на диаграмме и показаны соответствующие линии электромагнитной мощности.

**Заключение.** Рассмотренный метод, основанный на общих уравнениях, позволяет получить аналитическое выражение геометрического места токов для различных исполнений синхронной машины (реактивной, неявно- и явнополюсной) с учетом влияния активного сопротивления обмотки якоря.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ковач К. и Рац И., Переходные процессы в машинах переменного тока, Госэнергоиздат, 1963.
2. Костенко М. П., Электрические машины (специальная часть), Госэнергоиздат, 1949.
3. Петров Г. Н., Электрические машины, Госэнергоиздат, 1963, ч. II.
4. Бертинов А. И., Авиационные электрические машины, Оборонгиз, 1959.
5. Конкордия Г., Синхронные машины, Госэнергоиздат, 1959.
6. Кимбарк Э., Синхронные машины и устойчивость электрических систем, 1960.

[18.1.1971]



УДК 621.313.333.016.1.018.6.001.24:621.314.632

## Расчет пульсаций момента асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора

Э. А. СЕППИНГ

Таллин

Особенностью работы асинхронного двигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора является несинусоидальность токов ротора и статора. Несинусоидальность токов вызывает пульсации момента двигателя, расчет которых представляет большой практический интерес. В [Л. 1 и 2] дана методика расчета отдельных составляющих пульсаций момента асинхронного двигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора, основанная на разложении токов статора и ротора в ряд Фурье. Значения наибольших составляющих пульсаций момента не могут характеризовать реальных пульсаций момента, так как отдельные составляющие момента могут на-

ходиться в противофазе и взаимно компенсироваться. Для суммирования составляющих пульсаций момента следует провести очень громоздкий расчет их начальных фаз.

Кроме большой трудоемкости, при расчете такая методика не обладает особой наглядностью, расчеты нужно проводить при многих значениях скольжения и токов асинхронного двигателя, а при расчете трудно оценить ошибку, вызванную сделанными допущениями.

В настоящей статье анализ работы асинхронного двигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора производится с помощью векторного метода,

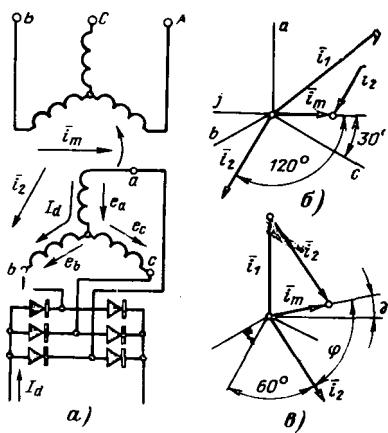


Рис. 1.

а — схема асинхронного электропривода с выпрямителем в цепи ротора; б, в — векторные диаграммы токов асинхронного двигателя в начале коммутации вентиляй (б) и в конце коммутации вентиляй (в).

применение которого упрощает расчет пульсаций момента, а также позволит оценить ошибку, вызванную сделанными при анализе допущениями.

Для упрощения анализа принимаем, что выпрямленный ток полностью сглажен, а также обычные допущения, такие как линейность характеристики намагничивания, симметричность конструкции машины, синусоидальное пространственное распределение н. с. при питании машины синусоидально изменяющимся во времени напряжением.

Результирующий вектор питающего напряжения трех фаз \$\bar{i}\_1\$ вращается в координатах статора с синхронной скоростью \$\omega\_c = 2\pi f\_1\$, а ротор асинхронного двигателя вращается со скоростью \$\omega = \omega\_c(1-s)\$.

Для асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора можно допустить, что векторы намагничивающего тока \$\bar{i}\_m\$ и потокосцепления взаимоиндукции \$\bar{\Phi}\_m\$, совпадающие по направлению, имеют постоянную амплитуду и вращаются с постоянной скоростью \$\omega\_c\$. Действительно, \$\bar{i}\_m\$ и \$\bar{\Phi}\_m\$ не содержат быстро затухающих составляющих, а медленно затухающими свободными составляющими векторов \$\bar{i}\_m\$ и \$\bar{\Phi}\_m\$ можно пренебречь, так как они малы и их постоянная времени достигает нескольких секунд [Л. 3], что намного больше продолжительности времени от начала одной коммутации до начала следующей коммутации вентиляй в роторной цепи.

Изменение векторов токов и напряжений во времени показывает рис. 1, где принято, что векторы вращаются против часовой стрелки.

Вектор роторного тока трех фаз определяется по следующему выражению [Л. 3]:

$$\bar{i}_2 = \frac{2}{3} (i_a + \bar{a} i_b + \bar{a}^2 i_c), \quad (1)$$

где комплексные операторы

$$\bar{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \bar{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Остальные векторы определяются также по аналогичным выражениям через соответствующие фазные величины.

Во время внекоммутационного участка выпрямленный ток \$I\_d\$ течет по двум фазам ротора, значит вектор роторного тока трех фаз \$\bar{i}\_2\$ вращается с ротором со скоростью \$\omega\$, а угол между \$\bar{i}\_m\$ и \$\bar{i}\_2\$ увеличивается, так как \$\bar{i}\_2\$ отстает от \$\bar{i}\_m\$, который вращается быстрее — со скоростью \$\omega\_c\$.

Коммутация вентиляй при неуправляемом выпрямителе начинается в момент времени, когда \$\bar{i}\_m\$ опережает \$\bar{i}\_2\$ на угол \$\varphi = 120^\circ\$. На схеме рис. 1, а в это время э. д. с. \$e\_c\$, индуцируемая в фазе \$c\$ ротора, становится больше э. д. с. \$e\_b\$ в фазе \$b\$. Следовательно, ось фазы, в которой будет течь ток после коммутации вентиляй, отстает от \$\bar{i}\_m\$ на \$30^\circ\$ (фаза \$c\$ на рис. 1, б).

Если применяется управляемый выпрямитель, то коммутация вентиляй начинается в момент времени, когда \$\bar{i}\_m\$ опережает \$\bar{i}\_2\$ на угол \$\varphi = 120^\circ + \alpha\$, где \$\alpha\$ — угол открывания вентиляй выпрямителя.

Во время коммутации вентиляй ток в одной из фаз ротора уменьшается до нуля, а в другой фазе возрастает до значения выпрямленного тока \$I\_d\$. Из рис. 1 следует, что при этом \$\bar{i}\_2\$ поворачивается относительно ротора на \$60^\circ\$, а \$\bar{i}\_m\$ поворачивается только на коммутационный угол \$\gamma\$.

Во время внекоммутационного участка вектор \$\bar{i}\_2\$ имеет постоянную амплитуду и остается неподвижным относительно ротора, а \$\bar{i}\_m\$ поворачивается на угол \$60^\circ - \gamma\$.

Амплитуда \$\bar{i}\_2\$ во время коммутации вентиляй изменяется. Рассмотрим это изменение подробнее. Фазные токи ротора при коммутации вентиляй на рис. 1 получим для управляемого выпрямителя по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= -I_d; \\ i_b &= I_d - I_k [\cos \alpha - \cos(\alpha + \delta)]; \\ i_c &= I_k [\cos \alpha - \cos(\alpha + \delta)], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где \$\vartheta\$ — угол поворота векторов в координатах ротора; \$\vartheta = 0\$ соответствует началу коммутационного процесса, \$\vartheta = \gamma\$ — его концу;

$$I_k = \frac{\pi}{6} \frac{E_{d0}}{x_k};$$

\$\gamma\$ определяется из выражения:

$$\cos(\alpha + \gamma) = \cos \alpha - \frac{I_d}{I_k};$$

\$x\_k\$ — индуктивное сопротивление рассеяния асинхронного двигателя, приведенное ко вторичной цепи; \$E\_{d0}\$ — среднее значение выпрямленного напряжения при \$\alpha = 0\$ и \$I\_d = 0\$;

$$\begin{aligned} E_{d0} &= \frac{3\sqrt{6}}{\pi} U'_1, = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} |\bar{e}_m| = \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \omega_c L_m |\bar{i}_m|; \end{aligned} \quad (3)$$

\$|\bar{e}\_m| = \omega\_c L\_m |\bar{i}\_m|\$ — модуль вектора э. д. с. асинхронного двигателя; \$L\_m\$ — взаимная индуктивность приведенной первичной и вторичной обмотки; \$U'\_1\$ — фазное питающее напряжение, приведенное ко второй цепи.

Теперь находим выражение для изменения \$\bar{i}\_2\$ во времени при коммутации вентиляй, показанной на рис. 1. Для этого подставляем выражения (2) в (1) и после преобразований получаем следующее выражение для изменения \$\bar{i}\_2\$ во время коммутационного участка при \$0 < \vartheta < \gamma\$:

$$\bar{i}_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \{I_d e^{j5\pi/6} - I_k [\cos \alpha - \cos(\alpha + \delta)]\}, \quad (4)$$

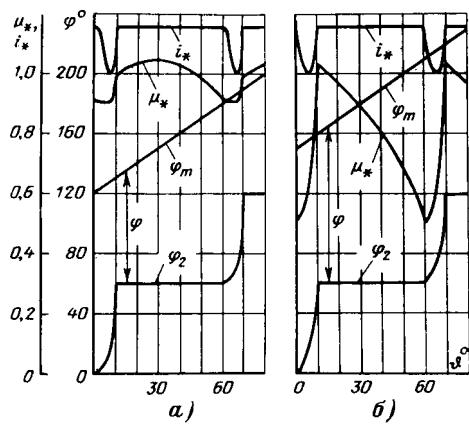


Рис. 2. Изменение векторов токов и момента асинхронного двигателя в координатах угла поворота ротора.

— при  $\alpha=0$  и  $\gamma=10^\circ$ ; — при  $\alpha=30^\circ$  и

$$\gamma=10^\circ; i_* = \frac{|\bar{i}_2|}{I_d}; \mu_* = \mu \frac{\omega_c}{I_d E_{d0}}.$$

а во время внекоммутационного участка при  $\gamma < \vartheta < 60^\circ$

$$\bar{i}_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} I_d e^{j7\pi/6}. \quad (5)$$

Вектор  $\bar{i}_m$  изменяется на рис. 1 при  $0 < \vartheta < 60^\circ$  по следующему уравнению:

$$\bar{i}_m = |\bar{i}_m| e^{j(\alpha+\vartheta+3\pi/2)}. \quad (6)$$

Момент асинхронного двигателя находим как векторное произведение [Л. 3]:

$$\mu = \frac{2}{3} L_m \operatorname{Im} [\bar{i}_2^* \bar{i}_m], \quad (7)$$

где  $\operatorname{Im}$  — обозначает мнимую часть векторного произведения;  $\bar{i}_2^*$  — комплекс, сопряженный с  $\bar{i}_2$ .

Подставляя выражения (3), (4) и (6) в (7), получаем уравнение для момента во время коммутации вентилем при  $0 < \vartheta < \gamma$ :

$$\mu' = \frac{\pi E_{d0}}{3\omega_c} \left\{ I_d \cos (\alpha + \vartheta + \frac{\pi}{6}) + I_k [\cos \alpha - \cos (\alpha + \vartheta)] \sin (\alpha + \vartheta) \right\}, \quad (8)$$

а подставляя выражения (3), (5) и (6) в (7), получаем уравнение для момента во время внекоммутационного участка при  $\gamma < \vartheta < 60^\circ$ :

$$\mu'' = \frac{\pi E_{d0}}{3\omega_c} I_d \cos \left( \alpha + \vartheta - \frac{\pi}{6} \right). \quad (9)$$

На рис. 2 показаны изменения переменных, рассчитанные по приведенным выше выражениям.

Для проверки разработанной методики расчета можно показать, что средний момент асинхронного двигателя при расчете по выражениям (8) и (9) совпадает с моментом, рассчитанным по формуле [Л. 4]:

$$M = \frac{1}{\omega_c} \left( I_d E_{d0} \cos \alpha - I_d^2 \frac{3}{\pi} x_k \right). \quad (10)$$

Это легко показать аналитически при малой длительности коммутационного процесса, когда можно пренебречь вторым членом в формуле (10). В этом случае средний момент равен:

$$M = \frac{1}{\omega_c} I_d E_{d0} \cos \alpha.$$

При допущении  $\gamma \approx 0$  средний момент по выражению (9) находим следующим образом:

$$M = \frac{3}{\pi} \int_0^{\pi/3} \mu'' d\vartheta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} L_m |i_m| I_d \cos \alpha = \\ = \frac{1}{\omega_c} I_d E_{d0} \cos \alpha.$$

Полученное выражение идентично с формулой (11), что и требовалось доказать.

Расчеты показывают, что средние значения момента хорошо совпадают также при учете продолжительности коммутационного процесса.

Для расчета амплитуды пульсаций момента определяем максимальное и минимальное значение момента по выражениям (8) и (9).

Из рис. 2 и выражения (9) следует, что при  $\alpha + \gamma \leq 30^\circ$  максимальное мгновенное значение момента

$$\mu_{\max} = \frac{\pi}{3\omega_c} I_d E_{d0}, \quad (12)$$

а при  $\alpha + \gamma > 30^\circ$

$$\mu_{\max} = \frac{\pi}{3\omega_c} I_d E_{d0} \cos \left( \alpha + \gamma - \frac{\pi}{6} \right). \quad (13)$$

Минимальное мгновенное значение момента асинхронного двигателя наблюдается при малых значениях угла  $\alpha$  во время коммутации вентилем (рис. 2), где его можно найти, построив кривую момента на этом участке. При увеличении  $\alpha$  минимальное значение момента равно моменту при  $\vartheta=0$ :

$$\mu_{\min} = \frac{\pi}{3\omega_c} I_d E_{d0} \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right). \quad (14)$$

Используя выражение (14) также для малых значений угла  $\alpha$ , где оно будет приближенным, находим амплитуду пульсаций момента при  $\alpha + \gamma \leq 30^\circ$  по выражениям (12) и (14):

$$\mu_{\text{пуп}} = \frac{1}{2} (\mu_{\max} - \mu_{\min}) = \\ = \frac{1}{2} \frac{\pi}{3\omega_c} I_d E_{d0} \left[ 1 - \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right) \right] \quad (15)$$

и при  $\alpha + \gamma > 30^\circ$  по выражениям (13) и (14)

$$\mu_{\text{пуп}} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{3\omega_c} I_d E_{d0} \left[ \cos \left( \alpha + \gamma - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right) \right]. \quad (16)$$

Частота пульсаций момента равна шестикратной частоте напряжения ротора:

$$f_{\text{пуп}} = 6f_1 s. \quad (17)$$

Расчеты показывают, что при неуправляемом выпрямителе амплитуда пульсаций момента  $\mu_{\text{пуп}}$  достигает только 8—10% от его среднего значения, а при управляемом выпрямителе величина  $\mu_{\text{пуп}}$  с увеличением угла открывания вентилем увеличивается, достигая при  $\alpha=60^\circ$  уже 100% от среднего значения момента. Но сравнение выражений (12) и (16) показывает, что даже при больших углах  $\alpha$  величина  $\mu_{\text{пуп}}$  составляет только половину от максимального момента, рассчитанного при той же величине  $I_d$  для случая  $\alpha=0$ . Это вызвано тем, что максимальное мгновенное значение момента не может в любом режиме двигателя превышать значение

ния, рассчитанного по выражению (12). Следовательно, пульсации момента не приводят к появлению опасных пиков момента.

При неполном сглаживании выпрямленного тока форма кривой момента несколько меняется. Анализ показывает, что вследствие увеличения модуля вектора  $\bar{i}_2$  во время внекоммутационного участка при  $\alpha + \gamma < 30^\circ$  происходит увеличение амплитуды пульсаций момента. Если известна форма роторного тока, расчет момента по данной методике не представляет трудностей, только расчет формы роторного тока вызывает некоторые затруднения. Легко показать, что пульсации момента при неполном сглаживании выпрямленного тока изменяются в небольшой степени по сравнению с пульсациями при полностью сглаженном выпрямленном токе.

Наличие пульсаций момента должно быть учтено при проектировании электроприводов с выпрямительным мостом в цепи ротора асинхронного двигателя, так как оно может привести к преждевременному износу подшипников и т. д.

Уменьшение пульсаций момента возможно при использовании асинхронного электродвигателя с двумя обмотками на роторе, сдвинутыми на  $30^\circ$ , и с выпрямительными мостами в цепях обоих обмоток ротора. Такая схема была предложена и разработана в [Л. 5]. Анализ показывает, что в этом случае следует рассчитать кривую момента для одной обмотки ротора и суммировать к ней такую же кривую, но сдвинутую на  $30^\circ$ . Расчет показывает, что в таком случае даже при использовании управляемых выпрямителей в роторной цепи пульсации момента будут незначительными. Интересно отметить, что в таком случае при одном и том же угле  $\alpha$  отношение амплитуды пульсаций момента к среднему значению момента зависит от  $\gamma$  и будет минимальным при  $\gamma = 30^\circ$ .

В [Л. 6] утверждается, что асинхронный каскад работает неустойчиво при скольжениях, близких к  $1/6$ , когда проявляется действие 5-й гармоники токов ротора. На основании приведенных рассуждений можно заключить, что такое утверждение не обосновано, так как в каскадном электроприводе нет причин для возникновения низкочастотных пульсаций момента. Экспериментальные и теоретические исследования [Л. 7] показали, что при работе со скольжениями, близкими к кратным  $1/6$ , происходят низкочастотные пульсации фазных токов статора и фазных мощностей. Эти пульсации значительны при скольжениях, близких к  $1/3$ . Несмотря на наличие пульсаций токов статора, ток ротора и выпрямительный ток не содержат низкочастотных пульсаций.

Также не наблюдалось нами низкочастотных пульсаций скорости вращения каскада при скольжениях, близких к кратным  $1/6$ .

Указанные исследования были проведены косвенным путем с помощью двух электронных осциллографов, один из

которых использовался для наблюдения за низкочастотными пульсациями статорного тока (для этого можно использовать также амперметр или ваттметр), а другой — за напряжением ротора. Синхронизация второго осциллографа проводилась от сети. Исследования были проделаны при разных скоростях вращения и при разных нагрузках, в том числе и при холостом ходе асинхронного двигателя с отсоединенными муфтой от остальных машин агрегата. При эксперименте не было обнаружено никаких низкочастотных смещений кривой напряжения на экране второго осциллографа, кроме малых качаний при  $s=1/2$ , где появилась очень малая синхронная составляющая момента. Значение этой составляющей момента не поддавалось измерению, так как уже малые случайные изменения параметров каскада (например, питающего напряжения) выводили каскад из синхронизма. Появление синхронной составляющей момента не объясняется данной теорией.

Отсутствие низкочастотных пульсаций момента при скольжениях, близких к кратным  $1/6$ , где наблюдаются низкочастотные пульсации фазных токов статора, объясняется тем, что низкочастотные пульсации токов статора в разных фазах сдвинуты на  $1/3$  периода этих пульсаций, поэтому суммарная мощность не содержит пульсаций.

**Выводы.** 1. Применение векторного метода значительно упрощает анализ процессов, происходящих в асинхронном двигателе при наличии выпрямительного моста в цепи ротора.

2. Несинусоидальность токов ротора и статора при наличии выпрямительного моста в цепи ротора асинхронного двигателя вызывает пульсации его момента с шестикратной частотой напряжения ротора. Амплитуда пульсаций момента достигает при неуправляемом выпрямителе 8—10% от среднего значения момента, а при управляемом выпрямителе величина пульсаций момента увеличивается.

3. В асинхронном электроприводе с выпрямительным мостом в цепи ротора не имеется низкочастотных пульсаций момента, хотя происходят низкочастотные пульсации фазных токов статора.

## ЛИТЕРАТУРА

- Завалишин Д. А. и Фролов Б. В., Каскадная схема асинхронного двигателя с ионным преобразователем для широкой регулировки скорости, сб. «Электросила», 1951, № 9.
- Schönpfeld R., Die Pendelmomente der untersynchronen stromrichterkaskade, «Wiss. Z. Elektrotechn.», 1967, 9, № 4.
- Ковач К. П. и Рац И., Переходные процессы в машинах переменного тока, Госэнергоиздат, 1963.
- Бутаев Ф. И. и Этtinger Е. Л., Вентильный электропривод, Госэнергоиздат, 1951.
- Завалишин Д. А., Боброва Р. Ф. и Парфенов Э. Е., Регулирование скорости вращения мощных асинхронных электродвигателей в каскадной схеме с полупроводниковым преобразователем, Изв. АН СССР, «Энергетика и автоматика», 1962, № 3.
- Чернявский Ф. И., Каскад асинхронного двигателя с ртутными выпрямителями, «Электричество», 1950, № 6.
- Сенькович А. А. и Рожановский Ю. В., Некоторые особенности работы асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора, «Электричество», 1969, № 3.

[9.3.1971]



# Управление потокосцеплением ротора асинхронного двигателя при частотно-токовом регулировании

Доктор техн. наук [В. А. ШУБЕНКО], канд. техн. наук Р. Т. ШРЕИНЕР  
и инж. А. Д. ГИЛЬДЕБРАНД  
Свердловск

Наиболее полно преимущества асинхронных электроприводов могут быть реализованы лишь в быстродействующих замкнутых системах частотного управления, использующих современные средства автоматики и силовой полупроводниковой техники. Весьма перспективным является такой класс замкнутых систем, в котором в качестве независимых управляющих воздействий (параметров управления) выбраны абсолютное скольжение ротора ( $\beta$ ) и ток статора ( $i_s$ ) асинхронной машины [Л. 1—3]. Главным преимуществом этих систем является возможность формирования электромагнитного момента  $\mu = F(i_s, \beta)$  независимо от скорости, что позволяет наиболее просто получать требуемые статические характеристики электропривода в широком диапазоне регулирования.

Однако изменение управляющих воздействий, осуществляющее с целью изменения момента, сопровождается в общем случае электромагнитным переходным процессом в асинхронной машине, описываемым системой уравнений [Л. 4]:

$$\left. \begin{aligned} D\psi_{ar} &= -\alpha_r \psi_{ar} + (\omega_k - \omega) \psi_{br} + \alpha_r x_m i_{as}; \\ D\psi_{br} &= -\alpha_r \psi_{br} - (\omega_k - \omega) \psi_{ar} + \alpha_r x_m i_{bs}; \\ \mu &= k_r (\psi_{ar} i_{bs} - \psi_{br} i_{as}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\psi_{ar}$ ,  $\psi_{br}$  — составляющие вектора потокосцепления ротора ( $\bar{\psi}_r$ ) по вещественной и мнимой осям;  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  — составляющие вектора тока статора ( $\bar{i}_s$ ) по вещественной и мнимой осям;  $\omega_k$  — скорость вращения координатных осей;  $\omega$  — скорость вращения ротора;  $\alpha_r$ ,  $x_m$ ,  $k_r$  — параметры асинхронной машины;  $D = \frac{d}{dt}$  — символ дифференцирования по времени;  $\mu$  — электромагнитный момент двигателя.

Вектор тока статора может быть выражен через параметры управления  $i_s$  и  $\beta$  следующим образом:

$$\bar{i}_s = i_s e^{j(\omega + \beta - \omega_k) t}.$$

Основным признаком такого переходного процесса является наличие свободных составляющих потокосцепления ротора, которые могут привести к колебаниям электромагнитного момента. Очевидно, что если нас интересует вопрос обеспечения условий наиболее быстрого затухания электромагнитного переходного процесса (или изменения потокосцепления  $\bar{\psi}_r$  на заданное значение), то имеет смысл рассмотрение задачи оптимального по быстродействию управления динамической системой, описываемой уравнениями (1), фазовое состояние которой характеризуется вектором потокосцепления ротора  $\bar{\psi}_r$ , а обобщенным управляющим параметром является вектор тока статора  $\bar{i}_s$ .

Поставим задачу определения оптимального управления  $\bar{i}_s(\tau)$ , обеспечивающего перевод вектора потокосцепления ротора из одного заданного состояния  $\bar{\psi}_r(0)$  в другое заданное состояние  $\bar{\psi}_r(T)$  за кратчайшее время при ограничении на модуль вектора управления ( $|i_s| \leq i_{sd}$ ).

Второй задачей является нахождение условий, при которых вектор  $\bar{\psi}_r$  остается в заданном конечном состоянии либо переводится на заданную траекторию установившегося движения.

Для решения первой задачи используется принцип максимума [Л. 5]. Обозначив  $\omega_k - \omega = b$ , будем выбирать из условия  $b = \text{const}$ .

Функция  $H$  имеет вид:

$$H = \psi_1 [-\alpha_r \psi_{ar} + b \psi_{br} + \alpha_r x_m i_{as}] + \psi_2 [-\alpha_r \psi_{br} - b \psi_{ar} + \alpha_r x_m i_{bs}].$$

Сопряженная система

$$\begin{aligned} D\psi_1 &= \alpha_r \psi_2 + b \psi_1; \\ D\psi_2 &= \alpha_r \psi_1 - b \psi_2. \end{aligned}$$

Ее решение

$$\begin{aligned} \psi_1 &= ce^{\alpha_r \tau} \cos(b\tau - \xi); \\ \psi_2 &= -ce^{\alpha_r \tau} \sin(b\tau - \xi). \end{aligned}$$

Вектор управления  $\bar{i}_s = i_s \cos \gamma + j i_s \sin \gamma$ , где  $\gamma$  — угол между осью  $\alpha$  и вектором  $\bar{i}_s$ .

Тогда

$$\max H = \max \{ \alpha_r x_m c i_s e^{\alpha_r \tau} [\cos(b\tau - \xi) \cos \gamma - \sin(b\tau - \xi) \sin \gamma] \}, \quad |\bar{i}_s| \leq i_{sd}, \quad |\bar{i}_s| \leq i_{sd}.$$

Следовательно,  $\gamma = -b\tau + \xi$  и  $|i_s| = i_{sd}$ ,

$$\left. \begin{aligned} i_{as} &= i_{sd} \cos(b\tau - \xi); \\ i_{bs} &= -i_{sd} \sin(b\tau - \xi), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

т. е. вектор управления должен быть максимальным по величине и вращаться со скоростью  $-b$ . Это означает, что оптимальному процессу изменения потокосцеплений ротора соответствует неподвижное по отношению к ротору положение вектора  $\bar{i}_s$ . Подставив найденное оптимальное управление (2) в систему уравнений (1), найдем выражения для потокосцеплений ротора:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{ar} &= \rho e^{-\alpha_r \tau} \cos(b\tau - \alpha) + x_m i_{sd} \cos(b\tau - \xi); \\ \psi_{br} &= -\rho e^{-\alpha_r \tau} \sin(b\tau - \alpha) - x_m i_{sd} \sin(b\tau - \xi). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для того чтобы определить неизвестные константы:  $\rho$ ,  $\alpha$ ,  $\xi$  и время оптимального процесса  $T$ , требуется задать начальное  $\bar{\psi}_r(0)$  при  $\tau = 0$  и конечное

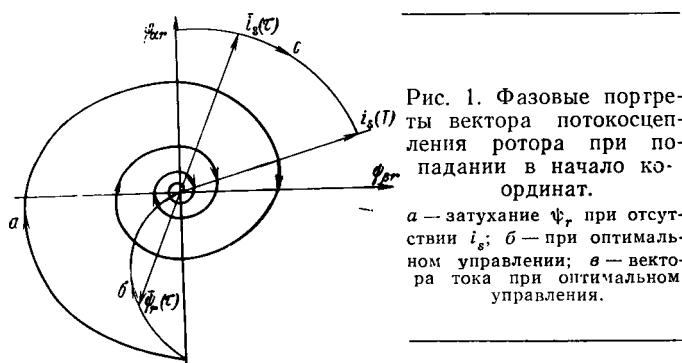


Рис. 1. Фазовые портреты вектора потокосцепления ротора при попадании в начало координат.

$a$  — затухание  $\psi_r$  при отсутствии  $i_s$ ;  $b$  — при оптимальном управлении;  $c$  — вектора тока при оптимальном управлении.

$\bar{\psi}_r(T)$  при  $\tau = T$  значения вектора  $\psi_r$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} \psi_{ar}(0) &= \rho \cos \alpha + x_m i_{sd} \cos \xi; \\ \psi_{br}(0) &= \rho \sin \alpha + x_m i_{sd} \sin \xi; \\ \psi_{ar}(T) &= \rho e^{-\alpha_r T} \cos(bT - \alpha) + x_m i_{sd} \cos(bT - \xi); \\ \psi_{br}(T) &= -\rho e^{-\alpha_r T} \sin(bT - \alpha) - x_m i_{sd} \sin(bT - \xi). \end{aligned} \right\} (4)$$

В некоторых частных случаях решения получаются простые. Например, если  $\bar{\psi}_r(T) = 0$ , то

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\psi_{br}(0)}{\psi_{ar}(0)}, \quad \xi = \alpha + \pi;$$

$$\rho = \sqrt{\psi_{ar}^2(0) + \psi_{br}^2(0)} + x_m i_{sd}; \quad T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{\rho}{x_m i_{sd}}.$$

Вектор управления  $\bar{i}_s$  в этом случае направлен всегда противоположно вектору  $\bar{\psi}_r$  и время  $T$  не зависит от  $b$ .

На рис. 1 показаны фазовые траектории.

При пуске, когда  $\bar{\psi}_r(0) = 0$ , решение системы (4) дает следующие решения:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= x_m i_{sd}; \quad T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{x_m i_{sd}}{x_m i_{sd} - \sqrt{\psi_{ar}^2(T) + \psi_{br}^2(T)}}; \\ \alpha &= \operatorname{arctg} \frac{\psi_{br}(T)}{\psi_{ar}(T)} + bT; \quad \xi = \alpha + \pi. \end{aligned} \right.$$

В этом случае фазовая траектория  $\bar{\psi}_r(\tau)$  при  $b \neq 0$  стремится к определенной окружности.

В общем случае, для определения неизвестных констант и времени оптимального процесса целесообразно рассмотреть этот процесс в системе координат, вращающейся синхронно с ротором ( $b = 0$ ). Тогда можно решить систему (4) при произвольных начальном и конечном значениях вектора потокосцепления ротора:

$$\alpha = \operatorname{arc tg} \frac{\psi_{br}(T) - \psi_{br}(0)}{\psi_{ar}(T) - \psi_{ar}(0)},$$

$$\rho = \psi_{ar}(0) \cos \alpha + \psi_{br}(0) \sin \alpha \pm$$

$$\pm \sqrt{[\psi_{ar}(0) \cos \alpha + \psi_{br}(0) \sin \alpha]^2 - \psi_{ar}^2(0) - \psi_{br}^2(0) + x_m^2 i_{sd}^2};$$

$$\xi = \operatorname{arccos} \frac{\psi_{ar}(0) - \rho \cos \alpha}{x_m i_{sd}}.$$

или

$$\xi = \arcsin \frac{\psi_{br}(0) - \rho \sin \alpha}{x_m i_{sd}};$$

$$T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{\rho \cos \alpha}{\psi_{ar}(T) - x_m i_{sd} \cos \xi}$$

или

$$T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{\rho \sin \alpha}{\psi_{br}(T) - x_m i_{sd} \sin \xi}.$$

Кроме того, применение системы координат с  $\omega_k = \omega$  позволяет значительно упростить фазовые портреты оптимальных траекторий, которые, как видно из (3), превращаются в прямые линии, а вектор управления неподвижен, как следует из уравнений (2).

На рис. 2 показаны фазовая траектория вектора потокосцепления ротора при оптимальном управлении (ab), направление вектора тока статора (oc), значения углов  $\alpha$  и  $\xi$ . Отрезок  $ac$  равен  $\rho$ . Вектор потокосцепления ротора не может выйти из круга радиусом  $x_m i_{sd}$ .

Представляет интерес определение закона изменения электромагнитного момента машины при оптимальном управлении потокосцеплением. Используя уравнение момента из системы (1) с учетом (2) и (3), найдем:

$$\mu = k_r i_{sd} \rho e^{-\alpha_r \tau} \sin(\xi - \alpha).$$

Следовательно, в общем случае электромагнитный момент изменяется во времени по экспоненциальному закону. Заметим, однако, что если оптимальная траектория выходит или приходит в начало координат, либо проходит через него, то в течение оптимального процесса электромагнитный момент равен нулю, так как  $\sin(\xi - \alpha) = 0$ .

На практике часто возникает необходимость попадания из заданного состояния не в определенную точку, а на некоторую траекторию, соответствующую новому установившемуся режиму работы асинхронного двигателя с некоторым скольжением  $\beta$ , током  $i_s$  и моментом  $\mu$ . В системе координат, вращающихся синхронно с ротором ( $b = 0$ ), токи имеют вид:

$$i_{as} = i_s \cos(\beta\tau + \xi);$$

$$i_{bs} = i_s \sin(\beta\tau + \xi),$$

где  $\beta$  — абсолютное скольжение.

Подставив их в систему (1) при  $b = 0$ , получим:

$$\psi_{ar} = \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} \cos(\beta\tau + \xi - \vartheta) +$$

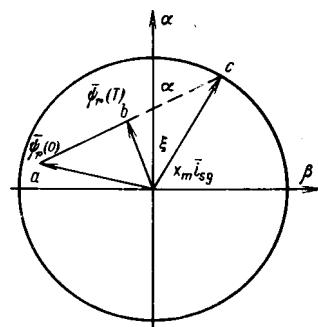


Рис. 2. Фазовые портреты оптимального изменения вектора потокосцепления ротора при  $b=0$ .

$$+ \left[ \psi_{ar}(0) - \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} \cos(\xi - \vartheta) \right] e^{-\alpha_r \tau};$$

$$\psi_{br} = \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} \sin(\beta\tau + \xi - \vartheta) +$$

$$+ \left[ \psi_{br}(0) - \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} \sin(\xi - \vartheta) \right] e^{-\alpha_r \tau},$$

где  $\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha_r}$ .

$$\mu = \sin \vartheta \frac{\alpha_r x_m k_r i_s^2}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} - k_r i_s e^{-\alpha_r \tau} \times$$

$$\times \left[ \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} \sin(\beta\tau + \vartheta) - \psi_{ar}(0) \sin(\beta\tau + \xi) + \right.$$

$$\left. + \psi_{ar}(0) \cos(\beta\tau + \xi) \right].$$

Траекторией установившегося движения  $\bar{\psi}_r$  будет окружность радиусом

$$R = \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}},$$

при этом момент

$$\mu = \frac{\alpha_r x_m k_r}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} i_s^2 \sin \vartheta. \quad (5)$$

Обозначив  $\psi_{ar}^2 + \psi_{br}^2 - R^2 = Q$  и полагая  $R = \psi_r(T)$ , запишем условие трансверсальности при  $\psi_r(0) < \psi_r(T)$ :

$$\psi_1 = \frac{\partial Q}{\partial \psi_{ar}} = 2\psi_{ar}(T);$$

$$\psi_2 = \frac{\partial Q}{\partial \psi_{br}} = 2\psi_{br}(T).$$

Представим  $\psi_r(0) = \psi_r(0) \cos \varphi + j\psi_r(0) \sin \varphi$ , где  $\varphi$  — угол между осью  $a$  и вектором  $\bar{\psi}_r$ . Тогда система (4) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi_r(0) \cos \varphi &= \rho \cos \alpha + x_m i_{sd} \cos \xi; \\ \psi_r(0) \sin \varphi &= \rho \sin \alpha + x_m i_{sd} \sin \xi; \\ \rho \cos \alpha e^{-\alpha_r \tau} + x_m i_{sd} \cos \xi &= c \cos \xi e^{\alpha_r \tau}; \\ \rho \sin \alpha e^{-\alpha_r \tau} + x_m i_{sd} \sin \xi &= c \sin \xi e^{\alpha_r \tau}; \\ ce^{\alpha_r \tau} &= R. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Решение системы (6)

$$\alpha = \varphi; \xi = \alpha;$$

$$\rho = \psi_r(0) - x_m i_{sd};$$

$$T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{x_m i_{sd} - \psi_r(0)}{x_m i_{sd} - R};$$

$$c = \frac{R(x_m i_{sd} - R)}{x_m i_{sd} - \psi_r(0)}.$$

Если  $\bar{\psi}_r(0) = 0$ , то угол  $\alpha$  неопределенный, следовательно, вектор управления можно выбрать в любом направлении и любая прямая, исходящая из начала координат, будет оптимальной траекторией.

Условия трансверсальности при  $\psi_r(0) > R$ :

$$\psi_1(T) = -\frac{\partial Q}{\partial \psi_{ar}} = -2\psi_{ar}(T);$$

$$\psi_2(T) = -\frac{\partial Q}{\partial \psi_{br}} = -2\psi_{br}(T).$$

Система (6) примет вид:

$$\psi_r(0) \cos \varphi = \rho \cos \alpha + x_m i_{sd} \cos \xi;$$

$$\psi_r(0) \sin \varphi = \rho \sin \alpha + x_m i_{sd} \sin \xi;$$

$$\rho \cos \alpha e^{-\alpha_r \tau} + x_m i_{sd} \cos \xi = -ce^{\alpha_r \tau} \cos \xi;$$

$$\rho \sin \alpha e^{-\alpha_r \tau} + x_m i_{sd} \sin \xi = -ce^{\alpha_r \tau} \sin \xi;$$

$$ce^{\alpha_r \tau} = R.$$

Тогда

$$\alpha = \varphi; \xi = \alpha + \pi;$$

$$\rho = \psi_r(0) + x_m i_{sd};$$

$$T = \frac{1}{\alpha_r} \ln \frac{\psi_r(0) + x_m i_{sd}}{R + x_m i_{sd}};$$

$$c = \frac{R(R + x_m i_{sd})}{\psi_r(0) + x_m i_{sd}}.$$

Таким образом, для скорейшего достижения требуемой траектории вектор управления должен быть неподвижен по отношению к ротору и направлен согласно с  $\bar{\psi}_r$ , если его нужно увеличить, и в противоположную сторону, если нужно уменьшить. Момент при таком регулировании, как сказано выше, будет отсутствовать.

Решим теперь вторую задачу, т. е. найдем управление, обеспечивающее перевод  $\bar{\psi}_r$  в момент времени  $\tau = T$  с оптимальной траектории на траекторию установившегося движения с заданным значением  $\mu$ . Прежде всего, используя систему (1), проанализируем соотношение фаз и амплитуд векторов  $i_s$  и  $\bar{\psi}_r$  в установленном режиме (при произвольных, но постоянных значениях  $i_s$ ,  $\beta$  и при отсутствии свободных составляющих  $\bar{\psi}_r$ ). Наиболее показательна здесь векторная формула записи величин:

возмущению

$$\bar{i}_s = i_s e^{j((\beta - b)\tau + \xi)}$$

соответствует

$$\bar{\psi}_r = \psi_r e^{j((\beta - b)\tau + \xi - \vartheta)}, \quad (7)$$

где

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha_r} = \text{const};$$

$$\psi_r = \frac{\alpha_r x_m i_s}{\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}} = x_m i_s \cos \vartheta = \text{const}.$$

Следовательно,

$$\bar{i}_s = \frac{1}{x_m \cos \vartheta} \bar{\psi}_r e^{j\vartheta},$$

где множитель  $\frac{1}{x_m \cos \vartheta}$  характеризует отношение модулей ( $i_s/\psi_r$ ), а  $\vartheta$  — сдвиг по фазе этих векторов. Отсюда очевидно, что для перевода  $\bar{\psi}_r$  с оптимальной траектории на траекторию установившегося движения управление надо переключить при  $\tau = T$  таким образом, чтобы вектор  $i_s(T)$  оказался смещенным по фазе относительно  $\bar{\psi}_r(T)$  на угол  $\vartheta$ , а модуль

$$i_s = \frac{1}{x_m \cos \vartheta} \psi_r(T).$$

Этим условия может удовлетворять бесконечно большое число пар  $i_s/\psi_r$ , причем каждой из этих пар

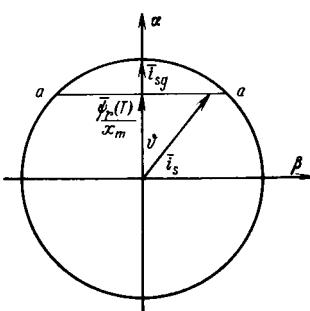


Рис. 3. Состояние векторов  $\bar{i}_s$  и  $\bar{\psi}_r$  при пуске двигателя и в статических режимах.

соответствует установившееся значение момента, определяемое выражением (5) либо тождественными ему выражениями (8)

$$\mu = k_r \frac{x_m i_s^2}{\alpha_r + \frac{\beta}{\alpha_r}}, \quad (8)$$

либо

$$\mu = k_r i_s \psi_r \sin \theta,$$

либо

$$\mu = \frac{k_r}{x_m} \psi_r^2 \operatorname{tg} \theta.$$

Если при переводе на траекторию установившегося движения заданы  $\bar{\psi}_r(T)$  и  $\mu$ , то рассматриваемая задача имеет единственное решение:

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \operatorname{arctg} \frac{x_m \mu}{k_r \psi_r^2(T)}; \\ \beta = \alpha_r \operatorname{tg} \theta; \\ i_s = \frac{\psi_r(T)}{x_m} \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{\alpha_r^2}}. \end{array} \right\} \quad (9)$$

Заметим, что при рациональном выборе скорости вращения системы координат (например, при  $b=\beta$ ) рассмотренная задача перевода на траекторию установившегося движения сводится, как это видно из (7), к задаче удержания вектора  $\bar{\psi}_r$  в заданном конечном состоянии  $\bar{\psi}_r(T)=\text{const}$ . Результат ее решения не отличается от (9):

$$i_s(\tau \geq T) = \frac{\bar{\psi}_r(T)}{x_m} \sqrt{1 + \frac{x_m^2 \mu^2}{\psi_r^2(T) k_r^2}} e^{j \operatorname{arctg} \frac{x_m \mu}{k_r \psi_r^2(T)}}.$$

Проиллюстрируем сказанное на примере рассмотрения пуска двигателя с нулевыми начальными условиями. На первом этапе, соответствующем оптимальному по быстродействию изменению вектора потокосцепления  $\bar{\psi}_r$ , вектор тока максимальен по величине ( $i_s = i_{sd}$ ) и неподвижен относительно ротора ( $\beta=0$ ). Поскольку фаза вектора тока может быть выбрана произвольной, направим его по оси  $\alpha$  (рис. 3). При этом вектор  $\bar{\psi}_r$  совпадает с вектором  $\bar{i}_s$  и стремится к значению  $x_m i_{sd}$ , а  $\mu=0$ .

Для получения установившегося значения момента двигателя при  $\bar{\psi}_r = \bar{\psi}_r(T)$  в соответствии с условиями (9) и ограничением  $|i_s| \leq i_{sd}$  необходимо, чтобы при  $\tau=T$  вектор тока статора скачкообразно изменил фазу на угол  $|\theta| \leq \operatorname{arctg} \frac{\psi_r(T)}{x_m i_{sd}}$  и начал вращаться относительно ротора со скоростью  $\beta = \alpha_r \operatorname{arctg} \theta$ . Модуль вектора тока должен удовлетворять условию

$i_s = \frac{\psi_r(T)}{x_m \cos \theta}$ , т. е. конец его должен в результате переключения попасть на линию  $aa'$  (рис. 3). На рис. 4 показана временная диаграмма 1 изменения момента при изложенном способе включения двигателя [ $i_{sy}=1$ ,  $\beta(\tau \geq T)=0,04$ ]. Для сравнения там же приведена кривая 2 момента при скачкообразном набросе  $i_s=1$  и  $\beta=0,04$  при  $\tau=0$ . Последний способ включения находит применение на практике. Как видно, время  $T$  меньше, чем  $T_1$ . Можно полагать, что отношение

$$\frac{T}{T_1} = \frac{\ln(1 - \cos \theta)}{\theta - \pi} \operatorname{tg} \theta \leq \frac{2}{\pi}.$$

Если же сопоставлять длительности переходных процессов 1 и 2 по временам входления графиков  $\mu(\tau)$  в зону 5%-ного отклонения от установившегося значения, то в рассмотренном примере первый способ дает примерно семикратный выигрыш во времени.

Таким образом, оптимальное управление потокосцеплением ротора позволяет существенно сократить время электромагнитного переходного процесса и устранить колебания момента. Однако процесс 1, обеспечивающий кратчайшее время достижения заданного установившегося значения момента, не является оптимальным по быстродействию в смысле кратчайшего времени достижения двигателем заданной скорости вращения. Это, в частности, подтверждается графиками 1 и 2 изменения скорости (рис. 4), рассчитанным при  $\mu_{st}=0$ . Задержка  $T$  на графиках 1 ухудшает быстродействие системы. Очевидно, что для устранения этой задержки целесообразно создавать необходимое потокосцепление ротора до подачи команды на пуск. Здесь уместно провести аналогию с электроприводами постоянного тока, где обмотка возбуждения двигателя включается в сеть заранее.

Перед пуском в статор асинхронного двигателя задается ток при  $\beta=0$ , значение которого можно найти из (9) путем подстановки вместо  $\psi_r(T)$  заданного значения  $\psi_r(0)$ . В момент подачи команды на пуск ( $\tau=0$ ) управляющему вектору  $\bar{i}_s$  необходимо сообщить скорость вращения относительно ротора  $\beta \neq 0$ . В общем случае управление должно также обеспечивать при  $\tau=0$  приращения и других компонентов вектора тока — его модуля  $i_s$  и начальной фазы  $\theta$ . Соотношение указанных приращений полностью определяет характер переходного процесса. Если необходимо получить заданный мо-

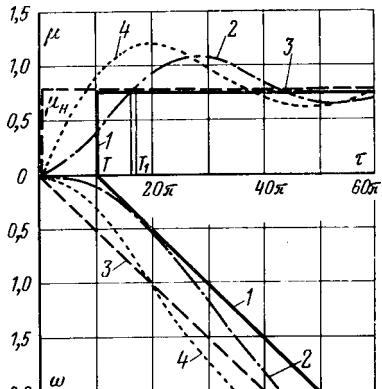


Рис. 4. Временные зависимости  $\mu$  и  $\omega$  при различных способах пуска двигателя.

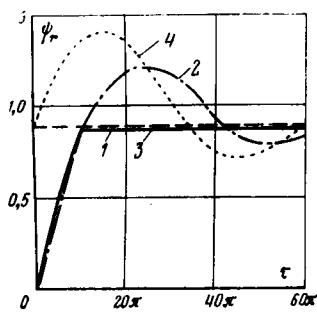


Рис. 5. Временные зависимости  $\phi_r$  при различных способах пуска двигателя.

Для реализации такого управления вектор тока статора удобно изображать в синхронно вращающихся координатах ( $b = \beta$ ) следующим образом:

$$\bar{t}_s = \frac{\psi_r}{x_m} + j \frac{\psi_r}{\alpha_r x_m} \beta.$$

Это позволяет формировать вектор  $\bar{t}_s$  из двух составляющих, одна из которых неизменна, а вторая связана линейной зависимостью с величиной скольжения. Следовательно, системы, построенные по такому принципу [Л. 2], обеспечивают постоянство потокосцепления ротора, а не потока в воздушном зазоре машины.

Рассмотрим некоторые дополнительные вопросы управления переходными процессами, возникающие при реализации систем асинхронного электропривода с частотно-токовым регулированием. На рис. 6 показан один из возможных вариантов построения функциональной схемы привода. Асинхронный двигатель  $AD$  подключен к преобразователю частоты  $ПЧ$ , выполняющему функцию регулятора тока  $\bar{t}_s$ . Управляющий векторный сигнал  $t_{sy}$  на входе регулятора тока формируется по следующим принципам. Модуль  $t_{sy}$  задается как функция от скалярного управляющего сигнала  $U$  на входе системы. Фаза вектора  $t_{sy}$  первоначально задается в функции от угла  $\varphi$  поворота ротора  $AD$ . Для этого служит блок  $\Phi$ , который формирует вектор, вращающийся со скоростью  $\omega$  ротора.

Затем управляющий вектор получает с помощью фазового модулятора  $FM$  и интегратора  $I$  дополнительное приращение фазы по закону интеграла от управления  $U$ . В связи с этим вектору  $t_{sy}$  сообщается дополнительная скорость вращения (относительного ротора), т. е. абсолютное скольжение  $\beta = k_1 U$ . Поскольку фаза векторного сигнала на входе  $FM$  связана с управлением  $U$  интегральной за-

висимостью и в силу этого не может претерпевать скачкообразных изменений, в систему вводится дополнительный фазовый модулятор  $\vartheta$ , управляемый от  $U$ .

Таким образом, на вход регулятора тока подается управляющий векторный сигнал, все компоненты которого определяются скалярной величиной  $U$ . В зависимости от соотношения между ними, задаваемого интегратором  $I$  и нелинейными блоками  $BH1$  и  $BH2$ , система может обеспечить различные по характеру переходные процессы. Например, если  $BH1$  и  $BH2$  реализуют удовлетворяющие условиям (9) зависимости

$$t_{sy} = A \sqrt{1 + B^2 U^2}; \quad \vartheta = \arctg BU,$$

где

$$A = \frac{\psi_r}{x_m}, \quad B = \frac{k_1}{\alpha_r},$$

то этим достигается постоянство потокосцепления ротора  $AD$  как в статических режимах, так и при переходных процессах. Полагая, что регулятор тока обеспечивает отработку задания  $t_{sy}$  с достаточно высоким быстродействием и точностью, можно описать статическую и динамическую характеристику системы электропривода следующим уравнением:

$$\mu = kU, \text{ где } k = k_r A^2 x_m B.$$

Рассмотренная система может функционировать и без блоков  $\vartheta$  и  $BH2$ . Однако в этом случае она обеспечивает постоянство потокосцепления ротора лишь в статических режимах. При изменении  $U$  в двигателе возникает электромагнитный переходный процесс, характеризующийся значительными свободными составляющими потокосцепления ротора и момента  $\mu$  (кривые 4 на рис. 4 и 5). Поэтому статическая характеристика системы описывается тем же уравнением, а динамическая — дифференциальным уравнением второго порядка. Последний вариант может обеспечить при определенных условиях более высокое быстродействие привода. Вышеизложенные положения были проверены путем моделирования на АВМ типа МН-14 и частично подтверждены на экспериментальной установке с тиристорным преобразователем частоты и асинхронным двигателем А51-4.

**Выводы.** 1. Оптимальному по быстродействию управлению потокосцеплением ротора асинхронной машины соответствует неподвижное относительно ротора состояние обобщенного вектора тока статора.

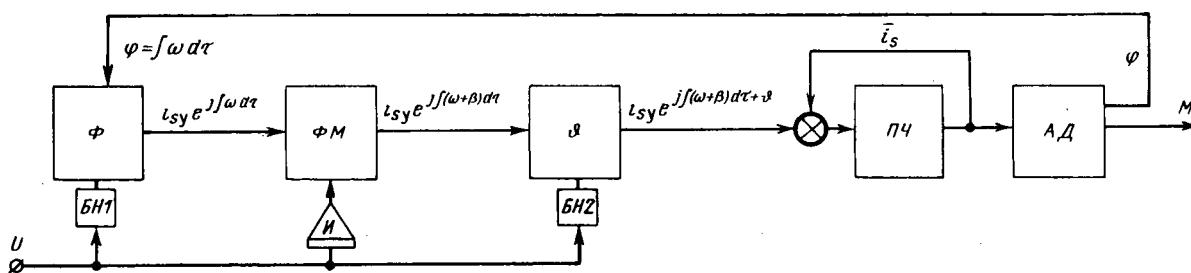


Рис. 6. Функциональная схема системы электропривода с частотно-токовым регулированием.

2. При оптимальном по быстродействию изменении потокосцепления ротора электромагнитный момент машины в общем случае изменяется по экспоненциальному закону, а в случае прохождения оптимальной траектории через начало координат момент равен нулю.

3. Для наибыстрошего перевода вектора потокосцепления ротора с оптимальной траектории на траекторию установившегося движения вектор тока статора в общем случае должен скачкообразно изменяться как по модулю, так и по фазе.

4. Сформулированные условия позволяют при произвольных начальных условиях формировать заданный электромагнитный момент асинхронной машины без колебаний и перерегулирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Abraham L., Körpelmann F., Käfigläufermotoren mit hoher Drehzahlodynamik, AEG—Mitteilungen, 1965, Bd 55, № 2.
2. Бродовский В. Н. и Иванов Е. С., Бесконтактный электропривод с частотно-токовым управлением для замкнутых систем регулирования, «Электричество», 1967, № 10.
3. Шубенко В. А. и др., Замкнутые системы частотного управления реверсивным электроприводом переменного тока с независимым и связанным регулированием скольжения, сб. «Тиристорный управляемый асинхронный электропривод», Изд. Комитета по автоматизированному электроприводу при Свердловск. обл. совете НТО, Свердловск, 1968.
4. Гильдебранд А. Д. и др., Выбор схемы электронной модели асинхронного двигателя при переменной скорости вращения, Изв. вузов, «Электромеханика», 1967, № 2.
5. Болтянский В. Г., Математические методы оптимального управления, изд-во «Наука», 1969.

[22.4.1970]



УДК 621.3.078.3:621.34:621.9

## Динамика двухконтурной системы регулирования с обратной связью по напряжению двигателя

Инженеры Б. И. РЕШМИН, В. Б. РАБИНОВИЧ и Д. С. ЯМПОЛЬСКИЙ  
Тяжпромэлектропроект

Обратная связь по напряжению двигателя в установках управляемый преобразователь — двигатель постоянного тока находит применение в тех случаях, когда нет жестких требований к точности поддержания скорости.

Структурная схема системы подчиненного регулирования скорости вращения привода, замкнутой по напряжению двигателя, приведена на рис. 1. Токовый контур представлен в свернутом виде и предполагается, что он настроен по техническому оптимуму, т. е. демпфирование токового контура  $\xi_t$  равно  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Регулятор напряжения принят пропорциональным.

Обратная связь по напряжению представлена в виде суммы трех сигналов, пропорциональных соответственно э. д. с. и падениям напряжения на омическом и индуктивном сопротивлениях участка якорной цепи, с которого снимается сигнал обратной связи. Для удобства анализа структурная схема преобразована таким образом, что все составляющие сигнала обратной связи по напряжению сосредоточены в одном канале. В общем случае в цепи обратной связи по напряжению включается фильтр с постоянной времени  $T_\Phi$ , который выбирается из условия ограничения пульсаций в цепи обратной связи до уровня, при котором система фазового управления преобразователя работает без сбоев, пульсации якорного тока находятся в допустимых пределах и усилители работают без заметного снижения коэффициентов усиления.

При выполнении обратной связи по э. д. с. двигателя постоянная времени фильтра  $T_\Phi$  выбирается равной постоянной времени участка якорной цепи  $T_a$ , с которого снимается сигнал обратной связи по напряжению.

При анализе влиянием контура э. д. с. на динамику токового контура будем пренебрегать.

Первое исследование подобных систем регулирования выполнено Неймарком В. Е. и Фишбейном В. Г. [Л. 1].

В данной статье исследование выполнено другим методом и расширен круг задач, решаемых при исследовании.

Рассмотрим динамику системы регулирования при управлении со стороны задания на скорость вращения.

Рассматривая в качестве выходной величины скорость вращения  $n$ , а в качестве входной величины  $U_{\text{вх}}$ , получаем следующее выражение для передаточной функции замкнутой системы регулирования:

$$G_1 = \frac{\frac{1}{K_n} \frac{1}{C_E \Phi} (1 + pT_\Phi)}{p^2 T_\mu^2 T_\Phi B + p^3 (2T_\mu T_\Phi + 2T_\mu^2) B + p^2 [2T_\mu + \\ + T_\Phi] B + T_{\text{в. м.}} T_\mu \frac{R_n}{R_s}] + p \left( B + T_{\text{в. м.}} \frac{R_n}{R_s} \right) + 1} \rightarrow \quad (1)$$

Здесь  $B = \frac{K_T T_{\text{в. м.}}}{R_s K_{\text{р. н.}} K_n}$  — эквивалентная постоянная интегрирования, однозначно определяемая величиной усиления регулятора напряжения  $K_{\text{р. н.}}$ .

Величина  $B$  выбирается с помощью настройки  $K_{\text{р. н.}}$  так, чтобы переходный процесс для скорости вращения был близок к переходному процессу в системе второго порядка с демпфированием, равным  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Поделим на  $1 + pT_\Phi$  числитель и знаменатель выражения (1) и отбросим в знаменателе слагающие, содержащие члены степени, выше второй.

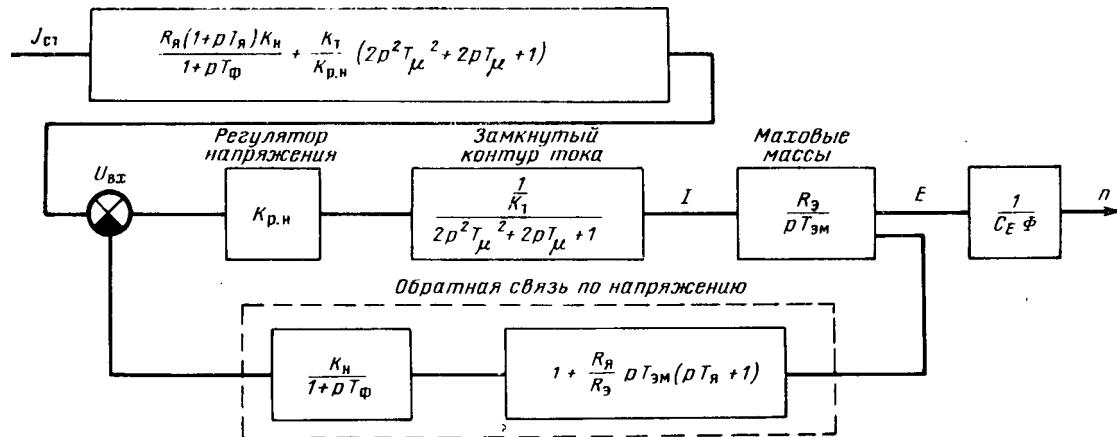


Рис. 1. Структурная схема системы регулирования скорости, замкнутой по напряжению двигателя.  
 $R_{\text{я}}$ ,  $T_{\text{я}}$  — сопротивление и постоянная времени участка якорной цепи, с которого снимается сигнал обратной связи по напряжению;  $T_{\phi}$  — постоянная времени фильтра датчика напряжения;  $R_3$ ,  $T_{\text{эм}}$  — эквивалентное сопротивление цепи и электромеханическая постоянная времени привода.

После указанных преобразований передаточная функция замкнутой системы примет вид:

$$G_2 = \frac{\frac{i}{K_{\text{в}} C_E \Phi}}{p^2 \left( 2T_{\mu} B + T_{\text{эм}} T_{\text{я}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} - T_{\phi} T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} + T_{\phi}^2 \right) + p \left( B - T_{\phi} + T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right) + 1} \quad (2)$$

Обозначим угловую частоту недемпифицированных колебаний

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{2T_{\mu} B + T_{\text{эм}} T_{\text{я}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} - T_{\phi} T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} + T_{\phi}^2}} \quad (3)$$

и коэффициент относительного демпфирования

$$\xi_c = \frac{\frac{1}{2} \left( B - T_{\phi} + T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right)}{\sqrt{2T_{\mu} B + T_{\text{эм}} T_{\text{я}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} - T_{\phi} T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} + T_{\phi}^2}} \quad (4)$$

С учетом этих обозначений передаточная функция примет упрощенный вид:

$$G_2 = \frac{\frac{1}{K_{\text{в}} C_E \Phi} \frac{1}{\omega_n^2}}{p^2 + 2\xi_c \omega_n p + \omega_n^2}. \quad (5)$$

Передаточную функцию (5) можно рассматривать как первое приближение передаточной функции (1).

Из условия, что  $\xi_c = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , получаем выражение для  $B_0$ :

$$B_0 = 2T_{\mu} + T_{\phi} - T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \pm \sqrt{\left( 2T_{\mu} + T_{\phi} - T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right)^2 - \left( \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right)^2 T_{\text{эм}}^2 + 2T_{\mu} T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} + T_{\phi}^2}. \quad (6)$$

Заметим, что формула (6) может быть также получена из условия настройки замкнутого контура

по техническому оптимуму [Л. 2], т. е. из выражения:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d^2 |G(j\omega)|}{d\omega^2} = 0.$$

В дальнейшем настройку регулятора напряжения, при которой  $B=B_0$ , будем именовать настройкой по техническому оптимуму. Из (2) следует, что возможно такое сочетание параметров, при которых  $B_0$  оказывается отрицательным или комплексным числом. В этих случаях технический оптимум не достигается. Физически это означает, что коэффициенты выражения (2) таковы, что при любом значении коэффициента усиления  $K_{\text{в}}$  коэффициент демпфирования  $\xi_c$  всегда больше, чем  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

С другой стороны, возможны такие сочетания параметров в формуле (6), когда существуют два значения  $B_0$ , большие нуля, при которых достигается технический оптимум, хотя практическое значение имеет большее из значений  $B_0$ .

В тех случаях, когда технический оптимум достигается, выражение (5) может быть всегда представлено в виде:

$$G_2 = \frac{\frac{1}{K_{\text{в}} C_E \Phi}}{2p^2 T_{\mu}^2 + 2pT_{\mu} + 1}. \quad (7)$$

Значение  $T_{\mu}$  может быть получено после подстановки (6) в (2) и тождественном сопоставлении коэффициентов в формулах (7) и (2). При этом

$$T_{\mu} = \frac{2T_{\mu} + \sqrt{\left( 2T_{\mu} + T_{\phi} - T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right)^2 - \left( \frac{R_{\text{я}}}{R_3} \right)^2 T_{\text{эм}}^2 + 2T_{\mu} T_{\text{эм}} \frac{R_{\text{я}}}{R_3} + T_{\phi}^2}}{2} \quad (8)$$

Величина  $T_{\mu}$  является эквивалентной постоянной времени контура скорости, характеризующей быстродействие системы.

Формула (8) позволяет оценить быстродействие следующих систем регулирования:

систем с обратной связью по напряжению при разных величинах постоянной времени фильтра в цепи обратной связи по напряжению;

систем с обратной связью по э. д. с. двигателя ( $T_{\mu} = T_{\Phi}$ ), при этом

$$T_{\mu_2} = \frac{2T_{\mu} + \sqrt{(2T_{\mu} + T_{\alpha})^2 + T_{\alpha}^2}}{2}; \quad (9)$$

систем с обратной связью по напряжению при условии, что  $T_{\Phi} = 0$  и компенсирована омическая составляющая падения напряжения, при этом

$$T_{\mu_2} = \frac{2T_{\mu} + \sqrt{4T_{\mu}^2 + 2T_{\alpha}T_{\alpha M} \frac{R_{\alpha}}{R_s}}}{2}. \quad (10)$$

Из сопоставления формул (8) — (10) следует, что в каждом конкретном случае существует наиболее быстродействующий вариант реализации обратной связи по напряжению.

Сравним быстродействие рассматриваемой системы с быстродействием идеальной системы регулирования, замкнутой по скорости в предположении, что в ней малые постоянные времени  $T_{\mu}$  сосредоточены только в токовом контуре.

В последнем случае малая постоянная контура скорости  $T_{\mu_{\text{вс.с}}}$  равна  $2T_{\mu}$ , и их отношение имеет вид:

$$\delta = \frac{T_{\mu_2}}{T_{\mu_{\text{вс.с}}}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{\left( 2T_{\mu} + T_{\Phi} - T_{\alpha M} \frac{R_{\alpha}}{R_s} \right)^2 - \left( \frac{R_{\alpha}}{R_s} \right)^2 T_{\alpha M}^2 + 2T_{\mu}T_{\alpha M} \frac{R_{\alpha}}{R_s} + T_{\Phi}^2}{4T_{\mu}^2}} \right). \quad (11)$$

Если  $\frac{1}{2} < \delta < 1$ , то система с обратной связью по

напряжению оказывается более быстродействующей, чем система с обратной связью по скорости. Однако параметры контура регулирования в большинстве случаев таковы, что  $\delta > 1$ , т. е. реальная система с обратной связью по напряжению является обычно менее быстродействующей, чем система, замкнутая по скорости.

Анализ быстродействия системы регулирования в условиях достижения технического оптимума выполнен в предположении, что система описывается усеченной передаточной функцией (7), в то время как в действительности она описывается передаточной функцией (1) при  $B = B_0$ .

Оценка веса неучитываемых слагаемых в усеченной передаточной функции может быть выполнена сопоставлением интегралов от квадратов импульсных реакций [Л. 2]. Если  $T_{\mu_2} > 2T_{\mu}$ , то весом неучитываемых слагаемых в выражении (7) можно пренебречь, если же  $T_{\mu_2} < 2T_{\mu}$ , изложенный анализ следует рассматривать как первое приближение.

Имеет место следующая приблизительная оценка реакции системы на ступенчатый входной сигнал: если  $T_{\mu_2} > 2T_{\mu}$ , перерегулирование находится в пред-

лах  $2 - 8\%$ , если  $T_{\mu_2} = 2T_{\mu}$ , перерегулирование возрастает до  $20\%$ . Однако, если токовый контур настроен с демпфированием, большим 1, а не  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , как это предполагалось при анализе, то и в этом случае перерегулирование будет примерно равно  $5\%$ .

В тех случаях, когда технический оптимум не достигается, система регулирования ведет себя как звено второго порядка с демпфированием  $\xi > \frac{\sqrt{2}}{2}$ , величина которого может быть вычислена по формуле (4). Для практических целей при этом можно пользоваться приближением  $\bar{G}_2$ , учитывающим только слагаемое  $p$  в первой степени

$$\bar{G}_2 = \frac{\frac{1}{K_h C_E \Phi}}{1 + p \left( B - T_{\Phi} + T_{\alpha M} \frac{R_{\alpha}}{R_s} \right)}. \quad (12)$$

Время нарастания скорости вращения до  $0,95 n_{\text{уст}}$  при ступенчатом входном сигнале

$$t_n \approx 3 \left( B - T_{\Phi} + T_{\alpha M} \frac{R_{\alpha}}{R_s} \right). \quad (13)$$

Перейдем к анализу системы регулирования при приложении возмущения по нагрузке (рис. 1). Возмущение приведено ко входу управляющего сигнала. Рассматривая в качестве выходных величин соответственно  $\Delta n$  и  $I$ , найдем выражение для изображения этих переменных:

$$\Delta n = \frac{I_{\text{ср}}}{p} G_1 \left[ \frac{K_{\tau}}{K_{p, h}} (2p^2 T_{\mu}^2 + 2pT_{\mu} + 1) + \frac{R_{\alpha} (1 + pT_{\alpha}) K_h}{1 + pT_{\Phi}} \right]; \quad (14)$$

$$I = \frac{I_{\text{ср}}}{p} \frac{pT_{\alpha M}}{R_s} G_1 \left[ \frac{K_{\tau}}{K_{p, h}} (2p^2 T_{\mu}^2 + 2pT_{\mu} + 1) + \frac{R_{\alpha} (1 + pT_{\alpha}) K_h}{1 + pT_{\Phi}} \right] + \frac{I_{\text{ср}}}{p}. \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что в общем случае реакция системы на возмущение будет характеризоваться несколькими перерегулированиями, чем при управлении со стороны задания из-за наличия форсирующих слагаемых в правой части. Формулы (14) и (15) позволяют также сравнить перерегулирование в системе при разных вариантах исполнения обратной связи по напряжению.

Установившееся значение для просадки скорости

$$\Delta n_{\text{уст}} = \lim_{p \rightarrow 0} p \Delta n = \frac{R_{\alpha} I_{\text{ср}}}{C_E \Phi} + \frac{B}{T_{\alpha M}} \frac{I_{\text{ср}} R_{\alpha}}{C_E \Phi}. \quad (16)$$

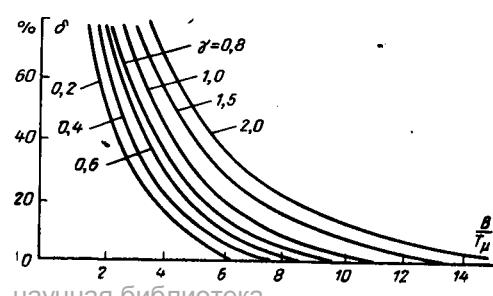


Рис. 2.

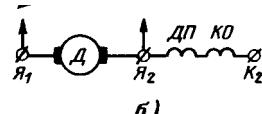
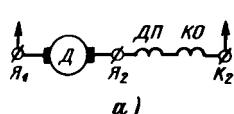


Рис. 3. Варианты исполнения обратной связи по напряжению.

Выражение (16) для  $\Delta n_{уст}$  содержит две составляющие: первая обусловлена падением напряжения на участке якорной цепи, с которого снимается сигнал обратной связи по напряжению, вторая составляющая обусловлена статизмом регулятора напряжения.

Остановимся подробнее на системе регулирования с обратной связью по э. д. с. Отличительными особенностями этой системы регулирования являются: большая стабильность регулируемой величины  $n$  при всяких изменениях параметров системы регулирования, так как обратной связью охвачена вся система регулирования, и возможность настройки системы регулирования практически на любое демпфирование системы, что не всегда возможно в системах, замкнутых по напряжению. Настройка системы регулирования, замкнутой по э. д. с., на демпфирование ( $\xi_e$  меньше  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ) обычно на практике реализуется в тех случаях, когда необходимо повысить усиление в системе с целью уменьшения статических просадок скорости.

На рис. 2 приведены характеристики перерегулирования скорости вращения привода  $n$  при ступенчатом входном сигнале, построенные по данным математического моделирования для различных значений  $\gamma = \frac{T_\phi}{2T_\mu}$ .

Из рис. 2 следует, что при одном и том же усилии в системе регулирования рост постоянной времени фильтра в цепи обратной связи приводит к существенному росту колебательности системы и соответственно росту перерегулирования.

Как уже указывалось, постоянная времени фильтра  $T_\phi$  численно равна постоянной времени участка якорной цепи, с которого снимается сигнал обратной связи по напряжению. При выполнении обратной связи по э. д. с. двигателя обычно сигнал обратной связи по напряжению снимается с зажимов  $Я_1K_2$  (рис. 3, а). При этом постоянная времени фильтра в цепи датчика напряжения должна быть:

$$T_{\phi 1} = \frac{L_a + L_{д.п} + L_{к.о}}{R_a + R_{д.п} + R_{к.о}}. \quad (17)$$

Между тем иногда целесообразно сигнал обратной связи по напряжению снимать с зажимов  $Я_1Я_2$  (рис. 3, б). Тогда постоянная времени датчика напряжения должна быть

$$T_{\phi 2} = \frac{L_a}{R_a}. \quad (18)$$

Второй вариант является предпочтительным перед первым вариантом в том случае, если  $T_{\phi 2} < T_{\phi 1}$ .

На распределение общей индуктивности между якорем, с одной стороны, и компенсационной обмоткой (КО) и дополнительными полюсами (ДП),

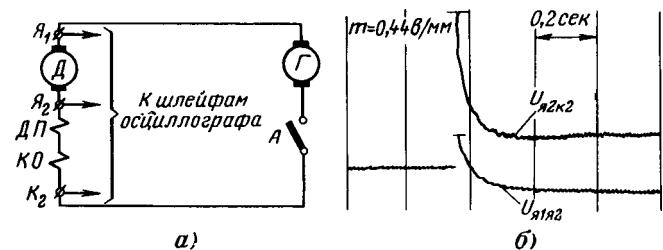


Рис. 4.

с другой стороны, оказывает влияние, помимо геометрии обмоток, еще величина относительной компенсации потока реакции якоря. Если машина перекомпенсирована, то значение индуктивности якоря при прочих равных условиях уменьшается и может даже стать отрицательным, хотя суммарная индуктивность машины всегда положительна. Если же машина недокомпенсирована, индуктивность якоря возрастает по сравнению с величиной при идеальной компенсации потока реакции якоря.

Рассмотрим экспериментальное определение характера распределения индуктивности между обмотками. Опыты проводились на прокатном двигателе блюминга. Двигатель типа ПБК 250/145, 865 в, 5700 а, 70 об/мин подключался к генератору ГП-500-1000, 500 квт, 460 в, 1087 а, 1000 об/мин (рис. 4). При замыкании автомата  $A$  осциллографировалось напряжение на якоре двигателя (зажимы  $Я_1Я_2$ ), а также на компенсационной обмотке и обмотке добавочных полюсов (зажимы  $Я_2K_2$ ).

Переходный процесс представлен на рис. 4, б. В момент замыкания автомата ( $t=0$ ) э. д. с. генератора прикладывается только к составляющим индуктивности замкнутой цепи. Поэтому отклонения шлейфов осциллографа при  $t=0$  пропорциональны индуктивностям соответствующих участков.

Отклонения шлейфов при установившемся режиме пропорциональны омическим сопротивлениям этих же участков (с учетом  $\Delta u$  щеток на якоре).

Особенностью распределения индуктивности рассматриваемого двигателя является отрицательная величина собственной индуктивности якоря. При этом индуктивность якоря в 5 раз меньше индуктивности обмоток ДП и КО и в 4 раза меньше суммарной индуктивности двигателя (зажимы  $Я_1K_2$ ). Разумеется, для данного двигателя целесообразно обратную связь по напряжению снимать непосредственно с якоря, что и реализовано на объекте.

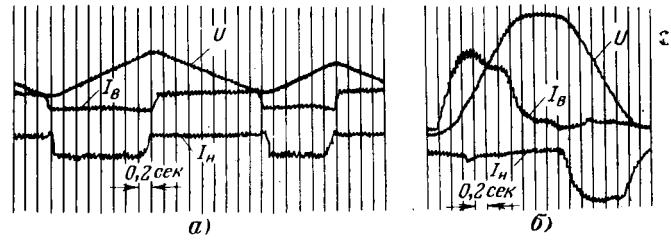


Рис. 5. Осциллограммы изменения напряжения и тока якоря при треугольном характере изменения входного сигнала.

$a - B_0 = 0,046, K_{p.n} = 12,9, T_\phi = 0; b - T_\phi = 0,074 \text{ сек}, B_0 = 0,175, K_{p.n} = 3,5$ .

Изложенная методика выбора варианта исполнения обратной связи по напряжению иллюстрирована двумя осциллограммами, снятыми при наладке системы УРВ—Д Череповецкого блюминга.

Осциллограмма рис. 5, а иллюстрирует вариант исполнения обратной связи по напряжению без фильтра в цепи обратной связи, осциллограмма рис. 5, б — вариант исполнения с фильтром в обратной связи ( $T_{\Phi}=T_{\lambda}=0,074$  сек), но без компенсации омического падения напряжения. Анализ и результаты эксперимента хорошо согласуются между собой. Предпочтительной из этих двух на-

строек является настройка, соответствующая рис. 5, а, как обеспечивающая наибольшее быстродействие, и, следовательно, при этом имеет место меньшее статическое падение скорости при одной и той же колебательности системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Неймарк В. Е. и Фишбайн В. Г., Системы регулирования скорости с обратной связью по напряжению и э. д. с., «Электропривод», 1969, № 3.

2. Ямпольский Д. С., Оптимизация системы регулирования, содержащей интегральный элемент в прямом канале регулирования, «Электричество», 1969, № 6.

[12.2.1971]



УДК 62-83:621.314.632

## Графический метод расчета динамики нелинейной САР электропривода

Доктор техн. наук В. Д. БАРЫШНИКОВ и канд. техн. наук В. М. ШЕСТАКОВ  
ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина)

Стремление получить при наименьшей затрате времени достоверные результаты исследований нередко заставляет прибегать при расчете переходных процессов в САР к комбинированию нескольких методов расчета динамики. В частности, решение задач анализа и синтеза нелинейных САР с помощью аналоговых вычислительных машин (АВМ) целесообразно сочетать с другими методами, в том числе и графическими, по своей структуре наиболее близкими к моделированию и имеющими с моделированием единый математический аппарат. В качестве такого метода может быть использован приближенный численно-графический метод [Л. 1], хорошо согласуемый, а во многих случаях и дополняющий расчеты на АВМ.

В последнее время получили распространение быстродействующие системы автоматического регулирования скорости (САРС), в которых для питания двигателей постоянного тока с независимым возбуждением используются тиристорные преобразователи. Такие системы строятся обычно с последовательной коррекцией и подчиненным регулированием параметров, в частности, тока якоря двигателя [Л. 2—4]. При этом САРС содержит два операционных усилителя, чаще всего с ПИ-динамическими характеристиками, из которых первый (в контуре обратной связи по скорости) имеет ограничение выходного напряжения, определяющее максимальный ток тиристорного преобразователя (ТП) [Л. 4]. Кроме того, при питании двигателя от нереверсивного преобразователя возможно и ограничение якорного тока нулевым значением. Таким образом, САРС в этом случае содержит существенно нелинейные звенья.

При дальнейшем изложении материала будем полагать статическую характеристику ТП прямоугольной в рабочем диапазоне изменения напряжений (что имеет, например, место при арксинусоидальной характеристике системы управления).

Отметим, что нелинейность статической характеристики ТП (например, при применении системы управления со стабилизированным пилообразным напряжением) рассматривается в ряде случаев несущественной [Л. 2], и при соответствующем запасе по напряжению ТП и ограничении диапазона изменения скорости двигателя величиной  $D=2,5 \div 3$ , что имеет место в рассматриваемых приводах, статическая характеристика ТП при приближенном анализе динамики САРС считается практически прямолинейной в области рабочих режимов привода. Необходимо подчеркнуть и то обстоятельство, что построение САРС и ее оптимизация производятся таким образом, чтобы изменения в определенных пределах параметров привода (коэффициента передачи ТП, индуктивности и сопротивления якорной цепи) мало сказывались на характере переходных процессов в приводе, что позволяет при инженерных расчетах динамики рассматривать САРС как линейную систему [Л. 2].

При достаточных по величине управляющих и возмущающих воздействиях возможно влияние указанных нелинейностей на динамику привода, которое выражается по существу в изменении характера связей между динамическими звенями, т. е. структуры САРС.

При приближенном исследовании динамики САРС с учетом ограничений будем рассматривать ее как систему, состоящую из линейных звеньев при переменной структуре на отдельных этапах работы. Исследование динамики нелинейной САР численно-графическим методом [Л. 1] иллюстрируется далее на примере тиристорного секционного привода бумагоделательной машины.

Дифференциальные уравнения звеньев системы запишем в относительных приращениях, приняв в качестве базовых величин начальные значения скорости двигателя  $n_0$ , выходной э. д. с. тиристорного преобразователя Эт.п.с., тока якоря  $I_{a0}$ , мо-

Решение данного уравнения производится по рекуррентной формуле:

$$x_n = \Delta y_n \operatorname{tg} \alpha'_{n-1} + y_{n-1} \operatorname{tg} \beta'_{n-1},$$

где  $\Delta y_n$  — приращение  $x_1(\theta)$  на  $n$ -м интервале времени  $\Delta\theta$ ;  $y_{n-1}$  — значение  $x_1(\theta)$  в конце  $(n-1)$ -го интервала времени  $\Delta\theta$ ;  $\Delta\theta$ ;  $x_n$  — значение  $x_2(\theta)$  в середине  $n$ -го интервала времени  $\Delta\theta$ ;

$$\operatorname{tg} \alpha'_{n-1} = \frac{k(2\theta + \Delta\theta)}{2\Delta\theta} \frac{m_{x1}}{m_{x2}} = \frac{1(2 \cdot 4 + 1)}{2 \cdot 1} \frac{0,01}{0,01} = 4,5;$$

$$\operatorname{tg} \beta'_{n-1} = k \frac{m_{x1}}{m_{x2}} = 1 \frac{0,01}{0,01} = 1.$$

3.  $x_3(\theta) = (1 + \theta_{np}) x_2(\theta)$  — графическое решение данного уравнения аналогично предыдущему и не требует пояснений.

$$4. \Delta y_3(\theta) = \frac{1}{1 + 2p} x_3(\theta).$$

Решение этого уравнения производится по рекуррентной формуле:

$$x_n = y_{np} \operatorname{tg} \alpha'_{10} + x_{n-1} \operatorname{tg} \beta'_{10},$$

где  $y_{np}$  — среднее значение  $x_3(\theta)$  на  $n$ -м интервале времени  $\Delta\theta$ ;  $x_{n-1}$  — значение  $\Delta y_3(\theta)$  в конце  $(n-1)$ -го интервала време-

ни  $\Delta\theta$ ;  $x_n$  — значение  $\Delta y_3(\theta)$  в конце  $n$ -го интервала времени  $\Delta\theta$ ;

$$\operatorname{tg} \alpha'_{10} = \frac{2k\Delta\theta}{2\theta + \Delta\theta} \frac{m_{x3}}{m_{y_3}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0,5}{2 \cdot 2 + 0,5} \frac{0,01}{0,01} = 0,22;$$

$$\operatorname{tg} \beta'_{10} = \frac{2\theta - \Delta\theta}{2\theta + \Delta\theta} = \frac{2 \cdot 2 - 0,5}{2 \cdot 2 + 0,5} = 0,78.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Барышников В. Д., Анализ динамики и синтез систем автоматического регулирования по переходным характеристикам, изд-во «Наука», 1966.

2. Шипилло В. П., Автоматизированный вентильный электропривод, изд-во «Энергия», 1969.

3. Следяновский О. В., Реверсивный электропривод постоянного тока, изд-во «Металлургия», 1967.

4. Барышников В. Д. и др., Построение систем автоматизированного электропривода с тиристорными преобразователями, ЛДНТП, 1968.

[28.7.1970]



УДК 621.314.632.001.5

# Коэффициент мощности каскадных управляемых выпрямителей

Кандидаты техн. наук Г. Г. ЖЕМЕРОВ, И. И. ЛЕВИТАН  
Харьков

Повышение коэффициента мощности является одной из основных задач, требующих решения при создании мощных вентильных преобразователей. Наиболее перспективными системами, обеспечивающими повышенный коэффициент мощности, являются схемы каскадного включения управляемых выпрямителей, представляющих собой два или несколько последовательно включенных управляемых выпрямителей, углы зажигания которых регулируются раздельно [Л. 1]. Такие схемы обладают также дополнительным, весьма важным достоинством, заключающимся в том, что каждый выпрямитель должен быть рассчитан лишь на часть общего выходного напряжения.

Рассмотрим энергетические показатели двух наиболее простых нереверсивных схем каскадных выпрямителей с двумя последовательно включенными группами 1B и 2B. Расчетные схемы изображены на рис. 1, а, б. Каскадный управляемый выпрямитель по 12-пульсной эквивалентной схеме (рис. 1, а) в дальнейшем будем называть схемой 1, каскадный управляемый выпрямитель по 6-пульсной эквивалентной схеме (рис. 1, б) — схемой 2. Пульсность определяется при условии равенства углов зажигания последовательно включенных управляемых выпрямительных групп. Отметим, что наименьшая частота пульсаций выходного напряжения преобразователя, выполненного по обеим рассматриваемым схемам, равна в общем случае раздельного управления углами зажигания 300 гц.

Коэффициент мощности выпрямителя [Л. 2]

$$k_m = k_c k_n, \quad (1)$$

где  $k_c$  — коэффициент сдвига,  $k_n$  — коэффициент

искажения;

$$k_n = \frac{I_1}{I_c}, \quad (2)$$

$$I_c = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots; \quad (3)$$

$I_1, I_k, I_c$  — эффективное значение соответственно первой,  $k$ -той гармоники и общего тока питающей сети.

Мгновенные значения тока питающей сети

$$i_c = i_1 + i_2, \quad (4)$$

где  $i_1, i_2$  — мгновенные значения первичных токов выпрямителей 1B и 2B.

Обозначим угол зажигания вентилей выпрямителя 1B —  $\alpha_1$ , выпрямителя 2B —  $\alpha_2$ . На рис. 2, а, б изображены кривые изменения токов  $i_1, i_2, i_c$  при допу-

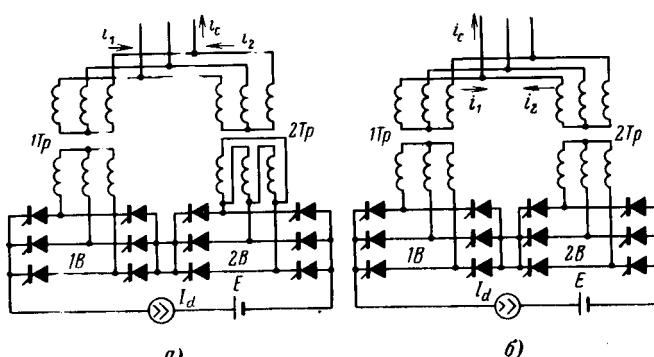


Рис. 1. Расчетные схемы управляемых выпрямителей.  
а — каскадный управляемый выпрямитель по 12-пульсной эквивалентной схеме — схема 1; б — каскадный управляемый выпрямитель по 6-пульсной эквивалентной схеме — схема 2.

щении мгновенной коммутации. Углы зажигания вентиляй произвольно выбраны  $\alpha_1 = \frac{\pi}{6}$ ;  $\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}$ . Коэффициенты трансформации трансформаторов  $ITp$  и  $2Tp$  на рис. 1, а связаны соотношением  $k_{mp_1} = \sqrt{3} k_{mp_2}$ .

Рассмотрим вначале схему 1.

При принятом начале отсчета

$$i_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4I_d}{\pi(2k+1)} \sin \left[ (2k+1) \frac{\pi}{3} \right] \cos [(2k+1)(\vartheta - \alpha_1)],$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots; \quad (5)$$

$$i_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{8I_d \sqrt{3}}{3\pi(2k+1)} \sin \left[ (2k+1) \frac{\pi}{3} \right] \times$$

$$\times \cos \left[ (2k+1) \frac{\pi}{6} \right] \cos [(2k+1)(\vartheta - \alpha_2)], \quad (6)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

$\vartheta = \omega t$  — текущий угол;  $I_d$  — ток нагрузки преобразователя.

Обозначим  $2k+1=n$  ( $n$  — нечетные числа). При  $n=6k+3$ ,  $k=0, 1, \dots$  значения  $i_1$  и  $i_2$  равны нулю, так что в действительности токи содержат гармоники с номерами  $n=6k\pm 1$ .

В соответствии с (4)

$$i_c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4I_d}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{3} \times$$

$$\times \sqrt{1 + \frac{4}{3} \cos^2 \frac{n\pi}{6} + \frac{4}{\sqrt{3}} \cos \frac{n\pi}{6} \cos n(\alpha_2 - \alpha_1)} \times$$

$$\times \cos(n\vartheta - \psi_n), \quad (7)$$

$$\psi_n = \arctg \frac{\sin n\alpha_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n\alpha_2}{\cos n\alpha_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \frac{n\pi}{6} \cos n\alpha_2}.$$

Из (7) получим при  $n=1$ :

$$I_1 = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} I_d \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad (8)$$

$$k_c = \cos \psi_{n=1} = \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}; \quad (9)$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1. \quad (10)$$

Эффективное значение тока питающей сети  $I_c$  может быть определено двумя различными способами. Первый способ состоит в том, что производится непосредственное определение среднеквадратичной величины тока  $i_c$ , найденного по выражению (4) из рисунков, аналогичных рис. 2, а и б, при различных углах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . По второму способу значение  $I_c$  определяется в соответствии с (3) по эффективным значениям гармоник тока  $i_c$ , найденным в (7).

Из (7) следует, что значение  $I_c$  зависит от угла  $\Delta\alpha$ , но не меняется при изменении его знака. Это объясняется в конечном итоге равноправием выпрямителей 1В и 2В. Поэтому считаем, что величина  $\Delta\alpha$  изменяется в идеальном случае в диапазоне  $0-\pi$ .

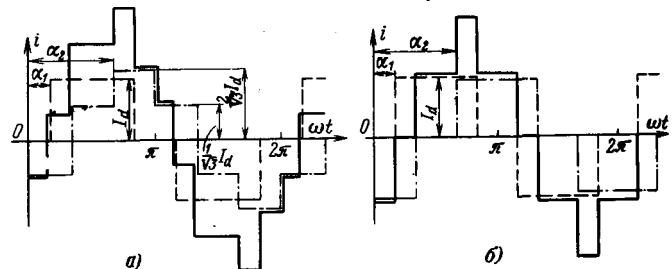


Рис. 2. Мгновенные значения токов управляемых выпрямителей.  
— — —  $i_1$ ; - - -  $i_2$ ; —  $i_c$ .

По результатам суммирования, а также пользуясь (2) и (8), получаем:

$$0 \leq \Delta\alpha \leq \frac{\pi}{6};$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{2 + \sqrt{3}}; \quad (11)$$

$$k_c = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad (12)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \Delta\alpha \leq \frac{5\pi}{6};$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{2\Delta\alpha}{\pi}\right)}; \quad (13)$$

$$k_c = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{2\Delta\alpha}{\pi}\right)}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad (14)$$

$$\frac{5\pi}{6} \leq \Delta\alpha \leq \pi;$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{2 - \sqrt{3}}; \quad (15)$$

$$k_c = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}. \quad (16)$$

Приведем аналогичное исследование для схемы 2. В этом случае разложение в ряд Фурье тока  $i_2$  отличается от разложения  $i_1$  — выражение (5) — лишь сдвигом на угол  $\Delta\alpha$ . Из (4) и (5)

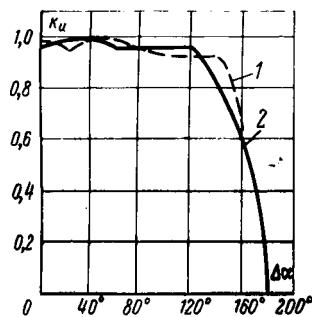
$$i_c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8I_d}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{3} \cos \frac{n\Delta\alpha}{2} \cos n\left(\vartheta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right). \quad (17)$$

Как видно, и в данном случае  $k_c = \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ . Это выражение  $k_c$  является общим для любой схемы каскадного согласно-встречного включения двух управляемых выпрямителей, что вытекает непосредственно из самого принципа сложения токов  $i_1$  и  $i_2$ , иллюстрированного рис. 2, а и б.

Определяя одним из указанных выше методов величину  $I_c$ , получим:

$$0 \leq \Delta\alpha \leq \frac{\pi}{3};$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{4 - 3 \frac{\Delta\alpha}{\pi}}; \quad (18)$$

Рис. 3. Зависимость коэффициента искажения от разности углов  $\Delta\alpha$ .

1 — схема 1; 2 — схема 2.

$$k_u = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{4 - 3 \frac{\Delta\alpha}{\pi}}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad (19)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \Delta\alpha \leq \frac{2\pi}{3};$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{5 - 6 \frac{\Delta\alpha}{\pi}}; \quad (20)$$

$$k_u = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{5 - 6 \frac{\Delta\alpha}{\pi}}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad (21)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \Delta\alpha \leq \pi;$$

$$I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \sqrt{3 \left(1 - \frac{\Delta\alpha}{\pi}\right)}; \quad (22)$$

$$k_u = \frac{6}{\pi} \frac{1}{\sqrt{3 \left(1 - \frac{\Delta\alpha}{\pi}\right)}} \cos \frac{\Delta\alpha}{2}. \quad (23)$$

Отметим, что в трехфазной мостовой схеме  $k_u = \frac{3}{\pi}$ ;  $I_c = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d$ . Зависимости коэффициента искажения  $k_u$  от  $\Delta\alpha$  для обеих рассматриваемых схем представлены на рис. 3.

Определим оптимальный закон управления рассматриваемым преобразователем. Оптимальным считаем управление, обеспечивающее наиболее высокий коэффициент мощности при любом значении э. д. с. преобразователя.

Относительное значение э. д. с. преобразователя при каскадном включении выпрямителей

$$e_d = \frac{E_d}{E_{d_0}} = \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2}, \quad (24)$$

где  $E_d$  — э. д. с. преобразователя;  $E_{d_0} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} U_m$  — максимальное значение э. д. с. преобразователя;  $U_m$  — амплитудное значение напряжения питания каждого выпрямителя (1B, 2B).

$0 < e_d \leq 1$  — в выпрямительном режиме;  
 $-1 \leq e_d < 0$  — в инверторном режиме.

Отсюда при любом законе раздельного регулирования углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$

$$\Delta\alpha = \arccos(2e_d - \cos \alpha_1) - \alpha_1. \quad (25)$$

В реальном каскадном преобразователе любой закон управления должен содержать следующие два ограничения.

Условие безопасного инвертирования.

$$\alpha_{\max} < \pi, \quad (26)$$

где  $\alpha_{\max}$  — максимальное значение любого из углов  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$ .

Значение  $\alpha_{\max}$  выбирается таким, чтобы обеспечить при любых возможных нагрузках безопасное инвертирование в каждой из выпрямительных групп 1B и 2B. В дальнейшем показано, что и в выпрямительном режиме работы преобразователя по каскадной схеме одна из выпрямительных групп, образующих каскадную схему, может работать в инверторном режиме.

Условие «стоянки».

Из (24) следует, что для обеспечения  $e_d=0$  необходимо устанавливать  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , выполняя условие

$$\alpha_{1,2} = \pi - \alpha_{2,1}. \quad (27)$$

В частности, если, например,  $\alpha_2 = \alpha_{\max} = \text{const}$ , что характерно для так называемого поочередного закона управления, то при  $e_d=0$

$$\alpha_1 = \pi - \alpha_{\max}. \quad (28)$$

Для определения оптимального закона управления запишем несколько иначе выражение (24):

$$e_d = k_c \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \quad (29)$$

Так как величина  $\Delta\alpha$  изменяется в диапазоне  $[0, \pi]$ , то из (10) и (29) вытекает, что при любом  $e_d$  коэффициент сдвига принимает наибольшее значение, если угол  $\Delta\alpha$  имеет наибольшее из возможных значений, а  $\alpha_1$  — соответственно наименьшее, которое обозначим  $\alpha'_{\min}$ .

Таким образом, для обеспечения максимального значения коэффициента сдвига  $k_c$  необходимо в выпрямительном режиме работы преобразователя поддерживать значение:

$$\alpha_1 = \alpha'_{\min}. \quad (30)$$

Из рис. 3 видно, что при  $\frac{5\pi}{6} \leq \Delta\alpha \leq \pi$  значение коэффициента искажения резко снижается. Поэтому необходимо доказать, что выполнение условия (30) обеспечивает также максимальное значение и коэффициента мощности  $k_m$ .

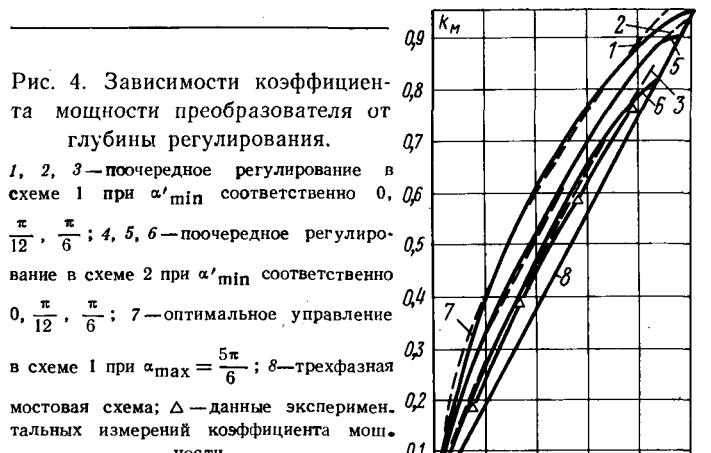


Рис. 4. Зависимости коэффициента мощности преобразователя от глубины регулирования.

1, 2, 3 — поочередное регулирование в схеме 1 при  $\alpha'_{\min}$  соответственно  $0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}$ 4, 5, 6 — поочередное регулирование в схеме 2 при  $\alpha'_{\min}$  соответственно  $0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}$ 7 — оптимальное управление в схеме 1 при  $\alpha_{\max} = \frac{5\pi}{6}$ 8 — трехфазная мостовая схема;  $\Delta$  — данные экспериментальных измерений коэффициента мощности.

В соответствии с (1), (23) и (29) при  $\frac{2\pi}{3} \leq \Delta\alpha \leq \pi$  для схемы 2 можно записать

$$k_m = \frac{6}{\pi} \frac{e_d}{\sqrt{3 \left(1 - \frac{\Delta\alpha}{\pi}\right)}}. \quad (31)$$

Значение  $k_m$  максимально при наибольшем возможном значении  $\Delta\alpha$ , что соответствует выполнению условия (30). Для схемы 1 аналогичный результат очевиден.

Отсюда следует следующая структура оптимального управления реальным преобразователем в выпрямительном режиме. При регулировании  $e_d$  в пределах

$$\left[0, \frac{1 + \cos \alpha_{\max}}{2}\right] \alpha_2 = \alpha_{\max} = \text{const}, \text{ а } \alpha_1 \text{ уменьшается от значения}$$

$$\alpha'_{\min} = \pi - \alpha_{\max} \quad (32)$$

до  $\alpha_1 = 0$ , увеличивая тем самым значение  $\Delta\alpha$ .

При регулировании  $e_d$  в пределах  $\left[\frac{1 + \cos \alpha_{\max}}{2}, 1\right]$ ,  $\alpha_1 = 0$ , а  $\alpha_2$  уменьшается от  $\alpha_{\max}$  до  $\alpha_2 = 0$ .

В инверторном режиме работы преобразователя невозможно увеличение угла  $\alpha_2$  от  $\alpha_{\max}$  до  $\pi$ . Поэтому при регулировании напряжения устанавливается  $\alpha_2 = \alpha_{\max}$  (из условия безопасного инвертирования), а изменяется  $\alpha_1$  от  $\alpha'_{\min}$  до  $\alpha_{\max}$ , причем выполняется условие (32). В этом диапазоне регулирования

$$\cos \alpha_{\max} \leq e_d < 0.$$

Таким образом, оптимальное управление преобразователем в выпрямительном и инверторном режимах имеет различную структуру и схемно осуществляется достаточно сложно.

Практически более просто осуществляется поочередное управление преобразователем, состоящее в следующем. В выпрямительном режиме работы поддерживается

$$\alpha_1 = \alpha'_{\min} = \text{const}, \text{ а } \alpha_2 = \text{var} [\alpha_{\max}, \alpha'_{\min}]; \quad (33)$$

в инверторном режиме

$$\alpha_2 = \alpha_{\max} = \text{const}, \text{ а } \alpha_1 = \text{var} [\alpha'_{\min}, \alpha_{\max}]. \quad (34)$$

При этом выполняется условие (32).

Поочередное управление отличается от оптимального только в выпрямительном режиме,

а в идеальном преобразователе, т. е. при  $\alpha_{\max} = \pi$ ;  $\alpha'_{\min} = 0$ , полностью совпадает с оптимальным.

На рис. 4 представлены зависимости коэффициента мощности каскадного преобразователя по схемам 1 и 2 в выпрямительном режиме при поочередном управлении и трех различных значениях  $\alpha'_{\min}$ . Без учета потерь холостого хода в инверторном режиме работы преобразователя указанные зависимости идентичны.

На этом же рисунке штрих-пунктиром показана зависимость коэффициента мощности от  $e_d$  при опти-

мальном управлении и  $\alpha_{\max} = \frac{5\pi}{6}$ . При  $e_d \geq \frac{1 + \cos \frac{5\pi}{6}}{2}$

этота зависимость совпадает с характеристикой идеального преобразователя [ $\alpha'_{\min} = 0$ ].

Для сравнения на рис. 4 изображена также зависимость  $k_m$  от  $e_d$  для трехфазной мостовой схемы.

На этом же рисунке представлены результаты замеров коэффициента мощности при регулировании в выпрямительном режиме выходного напряжения преобразователя с поочередным управлением, собранного по схеме 1 рис. 1. Ток нагрузки поддерживался при всех замерах равным 100 а. Напряжение питания каждого выпрямителя  $\sqrt{3} U_{\Phi} = 220$  в. Регулирование напряжения преобразователя осуществлялось при  $\alpha'_{\min} = 30^\circ = \text{const}$  (соответственно  $\alpha_{\max} = 150^\circ$ ). Некоторое снижение коэффициента мощности по сравнению с теоретическими значениями (кривая 3) объясняется потерями холостого хода питающих трансформаторов.

**Вывод.** Использование каскадного соединения выпрямительных групп позволяет создать закон управления этими группами, существенно улучшающий энергетические показатели вентильного преобразователя.

## ЛИТЕРАТУРА

- Гольденталь М. Э. и Латышко В. Д., Система согласно-встречного включения преобразователя в реверсивном вентильном электроприводе, Рефераты докладов к конференции «Системы возбуждения и регулирования мощных электрических машин переменного и постоянного тока», Информстандартэлектро, 1957.
- Атабеков Г. И., Гармонический анализ и операторный метод, Госэнергоиздат, 1958.

[27.4.1971]

УДК 621.3.078.001.24

## Исследование вынужденных колебаний систем автоматического регулирования на несущей переменного тока

Канд. техн. наук К. И. КУРАКИН  
Москва

В предыдущей статье [Л. 1] исследовались свободные колебания системы автоматического регулирования на несущей переменного тока, связанные с расчетом ее устойчивости. При точном рассмотрении такие системы являются нестационарными системами непрерывного регулирования с периодически изменяющимися во времени параметрами, динамические свойства которых нельзя точно охарактеризовать такой сравнительно просто вычисляемой функцией, как обычная передаточная функция в случае стационарной системы с постоянными параметрами.

Из методов анализа дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами наибо-

лее пригодным для инженерных расчетов является метод бесконечных определителей, известный из теории уравнений типа Хилла и развитый в [Л. 2].

В статье на основе частотных методов исследуются вынужденные колебания и определяются передаточные функции систем автоматического регулирования на несущей переменного тока.

Исследование вынужденных колебаний системы автоматического регулирования на несущей переменного тока связано с определением реакции системы на управляющее или возмущающее воздействие, что, в свою очередь, сводится к вычислению передаточной функции и импульсной переходной функции системы с периодическими параметрами.

Из физических соображений [Л. 3 и 4] следует, что при возбуждении рассматриваемой системы сигналом  $g(t) = e^{j\omega t}$  выходной сигнал  $x(t)$ , а также сигнал ошибки  $\varepsilon(t)$ , кроме основной гармоники возбуждающего сигнала, должны содержать все нижние и верхние гармоники с круговой частотой  $(\omega \pm \pm 2n\omega_c)$ . Полагая преобразование Лапласа от сигнала ошибки

$$E(s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(s + j2n\omega_c), \quad (1)$$

согласно уравнению системы с передаточной функцией по постоянному току  $W(s)$  имеем [Л. 1]:

$$\begin{aligned} & [1 + W(s)] \sum_{-\infty}^{\infty} E_n(s + 2nj\omega_c) + \\ & + \frac{1}{2} W(s) \sum_{-\infty}^{\infty} E_n[s + 2(n - 1)j\omega_c] + \\ & + \frac{1}{2} W(s) \sum_{-\infty}^{\infty} E_n[s + 2(n + 1)j\omega_c] = G(s). \quad (2) \end{aligned}$$

Принимая  $s$  последовательно равным  $s$ ,  $s \pm 2j\omega_c$ ,  $s \pm 4j\omega_c$ , ... и удерживая соответствующие составляющие ошибки  $E_n(s)$ , а также в отличие от [Л. 2] принимая  $G(s \pm 2nj\omega_c) = 0$  при  $n > 0$ , получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $E_n(s)$ :

где  $\Delta(s) \neq 0$  — определитель системы, а  $\Delta_n(s)$  — определитель, получающийся из  $\Delta(s)$  заменой столбца, составленного из функциональных множителей при неизвестном  $E_n(s)$ , столбцом, составленным из свободных членов  $\dots, 0, G(s), 0 \dots$

Вначале рассмотрим определение составляющей ошибки  $E_0(s)$ , соответствующей основной гармонике возбуждающего сигнала. Согласно (4)

$$E_0(s) = \frac{\Delta_0(s)}{\Delta(s)}.$$

Раскрывая определитель  $\Delta_0(s)$  по центральному столбцу, получаем

$$\Delta_0(s) = \Delta_{00}(s) G(s),$$

откуда

$$E_0(s) = \frac{\Delta_{00}(s)}{\Delta(s)} G(s). \quad (5)$$

Определитель  $\Delta_{00}(s)$  совпадает с соответствующим определителем, вычисленным по методике [Л. 2], и имеет вид согласно (6) (см. стр. 32).

Согласно [Л. 2] для системы с одним простым полюсом

$$\Delta_{\text{oo}}(s) = 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n_0}^{(1)}(s - s_i + j2n\omega_c)^{-1}, \quad (7)$$

где

$$C_{n_0}^{(1)} = \lim_{s \rightarrow s_1 - j2n\omega_c} [\Delta_{00}(s)(s - s_1 + j2n\omega_c)]. \quad (8)$$

Числовые коэффициенты  $C_{n_0}^{(1)}$  при различных значениях  $n$  не равны между собой, поскольку в определителе  $\Delta_{n_0}(s)$  отсутствует нулевая строка. Для данного значения  $n$  центральная строка определителя  $C_{n_0}^{(1)}$  будет удалена от недостающей строки на  $n$  строк.

Известно, что вычисление бесконечного определителя  $D^{(1)}$  может быть с точностью до  $\varepsilon$  заменено вычислением конечного определителя  $D_{n_1}^{(1)}$  ранга  $n_1$ , полученного путем окаймления центрального члена определителя  $D^{(1)}$ . При  $n > n_1$ , с точностью до  $\varepsilon$

$$\begin{aligned} & \ldots + [1 + W(s - 4j\omega_c)] E_{-2}(s) + \frac{1}{2} W(s - 4j\omega_c) E_{-1}(s) + 0 \quad + 0 \quad + 0 \quad + \ldots = 0 \\ & \ldots + \frac{1}{2} W(s - 2j\omega_c) E_{-2}(s) + [1 + W(s - 2j\omega_c)] E_{-1}(s) + \frac{1}{2} W(s - 2j\omega_c) E_0(s) + 0 \quad + 0 \quad + \ldots = 0 \\ & \ldots + 0 \quad + \frac{1}{2} W(s) E_{-1}(s) \quad + [1 + W(s)] E_0(s) \quad + \frac{1}{2} W(s) E_{+1}(s) \quad + 0 \quad + \ldots = G(s) \\ & \ldots + 0 \quad + 0 \quad + \frac{1}{2} W(s + 2j\omega_c) E_0(s) + [1 + W(s + 2j\omega_c)] E_{+1}(s) + \frac{1}{2} W(s + 2j\omega_c) E_{+2}(s) + \ldots = 0 \\ & \ldots + 0 \quad + 0 \quad + 0 \quad + \frac{1}{2} W(s + 4j\omega_c) E_{+1}(s) + [1 + W(s + 4j\omega_c)] E_{+2}(s) + \ldots = 0 \\ & \ldots \end{aligned} \quad \boxed{(3)}$$

где для сокращения записи принято:  $E_n(s) = E_n(s + i2n\omega_c)$ ,  $n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, +\infty$ .

По правилу Крамера решение системы (3) для составляющей ошибки  $E_n(s)$  имеет вид:

$$E_n(s) = \frac{\Delta_n(s)}{\Delta(s)}, \quad (4)$$

$$\Delta_{00}(s) = \begin{vmatrix} -3 & \dots & [1 + W(s - 6j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s - 6j\omega_c)] & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & \dots & \frac{1}{2}W(s - 4j\omega_c) & [1 + W(s - 4j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s - 4j\omega_c) & 0 & 0 & \dots \\ -1 & \dots & 0 & \frac{1}{2}W(s - 2j\omega_c) & [1 + W(s - 2j\omega_c)] & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & [1 + W(s + 2j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s + 2j\omega_c) & \dots \\ 2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}W(s + 4j\omega_c) & [1 + W(s + 4j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s + 4j\omega_c) & \dots \\ 3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}W(s + 6j\omega_c) & [1 + W(s + 6j\omega_c)] & \dots \end{vmatrix} \quad (6)$$

значениям  $n = -n_1, \dots, -1, 1, \dots, n_1$ . Разбивая сумму по  $n$  на две части, перепишем уравнение (7) в виде:

$$\begin{aligned} \Delta_{00}(s) = 1 + & \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{-(n_1+1)} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} + \\ & + \sum_{\substack{n=n_1+1 \\ n \neq 0}}^{\infty} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} + \\ & + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} C_{n0}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \Delta_{00}(s) = 1 + & \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{-(n_1+1)} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} + \\ & + \sum_{\substack{n=n_1+1 \\ n \neq 0}}^{\infty} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} + \\ & + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} - \\ & - \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} D_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} + D_{n1}^{(1)} (s - s_1)^{-1} - \\ & - D_{n1}^{(1)} (s - s_1)^{-1} + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} C_{n0}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}. \end{aligned}$$

Объединяя в предыдущем выражении первые три суммы и член  $D_{n1}^{(1)} (s - s_1)^{-1}$ , получим:

$$\begin{aligned} D_{n1}^{(1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} = \\ = D_{n1}^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right]. \end{aligned}$$

и, следовательно, окончательно

$$\begin{aligned} \Delta_{00}(s) = 1 + & D_{n1}^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right] - \\ & - D_{n1}^{(1)} (s - s_1)^{-1} - \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}, \quad (10) \end{aligned}$$

где

$$D_{n1}^{*(1)} = D_{n1}^{(1)} - C_{n0}^{(1)}. \quad (11)$$

Учитывая, что при

$$W(s) = -k_0 s_1 (s - s_1)^{-1}, \quad s_1 = -\frac{1}{T_1}$$

$$\Delta(s) = 1 + \frac{\pi}{2\omega_c} D^{(1)} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right],$$

согласно (5) получаем с заданной степенью точности выражение для основной составляющей ошибки в воспроизведении входного сигнала  $G(s)$  (в установившемся режиме) рассматриваемой системы автоматического регулирования на несущей переменного тока:

$$\begin{aligned} E_0(s) = G(s) \frac{1 + D_{n1}^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right] -}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \times} \\ \rightarrow \frac{-D_{n1}^{(1)} (s - s_1)^{-1} - \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}}{\times \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right]}. \end{aligned} \quad (12)$$

Последний член числителя уравнения (12) при учете равенства (11) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^{n_1} D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} = \\ = \sum_{n=1}^{n_1} \frac{2D_{n1}^{(1)} (s - s_1) - [C_{n0}^{(1)} + C_{-n0}^{(1)}] (s - s_1) + [C_{n0}^{(1)} - C_{-n0}^{(1)}] 2n\omega_c}{(s - s_1)^2 + 4n^2\omega_c^2}. \end{aligned}$$

Определим первый член приведенной выше суммы, соответствующий  $n = 1$  и имеющий вид:

$$\frac{2D_{n1}^{(1)} (s - s_1) - [C_{10}^{(1)} + C_{-10}^{(1)}] (s - s_4) + [C_{10}^{(1)} - C_{-10}^{(1)}] 2\omega_c}{(s - s_1)^2 + 4\omega_c^2},$$

где

$$C_{10}^{(1)} = \lim_{s \rightarrow s_1 - 2j\omega_c} [\Delta_{00}(s) (s - s_1 + 2j\omega_c)];$$

$$C_{-10}^{(1)} = \lim_{s \rightarrow s_1 + 2j\omega_c} [\Delta_{00}(s) (s - s_1 - 2j\omega_c)].$$

При вычислении  $C_{10}^{(1)}$  введем множитель  $(s - s_1 + 2j\omega_c)$  в определитель  $\Delta_{00}(s)$  путем умножения на него каждого члена строки с индексом  $n = 1$ . Вынесем за знак определителя все диагональные элементы

определителя  $C_{10}^{(1)}$  и, учитывая, что

$$W(s - 2jn\omega_c) + W[s + 2(n+2)j\omega_c] |_{s=s_1-2j\omega_c} = 0,$$

$$n = 1, 2, \dots, \infty$$

и

$$W(s - 2jn\omega_c) W[s + 2(n+2)j\omega_c] |_{s=s_1-2j\omega_c} =$$

$$= \frac{k_0^2}{4(n+1)^2 \omega_c^2 T_1^2},$$

получим:

$$C_{10}^{(1)} = \left\{ \frac{k_0}{T_1} \prod_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \frac{k_0^2}{4(n+1)^2 \omega_c^2 T_1^2} \right] \right\} \times$$

$$\times \left( 1 - j \frac{k_0}{2\omega_c T_1} \right) \Gamma_1^{(1)}, \quad (13)$$

$$\Gamma_1^{(1)} = \begin{vmatrix} -n & \dots & 1 & a_{-(n+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & \dots & 0 & 0 & a_{-3} & 1 & a_{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_{-2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 1 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ n & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{(n+1)} & 1 & \dots \end{vmatrix} \quad (14)$$

и

$$a_n = \frac{1}{2} \frac{k_0}{k_0 + j2n\omega_c T_1}, \quad n = -\infty, \dots$$

$$\dots, -2, -1, 1, 2, \dots, \infty.$$

Конечные числовые определители  $\Gamma_{ik}^{(1)}$  ранга  $k$ , полученные путем окаймления центрального члена определителя  $\Gamma_1^{(1)}$ , имеют вид:

$$\Gamma_{10}^{(1)} = 1;$$

$$\Gamma_{11}^{(1)} = \Gamma_{10}^{(1)} - \frac{1}{2} a_1 - a_2 a_{-3} + \frac{1}{2} a_1 a_{-2} a_{-3};$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{12}^{(1)} = \Gamma_{11}^{(1)} + a_{-2}(a_{-3} - a_3) - a_1 a_2 - a_{-3} a_{-4} - \\ - \frac{1}{2} a_1 a_{-2}(a_{-3} - a_3) + \frac{1}{2} a_1 a_{-3} a_{-4} + \\ + a_1 a_2 a_{-3} a_{-4} + a_1 a_2 a_{-2} a_3 \end{aligned}$$

и т. д.

При вычислении  $C_{-10}^{(1)}$  введем множитель  $(s - s_1 - 2j\omega_c)$  в определитель  $\Delta_{00}(s)$  путем умножения на него каждого члена строки с индексом  $n = -1$ . Вынесем за знак определителя все диагональные элементы определителя  $C_{-10}^{(1)}$  и учитывая, что

$$W(s + 2jn\omega_c) + W[s - 2(n+2)j\omega_c] |_{s=s_1+2j\omega_c} = 0,$$

$$n = 1, 2, \dots, \infty$$

и

$$W(s + 2jn\omega_c) W[s - 2(n+2)j\omega_c] |_{s=s_1+2j\omega_c} =$$

$$= \frac{k_0^2}{4(n+1)^2 \omega_c^2 T_1^2},$$

получим:

$$C_{-10}^{(1)} = \left\{ \frac{k_0}{T_1} \prod_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \frac{k_0^2}{4(n+1)^2 \omega_c^2 T_1^2} \right] \right\} \times$$

$$\times \left( 1 + j \frac{k_0}{2\omega_c T_1} \right) \Gamma_{-1}^{(1)}, \quad (15)$$

где

$$\Gamma_{-1}^{(1)} = \begin{vmatrix} -n & \dots & 1 & a_{-(n+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -3 & \dots & 0 & 0 & a_{-2} & 1 & a_{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_{-1} & 1 & a_{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 1 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ n & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{(n+1)} & 1 & \dots \end{vmatrix} \quad (16)$$

Конечные числовые определители  $\Gamma_{-1k}^{(1)}$  ранга  $k$ , соответствующие определителю  $\Gamma_{-1}^{(1)}$ , имеют вид:

$$\Gamma_{-10}^{(1)} = 1;$$

$$\Gamma_{-11}^{(1)} = \Gamma_{-10}^{(1)} - \frac{1}{2} a_{-1} - a_2 a_3 + \frac{1}{2} a_{-1} a_3 a_3;$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{-12}^{(1)} = \Gamma_{-11}^{(1)} - (a_3 a_4 + a_{-1} a_{-2}) + \frac{1}{2} a_{-1} a_3 a_4 + \\ + a_{-1} a_{-2} a_3 a_4 + a_{-1} a_{-2} a_3 a_2 \end{aligned}$$

и т. д.

После несложных преобразований [Л. 1] имеем:

$$\begin{aligned} \frac{k_0}{T_1} \prod_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \frac{k_0^2}{4(n+1)^2 \omega_c^2 T_1^2} \right] = \\ = \frac{1}{1 + \frac{k_0^2}{4\omega_c^2 T_1^2}} \frac{2\omega_c}{\pi} \operatorname{sh} \frac{\pi k_0}{2\omega_c T_1}. \end{aligned}$$

Если принять в первом приближении  $\Gamma_1^{(1)} \approx \Gamma_{10}^{(1)}$  и  $\Gamma_{-1}^{(1)} \approx \Gamma_{-10}^{(1)}$ , то согласно (13), (15) и равенству  $a = \frac{\pi}{\omega_c T_1}$

$$\begin{aligned} C_{10}^{(1)} + C_{-10}^{(1)} = \frac{8\pi\omega_c}{4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2} \operatorname{sh} \frac{k_0\alpha}{2} \left[ \left( 1 - j \frac{k_0\alpha}{2\pi} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 1 + j \frac{k_0\alpha}{2\pi} \right) \right] = \frac{16\pi\omega_c}{4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2} \operatorname{sh} \frac{k_0\alpha}{2}; \right. \end{aligned}$$

$$2j\omega_c [C_{10}^{(1)} - C_{-10}^{(1)}] = \frac{16j\pi\omega_c^2}{4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2} \operatorname{sh} \frac{k_0\alpha}{2} \left[ \left( 1 - \right. \right. \\ \left. \left. - j \frac{k_0\alpha}{2\pi} \right) - \left( 1 + j \frac{k_0\alpha}{2\pi} \right) \right] = \frac{16\omega_c^2 \alpha k_0}{4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2} \operatorname{sh} \frac{k_0\alpha}{2}.$$

Выбрав  $n_1$  с учетом заданной степени точности, можно положить в дальнейшем [Л. 1]:

$$D_{n1}^{(1)} \approx D^{(1)} = B^{(1)} \frac{2\omega_c}{\pi} \operatorname{sh} \frac{k_0\alpha}{2}.$$

Используя приведенные выше вычисления, можно показать, что искомый член суммы  $\sum_{n=-n_1}^{n_1} D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 +$   
 $n\pi/\omega_c T_1)$

$+ j2n\omega_c$ ) $^{-1}$  при  $n=1$  имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{2D_{n1}^{(1)}(s-s_1) - [C_{10}^{(1)} + C_{-10}^{(1)}](s-s_1) + j[C_{10}^{(1)} - C_{-10}^{(1)}]2\omega_c}{(s-s_1)^2 + 4\omega_c^2} = \\ & = D^{(1)} \left[ \frac{2 - \frac{8\pi^2}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)}}{s^2 + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} s + \frac{\omega_c^2(\alpha^2 + 4\pi^2)}{\pi^2}} \right] + \\ & + \left[ \frac{2\omega_c d}{\pi} - \frac{8\pi\omega_c \alpha (1-k_0)}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогично определяются все остальные члены искомой суммы числителя в уравнении (12), при  $n=2, \dots, n_1$ , которые также являются дробно-рациональными функциями комплексного переменного  $s$ . Переходя в (12) от гиперболических функций к показательным, приходим к выводу, что для рассматриваемой системы передаточная функция по ошибке

$$\tilde{\Phi}_e(s) = \frac{E_e(s)}{G(s)}$$

содержит как члены, являющиеся дробно-рациональными функциями оператора  $s$ , так и члены, являющиеся показательными функциями от  $s$ . Последующие члены суммы числителя в (12) при  $n=2, \dots, n_1$  по величине быстро убывают, поэтому если ограничиться значением  $n_1=1$ , то при  $k_0=\infty$  имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_e(s) &= \frac{1 + D^{(1)} \left\{ \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s-s_1) \right] - \right.}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s-s_1) \right]} \\ &- (s-s_1)^{-1} - \left( 2s + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} \right) \left[ s^2 + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} s + \right. \\ &\left. \left. + \frac{\omega_c^2(\alpha^2 + 4\pi^2)}{\pi^2} \right]^{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Полагая  $s=j\omega$  и заменяя гиперболические функции показательными, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_e(j\omega) &= \frac{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \left\{ \frac{e^{j\pi \frac{\omega}{\omega_c}} + e^{-\alpha}}{e^{j\pi \frac{\omega}{\omega_c}} - e^{-\alpha}} - \frac{2}{j\pi \frac{\omega}{\omega_c} + \alpha} \right.}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \frac{e^{j\pi \frac{\omega}{\omega_c}} + e^{-\alpha}}{e^{j\pi \frac{\omega}{\omega_c}} - e^{-\alpha}} \\ &- \left. \frac{4 \left( j\pi \frac{\omega}{\omega_c} + \alpha \right)}{\left( j\pi \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + 2\alpha \left( j\pi \frac{\omega}{\omega_c} \right) + (\alpha^2 + 4\pi^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

При  $k_0=\infty$  ( $D^{(1)}=\infty$ ) и  $\omega=0$  согласно (18)

$$\tilde{\Phi}_e(j0) = 1 - \frac{2}{\alpha} \frac{3\alpha^2 + 4\pi^2}{\alpha^2 + 4\pi^2} \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 + e^{-\alpha}}. \quad (19)$$

Из (19) следует, что при беспределном увеличении коэффициента усиления рассматриваемой системы ее установившаяся ошибка стремится не к нулю, а к некоторой конечной величине, зависящей от параметров системы. Физически этот результат в системах с модуляцией и демодуляцией сигнала объясняется эффектом дополнительной обратной связи, отсутствующей в стационарных линейных системах [Л. 5]. Чем меньше величина  $\alpha$ , т. е. чем больше несущая частота  $\omega_c$  и постоянная времени  $T_1$  (система более узкополосная), тем меньше величина установившейся ошибки. В пределе при  $\alpha=0$  из (19) получаем

$$\tilde{\Phi}_e(j0) = 0, \quad k_0=\infty$$

и, следовательно, установившаяся ошибка системы в этом случае становится равной нулю.

При приближенном анализе системы как некоторой эквивалентной стационарной системы постоянного тока имеем:

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{1 + W(s)} = \frac{1}{1 + k_0} \frac{\frac{T_1 s + 1}{T_1}}{\frac{1 + k_0}{T_1} s + 1},$$

$$\text{откуда } \Phi_e(j0) = 0, \quad k_0=\infty$$

и установившаяся ошибка  $e(t)$  равна нулю. На основании (12) и известного соотношения

$$\tilde{\Phi}(s) = 1 - \tilde{\Phi}_e(s)$$

находим выражение для передаточной функции замкнутой системы (с учетом модуляции и демодуляции сигнала) относительно основной составляющей входного воздействия

$$\tilde{\Phi}(s) = \frac{D^{(1)}(s-s_1)^{-1} + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^n D_{n1}^{*(1)}(s-s_1 + j2n\omega_c)^{-1}}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s-s_1) \right]}. \quad (20)$$

Соответственно передаточная функция разомкнутой системы относительно основной составляющей входного воздействия

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{1 - \tilde{\Phi}_e(s)}{\tilde{\Phi}_e(s)} = \\ &= \frac{D^{(1)}(s-s_1)^{-1} + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^n D_{n1}^{*(1)}(s-s_1 + j2n\omega_c)^{-1}}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s-s_1) \right] - D^{(1)}(s-s_1)^{-1}} \\ &\rightarrow \frac{- \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^n D_{n1}^{*(1)}(s-s_1 - j2n\omega_c)^{-1}}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s-s_1) \right] - D^{(1)}(s-s_1)^{-1}}. \end{aligned} \quad (21)$$

**Пример.** Пусть  $\alpha=0,025$ ,  $T_1=0,05$  сек,  $\omega_c=2500$  рад/сек,  $k_0 = \frac{2\pi}{\alpha} = 252$ . Определим амплитудную и фазовую частотные

характеристики замкнутой однополосной системы с учетом и без учета процессов модуляции и демодуляции сигнала ошибки. При расчете без учета модуляции и демодуляции сигнала ошибки

$$\Phi\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right) = \frac{k_0}{1+k_0} \frac{1}{\frac{T_1 \omega_c}{1+k_0} j \frac{\omega}{\omega_c} + 1};$$

$$|\Phi\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)| = \frac{k_0}{1+k_0} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{T_1 \omega_c}{1+k_0}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1}},$$

и фазовая частотная характеристика

$$\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = -\arctg\left(\frac{T_1 \omega_c}{1+k_0} \frac{\omega}{\omega_c}\right).$$

При точном расчете с учетом процессов модуляции и демодуляции сигнала ошибки согласно (20) при  $n_1=1$  амплитудная частотная характеристика

$$|\tilde{\Phi}\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)| = \frac{2 \left(1 - 2e^{-\alpha} \cos \pi \frac{\omega}{\omega_c} + e^{-2\alpha}\right) \times}{\sqrt{\left(\pi^2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} + \alpha^2\right) \times}} \times |\tilde{\Phi}_n\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)|$$

$$\times \left| \left[ \frac{1 - 2e^{-\alpha} \cos \pi \frac{\omega}{\omega_c} + e^{-2\alpha}}{B^{(1)} \sinh \frac{\alpha k_0}{2}} + (1 - e^{-2\alpha}) \right]^2 + 4e^{-2\alpha} \sin^2 \pi \frac{\omega}{\omega_c} \right|^2,$$

где

$$|\tilde{\Phi}_n\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)| = \sqrt{\frac{\left\{ 3\alpha^2 + 4\pi^2 - \frac{8\pi^2\alpha^2(1-k_0)}{B^{(1)}(4\pi^2+\alpha^2k_0^2)} - \pi^2 \left[ 3 - \left( \alpha^2 + 4\pi^2 - \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right)^2 + \frac{8\pi^2}{B^{(1)}(4\pi^2+\alpha^2k_0^2)} \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] + \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \left[ 6\alpha - \frac{16\pi^2\alpha}{B^{(1)}(4\pi^2+\alpha^2k_0^2)} \right] + 4\alpha^2\pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right\}}{B^{(1)}(4\pi^2+\alpha^2k_0^2)}},$$

Фазовая частотная характеристика

$$\tilde{\varphi}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = -\arctg\left(\frac{\pi}{\alpha} \frac{\omega}{\omega_c}\right) +$$

$$+ \arctg \left\{ \frac{2e^{-\alpha} \sin \pi \frac{\omega}{\omega_c}}{\frac{1 - 2e^{-\alpha} \cos \pi \frac{\omega}{\omega_c} + e^{-2\alpha}}{B^{(1)} \sinh \frac{\alpha k_0}{2}} + (1 - e^{-2\alpha})} \right\} +$$

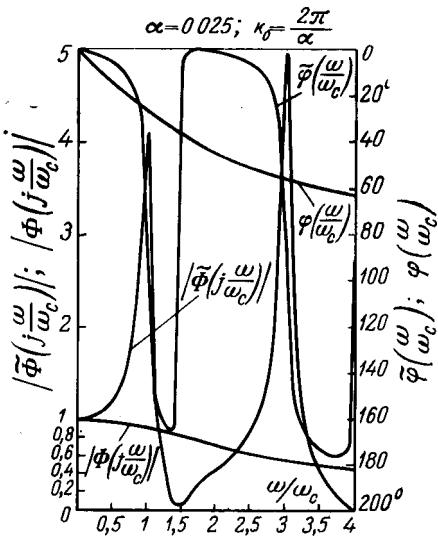
$$+ \tilde{\varphi}_n\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right),$$

где

$$\tilde{\varphi}_n\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = -\arctg \left[ \frac{2\alpha\pi \frac{\omega}{\omega_c}}{\alpha^2 + 4\pi^2 - \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2} \right] +$$

$$+ \arctg \left\{ \frac{\pi\alpha \frac{\omega}{\omega_c} \times}{3\alpha^2 + 4\pi^2 - \frac{8\pi^2\alpha^2(1-k_0)}{B^{(1)}(4\pi^2+\alpha^2k_0^2)} - \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \times} \right\}$$

Вологодская областная научная библиотека



Амплитудные и фазовые частотные характеристики замкнутой системы.

$$\rightarrow \times \left[ 6 - \frac{16\pi^2}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)} \right] \\ \times \left[ 3 - \frac{8\pi^2}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)} \right].$$

Согласно [Л. 1] при  $k_0 = \frac{2\pi}{\alpha}$  и заданных значениях  $\alpha$ ,  $T_1$  и  $\omega_c$  величина  $B^{(1)} = 0,881$ . Расчетные характеристики  $|\tilde{\Phi}\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)|$ ,  $|\Phi\left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)|$ ,  $\tilde{\varphi}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$  и  $\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$  приведены на рисунке. Разница между приближенными и точными характеристиками достаточно очевидна.

Перейдем к определению остальных составляющих полного сигнала ошибки  $E(s)$ . Согласно известной из теории автоматического регулирования зависимости

$$E_n(s + j2n\omega_c) = G(s + j2n\omega_c) - X(s + j2n\omega_c)$$

имеем

$$E_n(s + j2n\omega_c) = -X(s + j2n\omega_c),$$

так как

$$G(s + j2n\omega_c) = 0, \quad n = -\infty, \dots, -1, 1, \dots, \infty.$$

Следовательно, составляющие ошибки  $E_n(s + j2n\omega_c)$

являются внутренними помехами системы на несущей переменного тока, порожденными процессами модуляции и демодуляции входного воздействия. Ошибка воспроизведения входного воздействия  $E_0(s)$  соответствует систематической ошибке регулирования, имеющейся в системах постоянного тока, описывающихся дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. При входном воздействии  $g(t) = e^{j\omega t}$  согласно уравнению (1)

$$e(t) = \tilde{\Phi}_e(j\omega) e^{j\omega t} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\Phi}_{en}(j\omega) e^{j(\omega + 2n\omega_c)t}, \quad (22)$$

где  $\tilde{\Phi}_{en}(j\omega)$  — частотная характеристика по ошибке для амплитудно-модулированной гармоники с частотой  $2n\omega_c$ .

Полная частотная характеристика рассматриваемой системы по ошибке, полученная путем деления правой части уравнения (22) на входное воздействие  $e^{j\omega t}$ , имеет вид:

$$\tilde{\Phi}_{en}(t, j\omega) = \tilde{\Phi}_e(j\omega) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \tilde{\Phi}_{en}(j\omega) e^{j2n\omega_c t}. \quad (23)$$

В результате обратного преобразования Фурье следует:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \tilde{\Phi}_e(j\omega) G(j\omega) e^{j\omega t} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \tilde{\Phi}_{en} \times \right. \\ \left. \times (j\omega) G(j\omega) e^{j(\omega+2n\omega_c)t} \right] d\omega. \quad (24)$$

Согласно (4) и (5)

$$\tilde{\Phi}_e(s) = \frac{\Delta_{00}(s)}{\Delta(s)}$$

Согласно сформулированному выше правилу определитель  $\Delta_{-10}(s)$  имеет вид:

$$\Delta_{-10}(s) = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -3 & \dots [1+W(s-6j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s-6j\omega_c) & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & \dots \frac{1}{2}W(s-4j\omega_c)[1+W(s-4j\omega_c)] & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & \dots 0 & \frac{1}{2}W(s-2j\omega_c) & \frac{1}{2}W(s-2j\omega_c) & 0 & 0 & \dots \\ 1 & \dots 0 & 0 & \frac{1}{2}W(s+2j\omega_c) & [1+W(s+2j\omega_c)] & 0 & \dots \\ 2 & \dots 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}W(s+4j\omega_c) [1+W(s+4j\omega_c)] & \frac{1}{2}W(s+4j\omega_c) & \dots \\ 3 & \dots 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}W(s+6j\omega_c) [1+W(s+6j\omega_c)] & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (30)$$

и

$$\tilde{\Phi}_{en}(s) = \frac{\Delta_{n0}(s)}{\Delta(s)}, \quad (25)$$

где  $\Delta_{n0}(s)$  — определитель, получающийся из определителя  $\Delta(s)$  путем вычеркивания нулевой строки и столбца при неизвестном  $E_n(s)$ . Раскрывая определитель  $\Delta(s)$  рассматриваемой системы по элементам нулевой строки, получим

$$\Delta(s) = [1+W(s)]\Delta_{00}(s) - \frac{1}{2}W(s)\Delta_{-10}(s) - \\ - \frac{1}{2}W(s)\Delta_{10}(s). \quad (26)$$

на основании равенства (26) имеем

$$\tilde{\Phi}_{-e1}(s) + \tilde{\Phi}_{e1}(s) = 2 \left[ \frac{\tilde{\Phi}_e(s)}{\Phi(s)} - \frac{1}{W(s)} \right], \quad (27)$$

где

$$\tilde{\Phi}_e(s) = \frac{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right] - D^{(1)} (s - s_1)^{-1} -}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right]} - \\ - \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^n D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1} \rightarrow \dots \quad (28)$$

На основании (27) и (28) окончательно получим

$$\tilde{\Phi}_{-e1}(s) + \tilde{\Phi}_{e1}(s) = 2 \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{D^{(1)} (s - s_1)^{-1} + \sum_{\substack{n=-n_1 \\ n \neq 0}}^n D_{n1}^{*(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}}{\Phi(s) \left[ 1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{cth} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right] \right]} \right\}. \quad (29)$$

Вынесем из-под знака определителя общий множитель  $\frac{1}{2}W(s-2j\omega_c)$  и введем вместо него другой  $[1+W(s-2j\omega_c)]$ . Учитывая, что

$$\frac{W(s-2j\omega_c)}{1+W(s-2j\omega_c)} = \Phi(s-2j\omega_c),$$

перепишем (30) в виде

$$\Delta_{-10}(s) = \frac{1}{2} \Phi(s-2j\omega_c) \Delta'_{-10}(s), \quad (31)$$

где  $\Delta'_{-10}(s)$  — определитель  $\Delta_{-10}(s)$ , в котором вместо членов  $\frac{1}{2}W(s-2j\omega_c)$  записаны члены  $[1+W(s-2j\omega_c)]$ . Согласно [Л. 2]

$$\Delta'_{-10}(s) = 1 + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} C_{n1}^{(1)} (s - s_1 + j2n\omega_c)^{-1}, \quad (32)$$

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)},$$



откуда первый член искомой суммы равен:

$$D^{(1)} \left[ \frac{2 - \frac{8\pi^2}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)}}{s^2 + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} s + \frac{\omega_c^2 (\alpha^2 + 4\pi^2)}{\pi^2}} \right] s + \left[ \frac{\frac{2\omega_c \alpha}{\pi} - \frac{8\pi\omega_c \alpha (1 - k_0)}{B^{(1)}(4\pi^2 + \alpha^2 k_0^2)}}{s^2 + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} s + \frac{\omega_c^2 (\alpha^2 + 4\pi^2)}{\pi^2}} \right].$$

Аналогично определяются остальные члены (при  $n=2, \dots, n_1$ ) искомой суммы в числителе уравнения (36). Ограничиваюсь значением  $n_1=1$ , при  $k_0=\infty$  получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{-\epsilon_1}(s) = & \frac{1}{2} \Phi(s - 2j\omega_c) \times \\ & \times \frac{1 + D^{(1)} \left\{ \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{ctg} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right] - (s - s_1)^{-1} \right\}}{1 + D^{(1)} \frac{\pi}{2\omega_c} \operatorname{ctg} \left[ \frac{\pi}{2\omega_c} (s - s_1) \right]} \\ & \rightarrow - \left( 2s + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} \right) \left[ s^2 + \frac{2\omega_c \alpha}{\pi} s + \frac{\omega_c^2 (\alpha^2 + 4\pi^2)}{\pi^2} \right]^{-1} \end{aligned}$$

откуда

$$\tilde{\Phi}_{-\epsilon_1}(s) = \frac{1}{2} \Phi(s - 2j\omega_c) \tilde{\Phi}_{\epsilon_1}(s). \quad (41)$$

Полагая  $s = j\omega$  ( $\omega \leq \omega_c$ ) и учитывая, что

$$\Phi_{k_0=\infty}[j(\omega - 2\omega_c)] = \frac{1}{1 + \frac{1}{k_0} + \frac{T_1 j (\omega - 2\omega_c)}{k_0}} \Big|_{k_0=\infty} = 1,$$

из уравнения (41) окончательно получаем:

$$\tilde{\Phi}_{-\epsilon_1}(j\omega) = \frac{1}{2} \tilde{\Phi}_{\epsilon_1}(j\omega). \quad (42)$$

В пределе при  $\alpha=0$  имеем  $\tilde{\Phi}_{-\epsilon_1}(j0)=0$ .

При  $\omega=0$  и конечных значениях  $k_0$  множитель  $\frac{1}{2} |\Phi(2j\omega_c)|$  определяет фильтрующие свойства рассматриваемой системы по отношению к нижней и верх-

ней гармоникам с частотой  $\pm 2\omega_c$ . Так, при  $k_0=50$ ,  $T_1=0,05$  сек и  $\omega_c=2500$  рад/сек

$$\frac{1}{2} |\Phi(2j\omega_c)| = \frac{1}{2} \times \times \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1+k_0}{k_0}\right)^2 + \frac{4\omega_c^2 T_1^2}{k_0^2}}} = 0,098.$$

В реальных системах высокочастотные составляющие ошибки регулирования себя существенно не проявляют не только в силу фильтрации, но и вследствие ограничения мощности и врачающего момента исполнительного двигателя.

**Выводы.** 1. Передаточная функция по постоянной составляющей ошибки системы автоматического регулирования на несущей переменного тока с одним простым полюсом содержит как дробно-рациональные, так и показательные функции оператора  $s$ .

2. При беспрецедентном увеличении коэффициента усиления  $k_0$  системы с модуляцией и демодуляцией сигнала ее установившаяся ошибка стремится не к нулю, а к некоторому конечному значению, зависящему от параметров системы.

3. Получены выражения передаточных функций простейшей разомкнутой и замкнутой системы относительно основной составляющей входного воздействия. Выведена формула для передаточной функции системы по ошибке, определяемой нижней гармоникой с круговой частотой  $\omega=2\omega_c$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куракин К. И., Точный метод анализа систем автоматического регулирования на несущей переменного тока, «Электричество», 1970, № 9.

2. Тафт В. А., Электрические цепи с переменными параметрами, изд-во «Энергия», 1968.

3. Schweizer G., Eine allgemeine Methode zur Untersuchung von Systemen mit periodisch sich andernden Koeffizienten, Archiv der Electrischen Übertragung, Bd 19, Hf. 9, September, 1965.

4. Куракин К. И., Теория систем автоматического регулирования с амплитудной модуляцией, гл. XII в книге 2, Техническая кибернетика, Теория автоматического регулирования, под ред. В. В. Соловьёвa, изд-во «Машиностроение», 1967.

5. Казамаров А. А., Палатник А. М. и Роднянский Л. О., Динамика двумерных систем автоматического регулирования, изд-во «Наука», 1967.

[15.7.1970]



УДК 621.315.624.4

## Оценка влияния параметров загрязненных изоляторов на их влагоразрядные напряжения

А. С. ШАМСИЕВ

Душанбе

Условия надежной работы гирлянд изоляторов при рабочем напряжении определяются в каждом районе специфическими условиями загрязнения и увлажнения их поверхности. В связи с этим в последние годы резко увеличилось количество выпускаемых промышленностью и разрабатываемых

различными лабораториями типов линейных подвесных изоляторов. Причем каждый из разработанных грязестойких изоляторов имеет определенные преимущества перед другими только в ограниченных условиях их эксплуатации, зависящих от вида загрязняющих веществ, их состава и т. д.

Для выбора оптимальной конфигурации изоляторов, предназначенных для работы в условиях загрязнения, целесообразным является определение их влагоразрядных напряжений на основе эскиза предполагаемой формы. Расчетные методы определения напряжения перекрытия загрязненных и увлажненных изоляторов разработаны в [Л. 1—4]. Согласно [Л. 4] 50%-ные влагоразрядные напряжения загрязненных и увлажненных изоляторов можно определить по формуле:

$$U_{\text{вр} 50\%} = 36 \left[ \frac{l^*_{\text{д}}}{V \pi \chi_{\text{п}} D_{\text{т}}} + V (\pi \chi_{\text{п}} D_{\text{т}})^2 R_{\text{п}} (l^*_{\text{д}}) \right], \quad (1)$$

где  $l^*_{\text{д}}$  — критическая длина дуги, измеряемая вдоль пути утечки от пестика до кромки тарелки изолятора, по достижении которой первоначально возникшая частичная дуга беспрепятственно развивается до полного перекрытия;  $\chi_{\text{п}}$  — средняя удельная поверхностная проводимость загрязненного изолятора при увлажнении;  $D_{\text{т}}$  — диаметр тарелки изолятора;  $R_{\text{п}}(l^*_{\text{д}})$  — сопротивление неперекрытой дугой критической длины  $l^*_{\text{д}}$  части поверхности изолятора.

Для выявления влияния отдельных элементов изоляционных конструкций изоляторов на их влагоразрядные напряжения можно использовать графический метод анализа условий развития разряда вдоль поверхности загрязненных и увлажненных изоляторов. Согласно [Л. 4] зависимость длины дуги  $l_{\text{д}}$  от тока  $I$  вдоль поверхности при различных значениях напряжения  $U$ , приложенного к изолятору, имеет вид:

$$l_{\text{д}} = \frac{I^n}{A} [U - IR_{\text{п}}(l_{\text{д}})], \quad (2)$$

где  $A = 220$ ,  $n = 0,5$  — постоянные параметры дуги;  $R_{\text{п}}(l_{\text{д}})$  — сопротивление неперекрытой дугой длиной  $l_{\text{д}}$  части поверхности изолятора:

$$R_{\text{п}}(l_{\text{д}}) = \frac{1}{\pi \chi_{\text{п}}} \int_{l_{\text{д}}}^L \frac{dl}{D(l)}. \quad (3)$$

В (3)  $L$  — длина пути утечки изолятора;  $D(l)$  — диаметр изолятора при произвольном значении координаты  $l$  вдоль пути утечки.

При расчете по (2) за разрядное напряжение изолятора принимается такое его значение, при котором во всем диапазоне изменения длины дуги от 0 до  $L$  соблюдается неравенство:

$$r_{\text{д}} \leq r_{\text{п}}, \quad (4)$$

где  $r_{\text{д}}$  и  $r_{\text{п}}$  — удельные сопротивления дуги и удельное сопротивление слоя загрязнения, определяемые по выражениям:

$$r_{\text{д}} = \frac{A}{I^{1+n}}, \quad (5)$$

$$r_{\text{п}} = \frac{1}{\pi \chi_{\text{п}} D(l)}. \quad (6)$$

Расчетные значения 50%-ных влагоразрядных напряжений для изоляторов серийного производства, полученные согласно формулам (1) и (2), хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Из рассмотрения формулы (1) видно, что электрическая прочность загрязненных и увлажненных изоляторов зависит от удельной поверхностной проводимости, диаметра тарелки изолятора, кри-

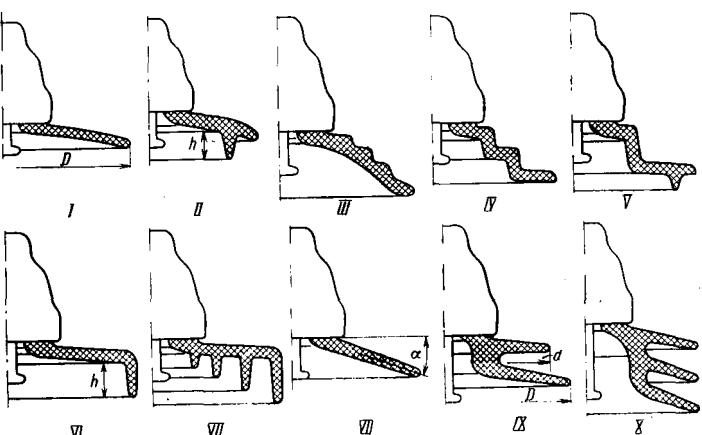


Рис. 1. Конфигурации рассматриваемых вариантов изоляторов.

тической длины дуги и сопротивления неперекрытой части поверхности изолятора. Для исследования влияния этих параметров на влагоразрядные напряжения изоляторов было рассмотрено 10 вариантов конфигураций изоляторов (рис. 1), выбранных на основе выпускаемых промышленностью и разработанных в ВЭИ, ВНИИЭ, СКТБ треста «Электросетьизоляция» новых типов изоляторов. Расчеты проведены в предположении одинаковой степени загрязненности изоляторов с удельной поверхностной проводимостью 4 мксим, которая соответствует обычным полевым загрязнениям.

Из эскизов рассматриваемых вариантов изоляторов определены зависимости диаметра изолятора от линейной координаты  $l$  вдоль пути утечки, по которым нетрудно определить графическим методом сопротивление неперекрытой части поверхности изолятора при любой длине дуги ( $l_{\text{д}}=0 \div L$ ). Такие зависимости для некоторых вариантов конфигураций изоляторов приведены на рис. 2. Основные параметры и геометрические размеры рассматриваемых вариантов изоляторов, а также результаты расчета 50%-ных влагоразрядных напряжений приведены в табл. 1.

Сопоставление 50%-ных влагоразрядных напряжений, полученных по расчетной формуле и методом графического анализа, показывает, что они практически совпадают (табл. 2). Следует отметить, что метод графического анализа связан с тру-

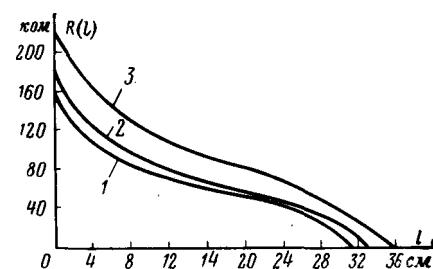


Рис. 2. Зависимости сопротивления увлажненной поверхности изоляторов неперекрытой дугой от длины дуги при  $\chi_{\text{п}}=4$  мксим для изоляторов варианта I<sub>в</sub> (кривая 1), II<sub>в</sub> (кривая 2), IX<sub>в</sub> (кривая 3).

Таблица 1

Вариант изолятора	Диаметр тарелки $D_r, \text{ см}$	Длина пути утечки $L, \text{ см}$	Критическая длина дуги $l_d^*, \text{ см}$	Сопротивление не- верхности $R_{\text{II}} (l_d^*),$ к $\Omega$		50%-ное влагоразряд- ное напряжение $U_{\text{вр 50\%}}, \text{ кв}$	Средняя влагораз- рядная напряженность по длине пути утеч- ки $E_{\text{вр}L}, \text{ кв/см}$
				Сопротивление по- верхности $R_{\text{II}} (l_d^*),$ к $\Omega$	50%-ное влагоразряд- ное напряжение $U_{\text{вр 50\%}}, \text{ кв}$		
I	28	23	12	49,3	15,0	0,65	
	30	25	13	51,4	16,1	0,64	
	32	27	14	53,8	17,4	0,65	
	36	31,5	16	59,2	20,1	0,64	
II a) $h = 3 \text{ см}$ б) $h = 4 \text{ см}$ в) $h = 5 \text{ см}$	30	29	17		17,7	0,61	
	31	31	19	49,3	18,7	0,6	
	33	33	21		19,7	0,6	
III	30	30	16	60,1	19,3	0,64	
IV	30	32	18	62,4	20,8	0,65	
V	30	34	20	64,2	22,1	0,65	
VI a) $h = 3 \text{ см}$ б) $h = 4 \text{ см}$ в) $h = 5 \text{ см}$	30	31	17	58,2	19,4	0,62	
	33	33	18	60,8	20,4	0,62	
	35	35	19	63,4	21,5	0,61	
VII	30	49	33	61,7	28,0	0,57	
VIII a) $\alpha = 7^\circ$ б) $\alpha = 20^\circ$ в) $\alpha = 30^\circ$	30	24	14	45,0	15,4	0,64	
	26	26	15	50,0	16,9	0,65	
	28	28	16	53,9	18,2	0,65	
IX a) $d = 20 \text{ см};$ $D = 30 \text{ см}$ б) $d = 25 \text{ см};$ $D = 30 \text{ см}$	30	36	17	89,3	25,3	0,7	
	30	41	17	106,6	29,0	0,71	
	30	46	17	120,8	31,9	0,68	
a) $d = 30 \text{ см};$ $D = 30 \text{ см}$ б) $d = 30 \text{ см};$ $D = 25 \text{ см}$ в) $d = 30 \text{ см};$ $D = 20 \text{ см}$	25	41	15	112,0	26,6	0,65	
	20	36	12	104,7	21,8	0,60	
X	30	63	20	164,5	41,0	0,65	

доемкими расчетами, поэтому при расчетах была использована цифровая вычислительная машина.

Результаты расчета влагоразрядных напряжений (табл. 1) показывают, что для всех десяти вариантов конфигураций изоляторов значения влагоразрядных напряженностей по длине пути утечки

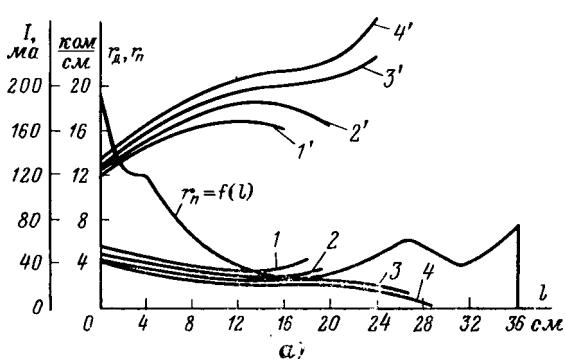


Рис. 3. Зависимости удельного сопротивления  $r_d$  (кривые 1—4) и тока  $I$  (кривые 1'—4') от длины дуги при развитии разряда вдоль поверхности изолятора при  $\chi_{\text{п}}=4 \text{ мксим}$ .

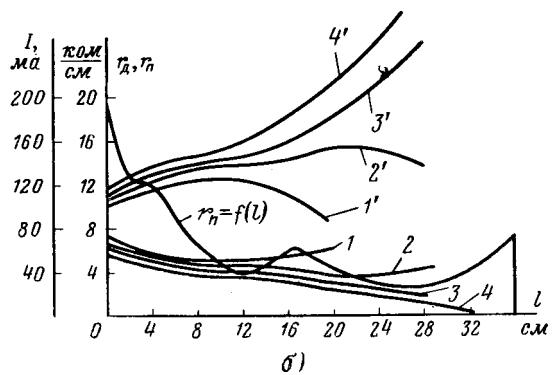
а — для изолятора варианта IXa при  $d=20 \text{ см}$  и  $D=30 \text{ см}$  ( $1$  и  $1'$  —  $U=24 \text{ кв}$ ;  $2$  и  $2'$  —  $U=25 \text{ кв}$ ;  $3$  и  $3'$  —  $U=26 \text{ кв}$ ;  $4$  и  $4'$  —  $U=27 \text{ кв}$ ); б — для изолятора варианта IXb при  $d=30 \text{ см}$  и  $D=20 \text{ см}$  ( $1$  и  $1'$  —  $U=20 \text{ кв}$ ;  $2$  и  $2'$  —  $U=21 \text{ кв}$ ;  $3$  и  $3'$  —  $U=22 \text{ кв}$ ;  $4$  и  $4'$  —  $U=23 \text{ кв}$ ).

Таблица 2

Вариант изолятора	$U_{\text{вр 50\%}}, \text{ кв}$ . Рассчитано по (1)	$U_{\text{вр 50\%}}, \text{ кв}$ . Получено методом графического анализа согласно равенству (2)
I, а	15,0	15,0
II, в	19,7	20,0
VI, в	21,5	22,0
VIII б	15,4	16,0
в	16,9	17,0
IX а	18,2	18,0
б	25,3	26,0
в	29,0	29,0
г	31,9	31,0
д	26,6	26,0
	21,8	22,0

находятся в пределах  $0,57 \div 0,71 \text{ кв/см}$ . Примерно такие же значения влагоразрядных напряженостей получены экспериментально (при  $\chi_{\text{п}}=4 \text{ мксим}$ ) для выпускаемых промышленностью тарелочных изоляторов. Наиболее низкие влагоразрядные напряженности по длине пути утечки ( $E_{\text{вр}L}=0,57 \text{ кв/см}$ ) имеют изоляторы с развитой нижней поверхностью (вариант VII), а наиболее высокие имеют изоляторы с развитой боковой поверхностью — вариант IX (а, б, в). Отсюда можно сделать вывод, что при разработке изоляторов развитие боковой поверхности изоляторов более целесообразно, чем развитие нижней поверхности. Заметим, что сделанный нами вывод можно распространить только на изоляторы, предназначенные для работы в районах с сухими (неприлипающими) загрязняющими веществами.

Сравнение влагоразрядных напряжений для изоляторов варианта IX показывает, что в зависимости от соотношения между диаметрами тарелок  $d/D$  влагоразрядные напряженности по длине пути утечки изменяются от 0,6 до 0,71 кв/см. При этом оказывается целесообразным принимать диаметр верхней тарелки равным или меньше, чем диаметр нижней тарелки. Наибольшая разрядная напряженность ( $E_{\text{вр}L}=0,71 \text{ кв/см}$ ) в данном случае имеет место при  $d/D=0,83$ , где  $d$  и  $D$  — соответственно диаметры верхней и нижней тарелки, равные 25 и 30 см.



Влияние различных соотношений между диаметрами верхней и нижней тарелки (вариант IX) на развитие разряда вдоль загрязненной и увлажненной поверхности можно определить и на основе графического анализа, приведенного на рис. 3. В этом случае при сходной форме поверхности и равных длинах пути утечки изоляторов влагоразрядное напряжение при  $d/D=0,67$  на 16% выше, чем при  $d/D=1,5$ . Это объясняется тем, что при  $d/D>1$  выполнение условия (4) на краю нижней тарелки изолятора является достаточным для развития первоначально возникшей дуги в полное перекрытие. Действительно, в варианте IX $\delta$ , если на краю нижней тарелки имеет место равенство  $r_d=r_n=4 \text{ ком/см}$  (при  $U=22 \text{ кв}$ ), на краю верхней тарелки удельное сопротивление дуги существенно меньше чем  $2,6 \text{ ком/см}$  (кривая 3, рис. 3, б).

Таким образом, выполнение условия (4), при  $r_n=4 \text{ ком/см}$  (вариант IX $\delta$ ) значительно легче, чем при  $r_n=2,6 \text{ ком/см}$  (вариант IX $a$ ). Поэтому разрядное напряжение по данным рис. 3 в случае варианта IX $\delta$  значительно меньше (22 кв), чем в варианте IX $a$  (26 кв). Отсюда следует, что для повышения влагоразрядных напряжений изоляторов необходимо обеспечить минимальное поверхностное сопротивление на возможно меньшем расстоянии от предполагаемого места возникновения первоначальной дуги (от пестика в случае тарелочных изоляторов). Заметим, что вышеприведенный графический метод анализа развития разряда вдоль проводящей поверхности изоляторов с развитой боковой поверхностью позволил выявить, что при расчете по (1)  $U_{\text{вр}} 50\%$  за величины  $D_t$  и  $l^*_d$  необходимо принимать соответственно диаметр нижней тарелки изолятора и длину вдоль пути утечки от пестика до края нижней тарелки.

В вариантах I, III—V, VI, VIII рассмотрено влияние отдельных конструктивных элементов (изменение диаметра тарелки, развитие верхней поверхности, изменение высоты ребра у края тарелки и угла наклона тарелки к оси изолятора) на влагоразрядные напряжения. Для этих изоляторов изменение размеров конструктивных элементов приводит одновременно к изменению критической длины дуги  $l^*_d$  и сопротивления неперекрытой части поверхности изолятора  $R_n(l^*_d)$ . Поэтому для этих вариантов изоляторов средние влагоразрядные напряженности по длине пути утечки имеют промежуточные значения (0,64—0,65 кв/см), относительно полученных для вариантов VII и IX ( $a, b, v$ ).

По данным табл. 1 оценено влияние отдельных параметров загрязненных изоляторов [ $D_t, l^*_d, R_n(l^*_d)$ ] на их влагоразрядные напряжения (рис. 4). Для построения зависимости  $U_{\text{вр}}/U_{\text{вр}0} [D_t/D_{t0}, l^*_d/l^*_{d0}, R_n(l^*_d)/R_{n0} \times (l^*_d)]$  за величину  $U_{\text{вр}0}$  приняты влагоразрядные напряжения, полученные соответственно для варианта I при  $D_{t0}=30 \text{ см}$ , для варианта II при  $l^*_{d0}=19 \text{ см}$ , для варианта IX при  $R_{n0}(l^*_d)=106,6 \text{ ком}$ . Как видно из рис. 4, изменение каждого из параметров загрязненных изоляторов приводит к изменению влагоразрядных напряжений. Причем изменение диаметра тарелки  $D_t$  приводит к более резкому изменению  $U_{\text{вр}}$ , чем изменение других параметров.

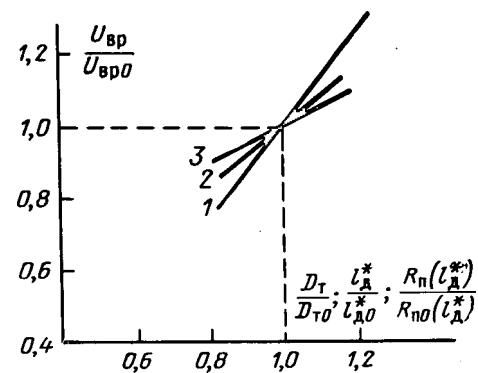


Рис. 4. Зависимости относительного изменения влагоразрядных напряжений  $U_{\text{вр}}/U_{\text{вр}0}$  от относительных значений диаметра тарелки  $D_t/D_{t0}$  (кривая 1), сопротивления неперекрытой части поверхности изолятора  $R_n(l^*_d)/R_{n0}(l^*_d)$  (кривая 2) и длины дуги  $l^*_d/l^*_{d0}$  (кривая 3) при  $x_n=4 \text{ мксим}$ .

Это объясняется тем, что при изменении диаметра тарелки одновременно изменяются в ту же сторону другие параметры, влияющие на влагоразрядные напряжения, а именно критическая длина дуги  $l^*_d$  и сопротивление неперекрытой части поверхности изолятора  $R_n(l^*_d)$ . Следовательно, наибольшего повышения влагоразрядных напряжений можно добиться путем увеличения диаметра тарелки. При неизменном  $D_t$  увеличение  $R_n(l^*_d)$  (развитие верхней или боковой поверхности) приводит к большему росту влагоразрядных напряжений, чем увеличение  $l^*_d$  (развитие нижней поверхности).

Для более правильной оценки влияния формы поверхности изоляторов на их влагоразрядные напряжения необходимо учитывать степень загрязняемости рассматриваемых изоляторов в полевых условиях. Приближенно коэффициенты загрязняемости отдельных поверхностей (верхние, нижние, боковые) рассматриваемых конфигураций изоляторов можно принимать как и для соответствующих поверхностей некоторых изоляторов, выпускаемых промышленностью по данным табл. 3. Заметим, что под верхней поверхностью подразумевается часть поверхности изолятора, заключенная между шапкой и кромкой тарелки изолятора, под нижней поверхностью — заключенная между пестиком и кромкой тарелки изолятора, под боковой (в случае изоляторов НС-2, НЗ-6) — заключенная между кромкой верхней и нижней тарелки.

Таблица 3

Вариант изолятора	Верхняя поверхность	Нижняя поверхность	Боковая поверхность
I	НЗ-6	НЗ-6	—
II	П-4,5	П-4,5	—
III	ПР-3,5	НЗ-6	—
IV	ПР-3,5	ПР-3,5	—
V	ПР-3,5	НС-2	—
VI	П-7	П-4,5	—
VII	П-7	ПФЕ-4,5	—
VIII	НЗ-6	НЗ-6	—
IX	НС-2	НС-2	НС-2
X	НС-2	ПР-3,5	НС-2

Таблица 4

Тип изолятора	Коэффициент загрязненности		
	верхней поверхности $K_{\text{з.в}}$	нижней поверхности $K_{\text{з.н}}$	боковой поверхности $K_{\text{з.б}}$
П-4,5	1,0	1,36	—
ПФЕ-4,5	1,02	1,75	—
П-7	1,3	1,98	—
НС-2	0,83	1,0	0,92
НЗ-6	0,85	0,93	0,94
ПР-3,5	0,79	0,74	—

Таблица 5

Вариант изолятора	$\bar{x}_{\text{п.в.}}$ мксим	$\bar{x}_{\text{п.н.}}$ мксим	$\bar{x}_{\text{п.б.}}$ мксим	$\bar{x}_{\text{п.}}$ мксим
I	2,7	2,9	—	2,8
II	3,2	4,4	—	4,0
III	2,5	2,9	—	2,8
IV	2,5	2,4	—	2,45
V	2,5	3,2	—	2,9
VI	4,2	4,4	—	4,3
VII	4,2	5,6	—	5,2
VIII	2,7	2,9	—	2,8
IX	2,6	3,2	2,9	3,0
X	2,6	2,4	2,9	2,75

По данным проведенных полевых исследований в Таджикистане, где имеют место преимущественно сухие виды загрязняющих веществ, коэффициенты загрязняемости, вычисленные как отношение удельной поверхностной проводимости отдельных поверхностей изоляторов серийного производства к удельной поверхностной проводимости верхней поверхности изолятора П-4,5, приведены в табл. 4.

Если предположить, что в полевых условиях средняя удельная поверхностная проводимость изолятора П-4,5 равна 4 мксим, то удельные поверхностные проводимости рассматриваемых вариантов конфигураций изоляторов, полученные по данным табл. 3 и 4, соответствуют приведенным в табл. 5 средним удельным поверхностным проводимостям различных поверхностей (верхней  $\bar{x}_{\text{п.в.}}$ , нижней  $\bar{x}_{\text{п.н.}}$ , боковой  $\bar{x}_{\text{п.б.}}$ ) и изолятора в целом  $\bar{x}_{\text{п.}}$ .

Результаты расчета влагоразрядных напряжений изоляторов с приближенным учетом коэффициента их загрязняемости приведены в табл. 6. Как показывают результаты расчета при учете степени загрязняемости изоляторов в реальных условиях средние влагоразрядные напряженности по длине пути утечки существенно зависят от формы поверхности. В реальных условиях  $E_{\text{вр.д}}$  для изоляторов с развитой нижней поверхностью меньше, чем в случае их равномерного загрязнения с удельной поверхностной проводимостью 4 мксим (0,53 кв/см) против 0,57 кв/см). В случае изоляторов с менее развитой нижней поверхностью (вариант II) учет степени их загрязняемости не приводит к заметному изменению влагоразрядной напряженности (0,6—0,61 кв/см). Изоляторы с гладкой, хорошо обтекаемой формой (варианты I, VIII), а также

с развитой боковой поверхностью (варианты IX, X) в реальных условиях могут иметь разрядные напряженности выше, чем в случае равномерного загрязнения. При одинаковых условиях загрязнения средние влагоразрядные напряженности по длине пути утечки изоляторов варианта IX (a, b, v) на 42—45% выше, а в случае вариантов I, III—V, VIII на 36—38% выше, чем для изоляторов с развитой нижней поверхностью (вариант VII).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что для повышения влагоразрядных напряжений изоляторов в районах с сухими загрязнениями необходимо развивать верхнюю или боковую поверхности (как у изоляторов типа НС-2, НЗ-6) или тарелку изолятора выполнить гладкой, хорошо обтекаемой формы (как в варианте I и VIII) без выступов и канавок. При этом угол наклона тарелки к оси изолятора  $\alpha$  необходимо принимать рациональным с точки зрения технологии их изготовления и получения максимального соотношения  $L/H$ . Следует отметить, что для окончательного выбора оптимальной формы изолятора необходимо проведение экспериментальных исследований. В связи с этим наилучшие из исследованных форм изоляторов (варианты I, VIII, IX, X) следует испытать как в лабораторных, так и в полевых условиях.

**Выводы.** 1. Предложенные в [Л. 4] формулы расчета влагоразрядных напряжений и метод графического анализа развития разряда вдоль загрязненной и увлажненной поверхности изоляторов дают возможность оценить влияние различных конструктивных элементов на влагоразрядные напряжения. Использование этого метода в сочетании с аэродинамическими характеристиками формы поверхности (коэффициента загрязняемости) по-

Таблица 6

Вариант изолятора	Сопротивление неперекрытой части поверхности $R_{\text{п}} (l_d^*)$ , ком	50%-ное влагоразрядное напряжение $U_{\text{вр.50%}}$ , кв	Средняя влагоразрядная напряженность по длине пути утечки $E_{\text{вр.д}}$ , кв/см
I	71,5	16,8	0,73
	74,5	18,0	0,72
	78,0	19,7	0,73
	86,0	23,4	0,74
II	49,3	17,7	0,61
	60,3	18,7	0,60
	62,0	19,7	0,60
III	89,0	22,0	0,73
IV	103,0	24,4	0,76
V	89,3	24,4	0,72
VI	57,0	18,8	0,61
	60,3	19,7	0,60
	62,0	20,6	0,60
VII	47,4	25,7	0,53
VIII	65,5	17,5	0,73
	72,5	19,1	0,73
	78,2	20,5	0,73
IX	119,0	27,8	0,77
	142,0	31,3	0,76
	161,0	34,3	0,75
	150,0	29,3	0,71
X	140,0	24,2	0,67
	227	45,3	0,72

зволяет при конструировании изоляторов правильно выбирать форму поверхности.

2. При прочих равных условиях ( $\chi_{\text{н}} = \text{const}$ ) увеличение влагоразрядных напряжений можно обеспечить путем увеличения критической длины дуги  $l^*_d$  или увеличения сопротивления неперекрытой части поверхности. При этом оказывается, что относительное увеличение сопротивления неперекрытой части поверхности (развитие боковой поверхности) дает больший эффект, чем такое же относительное увеличение критической длины дуги (развитие нижней поверхности).

3. В реальных условиях работы подвесных изоляторов разрядная напряженность  $E_{\text{вр},L}$  сильно зависит от формы поверхности и определяется аэродинамическими характеристиками изолятора. При этом чем проще форма изолятора (гладкая тарелка без выступов и канавок), тем выше разрядная напряженность. Изоляторы, форма поверхности которых подобна НС-2 и НЗ-б, благодаря их лучшей обтекаемости потоком ветра имеют высокие разрядные напряженности. Следует отметить, что этот

вывод справедлив в районах, где отсутствуют влажные, легко прилипающие виды загрязнений.

4. Уменьшение диаметра верхней тарелки изолятора по отношению к нижней, как в варианте IX (*a, b*), или увеличение угла наклона тарелки к оси изолятора  $\alpha$  (вариант VIII) может привести к повышению влагоразрядных напряженностей по строительной высоте изолятора. При увеличении угла  $\alpha$  от 7 до 30° влагоразрядное напряжение изолятора повышается на 18% при диаметре тарелки 30 см.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Obenaus F., Kriechüberschlag von Isolatoren mit Fremdschicht. Elektrizitätswirtschaft, 1960, Bd. 59, 878–882.
2. Alston L. L., Zoledzowski S., Growth of discharges on polluted insulation, Proc. IEE, v. 110, № 7, July 1963, 1260.
3. Соломоник Е. А., Исследование и расчет разрядных характеристик загрязненных изоляторов, Изв. НИИПТ, сб. 11, 1965.
4. Александров Г. Н. и др., Электрическая прочность наружной высоковольтной изоляции, изд-во «Энергия», Л., 1969.

[27.1.1971]



УДК 537.52

## Исследование начальной стадии низковольтных импульсных разрядов

Доктор техн. наук К. К. НАМИТОКОВ  
Харьков

Исследование низковольтных импульсных разрядов, особенно в начальной стадии их развития, представляет большой интерес со многих точек зрения. Например, при анализе электроэррозионных процессов на электродах необходимы сведения об энергетических, гидродинамических и других параметрах разряда, определяемых условиями формирования канала и пространственно-временного распределения в нем мощности.

Как будет показано ниже, ряд таких важных сведений можно получить путем осциллографического исследования изменений тока, напряжения, сопротивления и мощности непосредственно в период развития разряда после пробоя промежутка. При этом важно заметить, что многие сведения о гидродинамических процессах, непосредственное изучение которых связано с большими методическими трудностями, могут быть получены из анализа характера изменений указанных электрических параметров разряда. Схема осциллографирования представлена на рис. 1.

**Характер изменения напряжения и тока в послепробойный период.** Опыты показали, что напряжение на разрядном промежутке вначале, т. е. в течение времени  $t_1$ , равном примерно  $10^{-9}$ — $10^{-8}$  сек, резко падает до некоторого вполне определенного для данных параметров цепи значения  $u_2$ . После этого первого периода (периода «пробоя») напряжение

на разрядном промежутке продолжает уменьшаться, но уже значительно медленнее. За сотые доли микросекунды с момента инициирования разряда напряжение на разрядном промежутке уменьшается примерно в 3 раза от исходного значения напряжения  $U_0$  на емкостном накопителе, затем приблизительно за одну микросекунду спадает до  $0,3U_0$  («остаточного» напряжения).

Разрядный ток в период пробоя промежутка примерно за  $10^{-9}$ — $10^{-8}$  сек резко увеличивается. После этого в последующий после пробоя период ток продолжает еще некоторое время увеличиваться, но уже относительно медленно, достигает максимума (через  $10^{-7}$ — $10^{-6}$  сек) и затем постепенно спадает.

По осциллограммам были построены вольт-амперные характеристики импульсного разряда для различных значений напряжения, сопротивления и емкости. Типичный вид динамических вольт-амперных характеристик импульсного разряда представлен на рис. 2. На всех графиках обращает внимание участок отрицательного динамического сопротивления  $\frac{du}{dt}$  канала разряда (верхняя часть кривой).

На этом участке напряжение на разрядном промежутке падает, а ток разряда растет. С увеличением зарядного напряжения и уменьшением сопротивления цепи разряда модуль отрицательного динамиче-

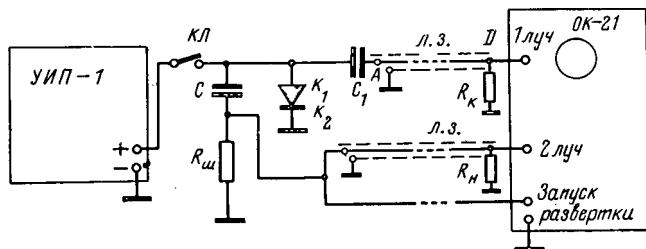


Рис. 1. Схема осциллографирования.

УИП-1 — стабилизированный выпрямитель;  $K_1, K_2$  — электроды; л. з. — линии задержки (кабель РК-3);  $R_h$  — согласующие сопротивления.

ского сопротивления канала разряда увеличивается, что, очевидно, связано с более интенсивной ионизацией в разрядном промежутке.

Математическое выражение закона изменения тока в функции времени можно получить из уравнения разрядной цепи:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = u_{\text{разр}}(t). \quad (1)$$

Решение уравнения (1) будем искать для двух значений  $u(t)$ : для первого периода  $u(t) = u_1(t)$  (при  $t=0 \leq t_1$ ) и для второго периода  $u(t) = u_2(t)$  (при  $t > t_1$ ). Причем начальные условия при  $u(t) = u_2(t)$  находятся из решения (1) при  $u(t) = u_1(t)$ :

$$\left. \begin{array}{l} q_1|_{t=t_1} = q_2|_{t=t_1}; \\ \frac{dq_1}{dt}|_{t=t_1} = \frac{dq_2}{dt}|_{t=t_1}. \end{array} \right\} \quad (2)$$

Решение уравнения (1) при  $0 \leq t \leq t_1$  можно записать в виде:

$$q_1(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_1 t} dt - \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_2 t} dt, \quad (3)$$

где

$$k_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \alpha; \quad \alpha = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

Значения постоянных  $C_1$  и  $C_2$  находятся из условий:

$$q_1|_{t=0} = cU_0 \text{ и } \frac{dq_1}{dt}|_{t=0} = 0;$$

$$C_1 = -\frac{cU_0 k_2}{2\alpha} - \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_1 t} dt|_{t=0}; \quad (4)$$

$$C_2 = \frac{cU_0 k_1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_2 t} dt|_{t=0}. \quad (5)$$

Переходя от  $q_1(t)$  и  $i_1(t)$  и подставляя значения  $C_1$  и  $C_2$ , получим:

$$\begin{aligned} i_1(t) = & \left[ \frac{cU_0 k_2}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_1 t} dt|_{t=0} \right] k_1 e^{k_1 t} - \\ & - \left[ \frac{cU_0 k_1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_2 t} dt|_{t=0} \right] k_2 e^{k_2 t} - \\ & - \frac{k_1}{2\alpha L} e^{k_1 t} \int u_1(t) e^{-k_1 t} dt + \frac{k_2}{2\alpha L} e^{k_2 t} \int u_1(t) e^{-k_2 t} dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение уравнения (1) при  $t > t_1$  получится, очевидно, из (3) заменой в последнем  $u_1(t)$  на  $u_2(t)$ , но постоянных интегрирования, определяемых

с учетом условий (2):

$$C'_1 = C_1 + \frac{1}{2\alpha L} \left[ \int [u_1(t) - u_2(t)] e^{-k_1 t} dt \right]|_{t=t_1}; \quad (7)$$

$$C'_2 = C_2 - \frac{1}{2\alpha L} \left[ \int [u_1(t) - u_2(t)] e^{-k_2 t} dt \right]|_{t=t_1}.$$

Зная  $C_1$  и  $C_2$ , можно написать:

$$q_2(t) = C'_1 e^{k_1 t} + C'_2 e^{k_2 t} + \frac{1}{2\alpha L} e^{k_1 t} \int u_2(t) e^{-k_1 t} dt - \frac{1}{2\alpha L} e^{k_2 t} \int u_2(t) e^{-k_2 t} dt. \quad (8)$$

Переходя от  $q_2(t)$  к  $i_2(t)$  и подставляя значения  $C_1$  и  $C_2$ , получим:

$$\begin{aligned} i_2 = & \left[ \frac{cU_0 k_2}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_1 t} dt|_{t=0} - \right. \\ & - \left. \frac{1}{2\alpha L} \int [u_1(t) - u_2(t)] e^{-k_1 t} dt|_{t=t_1} \right] k_1 e^{k_1 t} - \\ & - \left[ \frac{cU_0 k_1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha L} \int u_1(t) e^{-k_2 t} dt|_{t=0} - \right. \\ & - \left. \frac{1}{2\alpha L} \int [u_1(t) - u_2(t)] e^{-k_2 t} dt|_{t=t_1} \right] k_2 e^{k_2 t} - \\ & - \frac{1}{2\alpha L} \left[ \int u_2(t) e^{-k_1 t} dt \right] k_1 e^{k_1 t} + \\ & + \frac{1}{2\alpha L} \left[ \int u_2(t) e^{-k_2 t} dt \right] k_2 e^{k_2 t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Возможность получения аналитического выражения закона изменения тока в период после пробоя  $i_2(t)$ , удобного для инженерных расчетов, будет зависеть от характера функций  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ . Эти функции могут быть найдены экспериментально с помощью осциллографирования напряжения на разрядном промежутке.

Из осцилограмм и графиков напряжения на разрядном промежутке следует, что характер изменения напряжения во второй период ( $t \geq t_1$ ) достаточно точно описывается экспоненциальной функцией:

$$u_2(t) = u_1|_{t=t_1} e^{-m(t-t_1)}. \quad (10)$$

Характер изменения напряжения на разрядном промежутке в первый период ( $t \leq t_1$ ) можно представить также экспоненциальной функцией вида:

$$u_1(t) = U_0 e^{-n t}. \quad (11)$$

В момент времени  $t = t_1$

$$u_1 = U_0 e^{-n t_1}, \quad (12)$$

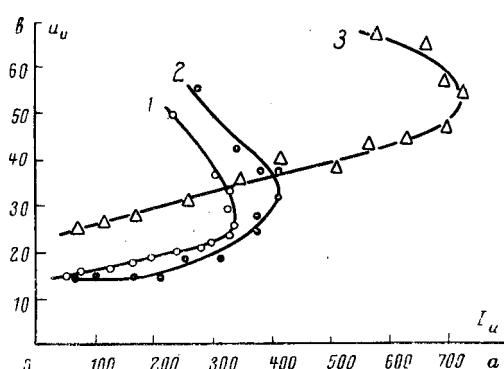


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики разряда.  
1— $C=2 \text{ мкФ}$ ,  $R=0,18 \text{ ом}$ ,  $U=200 \text{ в}$ ; 2— $C=2 \text{ мкФ}$ ,  $R=0,18 \text{ ом}$ ,  $U=300 \text{ в}$ ;  
3— $C=2 \text{ мкФ}$ ,  $R=0,18 \text{ ом}$ ,  $U=400 \text{ в}$ .

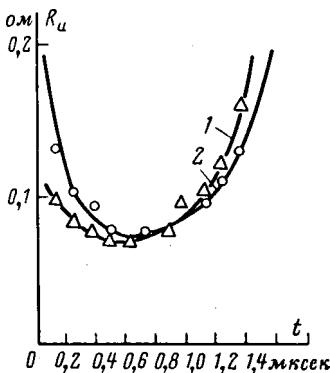


Рис. 3. График изменения сопротивления разрядного промежутка.

$t = C = 2 \text{ мкФ}$ ,  $R = 0,18 \text{ ом}$ ,  $U = 400 \text{ в}$ ;  $2 - C = 2 \text{ мкФ}$ ,  $R = 0,18 \text{ ом}$ ,  $U = 200 \text{ в}$ .

причем  $u_1(t) = u_2(t) = U_1$ .

Из экспериментальных данных следует, что  $m \ll n$  ( $m$  порядка  $10^6 \text{ сек}^{-1}$ , в то время как  $n$  порядка  $10^8 \text{ сек}^{-1}$ ), а соотношение значений  $U_1$  и  $U_0$  равно  $0,35 \div 0,25$ . Если применить в решении уравнения (1) в качестве интерполирующих функций для  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  соответственно выражения (10) и (11), то после соответствующих преобразований получим:

$$\begin{aligned} i_1(t) = & \left[ \frac{cU_0k_2}{2\alpha} - \frac{U_0}{2\alpha L(n+k_1)} \right] k_1 e^{k_1 t} - \left[ \frac{cU_0k_1}{2\alpha} - \right. \\ & \left. - \frac{U_0}{2\alpha L(n+k_2)} \right] k_2 e^{k_2 t} + \frac{U_0}{2\alpha L} \frac{k_1}{n+k_1} e^{-nt} - \\ & - \frac{U_0}{2\alpha L} \frac{k_2}{n+k_2} e^{-nt}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} i_2(t) = & \left[ \frac{cU_0k_2}{2\alpha} - \frac{U_0}{2\alpha L(n+k_1)} \right] k_1 e^{k_1 t} - \left[ \frac{cU_0k_1}{2\alpha} - \right. \\ & \left. - \frac{U_0}{2\alpha L(n+k_2)} \right] k_2 e^{k_2 t} - \frac{U_0}{2\alpha L} e^{-(n+k_1)t_1} \left[ \frac{1}{m+k_1} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{n+k_2} \right] k_1 e^{k_1 t} + \frac{U_0}{2\alpha L} e^{-(n+k_2)t_1} \left[ \frac{1}{m+k_2} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{n+k_1} \right] k_2 e^{k_2 t} + \frac{U_0}{2\alpha L} \frac{k_1 e^{-nt_1} e^{-m(t-t_1)}}{m+k_1} - \\ & - \frac{U_0}{2\alpha L} \frac{k_2 e^{-nt_1} e^{-m(t-t_1)}}{m+k_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Очевидно, для приведения  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  к виду, удобному для практического использования, достаточно знать для конкретных условий опыта значения параметров  $c$ ,  $U_0$ ,  $L$ ,  $\alpha$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $n$  и  $m$ , входящих в (14).

**Сопротивление разрядного промежутка.** Изменение сопротивления разрядного промежутка в функции времени показано на рис. 3.

Как следует из рис. 3, значение начального сопротивления разряда колеблется в пределах от одного ома до десятых долей ома. К концу периода пробоя сопротивление разрядного промежутка резко падает (примерно до одного ома). Затем в начальный момент послепробойного периода (за время  $t$  порядка  $10^{-7} \div 10^{-6} \text{ сек}$ ) сопротивление промежутка продолжает уменьшаться со скоростью  $\sim 10^6 \text{ ом/сек}$  до некоторого минимального значения, которое удерживается в течение некоторого времени  $t_2$ . После этого сопротивление промежутка по мере расходования энергии, запасенной в емкостном накопителе, начинает вновь возрастать за время  $t_3$ . Соотношение времени  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  зависит, с одной стороны, от параметров цепи, определяющих скоп-

рость введения энергии на разрядном промежутке, и, с другой — от полной энергии, реализуемой в разрядном промежутке. Причем, если скорость выделения энергии влияет, главным образом, на время  $t_1$ , то величина полной энергии — на время  $t_2$ . Время  $t_3$  значительно слабее зависит от этих факторов и при исследованных условиях вариации режимов разряда практически остается постоянным.

Анализ характера изменения сопротивления в зависимости от величины разрядного тока показывает, что вначале с увеличением разрядного тока сопротивление уменьшается и при некотором значении тока достигает минимального значения, которое удерживается в относительно широком диапазоне изменения тока. Затем при убывании тока к концу разряда сопротивление начинает синхронно возрастать.

Такой характер начального изменения сопротивления с изменением разрядного тока и энергии, реализуемой в разрядном промежутке, вообще говоря, качественно не противоречит теории искры, разработанной Типлером [Л. 1] и затем в более поздний период — Вайцелем — Ромпе [Л. 2], согласно которым сопротивление канала разряда выражается соответственно в виде:

$$R_{\text{разр}} = \frac{k_1 \delta}{t} ; \quad R_{\text{разр}} = \frac{k_2 \delta}{\left( \int_0^t idt \right)^{1/2}}, \quad (15)$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  — коэффициенты;  $\delta$  — длина канала разряда. Однако значения сопротивления разрядного промежутка в функции тока (или энергии), полученные экспериментально и аналитически (как по Типлеру, так и Вайцелю — Ромпе), не соответствуют друг другу. Это объясняется прежде всего тем, что в указанных теориях изменение сопротивления связывается только с выделением энергии в канале разряда, без учета гидродинамических эффектов, которые могут играть значительную роль вообще при импульсных разрядах [Л. 3—4], а тем более при низковольтных разрядах, возбуждаемых после пробоя очень малых промежутков.

В [Л. 5] дана другая зависимость, в которой учитывается эффект расширения канала разряда:

$$R_{\text{разр}} = \frac{k_3 \delta}{t^{2/3} dt}, \quad (16)$$

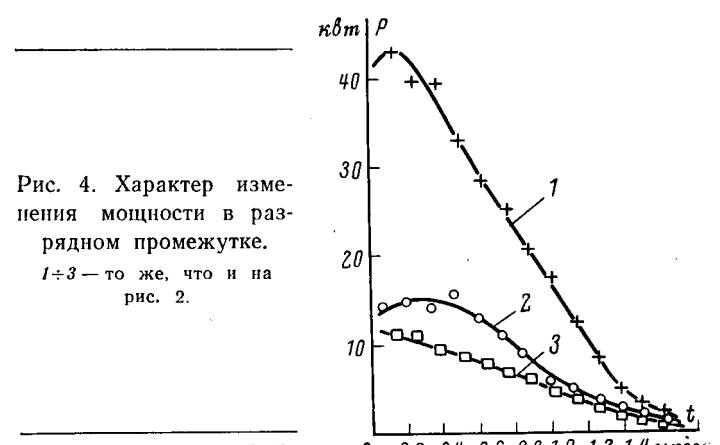


Рис. 4. Характер изменения мощности в разрядном промежутке.

$1 \div 3$  — то же, что и на рис. 2.

где

$$k_s = \left( \frac{\rho_0 \xi}{4\pi^2 \sigma^2} \right)^{1/3}; \quad \xi = k_p \left( T + \frac{1-x}{\gamma-1} \right); \quad x = \frac{a}{\dot{a}^2} \ddot{a}; \quad (17)$$

$\rho_0$  — начальная плотность среды;  $k_p$  — коэффициент сопротивления, равный приблизительно 0,9;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\sigma$  — электропроводность плазмы;  $a$  — диаметр канала разряда;  $\dot{a}$  и  $\ddot{a}$  — соответственно скорость и ускорение расширения канала.

В силу принятых предпосылок эта зависимость должна лучше отражать реальную картину, чем (15). Тем не менее оценка  $R$  при некоторых вероятных значениях параметров, входящих в зависимость (16), показывает, что она также не дает удовлетворительного совпадения с результатами исследований характера изменения сопротивления в функции тока в условиях импульсного низковольтного разряда. Это говорит о наличии ряда специфических особенностей, присущих последним.

При низковольтных разрядах движение плазмы происходит в очень узкой щели между торцами электродов и нет условий для «свободного» формирования канала разряда, как это имеет место в случае высоковольтных разрядов. Кроме этого, при очень малых межэлектродных зазорах более заметно будет сказываться форма поверхности торцов электродов, между которыми происходит движение плазмы, и место начала разряда по отношению к оси электродов, а также состояние и микронеровности поверхности и т. д. Все это затрудняет выбор соответствующих предпосылок для математического описания процессов аналогично тому, как это делается для высоковольтных разрядов, и делает весьма желательным разработку и привлечение прямых экспериментальных методов. Тем не менее можно сделать некоторые оценочные расчеты.

Пусть на расширение канала разряда тратится некоторая часть общей мощности, выделяемой в разрядном промежутке. Тогда уравнение для определения радиуса канала можно записать в виде:

$$r dr \int \sigma r dr = \frac{KI^2}{4\pi p} dt, \quad (18)$$

где  $r$  — радиус канала разряда;  $\sigma$  — электропроводность плазмы в канале разряда;  $K$  — коэффициент, характеризующий какая доля полной мощности, реализуемой в единице длины разрядного промежутка, расходуется на расширение канала;  $I$  — ток разряда;  $p$  — давление в канале разряда, которое можно принять постоянным за рассматриваемый короткий интервал времени.

Для решения (18) относительно  $r$  необходимо знать значение  $\sigma(r)$ , а также характер зависимости  $K$ ,  $I$  и  $p$  от времени. Строго определенного вида функции  $\sigma(r)$ , основанного на теоретических соображениях либо на результатах прямых экспериментов, не существует. Однако известно, что эта функция имеет пологий максимум на оси разряда  $r=0$ , и она монотонно убывает к периферии канала разряда, принимая значение  $\sigma=0$  при  $r=r_{\max}$ . С учетом этого функцию  $\sigma(r)$  можно аппроксимировать в ряде случаев экспоненциальной функцией вида:

$$\sigma = \sigma_{\max} e^{-\frac{ar^2}{r_{\max}^2}} \quad (19)$$

Соответственно такому характеру функции  $\sigma(r)$  решение (18) можно получить в виде:

$$r \approx \left[ \frac{2}{\pi^2 \sigma_{\max} p} \int_0^t K I^2 dt \right]^{1/4}. \quad (20)$$

При рассматриваемых условиях разряда температура на оси канала разряда должна быть достаточно высокой, чтобы считать газ находящимся в состоянии сильной ионизации. Тогда для оценки можно пользоваться известными соотношениями:

$$\sigma_{\max} = \frac{\gamma (2kT)^{3/2}}{\pi^{3/2} m_e e^2 z \ln \lambda}; \quad \lambda = \frac{3 (kT)^{3/2}}{e^3 \sqrt{4\pi n_0}}, \quad (21)$$

где  $m_e$  и  $e$  — соответственно масса и заряд электрона;  $k$  — постоянная Больцмана;  $z$  — среднее зарядное число иона;  $\gamma$  — константа, зависящая от  $z$  и принимающая значения от 0,58 ( $z=1$ ) до 1,00 ( $z=\infty$ );  $\ln \lambda$  — кулоновский логарифм. После подстановки значений соответствующих параметров в (21) получаем:

$$\sigma_{\max} \approx 1,3 \cdot 10^{-5} T^{3/2}, \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}.$$

Наиболее вероятное значение температуры на оси канала разряда при рассматриваемых условиях опыта должно быть в пределах  $(40 \div 80) 10^3$  К соответственно  $\sigma_{\max} \approx 200 \div 300 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ . С учетом этого выражение (20) можно записать в виде:

$$r \approx 0,16 \left[ \frac{1}{p} \int_0^t K I^2 dt \right]^{1/4}. \quad (22)$$

Непосредственная связь между сопротивлением канала разряда и его радиусом определяется выражением:

$$R = \frac{\delta}{2\pi \int_0^r \sigma dr}. \quad (23)$$

Отсюда, имея экспериментально полученную кривую  $R(t)$ , которую всегда можно с требуемой степенью точности изобразить аналитически, нетрудно найти и вид самой функции.

Зная значение  $r$  по (20), можно установить связь между сопротивлением канала разряда  $R$  и значением разрядного тока. Тогда, выполнив формальное интегрирование в (23), можно записать:

$$R = \frac{\delta \sqrt{\frac{2R}{\sigma_{\max}}}}{\int_0^r \frac{KI^2}{\left[ \int_0^t KI^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{h}{R}} dt}, \quad (24)$$

где

$$h = \frac{a \left[ \frac{2}{\pi^2 \sigma_{\max} p} \int_0^t KI^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}}{r_{\max}^2}.$$

Для придания зависимости  $R(I)$  вида, аналогичного (15) или (16), примем, что  $\sigma(r) \approx 0,5 \sigma_{\max}$  на всем интервале значений  $r$  (до  $r=0,5r_{\max}$ ) [Л. 6]. При этом условии можно записать:

$$R = \frac{k_4}{\left[ \int_0^t K I^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (25)$$

где

$$k_4 = \frac{\sqrt{2} \delta p^{1/2}}{\sigma_{\max}^{1/2}}. \quad (26)$$

Заметим, что, имея экспериментально полученные при некотором фиксированном значении  $\delta$  зависимости  $R(t)$  и  $I(t)$ , представляется принципиально возможным установить связь между параметрами, входящими в (26). Это означает, что в ряде случаев информация о гидродинамических параметрах разряда, непосредственное определение которых связано с большими трудностями, может быть получена косвенным путем через относительно легко определяемые электрические параметры разряда.

**Электрическая мощность в разрядном промежутке.** Определенный интерес представляет выяснение характера изменения мощности, выделяющейся в разрядном промежутке по мере развития разряда. Поскольку значительная часть энергии разряда выделяется в виде тепла, ход изменения мощности в процессе разряда отражает ряд специфических явлений, протекающих в разрядном промежутке: формирование канала, степень ионизации разрядного промежутка, эрозию электродов, перенос материала с одного электрода на другой, газо- и гидродинамические и другие явления.

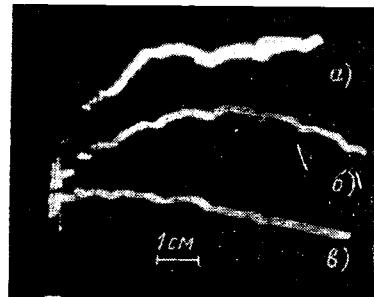
По результатам измерений напряжений на разрядном промежутке и величины разрядного тока были рассчитаны и построены графики изменения мощности разряда в функции времени (рис. 4). Анализ этих графиков приводит к выводу, что максимум мощности выделяется в начальной стадии развития разряда непосредственно в период после пробоя промежутка. С увеличением разрядного напряжения конденсатора максимум мощности увеличивается и сдвигается на графиках вправо. С увеличением сопротивления цепи разряда ( $R_{\text{ш}}$ ) мощность, выделяющаяся в разрядном промежутке, заметно уменьшается, а максимум ее наступает раньше. Общее выражение для мощности, выделяющейся в разрядном промежутке с момента времени  $t \geq t_1$ , можно записать при принятых интерполяциях  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  согласно (10), (12) и (14) в виде:

$$\begin{aligned} W = U_0^2 e^{(m-n)t_1 - mt} & \left\{ \left[ \frac{ck_2}{2\alpha} - \frac{1}{2\alpha L(n+k_1)} \right] k_1 e^{k_1 t} - \right. \\ & - \left[ \frac{ck_1}{2\alpha} - \frac{1}{2\alpha L(n+k_2)} \right] k_2 e^{k_2 t} - \frac{1}{2\alpha L} \left[ \frac{1}{m+k_1} - \right. \\ & - \left. \frac{1}{n+k_1} \right] k_1 e^{-(n+k_1)t_1} e^{k_1 t} + \frac{1}{2\alpha L} \left[ \frac{1}{m+k_2} - \frac{1}{n+k_2} \right] \times \\ & \times k_2 e^{-(n+k_2)t} e^{k_2 t} + \frac{k_1}{2\alpha L} \frac{e^{-nt_1} e^{-m(t-t_1)}}{m+k_1} - \\ & - \left. \frac{k_2}{2\alpha L} \frac{e^{-nt} e^{-m(t-t_1)}}{m+k_2} \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

При необходимости выражение (27) можно упростить, задавшись определенными пределами возможных изменений параметров разрядного контура и значений  $n$  и  $m$ .

Рис. 5. Осциллографмы.

а — свечения линии (Cu 5153 235 Å); б — разрядного тока; в — свечения фона.  
(Разворотка 1 см/мкс;  $C = 40 \mu\text{F}$ ;  $U = 300 \text{ в.}$ )



**Влияние среды и материала электродов.** Поскольку формирование канала разряда связано, с одной стороны, с гидродинамическими процессами и, с другой — с процессами выделения материала электродов (которые, в свою очередь, связаны с энергией, выделяемой в разрядном промежутке), то естественно предположить существование определенных зависимостей приведенных выше характеристик от свойства среды, заполняющей пространство между электродами, и свойства материала самих электродов. Действительно, эксперименты подтверждают, что эти характеристики заметно изменяются в зависимости от того, в какой среде (жидкость или газ) осуществляется разряд. В то же время свойства материала самих электродов практически мало оказывают влияние. Очевидно, что влияние среды обусловлено, главным образом, гидродинамическими процессами, определяющими характер расширения канала разряда.

Скорость расширения канала непосредственно в период после пробоя промежутка больше в 2—3 раза при разряде в газовой среде по сравнению с разрядом в жидкости. Максимальная величина диаметра канала зависит от электрических параметров и среды. Так, через  $10^{-6}$  сек, как показывают оценочные расчеты по приведенным выше соотношениям<sup>1</sup>, при одних и тех же параметрах импульсного разряда ( $U = 300 \text{ в.}$ ,  $R_{\text{ш}} = 0,18 \text{ ом.}$ ,  $C = 2 \mu\text{F}$ ) в газовой среде диаметр канала составляет приблизительно 0,3 мм, в то время как в жидкой среде — примерно 0,1 мм.

Отсутствие заметного влияния свойств материала электродов в начальный период развития разряда априорно можно объяснить либо тем, что за время  $10^{-7}$ — $10^{-6}$  сек с момента начала разряда вещество с электродами еще не успевает поступать в разрядный промежуток, либо (если такое поступление вещества возможно) другими особыми условиями в канале разряда, нивелирующими влияние «материального» состава плазмы.

С точки зрения теории решение первого вопроса приводит к необходимости анализа характера температурного поля, создаваемого на поверхности электрода под действием точечного поверхностного источника тепла заданной мощности в какой-то заданный момент времени, что может быть выполнено в соответствии с известным выражением [Л. 7]:

$$T(r, t) = \frac{Q}{2\pi r \lambda} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{r}{V\sqrt{4\alpha t}} \right) \right]. \quad (28)$$

<sup>1</sup> Эти гидродинамические параметры можно определить прямыми экспериментами, используя, например, метод ультразвуковой эхолокации [Л. 8].

Оценка объема металла по (28), заключенного внутри изотермы, приведенная температура границы которой в данный момент времени равняется температуре испарения, показывает, что при рассматриваемых условиях имеется возможность поступления вещества с поверхности электродов в канал разряда, причем в количестве, достаточном для заметного изменения состава плазмы разряда. Так, за время порядка  $10^{-7}$  сек с момента начала разряда количество атомов, испаряющихся с поверхности электрода, будет составлять  $10^{13}$ — $10^{14}$ . При указанных выше размерах канала разряда и вероятном значении давления в нем такое количество атомов уже достаточно для практически полного заполнения канала разряда. К тому же следует отметить, что прямые эксперименты, осуществленные путем одновременной осциллографической регистрации момента разряда и момента возбуждения линий в спектре атомов вещества электродов, также подтверждают такую возможность (рис. 5).

Следовательно, отсутствие заметного влияния материала электродов можно объяснить тем, что в канале разряда температура достигает величины, при которой должна наступать практически полная ионизация. Действительно, согласно, например, теории Вайцеля — Ромпе, имеем:

$$R = \frac{\delta}{aW}, \quad (29)$$

где

$$a = \frac{ek_e}{3/2kT + eu_i}.$$



## Плотность тока и градиент напряжения электрической дуги отключения

Доктор-инж. Д. АМФТ

ГДР

Исследования, проведенные в последние годы, показали, что дуга отключения имеет различную форму и только в немногих случаях может рассматриваться как «столбик». Существенное влияние на форму дуги имеют процессы в плазменных потоках, образующихся у основания дуги при ее шнуровании. Направление и интенсивность потоков, а следовательно, плотность тока и градиент напряжения дуги могут меняться в зависимости от размеров дугогасительной камеры, воздушного потока, формы электродов и т. п. При этом следует приять во внимание, что плотность тока в различных участках одной и той же дуги может сильно отличаться от среднего значения, которое используется для определения термической нагрузки коммутационной камеры при ее конструировании. Значение градиента напряжения является решающим для выбора размеров дугогасительной камеры.

В статье приводятся результаты экспериментов на моделях, на которых отключался постоянный (20—1 500, 2 000, 5 000 и 7 500 а) и переменный (50—5 000 а) ток при различных формах и материалах электродов и изоляционных конструкций

Изменение сопротивления  $R$  определяется при прочих равных условиях значением коэффициента  $a$ , зависящего, в свою очередь, от температуры  $T$  и потенциала ионизации  $u_i$ . Но, как нетрудно в этом убедиться, согласно (29) изменение потенциала ионизации в возможных для применяющихся металлов пределах мало будет сказываться на значение  $a$ , если только температура будет достаточно высокой (например, для  $T=10^5$  К при изменении потенциала ионизации  $u_i$  в 2 раза коэффициент  $a$  меняется только примерно на 15%).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Месяц Г. А., Усов Ю. П. и Голынский А. И., Некоторые данные о влиянии формы электродов и пробивного напряжения на время коммутации искрового разрядника, Изв. вузов, «Физика», 1963, № 2.
2. Мик Д. и Крэгс Д., Электрический пробой в газах, Изд-во иностр. лит., 1960.
3. Арсентьев В. В., К теории импульсных разрядов в жидкой среде, «Журнал прикладной механики и технической физики», 1965, № 6.
4. Белыгин И. Е., Электрическая прочность жидких диэлектриков, Госэнергоиздат, 1954.
5. Андреев С. И. и Орлов В. И., К теории развития искрового разряда, ЖТФ, вып. 8, 1965, т. XXV.
6. Колесников В. Н. и Соболев Н. Н., Структура столба дугового разряда в аргоне, О радиусе столба и форме радиальных распределений, ЖТФ, вып. 9, 1962, т. XXXII.
7. Рыкалин Н. Н., Расчеты тепловых процессов при сварке, Машгиз, 1951.
8. Намитоков К. К. и Воловичев А. Ф., Исследование движений тел в непрозрачных жидкостях методом ультразвуковой эхолокации, «Электротехническая промышленность», 1969, № 343.

[26.3.1971]

УДК 621.3.014.31.001.5

Расстояние между электродами менялось в пределах  $5 \leq a \leq 40$  мм (дополнительно до 200 мм), а ширина щели  $0,5 \leq \delta \leq 10$  мм (дополнительно для  $\delta \rightarrow \infty$ ). Форма и поведение дуги фиксировалось на кинопленку с помощью высокоскоростной кинематографической камеры (8 000—40 000 кадров в секунду).

**Переход свободно горящей электрической дуги в деформирующуюся.** В зависимости от условий опыта могут получаться весьма различные формы дуги. Динамические исследования перехода от одной формы к другой позволяют изучать механизм дуги. На рис. 1 приведены кадры из фильма, снятого высокоскоростной съемочной камерой, о деформации мощной дуги постоянного тока между стенками из диэлектрика ( $I=500$  а). В этом опыте электрическая дуга зажигалась запальным проводом между вертикально расположенными цилиндрическими электродами.

При достижении установленногося значения тока стенки механическим приспособлением передвигались так, что ширина щели уменьшалась с 1,6 см приблизительно до 0,1 см.

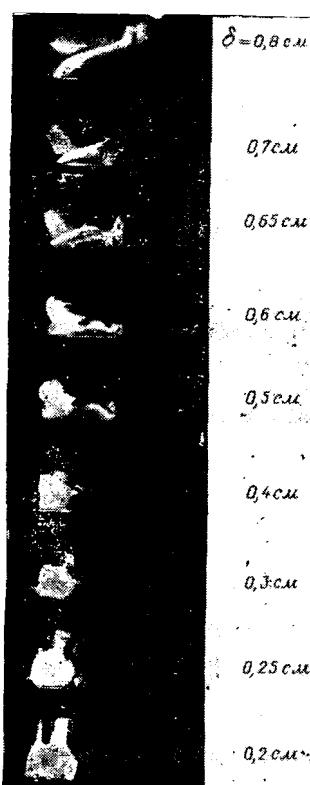


Рис. 1.

На первом этапе уменьшения ширины щели можно наблюдать снижение интенсивности исходящих плазменных потоков у электродов, что объясняется увеличением их сопротивления.

Ограничивающая доступ охлаждающего воздуха к основанию электрической дуги, например, сильно увеличивая диаметр электродов или применяя боковые экранирующие стенки, можно резко уменьшить интенсивность возникающих плазменных потоков [Л. 1].

При уменьшении ширины щели до размеров диаметра дуги из-за увеличивающегося отвода тепла наступает процесс шнурования дуги (т. е. увеличивается средняя плотность тока в дуге).

При ширине щели, значительно меньшей диаметра дуги, последняя де-

формируется в широкую ленту. Из-за деформации дуги между стенками из диэлектрика возникает избыточное давление, которое приводит к выходу плазменных потоков из щели в свободное пространство. При этом на стенки щели будет действовать сила, определяемая выражением:

$$\frac{F_{\text{ст}}}{I_a} \approx 1,25 \mu_0 \frac{I^2}{\delta}. \quad (1)$$

Если в это выражение подставить значения тока в амперах, ширины и длины дуги в сантиметрах и  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8}$  Гн/см, то силу, действующую на стенку, получим в килограммах.

**Расчет параметров дуги, деформирующейся между стенками из диэлектрика.** В противоположность свободно горящей дуге с ее сильно различными формами дуги, деформирующуюся лентообразно между стенками из диэлектрика, можно достаточно хорошо смоделировать.

Если предположить, что поперечное сечение дуги — прямоугольник, а теплопроводность стенок из диэлектрика — идеальная, то аналитически можно было бы описать температурное поле с учетом зависимости температуры от электро- и теплопроводности по [Л. 2]. Хотя исследование общего баланса энергии показало, что для расстояния между электродами  $a > 0,5$  см и ширины дуги  $b > 10\delta$  более 75% мощности, выделенной в дуге, передается стенкам из диэлектрика, подобный расчет все же невыполним по следующим причинам: неизвестна ширина дуги; теплоотвод из внутренних областей дуги увеличивается из-за диффузии излучения; в граничной зоне дуги из-за высокого содержания атомов металла и продуктов диссоциации молекул диэлектрика возникает сильная самоабсорбция.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

Однако предварительный расчет проводимости плазмы, плотности тока и т. п. невозможен без наличия данных о распределении температуры. Поэтому эти данные необходимо получить экспериментально.

Охлаждение дуги существенно зависит от площади соприкосновения ее со стенками из диэлектрика, т. е. от ширины дуги. При постоянном токе выделяемая в дуге мощность  $P^* = E\bar{j}$  будет тем больше, чем больше характеризующее деформацию дуги отношение ширины дуги к ширине щели. В простейшем случае имеем:

$$dP^* = Ad \left( \frac{b}{\delta} \right); \quad (2)$$

$$P^* = P^*_0 + C_0 \frac{b}{\delta}, \quad (3)$$

где  $A = \text{const}$ .

Постоянная интегрирования  $P^*_0$  учитывает переход к свободно горячей дуге при  $b/\delta \rightarrow 0$  и в некоторой степени зависит от тока и ширины щели, так как тепловое поле может сильно изменяться при большой ширине щели и небольших значениях тока. Для дальнейшего расчета примем  $P^*_0 \ll C_0 \frac{b}{\delta}$ . С учетом  $\bar{j} = \bar{x}E$  из (3) получим:

$$\bar{j} = C_1 \sqrt{\frac{b}{\delta}}. \quad (4)$$

Сравнение результатов расчета по (4) с измеренными значениями показало, что это выражение справедливо для  $b/\delta \geq 10$ . Подставив значение  $\bar{j} \approx \frac{I}{b\delta}$  в (4), можно рассчитать ширину дуги, получаемую на модели:

$$b = C_2 \frac{I^{0.66}}{\delta^{0.33}}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) для средней плотности тока имеем:

$$\bar{j} \approx C_3 \frac{I^{0.33}}{\delta^{0.66}}. \quad (6)$$

Формула, подобная (6), получена в [Л. 3] при аналитической обработке данных измерений на движущейся дуге.

На рис. 2 сопоставлены результаты расчета по (6) (сплошная линия) с экспериментальными дан-

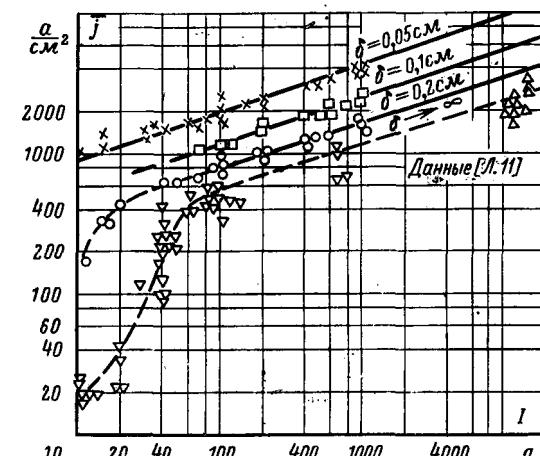


Рис. 2.

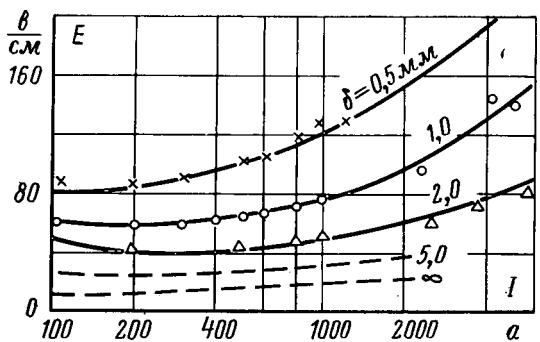


Рис. 3.

ными (пунктирная линия) для сильно деформированной дуги ( $a=2 \text{ см}$ ,  $t_d=10 \text{ мсек}$ ). Как видно из рис. 2, при малых токах и большой ширине щели имеются отклонения от рассчитанной кривой (пунктирная линия), которые вызваны недостаточной деформацией дуги. Экспериментальные данные получены при обработке кинокадров по методу, изложенному в [Л. 4].

Для деформирующейся между непрозрачными стенками из диэлектрика дуги измерились следы плавления на поверхности диэлектрика. При этом результаты для различных неорганических материалов были практически одинаковыми.

Уравнение (2), очевидно, достаточно хорошо описывает сильно деформированную дугу. Если пренебречь  $P^*_0$  и подставить (5) и (6) в (3), то уравнение для деформированной дуги получим в виде:

$$E \approx C_4 \frac{I^{0,33}}{\delta^{0,66}}. \quad (7)$$

Результаты расчета по (7) хорошо согласуются с измеренными величинами при достаточной деформации дуги. При малых токах в (7) необходимо ввести корректирующий член:

$$E_{0,\delta} \approx \frac{C_k}{I} + C_4 \frac{I^{0,33}}{\delta^{0,66}}. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) справедливы при  $b \geq 10\delta$  или  $I/\delta^2 \geq 1,26 \cdot 10^4 \text{ см}^2$ , т. е. при достаточной деформации дуги.

Из ряда опытов были выбраны значения  $C_0$  и  $\bar{x}$  для  $t_d \approx 10 \text{ мсек}$  и рассчитаны коэффициенты  $C_3 \approx 54 \text{ а}^{0,66}/\text{см}^{1,32}$ ,  $C_4 \approx 1,65 \text{ в}/(\text{а} \cdot \text{см})^{0,33}$  и  $C_k \approx 2400 \text{ вт}/\text{см}$ . Рассчитанные по (8) (сплошные линии) и экспериментальные (пунктирные линии) зависимости  $E=f(I)$  для  $t_d=10 \text{ мсек}$  приведены на рис. 3.

Для свободно горящей дуги эмпирически была получена следующая формула при  $I > 100 \text{ а}$  и  $a > 0,2 \text{ см}$ :

$$E_{0,\infty} \approx \frac{C_5 + C_6 I^m}{a^n}, \quad (9)$$

где индекс 0 указывает на то, что дуга не движется, а индекс  $\infty$  — на отсутствие стенок щели; постоянные  $C_5 \approx 10 \text{ в}/\text{см}$ ,  $C_6 \approx 0,32 \text{ в}/\text{см} \cdot \text{а}^{0,5}$ ; показатели степени зависят от диаметра электродов [Л. 5] (для  $d_3=0,5 \text{ см}$  показатели  $m \approx 0,5$ ,  $n \approx 0,7$ ).

Как показали киносъемки, переход от свободно горящей дуги к деформированной между стенками

не может быть определен однозначно [нет аналитической связи между (8) и (9)]. При большой ширине щели возникают случайные конфигурации с асимметричными тепловыми полями. Для этой области с помощью измерений могут быть указаны экстремальные значения диапазона разброса параметров.

**Специфические свойства дуги, деформирующейся между стенками из диэлектрика.** Особенность дуги, деформирующейся между стенками диэлектрика, состоит в уменьшении со временем средней плотности тока. Поэтому экспериментальные данные на рис. 2 приведены для продолжительности горения электрической дуги 10 мсек, что характерно для времени гашения дуги в выключателях.

В [Л. 6] предполагается, что увеличение ширины дуги происходит из-за повышения давления при испарении изоляционного материала. Но проведенные автором исследования показали, что как раз у материалов, сильно выделяющих газы (например, плексиглас), это свойство или совсем не проявляется или проявляется в ничтожных размерах. Против предположения об изменении давления говорит также относительно медленное уменьшение со временем плотности тока. Поэтому это явление может быть объяснено как процесс нагрева.

При нагреве смежные с дугой слои воздуха ионизируются и принимают на себя часть тока, т. е. средняя плотность тока дуги падает. Для подтверждения этого явления была снята на кинопленку дуга между электродами с большим расстоянием между ними, причем только средняя часть дуги ( $a=5,5 \text{ см}$ ,  $h=1,0 \text{ см}$ ) деформировалась между стенками из диэлектрика, чем исключалось влияние исходящих от электродов потоков плазмы. Для стенок получаемой при этом щели использовался материал, практически не выделяющий газ (стекло). В результате этого опыта получено такое же уменьшение во времени плотности тока, как и при прежних опытах, что подтверждает наличие процесса нагревания смежных с дугой слоев воздуха.

Зависимость  $j=j(t_d)$  будет мало меняться от формы электродов. Но при использовании широких электродов увеличивается и площадь основания дуги, что приводит к уменьшению средней плотности тока в приэлектродной области. Это явление специально исследовалось с помощью электродов, разделенных на части. Каждая часть электрода соединялась с измерительным шлейфом осциллографа. При этом оказалось, что плотность тока в прианодной области  $j_a$ , в стволе дуги  $j$  и в прикатодной области  $j_k$  в начальный момент действительно имеет различные значения, однако через некоторое время

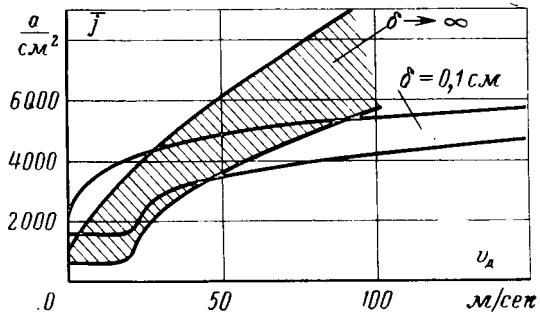


Рис. 4.

она достигает одинакового конечного значения. Например, для  $I=500 \text{ а}$  и  $\delta=0,1 \text{ см}$  после  $t_d=10 \text{ мсек}$  были получены значения:  $j_a \approx 2500 \text{ а/см}^2$ ,  $j \approx 2500 \text{ а/см}^2$  и  $j_k \approx 3500 \text{ а/см}^2$ , а после  $t_d=50 \text{ мсек}$  —  $j_a \approx j \approx j_k \approx 1500 \div 2000 \text{ а/см}^2$ . Градиент напряжения уменьшается при этом примерно на 2—5%. При наличии поперечного магнитного поля шнурование дуги наступает перед самым началом ее движения, а градиент напряжения уменьшается также приблизительно на 2—5%.

При исследованиях были выявлены следующие особенности дуги, деформирующейся между стенками из диэлектрика [Л. 7].

1. Градиент напряжения лишь незначительно зависит от формы и материала электродов и расстояния между ними. Это объясняется распространением тепловых потоков к стенкам камеры.

2. Градиент напряжения сильно зависит от способности материала стенок выделять под воздействием тепла газ или пар. Так, например, для  $I=500 \text{ а}$  и  $\delta=0,1 \text{ см}$  при применении органических материалов (плексиглас, меломиновая смола) были получены примерно удвоенные значения градиента напряжения по отношению к неорганическим материалам (керамика, кварцевое стекло). Градиенты напряжения при использовании гигроскопического материала (асбоцемент) и пластмасс с высоким содержанием неорганических наполнителей имеют среднее между указанными выше значение.

Это явление объясняется термическим распадом поверхности диэлектрика от электрической дуги. Неионизированные молекулы газа или пара проникают в граничную зону дуги, что приводит к уменьшению проводимости в этой зоне. Кроме того, при этих условиях возникает очень большое усилие на стенки щели. Например, для  $I=600 \text{ а}$  и  $\delta=0,1 \text{ см}$  при применении неорганического стекла была измерена сила  $F_{ct} \approx 0,13 \text{ кг}$ , а при плексигласе —  $F_{ct} = 1,3 \text{ кг}$ .

3. Степень уменьшения градиента напряжения с длительностью горения дуги зависит от износостойкости материала стенок камеры. Для  $I=500 \text{ а}$  и  $\delta=0,1 \text{ см}$  при использовании керамики при  $t_d=10 \text{ мсек}$  было получено значение  $E=64 \text{ в/см}$ , которое уменьшилось примерно до  $E=56 \text{ в/см}$  при  $t_d=50 \text{ мсек}$ . В стенках зазора после этого опыта были заметны углубления. При применении кварцевого стекла градиент напряжения оставался почти постоянным и при  $t_d=160 \text{ мсек}$  заметного углубления не наблюдалось.

**Влияние скорости движения дуги.** В [Л. 3] отмечается, что из-за незначительной роли конвекции в узкой щели между стенками из диэлектрика воздушный поток и, следовательно, скорость движения дуги практически не влияют на плотность тока. Это справедливо для высоких скоростей движущейся дуги. При малых скоростях и прежде всего при зажигании дуги плотность тока сильно зависит от скорости движения. Для доказательства этого электрическая дуга зажигалась между расположенными горизонтально плоскими параллельными шинами (собственное магнитное поле компенсировалось). Дуга нормально формировалась в широкую ленту. Через 36 мсек включалось внешнее магнитное поле, которое в области перемещения дуги было однород-

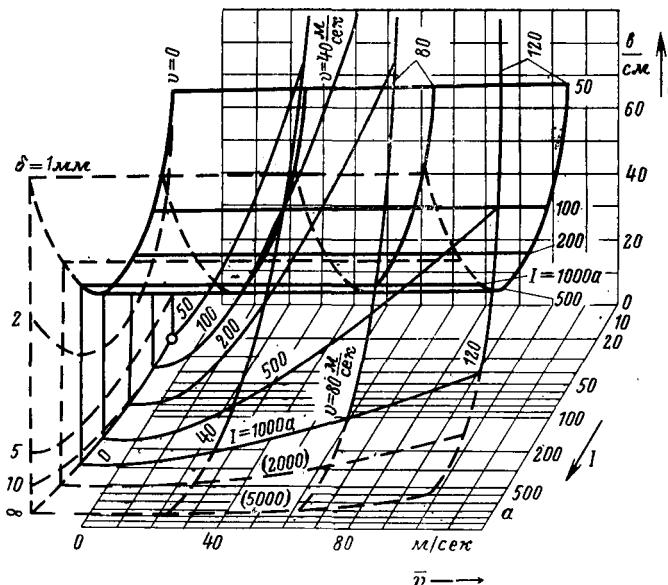


Рис. 5.

ным. Через 55 мсек после зажигания дуги напряженность внешнего магнитного поля достигла значения  $H=170 \text{ а/см}$ , причем наблюдалось резкое увеличение скорости движения дуги после сильного процесса шунтирования [Л. 7]. До этого момента движение дуги было прерывистым. На рис. 4 дано сравнение зависимостей плотности тока от скорости движения для свободно горящей дуги и для дуги, находящейся в узкой щели при  $I=500 \text{ а}$  и  $a=2 \text{ см}$ .

На рис. 5 представлена круговая диаграмма зависимости градиента напряжения от тока и средней скорости движения дуги. Согласно [Л. 8] для свободно горящей дуги сохраняется сильное, а для дуги, находящейся в щели, лишь незначительное увеличение градиента напряжения при изменении скорости движения. Градиент напряжения по измерениям автора для малых скоростей и  $v=0$  имеет более высокие значения по сравнению с данными [Л. 8]. Это объясняется, вероятно, тем, что эти значения были получены в [Л. 8] путем экстраполяции измеренных для движущейся дуги значений градиента напряжения. При малых скоростях движение дуги часто было прерывистым. При этом чередовались фазы с быстрым движением (более 100 мсек) и длительным состоянием покоя дуги. Градиент напряжения изменялся мгновенно с изменением скорости движения, но для предварительного расчета можно принимать только его минимальные значения, т. е. значения для неподвижной дуги.

При быстром движении дуги, при котором предельная скорость  $v_{\text{пред}}$  зависит от тока, материала электродов и расстояния между электродами, на-против, наблюдается постоянное повышение напря-

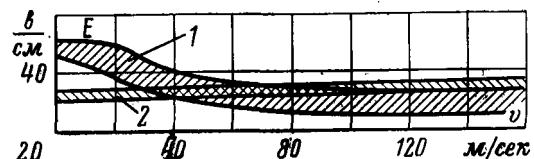


Рис. 6.

жения. Значение предельной скорости при очень больших токах и расстояниях между электродами лежит в диапазоне  $5 \leq \bar{v}_{\text{пред}} \leq 50 \text{ м/сек}$  [Л. 10]. При скорости движения дуги  $\bar{v} < \bar{v}_{\text{пред}}$  необходимо ориентироваться при расчетах на значение градиента напряжения для неподвижной дуги, т. е.  $E_v \approx E_0$ . Для  $\bar{v} \geq \bar{v}_{\text{пред}}$  можно использовать следующие эмпирические формулы:

$$E_{v,\infty} \approx E_{0,\infty} + C_7 \frac{\bar{v}^2}{r^{1.5}};$$

$$E_{v,\delta} \approx E_{0,\delta} + C_8 \bar{v},$$

где значения градиента напряжения для неподвижной дуги рассчитываются по (8) и (9), значения тока подставляются в амперах, а скорость — в м/сек. Для  $a=2 \text{ см}$  постоянные имеют следующие значения:  $C_7=70$ ,  $C_8=(1.2 \div 2.0) 10^{-2}$ .

Особый интерес представляет поведение дуги, горящей между стенками из выделяющего газ диэлектрика, так как при этом можно получить высокие значения градиента напряжения. Здесь движению дуги будут мешать потоки выделяемого из диэлектрика газа, поэтому для получения большой скорости движения дуги необходимо применять сильное магнитное поле. В этом случае градиент напряжения будет значительно меньше, чем при неподвижной дуге, так как при большой скорости движения дуги стенкам щели передается лишь небольшое количество тепла и, следовательно, имеет место незначительное выделение газа из диэлектрика [Л. 7]. На рис. 6 приведены зависимости градиента напряжения от скорости движения дуги при использовании для стенок щели стекла (кривая 2) и плексигласа (кривая 1) при  $\delta=5 \text{ мм}$  и  $I \approx 500 \text{ а}$ .

**Выходы.** 1. Для анализа процессов движения и изменения формы электрической дуги, а также для определения средней плотности тока дуги без вмешательства в измерительный объект может быть использована высокоскоростная киносъемочная камера.

2. Рассчитанные по приведенным формулам значения плотности тока и градиента напряжения дуги, деформирующейся между стенками из диэлек-

трика, дают хорошую сходимость с результатами измерений.

3. Уменьшение плотности тока дуги, деформирующейся между стенками из диэлектрика, вызвано термическими процессами, сопровождающими горение дуги.

4. Градиент напряжения дуги, горящей между стенками из выделяющего газ диэлектрика, может быть вдвое выше, чем у свободно горящей дуги, но при увеличении скорости движения уменьшается до значений, практически соответствующих градиенту напряжения дуги при использовании диэлектрика, не выделяющего газ.

5. Сила, действующая на стенки щели, может достигать нескольких килограммов и будет тем больше, чем выше способность диэлектрика выделять газы при воздействии на него дуги.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Amft D., Über die Beeinflussung der Lichtbogenform durch Stabilisierungsscheiben, Elektro-Apparate-Mitteilungen, Dresden 6 (1966), Sonderheft, S. 12—17.
2. Schmitz G., Zur Theorie der wandstabilisierten Bogensäule Zeitschrift Naturforschung 5a (1950), S. 571.
3. Цлаф А. Л., Плотность тока электрической дуги в щелевой дугогасительной камере, «Электричество», 1968, № 12.
4. Amft D., Seidel H., Die Aquidensitometrie als Hilfsmittel gerätetechnischer Untersuchungen, Elektric, Berlin (1969), N. 8, S. 311—312.
5. Amft D., Messungen an freibrennenden Hochstrombögen, Elektro-Apparate-Mitteilungen, Dresden 7 (1967), Sonderheft, S. 17—21.
6. Neumann J., Über die Lösung von Lichtbögen in engen Spalten zwischen Isolierstoffwänden, Dissertation TH Braunschweig, 1959.
7. Amft D., Über das Verhalten des Schaltlichtbogens in Isolierstoffspaltanordnungen, Dissertation TH Ilmenau, 1970.
8. Брон О. Б., Родстейн Л. А., Электрическая дуга в продольных щелях, «Электричество», 1958, № 12.
9. Amft D., Zur Wanderung des Lichtbogens auf Laufschienen und in Isolierspaltkammern, Elektric, Berlin (1967), H. 3, S. 87—90.
10. Amft D., Über die Lichtbogenwanderung im Bereich geringer Geschwindigkeiten, Proceedings of the 5th International Conference on Electric Contact Phenomena, München, 1970.
11. Skeats W. F. and Sdiuck C. L., Measurement of the Current Density in the High-Current Arc, Trans. AIEE, III New York, 74 (1954), p. 848—854.

[19.5.1970]

УДК 621.316.995.001.24

## Расчет сопротивления и распределения потенциала системы кольцевых электродов, расположенных в неоднородной двухслойной среде

Канд. техн. наук А. М. АРАКЕЛЯН, инженеры Р. О. ГАБРИЕЛЯН  
и Д. В. АРУТЮНЯН  
Ереван

**Введение.** Для расчета сопротивления и распределения потенциала выбранной конструкции заземлителя в настоящее время разработаны алгоритмы и программы [Л. 1]. Они могут быть использованы и для проведения соответствующих анализов путем расчета большого числа вариантов, но такой путь трудоемок и дорог. Проводить указанный анализ наиболее целесообразно с помощью предельных расчетных моделей, позволяющих оценить предельно возможные величины интегральных проявлений (общее сопротивление, эквивалентное

удельное сопротивление грунта) рассматриваемых заземлителей. В [Л. 2] применена предельная расчетная модель заземлителя в виде половины проводящего эллипсоида вращения с расположением границ неоднородностей по естественным координатам. Сечение эллипсоида вращения равновелико площади заземлителя, а полуось вращения равна глубине проникновения элементов заземлителя. Такая модель, определяющая нижний предел сопротивления заземлителя, весьма привлекательна тем, что расчет прост, может быть осуществлен

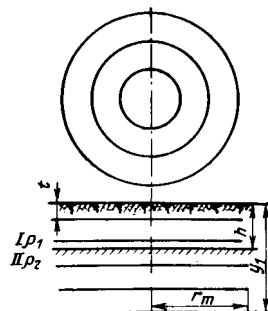


Рис. 1. Система кольцевых электродов, расположенные в двухслойной среде.

В качестве другой расчетной модели может быть рассмотрена проводящая пластина, согнутая в виде замкнутого кругового цилиндра, закрытого сверху по кромке проводящим диском. Длина цилиндра равна вертикальному габариту моделируемого заземлителя, а поперечное сечение равновелико его площади. Такая цилиндрическая модель значительно ближе к реальным заземлителям и хорошо отражает нижний предел их сопротивления, однако расчет ее для двухслойной среды намного сложнее расчета прототипа.

Если заменить поверхности цилиндра и диска системой соосных электросвязанных концентрических колец, то получится модель (рис. 1), мало отличающаяся в принципе от цилиндрической, но легко рассчитываемая на ЦВМ. Модель из колец имеет еще и то преимущество, что изменением плотности расположения и числа колец можно добиться сколь угодно близкого приближения снизу ее сопротивления к сопротивлению прототипа и даже превышения этого сопротивления, т. е. превращения в модель, оценивающую верхний предел сопротивления прототипа опять сколь угодно близко. Эта модель позволяет учитывать плотность сетки (числом колец  $m$ , располагаемых внутри внешнего кольца в его плоскости), глубину его залегания  $t$ , расстояние от нижнего края заземлителя до второго слоя, если до этого слоя он не достигает, и др.

Предложенная модель может быть использована для анализа путем расчета большого числа соответствующих вариантов, что требует максимального сокращения машинного времени расчета каждого варианта. Это требование обеспечивается тем, что осесимметричность модели приводит к постоянству плотности тока на каждом кольце, что во много раз уменьшает необходимое для рассмотрения число элементов заземлителя; тем самым уменьшается число рассчитываемых собственных и взаимных сопротивлений (наиболее трудоемкая часть расчета) и порядок решаемой системы уравнений, благодаря чему поникаются требования к ЦВМ по быстродействию и оперативной памяти (т. е. к классу машины) и значительно сокращается время расчета каждого варианта<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Следует также отметить, что осесимметричность модели исключает возможность наличия методических погрешностей при расчете собственных и взаимных сопротивлений, обусловленных искажением формы поля присутствием соседних проводников.

Таким образом, для проведения с помощью ЦВМ анализа влияния на сопротивление заземлителя таких факторов (в их различной комбинации), как неоднородность среды, величина удельного сопротивления и мощности отдельных слоев, габаритные размеры заземлителя, плотность ее сетки и т. п., предложенная расчетная предельная модель вполне приемлема и обладает рядом положительных сторон.

**Алгоритм расчета.** В данном алгоритме принимается, что кольца, расположенные в горизонтальной плоскости, равноудалены и находятся в первом слое двухслойного грунта, а кольца, расположенные под наибольшим горизонтальным кольцом, равноудалены по вертикали (рис. 1).

Алгоритм предусматривает расчет собственных и взаимных сопротивлений, составление системы алгебраических уравнений относительно неизвестных токов, определение сопротивления и потенциала в заданных точках описанной выше модели сложного заземлителя, работающего при токе промышленной частоты в двухслойной земле.

В приложении I приведены формулы для определения собственных  $a_{ii}$  и взаимных  $a_{ij}$  сопротивлений.

При решении этой задачи исходными данными являются:  $m$  — число колец, расположенных в горизонтальной плоскости;  $t$  — глубина их залегания;  $h$  — толщина первого слоя;  $n$  — число колец, расположенных под наибольшим кольцом;  $y_1$  — глубина залегания нижнего по вертикали кольца;  $\rho_1, \rho_2$  — соответственно электрические удельные сопротивления первого и второго слоев;  $r_m$  — радиус наибольшего горизонтального кольца;  $r_0$  — радиус сечения колец;  $\Phi_0$  — потенциал колец;  $I_{k,z}$  — ток короткого замыкания;  $\varepsilon$  — допустимая относительная погрешность расчета собственных и взаимных сопротивлений.

Для определения токораспределения между кольцами решается система уравнений относительно токов с использованием условия электросвязанности колец:

$$\Phi_0 = \sum_{j=1}^{n+m} a_{ij} I_j, \quad i = 1, 2, \dots, n+m,$$

где  $\Phi_0$  для удобства принимается равной 100.

Сопротивление системы определяется как частное от деления потенциала на суммарный ток

$$R = \frac{\Phi_0}{\sum_{j=1}^{n+m} I_j}.$$

Потенциал заземлителя определяется по известной формуле

$$\Phi = R I_{k,z}.$$

Используя метод наложения, определяется потенциал в заданной точке  $M(r, y)$ :

$$\Phi_M = \frac{\Phi}{\Phi_0} \sum_{j=1}^{n+m} I_j B_j.$$

В приложении II приведены формулы для определения  $B_j$ . Ограничение расчетов бесконечных рядов производится согласно [Л. 1].

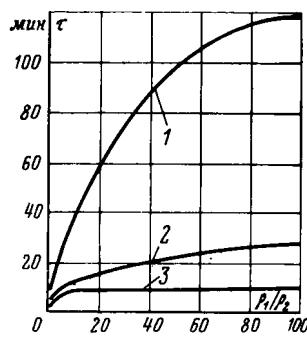


Рис. 2. Зависимость машинного времени расчета от степени неоднородности и общего числа колец.

1 —  $n+m=20$ ; 2 —  $n+m=10$ ; 3 —  $n+m=5$ .

для решения используется программа симметричных линейных алгебраических уравнений  $N$ -го порядка с действительными коэффициентами, которая позволяет решать неполную систему методом Гаусса.

По программе расчета распределения потенциала определяется потенциал в заданных точках, а также рассчитывается потенциал вдоль радиуса на поверхности земли, в точках, отдаленных друг от друга на величину принятого шага.

Программу можно применить также для системы кольцевых электродов, расположенных только в горизонтальной плоскости в первом слое ( $n=0$ ), и для системы, состоящей только из соосных колец, расположенных друг под другом ( $m=1; n$ ).

Время расчета  $\tau$  в большей степени зависит от неоднородности и количества элементов, что хорошо видно из кривых рис. 2, построенных для  $\epsilon=0,001$  и общего количества колец до 20, при использовании ЦВМ «Раздан-2».

Программа позволяет рассчитать заземлитель с общим числом колец до 45 (наибольшее время расчета при  $\rho_1/\rho_2=1/100$  составляет 7 ч), но практические задачи требуют рассмотрения не более 20—25 колец, а в большинстве случаев 5—10 колец, благодаря чему время расчета каждого варианта сильно уменьшается. Кроме того, анализ показал, что для случаев  $\rho_2>\rho_1$  уменьшение числа колец, расположенных в горизонтальной плоскости (уменьшение плотности расположения горизонтальных элементов заземлителя), приводит к малому возрастанию сопротивления, например, когда  $\rho_1/\rho_2=1/100$ , уменьшение числа колец в 2—4 раза увеличивает сопротивление не более чем на 3%. Следовательно, в этом случае без ущерба для точности расчета сопротивления можно число рассматриваемых колец уменьшить в 2—4 раза, что приводит к уменьшению времени расчета в 3—12 раз.

Когда величины удельных сопротивлений слоев относятся как 1:10, а радиус заземлителя не больше 50 м, то время расчета одного варианта не превышает 12—15 мин.

**Некоторые результаты анализа.** Ниже, в качестве примера, приведен анализ, осуществленный с помощью численного расчета вариантов на основе

**Программа расчета.** По вышеуказанному алгоритму составлена программа для ЦВМ «Раздан-2» (ОЗУ—2048).

Программа состоит из двух автономных частей: расчет токораспределения и сопротивления; расчет распределения потенциала. При их совместной работе результаты первой части являются начальными данными для второй.

Матрица линейной алгебраической системы всегда симметрична, а это значит, что достаточно определить  $0,5N(N+1)$  членов. Благодаря этому

матрица линейной алгебраической системы всегда симметрична, а это значит, что достаточно определить  $0,5N(N+1)$  членов. Благодаря этому

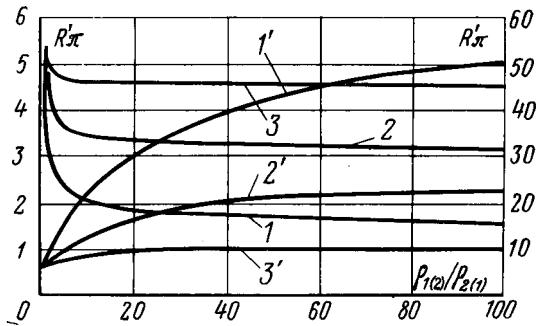


Рис. 3. Зависимость приведенного  $(R'_{\pi}=\frac{I_0}{\rho_0} R)$

сопротивления модели заземлителя от степени неоднородности при

$r_m=20$  м,  $y_1=0$ , где  $I_0$ ,  $\rho_0$  — базовые линейные размеры и удельные сопротивления ( $I_0=2\pi r_m$ ,  $\rho_0=\rho_1$ ).

1 —  $h=4$  м,  $\rho_1>\rho_2$ ; 1' —  $h=4$  м,  $\rho_1<\rho_2$ ; 2 —  $h=15$  м,  $\rho_1>\rho_2$ ; 2' —  $h=15$  м,  $\rho_1<\rho_2$ ; 3 —  $h=50$  м,  $\rho_1>\rho_2$ ; 3' —  $h=50$  м,  $\rho_1<\rho_2$ .

Масштаб слева для  $\rho_1>\rho_2$ , справа для  $\rho_1<\rho_2$ .

расчетной модели нижнего предела сопротивления заземлителей в виде соосных электросвязанных колец, расположенных в двухслойной среде.

Анализ в основном охватывает некоторые вопросы выбора типов заземлителей, возникающие при устройстве заземлений в горных районах, где часто встречаются следующие условия: земляной слой определенной толщины расположен над толстой скальных пород; верхний слой мощностью от 4 до 50 м состоит из базальтов с большим количеством трещин, а под ним располагается водоносный слой с весьма низким удельным сопротивлением.

Рассмотрено изменение расчетных параметров в пределах: отношения удельных сопротивлений слоев  $\rho_1/\rho_2$  — от 0,01 до 100; радиуса наибольшего кольца при расстоянии между горизонтально расположенным кольцами в 5 м и вертикально расположенным кольцами в 1,5 м — от 20 до 100 м; толщины верхнего слоя  $h$  — от 4 до 50 м; глубины залегания нижнего (в вертикальном ряду) кольца — от 0,5 до 50 м; глубины залегания горизонтально расположенных колец 0,5 м.

Результаты расчетов, приведенные в таблице и на рис. 3—5, показывают следующее<sup>2</sup>.

1. Для случаев, когда  $\rho_1<\rho_2$ , величина их отношения, как видно из кривых рис. 3 и 4, сильно влияет на общее сопротивление модели, следовательно, и заземлителя<sup>3</sup>. Поэтому необходимо точное определение удельных сопротивлений слоев.

В этом случае, если  $r_m \geq 4y_1$ , то независимо от значения отношений  $\rho_1/\rho_2$  и  $h/r_m$  влияние вертикальных электродов на общее сопротивление модели мало (см. таблицу), тем более будет малым это влияние для заземлителя — прототипа. Следовательно, при  $\rho_1<\rho_2$  независимо от их значений и толщины верхнего слоя нет смысла применять

<sup>2</sup> Для заземлителей — прототипов данные таблицы и кривых на рис. 5 завышены, а кривых на рис. 3 и 4 близки, так как сопротивления заземлителя без вертикальных элементов и его модели весьма близки в то время, как использованная модель заземлителя с вертикальными электродами оценивает нижний предел его сопротивления.

<sup>3</sup> Данные расчетов, частично отраженных в таблице, показывают, что степень влияния не уменьшается при наличии вертикальных элементов.

## Отношение сопротивлений равновеликих заземлителей без вертикальных элементов и с ними

$r_m/y_1$	4			8			14			20		
$h/r_m$	0,2	0,75	2,5	0,1	0,375	1,25	0,0571	0,214	0,714	0,04	0,15	0,5
$\rho_1/\rho_2$	1/1	1,27	1,27	1,27	1,14	1,14	1,14	1,09	1,09	1,09	1,08	1,08
	1/2	1,16	1,21	1,24	1,09	1,11	1,11	1,06	1,07	1,07	1,04	1,05
	1/10	1,06	1,12	1,19	1,03	1,06	1,08	1,02	1,03	1,03	1,01	1,03
	1/100	1,03	1,06	1,13	1,01	1,03	1,04	1,01	1,02	1,02	1,01	1,02

в заземлителях вертикальные электроды длиной до  $0,14 \sqrt{S}$  ( $S$  — площадь заземлителя), так как их влияние на общее сопротивление при этом будет незначительным.

2. Для случая, когда  $\rho_1 > \rho_2$  и  $h \geq 3y_1$ , влияние вертикальных электродов на общее сопротивление заземлителя при неоднородной двухслойной среде мало отличается от их влияния при однородной среде независимо от значения отношения  $\rho_1/\rho_2$  и  $r_m/y_1$  (см. рис. 5) и поэтому соответствующий анализ может быть произведен рассмотрением простейшей задачи с однородным грунтом. В частности, для однородных грунтов при изменении отношения  $y_1/r_m$  от 0 до 0,25 сопротивление заземлителя уменьшается всего на 27%. Отсюда следует, что в рассмотренном случае применение вертикальных электродов не имеет смысла, если их глубина не превышает  $1/3$  толщины верхнего слоя. При этом точность определения  $\rho_2$  имеет значение для правильного расчета заземлителя лишь при  $\rho_1/\rho_2 \leq 10$ , а при  $\rho_1/\rho_2 > 20$  вопрос точного определения  $\rho_2$  не имеет большого значения (см. рис. 3 и 4).

3. Для случая, когда  $\rho_1 > \rho_2$  и  $0,5 \leq h/y_1 \leq 3$  влияние вертикальных электродов на общее сопротивление заземлителя весьма разнообразно и зависит от комбинации отношений расчетных параметров:  $\rho_1/\rho_2$ ;  $r_m/h$  и  $h/y_1$ . Чем меньше отношения  $r_m/h$ ,  $h/y_1$  и чем больше  $\rho_1/\rho_2$ , тем это влияние оказывается больше (см. рис. 5).

Подробный анализ последнего случая здесь не приводится.

**Приложение I.** В зависимости от взаиморасположения колец коэффициент  $a_{ij}$  определяется по-разному.

1.  $i$ -е и  $j$ -е кольца находятся в первом слое на

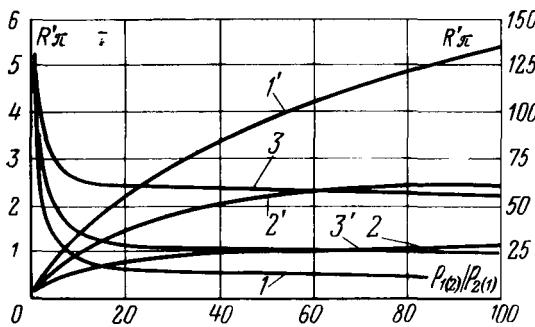


Рис. 4. Зависимость приведенного  $(R'x_k = \frac{l_6}{\rho_6} R)$  сопротивления модели заземлителя от степени неоднородности при  $r_m = 100$  м,  $y_1 = 0$ .

1 —  $h=4$  м,  $\rho_1 > \rho_2$ ; 1' —  $h=4$  м,  $\rho_1 < \rho_2$ ; 2 —  $h=15$  м,  $\rho_1 > \rho_2$ ; 2' —  $h=15$  м,  $\rho_1 < \rho_2$ ; 3 —  $h=50$  м,  $\rho_1 > \rho_2$ ; 3' —  $h=50$  м,  $\rho_1 < \rho_2$ . Масштаб слева для  $\rho_1 > \rho_2$ , справа для  $\rho_1 < \rho_2$ .

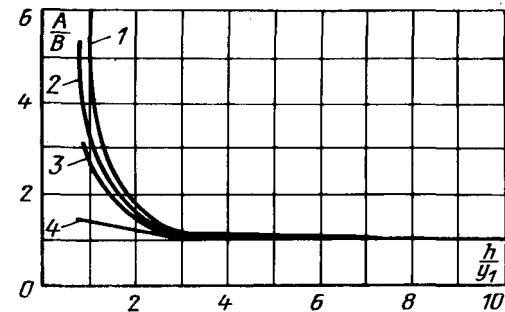


Рис. 5. Изменение относительного влияния вертикальных элементов на сопротивление модели заземлителя в зависимости от соотношения толщины верхнего слоя и глубины проникновения вертикальных элементов.

1 —  $r_m = 20$  м,  $\rho_1/\rho_2 = 100/1$ ; 3 —  $r_m = 20$  м,  $\rho_1/\rho_2 = 10/1$ ; 2 —  $r_m = 100$  м,  $\rho_1/\rho_2 = 100/1$ ; 4 —  $r_m = 100$  м,  $\rho_1/\rho_2 = 10/1$ ; А и В — отношения сопротивлений равновеликих заземлителей без и с вертикальными элементами соответственно в неоднородной и однородной средах.

глубине  $t$ , т. е.  $i \leq m$ . Для этого случая  $a_{ij}$  определяется по формуле:

$$a_{ij} = -\frac{\rho_1}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_1} K(k_1) + \frac{1}{c_2} K(k_2) + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_3} K(k_3) + \frac{2}{c_4} K(k_4) + \frac{1}{c_5} K(k_5) \right] \right\}.$$

2.  $i$ -е и  $j$ -е кольца находятся в первом слое:  $i$ -е кольцо располагается в горизонтальной плоскости, а  $j$ -е под наибольшим кольцом горизонтальной системы, т. е.  $i \leq m$ ,  $j > m$ .

В этом случае выражение для коэффициента  $a_{ij}$  имеет вид:

$$a_{ij} = \frac{\rho_1}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_6} K(k_6) + \frac{1}{c_7} K(k_7) + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_8} K(k_8) + \frac{1}{c_9} K(k_9) + \frac{1}{c_{10}} K(k_{10}) + \frac{1}{c_{11}} K(k_{11}) \right] \right\}.$$

3.  $i$ -е кольцо находится в первом слое в горизонтальной плоскости, а  $j$ -е во втором слое под наибольшим кольцом горизонтальной системы, т. е.  $i \leq m$ ,  $j > m$  и  $y_j > h$ :

$$a_{ij} = \frac{\rho_1 (1 + k_{12})}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_6} K(k_6) + \frac{1}{c_7} K(k_7) + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_9} K(k_9) + \frac{1}{c_{11}} K(k_{11}) \right] \right\}.$$

4.  $i$ -е и  $j$ -е кольца расположены в первом слое друг под другом по вертикали, т. е.  $i > m$ ,  $j > m$ ,  $y_i$  и  $y_j \leq h$ :

$$\alpha_{ij} = \frac{\rho_1}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) + \frac{1}{c_{13}} K(k_{13}) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_{14}} K(k_{14}) + \frac{1}{c_{15}} K(k_{15}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c_{16}} K(k_{16}) + \frac{1}{c_{17}} K(k_{17}) \right] \right\}.$$

5.  $i$ -е и  $j$ -е кольца расположены по вертикали:  $i$ -е в первом слое, а  $j$ -е во втором, т. е.  $i > m$ ;  $j > m$ ;  $y_i \leq h$ ;  $y_j > h$ :

$$\alpha_{ij} = \frac{\rho_1 (1 + k_{21})}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) + \frac{1}{c_{13}} K(k_{13}) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_{15}} K(k_{15}) + \frac{1}{c_{16}} K(k_{16}) \right] \right\}.$$

6.  $i$ -е и  $j$ -е кольца расположены по вертикали во втором слое, т. е.  $i > m$ ,  $j > m$ ,  $y_i > h$ ;  $y_j > h$ :

$$\alpha_{ij} = \frac{\rho_1 \beta_1}{2\pi^2 \beta_2} \left\{ \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) + \beta_1 \beta_2 \frac{1}{c_{13}} K(k_{13}) - \right. \\ \left. - \frac{k_{21}}{c_{18}} K(k_{18}) + \beta_1 \beta_2 \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \frac{1}{c_{16}} K(k_{16}) \right\}.$$

В приведенных выше выражениях обозначено:  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода;

$$c_1^2 = (r_i + r_j)^2; \quad c_2^2 = c_1^2 + (2t)^2; \quad c_3^2 = c_1^2 + (2nh - 2t)^2; \\ c_4^2 = c_1^2 + (2nh)^2; \quad c_5^2 = c_1^2 + (2nh + 2t)^2;$$

$$c_6^2 = d^2 + (y_j - t)^2; \quad c_7^2 = d^2 + (y_i + t)^2;$$

$$c_8^2 = d^2 + (2nh - y_j + t)^2; \quad c_9^2 = d^2 + (2nh + y_j + t)^2;$$

$$c_{10}^2 = d^2 + (2nh - y_j - t)^2; \quad c_{11}^2 = d^2 + (2nh + y_j - t)^2; \\ c_{12}^2 = 4 + (y_j - y_i)^2; \quad c_{13}^2 = 4 + (y_j + y_i)^2;$$

$$c_{14}^2 = 4 + (2nh - y_j - y_i)^2; \quad c_{15}^2 = 4 + (2nh + y_j - y_i)^2;$$

$$c_{16}^2 = 4 + (2nh + y_j + y_i)^2; \quad c_{17}^2 = 4 + (2nh - y_j + y_i)^2;$$

$$c_{18}^2 = 4 + (y_j - 2h + y_i)^2; \quad r_i = \frac{r_m}{m} i;$$

$$\text{при } i = j \quad r_i = r_i + r_0; \quad d = r_m + r_i;$$

$$y_i = t + \frac{y_1 - t}{n} (i - n); \quad \text{при } i = j \quad y_i = y_i + r_0;$$

$$k_k^2 = \frac{4r_i r_j}{c_k^2}, \quad k = 1 \div 5; \quad k_k^2 = \frac{4r_i r_m}{c_k^2}, \quad k = 6 \div 11;$$

$$k_k^2 = \frac{4r_m^2}{c_k^2}, \quad k = 12 \div 18; \quad k_{21} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}; \quad \beta_1 = \frac{2\rho_2}{\rho_2 + \rho_1};$$

$$\beta_2 = \frac{2\rho_1}{\rho_2 + \rho_1}.$$

**Приложение II.** В зависимости от местоположения точки  $M(r, y)$  в первом слое или во втором слое коэффициент  $B_j$  определяется следующим образом.

1. Для точки, находящейся в первой среде, т. е.  $y \leq h$ , имеем:

при  $j \leq m$  (кольцо расположено в горизонтальной плоскости)

$$B_j = \frac{\rho_1}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_1} K(k_1) + \frac{1}{c_2} K(k_2) + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_3} K(k_3) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c_4} K(k_4) + \frac{1}{c_5} K(k_5) + \frac{1}{c_6} K(k_6) \right] \right\};$$

при  $j > m$  и  $y_j \leq h$  (кольцо находится в первой среде под наибольшим кольцом горизонтальной системы)

$$B_j = \frac{\rho_1}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{c_7} K(k_7) + \frac{1}{c_8} K(k_8) + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_9} K(k_9) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c_{10}} K(k_{10}) + \frac{1}{c_{11}} K(k_{11}) + \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) \right] \right\};$$

при  $j > m$  и  $y_j > h$  (кольцо находится во второй среде под кольцом горизонтальной системы)

$$B_j = \frac{\rho_1}{2\pi^2} (1 + k_{21}) \left\{ \frac{1}{c_7} K(k_7) + \frac{1}{c_8} K(k_8) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_{10}} K(k_{10}) + \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) \right] \right\}.$$

2. Для точки, находящейся во второй среде (т. е.  $y \geq h$ ), имеем:

при  $j \leq m$

$$B_j = \frac{\rho_1}{2\pi^2} (1 + k_{21}) \left\{ \frac{1}{c_1} K(k_1) + \frac{1}{c_2} K(k_2) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_3} K(k_3) + \frac{1}{c_6} K(k_6) \right] \right\};$$

при  $j > m$  и  $y_j \leq h$

$$B_j = \frac{\rho_1}{2\pi^2} (1 + k_{21}) \left\{ \frac{1}{c_7} K(k_7) + \frac{1}{c_8} K(k_8) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \left[ \frac{1}{c_{11}} K(k_{11}) + \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) \right] \right\};$$

при  $j > m$  и  $y_j > h$

$$B_j = \frac{\rho_1 \beta_1}{2\pi^2 \beta_2} \left\{ \frac{1}{c_7} K(k_7) + \beta_1 \beta_2 \frac{1}{c_8} K(k_8) - \frac{k_{21}}{c_{18}} K(k_{18}) + \right. \\ \left. + \beta_1 \beta_2 \sum_{n=1}^{\infty} k_{21}^n \frac{1}{c_{12}} K(k_{12}) \right\}.$$

Здесь обозначено:

$$c_1^2 = b^2 + (y - t)^2; \quad c_2^2 = b^2 + (y + t)^2; \\ c_3^2 = b^2 + (2nh - t + y)^2; \quad c_4^2 = b^2 + (2nh - t - y)^2; \\ c_5^2 = b^2 + (2nh + t - y)^2; \quad c_6^2 = b^2 + (2nh + t + y)^2; \\ c_7^2 = a^2 + (y + y_j)^2; \quad c_8^2 = a^2 + (y - y_j)^2;$$

$$c_9^2 = a^2 + (2nh - y_j - y)^2;$$

$$c_{10}^2 = a^2 + (2nh + y_j - y)^2; \quad c_{11}^2 = a^2 + (2nh + y - y_j)^2;$$

$$c_{12}^2 = a^2 + (2nh + y_j + y)^2; \quad c_{13}^2 = a^2 + (y - 2h - y_j)^2;$$

$$b = r + r_j; \quad a = r + r_m; \quad r_j = \frac{r_m}{m} j;$$

$$y_j = t + \frac{y_1 - t}{n} (j - n); \quad k_{\text{h}}^2 = \frac{4rr_j}{c_k^2}, \quad k = 1 \div 6;$$

$$k_{\text{h}}^2 = \frac{4r_m r}{c_k^2}, \quad k = 7 \div 13.$$

**Выводы.** 1. Предложенная расчетная предельная модель в виде осесимметричных электросвязанных колец, расположенных в двухслойной среде, является дискретным вариантом соответствующей цилиндрической модели с металлизированными верхним основанием и боковой поверхностью, хорошо оценивающей нижний предел сопротивления равновеликого заземлителя.

2. Модель из колец по сравнению с цилиндрической имеет то преимущество, что изменением плотности расположения и числа колец можно добиться сколь угодно близкого приближения по со-

противлению к прототипу как «сверху», так и «снизу».

3. Разработанные алгоритм и программа расчета модели из колец методически корректны и требуют малого машинного времени для расчета каждого варианта.

4. Предложенная расчетная модель позволяет оценить пределы величин сопротивлений заземлителей с заданной степенью приближения и может быть применена для проведения анализа с целью выявления степени влияния различных факторов (неоднородность среды, величина удельного сопротивления и мощности отдельных слоев, тип и габаритные размеры заземлителя и т. п.) в их разных комбинациях на величину сопротивления заземлителя на основе расчета различных вариантов с помощью ЦВМ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Якобс А. И., Коструба С. И. и Живаго В. Т. Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЭЦВМ, «Электричество», 1967, № 7.

2. Якобс А. И. Способ упрощенного расчета сопротивления сложных комбинированных заземлителей, «Электричество», 1966, № 1.

[3.6.1971]



УДК 621.3.013.001.24

## Перераспределение постоянного поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями

М. А. КАРАПЕТЯН

Ереванский политехнический институт им. Карла Маркса

Расчет распределения электрического поля для случая, когда диэлектрический уединенный эллипсоид внесен в однородное поле, дан в [Л. 1]. В [Л. 2] приводится расчет поля одиночного эллипсоида в среде при учете проводимостей среды и включения.

Однако при изучении поля в дисперсных системах в случае не очень малых концентраций включений следует учесть и взаимное влияние соседних поляризованных частиц.

Ниже излагается расчет перераспределения постоянного электрического поля в дисперсной системе. Учитываются реальные макроскопические параметры  $\epsilon$ ,  $\gamma$  как эллипсоидальных включений, так и дисперсионной среды. В расчете учитывается также взаимное влияние полей поляризованных эллипсоидов.

Пусть в исследуемой дисперсионной среде с параметрами  $\epsilon_2$  и  $\gamma_2$  установлено однородное поле напряженностью  $E_0$ . Внесем в эту среду дисперсную фазу в виде эллипсоидов с параметрами  $\epsilon_1$ ,  $\gamma_1$ . Из всего пространства, занятого дисперсной системой, выделим участок, содержащий один эллипсоид. Если концентрация включений в дисперсной системе не очень высока, то размеры выделенного участка значительно больше размеров эллипсоида.

Предположим, что вектор напряженности  $E_0$ , главная ось эллипсоида и ось  $x$  декартовой системы координат совпадают по направлению.

Действующим на эллипсоид будем считать поле Лоренца [Л. 3]

$$E_L = E_0 + \frac{P}{3\epsilon_0}, \quad (1)$$

чем учтем взаимное влияние между поляризованными эллипсоидами. В (1)  $P$  является суммарным электрическим моментом включений, содержащихся в единице объема дисперсной системы, так как  $E_0$  — напряженность поля в дисперсной среде, поэтому

$$P = v p_{\text{эл}}(t), \quad (2)$$

где  $v$  — число включений в единице объема системы;  $p_{\text{эл}}(t)$  — электрический момент поляризованного эллипсоида в функции времени или момент эквивалентного точечного диполя, помещенного в центре эллипсоида.

Пользуясь результатами [Л. 1], для напряженностей поля внутри и вне эллипсоида (у его вершин) при действующем поле  $E_L$  для начального момента времени получим:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(0) &= \frac{\epsilon_2 E_L(0)}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x}; \\ E_{\text{внеш}}(0) &= \frac{\epsilon_1 E_L(0)}{\epsilon_1 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $N_x$  — коэффициент деполяризации вдоль оси  $x$  [Л.1 и 4];

$$N_x = \frac{abc}{2} \int_0^{\infty} \frac{ds}{(s+a^2)^{3/2} (s+b^2)^{1/2} (s+c^2)^{1/2}}.$$

Здесь  $2a$ ,  $2b$  и  $2c$  — размеры эллипсоида вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ . После преобразований и с учетом (1) и (2) уравнения (3) запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(0) &= E_0 - \frac{(1-f\chi_2) N_x}{4\pi a^3 \epsilon_2 N_x} p_{\text{эл}}(0); \\ E_{\text{внеш}}(0) &= E_0 + \frac{1-(1-f\chi_2) N_x}{4\pi a^3 \epsilon_2 N_x} p_{\text{эл}}(0), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$p_{\text{эл}}(0) = 4\pi a^3 \epsilon_2 N_x \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x} E_L(0); \quad (5)$$

$\chi_2$  — относительная диэлектрическая проницаемость дисперсионной среды;  $f = \frac{4\pi}{3} a^3 v$  — будем считать объемной концентрацией эллипсоидальных включений в системе, хотя указанное выражение верно для сферических включений.

В общем случае в (4) нули должны быть заменены буквой  $t$ , так как электрический момент эллипсоида, а следовательно,  $E_{\text{внутр}}$  и  $E_{\text{внеш}}$  зависят от времени. Таким образом, определив  $p_{\text{эл}}(t)$ , находим закон перераспределения напряженностей.

Для определения  $p_{\text{эл}}(t)$  уравнения (4) подставим в граничное условие у вершин эллипсоида для плотностей полных токов:

$$\gamma_1 E_{\text{внутр}}(t) + \epsilon_1 \frac{dE_{\text{внутр}}(t)}{dt} = \gamma_2 E_{\text{внеш}}(t) + \epsilon_2 \frac{dE_{\text{внеш}}(t)}{dt}. \quad (6)$$

В результате получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{dp_{\text{эл}}(t)}{dt} [\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x (1 - f\chi_2)] + p_{\text{эл}} [\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2) N_x (1 - f\chi_2)] = 4\pi a^3 \epsilon_2 N_x (\gamma_1 - \gamma_2) E_0, \quad (7)$$

решение которого с учетом (5) имеет вид:

$$p_{\text{эл}}(t) = 4\pi a^3 \epsilon_2 N_x \left\{ [m_1 E_L(0) - n_2 E_0] e^{-\frac{t}{\tau_2}} + n_2 E_0 \right\}, \quad (8)$$

где  $\tau_2$  — постоянная времени установления поля;

$$\begin{aligned} \tau_2' &= \frac{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x (1 - f\chi_2)}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2) N_x (1 - f\chi_2)}, \\ m_1' &= \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x}. \end{aligned}$$

Однако в (8) нам не известно значение  $E_L(0)$ , для определения которого воспользуемся (1), (2) и (8). Совместным их решением для момента  $t=0$  получим:

$$E_L(0) = \frac{E_0}{1 + f\chi_2 m_1' N_x}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), определим электрический момент эллипсоида в окончательном виде:

$$p_{\text{эл}}(t) = 4\pi a^3 \epsilon_2 N_x \left[ (m_2 - n_2) e^{-\frac{t}{\tau_2}} + n_2 \right] E_0, \quad (10)$$

где

$$m_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) N_x (1 - f\chi_2)},$$

$$n_2 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2) N_x (1 - f\chi_2)}.$$

Таким образом, постоянное поле будет перераспределяться согласно уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(t) &= \left[ 1 - (1 - f\chi_2) n_2 N_x - \right. \\ &\quad \left. - (1 - f\chi_2) N_x (m_2 - n_2) e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] E_0; \\ E_{\text{внеш}}(t) &= \left\{ 1 + n_2 - (1 - f\chi_2) n_2 N_x + \right. \\ &\quad \left. + [1 - (1 - f\chi_2) N_x] (m_2 - n_2) e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right\} E_0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив (2) и (10) в (1), получим временную зависимость поля Лоренца:

$$E_L(t) = \left[ 1 + f\chi_2 n_2 N_x + f\chi_2 N_x (m_2 - n_2) e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] E_0. \quad (12)$$

Это выражение дает возможность определить ориентировочное значение той граничной концентрации включений, ниже которой поле Лоренца практически равняется внешнему полю  $E_0$ . Для этой цели преобразуем (12), введя обозначения  $\epsilon_1 = k_1 \epsilon_2$  и  $\gamma_1 = k_2 \gamma_2$ , и найдем:

$$E_L(t) = \left[ 1 + f\chi_2 n'_2 N_x + f\chi_2 N_x (m'_2 - n'_2) e^{-\frac{t}{\tau'_2}} \right] E_0, \quad (12a)$$

где

$$m'_2 = \frac{k_1 - 1}{k_1 + (k_1 - 1) N_x (k_1 - f\chi_1)};$$

$$n'_2 = \frac{k_2 - 1}{k_2 + (k_2 - 1) N_x (k_2 - f\chi_1)}.$$

Здесь  $\chi_1$  — относительная диэлектрическая проницаемость материала включения.

Рассчитаем коэффициент  $k_3 = \frac{E_L}{E_0}$  в зависимости от концентраций  $f$  при  $t=0$  и  $t=\infty$  для следующих частных случаев (при  $N_x=0,5$ ):

а)  $k_1 \approx 80$ ,  $\chi_1 \approx 80$ ,  $k_2 \gg 1$  (на несколько порядков);

б)  $k_1 \approx \frac{1}{80}$ ,  $\chi_1 = 1$ ,  $k_2 \ll 1$  (на несколько порядков);

в)  $k_1 \approx 4$ ,  $\chi_1 \approx 4$ ,  $k_2 \approx 10^2$ ;

г)  $k_1 \approx \frac{1}{4}$ ,  $\chi_1 \approx 1$ ,  $k_2 \approx 10^{-2}$ .

Результаты этого приближенного расчета сведены в таблицу.

частный случай	$f$	$m_3'$	$n_3'$	$k_{3, t=0}$	$k_{3, t=\infty}$
а)	0,001	0,024	0,025	1,00	1,00
	0,01	0,025	0,025	1,01	1,01
	0,1	0,027	0,028	1,10	1,10
	0,2	0,030	0,031	1,24	1,24
б)	0,0001	-160	-160	0,99	0,99
	0,001	-148	-148	0,93	0,93
	0,01	-89	-89	0,55	0,55
в)	0,001	0,30	0,50	1,00	1,00
	0,01	0,30	0,50	1,01	1,01
	0,1	0,32	0,54	1,06	1,10
	0,2	0,34	0,61	1,12	1,24
г)	0,001	-4,70	-8,00	1,00	1,00
	0,01	-4,65	-7,70	0,97	0,96
	0,1	-3,95	-5,55	0,87	0,80

Заслуживают внимания частные случаи б) и г), при которых действующая на включения напряженность электрического поля меньше напряженности внешнего однородного поля. Такое явление объясняется тем, что при  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  электрические моменты включений направлены противоположно внешнему полю.

Таким образом, наличие взаимного влияния полей соседних включений приводит к тому, что напряженность электрического поля при включениях с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  среды увеличивается меньше, чем это следует из расчетов единичного включения [Л. 1 и 2].

Влияние собственных полей включений на внешнее поле при  $\epsilon_1 \ll \epsilon_2$  оказывается, начиная с ничтожных концентраций ( $f=0,0001$ ) включений.

Для частных случаев а) и в) ( $\epsilon_1 > \epsilon_2$ ) влияние полей соседних включений следует учесть, начиная с концентраций  $f \geq 0,01$ .

Если дисперсионная среда — газ или неполярная жидкость, а концентрация включений очень мала ( $f < 0,01$ ), то и  $f\chi_2 \ll 1$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(t) &= \left[ 1 - n_1 N_x - N_x (m_1 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right] E_0; \\ E_{\text{внеш}}(t) &= \left[ 1 + (1 - N_x) n_1 + \right. \\ &\quad \left. + (1 - N_x) (m_1 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right] E_0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $\tau_1$ ,  $m_1$  и  $n_1$  получаются из выражений для  $\tau_2$ ,  $m_2$  и  $n_2$ , записанных с учетом того, что  $f\chi_2 \ll 1$ . Важно отметить, что при этом  $E_{\text{дл}}(t) \approx E_0 = \text{const}$ .

Перейдем к рассмотрению частных случаев сферы, диска и иглы при наличии взаимного влияния полей соседних частиц.

Для сферы ( $N_x = \frac{1}{3}$ ) уравнения (11) и (12) преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(t) &= \left[ 1 - (1 - f\chi_2) n_3 - \right. \\ &\quad \left. - (1 - f\chi_2) (m_3 - n_3) e^{-\frac{t}{\tau_3}} \right] E_0; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внеш}}(t) &= \left[ 1 + 3n_3 - (1 - f\chi_2) n_3 + \right. \\ &\quad \left. + (2 + f\chi_2) (m_3 - n_3) e^{-\frac{t}{\tau_3}} \right] E_0; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$E_{\text{дл}}(t) = \left[ 1 + f\chi_2 n_3 + f\chi_2 (m_3 - n_3) e^{-\frac{t}{\tau_3}} \right] E_0. \quad (15)$$

В этих уравнениях

$$\left. \begin{aligned} \tau_3 &= \frac{\epsilon_1 - 2\epsilon_2 - (\epsilon_1 - \epsilon_2) f\chi_2}{\gamma + 2\gamma_2 - (\gamma_1 - \gamma_2) f\chi_2}; \\ m_3 &= \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2 - (\epsilon_1 - \epsilon_2) f\chi_2} = N_x m_2; \\ n_3 &= \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + 2\gamma_2 - (\gamma_1 - \gamma_2) f\chi_2} = N_x n_2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Пренебрегая  $f\chi_2$  по сравнению с единицей в уравнениях (14) и членами, содержащими  $f\chi_2$ , по сравнению с другими членами без  $f\chi_2$  в уравнениях (15) и (16), получим закон перераспределения полей в дисперсной среде со сферическими включениями при условии  $E_{\text{дл}}(t) = E_0$ . При этом  $E_{\text{внутр}}(0)$  и  $E_{\text{внеш}}(0)$  совпадают с результатами [Л. 5].

В случае диска, перпендикулярного к направлению поля  $E_{\text{дл}}(t)$ ,  $N_x = 1$ .

Интересным оказывается частный случай иглы, направленной по оси  $x$ , для которой  $N_x = 0$ . При этом независимо от величины  $f$  значение  $E_{\text{дл}}(t) = E_0$ . Для закона перераспределения полей в случае иглообразных включений из (11) получаем:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{внутр}}(t) &= E_0 = \text{const}; \\ E_{\text{внеш}}(t) &= \left[ 1 + n_2 + (m_4 - n_4) e^{-\frac{t}{\tau_4}} \right] E_0, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где

$$\tau_4 = \frac{\epsilon_2}{\gamma_2}, \quad m_4 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_2}, \quad n_4 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2}.$$

## ЛИТЕРАТУРА

- Стрэттон Ж. А., Теория электромагнетизма, Гостехиздат, 1948.
- Джуварлы Ч. М. и др., Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1969, № 1.
- Хиппель А. Р., Диэлектрики и волны, Изд-во иностр. лит., 1960.
- Нетушил А. В. и др., Высокочастотный нагрев диэлектриков и полупроводников, Госэнергоиздат, 1959.
- Нейман Л. Р. и Демирчян К. С., Теоретические основы электротехники, ч. II, изд-во «Энергия», 1966.

[7.4.1971]



# О пьезокерамическом генераторе для системы зажигания двигателей внутреннего сгорания

Л. А. ШВЕДОВА  
*Москва*

Стремление к повышению экономичности, мощности, снижению удельного веса двигателя внутреннего сгорания (ДВС) и обеспечению устойчивости их работы на всех режимах в самых различных условиях эксплуатации требует повышения энергии искры для надежного воспламенения рабочей смеси. Недостатки применяемых систем зажигания (батарейная система и от магнето) побудили к разработке новых и к совершенствованию существующих систем зажигания. В настоящее время большое внимание уделяется разработке пьезоэлектрических систем зажигания [Л. 1 и 2].

Пьезокерамика способна создавать большой пьезоэлектрический эффект и обладает высокой механической прочностью, влагостойкостью и нагревостойкостью. Из нее могут быть изготовлены элементы различных геометрических форм. Основным требованием для пьезокерамического генератора является обеспечение стабильности высокого напряжения и необходимой энергии искры при всех режимах двигателя.

В статье излагаются результаты исследований, имеющих целью определение зависимости выходного напряжения от величины приложенной механической нагрузки для нескольких промышленных марок пьезокерамики. Исследуется возможность создания пьезокерамического генератора для установки на одноцилиндровом двигателе внутреннего сгорания карбюраторного типа. Генератор должен обеспечить стабильное выходное напряжение не менее 15 кв при энергии искры не менее 5 мдж.

Параметры и уравнения, определяющие выходное напряжение пьезокерамического генератора. В рассматриваемой системе зажигания пьезокерамика используется как генератор импульсов электрических зарядов, непосредственно используемых для искрообразования между электродами свечи в цилиндре ДВС. Так как пьезокерамика в этих условиях является одновременно конденсатором и электромеханическим преобразователем, то для полной характеристики ее работы следует рассматривать три системы ее постоянных: диэлектрическую, упругую и пьезоэлектрическую.

Разность потенциалов между электродами пьезоэлемента, механическое давление, приложенное к этому элементу, и пьезоэлектрические постоянные находятся между собою в определенной связи. Для нахождения этой связи обратимся к уравнениям пьезоэлектрического эффекта [Л. 3 и 4]:

$$D = d\sigma + \epsilon^\sigma E; \quad (1)$$

$$\xi = S^E \sigma + dE, \quad (2)$$

где  $D$  — смещение, равное поверхностной плотности электрического заряда;  $E$  — напряженность электрического поля;  $\xi$  — деформация;  $\sigma$  — механическое напряжение;  $S$  — модуль гибкости (податливость);  $d$  — пьезоэлектрический модуль;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость.

В (1) и (2)  $\sigma$  и  $E$  являются индексами, указывающими, что при определении постоянных  $\varepsilon$  и  $S$  величины  $\sigma$  и  $E$  принимались неизменными или равными нулю. Эти уравнения выражают изменения элемента объема линейного пьезоэлектрика. Первое уравнение описывает прямой пьезоэффект, второе — обратный.

Уравнения (1) и (2) можно преобразовать в энергетические [Л. 4]

$$\frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} dE\sigma + \frac{1}{2} \varepsilon^\sigma E^2; \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \sigma \xi = \frac{1}{2} S^E \sigma^2 + \frac{1}{2} d E \sigma \quad (4)$$

Или

$$W_{\text{эл. общ.}} = W_{\text{эл.}} + W_{\text{пьеzo}}; \quad (5)$$

$$W_{\text{мех.общ}} = W_{\text{мех}} + W_{\text{пьезо.}} \quad (6)$$

Рассмотрим случай, когда механическое напряжение действует только в одном направлении, совпадающем с направлением оси поляризации (рис. 1). Будем считать линейными соотношения между характеристиками упругого поля  $\xi$ ,  $\sigma$  и электрического поля  $D$  и  $E$ . Кроме того, считаем, что эти характеристики не зависят от скорости изменения состояния (отсутствует зависимость материальных констант от частоты). Тогда для пьезоэлемента цилиндрической формы

$$D_3 = d_{33}\sigma_3 + \varepsilon^{\sigma}_{\alpha\beta}E_3; \quad (7)$$

$$\xi_3 = S_{33}^E \sigma_3 + d_{33} E_3. \quad (8)$$

Рассмотрим крайние случаи режимов работы пьезоэлемента.

Как источник электроэнергии пьезоэлемент работает в режиме холостого хода при  $D_3=\text{const}$  или  $D_3=0$  и в режиме короткого замыкания при  $E_3=0$ . С механической стороны он находится в «свободном» состоянии при  $\sigma_3=0$  и в «зажатом» при  $\xi_3=0$ . Рассмотрим эти режимы.

Холостой ход,  $D_3=0$ , образец разомкнут, емкость между  $A$  и  $B$  (рис. 1) мала по сравнению с собственной емкостью пьезоэлемента ( $C_0$ ), утечка отсутствует. К образцу прикладывается механическая нагрузка. Уравнение (7) принимает вид:

$$E_3 = -\frac{d_{33}}{\epsilon_{33}^{\sigma}} \sigma_3 = -g_{33}\sigma_3, \quad (9)$$

где  $g_{33}$  — коэффициент выходного напряжения, характеризующий электрическое напряжение в разомкнутой цепи при заданной механической нагрузке на образец.

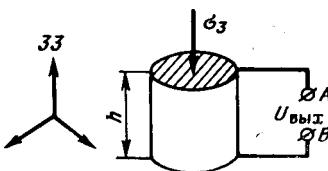


Рис. 1. К определению  
 $U_{\text{вых}}$

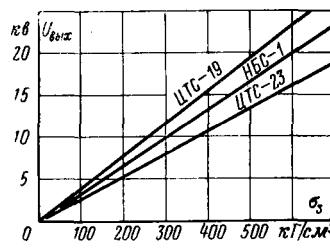


Рис. 2. Зависимость  $U_{\text{вых}}$  от давления на пьезокерамические элементы  $d=10 \text{ мм}$ ,  $h=19 \text{ мм}$  для различных марок.

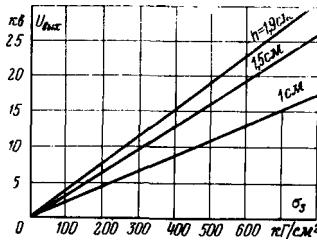


Рис. 3. Влияние высоты пьезокерамического элемента ЦТС-19 на  $U_{\text{вых}}$  от давления.

Разность потенциалов между электродами или выходное напряжение пьезоэлемента

$$U_{\text{вых}} = \int_0^h E_3 dh, \quad (10)$$

где  $h$  — высота пьезоэлемента.

Если рассматривать однородное поле механических напряжений, т. е.  $\sigma_3 = \text{const}$  во всем объеме образца, то выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = g_{33} \sigma_3 h. \quad (11)$$

Знак минус здесь опущен. В этом случае уравнение деформации (8) с учетом (9) примет вид:

$$\xi_3 = S_{33}^E \sigma_3 - d_{33} g_{33} \sigma_3 = \sigma_3 \left( 1 - \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^{\sigma} S_{33}^E} \right) S_{33}^E. \quad (12)$$

Соотношения (11) и (12) определяют поведение пьезоэлемента до образования искры в зазоре  $AB$ .

Короткое замыкание. Образец замкнут, т. е.  $E_3=0$ . К образцу прикладывается механическая нагрузка. Емкость  $C_{AB} \gg C_0$ , между точками  $AB$  образовалась искра и сопротивление промежутка стало малым. Тогда уравнения (7) и (8) преобразуются в

$$D_3 = d_{33} \sigma_3; \quad (13)$$

$$\xi_3 = S_{33}^E \sigma_3. \quad (14)$$

Так как  $S_{33}^E > S_{33}^D$  (для реальных материалов примерно вдвое), то будет иметь место дополнительная деформация пьезоэлемента. Выделяемое в процессе разряда количество электричества

$$Q_3 = D_3 s = d_{33} \sigma_3 s = d_{33} F, \quad (15)$$

где  $s$  — площадь пьезоэлемента;  $F$  — механическая сила, прикладываемая к пьезоэлементу.

После разряда и снятия механической нагрузки наблюдается обратный процесс и разряд происходит в обратном направлении.

В течение каждой половины цикла выделяется энергия, запасенная в емкости ( $C_0$ ) пьезоэлемента,

$$W = \frac{1}{2} C_0 U_{\text{вых}}^2 = \frac{\epsilon_{33}^{\sigma} g_{33}^2 \sigma_3^2 h^2}{2h} = \frac{1}{2} k_{33}^2 S_{33}^E \sigma_3^2 V, \quad (16)$$

где  $V$  — объем пьезоэлемента;  $k_{33}$  — коэффициент электромеханической связи, определяемый из уравнений (5) и (6):

$$k^2 = \frac{W_{\text{пьезо}}^2}{W_{\text{мех.эл}}}.$$

Этот коэффициент является корнем квадратным отношения квадрата плотности общей упруго-диэлектрической энергии  $W_{\text{пьезо}}$  к произведению плотностей запасенной упругой и электрической энергии  $W_{\text{мех.эл}}$ . Используя (3) и (4), можно коэффициент электромеханической связи выразить через пьезоконстанты:

$$k = \sqrt{\frac{d^2}{\epsilon^{\sigma} S^E}}. \quad (17)$$

При  $D=0$  изменение энергии в пьезоэлементе происходит вследствие приложения механической нагрузки. В этом случае электрическая энергия, запасенная в объеме, определяется выражением  $\Delta W k^2$ . Квадрат коэффициента  $k^2$  определяет ту долю полной входной механической энергии, которая превращается в электрическую.

Ограничиваясь пока допущением о линейности и незначительности дисперсии, отметим следующие основные характеристики пьезоэлемента, определяющие работоспособность генератора:

$g_{33}$  — коэффициент выходного напряжения, определяющий развиваемое напряжение генератором;

$k_{33}$  — коэффициент электромеханической связи, определяющий выделяющуюся электрическую энергию;

$\epsilon_{33}^{\sigma}$  — диэлектрическая проницаемость пьезоэлемента, которая имеет значение при работе генератора с реальной нагрузкой (емкость нагрузки  $C_h$  и сопротивление разрядного промежутка  $R_h$ ).

На основании уравнений (11) и (16) можно определить состав пьезокерамического элемента (марку) и его геометрические размеры, обеспечивающие при оптимальной механической нагрузке требуемые значения напряжения и энергии искрового разряда.

Результаты расчета представлены графиками. На рис. 2 показана зависимость выходного напряжения ( $U_{\text{вых}}$ ) от приложенной механической нагрузки  $\sigma_3$  для нескольких марок пьезокерамических элементов.

Влияние геометрических размеров (высоты) пьезокерамических элементов приведено на рис. 3. Однако фактические значения напряжения пьезокерамического генератора при указанных механических нагрузках будут отличаться от расчетных. Наличие нелинейных эффектов [Л. 5 и 6] вносит ряд трудностей в определение пьезокерамических констант, которые входят в уравнение (11). В [Л. 6] определено влияние односторонних статических, механических давлений на пьезоэлектрические свойства сегнетоэлектриков. Показано, что при одностороннем статическом сжатии образца вдоль направления поляризации механическая нагрузка  $\sigma_3$  вызывает переориентацию части доменов, образующих пьезоэлектрическую текстуру, в результате чего остаточная поляризация и пьезомодуль  $d_{33}$  уменьшаются. Следовательно, пьезоэлектрические постоянные  $d_{33}$ ,  $g_{33}$  и  $k_{33}$  зависят от величины механической нагрузки и эта зависимость различна для различных марок.

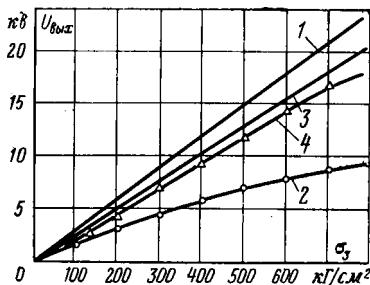


Рис. 4. Зависимости выходного напряжения от давления на пьезокерамические образцы  $d=10$  мм,  $h=16$  мм.  
1 — расчет (ЦТС-19); 2 — опыт (ЦТС-19); 3 — расчет (ЦТС-23); 4 — опыт (ЦТС-23).

Влияние динамических механических нагрузок на свойства пьезокерамики в литературе рассмотрено недостаточно [Л. 3], хотя именно такие экспериментальные данные для изложенной цели представляют наибольший интерес.

**Экспериментальное исследование.** Для исследования зависимостей между величинами выходного напряжения и приложенным механическим давлением были выбраны две марки пьезокерамики ЦТС-19 и ЦТС-23. Образцы, подвергшиеся исследованию, представляют собой цилиндры диаметром 10 мм и высотой 16 мм, с серебряными электродами на торцах. Для создания механического давления применялся гидравлический пресс с ручным приводом. Давление масла на основной поршень замерялось манометром. Значение выходного напряжения измерялось в зазоре между сферическими разрядниками. Результаты зависимости выходного напряжения от нагрузки представлены на рис. 4.

Исходя из (11), при прочих равных параметрах (геометрия образцов одинакова) пьезокерамические элементы с более высоким значением  $d_{33}$  должны иметь более крутую характеристику выходного напряжения. В действительности же эта закономерность, как показывает эксперимент, наблюдается только на начальном участке (кривые 2, 4), т. е. при нагрузках менее 50 кг/см<sup>2</sup>. При увеличении нагрузки выше 50 кг/см<sup>2</sup> на крутизну экспериментальной кривой большее влияние оказывают структура и состав пьезокерамических образцов. Для образцов марки ЦТС-23 линейная зависимость теоретического расчета 3 и экспериментальная кривая 4 совпадают значительно лучше и лишь при нагрузке  $\geq 600$  кг/см<sup>2</sup> наблюдается значительное их расхождение. На линейном участке экспериментальной кривой приблизительно до 600 кг/см<sup>2</sup> наблюдается хорошая повторяемость результатов. Исходное значение пьезомодуля  $d_{33}$  керамики марки ЦТС-19 выше, чем ЦТС-23; однако экспериментальная зависимость выходного напряжения показала, что эта марка пьезокерамики не пригодна для работы при больших механических нагрузках. Низкая стойкость пьезокерамики ЦТС-19 к высоким механическим нагрузкам и низкая сегнетоэлектрическая константа ( $E_c \approx 12$  кВ/см) этой марки приводят к значительному снижению значений пьезомодулей  $d_{33}$  и  $g_{33}$  при нагрузках выше 50 кг/см<sup>2</sup>, а следовательно, к снижению выходного напряжения.

Пьезокерамика ЦТС-23 является более сегнетоэлектрической (  $E_c \geq 30$  кВ/см) и менее чувствительным материалом к высоким механическим воздействиям.

что выражается незначительным расхождением расчетных и экспериментальных значений  $U_{\text{вых}} = f(\sigma_3)$  в диапазоне нагрузок до 600 кг/см<sup>2</sup>. При дальнейшем увеличении ( $\sigma_3 > 600$  кг/см<sup>2</sup>) расхождение теоретической и экспериментальной кривой также увеличивается из-за усиления влияния нелинейных эффектов. Поэтому для повышения значения  $U_{\text{вых}}$  при  $\sigma_3 = 600$  кг/см<sup>2</sup>, по-видимому,

рационально увеличить высоту пьезокерамического элемента до 20 мм. На рис. 5 (кривые 1 и 3) показана теоретическая зависимость электрической энергии, запасенной в пьезоэлементах от давления, кривые 2 и 4 показывают изменение энергии с учетом фактического значения  $U_{\text{вых}}$ . Таким образом, требованиям, предъявляемым к генератору для системы зажигания ДВС ( $U_{\text{вых}} = 15$  кВ и  $W = 5$  мДж), могут удовлетворить пьезокерамические элементы из материала ЦТС-23 с геометрическими размерами: диаметр 10 мм, высота 20 мм. Однако окончательный вывод о пригодности данного пьезокерамического материала для использования в системе зажигания можно, по-видимому, сделать после проведения исследования на износостойчивость образцов к циклическим механическим воздействиям.

**Выводы.** 1. Значения напряжения, возникающего на пьезокерамических элементах при приложении к последним больших механических нагрузок, во многих случаях не совпадают с рассчитанными на основе коэффициентов выходного напряжения  $g_{33}$ . В зависимости от свойств пьезоматериала в области больших механических нагрузок выходное напряжение уменьшается.

2. Значение выходного напряжения и энергия искры, которую можно получить от элементов пьезокерамики марки ЦТС-23, удовлетворяет требованиям, предъявляемым к системам зажигания одноцилиндрового двигателя.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Peagay C., High voltage generation from piezoelectric ceramics, Elektronic Engineering, October, 1965.
2. Stevens Carlton, Energy storage and the criteria for proper ignition in the internal combustion engine «IEEE Trans. Indust. Electron. and Control Instrument», 1965, 12, № 1.
3. Мэзон У., Физическая акустика, т. I, Методы и приборы ультразвуковых исследований, ч. А, изд-во «Мир», 1966.
4. Бородин В. З. и др., Об измерении пьезоэлектрических констант сегнетокерамики, Изд. Ростовского университета, 1969.
5. Богданов С. В., К вопросу о влиянии механической нагрузки на ориентацию доменов в монокристаллах BaTiO<sub>3</sub>, Кристаллография, 1962, т. 7.
6. Сыркин Л. Н. и Эльгард А. М., Физика твердого тела, № 7, 12, 16, 1965.

[25.3.1971]

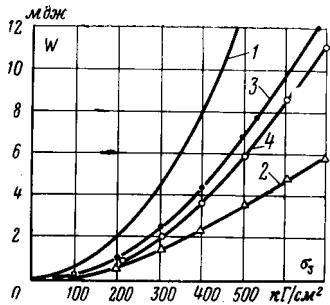


Рис. 5. Зависимость электрической энергии от давления.

1 — расчет (ЦТС-19); 2 — с учетом фактического  $U_{\text{вых}}$  для ЦТС-19; 3 — расчет (ЦТС-23); 4 — с учетом фактического  $U_{\text{вых}}$  для ЦТС-23.

# Уравнения регуляторов электромашинных преобразователей при работе на импульсную нагрузку

А. И. БЕРТИНОВ, С. Р. МИЗЮРИН и Ю. С. ФЕДОТКИН  
Москва

Одной из систем импульсной электроэнергетики [Л. 1–3], предназначеннной для применения в передвижных установках, является система электромашинного преобразования постоянного тока в импульсную мощность в соответствии с блок-схемой на рис. 1, где  $D$  — двигатель преобразователя;  $SG$  — синхронный генератор преобразователя;  $B$  — выпрямитель;  $C$  — емкостной накопитель энергии;  $OUD$  — обмотка управления двигателя;  $OVG$  — обмотка возбуждения генератора;  $PRG$  — угольный регулятор напряжения;  $MU_1$ ,  $MU_2$  — магнитные усилители;  $PK$  — резонансный контур;  $PC$  — регулятор частоты генератора (скорости двигателя);  $PH$  — регулятор напряжения генератора.

Электромашинные преобразователи постоянного тока в переменный снабжены регуляторами, предназначенными для стабилизации частоты и напряжения генератора переменного тока в условиях изменения стационарной нагрузки, причем в ряде случаев регуляторы выполнены на высоконадежных магнитных элементах. Представляет интерес исследовать режимы работы типовых регуляторов при включении генератора преобразователя на зарядно-разрядный контур емкостного накопителя энергии, когда напряжение генератора промодулировано частотой следования разрядных импульсов емкостного накопителя энергии (рис. 1), и в связи с этим магнитные элементы регуляторов (магнитные усилители и резонансные контуры) питаются меняющимся по амплитуде в процессе зарядного цикла накопителя напряжением. При этом уравнения измерительных органов частоты в виде резонансных контуров и магнитных усилителей ( $MU$ ) претерпевают существенные изменения. Последнее необходимо учитывать при исследовании регулятора возбуждения генератора в режиме форсированного регулирования [Л. 3] и исследовании возможности стабилизации скорости вращения двигателя преобразователя с помощью регулятора частоты в условиях циклической нагрузки.

Принципиальные схемы типовых регуляторов напряжения и частоты преобразователя, выполненные с применением магнитных элементов, приведены на рис. 2.

Для составления математической модели регуляторов в специфических условиях работы при питании промодулированным напряжением переменного тока необходимо получить соответствующие этим режимам уравнения магнитного усилителя и уравнения резонансного контура.

В условиях питания рабочих обмоток и обмотки управления  $MU$  изменяющимся по амплитуде напряжением коэффициент усиления по току  $K_{Ik}(U_r)$  и ток холостого хода  $I_{x,x}(U_r)$  являются функциями амплитудного (действующего) значения напряжения генератора, а огибающая амплитудных (действующих) значений напряжения генератора  $U_r(t)$  во времени повторяет кривую изменения напряжения на емкостном накопителе  $U_c(t)$ .

При этом уравнение  $MU$  [Л. 4] будет иметь вид:

$$T_{MU} \frac{dU_r}{dt} + U_r = \sum_{k=1}^n \frac{U_r}{a_k} K_{Ik}(U_r) \frac{r_n}{r_k} + r_n I_{x,x}(U_r), \quad (1)$$

где  $a_k$  — коэффициент пропорциональности между напряжением генератора и напряжением  $k$ -й обмотки управления;  $T_{MU}$  — постоянная времени  $MU$ ;  $r_n$ ,  $r_k$  — сопротивления нагрузки и управляемой обмотки.

В режиме холостого хода магнитного усилителя, когда магнитная система  $MU$  не насыщена, его индуктивное сопротивление  $x_\mu \neq \varphi(U_r)$ ;  $x_\mu \approx \text{const}$ ;  $x_\mu \gg (r_n + r_h)$  и

$$I_{x,x} = \frac{\sqrt{3} U_r}{x_\mu}. \quad (2)$$

Напряжение управляемой обмотки и обмотки смещения (после выпрямления) определяется выражениями:

$$U_y = \frac{2\sqrt{6} U_r}{\pi a}, \quad U_0 = \frac{2\sqrt{6} E_0}{\pi \beta}, \quad (3)$$

где  $E_0$  — действующее значение фазовой э. д. с. холостого хода генератора;  $\beta$  — коэффициент пропорциональности между  $E_0$  и напряжением на обмотке смещения  $MU$ .

При постоянном сопротивлении нагрузки  $MU$  зависимости тока нагрузки  $I_n$  в функции тока управления  $I_y$  при различном напряжении питания  $MU$  представлены на рис. 3,в. Из этих кривых следует, что коэффициент усиления  $MU$  по току  $K_{Ik}(U_r)$  снижается при уменьшении напряжения питания в соответствии с некоторой функцией  $\Phi(U_r)$  (рис. 3,г). При этом

$$K_{Iy} = K_{Iy0} [1 - (1 - \frac{U_r}{U_r})^n] = K_{Iy0} + \Delta K_{Iy}; \quad (4)$$

$$K_{Icm} = K_{Icm0} [1 - (1 - \frac{U_r}{U_r})^n] = K_{Icm0} + \Delta K_{Icm},$$

где

$$\frac{U_r}{U_r} = \frac{U_r}{E_0}; \quad U_r = E_0 + \Delta U_r.$$

Показатель степени  $n$  зависит от типа магнитного усилителя и материала магнитопровода. Как

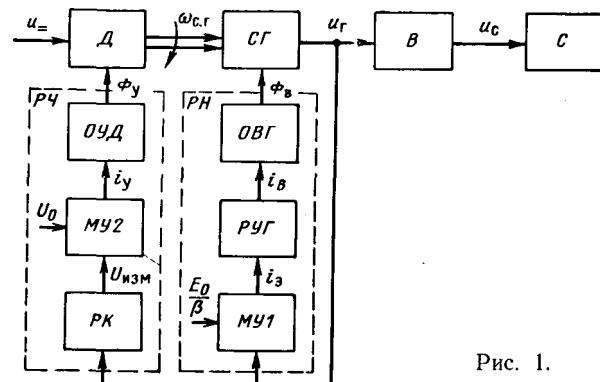


Рис. 1.

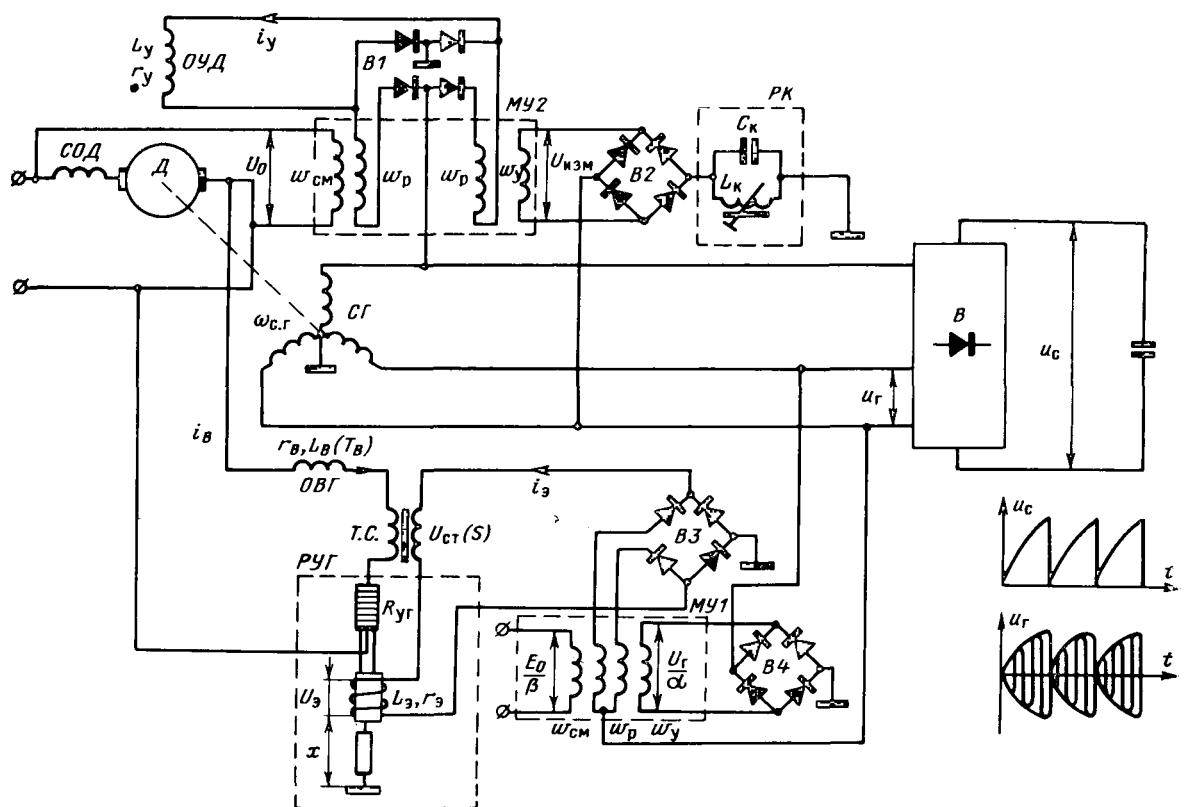


Рис. 2.

показали исследования, для магнитных усилителей с внутренней обратной связью и магнитопроводом, выполненным из стали Э330,  $n=1$ . Для упрощения при дальнейшем рассмотрении системы будем считать  $n=1$ .

Уравнение магнитного усилителя в отклонениях от установившегося режима при одной управляющей обмотке с учетом (2)–(4) получим в виде:

$$T_{MY} \frac{d\Delta U_H}{dt} + \Delta U_H = \frac{2\sqrt{6}r_h}{\pi} \left( \frac{\Delta U_r K_{Iy0}}{\alpha r_y} + \frac{E_0 \Delta K_{Iy}}{\alpha r_y} + \frac{\Delta U_r \Delta K_{Iy}}{\alpha r_y} - \frac{E_0 \Delta K_{Icm}}{\beta r_{cm}} \right) + \frac{\sqrt{3}r_h \Delta U_r}{x_\mu}, \quad (5)$$

где

$$\Delta U_H = U_H - U_{H0}.$$

Поскольку

$$\Delta U_r = U_r - E_0 = \frac{U_c - K_E E_0}{K_E}; \quad U_c^* = \frac{U_c}{K_E E_0},$$

где  $K_E = \sqrt{6}$  — коэффициент преобразования выпрямителя по напряжению, то

$$(T_{MY}p+1)\Delta U_H = \frac{2\sqrt{6}r_h E_0}{\pi} \left[ \frac{2K_{Iy0}}{r_y \alpha} (\dot{U}_c^* - 1) + \frac{K_{Iy0}}{r_y \alpha} (\dot{U}_c^* - 1)^2 - \frac{K_{Icm0}}{r_{cm} \beta} (\dot{U}_c^* - 1) \right] + \frac{\sqrt{3}r_h E_0}{x_\mu} (\dot{U}_c^* - 1). \quad (6)$$

Уравнения угольного регулятора напряжения ( $PUG$ ) [Л. 5], обмотка электромагнита которого является нагрузкой  $MY$ , а угольный столб включен последовательно с обмоткой возбуждения генератора, имеют вид:

$$mp^2 \Delta x + (K_M - K_\delta) \Delta x = K_\delta \Delta i_3;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

$$L_3 p \Delta i_3 + r_3 \Delta i_3 = \Delta U_3 - Sp \Delta x + Mp \frac{i_{b0} \Delta R_{yg}}{r_{b0}(1 + T_b p)}; \quad (7)$$

$$\Delta R_{yg} = K_R \Delta x,$$

где  $m$  — общая масса подвижных частей  $PUG$ , приведенная к якорю электромагнита;  $M$  — коэффициент взаимоиндукции стабилизирующего трансформатора;  $i_{b0}$  — ток возбуждения генератора в установившемся режиме;  $r_{b0}$  — сопротивление цепи возбуждения генератора;  $R_{yg}$  — сопротивление угольного столба  $PUG$ ;  $T_b$  — постоянная времени цепи возбуждения генератора;  $L_3$ ,  $r_3$ ,  $U_3$ ,  $i_3$  — индуктивность, активное сопротивление, напряжение и ток электромагнита  $PUG$ ;  $\Delta x$  — перемещение угольного столба  $PUG$ ;  $K_M$ ,  $K_\delta$ ,  $K_R$  — коэффициенты усиления  $PUG$ .

Для экспоненциального [Л. 1 и 2] нерегулируемого зарядного процесса имеем:

$$(\tau p + 1) U_c = K_E e_0, \quad (8)$$

где  $\tau$  — постоянная времени зарядного процесса;  $e_0$  — мгновенное значение э. д. с. генератора.

Полагая  $\Delta U_H = \Delta U_3$ ,  $r_h = r_3$  и принимая в качестве базисных величин

$$U_{c, \text{баз}} = K_E E_0 = K_1 i_{b0}, \quad i_{3, \text{баз}} = i_{30} = \frac{E_0}{r_3},$$

$$x_{\text{баз}} = x_0, \quad i_{b, \text{баз}} = i_{b0} \text{ и } U_{3, \text{баз}} = E_0,$$

можно представить уравнения регулятора напряжения генератора в относительной безразмерной форме, которые более удобны при обобщенных исследованиях влияния различных параметров системы на зарядный процесс. При этом полная ма-

тематическая модель регулятора генератора преобразователя в соответствии с (6)–(8) в режиме форсированного регулирования зарядного цикла с начальными условиями  $\dot{U}_c(0)=0$  и  $\dot{i}_b(0)=1$  будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} (\tau p + 1) \dot{U}_c^* &= K_E \dot{i}_b^*; \\ \dot{i}_b^* &= 1 - \frac{\Delta R_{y_r}^*}{1 + T_s p}; \\ (T_m^2 p^2 + \dot{K}_x) \Delta x^* &= \dot{K}_x \Delta i_b^*; \\ (T_a p + 1) \Delta i_b^* &= \Delta U_a - T_s p \Delta x^* + T_c \frac{p \Delta R_{y_r}^*}{1 + p T_b}; \\ \Delta R_{y_r}^* &= \dot{K}_R \Delta x^*; \\ (T_M y p + 1) \Delta \dot{U}_a &= B_1 (\dot{U}_c^* - 1) + B_2 (\dot{U}_c^* - 1)^2, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} T_m &= \sqrt{m x_0}; \quad \dot{K}_x = (K_m - K_d) x_0; \\ \dot{K}_x &= K_x \frac{E_0}{r_{b0}}; \quad T_s = \frac{S x_0}{E_0}; \quad T_c = \frac{M}{K_1}; \\ \dot{K}_R &= \frac{K_R x_0}{r_{b0}}; \quad \dot{i}_b^* = \frac{i_b}{r_{b0}}; \quad \Delta R_{y_r}^* = \frac{\Delta R_{y_r}}{r_{b0}}; \\ \Delta x &= \frac{\Delta x}{x_0}; \quad \Delta i_b^* = \frac{\Delta i_b r_{b0}}{E_0}; \quad \Delta \dot{U}_a = \frac{\Delta U_a}{E_0}; \\ B_1 &= r_a \left( \frac{4 \sqrt{6}}{\pi} \frac{K_{Iy0}}{r_{y\alpha}} - \frac{2 \sqrt{6}}{\pi} \frac{K_{Icm0}}{r_{cm\beta}} + \frac{\sqrt{3}}{x_\mu} \right); \\ B_2 &= \frac{2 \sqrt{6}}{\pi} K_{Iy0} \frac{r_b}{r_{y\alpha}}. \end{aligned}$$

При использовании электромашинных преобразователей в качестве импульсных источников с емкостным накопителем энергии регуляторы частоты оказываются в необычных условиях, и исследование их роли в однократном зарядном цикле и в циклическом режиме «заряд — разряд» представляет как теоретический, так и практический интерес.

Исследование влияния регулятора частоты на скорость вращения преобразователя в процессе

однократного зарядного цикла позволяет установить влияние регулятора на время зарядного процесса  $t_3$  и на среднезарядную мощность

$$P_{cp} = \frac{c U_{cp}^2}{2 t_3}.$$

Кроме того, важно определить средний уровень скорости вращения преобразователя с регулятором частоты в циклическом режиме «заряд — разряд». Для этих исследований математически необходимо описать регулятор частоты в специфических условиях работы. В соответствии с блок-схемой (рис. 1) и принципиальной схемой регулятора частоты (рис. 2) измерительным органом частоты статического регулятора является резонансный контур, работающий в условиях промодулированного напряжения питания. Усилительным органом является магнитный усилитель, включенный на активно-индуктивную нагрузку в виде управляющей обмотки двигателя преобразователя и также работающий в условиях промодулированного напряжения питания, аналогично магнитному усилителю регулятора форсированного возбуждения.

В условиях неизменного напряжения питания в соответствии с амплитудно-частотной характеристикой резонансного контура его представляют безынерционным относительно частоты звеном вида:

$$\Delta U_{izm} = K_{izm} \Delta \omega_{c,r}, \quad (10)$$

где  $\Delta U_{izm}$  — изменение напряжения на выходе резонансного контура (управляющей обмотки МУ);  $\Delta \omega_{c,r}$  — изменение скорости вращения двигателя преобразователя (частоты генератора);  $K_{izm} = \text{const}$  — коэффициент усиления резонансного контура.

В условиях же промодулированного напряжения питания коэффициент усиления в соответствии с характеристиками на рис. 3, а становится функцией напряжения питания. Если представить зависимость (рис. 3, б)  $K_{izm}$  линейной функцией напряжения генератора (или напряжения на емкостном накопителе энергии), что подтверждается экспери-

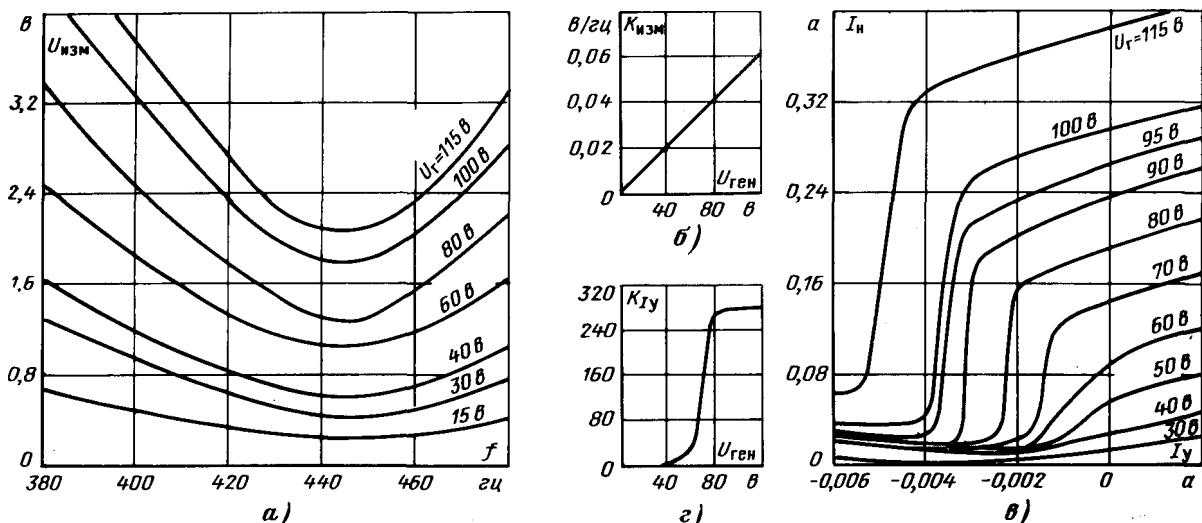


Рис. 3. Вологодская областная научная библиотека

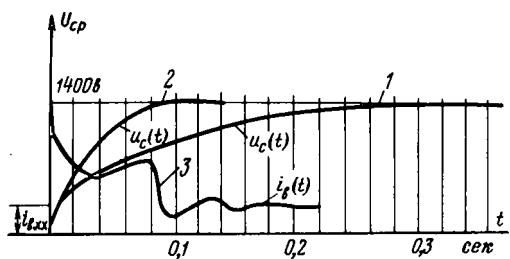


Рис. 4.

ментом, то

$$\Delta U_{изм} = K_{изм0} \Delta U_r \Delta \omega_{с.г.} = -\frac{K_{изм0}}{E_0} \left( \frac{K_E E_0 - U_C}{K_E} \right) \Delta \omega_{с.г.} \quad (11)$$

Напряжение  $\Delta U_{изм}$  является управляющим сигналом магнитного усилителя регулятора частоты.

Тогда с учетом (11) уравнение магнитного усилителя регулятора частоты в соответствии с выводом, аналогичным выводу уравнения МУ регулятора напряжения в относительной безразмерной формуле, запишется в виде:

$$(T_{My} p + 1) \Delta \dot{U}_y^* = c_1 [U_C^* (\Delta \omega_{с.г.} + 1) - 1] + c_2 (U_C^* - 1), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta U_y &= \Delta U_h; \quad \Delta \dot{U}_y^* = \frac{\Delta U_y}{E_0}; \quad \Delta \omega_{с.г.}^* = \frac{\Delta \omega_{с.г.}}{\omega_{баз}}; \\ \omega_{баз} &= \omega_0 = 2\pi f; \\ c_1 &= \frac{r_y}{r_k} K_{изм0} K_{I0} \omega_0; \quad c_2 = \frac{r_y}{x_\mu}; \end{aligned}$$

$r_y, r_k$  — сопротивления обмотки управления двигателя и обмотки МУ, к которой подключен резонансный контур.

На рис. 4 (кривая 1) приведена рассчитанная в соответствии с уравнением (8) зарядная кривая  $\dot{U}_C^*(t)$  нерегулируемого зарядного процесса емкостного накопителя  $C = 500 \text{ мкФ}$  от трехфазного синхронного генератора преобразователя мощностью 5 000 вт через полупроводниковый выпрямитель с расчетной постоянной времени  $\tau = 0,11 \text{ сек}$  и там же приведен форсированный в соответствии с (9) зарядный процесс:  $\dot{U}_C(t)$ ,  $i_v(t)$  (кривые 2 и 3 соответственно) того же накопителя от преобразователя

с типовым регулятором напряжения (угольный регулятор Р-25В; МУ типа ДО-12-25А с характеристиками согласно рис. 3,в). При этом среднезарядная мощность повышается приблизительно в 3 раза.

В циклическом процессе «заряд — разряд» средняя скорость вращения приводного двигателя преобразователя с типовым регулятором частоты (МУ типа ДО-26-250), рассчитанная в соответствии с (12), также повышается приблизительно на 10%. Расчетные кривые зарядного процесса и скорости вращения приводного двигателя преобразователя достаточно близки к экспериментальным, полученным с применением типовых регуляторов частоты и напряжения преобразователя.

**Выводы.** 1. Полученные уравнения типовых регуляторов преобразователей на магнитных элементах, составленные с учетом промодулированного напряжения генератора, позволяют математически моделировать зарядные процессы при импульсной нагрузке с применением аналоговых вычислительных машин.

2. Типовой регулятор напряжения преобразователя, предназначенный для стабилизации напряжения на статическую нагрузку, позволяет форсировать зарядный процесс, повышая среднезарядную мощность приблизительно в 3 раза и может с успехом применяться при импульсной нагрузке без модификации.

3. Средний уровень скорости вращения с типовым регулятором скорости (частоты) при циклической нагрузке примерно на 10% выше уровня скорости без регулятора, что способствует повышению среднезарядной мощности.

## ЛИТЕРАТУРА

- Бертинов А. И., Мизюрин С. Р. и др., Энергетика процесса заряда конденсатора от генератора переменного тока, «Электричество», 1967, № 8.
- Бертинов А. И., Мизюрин С. Р. и др., К расчету главных размеров синхронного генератора, работающего на импульсную нагрузку, «Электричество», 1968, № 12.
- Бертинов А. И., Мизюрин С. Р. и др., Повышение степени использования синхронного генератора, работающего через выпрямитель на импульсную нагрузку, «Электричество», 1969, № 8.
- Розенблат М. А., Магнитные усилители, «Советское радио», 1960, т. 2.
- Кулебакин В. С. и др., Электроснабжение самолетов, Оборонгиз, 1956.

[12.5.1971]



## Планирование эксперимента при решении задач электромеханики

Инженеры М. М. ДМИТРИЕВ и Н. Л. КУЗНЕЦОВ  
Московский энергетический институт

При проведении исследовательских работ в области электромеханики рассматривают часто не сам процесс, а его теоретическую модель, представляющую собой систему дифференциальных уравнений, описывающих поведение любой электрической машины или электромеханической системы с достаточной для практических целей точностью. Такая теоретическая модель универсальна, отличается широким диапазоном адекватности и позволяет проводить исследования, осуществление которых на действующих объектах было бы невозможно.

Однако, несмотря на все свои преимущества, теоретическая модель обладает рядом существенных недостатков. В том случае, когда для получения теоретической модели используется средняя или малая ЦВМ, недостаточное ее быстродействие приводит к увеличению машинного времени, а малая емкость оперативного запоминающего устройства не дает возможности автоматизировать поиск оптимального решения. По мере усложнения задачи большое количество времени тратится на ввод и вывод информации, построение же графиков требует специальных выводных устройств.

Если решение системы дифференциальных уравнений производится на АВМ, то существуют погрешности, относительная величина которых может достигать 10%. Причем с увеличением времени решения погрешности существенно возрастают. Малая приспособленность АВМ к выполнению логических операций приводит к тому, что при решении задач оптимизации расчет пробных и рабочих шагов производится вручную, а всякая вариация параметров теоретической модели и обработка результатов моделирования при каждом отдельном эксперименте связана со вспомогательными расчетами, которые занимают много времени.

Учитывая высокую стоимость машинного времени и трудоемкость расчетов, связанных как с моделированием сложных процессов на вычислительных машинах, так и с обработкой большого количества экспериментальных данных, целесообразно использовать математические методы оптимизации процесса исследования. Одним из методов повышения эффективности и сокращения времени проведения опытов является аппарат планирования эксперимента. Ниже рассматриваются некоторые примеры применения метода планирования эксперимента для решения ряда задач электромеханики.

Исследуется двухфазный асинхронный исполнительный двигатель  $P = 180 \text{ вт}$  с параметрами:  $R^s = 16,6 \text{ ом}$ ;  $R^r = 20 \text{ ом}$ ;  $I_g^s = 0,0312 \text{ гн}$ ;  $I_g^r = 0,00335 \text{ гн}$ ;  $L_m = 0,995 \text{ гн}$ ;  $J = 0,00021 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$ , где  $R^s$ ,  $R^r$  — активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $I_g^s$ ,  $I_g^r$  — индуктивные сопротивления рассеяния обмоток статора и ротора;  $L_m$  — индуктивное сопротивление воздушного зазора;  $J$  — момент инерции ротора.

Параметры исполнительного асинхронного двигателя  $R^s$ ,  $R^r$ ,  $I_g^s$ ,  $I_g^r$ ,  $L_m$  меняются в пределах  $\pm 20\%$  от номинальных значений. Кроме того, на исследуемый двигатель подается либо синусоидальное напряжение питания, либо напряжение питания несинусоидальной формы, причем амплитуда 1-й гармоники несинусоидального напряжения равна амплитуде синусоидального напряжения  $U_1 = U_{\sim}$ . Напряжение несинусоидальной формы представляется в виде суммы гармонических составляющих

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots},$$

где  $U$  — действующее значение несинусоидального напряжения;  $U_1$  — действующее значение 1-й гармоники с  $f = 50 \text{ гц}$ ;  $U_3$  — действующее значение 3-й гармоники с  $f = 150 \text{ гц}$ ;  $U_5$  — действующее значение 5-й гармоники с  $f = 250 \text{ гц}$ .

Для анализа процесса электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе необходимо из совокупности изменяющихся параметров и гармоник питающего

напряжения выделить факторы и их парные взаимодействия, которые оказывают наиболее заметное влияние на исследуемую величину или величины, т. е. произвести ранжировку эффектов.

В качестве исследуемых величин (целевых функций) выбраны показатели, характеризующие динамические и статические характеристики машины: величина ударного тока двигателя  $I_{уд}$ , ударного момента  $M_{уд}$  и амплитуда установившегося тока статора  $i_{m \text{ уст}}$ .

Поскольку среди большого числа подозреваемых эффектов имеются лишь несколько существенных, а все остальные могут быть признаны незначимыми и отнесены к «шумовому» полю, для решения данной задачи применяется один из методов планирования эксперимента — метод случайного баланса [Л. 1]. Матрица планирования для проведения отсеивающих экспериментов (табл. 1) составлена путем случайного

Таблица 1

№ опыта	Матрица планирования $X$							Вектор наблюдений $\eta$		
	$x_1$ $U_3$	$x_2$ $U_5$	$x_3$ $R^r$	$x_4$ $R^s$	$x_5$ $I_g^s$	$x_6$ $I_g^r$	$x_7$ $L_m$	$I_{уд}$ $\alpha$	$M_{уд}$ $kg \cdot m$	$i_{m \text{ уст}}$ $\alpha$
1	+	—	+	+	—	+	—	6,7	0,627	1,54
2	—	—	—	+	—	—	—	8,18	0,566	1,08
3	+	—	—	—	+	+	—	9,20	0,784	1,53
4	—	+	+	—	+	+	—	8,22	0,782	1,17
5	+	+	+	+	—	—	+	6,44	0,640	1,49
6	+	+	—	—	+	—	+	9,03	0,841	1,47
7	—	+	+	+	+	—	+	6,81	0,587	0,726
8	—	+	—	—	—	+	+	9,58	0,826	0,855

+ — верхний уровень варьирования факторов;  
— — нижний уровень варьирования факторов.

перемешивания строк планов полного факторного эксперимента типа  $2^3$  и дробного факторного эксперимента типа  $2^{4-1}$ , полученных для двух групп исследуемых факторов

$$U_s, R^s, L_m \text{ и } U_5, R^r, I_g^s, I_g^r.$$

Проведение эксперимента по данному плану позволяет при наличии априорной информации об исследуемом процессе с достаточной для первого этапа исследований чувствительностью выделять факторы и парные взаимодействия, которые следует учитывать в первую очередь.

По результатам эксперимента последовательно строят ряд диаграмм рассеивания (рис. 1 и 2), по которым из визу-

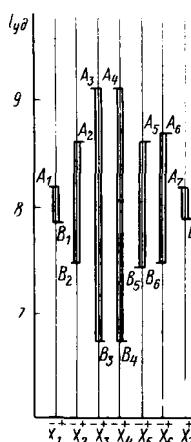


Рис. 1.

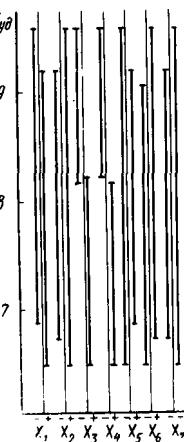


Рис. 2.

ального сравнения вкладов  $A_i B_i$  выделяются существенные факторы и парные взаимодействия. Из диаграммы рис. 1 следует, что наибольшее влияние на величину ударного тока статора оказывает изменение значений активного сопротивления статора  $R^s$  и активного сопротивления ротора  $R^r$ . Из парных взаимодействий (рис. 2) следует учитывать в первую очередь эффект  $U_3 U_5$ . Аналогично определяются существенные факторы, оказывающие влияние на величину  $M_{уд}$ :  $R^s$ ,  $U_5$  и взаимодействие  $U_3 U_5$  и на величину  $i_m$  уст:  $U_3$ ,  $L_m$  и взаимодействие  $U_3 L_m$ .

Таким образом, с помощью лишь восьми опытов из семи факторов и двадцати одного парного взаимодействия выделены существенные пять факторов и три парных взаимодействия. Кроме этого, сведения, полученные в результате постановки опыта по методу случайного баланса, позволяют подойти более обоснованно к выбору плана эксперимента для получения математической зависимости между выделенными факторами и целевыми функциями [Л. 2].

Чтобы оценить независимо влияние каждого существенного фактора и парных взаимодействий на целевые функции, можно воспользоваться дробным экспериментом  $2^{5-1}$ , реализация которого дает возможность записать результат опытов в виде полиномов первой степени.

$$\begin{aligned} M_{уд} = & 0,63 + 0,017U_3 + 0,012U_5 + 0,009R^r - \\ & - 0,095R^s + 0,031L_m - 0,015U_3U_5 - 0,009R^sL_m; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} I_{yx} = & 7,92 - 0,19U_3 + 0,075U_5 - 0,6R^r - 0,602R^s - \\ & - 0,1U_3U_5 - 0,06U_3L_m + 0,07R^sR^r; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} i_{myct} = & 1,45 + 0,37U_3 + 0,057U_5 - 0,01R^r - \\ & - 0,01R^s - 0,1L_m - 0,015U_3U_5 - 0,012U_3R^r - \\ & - 0,013U_3R^s + 0,016U_3L_m - 0,003U_5R^s + \\ & + 0,01U_5L_m - 0,007R^sR^r - 0,003R^rL_m - 0,004R^sL_m. \end{aligned} \quad (3)$$

Данный полином адекватно описывает исследуемое факторное пространство. Кроме того, подобная форма записи позволяет количественно оценить влияние каждого параметра на целевую функцию и удобна для проведения дальнейших исследований.

Однако при решении некоторых задач электромеханики представление результатов исследования в виде полинома первой степени неадекватно, поэтому приходится переходить к более сложной форме уравнения связи, т. е. повышать степень аппроксимирующего полинома.

В качестве примера рассмотрим исследование замкнутой системы дроссельного электропривода с обратными связями по току и напряжению, принципиальная блок-схема которого приведена на рис. 3. Считаем, что в рассматриваемой системе переменными факторами являются коэффициенты обратной связи по току  $k_t$  и напряжению  $k_u$ , которыми можно варьировать при проведении эксперимента ( $k_t$  изменяется от 2,4 до 3,0;  $k_u$  от 1,5 до 1,8). Целевыми функциями служат время разбега  $t_p$  и падение скорости  $\Delta n$  с увеличением нагрузки. В результате эксперимента необходимо получить адекватное описание области исследования и определить значения факторов, при которых целевые функции  $t_p$  и  $\Delta n$  принимают экстремальные значения.

Воспользуемся для решения данной задачи ортогональным центральным композиционным планированием второго порядка [Л. 1]. Ортогональная матрица планирования для двух факто-

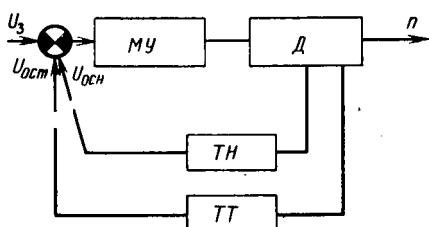


Рис. 3. Принципиальная блок-схема исследуемой системы.

TT — трансформатор тока обратной связи по току; TH — трансформатор напряжения обратной связи по напряжению;  $U_3$  — задающий сигнал;  $U_{o.c.s}$  — сигнал обратной связи по напряжению;  $U_{o.c.t}$  — сигнал обратной связи по току; МУ — магнитный усилитель; Д — асинхронный двигатель.

Таблица 2

№ опыта	Матрица планирования $x$						Вектор наблюдений $\eta$	
	$x_0$	$x_1$ ( $k_u$ )	$x_2$ ( $k_t$ )	$x_3$ ( $x_1 x_2$ )	$x_4$ ( $x_1^2 - 0,666$ )	$x_5$ ( $x_2^2 - 0,666$ )	$\eta_1$ ( $t_p$ )	$\eta_2$ ( $\Delta n$ )
1	+1	-1	-1	+1	0,333	0,333	90,0	79,0
2	+1	+1	-1	-1	0,333	0,333	150,0	93,0
3	+1	-1	+1	-1	0,333	0,333	91,8	58,3
4	+1	+1	+1	+1	0,333	0,333	82,2	70,0
5	+1	-1	0	0	0,333	0,333	86,7	61,8
6	+1	+1	0	0	-0,666	-0,666	104,0	68,3
7	+1	0	-1	0	-0,666	0,333	140,0	100,0
8	+1	0	+1	0	-0,666	0,333	98,5	60,5
9	+1	0	0	0	-0,666	-0,666	101,1	66,2

ров, результаты опытов и значения коэффициентов полинома приведены в табл. 2. Все значения факторов даются в кодированных единицах вычислительных машин.

Полиномы для  $\Delta n$  и  $t_p$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta n = & 67,73 + 5,37x_1 + 18,5x_2 - 0,575x_1x_2 - \\ & - 3,6x_1^2 + 11,5x_2^2; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} t_p = & 105,5 + 11,5x_1 + 17,75x_2 - 17,2x_1x_2 - \\ & - 12,5x_1^2 + 11,75x_2^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициенты полинома рассчитываются по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} \eta_{iu}}{\sum_{iu} x_{iu}^2},$$

где  $x_{iu}$  — факторы;  $\eta_{iu}$  — значение выхода в каждом из опытов;  $u$  — номер опыта.

Проверка адекватности представления результатов исследования полиномом второго порядка производилась с помощью  $F$  критерия [Л. 3].

Чтобы найти экстремальные значения целевых функций, проведем анализ уравнений регрессии (4) и (5). Анализ уравнений начнем с характеристики  $\Delta n$ . Приравнивая частные производные нулю, находим координаты центра  $x_1^0 = 0,695$ ;  $x_2^0 = 0,62$ , которые показывают, что экстремальная точка лежит в определяемом факторном пространстве. Перенос осей координат позволяет избавиться от линейных членов

$$\Delta n = 65,333 - 0,575\bar{x}_1\bar{x}_2 - 3,6\bar{x}_1 + 11,5\bar{x}_2, \quad (6)$$

где

$$\bar{x}_1 = x_1 - 0,695 \text{ и } \bar{x}_2 = x_2 - 0,62.$$

Поворот координатных осей на  $\theta = 1^\circ$  приводит уравнение (6) к каноническому виду:

$$\Delta n = 65,3 = 3,5968x_1^2 + 11,5052x_2^2.$$

Поверхность отклика представляет собой гиперболический параболоид. Контуры кривые гиперболы, вытянутые на оси  $x_1$ , центр фигуры — точка типа минимакс.

Оптимальной жесткости системы (минимальное падение скорости) будет соответствовать точка факторного пространства, расположенная на границе, с координатами  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 0,6$ . Падение скорости при этом равно  $\Delta n_{min} = 55,5\%$ .

Аналогичным путем производится анализ полинома и для времени разбега, в результате которого получаем координаты центра фигуры:

$$x_1^0 = -0,039; \quad x_2^0 = 0,726;$$

канонический вид уравнения:

$$t_p = 83,645 = -15,18x_1^2 + 14,4x_2^2.$$

Поверхность отклика представляет собой гиперболический параболоид. Центр фигуры — точка типа минимакс не является точкой оптимума. Оптимальной будет точка, соответ-

# Магнитное поле зазора в продольном сечении электрических машин с учетом технологических отклонений

Инж. Ф. П. ДАДИВАНЯН и канд. техн. наук А. А. ТЕРЗЯН  
Ереван

Воздушный зазор в электрических машинах является важным параметром, влияющим на коэффициент мощности и к. п. д., на состав высших гармонических составляющих в магнитных полях, в токах и т. д. В то же время этот размер получается обычно в производстве как замыкающее звено сложных размерных цепей, в результате чего при небольшом своем абсолютном значении подвержен большим относительным колебаниям. Специфичны отклонения, вызывающие так называемую гребенчатость одной из необрабатываемых поверхностей (обычно внутренней поверхности статора). Это отклонение внутреннего диаметра листа статора в штампе  $D_3$  и диаметра оправки  $D_1$ , на которой шихтуются и скрепляются в пакет листы статора. Воздушный зазор образуется разрывом, промежуточным между  $D_1$  и  $D_3$ , и наружным диаметром  $D_2$ .

В настоящей статье ставится задача определения среднего эффективного значения воздушного зазора для электрических машин с конструктивно малым зазором и необрабатываемой поверхностью шихтованного статора или ротора (асинхронные двигатели, индукторные генераторы и др.).

В осевом сечении воздушный зазор образуется прямой линией (ротор) и ступенчатой фигуры (статор), образованной случайным смещением каждого листа статора относительно соседнего. Такой зазор можно представить в виде ступенчатой области, образованной из элементарных областей (рис. 1), со случайным образом распределенными по длине машины размерами  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

**Определение магнитного поля.** Для определения магнитного поля в осевом сечении зазора по всей длине достаточно знать распределение потока для элементарной области (рис. 1) при различных значениях  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . Суммарный поток зазора будет определяться суммой потоков отдельных элементарных областей.

При постановке задачи примем, что магнитная цепь машины не насыщена, задача — двумерная.

Магнитное поле в зазоре (рис. 1) при заданных граничных условиях описывается уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

где  $U$  — скалярный магнитный потенциал.

Для удобства задания граничных условий рассмотрим вместо рис. 1 идентичную симметричную область, представленную на рис. 2. При этом влиянием соседних областей на распределение потока в элементарной области пренебрегаем. Погрешность такого допущения невелика (см. приложение I).

Пусть для области  $abdc$  (рис. 2) заданы потенциалы всех точек границы:  $U_{ab}=1000$ ;  $U_{cd}=0$ ;  $U_{ac}=U_{bd}$ .

ствующая минимальному времени разбега двигателя, которая также расположена на границе области и имеет координаты  $x_1=-1.0$ ;  $x_2=0.5$ . При этом  $t_p \text{ min}=68.2$ .

Обычно в случае исследования объекта с двумя параметрами оптимизации для нахождения условного экстремума однной функции при наложении со стороны другой функции используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Применять подобный метод в данном случае нет необходимости, так как точки оптимума для двух параметров оптимизации ( $t_p$  и  $\Delta n$ ) имеют лишь незначительное расхождение по оси  $x_2$ .

Итак, в результате исследования замкнутой системы методом планирования эксперимента в заданных диапазонах варьирования факторов удалось найти сочетания параметров  $x_1$  и  $x_2$ , обеспечивающие оптимальные значения одного из основных динамических показателей ( $t_p \text{ min}=78.2$ ) и статического показателя системы ( $\Delta n \text{ min}=57.5$ ), которые до проведения факторного эксперимента были равны:  $t_p=101.1$ ,  $\Delta n=66.2$ .

**Выводы.** 1. Исследование асинхронного двигателя и замкнутой системы «магнитный усилитель — двигатель» показало,

Требуется найти распределение потенциалов внутри области, удовлетворяющее (1).

Аналитического решения поставленной задачи, доведенного до простых расчетных формул, не имеется. Имеющиеся же решения конформным отображением выполнены для задач с рядом упрощающих допущений, в частности, при бесконечно глубоких пазах, а также пазах конечной глубины, но при бесконечной ширине зубца и паза.

Задачу решаем конечно-разностным методом с использованием ЦВМ. Для этого исследуемую непрерывную область дискретизируем квадратной сеткой с шагом  $h=0.05b$ . Конечно-разностные уравнения составим на основе «девятиточечной» аппроксимации уравнения Лапласа:

$$4(U_1 + U_2 + U_3 + U_4) + (U_5 + U_6 + U_7 + U_8) - 20U_0 = 0, \quad (2)$$

где  $U_0, U_1, U_2, \dots$  — потенциалы в узлах сетки (рис. 3). Решив методом итераций  $m$  уравнений (2) с  $m$  неизвестными, получаем окончательное распределение потенциалов с заданной точностью. Затем производим численное дифференцирование в точках, лежащих на оси  $x$  (рис. 2):

$$U'_1 = \frac{\partial U_1}{\partial y} = \frac{1}{2h} (-U_0 + U_2), \quad (3)$$

где  $U_0, U_2$  — значения потенциалов в точках по оси  $x$ . Интегрируя нормальные производные в точках по оси  $x$  на отрезке  $2b$ , получим искомый поток:

$$\Phi_{cd} = \int_0^{2b} \frac{\partial U}{\partial y} dx = \frac{b}{3n} (U'_0 + 4U'_1 + 2U'_2 + \dots + 4U'_{2n-1} + U'_{2n}). \quad (4)$$

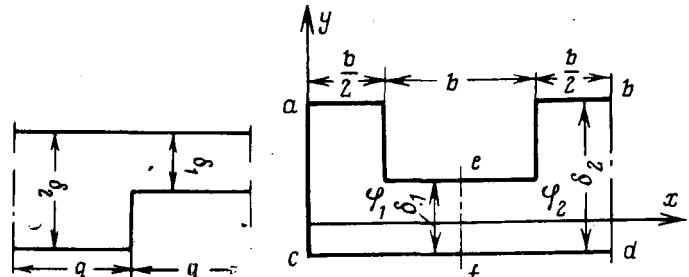
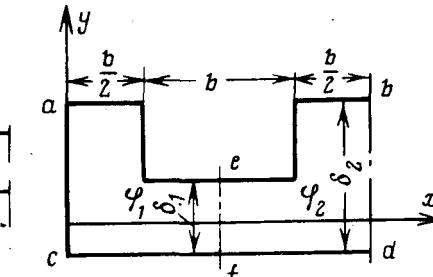


Рис. 1.



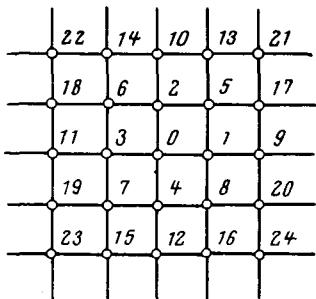


Рис. 3.

Здесь  $U'_0, U'_1, U'_2, \dots$  — производные в точках на оси  $x$ ,  $2n$  — число точек в промежутке  $2b$ .

Задача решалась для областей с относительными размерами  $\delta_1/b$  от 0,1 до 2 и  $\delta_2/b$  от 0,2 до 1,6, что охватывает достаточно широкий диапазон технологических отклонений. Наибольшая ошибка расчета магнитного поля не превышает 0,33% (см. приложение I).

Результаты решения задачи представлены на рис. 4.

**Определение эффективного воздушного зазора.** Аппроксимация полученных кривых (рис. 4) дает для потока через воздушный зазор рис. 2 с точностью до 1% следующее выражение:

$$\Phi = \frac{1}{2} \mu_0 b F_\delta \left( \frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} \right) \times \\ \times \left[ 1 + 0,45 \sqrt[5]{\frac{(\delta_1 - \delta_2)^8}{b^4 \delta_2^4}} \right]. \quad (5)$$

Переходя ко всей машине, значение воздушного зазора в любой точке

$$\delta = \frac{1}{2} (D_1 - D_2) + \frac{1}{2} B \cos \theta + \delta', \quad (6)$$

где  $B$  — биение поверхности ротора относительно поверхности шихтовочной оправки;  $\theta$  — угловое расстояние рассматриваемой точки от точки наибольшего смещения ротора от оправки;  $\delta'$  — зазор между листом статора и оправкой в данной точке.

При любом заданном  $\theta$   $\delta'$  может изменяться у разных листов от нуля до  $\Delta = D_3 - D_1$ . Нет никаких причин, из-за которых какие-либо значения  $\delta'$  следует предпочитать остальным, поэтому любые значения  $\delta'$  в указанных пределах следует считать равновероятными. Исходя из этих соображений можно найти среднее значение воздушного зазора при заданном  $\theta$ , для чего нужно проинтегрировать (5) по  $\delta_1$  и  $\delta_2$  от 0 до  $\Delta$ . Выражение (5) без числа в квадратных скобках очень приближенно, а интегрирование полного выражения в конечном виде невозможно, поэтому лучше выполнить численное интегрирование.

Составив из общей расчетной таблицы частные таблицы для разных значений  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , выполнив дважды суммирование по Симпсону и аппроксимировав результаты, получим для среднего значения воздушного зазора по длине машины:

$$\delta_{av} = \frac{\Delta}{\ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_{min}} \right)} \left( 1 - 0,02 \frac{\Delta}{\delta_{min}} \right), \quad (7)$$

где

$$\delta_{min} = \frac{1}{2} (D_1 - D_2) + \frac{1}{2} B \cos \theta = \delta_0 + a \cos \theta.$$

Последним сомножителем выражения (7) обычно можно пренебречь.

Для определения среднего эквивалентного воздушного зазора всей машины следует проинтегрировать выражение для  $1/\delta_{av}$  от 0 до  $2\pi$  и поделить на  $2\pi$ . Опуская промежуточные действия и обозначив

$$\lambda = \frac{\Delta}{\delta_0}, \quad b = \frac{a}{\delta_0} \quad \text{и} \quad c = \frac{b}{1 + \lambda},$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

получим (см. приложение II):

$$\frac{1}{\delta_0} = \frac{1}{2\pi\Delta} \int_0^{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_0 + a \cos \theta} \right) d\theta = \\ = \frac{1}{4\pi\Delta} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \left\{ (1 + \lambda)^8 \times \right. \\ \left. \times \frac{(1 - c^2)^2 + \frac{c^4}{4} (1 - c^2) + \frac{c^8}{64} \sin^2 \varphi}{(1 - b^2)^2 + \frac{b^4}{4} (1 - b^2) + \frac{b^8}{64} \sin^2 \varphi} \right\} d\varphi \approx \\ \approx \frac{1}{\Delta} \ln \left[ (1 + \lambda) \sqrt[8]{\frac{(1 - c^2) \left( 1 - c^2 + \frac{c^4}{4} \right)}{(1 - b^2) \left( 1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \right)}} \right] \\ (\text{для } b \leqslant 0,8).$$

Итак, эквивалентный воздушный зазор асинхронной машины

$$\delta_0 = \frac{D_3 - D_1}{\ln \left[ (1 + \lambda) \sqrt[8]{\frac{(1 - c^2) (1 - c^2 + 0,25c^4)}{(1 - b^2) (1 - b^2 + 0,25b^4)}} \right]}, \quad (8)$$

где

$$\lambda = 2 \frac{D_3 - D_1}{D_1 - D_2}; \quad b = \frac{B}{D_1 - D_2}; \quad c = \frac{b}{1 + \lambda}.$$

При эксцентрикитетах воздушного зазора до 40% ( $b \leqslant 0,4$ ):

$$\delta_0 = \frac{D_3 - D_1}{\ln \left[ (1 + \lambda) \sqrt[4]{\frac{1 - c^2}{1 - b^2}} \right]}. \quad (9)$$

Если нет гребенчатости ( $\lambda \rightarrow 0$ , см. приложение II):

$$\delta_0 = \frac{D_1 - D_2}{2} \frac{(1 - b^2)(1 - b^2 + 0,25b^4)}{(1 - 0,5b^2)(1 - b^2 + 0,125b^4)} \approx \\ \approx \frac{D_1 - D_2}{2} \frac{1 - b^2}{1 - 0,5b^2}. \quad (10)$$

При проектировании машин воздушный зазор можно рассчитывать по формулам (8), (9) или (10) по заданным технологическим допускам на основные размеры машины.

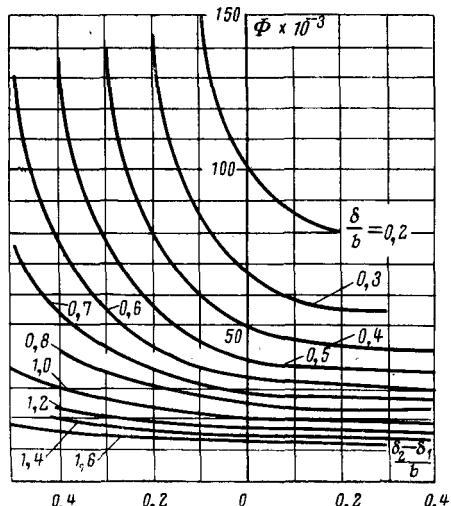


Рис. 4.



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \left[ \int_0^{\pi/2} \ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_0 + a \cos \theta} \right) d\theta + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\pi/2}^{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_0 + a \cos \theta} \right) d\theta \right] = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \left[ \int_0^{\pi/2} \ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_0 + a \cos \theta} \right) d\theta + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{\pi/2} \ln \left( 1 + \frac{\Delta}{\delta_0 - a \cos \theta} \right) d\theta \right] = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/2} \ln \left( \frac{\delta_0 + \Delta + a \cos \theta}{\delta_0 + a \cos \theta} \cdot \frac{\delta_0 + \Delta - a \cos \theta}{\delta_0 - a \cos \theta} \right) d\theta = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/2} \ln \left[ (1+\lambda)^2 \frac{1 - c^2 \cos^2 \theta}{1 - b^2 \cos^2 \theta} \right] d\theta = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^2 \frac{1 - c^2 \cos^2 \theta}{1 - b^2 \cos^2 \theta} \right] d\theta + \\
 &+ \frac{1}{\pi\Delta} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \ln \left[ (1+\lambda)^2 \frac{1 - c^2 \cos^2 \theta}{1 - b^2 \cos^2 \theta} \right] d\theta = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^2 \frac{1 - c^2 \cos^2 \theta}{1 - b^2 \cos^2 \theta} \right] d\theta + \\
 &+ \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^2 \frac{1 - c^2 \sin^2 \theta}{1 - b^2 \sin^2 \theta} \right] d\theta = \\
 &= \frac{1}{\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^4 \frac{1 - c + \frac{c^4}{4} \sin^2 2\theta}{1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \sin^2 2\theta} \right] d\theta = \\
 &= \frac{1}{2\pi\Delta} \int_0^{\pi/2} \ln \left[ (1+\lambda)^4 \frac{1 - c^2 + \frac{c^4}{4} \sin^2 \alpha}{1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \sin^2 \alpha} \right] d\alpha = \\
 &= \frac{1}{2\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^4 \frac{1 - c^2 + \frac{c^4}{4} \sin^2 \alpha}{1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \sin^2 \alpha} \right] d\alpha + \\
 &+ \frac{1}{2\pi\Delta} \int_0^{\pi/4} \ln \left[ (1+\lambda)^4 \times \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{1 - c^2 + \frac{c^4}{4} \cos^2 \alpha}{1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \cos^2 \alpha} \right] d\alpha = \frac{1}{4\pi\Delta} \int_0^{\pi/2} \ln \left[ (1+\lambda)^8 \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\times \frac{(1-c^2)^2 + \frac{c^4}{4}(1-c^2) + \frac{c^8}{64} \sin^2 \varphi}{(1-b^2)^2 + \frac{b^4}{4}(1-b^2) + \frac{b^8}{64} \sin^2 \varphi} \Bigg] d\varphi \approx \\
 &\approx \frac{1}{\Delta} \ln \left[ (1+\lambda) \sqrt[8]{\frac{(1-c^2)(1-c^2 + \frac{c^4}{4})}{(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}} \right].
 \end{aligned}$$

Если сделать еще один шаг, то получится:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\delta_0} &= \frac{1}{\Delta} \ln \left\{ (1+\lambda) \sqrt[16]{\frac{(1-c^2)(1-c^2 + \frac{c^4}{4})}{(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}} \times \right. \\
 &\times \left. \frac{\times \left[ (1-c^2)(1-c^2 + \frac{c^4}{4}) + \frac{c^8}{64} \right]}{\times \left[ (1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4}) + \frac{b^8}{64} \right]} \right\},
 \end{aligned}$$

однако точность предыдущей формулы вполне достаточна.

Вывод формулы (10)

$$\begin{aligned}
 \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{\delta_0} &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{D_1 - D_2}{2}} \times \\
 &\times \frac{\ln \left[ (1+\lambda) \sqrt[8]{\frac{(1-c^2)(1-c^2 + \frac{c^4}{4})}{(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}} \right]}{\lambda} = \\
 &= \frac{2}{D_1 - D_2} \times \\
 &\times \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{d}{d\lambda} \left\{ \ln \left[ (1+\lambda) \sqrt[8]{\frac{(1-c^2)(1-c^2 + \frac{c^4}{4})}{(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}} \right] \right\} = \\
 &\times \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{d}{d\lambda} (\lambda) = \\
 &= \frac{8(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}{\frac{D_1 - D_2}{2}(1-b^2)} \times \\
 &+ 2b^2 \left( 1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \right) + b^2(1-b^2)(2-b^2) = \\
 &\times \left( 1 - b^2 + \frac{b^4}{4} \right) = \\
 &= \frac{1}{\frac{D_1 - D_2}{2}} \frac{\left( 1 - \frac{b^2}{2} \right) \left( 1 - b^2 + \frac{b^4}{8} \right)}{(1-b^2)(1-b^2 + \frac{b^4}{4})}.
 \end{aligned}$$

[4.11.1970]



# Динамика электроприводов моталок при переходе от покоя к движению

Канд. техн. наук А. Н. ПОПОВ  
Липецк

Предлагаемый анализ динамики перехода от режима нахождения покоя к режиму ускорения привода моталки основан на общих закономерностях движения приводов моталок, установленных на базе экспериментальных исследований электромеханических процессов реверсивного стана холодной прокатки кварты 1200 [Л. 1—4]. Привод каждой моталки данного стана осуществляется через понижающий редуктор двумя двигателями (МП 12-38/8; 485 квт; 330 в; 1600 а; 330/1150 об/мин), включенными последовательно на напряжение генератора и управляемыми по системе Г—Д.

При разгоне стана электромагнитный момент приводного двигателя моталки  $M_{\text{эл}}$  уравновешивается следующими основными составляющими.

1. Динамическим моментом привода  $M_d$  [Л. 2] (в системе единиц МКГСС)

$$M_d = \frac{GD_d^2 2\pi a R_{\text{он}}}{60^2 g j^2} \cdot \frac{n}{v^2} + \frac{60 \gamma_{\text{рул}} b a R_{\text{он}}^2}{4g} \cdot \frac{v}{n} \pm \frac{60 \gamma_{\text{рул}} b k_n H}{4\pi g} \cdot \frac{v^2}{n}. \quad (1)$$

Здесь и далее верхний знак относится к приводу передней (тянущей) моталки, а нижний — к приводу задней (противодействующей) моталки. Обозначения величин:  $n$  — частота вращения двигателя моталки;  $v$  — линейная (мгновенная) скорость полосы;  $a$  — линейное ускорение полосы;  $j$  — передаточное отношение от вала двигателя к валу барабана моталки<sup>1</sup>;  $H$  — толщина полосы;  $k_n$  — коэффициент увеличения толщины;  $b$  — ширина полосы (рулона);  $R_{\text{он}}$  — начальный радиус рулона;  $\gamma_{\text{рул}}$  — удельная масса рулона.

2. Моментом на барабане моталки от натяжения полосы  $T$

$$M_{\text{нат}} = \frac{60}{2\pi} \cdot T \cdot \frac{v}{n}. \quad (2)$$

3. Моментом добавочных механических потерь [Л. 4]

$$\Delta M = \eta_D \left( \frac{60}{2\pi} T \frac{v}{n} \pm \frac{60 \gamma_{\text{рул}} b a R_{\text{он}}^2}{4g} \cdot \frac{v}{n} + \frac{60 \gamma_{\text{рул}} b k_n H}{4\pi g} \cdot \frac{v^2}{n} \right), \quad (3)$$

где  $\eta_D$  — коэффициент добавочных потерь.

4. Моментом механических потерь при холостом ходе [Л. 1]

$$M_{\text{мех. х. х.}} = M_0 + \operatorname{tg} \alpha_0 n, \quad (4)$$

где  $M_0$  — постоянная составляющая;  $\operatorname{tg} \alpha_0 = \text{const}$ .

5. Моментом потерь в стали двигателя [Л. 1]

$$M_{\text{ст}} = \frac{n \Phi A}{1 - \Phi^2 B}, \quad (5)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные;  $\Phi = \frac{\Phi}{\Phi_n}$  — долевое выражение магнитного потока  $\Phi$  относительно номинального  $\Phi_n$ .

В число составляющих электромагнитного момента двигателя моталки не включены моменты потерь на внутреннее трение от изгиба полосы и внешнее трение между витками рулона вследствие их малости при прокатке тонкого металла. По этой же причине не учитывается изменение момента трения в подшипниках моталки при колебании веса рулона во время намотки или размотки полосы. Однако при необходимости моменты потерь от изгиба полосы и изменения веса рулона могут быть определены по известным зависимостям [Л. 5].

Подставляя выражения (1)–(5) с учетом знаков в общее уравнение моментов привода [Л. 6], находим для режима разгона стана полное уравнение электромагнитного момента двигателя моталки, который при постоянном натяжении полосы и магнитном потоке ( $T = \text{const}$ ,  $\Phi = \text{const}$ ) будет являть-

ся функцией двух переменных — линейной скорости полосы  $v$  и частоты вращения привода  $n$ .

Для анализа этого уравнения в начальный момент разгона стана следует вместо частоты вращения  $n$  ввести в качестве переменной радиус рулона  $R$ . Тогда, заменив

$$n = \frac{60j}{2\pi} \cdot \frac{v}{R},$$

получаем:

$$M_{\text{эл}} = \frac{GD_d^2 a j R_{\text{он}}^2}{4g} \cdot \frac{1}{R^3} + (1 \pm \eta_D) \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a R_{\text{он}}^2}{2gj} R + \\ + (\eta_D \pm 1) \frac{T}{j} R + \frac{60j \Phi^2 A}{2\pi (1 - \Phi^2 B)} \cdot \frac{v}{R} + M_0 + \\ + \frac{60j \operatorname{tg} \alpha_0}{2\pi} \cdot \frac{v}{R} + (\eta_D \pm 1) \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b k_n H}{2gj} \cdot v^2 R. \quad (6)$$

Из (6), принимая  $v = 0$  и  $R = R_{\text{он}}$ ,

$$M_{\text{эл. трог}} = \frac{GD_d^2 ja}{4g \cdot R_{\text{он}}} + (1 \pm \eta_D) \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} ba}{2gj} R_{\text{он}}^3 + \\ + (\eta_D \pm 1) \frac{T}{j} R_{\text{он}} + M_0. \quad (7)$$

Первое слагаемое правой части этого уравнения  $M_d^I$  пропорционально динамическому моменту привода моталки без рулона, второе  $M_d^{II}$  — динамическому моменту рулона на барабане моталки. Составляющая  $M_d^I$  уменьшается с увеличением радиуса рулона, так как при этом, в момент трогания, уменьшается пропорционально радиусу ускорение привода моталки:

$$M_d^I = \frac{GD_d^2 a j R_{\text{он}}^2}{4g} \cdot \frac{1}{R_{\text{он}}^3} = \frac{GD_d^2 2\pi}{4g \cdot 60} \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{GD_d^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt},$$

$$\text{где } \frac{dn}{dt} = \frac{60ja}{2\pi R_{\text{он}}}.$$

Составляющая  $M_d^{II}$  увеличивается вместе с радиусом рулона из-за возрастания<sup>1</sup> маховых масс.

Следовательно, суммарный динамический момент имеет экстремум при значении начального радиуса рулона  $R_{\text{он, экстр}}$ , которое может быть найдено, если приравнять нулю производную от динамического момента по начальному радиусу:

$$R_{\text{он, экстр}}^4 = \frac{GD_d^2 j^2}{(1 \pm \eta_D) 6\pi \gamma_{\text{рул}} \cdot b}. \quad (8)$$

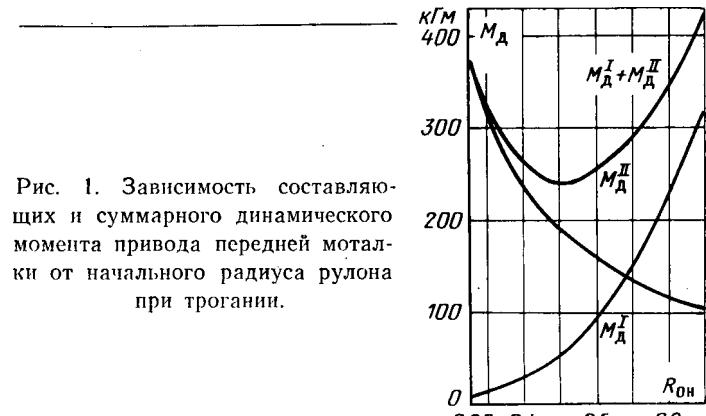


Рис. 1. Зависимость составляющих и суммарного динамического момента привода передней моталки от начального радиуса рулона при трогании.

<sup>1</sup> В [Л. 2—4] используется обратная величина этого отношения.

Эта формула существенно отличается от принятой [Л. 7] для определения экстремального значения динамического тока при трогании:

$$(D')_{\text{он. экстр}}^4 = \frac{8 \cdot (GD_d^2 + GD_m^2) j^2}{\pi \cdot \gamma_e \cdot b} - D_o^4, \quad (9)$$

где  $\gamma_e$  — удельный вес полосы;  $GD_m^2$  — маховой момент барабана моталки (с редуктором);  $D_o$  — диаметр барабана моталки;  $D'_{\text{он. экстр}}$  — экстремальный диаметр рулона.

На рис. 1 построены на основании уравнения (7) кривые изменения составляющих и суммарного динамического момента при трогании для привода передней моталки реверсивного стана холодной прокатки кварт. 1200. Построение проводилось по следующим данным:  $a=1 \text{ м/сек}^2$ ;  $H=1 \text{ мм}$ ;  $b=1 \text{ м}$ ;  $\gamma_{\text{рул}}=7,45 \cdot 10^3 \text{ кГ/м}^3$ ;  $\eta_D=0,16$ ;  $j=3,02$ ;  $GD_d^2=1,228 \cdot 10^3 \text{ кГ}\cdot\text{м}^2$ ;  $M_0=32 \text{ кГ}\cdot\text{м}$ .

Из уравнения (8) определим экстремальный радиус передней моталки:  $R_{\text{он. экстр}}=0,513 \text{ м}$ ; тогда как из (9) имеем:  $R'_{\text{он. экстр}}=0,715 \text{ м}$ , что на 39,4% больше.

Следовательно, изменение динамического момента (тока) в функции начального радиуса рулона при трогании фактически происходит гораздо более резко, чем принято считать, основываясь на приближенных зависимостях и без учета изменения потерь в приводах моталок. Это обстоятельство необходимо принимать во внимание при настройке узла динамической компенсации в системах автоматического регулирования моталок с астатическим регулятором натяжения полосы, в которых используется зависимость (9) для расчета установок компенсации динамического тока [Л. 7 и 8].

В то время как момент привода передней моталки является при разгоне всегда двигателем, момент привода задней моталки может быть как двигателем, так и тормозным, в зависимости от значения натяжения, радиуса рулона и ускорения полосы. Границные условия, определяющие величину натяжения полосы  $T_{\text{трог.гр}}$ , ниже которого при данном радиусе и ускорении момент привода является двигателем, могут быть найдены, если приравнять нулю правую часть уравнения моментов (7) привода задней моталки:

$$T_{\text{трог. гр}} = \frac{GD_d^2 j^2 a}{(1-\eta_D) 4g R_{\text{он}}^2} + \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a R_{\text{он}}^2}{2g} + \frac{M_0 j}{(1-\eta_D) R_{\text{он}}}. \quad (10)$$

По этому уравнению на рис. 2 построены зависимости  $T_{\text{трог.гр}}$  в функции начального радиуса рулона  $R_{\text{он}}$  для трех различных значений ускорения полосы  $a$  привода задней моталки стана 1200.

Момент трогания характеризует начало движения приводов моталок [Л. 1]. При переходе от режима натяжения покоя к ускорению этому моменту предшествует по времени гравитационный момент опрокидывания  $M_{\text{эл.опр}}$ , обусловленный трением покоя.

Как показывают исследования [Л. 3], при весьма медленном увеличении электромагнитного момента (ускорение привода моталок близко к нулю) последний достигает максимального значения в момент времени, предшествующий троганию, из-за возрастания момента трения покоя  $M_{\text{тр}}$ , который в этом случае составляет в среднем 0,4 от приложенного (опрокидывающего) момента двигателя  $M_{\text{эл.опр}}$ .

Следовательно,

$$M_{\text{эл. опр}} = \frac{T}{j} R \pm M_{\text{тр}} = \\ = \frac{T}{j} R \pm \alpha_{\text{тр}} M_{\text{эл. опр}}, \quad \alpha_{\text{тр}} \approx 0,4;$$

или

$$M_{\text{эл. опр}} = \frac{1}{(1 \pm \alpha_{\text{тр}})} \cdot \frac{T}{j} R. \quad (11)$$

Рис. 2. Кривые предельных значений натяжения полосы при работе привода задней моталки в двигательном режиме в момент трогания.

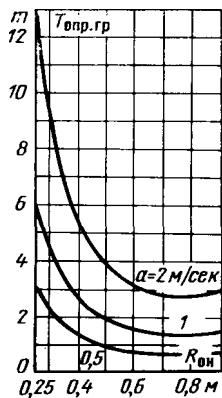


Рис. 3. Кривые предельных значений натяжения полосы при работе привода задней моталки в двигательном режиме в момент трогания.

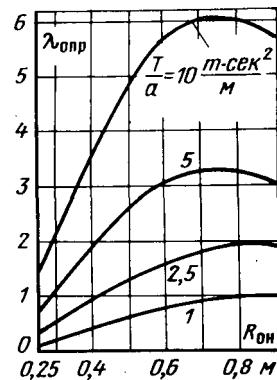


Рис. 4. Отношение  $\lambda_{\text{опр}}$  момента трения к динамическому моменту при опрокидывании в функции радиуса рулона и отношения натяжения полосы к ее ускорению.

При ускорении привода на барабане моталки возникает согласно (7) дополнительный динамический момент рулона и, кроме того, добавляется динамический момент двигателя и тогда

$$M_{\text{эл. опр}} = \frac{1}{(1 \pm \alpha_{\text{тр}})} \left[ \pm \frac{T}{j} R_{\text{он}} + \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a}{2g j} R_{\text{он}}^3 \right] + \\ + \frac{GD_d^2 j a}{4g R_{\text{он}}} = \frac{GD_d^2 j a}{4g \cdot R_{\text{он}}} + \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a}{2(1 \pm \alpha_{\text{тр}}) g j} R_{\text{он}}^3 \pm \frac{TR_{\text{он}}}{j(1 \pm \alpha_{\text{тр}})}. \quad (12)$$

Это выражение отличается от уравнения момента трогания (7) постоянными коэффициентами при втором и третьем слагаемых и отсутствием постоянной механической составляющей  $M_0$ .

Очевидно, характер изменения слагающих динамического момента в функции начального радиуса рулона при опрокидывании остается таким же, как и при трогании (рис. 1). Значение радиуса рулона, соответствующее экстремуму динамического момента при опрокидывании, находится из условия равенства нулю производной первых двух слагаемых правой части уравнения (12) по начальному радиусу:

$$(R'')_{\text{он. экстр}}^4 = \frac{GD_d^2 j^2 (1 \pm \alpha_{\text{тр}})}{6\pi\gamma_{\text{рул}} b}. \quad (13)$$

Для примера, рассмотренного выше, применительно к передней моталке  $R''_{\text{он. экстр}}=0,469 \text{ м}$ . Экстремальный радиус получается несколько меньшим, чем при трогании.

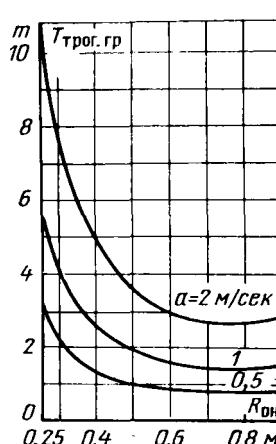
Найдем граничные условия, связывающие величину натяжения полосы с радиусом рулона и ускорением, при которых привод задней моталки работает в момент опрокидывания в двигательном режиме. Аналогично (10), приравняв нулю правую часть уравнения (12) для привода задней моталки, получаем:

$$T_{\text{опр. гр}} = \frac{(1 + \alpha_{\text{тр}}) GD_d^2 j^2 a}{4g \cdot R_{\text{он}}^2} + \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a}{2g} R_{\text{он}}^2. \quad (14)$$

По этому уравнению на рис. 3 построены кривые зависимости  $T_{\text{опр.гр}}$  в функции радиуса рулона для тех же значений ускорения и в том же масштабе, что и кривые  $T_{\text{трог.гр}}$  на рис. 2. Характер этих кривых аналогичен. Причем только при высоких ускорениях и малом радиусе рулона  $T_{\text{опр.гр}} > T_{\text{трог.гр}}$ , тогда как при достаточно большом радиусе  $T_{\text{опр.гр}} \approx T_{\text{трог.гр}}$ .

Представляет интерес найти отношение момента трения к динамическому моменту при опрокидывании для различных значений начального радиуса рулона, натяжения и ускорения полосы.

Момент трения привода передней моталки получим, вычитая из правой части уравнения (12) динамический мо-



мент и момент на барабане моталки от натяжения полосы, равные правой части уравнения (7) при  $\eta_D=0$  и  $M_0=0$ :

$$\Delta M_{\text{тр. опр}} = \frac{\alpha_{\text{тр}}}{1 - \alpha_{\text{тр}}} \cdot \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a}{2 g j} R_{\text{он}}^3 + \frac{\alpha_{\text{тр}}}{1 - \alpha_{\text{тр}}} \cdot \frac{T}{j} R_{\text{он}}. \quad (15)$$

Динамический момент при опрокидывании согласно (12):

$$M_{\text{дин. опр}} = \frac{G D_{\text{д}}^2 i a}{4 g R_{\text{он}}} + \frac{\pi \gamma_{\text{рул}} b a}{2 g j} R_{\text{он}}^3. \quad (16)$$

По этим уравнениям на рис. 4 построены кривые зависимости отношения моментов  $\lambda_{\text{опр}} = \frac{\Delta M_{\text{тр. опр}}}{M_{\text{дин. опр}}}$  от величины начального радиуса рулона при различных постоянных величинах отношения натяжения полосы к ее ускорению  $\frac{T}{a}$  по приведенным выше данным приводов моталок стана 1200. Как видим, при малых радиусах рулона момент трения при опрокидывании обычно или меньше динамического или немного превосходит его. Однако с увеличением радиуса рулона момент трения возрастает быстрее динамического, особенно резко при больших отношениях  $\frac{T}{a}$ , и может превосходить динамический момент в несколько раз. Поэтому в системах регулирования натяжения моталок, паряду с узлами компенсации динами-

ческого момента, должны также предусматриваться узлы компенсации момента трения покоя.

## ЛИТЕРАТУРА

- Попов А. Н., Метод составления уравнения момента потерь холостого хода регулируемого электропривода постоянного тока, «Электричество», 1966, № 9.
- Попов А. Н., Динамические моменты приводов моталок реверсивного стана холодной прокатки, Изв. вузов, «Черная металлургия», 1967, № 9.
- Попов А. Н., Момент трения покоя в механизмах моталок реверсивного стана холодной прокатки, Изв. вузов, «Черная металлургия», 1967, № 3.
- Попов А. Н., Добавочные потери в приводах моталок реверсивного стана холодной прокатки, Изв. вузов, «Электромеханика», 1969, № 8.
- Целиков А. И., Теория расчета усилий в прокатных станах, Металлургиздат, 1962.
- Вешеневский С. Н., Характеристики двигателей в электроприводе, «Энергия», 1966.
- Олефир Ф. Ф., Роганов В. Ф. и Силаев Э. Ф., Электропривод моталки с астатическим регулятором натяжения полосы, «Электричество», 1961, № 5.
- Альшиц В. М., Электропривод моталки стана холодной прокатки с астатическим регулятором натяжения, сб. «Электропривод и автоматизация промышленных установок», Госэнергоиздат, 1960.

[6.4.1970]



УДК 621.316.995

## О термической устойчивости заземляющих устройств

Инж. К. Р. РАХИМОВ  
Фрунзенский политехнический институт

Нередки случаи, когда земля используется для возврата тока; в передачах постоянного тока, при электрифицировании железных дорог, в противокоррозионных установках, для дистанционного питания устройств связи, в схемах плавки гололеда и т. д.

Заземляющее устройство, через которое длительно протекает электрический ток, должно обеспечивать безопасность и иметь устойчивые параметры, соответствующие его нормальной работе. Одной из причин, вызывающей изменение параметров рабочего заземлителя, может быть его термическое поражение.

В зависимости от геометрических размеров электродов заземлителя и теплофизических характеристик грунта термическое поражение заземлителя может произойти вследствие иссушения грунта вокруг электродов за счет нагрева или явления термовлагопроводности.

Однако в настоящее время отсутствует четкое разграничение причин термической неустойчивости за счет нагрева и явления термовлагопроводности. Кроме того, не разработана методика учета явления термовлагопроводности, основанная на правильном понимании этого процесса.

Вопросы расчета нагрева рабочих заземлителей рассмотрены в [Л. 1—3]. В настоящей статье остановимся на вопросах методики учета явления термовлагопроводности в расчетах заземлителей на термическую устойчивость.

Вопросы учета явления термовлагопроводности рассматривались в [Л. 7 и 8]. Основоположник теории расчета заземлителей Ф. Оллендорф [Л. 1] полагал, что термическое поражение заземлителя происходит только за счет нагрева грунта около электродов. При достижении температуры 100 °C вследствие интенсивного испарения влаги в слоях земли в непосредственной близости от поверхности электродов образуется корка земли, плохо проводящая электрический ток, что в конечном счете приводит к выходу из строя заземлителя.

Однако рядом автором [Л. 4 и 5] экспериментально было получено, что при температурах нагрева 35—50 °C, т. е. при температурах значительно ниже температуры парообразования (100 °C), заземлители выходили из строя таким же образом, как описано выше. Объяснение этому можно найти, обратившись к теории тепло- и массообмена, разработанной в [Л. 6]. По этой теории во влажных капиллярнопористых телах влага перемещается по направлению теплового потока за счет явления термовлагопроводности, если внутри тела существует перепад температур.

При нагреве земли вокруг заземлителя около него устанавливается некоторый перепад температуры и при достижении определенного градиента температуры начинается перемещение влаги по направлению теплового потока и земля вокруг электродов высыхает.

Ниже в качестве критерия для определения предельного падения напряжения на заземлитель предлагается принять максимальную напряженность теплового поля ( $\text{grad } t$ ).

Тепловое поле заземлителя, как и любое тепловое поле, имеет во всех точках определенные градиенты температуры, зависящие от плотности теплового потока и теплопроводности земли. Кроме того, около заземлителя в процессе перемещения влаги по направлению теплового потока создается неравномерное распределение влажности, градиент которой направлен обратно градиенту температуры.

Количественная оценка потока влаги и пара  $i$  в дисперсных средах при наличии градиентов температуры ( $\text{grad } t$ ) и влагосодержания ( $\text{grad } w$ ) производится по уравнению из [Л. 6]:

$$i = -k_m \gamma_0 \text{grad } t - k_w \gamma_0 \text{grad } w, \quad (1)$$

где  $k_m$  — коэффициент термовлагопроводности;  $k_w$  — коэффициент влагопроводности;  $\gamma_0$  — объемный вес органо-минералогической компоненты.

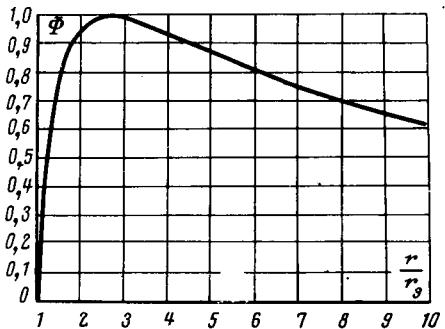


Рис. 1.

Перемещение влаги в направлении потока тепла будет постепенно увеличивать градиент влажности ( $\text{grad } w$ ), отчего влагопроводность будет становиться более интенсивной и, наконец, наступит равенство: термовлагопроводность будет полностью уравновешиваться влагопроводностью [Л. 6].

Для того чтобы иссушение грунта не происходило, необходимо выполнение условия:

$$\text{grad } t = - \frac{k_w}{k_m} \text{ grad } w. \quad (2)$$

Но так как влажность грунта — ограниченная величина, то при определении значений градиента температуры начнется процесс иссушения грунта.

Поэтому при малых влажностях достаточно малых значений градиента температуры и соответственно температуры нагрева, чтобы началось иссушение грунта.

Таким образом, обоснованием предложения об использовании  $\text{grad } t$  в качестве критерия для учета явления термовлагопроводности является сама теория тепло- и массообмена в калийнорогистых телах.

Рассмотрим изменение плотности теплового потока и соответственно  $\text{grad } t$  теплового поля заземлителя в виде длинного цилиндрического электрода.

Плотность теплового потока  $\Phi$  от потерь энергии в грунте в случае длинного цилиндрического электрода в бесконечно однородной среде через цилиндрическую поверхность радиуса  $r$  равна отношению потери энергии в цилиндрическом слое между радиусами  $r$  и  $r_0$  к величине этой поверхности

$$\Phi = \frac{I^2 \rho \ln \frac{r}{r_0}}{(2\pi l)^2 r}, \quad (3)$$

где  $I$  — рабочий ток заземлителя;  $l$  — длина электрода.

Тепловой поток направлен в радиальном направлении от электрода, у поверхности электрода равен нулю, затем по мере удаления от электрода увеличивается до максимального значения на радиусе  $er_0$  (т. е. при  $\ln \frac{r}{r_0} = 1$ ) и снова начинает уменьшаться (рис. 1). Максимальная плотность теплового потока равна:

$$\Phi_{\max} = \frac{I^2 \rho}{(2\pi l)^2 r_0 e}, \quad (4)$$

где  $e$  — основание натурального логарифма.

Принимая во внимание уравнение теплопроводности Фурье  $\Phi = -\lambda \text{grad } t$  и выражение теплового потока согласно (4), зависимость между допустимой нагрузкой на цилиндрический электрод и максимальным градиентом температуры получим в виде:

$$(\text{grad } t)_{\max} = \frac{I^2 \rho}{(2\pi l)^2 er_0 \lambda}. \quad (5)$$

При известном значении  $(\text{grad } t)_{\max}$  допустимое падение напряжения на заземлитель определяется выражением:

$$U_{\text{доп}} = V (\text{grad } t)_{\max} er_0 \lambda \ln \frac{l^2}{d_{\text{ш}} t}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что допустимое падение напряжения на заземлитеle по условиям исключения явления термовлагопроводности зависит от геометрических размеров электрода, что не принималось во внимание в [Л. 5 и 8].

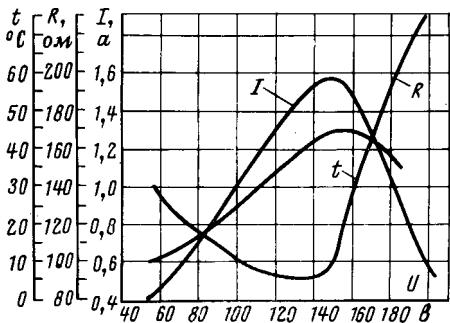


Рис. 2.

Кроме того, в случае электродов других форм имеет место неравномерное распределение плотности теплового потока аналогично картине электрического поля, что также не учитывалось. В [Л. 8] на основе опытов делается вывод, что горизонтальные электроды значительно менее устойчивы, чем вертикальные, это можно легко объяснить, исходя из наших рассуждений. В опытах в качестве горизонтальных электродов брались полосы и в качестве вертикальных трубы и уголки.

При одном и том же сечении электрода термическая устойчивость полосы будет хуже, чем трубы, так как  $\text{grad } t$  со стороны узкой грани может достигнуть предельного значения при меньшей нагрузке. Вероятно, для создания рабочего заземлителя с большей термической устойчивостью по условиям термовлагопроводности нужно принимать электроды, создающие более однородные электрическое и тепловое поля, и большего сечения. В зависимости от сечения электрода допустимое падение напряжения на заземлителе по условиям термовлагопроводности может быть больше, чем по условиям нагрева.

Нами была проделана серия опытов по испытанию заземлителей под нагрузкой. В задачу исследований входило определение предельных значений градиента температуры около заземлителя и температуры нагрева грунта при его различных влажностях и соответственно при различных электрот- и теплопроводностях.

В качестве электрородов использовались отрезки стальной трубы различных диаметров, заложенных горизонтально на глубине 60 см. Грунт был суглинистый. Измерение параметров заземлителя начиналось с незначительной нагрузки и производилось после установившегося режима нагрева, затем нагрузка на заземлитель повышалась и измерения повторялись, при этом определялись значения тока, падения напряжения и температуры. При проведении опытов также измерялись температура, теплопроводность и влажность грунта. На рис. 2 показаны кривые зависимости тока  $I$ , сопротивления заземления  $R$  и температуры нагрева  $\Delta t$  грунта в зависимости от величины падения напряжения на заземлитеle, полученные в одном из опытов. Характер кривых во всех опытах получился приблизительно одинаковым. В зависимости от падения напряжения сопротивление заземления уменьшается до какой-то определенной величины, которая зависит от изменения электропроводности грунта, изменяющейся, в свою очередь, в зависимости от температуры, а затем резко увеличивается.

Увеличение сопротивления заземления происходит за счет иссушения некоторого слоя грунта вокруг электрородов за счет явления термовлагопроводности. Температура нагрева, при котором резко возрастает сопротивление заземления, находилась в пределах 15,5–62,5 °C в зависимости от влажности грунта.

Предельные значения  $\text{grad } t$  получились равными 0,35–0,5 °C/cm при влажностях грунта  $w = 5 \div 10\%$  и  $0,7 \div 2,0 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{cm}$  при  $w = 15 \div 25\%$ .

Полученные в опытах предельные значения  $\text{grad } t$  можно использовать и для других видов грунтов при условии учета их зависимости от структуры грунта. Допустимое значение  $\text{grad } t$  в каждом случае можно определить экспериментально путем закладки контрольного электрода в грунт на предполагаемом месте устройства рабочего заземлителя и при этом необходимо учесть возможные изменения влажности грунта.

Предельные значения  $\text{grad } t$  зависят от влажности грунта так же, как и от температуры нагрева. В действительности имеется прямая зависимость разности температур  $\Delta t$  между поверхностью электрода и точкой, отстоящей от оси электрода на расстоянии  $l$ , от максимальным градиентом температуры:

$$\Delta t = 0,5 (\text{grad } t)_{\max} \epsilon r_0 \left( \ln \frac{r}{r_0} \right)^2. \quad (7)$$

Из (7) следует, что при больших предельных значениях  $\text{grad } t$  температура нагрева может быть достаточно высокой и в этом случае термическое поражение может произойти за счет интенсивного парообразования в грунте, т. е. причиной термического поражения будет фактор нагрева. (По [Л. 6] интенсивное парообразование в грунте за счет нагрева начинается при температуре выше 80 °C.)

Таким образом, в тех случаях, когда необходимо проверять заземлители на термическую устойчивость, следует это делать по условиям нагрева окружающей земли и по условиям термовлагопроводности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Оллендорф Ф., Токи в земле, ГОНТИ, 1932.
2. Эбин Л. Е., Стационарная температура заземлителей, «Электричество», 1938, № 10.

3. Рахимов К. Р., О тепловом расчете рабочих заземлителей, «Электричество», 1969, № 10.
4. Тейлор Н. Г., Термический расчет заземлителей, «Энергетический обзор», 1936, № 6.
5. Исаилов И. Д., Термическая устойчивость заземлителей в установленных режимах, сб. «Повышение надежности и экономичности сельских электрических сетей», Сельхозгиз, 1956.

6. Лыков А. В., Теория сушки, Госэнергоиздат, 1950.
7. Нетушил А. В., Электротепловые поля в нелинейных средах, Труды МЭИ, вып. XIV, 1953.
8. Кузнецова Г. С., Экспериментальное исследование термической устойчивости заземлителей, Труды МИИТ, вып. 199, 1965.

[29.3.1971]



## Новые книги изательства «Энергия»

Видинеев Ю. Д. Автоматическое непрерывное дозирование газов. 1971. 88 с. (Б-ка по автоматике. Вып. 438). 29 к.

Грибовский П. О. Керамические твердые схемы. 1971. 448 с. 1 р. 53 к. В перепл.

Дыкин А. В., Овочкин Ю. А. Электронные и полупроводниковые приборы. Учебник для техникумов. Изд. 2-е, перераб. и доп. 1971. 376 с. 76 к. В перепл.

Козин В. М., Марченко Я. Е. Управляющие устройства тиристорных преобразователей для электроприводов постоянного тока. 1971. 104 с. (Б-ка по автоматике. Вып. 448). 35 к.

Копылов И. П., Маринин Ю. С. Тороидальные двигатели. 1971. 96 с. 27 к.

Ошер Д. Н. и др. Регулировка и испытания радиоаппаратуры. Учебник для радиотехнических техникумов, Изд. 2-е, перераб. 1971. 304 с. 83 к. В перепл.

Шигин А. Г. Цифровые вычислительные машины. (Элементы и узлы). Учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальности «Электронные вычислительные машины», 1971. 320 с. 84 к. В перепл.

Алексеева Е. А., Коновалова И. Н. Металлы и сплавы для упругих элементов радиокомпонентов. 1971. 144 с. 41 к.

Бердин Г. С. Электронные приборы с механически управляемыми электродами. 1971. 160 с. 46 к.

Миллер В. А., Куракин Л. А., Приемные электроннолучевые трубы. (Свойства и параметры). Изд. 2-е, переработ. 1971. 360 с. 1 р. 23 к. В перепл.

#### БИБЛИОТЕКА ПО АВТОМАТИКЕ

Ивенский Ю. Н. Бесконтактные путевые переключатели в промышленной автоматике. 1971. 144 с. 49 к.

Корольков Н. В., Марышева Г. И. Логические элементы ЦВМ на тонких ферромагнитных пленках. 1971. 72 с. 28 к.

Мелик-Шахназаров А. М., Шайн И. Л., Абаринов Е. Г., Компенсационные измерительные устройства систем автоконтроля на переменном токе. 1971. 128 с. 43 к.

Хомерики О. К. Применение гальваномагнитных датчиков в устройствах автоматики и измерений. 1971. 112 с. 40 к.

# Расчет электрических полей и вольт-амперных характеристик коаксиальных цилиндров в ионизированном облучении газе с учетом ударной ионизации

Канд. техн. наук А. С. РОЗЕНКРАНЦ и инж. А. Г. СОКОЛОВ  
Ивановский энергетический институт им. В. И. Ленина

Совместный учет внешней и ударной ионизации необходим для решения ряда задач, связанных с ядерной энергетикой и промышленным использованием радиоизотопов: коронование и электрическая прочность в установках, работающих под облучением и в дозиметрической аппаратуре, нейтрализаторы статического электричества с совместным действием короны и облучения, искажение характеристик измерительных, ионных, радиоэлектронных приборов и т. д. Для определения рабочей области таких устройств должна быть известна функциональная связь электрических характеристик и ионизирующей способности препаратов.

При расчете электрических полей искажения, вызванные объемным зарядом, учитываются по эмпирическим формулам или, ввиду значительных сложностей, вообще не учитываются, что приводит к погрешностям. В настоящее время в связи с развитием вычислительной техники стало практически возможным решение систем уравнений в частных производных численными методами. Одним из эффективных расчетных приемов решения таких задач является переход к обыкновенным дифференциальным уравнениям, записываемым для линии или узкой трубы тока. В [Л. 1] приведено универсальное уравнение, описывающее распределение концентраций частиц любого вида вдоль линии тока. При наличии ударной ионизации, т. е. при больших значениях напряжения ( $U \gg 0,025$  в), можно пренебречь влиянием диффузии [Л. 2]. Вычисления удобнее производить при безразмерной форме записи: это позволит решить задачу на ЦВМ, не опасаясь переполнения разрядной сетки ячеек.

Система уравнений для расчета электрического поля и вольт-амперной характеристики, применительно к коаксиальным цилиндрическим электродам, может быть записана в относительных единицах:

$$\frac{dn^*_k}{d\xi} = E^* \left\{ 1_{\text{sign } q_k} \xi_k \sqrt{M \alpha^*_{\text{и.р}}} \left[ N^*_k - n^*_k \sum_i^m \alpha^*_{ki} n^*_i \right] - \sqrt{\frac{M}{\alpha^*_{\text{и.р}}}} n^*_k \sum_i^m 1_{\text{sign } q_i} n^*_i \right\}; \quad (1)$$

$$\frac{d(E^* \xi)}{d\xi} = \xi \sqrt{\frac{M}{\alpha^*_{\text{и.р}}}} \sum_i^m 1_{\text{sign } q_i} n^*_i; \quad (2)$$

$$\delta^* = \frac{2\xi E^*}{(1-\eta^2) \sqrt{M \alpha^*_{\text{и.р}}}} \sum_i^m \frac{n^*_i}{\zeta_i}, \quad (3)$$

где  $n^*_k = \frac{n_k}{n_0}$ ,  $n^*_i = \frac{n_i}{n_0}$  — относительные концентрации частиц вида  $k$  и  $i$ ;  $n_k$ ,  $n_i$  — абсолютные концентрации соответствующих частиц;  $n_0 = \sqrt{\frac{N_0}{\alpha_{\text{и.р}}}}$  — базисная равновесная концентрация ионов;  $N_0$  — базисное значение числа пар частиц, возникающих в единице объема за единицу времени;  $\alpha_{\text{и.р}}$  — коэффициент рекомбинации положительных и отрицательных ионов, несущих заряд одного электрона  $q_0$ ;  $\xi = \frac{r}{R_2}$  — относительный текущий радиус;  $r$  — абсолютное значение текущего радиуса;  $R_1$ ,  $R_2$  — радиусы соответственно внутреннего и наружного цилиндров;  $a = R_2 - R_1$ ;  $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ ;  $E^* = \frac{E}{E_0}$  — напряженность электрического поля, выраженная в относительных единицах;  $E$  — напряженность в размерной форме;  $E_0 = \frac{U}{a}$  — средняя напряженность, принятая за базисную;  $U$  — напряжение между элек-

тродами;  $1_{\text{sign } q_i}$  — единица со знаком заряда частицы  $i$ ;  $\zeta_k = \frac{x_+}{x_k}$  — отношение подвижности положительных ионов  $x_+$  к подвижности  $x_k$  частиц вида  $k$ ;  $M = \frac{q_0 N_0 a^4}{\epsilon \times U^2}$  — главный критерий подобия [Л. 2];  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость газа;  $\alpha^*_{\text{и.р}} = \frac{\alpha_{\text{и.р}} \epsilon}{q_0 x_+}$  — относительный коэффициент ионной рекомбинации;  $N^*_k$  — эквивалентная относительная мощность ионизирующего фактора;  $\alpha^*_{ki} = \frac{\alpha_{ki}}{\alpha_{\text{и.р}}}$  — отношение коэффициента рекомбинации  $\alpha_{ki}$  частиц  $k$  и  $i$  к коэффициенту ионной рекомбинации;  $\delta^* = \frac{\delta}{\delta_0}$  — относительная плотность тока;  $\delta$  — абсолютная плотность тока;  $\delta_0$  — плотность тока насыщения.

Одной из существенных особенностей сильных электрических полей является наличие двух видов отрицательно заряженных частиц: электронов и ионов. Поэтому в рассматриваемом случае система должна содержать три уравнения вида (1): для положительных ионов, отрицательных ионов и для электронов. Некоторые отличия имеют слагаемые  $N^*_k$  для различных видов частиц. Для уяснения физической сущности явлений, обобщенных величиной  $N^*_k$ , целесообразно рассмотреть отдельные составляющие спачала в размерной форме. Легко заметить, что член  $N_k$  характеризует скорость изменения концентрации частиц без учета рекомбинации, дрейфа и диффузии.

Ионизация (внешняя и внутренняя) порождает лишь электроны и положительные ионы. Внешняя ионизация пропорциональна мощности дозы облучения  $P_T$  и определяется членом  $N_0$ , внутренняя же ионизация характеризуется ударной способностью электронов и определяется произведением:

$$K_N \alpha_{\text{уд}} n_e \epsilon_e |E|, \quad (4)$$

где  $\alpha_{\text{уд}}$  — коэффициент ударной ионизации электронами (см. например, [Л. 3]);  $n_e$  — концентрация электронов;  $\epsilon_e$  — подвижность электронов;  $K_N$  — коэффициент эквивалентной ионизации, смысл которого будет пояснен несколько позднее.

В относительных единицах эти слагаемые записываются в виде:

$$N^*_0 + K_N \alpha_{\text{уд}} n^*_e |E^*|. \quad (5)$$

Здесь  $N^*_0 = 1$  — для случая равномерной по объему внешней ионизации;  $\alpha_{\text{уд}} = \frac{\alpha_{\text{уд}}}{\alpha_{\text{уд.баз}}}$  — отношение абсолютного значения коэффициента ударной ионизации  $\alpha_{\text{уд}}$  к базисному;  $\alpha_{\text{уд.баз}} = \frac{\sqrt{M \alpha^*_{\text{и.р}}} \zeta_e}{a}$  — базисный коэффициент ударной ионизации;

$\zeta_e = \frac{x_+}{x_e}$  — относительная подвижность электронов;  $n^*_e = \frac{n_e}{n_0}$  — относительная концентрация электронов.

Свободные электроны, находясь в окружении молекул электроотрицательного газа, прилипают к ним, проделав, в среднем,  $\theta$  столкновений. При этом образуется отрицательный ион. Вероятность  $A$  прилипания электрона, прошедшего один сантиметр пути в направлении поля, оценивается по формуле [Л. 3]:

$$A = \frac{c_e}{\lambda x_e E \theta}, \quad (6)$$

где  $c_e$  — скорость неупорядоченного движения;  $\lambda$  — длина свободного пробега электрона. В уравнениях удобнее использовать коэффициент прилипания:

$$K_{\text{пп}} = A \kappa_e E = \frac{c_e}{\lambda \theta}. \quad (7)$$

С физической точки зрения величина  $\frac{1}{K_{\text{пп}}}$  есть средний промежуток времени, прошедший с момента образование электрона до его прилипания.

Скорость убыли концентрации электронов за счет прилипания может быть выражена соотношением:

$$\frac{dn_e}{dt} = -K_{\text{пп}} n_e. \quad (8)$$

В относительных единицах равенство (8) примет вид:

$$\frac{\partial n_e^*}{\partial t^*} = -K_{\text{пп}}^* n_e^*, \quad (9)$$

где  $K_{\text{пп}}^* = \frac{K_{\text{пп}}}{\sqrt{N_0 \alpha_{\text{и.р}}}}$  — относительный коэффициент прилипания;  $t^* = \frac{t}{t_0}$  — время  $t$ , выраженное в относительных единицах;  $t_0 = \frac{1}{\sqrt{N_0 \alpha_{\text{и.р}}}}$  — базисный промежуток времени.

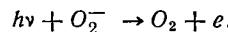
Правая часть уравнения (9), но с положительным знаком, характеризует рождение отрицательных ионов.

Коэффициент прилипания электронов зависит от их энергии [Л. 3 и 4], т. е. определяется напряженностью электрического поля. Сравнивая пути пробега электрона до прилипания или до ионизации им нейтральной молекулы, можно заметить, что вероятности обоих процессов становятся равными при отношении  $E/p = 23 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$

При напряженностях, больших указанной, процесс ионизации становится преобладающим. Появляется необходимость введения зависимости коэффициента прилипания от отношения  $E/p$ . Расчеты, выполненные на ЦВМ, показали, что вид функции  $K_{\text{пп}} = f(E/p)$  для небольшого интервала  $E/p$  практически не играет роли (вблизи коронирующего электрода градиент  $\frac{dE}{dr}$  велик, а отрезок  $\Delta r$  небольшого интервала  $E/p$  мал).

Можно принять значение  $K_{\text{пп}}$  неизменным до  $E/p = 23 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$ , убывающим по линейному закону в интервале  $E/p = 23 - 40 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  и равным нулю при больших напряженностях.

Наряду с прилипанием имеет место и обратная реакция — процесс отрыва электронов от отрицательных ионов. При больших напряженостях возможно явление распада отрицательных ионов при столкновениях с молекулами или при поглощении кванта электромагнитного излучения  $h\nu$ :



В [Л. 4] приведена зависимость микроскопического сечения фотоотрыва  $q_\Phi$  от энергии фотонов. Фотоны, создаваемые электронами при переходе с одного энергетического уровня на другой, имеют широкий интервал энергий. Вид функции распределения определяется средней энергией электрона. В интервале энергий фотонов 1–3 эВ зависимость  $q_\Phi$  от  $E/p$  выражается прямой линией согласно уравнению:

$$q_\Phi = (0,0364E/p - 1,3)10^{-18}. \quad (10)$$

Средняя длина пробега иона до его распада является величиной, обратной полному сечению фотоотрыва  $Q_\Phi$ :

$$l_{\text{ср}} = \frac{1}{Q_\Phi} = \frac{1}{N q_\Phi}, \quad (11)$$

где  $N$  — число молекул в 1 см<sup>3</sup>.

Если принять, что отрыв электрона не зависит от предыстории образования отрицательного иона, то можно с достаточной степенью точности выразить зависимость усредненной скорости убыли концентрации отрицательных ионов  $n_-$  от напряженности поля:

$$\frac{dn_-}{dt} = -n_- \kappa_- |E| (0,98|E|/p - 34,8), \quad (12)$$

где  $\kappa_-$  — подвижность отрицательных ионов.

Такой же член, как в правой части равенства (12), но с противоположным знаком определяет прирост концентрации электронов.

Это уравнение хорошо согласуется с утверждением Н. А. Капцова о распаде отрицательных ионов при  $E/p > 36 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  При вычислении на цифровой машине распад учитывается лишь при  $E/p > 40 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  В относительных единицах уравнение (12) примет вид:

$$\frac{\partial n_-^*}{\partial t^*} = -C_1 n_-^* (E^*)^2 + C_2 n_-^* |E^*|, \quad (13)$$

где  $n_-^* = \frac{n_-}{n_0}$  — относительная концентрация отрицательных ионов;

$$C_1 = \frac{4,3 \cdot 10^{-5} E_0^2}{\sqrt{P_\Gamma}}, \quad C_2 = \frac{1,15 E_0}{\sqrt{P_\Gamma}}.$$

С учетом (1), (2), (5), (9) и (13) для расчета электрического поля коаксиальных цилиндрических электродов запишем развернутую систему уравнений в относительных единицах:

$$\begin{aligned} \frac{dn_+^*}{d\xi} = & \frac{1}{E^*} \left\{ \sqrt{M \alpha_{\text{и.р}}^*} [N_0^* + K_N \alpha_{\text{у.д}}^* n_e^* |E^*| - \right. \\ & \left. - n_+^* n_-^* - \alpha_{\text{и.р}}^* p n_+^* + n_e^*] - \sqrt{\frac{M}{\alpha_{\text{и.р}}^*}} n_+^* (n_+^* + \right. \\ & \left. - n_-^* - n_e^*) \right\}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_-^*}{d\xi} = & -\frac{1}{E^*} \left\{ \zeta_e \sqrt{M \alpha_{\text{и.р}}^*} [K_{\text{пп}}^* n_e^* - n_+^* n_-^* - \right. \\ & \left. - C_1 n_-^* (E^*)^2 + C_2 n_-^* |E^*|] + \right. \\ & \left. + \sqrt{\frac{M}{\alpha_{\text{и.р}}^*}} n_-^* (n_+^* - n_-^* - n_e^*) \right\}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_e^*}{d\xi} = & -\frac{1}{E^*} \left\{ \zeta_e \sqrt{M \alpha_{\text{и.р}}^*} [N_0^* + K_N \alpha_{\text{у.д}}^* n_e^* |E^*| - \right. \\ & \left. - K_{\text{пп}}^* n_e^* + C_1 n_-^* (E^*)^2 - C_2 n_-^* |E^*| - \alpha_{\text{и.р}}^* p n_+^* + n_e^*] + \right. \\ & \left. + \sqrt{\frac{M}{\alpha_{\text{и.р}}^*}} n_e^* (n_+^* - n_-^* - n_e^*) \right\}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{d(E^* \xi)}{d\xi} = \xi \sqrt{\frac{M}{\alpha_{\text{и.р}}^*}} (n_+^* - n_-^* - n_e^*), \quad (17)$$

где  $n_+^* = \frac{n_+}{n_0}$  — относительная концентрация положительных ионов;  $\alpha_{\text{и.р}}^* = \frac{\alpha_{\text{и.р}}}{\alpha_{\text{и.р}}^*}$  — отношение коэффициентов электронной и

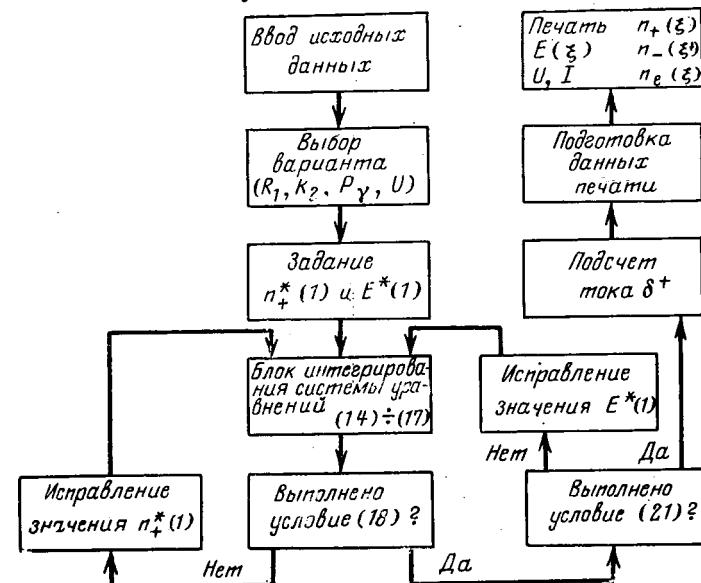


Рис. 1. Блок-схема программы.

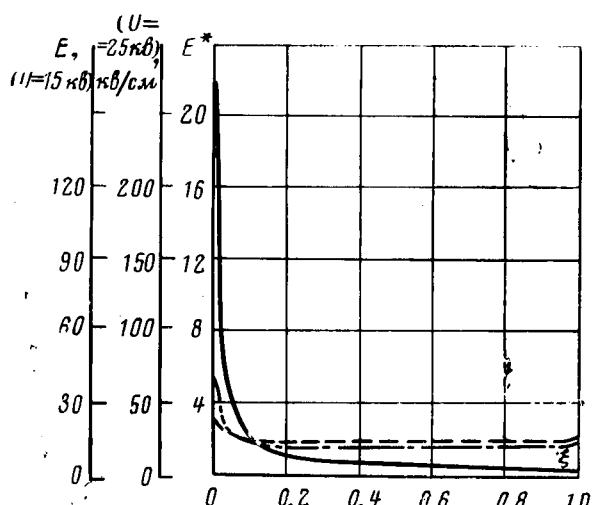


Рис. 2. Распределение напряженности поля в межэлектродном промежутке при  $R_1 = 0,0205$  см,  $R_2 = 2,0$  см,  $P\gamma = 590$  р/сек,  $l = 4,0$  см.  
— лапласовское поле; - - -  $U=15$  кВ; - - -  $U=25$  кВ.

ионной рекомбинации;  $\zeta_- = \frac{x_+}{x_-}$  — относительная подвижность отрицательных ионов.

Границные условия системы уравнений (14)–(16) для положительного коронирующего электрода имеют вид:  
на аноде

$$n^*_+(1) = 0; \quad (18)$$

на катоде

$$n^*-(1) = 0; \quad (19)$$

на катоде

$$n^*_e(1) = \gamma \zeta_e n^*_+(1), \quad (20)$$

где  $\gamma$  — число электронов, выбиваемых из катода одним положительным ионом.

Для напряженности, очевидно, должно выполняться следующее интегральное соотношение:

$$\int_{\eta}^1 E^* d\xi = 1 - \eta. \quad (21)$$

Решение системы уравнений (14)–(17) может быть найдено для сравнительно небольших значений напряжения методом итераций. В качестве нулевого приближения полагаются  $n^*_+$  и  $n^*-$  равными единице во всем промежутке, исключая электроды, на которых выполняются граничные условия (18) и (19);  $n^*_e$  берется равным нулю во всем промежутке. Напряженность нулевого приближения соответствует лапласовскому полю.

После интегрирования уравнения (14) от анода ( $\xi=1$ ) к катоду ( $\xi=0$ ) определяются  $n^*-(1)$  и  $n^*_e(1)$  по соотношениям (19) и (20). Затем уравнения (15) и (16) интегрируются от катода к аноду. Полученная картина распределения концентраций частиц позволяет по уравнениям (17) и (21) найти первое приближение для напряженности. Повторяя этот процесс несколько раз и сравнивая предыдущее и последующее решения, можно добиться их совпадения с наперед заданной точностью, что будет свидетельствовать о правильности результатов.

Процесс итерации хорошо сходится для напряжений до 10 кВ. При больших напряжениях условия итерационной сходимости не выполняются. В этом случае систему уравнений (14)–(17) можно решить, интегрируя ее, например, по методу Рунге–Кутта от катода к аноду. Основная трудность при этом заключается в правильном выборе значений  $n^*_+(1)$  и  $E^*(1)$ . Нулевое приближение для них можно найти так же, как в методе итерации, проинтегрировав однократно уравнение (14), затем (15) и (16) и, наконец, (17). Определив таким образом приближенные значения  $n^*_+(1)$  и  $E^*(1)$ , и найдя в соответ-

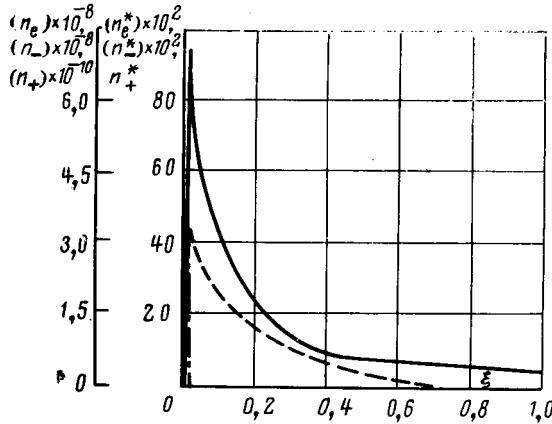


Рис. 3. Распределение концентраций частиц при тех же условиях, что и на рис. 2.  
—  $n^*_+(1)$  и  $n^*_-(1)$ ; - - -  $n^*-(1)$  и  $n^*_e(1)$ ; - · - -  $n^*_e(1)$  и  $n^*_-(1)$ .

ствии с равенствами (19) и (20)  $n^*-(1)$  и  $n^*_e(1)$ , можно свести задачу к решению уравнений с начальными условиями. После интегрирования проверяются поочередно условия (18) и (21). Если они не выполняются, то изменяются величины  $n^*_+(1)$  и  $E^*(1)$  соответствующим образом; процесс повторяется до тех пор, пока эти условия не будут выполнены с любой точностью.

Блок-схема программы приведена на рис. 1.

Следует сказать, что подбор значений  $n^*_+(1)$  и  $E^*(1)$  нужно производить с высокой точностью (верными должны быть четыре или пять знаков) для получения относительной погрешности по соотношениям (18) и (21) не более 0,1%. В связи с этим обстоятельством процесс вычисления одной точки на вольт-амперной характеристике при выбранном шаге интегрирования  $\Delta\xi=0,002$  занимает на ЦВМ «Урал-2» около двух часов.

Другой особенностью решения является крайне узкая область корней, при которых система уравнений (14)–(17) сохраняет математическую устойчивость. В ряде случаев изменение при подборе величин  $n^*-(1)$  и  $E^*(1)$  на 10% является недопустимым. Этот факт объясняется просто: в уравнении входит член  $K_n a^* u_d n^*_e |E^*|$ , в котором  $a^* u_d$  в широком интервале  $E/p=20 \text{--} 40 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  экспоненциально зависит от  $E^*$ . Абсолютная величина слагаемого  $K_n a^* u_d n^*_e |E^*|$  вблизи коронирующего электрода находится в пределах  $10^5 \text{--} 10^6$ , т. е. именно это произведение в основном определяет все концентрации и, следовательно, напряженность в промежутке при ярко выраженной короне.

Ввиду того, что ударная ионизация является функцией абсолютного значения напряженности электрического поля, при подсчете  $a_d$  необходимо переходить к абсолютным значениям и, как следствие, расчет приходится вести для конкретных размеров электродов.

Распределение напряженности, концентраций частиц и вольт-амперная характеристика приведены на рис. 2–4 для  $R_1=0,0205$  см,  $R_2=2,0$  см,  $P\gamma=590$  р/сек и длины измерительной части  $l=4,0$  см.

При положительной полярности внутреннего электрода основными заряженными частицами в промежутке являются положительные ионы (рис. 3). Около анода плотность объемного заряда составляет величину  $10^{-8} \text{ к/см}^3$ . Этот заряд существенно перераспределяет напряженность: у анода она резко снижается, а в остальном объеме ( $\xi=0,1 \text{--} 1$ ) поле почти равномерное (рис. 2).

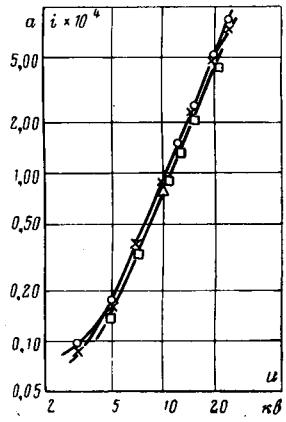


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика промежутка.  
—○—○—расчет при  $K_n=8$ ;  
—×—×—опыт;  
—□—□—расчет при  $K_n=1$ .

# Потери энергии в сверхпроводящем выключателе из сплава с высокой критической напряженностью магнитного поля

А. В. РЕЙМЕРС, Л. Н. ФЕДОТОВ, Г. Н. СОКОЛОВА и Л. С. МИРОНОВА  
Москва

Одной из основных трудностей при использовании сверхпроводящего выключателя в установках с индуктивным накопителем [Л. 1] является обеспечение малых потерь в процессе коммутации. Важность этого вопроса обусловлена значительными затратами энергии на воспроизведение испаряющегося жидкого гелия.

В статье приводятся результаты исследования потерь энергии в сверхпроводящем выключателе из сплавов с высокой критической напряженностью магнитного поля ( $Nb-Zr$ ,  $Nb-Ti$  и др.) с целью определить возможность использования такого типа выключателей в устройствах с индуктивным накопителем энергии.

Схема генератора импульсов с индуктивным накопителем и сверхпроводящим выключателем приведена на рис. 1, где  $I$  — источник электроэнергии;  $L$  — индуктивный накопитель;  $B$  — сверхпроводящий выключатель;  $R_n$  — нагрузка. Первоначально в цепи индуктивного накопителя устанавливается требуемый ток  $I_0$ , затем в нужный момент времени создается импульс тока в управляющей обмотке  $w_y$  сверхпроводящего выключателя. Под действием возникающего при этом магнитного поля (магнитный выключатель) или теплового импульса (выключатель теплового действия) основная обмотка выключателя  $w_0$  переходит из сверхпроводящего в нормальное состояние с большим сопротивлением, что приводит к «размыканию» цепи и выделению запасенной энергии в нагрузке.

Рассмотрим процесс перехода в нормальное состояние обмотки сверхпроводящего магнитного выключателя из сплава с высокой критической напряженностью магнитного поля. Сплавы подобного типа характеризуются падающей зависимостью критической плотности тока от напряженности магнитного поля; поэтому основную обмотку выключателя целесообразно выполнять бифилярным способом с тем, чтобы уменьшить собственное магнитное поле и тем самым увеличить допустимый начальный ток. Пусть в результате включения управляющей обмотки напряженность магнитного поля возрастает до некоторой величины  $H$ , превышающей критическую напряженность магнитного поля при начальной плотности тока  $j_0$ , но значительно меньшей, чем максимальная критическая напряженность магнитного поля  $H_{k\max}$ , соответствующая плотности тока, равной нулю. При возрастании магнитного поля начинается переход основной обмотки в нормальное состояние, сопровождающийся увеличением сопротивления и уменьшением тока в ее цепи.

После того, как плотность тока станет меньше критической, дальнейший переход в нормальное состояние будет со-

вершаться только за счет распространения тепла от тех участков провода, которые, обладая наименьшими критическими параметрами, уже потеряли сверхпроводимость (такие участки мы будем в дальнейшем называть «очагами нормальной фазы»).

Таким образом, процесс перехода в нормальное состояние можно условно разделить на две основные стадии: образование очагов нормальной фазы; распространение нормальной фазы от ранее возникших очагов.

Отметим, что создавая магнитное поле с напряженностью  $H > H_{k\max}$ , можно обеспечить полный переход в нормальное состояние, минуя вторую стадию. Однако в этом случае для создания магнитного поля требуется большая энергия вследствие высокого значения  $H_{k\max}$  у сплавов рассматриваемого типа (до ста килоэрстед).

При анализе потерь энергии в процессе коммутации будем исходить из следующих предположений.

1. Провод основной обмотки неоднороден и содержит участки с различной  $H_k$ , которые переходят в нормальное состояние независимо друг от друга, как только напряженность поля достигает величины, критической для данного участка.

2. Нагрузка индуктивного накопителя энергии подключается, когда сопротивление выключателя достигает некоторой величины  $R_1$ . В этом случае при длительности первой стадии

$\frac{L}{R_1} \ll \tau$  ток через выключатель можно считать приблизительно постоянным и равным начальному току  $I_0$  вплоть до момента подключения нагрузки, совпадающего с окончанием первой стадии перехода (такой режим может иметь место, когда нагрузкой является газоразрядный прибор).

3. Скорость распространения нормальной фазы пропорциональна плотности тока [Л. 2].

4. Длина провода основной обмотки настолько велика, что в течение времени разряда индуктивного накопителя провод не успевает полностью переходить в нормальное состояние.

Потери энергии на первой стадии перехода определяются соотношением:

$$E_{n1} = I_0^2 \beta_1 R_1 \tau, \quad (1)$$

где  $R_1$  — сопротивление выключателя в конце первой стадии перехода;  $\tau$  — длительность первой стадии перехода;  $\beta_1$  — некоторый коэффициент, меньший единицы.

На основании уравнения (3) подсчитывается относительная плотность тока или относительное значение тока. Нетрудно перейти к абсолютным величинам:

$$i = \delta^* \delta_0 = \delta^* \pi (R_2^2 - R_1^2) / P_\gamma q_0 N'_0, \quad (22)$$

где  $N'_0$  — число пар частиц, рождаемых в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ сек}$  облучением с мощностью дозы  $1 \text{ р/сек}$ ;  $i$  — ток в амперах. Несмотря на то, что ток подсчитывается для различных точек промежутка, а затем усредняется, наибольшее отклонение от среднего значения тока не превышает сотых долей процента.

Произведенный расчет вольт-амперной характеристики при  $K_N = 1$  показал, что вычисленное значение тока немногим меньше замеренного в опыте. Этот факт можно объяснить рядом причин. Во-первых, в уравнениях не отражены поверхностные неровности, которые увеличивают напряженность на коронирующем электроде, а следовательно, и ионизацию. Во-вторых, трудно учесть ионизацию квантами ультрафиолетового излучения, имеющего место в чехле короны. В-третьих, ступенчатая ионизация, возможная ионизация положительными ионами и ряд других процессов способствуют более резкому нарастанию внутренней ионизации. Исходя из равенства расчетного и экспериментального значений токов в одной из точек вольт-ампер-

ной характеристики, можно подобрать величину коэффициента  $K_N$  (на рис. 4 эта точка отмечена треугольником). Расчеты показали, что увеличение коэффициента  $K_N$  слабо меняет распределение напряженности или ток, поскольку это вызывает рост концентраций заряженных частиц и, как следствие, уменьшение напряженности поля; коэффициент ударной ионизации  $\alpha^*_{ud}$ , сильно зависящий от напряженности, резко уменьшается, в целом же произведение  $K_N \alpha^*_{ud} n_e^* |E^*|$  возрастает незначительно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Розенкранц А. С., Методы расчета нелинейных электрических полей в ионизированном облучением газе, «Электричество», 1970, № 12.
2. Розенкранц А. С., Критерии подобия нелинейного электрического поля в ионизированной облучением среде, Изв. вузов, «Энергетика», 1965, № 6.
3. Мик Дж. и Крэгс Дж., Электрический пробой в газах, Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Мак-Даниэль И., Процессы столкновений в ионизованных газах, изд-во «Мир», 1967.

[5.4.1971]

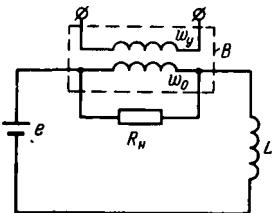


Рис. 1. Схема генератора импульсов с индуктивным накопителем энергии и сверхпроводящим выключателем.

Потери энергии на второй стадии перехода находим с помощью соотношения:

$$E_{n2} = \int_0^{\infty} \frac{u^2}{R} dt, \quad (2)$$

где  $u$  — напряжение на выключателе;  $R$  — сопротивление обмотки выключателя (индуктивность обмотки пренебрегаем).

Изменение сопротивления обмотки выключателя в процессе распространения нормальной фазы может быть выражено следующим образом:

$$\frac{dR}{dt} = 2knj \frac{\rho}{s} = 2kn \frac{u}{R} \frac{\rho}{s^2}, \quad (3)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности между плотностью тока и скоростью распространения нормальной фазы;  $\rho$  — удельное сопротивление в нормальном состоянии;  $s$  — сечение провода;  $n$  — число очагов нормальной фазы.

Нетрудно показать, что число очагов нормальной фазы определяется соотношением:

$$n = \frac{R_1}{\frac{\rho a}{s} + \frac{2\rho}{s} k j_0 \beta_2 \tau}, \quad (4)$$

где  $a$  — средняя длина очага нормальной фазы в момент его образования;  $\beta_2$  — коэффициент, меньший единицы.

Составляя уравнение переходного процесса для схемы, изображенной на рис. 1, получаем (э. д. с. источника пренебрегаем):

$$I_0 - \int_0^t \frac{udt}{L} = \frac{u}{R} + \frac{u}{R_H}; \quad (5)$$

Используя соотношения (2), (3) и (5), находим выражение для потерь энергии на второй стадии перехода:

$$E_{n2} = \frac{4}{3} \frac{R_H}{R_1} \left( \frac{R_\infty}{R_1} \right)^3 \frac{1}{x^2 L} - 2 \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^2 \left( \frac{R_\infty}{R_1} \right) \times \\ \times \frac{1}{x^2 L} \ln \left( \frac{R_H}{R_1} + \frac{R_\infty}{R_1} \right) + \left[ \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^2 - \frac{2R_H}{R_1} + 2 \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^2 \times \right. \\ \times \ln \frac{R_H}{R_1} \left. \right] \left( \frac{R_\infty}{R_1} \right)^2 \frac{1}{x^2 L} - \frac{2}{Lx^2} \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^3 \frac{R_\infty}{R_1} + \\ + \frac{2}{Lx^2} \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^3 \ln \left( \frac{R_H}{R_1} + \frac{R_\infty}{R_1} \right) + \frac{2}{3Lx^2} \frac{R_H}{R_1} + \\ + \frac{1}{Lx^2} \left( \frac{R_H}{R_1} \right)^2 + \frac{2}{Lx^2} - \frac{2}{Lx^2} \ln \frac{R_H}{R_1}, \quad (6)$$

где

$$x = \frac{4kn\rho}{R_1^2 s^2}; \quad R_\infty = R_1 \sqrt{1 + xLI_0};$$

$L$  — индуктивность накопителя;  $R_H$  — сопротивление нагрузки.

Величина  $\frac{R_H}{R_1}$  имеет обычно порядок единицы, а  $\frac{R_\infty}{R_1} \gg 1$ .

Пренебрегая в (6) всеми членами, кроме первого, имеющего наивысший порядок величины  $\frac{R_\infty}{R_1}$ , находим:

$$E_{n2} \approx \frac{4}{3} \frac{R_H}{R_1} \left( \frac{R_\infty}{R_1} \right)^3 \frac{1}{x^2 L}. \quad (7)$$

Укажем, что при  $R_H=R_1$ ,  $R_\infty=100R_1$  ошибка за счет пренебрежения остальными членами составляет 8%, а при  $R_\infty=10R_1$  — 75%.

Используя соотношения (1), (4) и (7), находим окончательное выражение для суммарных относительных потерь

энергии на обеих стадиях перехода:

$$\frac{E_n}{E_0} \approx 2\beta_1 \frac{R_1}{R_H} \frac{\tau}{\tau_0} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{R_H}{R_1}} \sqrt{\frac{a}{kj_0\tau_0} + 2\beta_2 \frac{\tau}{\tau_0}}, \quad (8)$$

где  $j_0$  — начальная плотность тока;  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — коэффициенты порядка нескольких десятых долей единицы;

$$\tau_0 = \frac{L}{R_H}; \quad E_0 = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Значение сопротивления  $R_1$  регулируется путем изменения амплитуды внешнего магнитного поля и момента подключения нагрузки. Оптимальное отношение  $\frac{R_1}{R_H}$ , при котором потери минимальны, может быть найдено дифференцированием уравнения (8):

$$\left( \frac{R_1}{R_H} \right)_{\text{опт}} \approx \left( \frac{3}{2} \frac{\beta_1}{\sqrt{\frac{a}{kj_0\tau_0} + 2\beta_2 \frac{\tau}{\tau_0}}} \right)^{-\frac{2}{3}}. \quad (9)$$

Следует, однако, учитывать, что максимальное допустимое значение  $R_1$  ограничивается электрической прочностью изоляции выключателя и накопителя энергии; поэтому  $R_1$  не должно существенно превышать  $R_H$ .

Зависимость относительных потерь энергии от длительности разряда индуктивного накопителя  $\tau_0$ , рассчитанная по (8), показана на рис. 2.

При расчете полагалось, что  $\frac{R_1}{R_H} = 2$ ,  $j_0 = 10^5$  а/см<sup>2</sup>,

$k=0,5$  см<sup>3</sup>/сек·а,  $\beta_1=\beta_2=0,5$ ; средняя начальная длина очага нормальной фазы  $a$  считалась равной диаметру провода (0,25 мм)<sup>1</sup>.

Из рис. 2 видно, что на потери энергии влияет длительность первой стадии перехода  $\tau$ , определяемая, в свою очередь, временем нарастания магнитного поля. Отключение с потерями не более одного процента (что при к. п. д. холодильной установки 1/1000 соответствует общему к. п. д. 10%) даже при весьма малой  $\tau=10^{-6}$  сек возможно только в случае, когда длительность разряда индуктивного накопителя энергии на нагрузку  $\tau_0$  превышает  $10^{-2}$  сек. Отметим, что при  $\tau=10^{-5}$  сек и менее потери энергии на второй стадии перехода составляют более 80—90% от суммарных потерь. Для обеспечения наименьших потерь энергии целесообразно осуществлять процесс размыкания таким образом, чтобы вторая стадия перехода практически отсутствовала. Это может быть достигнуто с помощью выключателя из сплава с относительно малой максимальной критической напряженностью магнитного поля (порядка  $10^3$ — $10^4$  э), который при небольших затратах энергии на создание управляющего магнитного поля дает возможность осуществить полный переход в нормальное состояние за время, не превышающее времени нарастания тока в управляющей обмотке.

Наряду с небольшой критической напряженностью магнитного поля материал для сверхпроводящего выключателя должен также обладать высокими критическими плотностью тока и удельным сопротивлением в нормальном состоянии, что необходимо для обеспечения минимальных сечений и длины провода основной обмотки.

При экспериментальном исследовании потерь энергии было испытано два макета сверхпроводящего выключателя,

<sup>1</sup> Для точного определения величин  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $a$  и  $\tau$  необходим подробный анализ процесса образования очагов нормальной фазы.

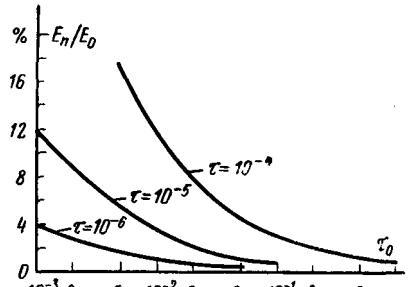


Рис. 2. Зависимость потерь энергии от длительности разряда индуктивного накопителя на нагрузку.

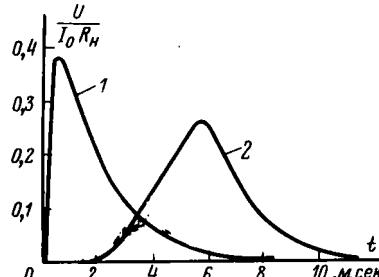


Рис. 3. Осциллографмма импульса напряжения на нагрузке ( $R_h=5\text{ ом}$ ) при работе сверхпроводящего выключателя.

1 — магнитный выключатель;  $I_0=14\text{ а}, C=20\text{ мкф}; U_0=150\text{ в}$ ; 2 — тепловой выключатель;  $I_0=30\text{ а}, C=10\text{ мкф}, U_0=1500\text{ в}$ .

одинаковых по конструкции и отличающихся только материалом управляющей обмотки.

Основная обмотка в обоих макетах была выполнена проводом диаметром 0,25 мм из сплава 65БТ (без медного покрытия) и намотана в два слоя бифилярно; длина намотки составляла 25 мм; средний диаметр — 26,5 мм; число витков — 138; индуктивность — 11 мкГн; сопротивление при  $T=20^\circ\text{C}$  — 93 ом; толщина изоляции между слоями — 0,05 мм; критический ток — 15—30 а.

Управляющая обмотка была также выполнена бифилярно в два слоя, причем таким образом, что вся основная обмотка располагалась между слоями управляющей.

В макете выключателя теплового действия управляющая обмотка была изготовлена из никромовой проволоки диаметром 0,3 мм, с числом витков 101 и сопротивлением при  $T=-20^\circ\text{C}$  56 ом.

В макете магнитного выключателя для управляющей обмотки использован медный провод диаметром 0,33 мм; число витков — 137; индуктивность — 20 мкГн.

Испытания макетов сверхпроводящего выключателя совместно с индуктивным накопителем энергии производились по схеме, изображенной на рис. 1. В качестве накопителя энергии использовалась катушка из медного провода индуктивностью  $5 \cdot 10^{-3}$  гн. Сопротивление нагрузки составляло во всех опытах 5 ом.

Источником тока служил выпрямитель, собранный по шестифазной схеме. Переход выключателя в нормальное состояние достигался разрядом конденсатора на его управляющую обмотку; в ряде опытов конденсатор разряжался непосредственно на основную обмотку выключателя (управляющая обмотка не использовалась). В процессе экспериментов осциллографировался импульс напряжения, возникающий на выключателе при переходе в нормальное состояние. Типовые осциллографмы для магнитного и теплового выключателей приведены на рис. 3, результаты опытов сведены в таблицу.

Тип выключателя	$C, \text{мкф}$	$U_0, \text{в}$	$\frac{CU_0^2}{2} \frac{\text{дж}}{\text{з}}$	$I_0, \text{а}$	$\frac{LI_0^2}{2} \frac{\text{дж}}{\text{з}}$	К. п. д.	
						$\eta_1$	$\eta_2$
Тепловой	10	600	1,8	10	0,25	0,124	0,013
	10	1500	11,25	30	2,25	0,33	0,055
Магнитный с управляющей обмоткой	20	150	0,225	15	0,565	0,46	0,328
	20	200	0,4	15	0,565	0,89	0,52
Магнитный без управляющей обмотки	6	120	0,043	15	0,565	0,284	0,264
	6	150	0,067	15	0,565	0,47	0,42
	6	200	0,12	15	0,565	0,59	0,485
	20	150	0,225	15	0,565	0,84	0,6

В таблице даны следующие обозначения:  $C$  — емкость вспомогательного конденсатора;  $U_0$  — напряжение, до которого был предварительно заряжен конденсатор;  $I_0$  — отключающий ток;  $L$  — индуктивность накопителя энергии. Под к. п. д.  $\eta_1$  подразумевается отношение энергии, выделенной в на-

грузке, к энергии, запасенной в накопителе  $\frac{LI_0^2}{2}$ ; коэффициент  $\eta_2$  обозначает отношение энергии, выделенной в нагрузке, к сумме энергий, запасенных в индуктивном накопителе и вспомогательном конденсаторе.

Величина энергии, выделенной в нагрузке, определялась по осциллографммам напряжения путем графического интегрирования.

Отметим, что предельно достижимое значение  $\eta_1$ , соответствующее мгновенному переходу обмотки выключателя в нормальное состояние и определяемое соотношением сопротивлений выключателя и нагрузки, составляло 90%.

Из таблицы видно, что с увеличением энергии вспомогательного конденсатора к. п. д. выключателя увеличивается, однако для достижения значения  $\eta_1 > 0,5$  необходим разряд вспомогательного конденсатора с энергией такого же порядка, как и энергия, запасенная в индуктивном накопителе. При непосредственном разряде конденсатора на сверхпроводящую обмотку требовалась несколько меньшая энергия вспомогательного конденсатора, чем при использовании управляющей обмотки.

Большая величина необходимой энергии вспомогательного конденсатора может быть, отчасти, объяснена значительной разницей между критическим током наиболее «слабого» участка обмотки (определенным предельное значение начального тока  $I_0$ ) и током, при котором начинается переход основной части обмотки в нормальное состояние; последний составляет около 100 а, что было показано путем осциллографирования тока при разряде конденсатора на сверхпроводящую обмотку<sup>2</sup>.

При испытании выключателя теплового действия не удалось получить к. п. д.  $\eta_1$  более 0,33 даже при энергии вспомогательного конденсатора, в несколько раз превышающей

значение  $\frac{LI_0^2}{2}$ . Напомним, что все опыты проводились при

$t_0=10^{-3}$  сек. Очевидно, что при больших  $t_0$  можно получить более высокий к. п. д. при меньшем относительном значении энергии, запасаемой во вспомогательном конденсаторе.

Проведенные анализ и эксперименты показывают, что сверхпроводящий выключатель из сплава с высокой критической напряженностью магнитного поля (например, из сплава 65БТ) нецелесообразно применять для разряда цепи индуктивного накопителя при длительности выделения энергии порядка  $10^{-3}$  сек и ниже. Для успешного решения этой задачи необходим специальный сплав с небольшой максимальной критической напряженностью магнитного поля (порядка нескольких килоэрстед) и высокими критической плотностью тока и удельным сопротивлением в нормальном состоянии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Эймин и Видерхольд, Быстро действующие мощные сверхпроводящие выключатели, «Приборы для научных исследований», 1964, № 6.

2. Смит, Защита сверхпроводящих катушек, «Приборы для научных исследований», 1963, № 4.

[26.3.1971]

<sup>2</sup> При изменении начального напряжения на конденсаторе емкостью 100 мкФ от 80 до 150 в максимальный ток изменялся незначительно и составлял около 100 а, что, по-видимому, означает начало перехода значительной части обмотки в нормальное состояние при достижении данного значения тока.

Сопоставление экспериментальной зависимости сопротивления от времени с уравнением (3) позволило оценить число очагов нормальной фазы, изменявшееся в пределах от 25 до 300 при указанном изменении начального напряжения на конденсаторе.



## Расчет надежности электротехнических систем методом статистического моделирования

Доктор техн. наук Н. В. НОВЕЛЛА и канд. техн. наук Б. И. ЗОТОВ  
Москва

Практически все существующие методики расчетов надежности основываются на предположении, что время между соседними отказами и восстановлениями распределено по экспоненциальному закону. Правомерность этого предположения в случае расчета надежности элементов обычно определяется наличием периода нормальной эксплуатации, характерным постоянством интенсивности отказов, а для сложных систем, работающих в режиме восстановления, — свойством стабилизации потока отказов при длительной эксплуатации. Важно и то, что применение экспоненциального закона позволяет существенно упростить расчеты, производя их общедоступными аналитическими методами.

Статистические исследования последних лет подорвали гегемонию экспоненциального закона надежности. Установлено, например, что время между отказами распределительных сетей и линий электропередачи 6, 10, 35 и 110 кв, систем управления автоматизированными электроприводами, систем автоматики энергоблоков тепловых электростанций, синхронных генераторов малой мощности, дизелей судовых и стационарных электроагрегатов, самолетного энергетического оборудования, ламп накаливания, силовых электромеханических приводов, вакуумных и полупроводниковых приборов промышленной электроники, вообще говоря, не подчиняется экспоненциальному закону, а для сложных восстанавливаемых систем стабилизация потока отказов обычно наблюдается не ранее, чем через 2—3 года, причем в дальнейшем, как правило, поток отказов возрастает в связи с явлениями старения и износа оборудования. Время восстановления электротехнических систем часто не подчинено экспоненциальному закону.

Эти обстоятельства, а также необходимость расчета надежности резервированных систем, выполняющих сложные задачи за относительно короткое время, когда поток отказов принципиально нестационарен, определяют интерес к исследованиям систем с избыточностью, состоящих из элементов с произвольными законами распределения времени между отказами.

Расчет надежности систем этого класса целесообразно производить на ЦВМ методом статистического моделирования, поскольку возможности аналитического расчета ограничены частным случаем распределения Пуассона, когда интегральное уравнение Вольтерра второго рода с разностным ядром решается применением преобразования Лапласа и теоремы Бореля. Усложнение модели введением переключающих устройств, готовности резерва, восстановления и т. д., наконец, необходимость получения не только конечных, но и промежуточных результатов расчетов, необходимость варьирования исходных данных делают применение аналитических методов, по меньшей мере, спорным. Однако на пути широкого применения ЦВМ для решения задач надежности систем рассматриваемого класса имеются некоторые трудности.

Во-первых, при моделировании времени безотказной работы элементов системы не всегда удается найти так называемые преобразующие функции, неявная запись которых имеет вид:

$$F(t) = \int_0^t f(x) dx = y, \quad (1)$$

и служащие для получения значений моделируемой величины

$$t = \Psi(y), \quad (2)$$

где  $f(t)$  — плотность распределения времени безотказной работы;  $\Psi(y)$  — преобразующая функция, обратная функции распределения  $F(t)$ ;  $y$  — случайная величина, равномерно распределенная в интервале 0,1 и получаемая на ЦВМ с помощью специальных программ или датчиков.

Во-вторых, значительно увеличивается машинное время при расчете надежности сложных систем, так как многократно повторяемое моделирование времени безотказной работы

связано с большим количеством арифметических операций, определяемым видом функции (2), куда обычно входит величина  $\ln y$ , на вычисление которой требуется свыше 50 операций.

В-третьих, эффективность машинного счета нелегко повысить при расчете надежности сложных систем, имеющих разнородную структуру и состоящих из элементов с различными законами распределения времени между отказами и восстановлениями в связи с трудностями разработки универсальных программ, лимитированным объемом оперативной памяти, увеличением времени на подготовку исходной информации и т. д.

Преодоление указанных трудностей в значительной степени могло бы быть облегчено, если бы удалось отыскать функцию распределения (назовем ее универсальной), параметры которой однозначно соответствуют параметрам наиболее употребительных из известных функций распределения и плотность которой имеет интеграл.

Здесь делается попытка предложить такую функцию.

Рассмотрим вспомогательную функцию вида

$$x(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad (3)$$

где  $F(t)$  — функция распределения времени безотказной работы. Известно, что для усеченного нормального закона

$$x(t) = 0,796 \exp \left[ -\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2} \right] \sigma^{-1} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{t-T}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где  $T$  и  $\sigma$  соответственно математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы;  $\Phi(u)$  — функция Лапласа.

При  $t=0$   $x(t) \approx 0$ , при  $t > 0$   $x(t_1) > x(t_2)$ , если  $t_2 > t_1$ , т. е. имеет место монотонное возрастание значений  $x$ . Для распределения Релея

$$x(t) = \frac{t}{\sigma^2}, \quad (5)$$

и представляет собой прямую, проходящую через начало координат.

Для распределения Вейбулла

$$x(t) = mkt^{k-1}, \quad (6)$$

где  $m$  и  $k$  — параметры распределения.

При  $k > 1$   $x$  монотонно возрастает, при  $k < 1$  монотонно убывает. При  $k=1$   $x=m=\text{const}$ , т. е. превращается в экспоненциальное распределение.

Для гамма-распределения характер изменения функции

$$x(t) = \frac{m(mt)^{k-1}}{(k-1)! \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(mt)^i}{i!}}, \quad (7)$$

такой же, как и для распределения Вейбулла.

Анализ статистики по отказам и вид рассмотренных функций позволяет сделать предположение, что для их аппроксимации достаточно применить кривую второго порядка вида

$$x(t) = \lambda''t^2 + \lambda't + \lambda, \quad (8)$$

где  $\lambda''$ ,  $\lambda'$  и  $\lambda$  — параметры универсального распределения.

Интегрируя выражение (8), получим:

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \int_0^t (\lambda''t^2 + \lambda't + \lambda) dt \right] = 1 - \exp \left[ - \frac{\lambda''t^3}{3} - \frac{\lambda't^2}{2} - \lambda t \right]. \quad (9)$$

## Значения нормального и универсального распределений

$t, \mu$	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850
$1 - \Phi\left(\frac{t-500}{100}\right)$	0,9772	0,9332	0,8413	0,6915	0,5000	0,3085	0,1587	0,0668	0,0228	0,0062	0,0014	0,0002
$1 - F_1(t)$	0,9772	0,9486	0,8579	0,6990	0,5000	0,3088	0,1597	0,0676	0,0228	0,0060	0,0012	0,0002
$1 - F_2(t)$	0,9404	0,9234	0,8413	0,6920	0,5000	0,3089	0,1587	0,0660	0,0216	0,0054	0,0010	0,0001

Плотность распределения

$$f(t) = (\lambda'' t^2 + \lambda' t + \lambda) \exp\left[-\frac{\lambda'' t^3}{3} - \frac{\lambda' t^2}{2} - \lambda t\right]. \quad (10)$$

Нетрудно заметить, что экспоненциальное распределение и распределение Релея — частные случаи универсального распределения.

Преобразующая функция может быть определена как

$$1 - \exp\left[-\frac{\lambda'' t^3}{3} - \frac{\lambda' t^2}{2} - \lambda t\right] = y,$$

тогда

$$\frac{\lambda'' t}{3} + \frac{\lambda' t^2}{2} + \lambda t + \ln(y-1) = 0;$$

полагая  $t = z - \frac{\lambda'}{2\lambda''}$  и деля на  $\frac{\lambda''}{3}$ , получим:

$$z^3 + 3pz + 2q = 0, \quad (11)$$

где

$$2q = \frac{(\lambda')^3}{4(\lambda'')^3} - \frac{3\lambda'\lambda}{2\lambda''} + \frac{3 \ln(y-1)}{\lambda''};$$

$$3p = \frac{3 \left[ \lambda'\lambda - \frac{(\lambda')^2}{4} \right]}{(\lambda'')^2},$$

и т. д., заканчивая решение уравнения (11) с помощью известных формул Кардана.

Располагая параметрами известных функций распределения, сравнительно легко определить параметры функции (8). Наименьший объем вычислений получается в том случае, когда на участке аппроксимации выбираются три точки и решается система из трех уравнений. Например, для нормального закона такими точками могут быть  $T$ ,  $+2\sigma$ ,  $-2\sigma$  или  $T$ ,  $+\sigma$ ,  $-\sigma$ .Положив  $T=500 \mu$ ,  $\sigma=100 \mu$ , получим:

$$\left. \begin{aligned} \lambda''_1 \frac{300^3}{3} + \lambda'_1 \frac{300^2}{2} + \lambda_1 300 + \ln(1 - 0,0228) &= 0; \\ \lambda''_1 \frac{500^3}{3} + \lambda'_1 \frac{500^2}{2} + \lambda_1 500 + \ln(1 - 0,5) &= 0; \\ \lambda''_1 \frac{700^3}{3} + \lambda'_1 \frac{700^2}{2} + \lambda_1 700 + \ln(1 - 0,9772) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

откуда  $\frac{1}{3} \lambda''_1 = 0,0338214175 \cdot 10^{-6}$ ;

$$\frac{1}{2} \lambda'_1 = -20,510064 \cdot 10^{-6}; \quad \lambda_1 = 3185,97028 \cdot 10^{-6}$$

и соответственно

$$\left. \begin{aligned} \lambda''_2 \frac{400^3}{3} + \lambda'_2 \frac{400^2}{2} + \lambda_2 400 + \ln(1 - 0,1587) &= 0; \\ \lambda''_2 \frac{500^3}{3} + \lambda'_2 \frac{500^2}{2} + \lambda_2 500 + \ln(1 - 0,5) &= 0; \\ \lambda''_2 \frac{600^3}{3} + \lambda'_2 \frac{600^2}{2} + \lambda_2 600 + \ln(1 - 0,8413) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

откуда  $\frac{1}{3} \lambda''_2 = 0,036366475 \cdot 10^{-6}$ ;

$$\frac{1}{2} \lambda'_2 = -23,1870625 \cdot 10^{-6}; \quad \lambda_2 = 3888,2065 \cdot 10^{-6}.$$

Уравнения (12) и (13) решены с точностью до шестого знака.

Значения функций

$$1 - F_1(t) = \exp\left[-\frac{\lambda''_1 t^3}{3} - \frac{\lambda'_1 t^2}{2} - \lambda_1 t\right];$$

$$1 - F_2(t) = \exp\left[-\frac{\lambda''_2 t^3}{3} - \frac{\lambda'_2 t^2}{2} - \lambda_2 t\right]$$

$$1 - \Phi\left(\frac{t-500}{100}\right)$$

для ряда значений  $t$  вычислены и приведены в таблице.При аппроксимации на участке  $T \pm \sigma$  в условиях рассмотренного примера максимальная абсолютная величина ошибки составляет 0,0005, а статистическая оценка простой ошибки 0,00018; для участка  $T \pm 2\sigma$  соответственно 0,0166 и 0,0046. При необходимости точность можно увеличить на порядок, используя симметричность нормального закона, полагая при  $t < T$   $F(t) = 1 - F(2T-t)$  и внося незначительные изменения в программу. В условиях примера максимальная ошибка на участке  $T \pm 3,5\sigma$  равна 0,0001. Еще большую точность дает применение метода наименьших квадратов.Исследование, проведенное с помощью ЦВМ, показало, что широко применяемое распределение Вейбулла при наиболее вероятном по статистическим данным диапазоне изменений параметра  $k$  ( $1 \div 2$ ) имеет такую же относительно высокую сходимость с универсальным распределением.

Целесообразность применения универсального распределения определяется следующими соображениями.

1. Универсальное распределение, являясь функцией трех параметров, лучше согласуется с экспериментально-статистическими материалами по отказам электрооборудования, чем известные распределения, соответствующие этим материалам, как правило, лишь на одном из периодов эксплуатации.

2. Существенно сокращается машинное время и упрощаются программы расчета надежности на ЦВМ, поскольку процедура многократного моделирования времени безотказной работы элементов, находящихся в последовательном (в структурном смысле) соединении, заменяется суммированием коэффициентов  $\lambda''$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda$  и отпадает необходимость в тех частях программы, которые необходимы для выбора закона распределения.

3. Отпадает необходимость в проведении весьма громоздких вычислений при обработке статистических материалов по надежности, связанных с определением параметров теоретических распределений и выбором одного из них по критериям согласия. Параметры универсального распределения легко получить по методу наименьших квадратов.

4. Справочные данные и таблицы надежности унифицируются; облегчается пользование ими.



# Расчет дисперсии групповых графиков электрической нагрузки

Канд. техн. наук В. И. ГОРДЕЕВ  
Новочеркасск

Дисперсия  $DP$  графика активной мощности  $P(t)$ , характеризуя его неравномерность, является, как правило, основным параметром закона распределения вероятностей различных значений этого графика (или его упорядоченной диаграммы)<sup>1</sup>. Практически дисперсия  $DP$  необходима, например, для расчетов характеристик колебаний и отклонений от различных уровней графика  $P(t)$ .

Между тем точный расчет дисперсии  $DP$  группового графика  $P(t)$  не может быть отнесен к числу простых даже при известных образующих его индивидуальных графиках  $p_r(t)$ ,  $r=1, 2, 3, \dots, n$ . Причина этого заключается в том, что в формуле дисперсии

$$DP = \sum_{r=1}^n Dp_r + 2 \sum_{r < s} K_{p_r, p_s} \quad (1)$$

наряду с дисперсиями индивидуальных графиков  $Dp_r$  входят значения взаимно корреляционных моментов  $K_{p_r, p_s}$  всех пар графиков  $p_r(t)$  и  $p_s(t)$ . Заметим, что число слагаемых в первой сумме формулы (1) равно  $n$ , в то время как число слагаемых во второй сумме этой формулы, т. е. число взаимно корреляционных моментов, равно  $n(n-1)$ .

В большинстве исследований по методам расчета характеристик групповых графиков нагрузки величины  $K_{p_r, p_s}$  принимались приближенно равными нулю. Однако неучет взаимно корреляционных моментов может привести к значительной ошибке в определении  $DP$  [Л. 2 и 3], так как значения их с вероятностью, отличной от нуля, могут быть соизмеримы (по абсолютной величине) со значениями  $Dp_r$ . Поэтому расчет дисперсии группового графика должен предшествовать анализ взаимной коррелированности индивидуальных графиков.

**Исходные положения и постановка вопроса.** В соответствии с [Л. 2 и 3] взаимно корреляционные моменты графиков  $p_r(t)$  и  $p_s(t)$  определяются по формуле:

$$K_{p_r, p_s} = \frac{1}{T} \int_0^T p_r(t) p_s(t) dt - \left( \frac{1}{T} \int_0^T p_r(t) dt \right) \left( \frac{1}{T} \int_0^T p_s(t) dt \right). \quad (2)$$

В настоящей статье основное внимание уделено рассмотрению периодических графиков  $p_r(t)$  с одинаковым для всех периодов  $t_{\Delta}$ , т. е. принято, что  $t_{\Delta}=t_{\Delta s}=\text{const}=t_{\Delta}$ . Поскольку в этом случае график  $p(t)$  будет также иметь период  $t_{\Delta}$ , то в (2) следует, очевидно, принять  $T=t_{\Delta}$ . Из (2) следует, что  $K_{p_r, p_s}=0$ , если оба графика либо один из них неизменны во времени. В самом деле, полагая  $p_r(t)=\text{const}=p_r$ , из формулы (2) имеем:

$$K_{p_r, p_s} = p_r (p_{sc} - p_{sc}) = 0^*,$$

где  $p_{sc}$  — среднее значение графика  $p_s(t)$ .

Если  $p_r(t) \neq \text{const}$  и  $p_s(t) \neq \text{const}$ , то их взаимно корреляционный момент будет, очевидно, являться функцией сдвига  $t_{r,s}$  во времени между ними, т. е.

$$K_{p_r, p_s} = F(t_{r,s}) = K_{p_r, p_s}(t_{r,s}).$$

**Пример 1.** Построить зависимость  $K_{p_r, p_s}(t_{r,s})$  для пары графиков

$$p_r(t) = p_{ro} + \frac{p_{rm} - p_{ro}}{t_{\Delta}} t \quad \text{и} \quad p_s(t) = p_{so} + \frac{p_{sm} - p_{so}}{t_{\Delta}} t.$$

<sup>1</sup> Изложенные принципы могут быть распространены и на графики реактивной мощности нагрузки  $Q(t)$ , а при соответствующих условиях [Л. 1] — на графики нагрузки по току  $I(t)$ .

\* Здесь и далее в обозначении взаимно корреляционного момента индекс  $p$  опущен.

Полагая, например, начало ( $t=0$ ) графика  $p_r(t)$  фиксированным, для второго графика имеем (рис. 1, а):

$$p_s(t, t_{r,s}) = \begin{cases} p_{so} + \frac{p'_{sm}}{t_{\Delta}} (t + t_{\Delta} - t_{r,s}), & 0 \leq t \leq t_{r,s}; \\ p_{so} + \frac{p'_{sm}}{t_{\Delta}} (t - t_{r,s}), & t_{r,s} \leq t \leq t_{\Delta}. \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), после соответствующих преобразований получим:

$$K_{p_r, p_s}(t_{r,s}) = \sqrt{Dp_r Dp_s} \left[ 1 - 6 \frac{t_{r,s}}{t_{\Delta}} + 6 \left( \frac{t_{r,s}}{t_{\Delta}} \right)^2 \right], \quad (3a)$$

где

$$Dp_r = \frac{(p_{rm} - p_{ro})^2}{12} \quad \text{и} \quad Dp_s = \frac{(p_{sm} - p_{so})^2}{12}$$

— дисперсия графиков  $p_r(t)$  и  $p_s(t)$ .

Зависимость  $\frac{K_{p_r, p_s}(t_{r,s})}{\sqrt{Dp_r Dp_s}} = F\left(\frac{t_{r,s}}{t_{\Delta}}\right)$  приведена на рис. 1, б.

Как явствует из приведенного примера, взаимно корреляционный момент пары графиков существенно зависит от характера их взаимного наложения, т. е. от сдвигов во времени между ними. Помимо этого, из вышеприведенного можно сделать следующие выводы о свойствах рассматриваемых моментов графиков вида  $p_r(t)$  и  $p_s(t) = a + b p_r(t)$ :

график  $K_{p_r, p_s}(t_{r,s})$  симметричен относительно прямой, проходящей параллельно оси ординат через точку  $t_{r,s} = \frac{t_{\Delta}}{2}$ ;

функция  $K_{p_r, p_s}(t_{r,s})$  имеет максимум при  $t_{r,s}=0$  (при  $a=0$  и  $b=1$   $K_{p_r, p_s}(0)=Dp_s$ );

среднее значение функции  $K_{p_r, p_s}(t_{r,s})$  равно нулю, т. е.

$$\frac{1}{t_{\Delta}} \int_0^{t_{\Delta}} K_{p_r, p_s}(t_{r,s}) dt_{r,s} = 0. \quad (4)$$

Поскольку основной особенностью корреляционного момента является его существенная зависимость от характера наложения графиков, в настоящей статье рассматриваются два случая:

график  $P(t)$  образуется при детерминированном наложении графиков  $p_r(t)$ , т. е. интервалы  $t_{r,s}$  фиксированы; в процессе работы интервалы  $t_{r,s}$  могут меняться случайным образом.

**Детерминированное наложение индивидуальных графиков.** Если в процессе работы электроприемников интервалы времени между моментами включения их не изменяются (поточные автоматические линии), то методика учета взаимно корреляционного момента при расчете  $DP$  сводится к следующему.

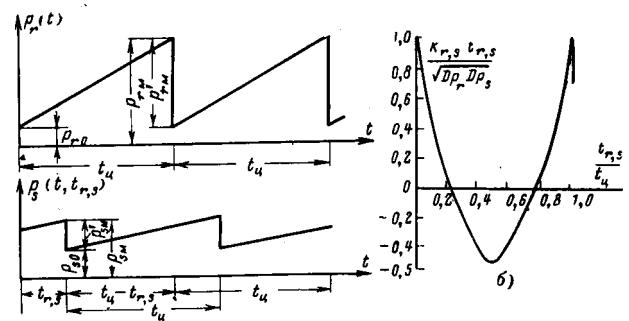


Рис. 1.

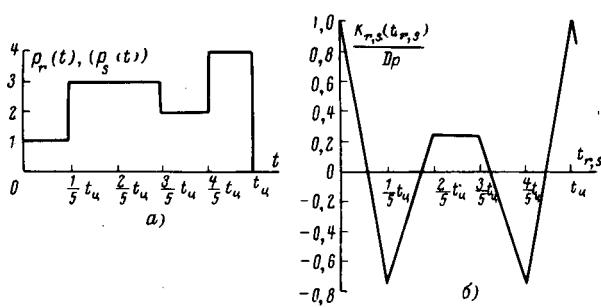


Рис. 2.

Для каждой пары графиков строится зависимость  $K_{r,s}(t_{r,s})$  и определяется суммарный взаимно корреляционный момент

$$KP = 2 \sum_{r < s} K_{r,s}(t_{r,s}). \quad (5)$$

Для одинаковых графиков

$$KP = 2 \sum_{l=1}^{n-i} (n-l) K_l(t_l); \quad (5a)$$

где  $l=s-r$ .

**Пример 2.** Определить дисперсию нагрузки фидера, питающего пять электроприемников, периодические графики нагрузки которых приведены на рис. 2,а. Известно, что сдвиг во времени между любой парой графиков равен  $\frac{s-r}{n} t_{\Pi}$ .

Для ступенчатых графиков расчёт взаимно корреляционного момента по формуле (3а) сводится к следующему

$$K_{r,s}(0) = Dp = 1,04;$$

$$K_{r,s}\left(\frac{1}{5} t_{\Pi}\right) = -0,76;$$

$$K_{r,s}\left(\frac{2}{5} t_{\Pi}\right) = 0,24 \text{ и т. д.}$$

Данные расчета сведены в таблицу.

График зависимости  $\frac{K_{r,s}(t_{r,s})}{Dp} = F\left(\frac{t_{r,s}}{t_{\Pi}}\right)$  приведен на рис. 2,а.

$t_{r,s} = \frac{s-r}{n} t_{\Pi}$ $(t_l = \frac{l}{n} t_{\Pi})$	0	$\frac{1}{5} t_{\Pi}$	$\frac{2}{5} t_{\Pi}$	$\frac{3}{5} t_{\Pi}$	$\frac{4}{5} t_{\Pi}$	$t_{\Pi}$
$K_{r,s}(t_{r,s})$ $[K_l(t_l)]$	1,04	0,76	+0,24	+0,24	-0,76	1,04

Подставляя теперь значения  $K_l(t_l) [K_{r,s}(t_{r,s})]$  в (5), получим:  $KP = -5,2$ .

Значение дисперсии определим по формуле (1):

$$DP = nDp + KP = 0.$$

Без учета взаимно корреляционного момента  $D'P = nDp = 5,2$ . В справедливости результата  $DP = 0$  легко убедиться, совместив графики рис. 2,а с одинаковым интервалом. В этом случае

$$P(t) = \text{const} = P_c = np_c = 13.$$

**Случайное наложение индивидуальных графиков.** Если графики  $p_r(t)$  и  $p_s(t)$  налагаются случайным образом и при этом известен закон распределения  $f(t_{r,s})$  вероятностей различных значений сдвигов между ними, то в этом случае в расчеты  $DP$  необходимо вводить математическое ожидание (среднее значение) взаимно корреляционного момента, определяемое по следующей формуле [Л. 4]

$$MK_{r,s}(t_{r,s}) = K_{r,s} = \int_0^{t_{\Pi}} K_{r,s}(t_{r,s}) f(t_{r,s}) dt_{r,s}. \quad (6)$$

Существенно, что в случае нелинейной зависимости взаимно корреляционного момента от  $t_{r,s}$

$$MK_{r,s}(t_{r,s}) \neq K_{r,s}(Mt_{r,s}); \quad \left( Mt_{r,s} = \int_0^{t_{\Pi}} t_{r,s} f(t_{r,s}) dt_{r,s} \right), \quad (7)$$

т. е. среднее значение момента не равно моменту при среднем значении сдвига  $t_{r,s}$ .

**Пример 3.** Найти среднее значение взаимно корреляционного момента пары графиков из примера 1, если распределение интервалов между ними подчиняется закону Симпсона, т. е.

$$f(t_{r,s}) = \begin{cases} \frac{4}{t_{\Pi}^2} t_{r,s}, & 0 \leq t_{r,s} \leq \frac{t_{\Pi}}{2}; \\ \frac{4}{t_{\Pi}^2} (t_{\Pi} - t_{r,s}), & \frac{t_{\Pi}}{2} \leq t_{r,s} \leq t_{\Pi}. \end{cases} \quad (8)$$

Подставив значение  $K_{r,s}(t_{r,s})$  из (3а) и  $f(t_{r,s})$  из (8) в (6), имеем:

$$MK_{r,s}(t_{r,s}) = \frac{4 \sqrt{Dp_r Dp_s}}{t_{\Pi}} \times$$

$$\times \left\{ \int_0^{t_{\Pi}} \left[ 1 - 6 \frac{t_{r,s}}{t_{\Pi}} + 6 \left( \frac{t_{r,s}}{t_{\Pi}} \right)^2 \right] t_{r,s} dt_{r,s} + \int_{\frac{t_{\Pi}}{2}}^{t_{\Pi}} \left[ 1 - 6 \frac{t_{r,s}}{t_{\Pi}} + 6 \left( \frac{t_{r,s}}{t_{\Pi}} \right)^2 \right] (t_{\Pi} - t_{r,s}) dt_{r,s} \right\}.$$

После соответствующих преобразований получим:

$$MK_{r,s}(t_{r,s}) = K_{r,s} = -\sqrt{\frac{Dp_r Dp_s}{4}}.$$

Расчеты взаимно корреляционных моментов при случайном наложении графиков существенно упрощаются, если закон распределения интервалов  $t_{r,s}$  равномерный, т. е.

$$f(t_{r,s}) = \frac{1}{t_{\Pi}}; \quad 0 \leq t_{r,s} \leq t_{\Pi}. \quad (9)$$

В этом случае, как следует из (4), среднее значение взаимно корреляционного момента графиков примера (1) и (2) будет равно нулю.

В заключение рассмотрим случай неравнoperiodичных графиков  $p_r(t)$  и  $p_s(t)$ , т. е. графиков, для которых  $t_{\Pi r} \neq t_{\Pi s}$ . Очевидно, в этом случае график  $P(t)$  будет иметь периодом наименьшее общее кратное периодов  $t_{\Pi r}$  и  $t_{\Pi s}$ .

Практика расчета показывает, что если  $t_{\Pi s} \neq m t_{\Pi r}$ , где  $m$  — целое число, то взаимно корреляционный момент пары неравнoperiodичных графиков, определенный за время периода графика  $P(t)$ , может быть равен нулю независимо от значения  $t_{r,s}$ , даже если оба графика не являются неизменными во времени.

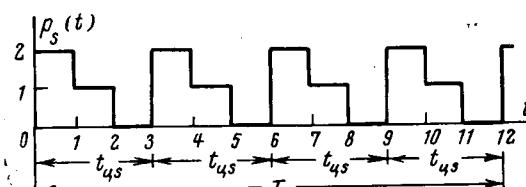
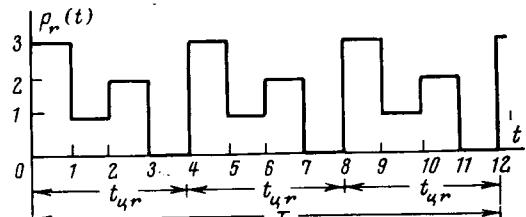


Рис. 3.

**Пример 4.** Построить зависимость  $K_{r,s}(t_r, s)$  двух графиков рис. 3.

Вычисляем взаимно корреляционный момент по формуле (2), приняв  $T=12$ .

$$K_{r,s}(0)=0, K_{r,s}(1)=0 \text{ и т. д.}$$

Продолжая подобные расчеты далее, можно убедиться, что при любом значении  $t_r, s$   $K_{r,s}(t_r, s)=0$ .

**Выводы.** 1. Расчет дисперсии групповых графиков по известным индивидуальным графикам необходимо производить с учетом взаимно корреляционных зависимостей между последними.

2. Взаимно корреляционные моменты равнoperiodических графиков существенно зависят от характера изменения взаимного наложения графиков, т. е. от сдвигов во времени между ними. Зная эту зависимость, можно организовать совместный режим работы электроприемников, уменьшающий дисперсию (неравномерность) группового графика.

3. Среднее значение взаимно корреляционного момента периодических графиков при равномерном распределении интервалов времени между моментами включения приемников тождественно равно нулю.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Волобринский С. Д. и др., Электрические нагрузки промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1964.

2. Каялов Г. М. и Гордеев В. И., Взаимная корреляция нагрузок поездов в расчетах электрических нагрузок тяговых сетей, Изв. вузов, «Электромеханика», 1969, № 9.

3. Каялов Г. М. и Гордеев В. И., Теория корреляции и основы расчета электрических нагрузок железнодорожных тяговых сетей, Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1969, № 5.

4. Вентцель Е. С., Теория вероятностей, изд-во «Наука», 1964.

[16.12.1970]



УДК 621.311.1.001.24

## Об учете коэффициентов трансформации при расчете режима электрической сети методом уравнений узловых напряжений

П. И. БАРТОЛОМЕЙ

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова

Современная электрическая система содержит сети и линии разного номинального напряжения, связанные между собой повышающими и понижающими трансформаторами или автотрансформаторами. Для улучшения работы сетей и регулирования напряжений имеются вольтодобавочные трансформаторы, э. д. с. которых могут иметь как продольные, так и поперечные составляющие. В целом отношения уровней напряжений разных ступеней характеризуются комплексными коэффициентами трансформации  $k_t$ , имеющими действительные и мнимые составляющие. Методика расчета таких систем с использованием контурных уравнений изложена в [Л. 1]. Однако, если речь идет об использовании уравнений узловых напряжений (УУН), то в настоящее время нет алгоритмов расчета замкнутых сетей с несколькими уровнями напряжений, достаточно удобных в прямых и в итерационных методах и учитывающих комплексные значения  $k_t$ . Приведение всей сети к одному уровню напряжения и неучет неуравновешенных трансформаторных э. д. с. дает в некоторых случаях большую погрешность.

Введение дополнительной э. д. с. трансформации, являющейся функцией напряжений прилегающих узлов, приводит к появлению новых зависимых переменных, что неблагоприятно оказывается при итерационном вычислении. Алгоритм расчета режима системы с раздельным рассмотрением сетей каждого из уровней напряжения и введением задающих токов в местах стыковки сетей через трансформаторы [Л. 2] встречает большие трудности в программной реализации для систем, содержащих сотни узлов и 3—5 уровней напряжения.

В настоящее время наибольшее распространение получили программы расчета установившегося режима сложных энергосистем, разработанные в Институте электродинамики АН УССР [Л. 3 и 4]. При рассмотрении сетей с трансформаторными связями учитываются только действительные коэффициенты трансформации.

Отсутствие строго формализованного алгоритма для учета комплексных коэффициентов трансформации вызывает ряд затруднений при постановке задачи на ЦВМ. В отличие от работы [Л. 5], в которой учет  $k_t$  осуществлен усложнением рекуррентных выражений итерационного процесса, ниже рассматривается методика учета  $k_t$  на предварительном этапе работы программы соответствующим пересчетом элементов матрицы проводимостей сети с любым количеством разных уровней напряжения. Предлагаемая запись УУН пригодна как для прямых, так и для итерационных методов решения.

Рассмотрим в общем виде связь между узлами  $i$  и  $j$  (рис. 1, а), включающую в себя трансформаторы с обоих концов линий передачи, сопротивление которой  $z_{lij}$ . На схеме замещения показаны также сопротивления трансформаторов  $z_{ti}$  и  $z_{sj}$ . Отсутствию трансформатора соответствует  $z_{ti}=0$ .

$k_t=1$ . Если ветвь чисто трансформаторная, то  $z_{lij}=0$  (рис. 1, б). В дальнейшем в УУН будут входить проводимости:

$$Y_{ij} = \frac{1}{z_{ti} + z_{lij} + z_{sj}}. \quad (1)$$

Коэффициенты трансформации  $k_{ij}$  и  $k_{ji}$  показывают отношения напряжений со стороны линий к напряжениям узлов:  $k_{ij} = \dot{U}_{li}/\dot{U}_i$ ,  $k_{ji} = \dot{U}_{lj}/\dot{U}_j$ , или их сопряженные значения могут быть записаны через токи  $\hat{k}_{ij} = I_{ij}/I_{lij}$ ,  $\hat{k}_{ji} = I_{ji}/I_{lij}$ .

Если в узле сходится несколько передач, то исходя из первого закона Кирхгофа, можно записать:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (\dot{U}_j k_{ji} - \dot{U}_i k_{ij}) Y_{ij} \hat{k}_{ij} = I_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $n$  — число узлов в системе. Из последнего выражения следует:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{U}_j (k_{ji} \hat{k}_{ij} Y_{ij}) - \dot{U}_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |k_{ij}|^2 Y_{ij} = I_i, \quad (3)$$

или в матричном виде

$$\dot{Y}U = I. \quad (4)$$

В (4) элементы матрицы  $\dot{Y}$  имеют значения:

$$\dot{Y}_{ij} = \hat{k}_{ij} k_{ji} Y_{ij}, \quad (5)$$

$$\dot{Y}_{ii} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |k_{ij}|^2 Y_{ij}. \quad (6)$$

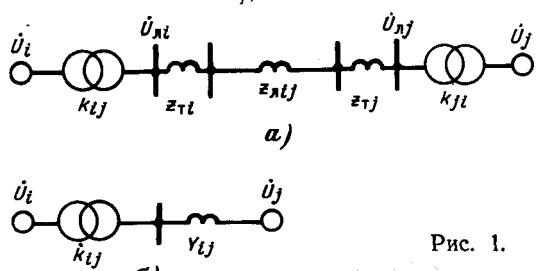


Рис. 1.

Получение матрицы  $\tilde{Y}$ , учитывающей различные уровни напряжения и коэффициенты трансформации, может быть полностью формализовано; это необходимо для оптимизационных задач, в которых параметры  $k_{ij}$  являются переменными и отыскиваются их оптимальные значения, а также, например, при расчете режима электрической системы с учетом заданных ограничений по напряжениям узлов.

Для получения матрицы  $\tilde{Y}$  в качестве исходной информации используется обычная матрица проводимостей  $Y_0 = [Y_{ij}]$  с диагональными элементами, равными нулю, и матрица коэффициентов трансформации  $K_t = [k_{ij}]$ , составленная по следующим правилам. Пусть элемент  $i$ -й строки имеет номер  $ij$ . Тогда в этом элементе указывается коэффициент трансформации  $k_{ij}$  трансформатора со стороны узла  $i$ . Диагональные элементы матрицы равны нулю. Если в передаче со стороны узла  $i$  трансформатора нет, то  $k_{ij}=1$ . Для пояснения укажем матрицу  $K_t$ , соответствующую сети на рис. 2.

	0	$\frac{121}{510} \angle \alpha$	$\frac{242}{500} \angle \beta$
1	1	0	1
2	$\frac{220}{110} \angle \gamma$	1	0

Матрица  $\tilde{Y}$  может быть получена как сумма двух матриц:  $\tilde{Y}_1 = [\tilde{Y}_{ij}]$  (при этом диагональные элементы равны нулю) и диагональной матрицы  $\tilde{Y}_2 = [\tilde{Y}_{ii}]$ , что вытекает из выражений (5) и (6):

$$\tilde{Y} = \tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2 = [\tilde{Y}_{ij}] + [\tilde{Y}_{ii}] \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что

$$[\tilde{Y}_{ij}] = (\hat{K}_t \otimes \hat{K}_t^t) \otimes Y_0, \quad (8)$$

$$[\tilde{Y}_{ii}] = -(\hat{K}_t \otimes \hat{K}_t) Y_0 E, \quad (9)$$

где  $E$  — единичная матрица; индекс  $t$  обозначает транспонирование; знак  $\otimes$  соответствует так называемому внешнему произведению матриц, которое характеризуется следующим. Элементы результирующей матрицы получаются перемножением соответствующих элементов исходных матриц, например, если  $A \otimes B = C$ , то  $c_{ij} = a_{ij}b_{ij}$ ,  $c_{ii} = a_{ii}b_{ii}$ .

Внешнее умножение значительно проще полного матричного умножения. Для рассмотренного примера в соответствии с (8) и (9) имеем:

$$[\tilde{Y}_{ij}] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & \frac{121}{510} \angle -\alpha & \frac{242}{500} \angle -\beta \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 2 & \frac{220}{110} \angle -\gamma & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & \frac{220}{110} \angle \gamma \\ \hline \frac{121}{510} \angle \alpha & 0 & 1 & \\ \hline \frac{242}{500} \angle \beta & 1 & 0 & \\ \hline \end{array} \otimes$$

$$\otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & Y_{12} & Y_{13} \\ \hline Y_{21} & 0 & Y_{23} \\ \hline Y_{31} & Y_{32} & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & \left( \frac{121}{510} \angle -\alpha \right) Y_{12} & \left( \frac{242}{500} \frac{220}{110} \angle \gamma - \beta \right) Y_{13} \\ \hline \left( \frac{121}{510} \angle \alpha \right) Y_{21} & 0 & Y_{23} \\ \hline \left( \frac{220}{110} \frac{242}{500} \angle \beta - \gamma \right) Y_{31} & Y_{32} & 0 \\ \hline \end{array};$$

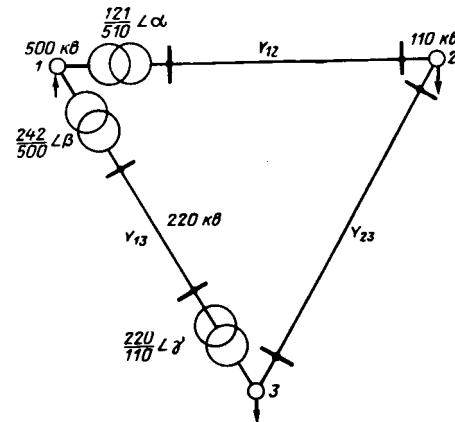


Рис. 2.

$$[\tilde{Y}_{ii}] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \left( \frac{121}{510} \right)^2 Y_{12} + \left( \frac{242}{500} \right)^2 Y_{13} & 0 & 0 \\ \hline 0 & Y_{21} + Y_{23} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \left( \frac{220}{110} \right)^2 Y_{31} + Y_{32} \\ \hline \end{array}.$$

Безусловно, при постановке задачи на ЦВМ в памяти машины записываются только ненулевые и неединичные элементы матрицы  $K_t$ , подобно тому как это делается при компактной записи матрицы проводимостей.

Если при расчете режима энергосистемы должны учитываться зарядные мощности линий и проводимости на землю ( $g_m - jb_m$ ) в схемах замещений трансформаторов, то все трансформаторные ветви представляются в виде, указанном на рис. 1, б. В информации о сети указываются номера ветвей  $i-j$ , содержащие коэффициенты трансформации и значения  $k'_{ij}$ ,  $k''_{ij}$ ; при этом  $i$  — номер начала трансформаторной ветви,  $j$  — номер конца ветви; номер начала ветви определяется номером узла, к которому отнесен идеальный трансформатор. Для всех трансформаторных ветвей предварительно вычисляются проводимости:

$$g_{ij} = k'_{ij} g_{ij} + k''_{ij} b_{ij}, \quad b_{ij} = -k''_{ij} g_{ij} + k'_{ij} b_{ij};$$

$$g_{ji} = k'_{ij} g_{ij} - k''_{ij} b_{ij}, \quad b_{ji} = k''_{ij} g_{ij} + k'_{ij} b_{ij}.$$

Диагональные элементы матрицы проводимостей имеют вид:

$$\tilde{Y}_{ii} = - \sum_{j=1}^n (k'_{ij}^2 + k''_{ij}^2) Y_{ij} - (g_m - jb_m) - j \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{B_{ij}}{2},$$

где  $B_{ij}$  — емкостная проводимость ВЛ. Полученные проводимости без каких-либо изменений участвуют при решении УУН либо итерационными, либо прямыми методами.

Результирующая информация о токах и потоках мощности в трансформаторных ветвях получается по формулам:

$$I'_{ij} = U'_{ij} g_{ij} + U''_{ij} b_{ij} - U'_{ji} g_{ij} - U''_{ji} b_{ij};$$

$$\begin{aligned} I''_{ij} &= U''_i \overset{*}{g}_{ij} - U''_j \overset{*}{b}_{ij} - U''_i g_{ij} + U''_j b_{ij}; \\ P_{ij} &= U'_i I'_{ij} - U''_i I''_{ij}; Q_{ij} = U''_i I''_{ij} + U'_i I''_{ij}, \end{aligned}$$

вытекающим из выражения:

$$I_{ij} = [(U'_i + jU''_i)(k'_i + jk''_i) - (U'_j + jU''_j)](g_{ij} - b_{ij}).$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Холмский В. Г., Расчет режимов замкнутых электрических сетей с трансформаторными связями, «Электричество», 1966, № 9.

2. Мельников Н. А., Матричный метод анализа электрических цепей, изд-во «Энергия», 1966.

3. Качанова Н. А., Электрический расчет сложных энергосистем на ЦВМ, изд-во «Техника», Киев, 1966.

4. Качанова Н. А. и др., Программы расчета установленных электических режимов крупных энергосистем, «Энергетика и электрификация», 1969, № 1.

5. Лопушинская Л. А., Алгоритм расчета установленного режима сложных энергосистем при учете комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов, «Проблемы технической электродинамики», вып. 25, изд-во «Наукова думка», Киев, 1970.

[29.6.1971]

УДК 551.594.221

## Погрешности оптических исследований молний

В. В. ФАРАМАЗЯН

Московский энергетический институт

Оптический метод исследования молний (например, с помощью камеры Бойса) нашел весьма широкое распространение, и на результатах, полученных этим методом, базируется подавляющее количество данных о скорости развития лидерного и главного разрядов. Однако при расшифровке фоторазверток молний<sup>1</sup> [Л. 1] не учитывается конечная скорость распространения светового сигнала, что, как будет показано ниже, может приводить к существенным ошибкам.

Для анализа погрешностей оптического метода рассмотрим предельно простой случай прямолинейного вертикального канала, по которому с неизменной скоростью  $v$  распространяется светящаяся головка лидерного или главного разряда (рис. 1). Предположим, что наблюдатель находится в точке  $M$  на поверхности земли на расстоянии  $L$  от канала молнии.

Перемещение светящейся головки разряда из точки  $A$  в точку  $B$  происходит в течение времени

$$dt = \frac{dy}{v}.$$

Однако наблюдателю этот интервал времени кажется большим на величину  $\frac{R_2 - R_1}{c}$ , где  $c$  — скорость света. Так как  $R_2 - R_1 \approx dy \sin \alpha$ , то по измерениям наблюдателя перемещение светящейся головки из точки  $A$  в точку  $B$  происходит в течение времени

$$dt_1 = dt + \frac{dy \sin \alpha}{c} = dy \left( \frac{1}{v} + \frac{\sin \alpha}{c} \right)$$

и, следовательно, измеренная наблюдателем скорость движения светящейся головки будет равна:

$$v_1 = \frac{dy}{dt_1} = \frac{v}{1 + \frac{v}{c} \sin \alpha} = \frac{v}{1 + \frac{v}{c} \frac{y/L}{\sqrt{1 + (y/L)^2}}}. \quad (1)$$

Нетрудно показать, что при движении светящейся головки сверху вниз со скоростью  $v$  измеренное значение скорости будет определяться выражением:

$$v_2 = \frac{v}{1 - \frac{v}{c} \sin \alpha}. \quad (2)$$

Из полученных выражений прежде всего следует, что при распространении светящейся головки снизу вверх с неизменной скоростью наблюдатель фиксирует преуменьшенную скорость, величина которой убывает по мере удаления

светящейся головки от поверхности земли. При регистрации процесса, распространяющегося сверху вниз, напротив, измерения будут давать преувеличенное значение скорости. Погрешность от неучета конечной скорости распространения светового сигнала зависит от скорости регистрируемого явления. Для лидерного разряда  $v \ll c$  она пренебрежимо мала, а для

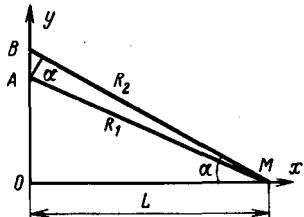


Рис. 1.

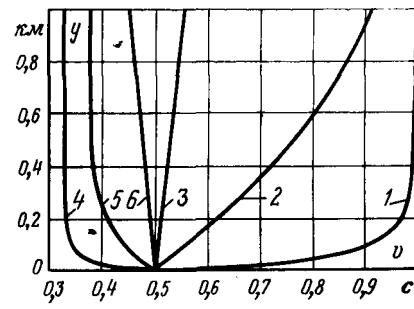


Рис. 2.

обратного разряда, скорость которого соизмерима со скоростью света, ошибка может достигать десятков процентов.

Для иллюстрации возможной ошибки при измерении скорости обратного разряда на рис. 2 показан график изменения скорости обратного разряда, измеренной наблюдателями, находящимися на расстояниях 50, 500 и 5000 м от канала молнии, по которому распространяется обратный разряд с неизменной скоростью  $v = 0.5c$  (соответственно кривые 1—3 при движении разряда вниз и кривые 4—6 при движении вверх).

Если разряд молнии криволинейный, то отличие измеренной скорости от истинной на различных участках канала окажется различным и будет зависеть от направления оси канала в данной точке. Поэтому, например, измеренные скорости развития разряда вдоль разветвлений могут существенно отличаться от измеренных скоростей развития разряда вдоль основного канала, даже если истинные скорости одинаковы.

Таким образом, при расшифровке фоторазверток разряда молний, особенно полученных при небольших расстояниях, необходимо учитывать конечную скорость распространения светового сигнала, что можно сделать только зная расстояние между наблюдателем и разрядом молний и расположение относительно наблюдателя различных участков канала.

[6.7.1971]



# По страницам технических журналов<sup>1</sup>

Электроэнергетика Франции в 1970 г., «Rev. gen. élec.» 1971, 80, № 2. В 1970 г. выработка электроэнергии достигла 140 Гвт·ч, что соответствует увеличению на 7,1% по сравнению с 1969 г. и в 1,6 раза по сравнению с 1960 г. На ГЭС выработано 56 Гвт·ч, на ТЭС и АЭС — 84 Гвт·ч. Установленная мощность ГЭС достигла 15 210 Мвт, ТЭС — 21 120 Мвт. Выработка электроэнергии на АЭС составила 5,1 Гвт·ч или 6,1% суммарной выработки ТЭС. Приводится перечень сооружаемых ТЭС, АЭС и ГЭС со сроками ввода до 1975 г. и графики протяженности ВЛ 150, 225 и 380 км, данные о численности персонала и себестоимости электроэнергии за 1960—1970 гг.

Новый стандарт США на напряжение местных сетей и потребителей электроэнергии, «Power», 1971, 115, № 1. Новый стандарт устанавливает допустимые отклонения напряжения в точках питания приемников электроэнергии с номинальным напряжением 120—480 в и 2,4—13,8 кв, питающихся от сетей напряжением 120 в—34,5 кв.

В качестве базисного принято напряжение 120 в. Нормированные напряжения (в) приведены в таблице. В столбце А

Параметр	A	Б
Максимально допустимое напряжение	126*	127*
Допустимое падение напряжения в питающей линии первичного напряжения <sup>2</sup>	9	13
Минимальное напряжение в точке питания от сети первичного напряжения	117	114
Допустимое падение напряжения в распределительном трансформаторе	3	4
Минимальное напряжение в сети низкого напряжения	114	110
Допустимое падение напряжения в линии питания приемников	6**	6**
Минимальное напряжение на зажимах приемников	108	104

\* На зажимах у приемников.

\*\* У внутренних осветительных сетей допустимое падение напряжения 4 в и минимальное напряжение на зажимах потребителей 110 в (A) и 106 в (B).

указанны значения для нормальных рабочих условий, в столбце Б — для возможных нарушений нормального режима.

Выпрямительные установки для передачи постоянного тока, «Elektrotechn. Z.», 1971, A-92, № 1. Продолжительность работы некоторых ППТ в Великобритании за 1968 г. и первое полугодие 1969 г. составляла соответственно от (48—98,1)% до (54,5—99,2)%. Низкие значения продолжительности объясняются повреждением трансформаторов при обратных зажиганиях ртутных вентиляй (наиболее слабых звеньев установок). Отмечены важность динамических характеристик ППТ при повреждениях, регистрации повреждений записывающими устройствами, расчета параметров на моделях с помощью ЦВМ. Фирмами ФРГ и Швейцарии разработан тиристорный вентиль с масляным охлаждением для наружной установки, применение которого дает экономию, составляющую 5% от стационарных расходов при передающей мощности линии 1 700 Мвт. В Швеции эксплуатируется тиристорный мост на 50 кв, 200 а, причем один тиристор проработал в установке 10<sup>4</sup> и без повреждений, и радиопомехи мостов практически ничтожны. В США по статистическим данным время между повреждениями тиристора составляет 9,6 · 10<sup>8</sup> ч. В США спроектирован вакуумный выключатель, который испытан при токе отключения 5 500 а и постоянном напряжении 80 кв. Время расхождения контактов составляет 3 мсек.

Разрушение подстанции постоянного тока в результате землетрясения, «Elec. World.», 1971, 175, № 5. В результате землетрясения 8 февраля 1971 г. в районе г. Лос-Анжелес (штат Калифорния, США) серьезным разрушениям подверг-

лась преобразовательная подстанция Sylmar первой очереди электропередачи постоянного тока Pacific Intertie, по которой в момент землетрясения передавалась с севера на юг мощность 560 Мвт. Убытки исчисляются суммой 28 млн. долларов (стоимость всей подстанции 55 млн. долларов). Полностью разрушено ОРУ подстанции; в здании преобразователей выведены из строя все вентили. Комиссия специалистов считает, что для восстановления подстанции постоянного тока потребуется от 12 до 18 месяцев. Системе 500 кв переменного тока также нанесены значительные повреждения, причиной наиболее уязвимым типом оборудования оказались высоковольтные выключатели.

Оборудование электропередачи постоянного тока. Пат. США, кл. 321-2 (H02m1/18), № 3543129. В рассматриваемой схеме электропередачи постоянного тока телемеханическая связь исключена. На выпрямительной станции осуществляется регулирование напряжения до заданного значения воздействием на обмотку возбуждения синхронного генератора, а на инверторной подстанции при заданном напряжении осуществляется регулирование тока.

Электропередача постоянного тока в Канаде, «Des. Eng.», 1971, febr. В августе 1971 г. в Канаде планировалось ввести в эксплуатацию первую очередь электропередачи постоянного тока Nelson River мощностью 810 Мвт (~300 кв; +150 кв) и длиной свыше 1 000 км, которая соединит крупные ГЭС на севере провинции Манитоба с центрами нагрузки в провинции Виннипег. Большая часть трассы ВЛ проходит по малонаселенным районам с суровыми климатическими условиями. Особые требования были предъявлены к надежности этой электропередачи. Это и обусловило выбор постоянного тока, что позволило значительно упростить конструкцию ВЛ. По трассе построены две отдельные ВЛ, которые на первом этапе будут включены параллельно. По концам каждой ВЛ будут построены преобразовательные подстанции, состоящие из шести последовательно соединенных мостов 150 кв, 1 800 а с заземленной средней точкой. В случае аварии одной ВЛ предусмотрена возможность передачи полной мощности 3 240 Мвт по оставшейся ВЛ. В каждом полюсе ВЛ подвешено два сталеалюминиевых провода диаметром по 40,6 мм, расстояние между ними 45,7 см. Расстояние между полюсами 13,4 м. Для гирлянд применены специальные подвесные изоляторы 17,2 × 32 см с развитыми «юбками» (21 изолятор в подвесной гирлянде), имеющие длину пути утечки 50,8 см, что позволило сократить высоту опор. На опорах подведен грозозащитный трос с защитным углом 35°.

Перспективы развития электропередач в США до 1980 г., «Westinghouse Eng.», 1970, 30, № 6. К 1980 г. суммарная длина ВЛ 230 кв в США будет превышать 96 500 км, а ВЛ 115 и 161 кв составят более 822 000 км. Планируется строительство новых ВЛ 765 кв на среднем западе США, на севере тихоокеанского побережья и в восточных районах США, а также строительство параллельных цепей в системах 345 и 500 кв. Темпы роста пропускной способности ВЛ 345, 500 и 765 кв будут больше, чем для ВЛ 230 и 115—161 кв и превысят темпы роста установленной мощности генераторов. К 1970 г. 1 Гвт установленной мощности соответствовал приросту пропускной способности ВЛ ~225 Гвт·км. Увеличение темпов роста пропускной способности ВЛ объединяется со стремлением к объединению энергосистем и повышению их надежности путем строительства межсистемных связей сверхвысокого напряжения. В период до 1980 г. намечается строительство ВЛ 1 100 кв. Проектируется увеличение числа подземных кабельных линий длиной до 30 км для связи частей объединенной энергосистемы в пригородных зонах, передачи мощности от электростанций к центрам нагрузки и для переходов через реки, щоссы, там, где сложна прокладка воздушных линий. Так как современная стоимость оборудования преобразовательной подстанции с высоковольтными тиристорными блоками велика (приблизительно 33 долларов/квт), то широкое применение подземных кабельных или воздушных линий постоянного тока маловероятно.

Разработка новых методов проектирования мощных энергосистем и управления режимами их работы, «Прог. Amer. Power Conf. vol. 32», Chicago, Ill, 1970. Технический прогресс в области коммуникационных, вычислительных и управляемых комплексов позволяет по-новому подойти к решению задачи создания надежных электроэнергетических систем. В отчете Electric Res. Council указывается 6 основных направлений научно-исследовательской работы, которую намечено проводить с целью повышения надежности крупных энергосистем.

1 В данном номере дается обзор ряда материалов 6—9 выпусков РЖ ВИНИТИ АН СССР, «Электрические станции, сети и системы».

1. Разработка методов и средств расчета устойчивости энергосистемы в реальном масштабе времени. 2. Исследование гибридных (аналого-цифровых вычислительных систем). Они обладают большим быстродействием, чем ЦВМ, и их можно использовать для машинного управления энергосистемой в процессе ликвидации аварии, а также для регулирования напряжения и реактивной мощности во всех режимах. Отмечается принципиальная возможность создания гибридных вычислительных систем со 100-кратным быстродействием относительно реального масштаба времени. 3. Разработка средств оценки надежности, которые могли бы вырабатывать прогноз поведения энергосистемы при различных видах нарушения ее нормальной работы. 4. Разработка способов эквивалентирования схем энергосистем с учетом действия регуляторов возбуждения и первичных двигателей. 5. Разработка обобщенного математического подхода к задаче оптимального сочетания основных эксплуатационных характеристики энергосистемы: надежности, конфигурации сети, эксплуатационных расходов, потерю мощности, уровней напряжений, гарантированной мощности, выдаваемой в аварийных режимах и способов ликвидации аварии. 6. Вероятностное прогнозирование надежности энергосистем, предполагающее вычисление вероятности ненадежности системы как функции времени в будущем. Сообщается о программах для двух задач математического моделирования энергосистем методом Монте-Карло: 1) определение вероятностей нахождения энергосистемы в тех или иных состояниях в течение 24 ч; 2) поиск корреляционных связей между средней интенсивностью потока событий, влияющих на надежность системы, и максимально допустимым уровнем ее надежности.

*Модели надежности и меры по надежной работе энергосистем.* «Proc. Amer. Power Conf. vol. 32», Chicago, III, 1970. Описан метод определения необходимой резервной генераторной мощности в энергосистеме на основе статистических данных о частоте и длительности вынужденных и эксплуатационных отключений, отклонениях мощности нагрузки системы от прогнозируемой величины, длительностях и вероятностях успешного запуска генераторов электростанций различного типа, находящихся в плановом резерве, допустимых скоростях набора нагрузки резервными генераторами и т. д. В процессе расчета определяется оптимальное соотношение между мощностями генераторов, находящихся во вращающемся и плановом резерве, а также вероятность возникновения дефицита генерируемой мощности в энергосистеме.

*Оптимизация режима энергосистемы с помощью расчетной машины.* «Bull. Schweiz elektrotech. verg.», 1971, 62, № 2. Различают четыре вида оптимизации режима энергосистемы по времени: на продолжительный период (год и более), на период времени от недели до месяца, на сутки и на текущее время (моментная оптимизация). Задачей моментной оптимизации является регулирование режима энергосистемы, в которой работают ГЭС и ТЭС, таким образом, чтобы стоимость выработанной энергии в каждый момент времени была минимальной. Для проведения оптимизации необходима расчетная машина, которая не только производит расчет режима, но и передает результаты расчета на пункты регулирования. Рассматривается структура программы регулирования режима энергосистемы такой машиной по ступеням. 1. Собираются начальные данные энергосистемы: отключение частоты  $\Delta f$ , отклонение  $\Delta P_A$  обменной мощности от запланированной, вырабатываемая на всех электростанциях активная мощность  $P_1, \dots, P_k$ . 2. Рассчитывается эквивалентное значение колебания нагрузки

$$\Delta P'_D = -\frac{T_A}{T_i} \sum (K_f \Delta f + \Delta P_A),$$

где  $T_A$  — промежуток времени между двумя последовательными расчетами;  $T_i$  — постоянная времени интегрирования. 3 и 4. Для всех электростанций определяется заданное значение активной мощности  $P_{ct}$  как функция  $\Delta P'_D$  и регулировочного отключения мощности  $e = P_{ct} - P_i$ . 5 и 6. Образуются установочные величины активной мощности для всех электростанций. Они являются функцией регулировочного отключения мощности не только в данный момент  $t$  расчета оптимизации, но и в прошедшие моменты  $n=1, \dots, n-N$ . Расчеты оптимизации повторяются через равные отрезки времени  $T_A = 5-30$  сек.

*Применение упрощенной модели системы для исследований устойчивости.* «Elec. World.», 1971, 175, № 4. Результаты расчета на ЦВМ по обычной программе использующей

исследование устойчивости электроэнергетической системы сложные зависимости от многих переменных, не позволяют легко оценить пропускную способность электропередач, необходимую для поддержания синхронизма. Фирма Вестингауз при исследовании устойчивости на ЦВМ применяет упрощенные модели, в которых схема сети высшего напряжения ли-неаризуется и набирается из ряда эквивалентных собственных и взаимных проводимостей, ориентированных относительно точек приложения э. д. с. генераторов. Для учета изменений в результате переключений, нелинейности нагрузки и т. п. при каждом цикле расчетов производится изменение проводимостей. В разработанных фирмой программах используется техника линейной корреляции для распределения генераторов по группам, совершающим совместные колебания.

*Оптимальные типы, размеры и размещение ГЭС и ТЭС с учетом проблем передачи энергии.* «Econ. Integrat. Nucl. Power Stat in Elect. Power Syst. Proc. Symp., Vienna, 1970», Vienna, 1971. Проблема выбора средств передачи электроэнергии (конструкция АЭС, устройства сетей передачи, потери в ВЛ) рассматривается одновременно с проблемой выбора средств производства электроэнергии (тип, размер и местоположение электростанций). Для решения этой проблемы предлагается метод, основанный на динамическом программировании и понятии к-оптимальности. Метод состоит в последовательном решении проблемы размещения электростанций и нахождении оптимумов и подоптимумов с помощью метода динамического программирования и алгоритма подоптимальности; последний позволяет шаг за шагом построить сеть.

*Кабельные распределительные сети в районах со средней плотностью нагрузки.* «Transmiss. and Distrib.», 1970, 22, № 12. Перечислены проблемы кабельных сетей в районах городов

ША со средней плотностью нагрузки (коммерческие и мелкие промышленные предприятия): первичные напряжения сетей не стандартизованы, применяются напряжения 15 кв (78,5%), 5 кв (11%), 25 кв (8%), 35 кв (1,5%) и другие классы; в 87% случаев трансформаторы с аппаратурой устанавливаются в шкафах на бетонном основании на участках с передней стороны зданий, причем имеется тенденция к снижению процента установок на переднем плане зданий; по мощности трансформаторы не стандартизованы, наиболее распространены трансформаторы 500 ква (74,3%). в торговых центрах и высотных зданиях находят применение сухие трансформаторы; не стандартизовано применение выключателей в трансформаторах, отдается предпочтение выключателям нагрузки, устанавливаемым на три или четыре трансформатора в точке кольцевой сети.

*Новый стандарт на нагрузки распределительных кабелей.* «Elec. Res. Assoc. Rept.», 1969 (1970), № 30, Part 3. В Великобритании введен новый стандарт по нагрузкам на распределительные кабели в связи с введением метрической системы мер в стране. Стандарт, учитывающий тепловое сопротивление грунта, составлен в соответствии с рекомендациями МЭК и новейших методов расчета нагрузок.

*Механические усилия в силовых кабелях.* «Elektricitetsföreningens användning». (Швеция). 1971, 44, № 3. Приведены эскизы силовых кабелей 12—20 кв с пластмассовой изоляцией и 72—145 кв маслонаполненных; рассматриваются механические характеристики и диаграммы растяжения меди, стали, ПВХ, бумаги и свинца, а также механические усилия, возникающие в морских и прокладываемых в земле кабелях при прокладке и эксплуатации.

*Расчет нагрузки кабелей, проложенных в земле, с учетом коэффициента загрузки и высоких грунта.* «Elektrotechn. Z.», 1971, A-92, № 3. Рассмотрена методика и приведены коэффициенты для расчета (без применения ЦВМ) допустимой нагрузки кабелей, нагружаемых периодически по одинаковому графику. Исходными данными являются коэффициенты загрузки и потери мощности. При расчетах производится разделение теплового сопротивления почвы на постоянное и кажущееся, зависящее от составляющих нагрузки.

*Исследования оборудования ВЛ и подстанций класса 1 500 кв (американской эл-энергетической системы (AEP).* «Proc. Amer. Power Conf. vol. 32», Chicago, ZII, 1970, «Elec. World», 1971, 175, № 1. Изучение комплексных проблем электропередач сверхвысоких и ультравысоких напряжений для АЭС класса 1 500 кв проводится совместно General Electric и Westinghouse (США) и ASFE (Швеция). В первом из трех этапов проводился анализ и обобщение мировых литературных данных, поставлены фундаментальные исследования формирования динамической искры в воздухе и других изолирующих

средах, поставлена задача определения теоретического предела повышения номинальных напряжений электроэнергетических систем переменного тока. Опыты будут проводиться в энергосистемах класса 345 и 765 кв и в лабораториях с испытательными трансформаторами до 150% от номинального. При выборе опор для ультравысоких напряжений систем будет установлена опытная опора итальянской фирмы Societa Aeronautica Electrificatione, на которой будут проведены комплексные электромеханические исследования.

*Междудфазные внутренние перенапряжения в электроэнергетической системе, содержащей ВЛ с присоединенным трансформатором*, «IEEE Trans. Power. Appar. and Syst.», 1970, 89, № 5. Данные на анализаторе исследования междуфазовых внутренних перенапряжений на ВЛ 500 кв, возникающих в конце ВЛ с неотключенным трансформатором при включении выключателем в начале ВЛ показали, что перенапряжения увеличиваются при уменьшении мощности короткого замыкания примыкающей к ВЛ системы и с увеличением длины ВЛ, а при постоянных мощности короткого замыкания и длины ВЛ перенапряжения увеличиваются при увеличении реактивности короткого замыкания трансформатора. Приведены также данные перенапряжений при включении разомкнутой ВЛ выключателем, расположенным со стороны низшего напряжения трансформатора.

*Эксплуатационные исследования длинностержневых изоляторов в загрязненных районах*, «Hermesdorf. techn. Mitt.», 1970, № 29. Изложены данные исследований поведения длинностержневых изоляторов при загрязнениях в ГДР, из которых следует, что тарелочные, стержневые изоляторы нормального типа с 14 ребрами и противотуманные длинностержневые изоляторы с 27 ребрами себя не оправдали. Изоляторы длинностержневые типа LF и LS оказались лучшими; приведены статистические электрические данные в условиях загрязненных районов ГДР. Показано, что в натяжных гирляндах изоляторы ведут себя лучше, чем в поддерживающих. При цементных и большинстве химических загрязнениях рекомендованы кремнийорганические покрытия, эффективно действующие в течение двух лет. Эти покрытия непригодны при угольных загрязнениях, сильном обледенении и загрязнениях, содержащих соляную и серную кислоты, а также щелочь калия. Против угольных загрязнений рекомендуются восковые покрытия. Приведены нормы по выбору удельной длины утечки, принятые в ГДР, ПНР, ФРГ, Великобритании, Японии и Индии.

*Разряд искровых промежутков с неоднородным полем при смешанном напряжении*, «Bull. Schweiz. elektrotechn. Ver.» 1971, 62, № 6, 320—329.

Приведены данные электрической прочности воздушных промежутков стержень — стержень — плоскость при расстояниях между ними до 100 см при наложении на постоянное напряжение импульсов стандартной формы 1,2/50 мксек и импульсов с длиной фронта 50—200 мксек. Обнаружено влияние предварительно приложенного постоянного напряжения на величину разрядного напряжения.

*Предразрядные явления в промежутке стержень — плоскость при переменном напряжении*, «Bull. Dir. étud. et rech.», 1970, В, № 4, 5—24. Отмечена разница в физических явлениях разряда при постоянном и переменном напряжениях.

При знакопеременном напряжении первая зона импульсов тока характеризуется одним стримером, возникающим случайно; постоянный ток зоны Гермштейна больше при растущем напряжении и меньше при падающем; вторая зона тока проявляется быстрее при более крутых формах напряжения.

*Расчет внутренних перенапряжений при выключении ВЛ*, «Bull. Dir. étud. et rech.», 1970, В, № 4, 25—36. Разработан метод расчета внутренних перенапряжений при выключении трехфазных ВЛ 380 кв длиной 241 км в электроэнергетической системе, состоящей из четырех ВЛ. Отмечается, что неодновременность включения выключателей не превосходила 10 мксек.

*Быстро действующая защита для потребителей повышенной категории надежности*, Патент США, кл. 321—5, (H02h7/14), № 3530360. Защита предназначена для систем питания таких потребителей, как ЦВМ, для которых недопустимы даже кратковременные отклонения напряжения. Обычно в системах питания таких потребителей используются промежуточные накопители энергии. Для обеспечения высокой надежности питания нагрузка подключается к нескольким параллельно работающим инверторам. При коротком замыкании или длительных перегрузках, а также внутренних повреждениях инвертора действует защита на предохранителях. Однако вследствие запаздывания этой защиты возможен режим «кругового огня», в результате которого повреждение распространяется на другие инверторы. Предлагается дополнительная защита, отключающая поврежденный инвертор за время, меньшее, чем один цикл. Мгновенная защита построена на тиристорах и управляемая напряжением, снимаемым с предохранителей. Развязка цепей предохранителей, установленных последовательно с тиристорами инверторов, осуществляется с помощью диодов. Инверторы построены на двух мостах тиристоров с уравнительными реакторами между мостами.

*Телеизмерения энергии и средней мощности (рекомендации МЭК)*, «Publ. Comptis. électrotechn. int.», 1970, № 338. Рекомендации применимы к аппаратуре телеизмерений, предназначенной для работы совместно с интегрирующими измерителями. Рекомендации относятся к устройствам, в которых вращение ротора измерительного прибора преобразуется в импульсы, число которых пропорционально интегральному параметру; устройствам, воспринимающим эти импульсы и преобразующим их в аналоговые или цифровые величины; устройствам, показывающим интегральную величину, т. е. активную или реактивную энергию или среднее значение мощности зафиксированный период времени; устройствам,рабатывающим импульсный сигнал, пропорциональный арифметической или алгебраической сумме сигналов нескольких измерительных устройств. Приведены основные определения для используемых терминов, классификация применяемой аппаратуры, рекомендации по выбору напряжения питания, времени интегрирования, точности измерителя и приемника, в том числе при отклонениях напряжения питания в определенных пределах, общие рекомендации и рекомендации по технике безопасности и маркировка импульсных измерителей и приемников.

Канд. техн. наук Л. И. ПАВЛОВ,  
инженеры В. Н. НОВЕЛЛА  
и М. В. ФОНАРЕВА



## Профессор ОЛЕГ АЛЕКСЕЕВИЧ МАЕВСКИЙ

После продолжительной тяжелой болезни скончался доктор технических наук, профессор Олег Алексеевич Маевский, видный специалист в области промышленной электроники и электропривода.

Педагогическую и научную деятельность О. А. Маевский начал в 1940 г. после окончания Харьковского электротехнического института. С этого момента, исключая годы войны, которые Олег Алексеевич провел на фронте, вся его деятельность протекала в стенах Харьковского политехнического института им. В. И. Ленина.

Работая доцентом кафедры электрификации промышленных предприятий, О. А. Маевский занимался исследованием установившихся и переходных процессов в ионных электроприводах постоянного тока, написал монографию по электрооборудованию гальванических цехов. С 1964 г. он возглавил основанную им кафедру промышленной электроники.



Здесь впервые на Украине был организован выпуск специалистов по профилю «Преобразовательная техника».

Заведуя кафедрой промышленной электроники, О. А. Маевский ведет большую научную работу. Им были выполнены разработки по теории реактивной мощности в нелинейных электрических цепях с вентилями, исследован большой класс схем вентильных преобразователей с повышенным коэффициентом мощности и произведен анализ влияния вентильных преобразователей на питающую сеть. По результатам этих работ Олег Алексеевич в 1967 г. успешно защитил докторскую диссертацию.

Профессор О. А. Маевский является автором сорока четырех изобретений и более восьмидесяти научных статей, опубликованных в различных журналах. Выпускники кафедры промышленной электроники работают на многих предприятиях страны.

Светлая память об Олеге Алексеевиче Маевском навсегда останется в наших сердцах.

Группа товарищей



### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Л. А. Жекулин, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, М-114, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Сдано в пр-во 16/VIII 1971 г.  
Формат бумаги 60×90<sup>1/8</sup>  
Тираж 10545 экз.

Подписано к печати 5/X 1971 г.  
Усл. печ. л. 12  
Цена 80 коп.

T-16414  
Уч.-изд. л. 14, 68  
Зак. 318

Московская типография № 10 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

# СОДЕРЖАНИЕ

В. П. Зенова, Н. С. Иванова, С. И. Лурье и Л. И. Мильман — Электродинамическая устойчивость наружных обмоток трансформаторов больших мощностей . . . . .	А. И. Бертинов, С. Р. Мизюрин и Ю. С. Федоткин — Уравнения регуляторов электромашинных преобразователей при работе на импульсную нагрузку . . . . .	63	
В. В. Жуловян — Общий метод построения диаграммы токов синхронной машины . . . . .	7	ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ	
Э. А. Сеппинг — Расчет пульсаций момента асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора . . . . .	9	М. М. Дмитриев и Н. Л. Кузнецов — Планирование эксперимента при решении задач электромеханики . . . . .	67
В. А. Шубенко, Р. Т. Шрейнер и А. Д. Гильдебранд — Управление потокосцеплением ротора асинхронного двигателя при частотно-токовом регулировании . . . . .	13	Ф. П. Дадиванян и А. А. Терзян — Магнитное поле зазора в продольном сечении электрических машин с учетом технологических отклонений . . . . .	69
Б. И. Решмин, В. Б. Рабинович и Д. С. Ямпольский — Динамика двухконтурной системы регулирования с обратной связью по напряжению двигателя . . . . .	18	А. Н. Попов — Динамика электроприводов моталок при переходе от покоя к движению . . . . .	73
В. Д. Барышников и В. М. Шестаков — Графический метод расчета динамики нелинейной САР электропривода . . . . .	22	К. Р. Рахимов — О термической устойчивости заземляющих устройств . . . . .	75
Г. Г. Жемеров и И. И. Левитан — Коэффициент мощности каскадных управляемых выпрямителей . . . . .	27	А. С. Розенкранц и А. Г. Соколов — Расчет электрических полей и вольт-амперных характеристик коаксиальных цилиндров в ионизированном облучении газе с учетом ударной ионизации . . . . .	78
К. И. Куракин — Исследование вынужденных колебаний систем автоматического регулирования на несущей переменном токе . . . . .	30	А. В. Реймерс, Л. Н. Федотов, Г. Н. Соколова и Л. С. Миронова — Потери энергии в сверхпроводящем выключателе из сплава с высокой критической напряженностью магнитного поля . . . . .	81
А. С. Шамсиев — Оценка влияния параметров загрязненных изоляторов на их влагоразрядные напряжения . . . . .	38	СООБЩЕНИЯ	81
К. К. Намитоков — Исследование начальной стадии низковольтных импульсных разрядов . . . . .	43	Н. В. Новелла и Б. И. Зотов — Расчет надежности электротехнических систем методом статистического моделирования . . . . .	84
Д. Амфт — Плотность тока и градиент напряжения электрической дуги отключения . . . . .	48	В. И. Гордеев — Расчет дисперсий групповых графиков электрической нагрузки . . . . .	86
А. М. Аракелян, Р. О. Габриелян и Д. В. Арутюнян — Расчет сопротивления и распределения потенциала системы кольцевых электродов, расположенных в неоднородной двухслойной среде . . . . .	52	П. И. Бартоломей — Об учете коэффициентов трансформации при расчете режима электрической сети методом уравнений узловых напряжений . . . . .	88
М. А. Карапетян — Перераспределение постоянного поля в дисперсионной системе с эллипсоидальными включениями . . . . .	57	В. В. Фарамазян — Погрешности оптических исследований молний . . . . .	90
Л. А. Шведова — О пьезокерамическом генераторе для системы зажигания двигателей внутреннего сгорания . . . . .	60	ПО СТРАНИЦАМ ТЕХНИЧЕСКИХ ЖУРНАЛОВ	91
		ХРОНИКА	94



## CONTENTS

The Electrodynamical Stability of the External Windings in Large Transformers—V. P. Zenova, N. S. Ivanova, S. I. Lurie, L. I. Milman . . . . .  
 A General Method for Constructing Synchronous Machine Current Loci—V. V. Djulovian . . . . .  
 Calculation of Torque Pulsations in an Induction Motor with a Rectifier Bridge in its Rotor Circuit—E. A. Sepping . . . . .  
 Controlling Rotor Flux Linkages in an Induction Motor with Current-Frequency Regulation—[V. A. Shubenko, R. T. Shreiner, A. D. Hildebrand] . . . . .  
 The Dynamics of a Two-circuit Control System with Motor Voltage Negative Feedback—B. I. Reshmin, V. B. Rabinovitch, D. S. Jampolski . . . . .  
 A Graphical Method for Calculating the Dynamics of a Non-Linear Automatic Control System for a Drive Motor—V. D. Barishnikov, V. M. Shestakov . . . . .  
 The Power Factor of Cascade Controlled Rectifiers—G. G. Djemerov, I. I. Levitan . . . . .  
 A Study of Forced Oscillations in Automatic Control Systems Having an A. C. Carrier—K. I. Kurakin . . . . .  
 How the Parameters of Contaminated Insulators Influence Wet Discharge Voltages—A. S. Shamsiev . . . . .  
 A Study of the Initial Phase of Low-voltage Surge Discharges—K. K. Namitokov . . . . .  
 Current Density and Voltage Gradient for Interrupting Arcs—D. Amft . . . . .  
 Calculating the Resistance and Potential Distribution of a System of Electrode Rings Situated in a Non-homogenous Two-layer Medium—A. M. Arakelian, R. O. Gabrielian, D. V. Arutunian . . . . .  
 Redistribution of the D. C. Field in a Dispersive System with Ellipsoidal Inclusions—M. A. Karapetian . . . . .  
 A piezoceramic Generator for the Ignition System of Internal Combustion Engines—L. A. Shvedova . . . . .  
 Equations for the Regulators of Rotary Converters Having a Pulse Load—A. I. Bertinov, S. R. Miziurin, U. S. Fedotkin . . . . .

## FROM OPERATING EXPERIENCE

1 Planning the Experiment for Solving Electromechanical Problems — M. M. Dmitriev, N. L. Kuznetsov . . . . .	67
7 The Magnetic Field Along the Lengthwise Section of the Gap in Electrical Machines with Account Taken of Engineering Deviations — F. P. Dadivyan, A. A. Terzian . . . . .	69
13 The Dynamics of Reeler Drives During the Transition from Quiescence to Motion — A. N. Popov . . . . .	73
18 On the Thermal Stability of Grounding Devices — K. R. Rachimov . . . . .	75
22 Calculating Electric Fields and Volt-ampere Characteristics of Coaxial Cylinders in a Radiation Ionized Gas with Account Taken of Shock Ionization — A. S. Rosenkranz, A. G. Sokolov . . . . .	78
27 Energy Losses in a Superconducting Breaker From an Alloy with a High Critical Magnetic Field Intensity—A. V. Reimers, L. N. Fedotov, G. N. Sokolova, L. S. Mironova . . . . .	81
30 REPORTS	
38 Calculating the Reliability of Electrical Systems by a Statistical Modelling Method — N. V. Novella, B. I. Zотов . . . . .	84
43 Calculating the Variability of Group Load Curves — V. I. Gordeev . . . . .	86
48 Accounting for Transformer Ratios in Steady-state Calculations of Networks by the Node Voltage Method — P. I. Bartolomei . . . . .	88
52 Errors in Optical Studies on Lightning — V. V. Faramazian . . . . .	90
57 Discharge Voltages for Insulators with Unequal Contamination Conductances . . . . .	90
63 IN OTHER ENGINEERING JOURNALS	
63 CHRONICLE	

УДК 621.314.21.014.32

Электродинамическая устойчивость наружных обмоток трансформаторов больших мощностей  
Зенова В. П., Иванова Н. С., Лурье С. И.,  
Мильман Л. И.  
«Электричество», 1971, № 10

Разработана программа статического расчета на ЦВМ «Минск-22» механических напряжений и деформаций растяжения в наружных обмотках трансформаторов, возникающих при действии радиальных усилий короткого замыкания или другого аварийного режима. Наиболее важные отличия и преимущества предлагаемого метода расчета — учет нелинейности механических характеристик проводникового, изоляционного материалов и геометрических размеров отдельных элементов обмотки (проводы, слои изоляции). Приведен пример расчета на ЦВМ. Илл. 6. Библ. 10.

УДК 621.313.32

Общий метод построения диаграммы токов синхронной машины  
Жуловян В. В.

«Электричество», 1971, № 10

На основе уравнений синхронной машины в осах ротора дан анализ геометрического места токов с учетом влияния активного сопротивления обмотки статора и явнополюсности ротора. Показано, что в системе координат  $d, q$  геометрическое место концов вектора тока представляет в общем случае эллипс, центр которого не совпадает с началом координат. При переходе к неподвижной системе координат геометрическое место концов вектора тока представляет собой «улитку Паскаля», фокусы которой при наличии активного сопротивления статора не лежат на оси мнимых чисел. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.313.333.016.1-018.6.001.24:621.314.632

Расчет пульсаций момента асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом в цепи ротора  
Сеппинг Э. А.

«Электричество», 1971, № 10

Предлагается векторный метод для расчета пульсаций момента асинхронного электродвигателя с выпрямительным мостом (управляемым или неуправляемым) в цепи ротора. Получено, что при управляемом выпрямителе амплитудное значение пульсаций момента составляет 8–10% от среднего значения момента. При неуправляемом выпрямителе величина пульсаций момента увеличивается, но максимальное мгновенное значение момента двигателя не превышает максимального момента при том же значении тока двигателя и при использовании неуправляемого выпрямителя в роторной цепи. Пульсации момента асинхронного двигателя происходят с шестикратной частотой напряжения ротора. Показано, что хотя происходят низкочастотные пульсации фазных токов статора, в асинхронном электроприводе с выпрямительным мостом в цепи ротора не имеется низкочастотных пульсаций момента. Уменьшение пульсаций момента возможно при использовании асинхронного двигателя с двумя обмотками на роторе, сдвинутыми на 30°, и с выпрямительными мостами в цепях обеих обмоток ротора. Илл. 2. Библ. 7.

УДК 62-83:621.331.333.072.9-59

Управление потокосцеплением ротора асинхронного двигателя при частотно-токовом регулировании  
Шубенков А. А., Шрейнер Р. Т.

Гильдебранд А. Д.

«Электричество», 1971, № 10

Для замкнутой системы частотного регулирования асинхронного двигателя, в которой в качестве управляющих параметров выбраны ток статора и абсолютное скольжение, найдены оптимальные по быстродействию управления изменением вектора потокосцепления ротора и условия сохранения его заданного значения в процессе регулирования. Показано, что в результате такого управления можно формировать желаемый момент двигателя без колебаний и перерегулирования. Илл. 6. Библ. 5.

УДК 621.3.078.3:621.34:621.9

Динамика двухконтурной системы регулирования с обратной связью по напряжению двигателя  
Решмин Б. И., Рабинович В. Б., Ямпольский Д. С.

«Электричество», 1971, № 10

Приведен сравнительный анализ вариантов исполнения систем с обратной связью по напряжению. Показано, что для таких систем существует аналитическое решение условия технического оптимума контура скорости.

Для конкретного исполнения двигателя существует наиболее рациональный способ снятия сигнала обратной связи по напряжению, при котором постоянная времени фильтра оказывается наименьшей. Илл. 5. Библ. 2.

УДК 62-83:621.314.632

Графический метод расчета динамики нелинейной САР электропривода  
Барышников В. Д., Шестаков В. М.

«Электричество», 1971, № 10

Излагается новый численно-графический метод расчета динамики нелинейной САР электропривода при управляющих и возмущающих воздействиях. Система рассматривается как линейная с переменной структурой на отдельных этапах работы.

Метод сохраняет физически трактуемые параметры систем, имеет единый с моделированием математический аппарат и может служить дополнением к частотным методам и методам расчета на АВМ. Практическое применение предлагаемого метода иллюстрируется примером расчета переходных процессов в секционном тиристорном электроприводе бумагоделательной машины.

Приводится сопоставление результатов графического анализа и расчета на АВМ, показывающее достаточную точность расчетов для инженерных целей. Илл. 3. Библ. 4.

УДК 621.314.632.001.5

Коэффициент мощности каскадных управляемых выпрямителей

Жемеров Г. Г.

«Электричество», 1971, № 10

Исследован гармонический состав токов двух различных схем каскадных преобразователей с улучшенными энергетическими показателями: каскадного управляемого выпрямителя по 6-пульсной эквивалентной схеме и каскадного управляемого выпрямителя по 12-пульсной эквивалентной схеме. Получены основные выражения, характеризующие коэффициент сдвига, мощности и искажения для каждой из этих схем. Определен закон раздельного оптимального управления углами зажигания вентилей каждой из выпрямительных групп, обра-

зующих преобразователь, который обеспечивает максимальное значение коэффициента мощности преобразователя во всем диапазоне изменения его э. д. с. Илл. 4. Библ. 2.

УДК 621.3.078 001.24

Исследование вынужденных колебаний систем автоматического регулирования на несущей переменного тока  
Куракин К. И.

«Электричество», 1971, № 10

На основе частотных методов исследования рассматриваются вопросы, связанные с изучением вынужденных движений системы автоматического регулирования на гармонической несущей  $\omega_c$  переменного тока при входном воздействии  $g(t) = e^{j\omega t}$ .

Задача сводится к определению передаточных функций и импульской переходной функции системы с периодически изменяющимися во времени параметрами. Показано, что передаточная функция по постоянной составляющей ошибки системы автоматического регулирования на несущей переменного тока с одним простым полюсом содержит как дробно-рациональные, так и показательные функции оператора  $s$ . При беспредельном увеличении коэффициента усиления системы рассматриваемого класса ее установившаяся ошибка стремится не к нулю, а к некоторой конечной величине, зависящей от параметров системы.

Приводятся основные выражения для передаточных функций приступающей разомкнутой и замкнутой систем относительно основной составляющей входного воздействия, а также ошибки, определяемой нижней гармоникой с круговой частотой ( $\omega - 2\omega_c$ ). Илл. 1. Библ. 5.

УДК 621.315.624.4

Оценка влияния параметров загрязненных изоляторов на их влагоразрядные напряжения  
Шамсие А. С.

«Электричество», 1971, № 10

Оценивается влияние параметров загрязненных изоляторов (критической длины дуги, сопротивления неперекрытой части поверхности и диаметра тарелки изоляторов) на их влагоразрядные напряжения. Влагоразрядные напряжения изоляторов определены по расчетной формуле и методом графического анализа с применением цифровой вычислительной машины. Расчеты проведены как в предположении равенства удельной поверхностной проводимости изоляторов (4 мксим), так и с приближенным учетом степени их загрязненности в полевых условиях. Полученные результаты показывают, что для повышения влагоразрядных напряжений изоляторов необходимо увеличение диаметра изолятора. При неизменном диаметре более целесообразно развитие боковой поверхности изоляторов (увеличение сопротивления неперекрытой части поверхности), чем развитие нижней поверхности (увеличение критической длины дуги). Табл. 6. Илл. 4. Библ. 4.

УДК 621.316.995.001.24

Расчет сопротивления и распределения потенциала системы кольцевых электродов, расположенных в неоднородной двухслойной среде  
Аракелян А. М., Габриелян Р. О.,  
Арутюнян Д. В.

«Электричество», 1971, № 10

Предлагается расчетная предельная модель заземлителя в двухслойной среде в виде соосных кольцевых электродов, представляющая дискретный вариант цилиндрической модели. Приводятся алгоритм и программа расчета на ЦВМ сопротивления и распределения потенциала. Данна оценка времени расчета на ЦВМ «Раздан-2». Подчеркивается целесообразность применения этой модели для проведения анализа степени влияния различных факторов (неоднородность среды, величина удельного сопротивления и мощность отдельных слоев, тип и габаритные размеры заземлителя и т. п.) в их разных комбинациях на величину сопротивления заземлителя, необходимого, в частности, для предварительного выбора вида и конструкции его в сложных условиях горных районов. Приводятся некоторые результаты такого анализа в основном применительно к заземлителям в горных условиях. Табл. 1. Илл. 5. Библ. 2.

УДК 621.3.013.001.24

Перераспределение постоянного поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями  
Карапетян М. А.

«Электричество», 1971, № 10

Получены формулы для расчета перераспределения постоянного электрического поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями. При выводе формул учтено взаимное влияние соседних поляризованных эллипсоидов заменой среднего макроскопического поля в дисперсной среде полем Лоренца. Рассмотрен ряд частных случаев, представляющих определенный интерес при изучении поля в дисперсных системах. Библ. 5.

УДК 537.028.1:621.43

О пьезокерамическом генераторе для системы зажигания двигателей внутреннего сгорания  
Шведова Л. А.

«Электричество», 1971, № 10

Анализируется возможность использования пьезокерамических элементов как источников высоковольтного разряда в системе зажигания двигателей внутреннего сгорания. Приводятся результаты экспериментов по определению амплитуды выходного напряжения для нескольких типов пьезокерамики при высоких давлениях. Илл. 5. Библ. 6.

УДК 621.314.1

Уравнения регуляторов электромашинных преобразователей при работе на импульсную нагрузку  
Бертинов А. И., Мизурин С. Р., Федоткин Ю. С.

«Электричество», 1971, № 10

Рассмотрены уравнения типовых регуляторов напряжения и частоты электромашинных преобразователей при работе генератора преобразователя на импульсную нагрузку. Приведены уравнения измерительного органа регулятора частоты и магнитных усилителей регуляторов частоты и напряжения генератора с учетом изменения напряжения на управляющих и рабочих обмотках в процессе зарядно-разрядного цикла.

На основании уравнений составлена математическая модель регуляторов для анализа их работы с помощью аналоговых вычислительных машин. Илл. 4. Библ. 5.