

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1970



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

8

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА  
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦК НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА  
ЭНЕРГЕТИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 62.31.001.57

## Моделирование и автоматизация процесса проектирования электроэнергетических объектов

Доктор техн. наук, проф. В. А. ВЕНИКОВ  
Москва

Канд. техн. наук Р. В. ШНЕЛЛЬ  
Новосибирск

**Постановка задачи.** В настоящее время при проектировании и инженерных исследованиях в электроэнергетике все шире применяют вычислительную технику, но при этом ограничиваются, как правило, отдельными расчетами стационарных и переходных режимов, решением транспортно-энергетических задач, расчетами опор или фундаментов линий электропередачи и т. д.

Такого рода задачи важны, но все же они являются локальными.

Математические модели еще не внедрялись в проектирование настолько, чтобы этот процесс стал автоматизированным. Возможно это объясняется некоторой недооценкой проектирования как промежуточного звена между наукой и производством.

Проектные разработки энергетических объектов должны проводиться методами, основанными на кибернетическом подходе [Л. 1 и 2], предусматривающими учет внутренних, возможно не всегда проявляющихся в явном виде, обратных связей. При этом должно учитываться влияние энергетических объектов на целый ряд областей: экономика, сельское хозяйство, рыбное хозяйство, на демографию страны и т. д.

Общей задачей проектирования является использование известных физических законов и экспериментально установленных связей между основными параметрами для получения тех инженерных уравнений и расчетных соотношений, которые связывают конкретные физические параметры данного элемента проектируемой подсистемы с другими ее элементами, а всю подсистему — с другими подсистемами [Л. 2]. Раскрытие этих соотношений и урав-

нений позволяет построить математические модели, являющиеся далее основой для оптимизации конструктивных параметров. При этом в ряде случаев для подсистем различной физической природы удается воспользоваться формально одинаковым, с математической точки зрения, аппаратом моделирования. При построении обобщенных моделей проектируемых объектов можно в первом приближении применять суперпозицию ряда исследований, проводимых на автономно выполненных моделях. К ним могут относиться:

геометрические модели (границы которых определяются, как видимые человеческому глазу контуры компонента);

физические модели (неполные модели), представляемые как некий геометрический объем пространства, ограниченный эквипотенциальной поверхностью с наперед заданным значением потенциала; в моделях этого типа поле не изменяется во времени;

физические модели, отражающие протекание процессов только во времени;

полные модели, позволяющие изучать пространственно-временные соотношения.

Таким образом, использование моделей для решения проектных задач должно быть весьма широким. Изучение конструкций может вестись на моделях, включающих конструкции и окружающее их пространство. В элементах этих моделей может накапливаться определенное количество энергии того или иного вида, и моделирование воздействий на физическую структуру материалов изучаемого элемента системы может позволить найти опасные разрушающие усилия, запасы и т. д.

В ряде случаев энергетикам, видимо, будет целесообразно воспользоваться опытом радиостов [Л. 4] с успехом изучающих при конструировании радиотехнических устройств различные (полезные и нежелательные) преобразования энергии и рассматривающих в качестве определяющих параметров потоки энтропии или негэнтропии в системе [Л. 3].

При таком подходе можно объективно оценивать соответствующие конструктивные и компоненточные параметры проектируемой системы.

Рассмотрение с единых методологических позиций работы элементов проектируемой системы приводит к необходимости выделения особых областей пространства, в которых проявляются соответствующие обобщенные силы, взаимосвязанные друг с другом. Выявление этих взаимосвязей означает, по существу, переход к применению кибернетического метода, с помощью которого на стадии разработки можно более полно, чем обычными путями, определить основные конструктивно-технологические параметры. В конкретных электроэнергетических задачах, например, при массовом проектировании линий, передач и сетей на первое место часто выдвигается отыскание оптимальных экономических решений для условий конкретных районов. Эти решения должны проводиться на базе завершенных ранее научных исследований [Л. 5] с учетом тех новых возможностей, которые отражает моделирование и кибернетический подход.

Как всякая инженерная задача, проектирование прежде всего требует оптимального решения в смысле нахождения некоторых экономических показателей. Частные оптимумы, находимые при анализе, обычно не только не совпадают, но и резко расходятся. К решению таких комплексных задач должен привлекаться логический анализ.

Развитие прикладной математики и машинной вычислительной техники позволяет описать математически подобного рода задачи, далее формализовать и автоматизировать их, передав выполнение вычислительным машинам.

Реализация этой задачи позволит полностью освободить большое количество инженеров от нетворческой работы и передать им исключительно творческие, широкие функции, необходимые при решении задач оптимального научного проектирования.

Одна из основных трудностей в создании комплексных математических моделей заключается в том, что объем исходной информации при очень большом ее количестве все же не полон. Исходная информация обладает вероятностно определенными и неопределенными свойствами и изменяется во времени. Параметры, определяющие эту информацию, имеют большое количество функциональных прямых и обратных связей со всеми отраслями народного хозяйства страны. Поэтому чисто формализованными методами нельзя найти однозначного решения, и участие человека в этой операции оказывается необходимым.

Здесь следует очень четко выяснить, во-первых, исходные предпосылки и, во-вторых, непосредственное ведение процесса проектирования. Если определение исходных данных (гипотез развития) и получение достаточно полных выводов трудно формали-

зуются, то процесс проектирования уже сейчас может весьма полно формализоваться. Инженер, решая какую-то конкретную задачу (выбор типа опор, расчет проводов, расстановку опор по профилю, выбор схемы подстанции и т. д.), всегда исходит из определенных им или кем-то конкретных данных, иногда, может быть, и не достаточно обоснованных, но все же пригодных как рабочая гипотеза.

Именно поэтому имеющийся опыт моделирования инженерных расчетов уже сейчас ставит задачу создания комплексных автоматизированных математических моделей процесса проектирования электрических сетей. В качестве примера рассмотрим некоторые возможные структурные схемы отдельных комплексных элементов электрических сетей.

Проект электрических сетей, как правило, состоит из следующих элементов:

- схемы развития электрических сетей района;
- проекта релейной защиты, автоматизации, телемеханизации и связи;
- проекта районных подстанций;
- проекта электрических станций.

Схема развития электрических сетей района зависит от размещения и структуры энергетических мощностей, от размещения производительных сил народного хозяйства, от экономических показателей линий электропередачи и подстанций и изменяется в динамике их развития.

Однако для упрощения этой задачи проектировщики, во-первых, рассматривают ее не как непрерывно развивающуюся динамическую систему, а дискретно по годам, во-вторых, со стабильными экономическими показателями. По-видимому, и в математической модели это в первом приближении вполне допустимо. При этих допущениях формализация исходной информации уже становится несколько проще.

В настоящее время созданы алгоритмы и программы для выбора напряжения электрических сетей, их конфигурации и др. [Л. 6—8].

Работу по совершенствованию существующих и созданию новых моделей в области проектирования схем электрических сетей следует продолжить и развивать. По-видимому, целесообразно развивать работу и в области создания математических моделей по расчету переходных процессов, токов короткого замыкания и выбору типов релейных защит.

Наиболее важной является комплексная автоматизация проектных работ по конкретным электроэнергетическим объектам. При этом, наряду с сокращением времени проектирования, исключается субъективизм проектировщиков, что существенно превышает качество подготовляемой технической документации.

Функции проектирования связаны с операциями поиска, сортировки и обработки информации. Если необходимая информация отсутствует или ее нельзя отыскать аналитически, то такую информацию следует получить путем наблюдений или измерений физических объектов. Получение предварительного решения в большинстве практических случаев состоит в отыскании среди уже существующих типовых решений объекта, отвечающего требованиям технического задания. Если такой объект не найден, необходимо синтезировать одну или несколько час-

тей объекта, совокупность которых предназначается для реализации всех необходимых характеристик объекта, и продолжить поиск. Подразделение и поиск продолжают до нахождения приемлемых частей для выполнения каждой из подразделенных характеристик объекта. Информация, которой располагает проектировщик для поиска, недостаточно хорошо организована для эффективного машинного просмотра, так как включает опыт проектировщика, личную картотеку записей, технические отчеты, чертежи, книги, журналы и т. д. Очевидно, при автоматизации проектирования этот вид информации должен быть систематизирован в виде картотеки для обеспечения возможности ее автоматического поиска.

Для проведения любых расчетов необходима информация о правилах вычислений, т. е. алгоритмы.

Таким образом, автоматизация проектирования с применением электронных вычислительных машин (ЭВМ) возможна только при создании информационно-поисковой системы, обеспечивающей выдачу по запросам необходимой информации на всех стадиях проектирования.

Информационно-поисковая система предполагает обработку больших массивов информации, заключающуюся в преобразовании информации с естественного языка на машинный и наоборот, размещение и поиск информации в памяти ЭВМ, создание и оптимизацию различных алгоритмов автоматической обработки информации. При этом возникает необходимость в такой организации данных (в виде словарей, перечней и т. д.), представленных в памяти ЭВМ, которая обеспечила бы наименьшее время их обработки. Появление новых типов ЭВМ и некоторых носителей информации делают принципиально разрешимой задачу создания информационно-поисковой системы комплексной автоматизации проектирования электроэнергетических объектов уже в настоящее время.

**Автоматизация процесса проектирования линий электропередачи.** Проект линии электропередачи должен выполняться как пространственно-схемная задача.

В качестве исходных данных обычно задается:

- 1) начало и конец трассы;
- 2) ограничения в плане (по условиям влияния на линии связи, радиостанции, топографические, геологические условия и т. п.);
- 3) электрические нагрузки или сечения проводов;
- 4) климатическая, топографическая, геологическая и гидрогеологическая характеристика района;
- 5) набор возможных к использованию типовых и индивидуальных опор и фундаментов.

В результате расчетов необходимо получить:

- 1) профиль оптимальной по стоимостным показателям трассы с указанием пикетов опор, типов опор и фундаментов;
- 2) монтажные кривые проводов и тросов;
- 3) спецификации;
- 4) сметы.

Иерархическая структурная схема экономической оптимизации и технических расчетов представлена на рис. 1.

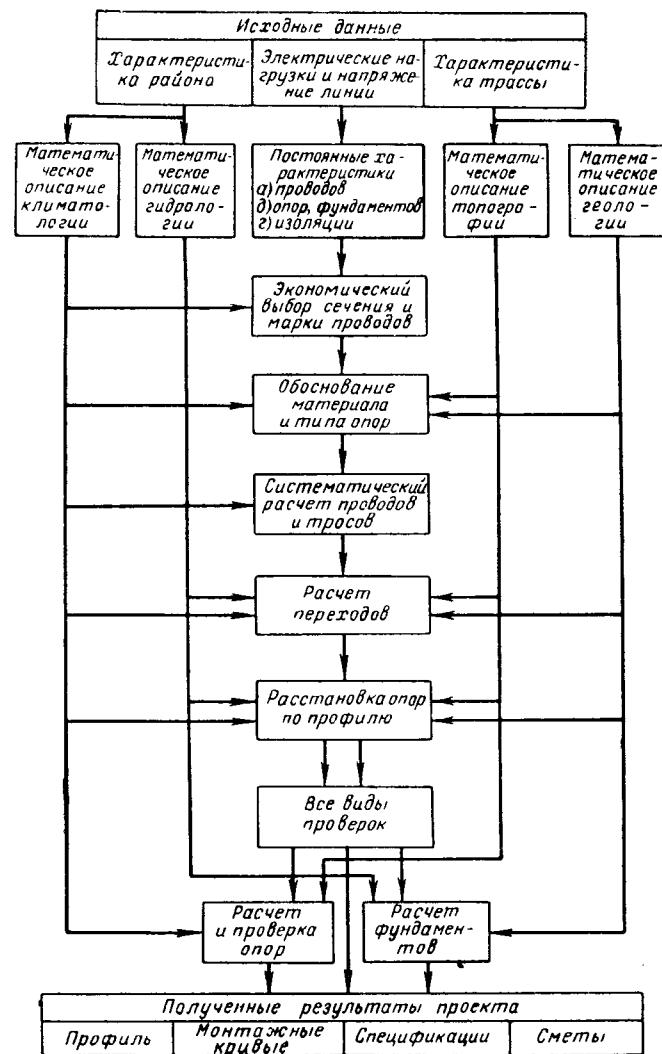


Рис. 1. Структурная схема комплексного алгоритма математической модели процесса проектирования линии электропередачи.

В рассматриваемом варианте полная структурная схема состоит из 11 блок-программ.

Каждая программа обеспечивает решение одной законченной инженерной задачи и одновременно готовит на выход данные для решения других задач.

По мере подготовки отдельных блок-программ они могут использоваться в проектной практике. В настоящее время используется целый ряд таких блок-программ [Л. 9] и продолжается работа по разработке других блок-программ комплексной системы.

Далее в программу комплексной математической модели автоматизации процесса проектирования линий электропередач могут вводиться дополнительные блоки, такие как:

- а) экономический выбор числа и типа проводов в фазе;
- б) выбор устройств для плавки гололеда на линиях электропередачи;
- в) обработка материалов аэрофотосъемки и т. п.

В процессе составления блок-программ, рассчитанных на использование современной вычислитель-

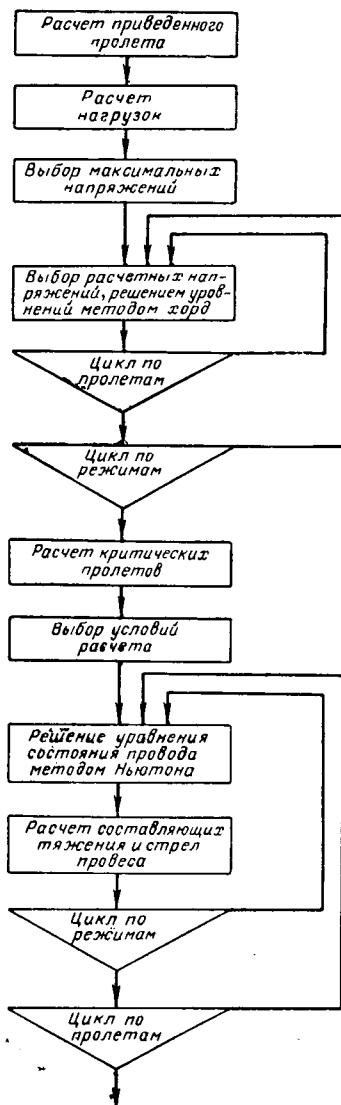


Рис. 2. Блок-схема программы автоматизации расчета по линии электропередачи.

В качестве примера программы, используемой для автоматизации процесса проектирования линий электропередачи, можно привести программу расчета проводов и нагрузок на опоры линий электропередачи<sup>1</sup>. Блок-схема этой программы приведена на рис. 2. Расчет на всем анкерном участке линии производится по приведенному пролету и допустимым напряжениям, определяемым по климатическим условиям и из характеристик проводов и опор.

Расчетные нагрузки и режимы принимаются для фактических условий в соответствии с Правилами устройств электроустановок.

Напряжение в нижней точке провода в пролете (для переходов) определяется методом хорд. Соотношение критических пролетов определяет выбор условий расчета. Затем для каждого режима производится решение уравнения состояния провода,

ной техники, происходят и качественные изменения в методике решения отдельных задач.

В качестве простейшего примера укажем, что обычно применяемое в расчетах механики воздушных линий уравнение цепной линии содержит гиперболическую функцию вида:

$$y = \frac{a}{2} (e^{x/a} + e^{-x/a}) = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}.$$

Решение этого уравнения аналитически с помощью простейших вычислительных устройств затруднительно, поэтому была создана специальная «инженерная методика» [Л. 10], рекомендующая при расчетах разлагать это уравнение в ряд, используя только два первых члена, которые можно решать как кубическое уравнение параболы вида

$$\sigma_n^3 + \sigma_n^2 A = B.$$

Вычислительные машины позволяют легко решать такие задачи, повышая точность расчета и снимая надобность в такого рода «инженерных методиках».

в результате чего определяется напряжение и полное тяжение провода при всех заданных условиях; полное напряжение раскладывается на составляющие, что определяет нагрузки на опоры.

Далее становится возможным выбор типов опор, расчет их и подбор фундаментов по типовым программам. Время расчета занимает до 3 мин. Подобные работы в области автоматизации проводятся и в США [Л. 11]. Фирма «Sverdrup Pareel and Associates» разработала программу, пользуясь которой можно определить оптимальную конструкцию опор. Программа учитывает рельеф трассы, качество грунта, метеорологические и климатические условия вдоль трассы.

Использование этой программы по данным фирмы позволяет не только улучшить процесс проектирования, но и сэкономит на одной из проектируемых линий 8—10% профильного металла. Время работы программы 15 мин.

**Автоматизация процесса проектирования подстанции.** Проект подстанции так же, как и линии электропередачи, представляет собой набор типовых элементов и сооружений, связанных между собой определенным образом и размещаемых в месте, обеспечивающем минимум расчетных затрат по совокупности строительства линий и элементов подстанции [Л. 12 и 13].

В качестве исходных данных обычно задается:

- 1) нагрузка местных потребителей по напряжениям;
- 2) требования к топографии (наличие площадки, железных или автодорог, источников временного электроснабжения и т. п.), ограничения по геологии и гидрогеологии;
- 3) климатическая, топографическая, геологическая и гидрогеологическая характеристика района;
- 4) набор возможных к использованию типовых и индивидуальных проектов распределительных устройств, панелей управления, узлов установки трансформаторов и т. п.

В результате расчетов необходимо получить:

- 1) рекомендуемое место расположения подстанции;
- 2) компоновку подстанции, оптимальную по стоимости для местных условий;
- 3) чертежи открытого распределительного устройства (ОРУ), раскладку кабелей, кабельный журнал;
- 4) типовые схемы вторичной коммутации;
- 5) общие виды панелей управления, защиты, собственных нужд;
- 6) спецификации;
- 7) сметы.

Иерархическая структурная схема экономической оптимизации и технических расчетов представлена на рис. 3.

В рассматриваемом варианте структурная схема несколько упрощенно показана из 10 блок-программ. Фактически для полной автоматизации процесса проектирования подстанции потребуется значительно большее количество блок-программ.

В частности, в общий комплекс необходимо будет включить программы по:

- a) выбору аккумуляторных батарей;

<sup>1</sup> Программа разработана в Сибирском отделении «ЭнергоСибпроект» с участием В. С. Заикина.

б) расчету цепей вторичной коммутации (цепей питания, соленоидов, токовых цепей, цепей напряжения, подогрева и т. п.);

в) выбору типа порталов, конструкций, фундаментов и т. п.;

г) систематическому расчету ошиновки подстанции;

д) элементы строительных расчетов и т. п.

В настоящее время некоторые локальные блок-программы уже освоены и находят применение в проектной практике.

В качестве примера может быть рассмотрен алгоритм оптимизации местоположения подстанции [Л. 14]. Эта задача решается как экономическая оптимизация по минимуму расчетных затрат в распределительной сети с учетом местных условий (переходов, транспортных связей и т. п.) и сводится к нахождению координат точки.

Однако исходная информация, имеющаяся, как правило, погрешность по отдельным параметрам в пределах от  $\pm 5\%$  до  $\pm 10\%$ , делает практическую ценность нахождения точки оптимума небольшой и, как показывает практика проектирования, значение имеет обычно только зона, в пределах которой расчетные затраты не превышают 5% минимума.

Расчетные затраты определяются как

$$Z_i = p_n K_i + I_i,$$

где  $Z_i$  — расчетные затраты  $i$ -го варианта, тыс. руб.;  $K_i$  — капитальные затраты  $i$ -го варианта, тыс. руб.;  $I_i$  — полные издержки  $i$ -го варианта, тыс. руб.;  $p_n$  — нормативный коэффициент.

Данную зависимость можно для линий электропередачи и транспортных связей рассматривать как линейную, функционально зависимую от длины линии.

Тогда

$$Z_i = (p_n K_{0i} + I_{0i}) L;$$

$$Z = \sum_{i=1}^n (p_n K_{0i} + I_{0i}) \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2},$$

где  $X, Y$  — координаты питающей подстанции;  $L$  — длина рассматриваемого элемента.

Зона, где величина расчетных затрат не более чем на 5% превосходит минимальные (учитывая, что она непрерывна и замкнута), может быть определена логическим методом «свободного поиска».

Аналогично может быть определено оптимальное местоположение подстанции по другим критериям. Окончательно решение принимается в результате нанесения на карту полученных зон и натурного осмотра местности. Блок-схема программы приведена в [Л. 14].

Рассмотренные блок-программы вполне позволяют исходя из логически последовательных операций связать их и создать единые комплексные автоматизированные программы, сначала для линий электропередачи, затем для подстанций, а впоследствии и для более технически сложных сооружений типа электрических станций.

Большого внимания при проектировании электроэнергетических систем заслуживает широкое использование методов геометрического и потенциального моделирования и создание моделей, заменяю-

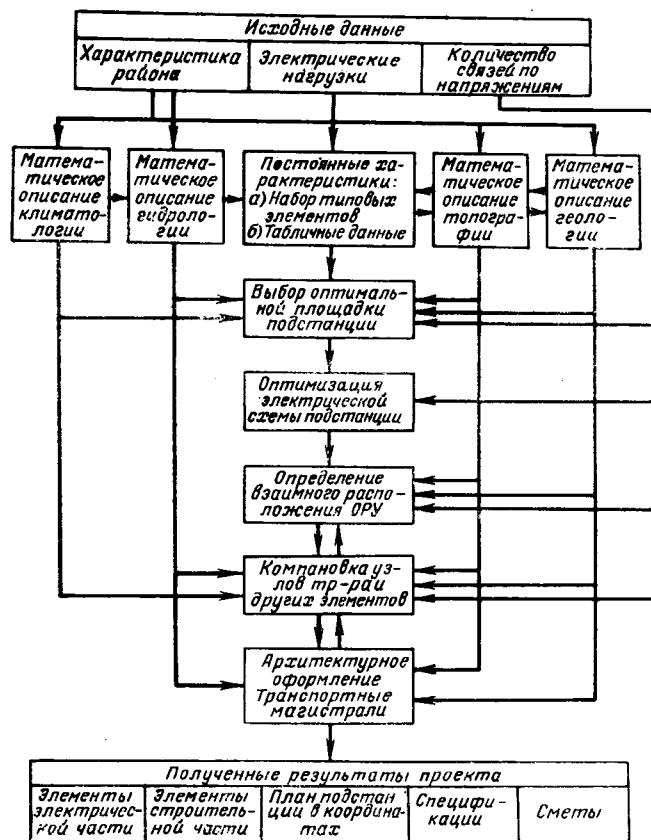


Рис. 3. Структурная схема комплексного алгоритма математической модели процесса проектирования районной подстанции.

щих исполнительную часть процесса проектирования.

В дальнейшем представляется возможным все проектирование в части решения и исполнения задачи передать вычислительной машине по схеме: исходные данные — алгоритм, модель — вычислительная машина — ячейки графической памяти — телевизор — фотосъемка — готовый чертеж. Наличие цифровых машин с широкой лентой может исключить процесс фотографирования целиком или частично. При этом проектные работы станут на уровень научных, а большое количество однообразных чертежных работ отпадет.

#### Литература

- Мелентьев Л. А., Основные положения создания и развития методов математического моделирования в энергетике, Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1963, № 4.
- Веников В. А., Применение методов кибернетики в электроэнергетике, Материалы конференции «Применение вычислительной техники в электроэнергетике», Сборник I, М., 1964.
- Варламов Р. Г., Компоновка радио- и электронной аппаратуры, «Советское радио», 1966.
- Варламов Р. Г., Использование методов подобия и моделирования при анализе и синтезе конструктивно-технологических параметров компоновки радиоэлектронной аппаратуры, Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, М., 1969.
- Шнель Р. В., Перспективы развития энергетики Сибири и важнейшие задачи научно-исследовательских и проектных организаций, Материалы НТКЭ, НТО ЭП, Новосибирск, 1966.
- Керного В. В., Автоматизация некоторых расчетов электрических сетей, изд-во «Наука и техника», Минск, 1968.

# О технико-экономической методике предварительного выбора номинального напряжения электропередачи с учетом ее надежности

Инж. А. В. БЕРЕЖНОЙ и доктор техн. наук Г. Е. ПОСПЕЛОВ  
Белорусский политехнический институт

В практике проектирования электрических сетей часто приходится сравнивать варианты электропередач с различной степенью надежности, поэтому ряд авторов рекомендует в приведенные затраты включать слагаемое, учитывающее ожидаемый ущерб потребителя от перерывов в электроснабжении [Л. 1—7].

Анализ опыта эксплуатации электрических сетей показывает, что основное требование методики технико-экономических расчетов — условие взаимозаменяемости сравниваемых вариантов — часто остается невыполненным. Объясняется это дискретным характером зависимости надежности передачи от числа входящих в нее капиталоемких элементов (трансформаторов, выключателей и т. п.), а также влиянием номинального напряжения на надежность самих элементов. Приведенные в таблице значения удельной повреждаемости основных элементов передачи получены путем обобщения данных опыта эксплуатации электрических сетей различных энергосистем [Л. 2—7]. Из этих данных следует, что с ростом ступени номинального напряжения надежность линий увеличивается (число устойчивых отключений на 100 км линии уменьшается), а основного подстанционного оборудования уменьшается (число отключений на 100 установленных и эксплуатируемых единиц увеличивается).

Рассмотрим учет надежности в технико-экономических расчетах на примере построения экономических областей для предварительного выбора номинальных напряжений в диапазоне 220—750 кв.

На графиках рис. 1 и 2 пунктирными линиями показаны экономические области, построенные без учета надежности электроснабжения потребителей. Сущность принятой в данной статье методики [Л. 8] для определения экономических зон стандартных

напряжений состоит в следующем: строятся зависимости стоимости передачи электроэнергии от передаваемой мощности при определенных значениях дальности передачи для стандартных напряжений (рис. 1). Точки пересечения этих зависимостей ограничили экономические интервалы стандартных напряжений; в каждом интервале напряжение, соответствующее этому интервалу, экономичнее по сравнению со смежными напряжениями. Соединив между собой соответственные граничные точки интервалов, построенных для различных расстояний, получим экономические зоны для выбора стандартных напряжений. Полученный график рис. 1 дал возможность построить также экономические области напряжений в координатах передаваемой мощности  $P$  и дальности передачи  $l$  (рис. 2).

В принятой методике [Л. 8] экономичность стандартного напряжения для заданных передаваемой мощности и протяженности линии определяется из условия минимальной стоимости передачи электроэнергии.

Стоимость передачи 1 квт·ч электроэнергии подсчитывалась по выражению

$$c = \frac{SpK + \Sigma \Delta \mathcal{E}_p + U}{P_m T_m} 10^2, \quad (1)$$

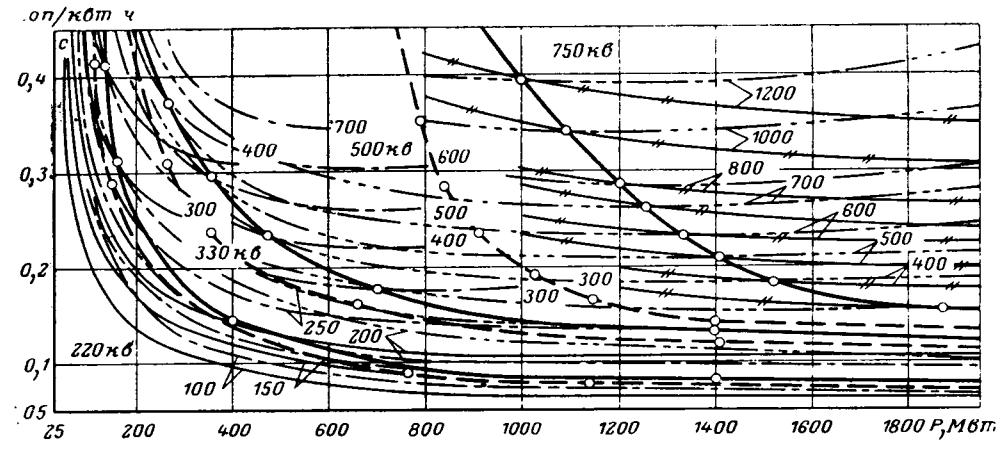


Рис. 1. Экономические зоны стандартных напряжений.  
— — — экономические зоны без учета надежности; — — — с учетом надежности работы электропередачи. — — —  $U=220$  кв; — · —  $U=330$  кв; — · · —  $U=500$  кв; — // —  $U=750$  кв.

7. Каялов Г. М. и Каждан А. Д., Построение конфигурации воздушной электрической сети на основе геометрического решения общей проблемы Штейнера, Изв. вузов, «Электромеханика», 1967, № 1.

8. Мусина Б. М., Выбор системы распределения электроэнергии в сельскохозяйственных районах Казахстана, Сб. Каз. НИИЭ, вып. 3, Алма-Ата, 1967.

9. Науменко Е. И. и Лопаткин Н. Ф., Программа расчета проводов и тросов на механическую прочность на ЦВМ, Материалы НТО ЭП, вып. 1, Новосибирск, 1966.

10. Глазунов А. А. и Глазунов А. А., Электрические сети и системы, Госэнергоиздат, 1963.

11. Smith Robert A., Computer program developed for optimum transmission design «Power Engng.», 1966, 70, № 8.

12. Мыслин Д. А., Возможность использования ЭЦВМ для проектирования подстанций, Материалы НТО ЭП, ч. II, Новосибирск, 1966.

13. Мыслин Д. А., Оптимизация компоновок подстанций, Материалы НТО ЭП, вып. 1, Новосибирск, 1966.

14. Батюк И. И. и др., Выбор района размещения подстанции с помощью ЭЦВМ, Материалы НТО ЭП, ч. II, Новосибирск, 1966.



где  $\Sigma pK$  — ежегодные отчисления от капиталовложений в электропередачу, тыс. руб.;  $\Sigma \Delta \beta_p$  — стоимость потерь электроэнергии, тыс. руб.;  $U$  — вероятный народнохозяйственный ущерб от перерывов электроснабжения, тыс. руб.;  $P_m$  — передаваемая максимальная мощность по электропередаче, Мвт;  $T_m$  — число часов использования максимальной мощности, ч.

$$\Sigma pK = p_a K_a + p_n K_n + p_k K_k + p_p K_p, \quad (2)$$

где  $K_a$ ,  $K_n$ ,  $K_k$ ,  $K_p$  — ежегодные капиталовложения в линию, повышающую и понижающую подстанции, в устройство продольной компенсации (УПК) и реакторы соответственно, тыс. руб.;  $p_a$ ,  $p_n$ ,  $p_k$ ,  $p_p$  — нормы ежегодных отчислений от капиталовложений в ВЛ, подстанции, УПК и реакторные установки, определяемые суммой нормативного коэффициента эффективности ( $p_0=0,15$ ), коэффициентом амортизационных отчислений ( $p_a$ ) и коэффициентом отчислений на ремонт и эксплуатацию ( $p_{op}$ ) соответственно.

Графики рис. 1 и 2 строились из расчета мощностей на одноцепную электропередачу с двухоб-

моточными однофазными трансформаторами на повышающей подстанции и автотрансформаторами на понижающей. Было принято, что на подстанции устанавливаются два трансформатора с двумя выключателями на каждый трансформатор и двумя линейными выключателями. Суммарная мощность трансформаторов на подстанции принималась равной  $1,3P_m$ .

Единовременные капиталовложения в линию определялись по выражению

$$K_a = \left( a + b \frac{P_m}{\sqrt{3} |U \cos \varphi|_{j_s}} \right) l, \quad (3)$$

где  $a$ ,  $b$  — составляющие капиталовложений в ВЛ, не зависящая и зависящая от сечения проводов соответственно (таблица);  $j_s$  — экономическая плотность тока,  $a/mm^2$ ;  $\cos \varphi$  — коэффициент мощности;  $l$  — длина электропередачи, км;  $U$  — номинальное напряжение электропередачи, кв.

Затраты на установку повышающих и понижающих трансформаторов, реакторов и конденсаторов определялись по удельной стоимости, а затраты на сооружение открытых распредел устройств — по стоимости сооружения одной ячейки (таблица).

Мощности реакторов и конденсаторных батарей УПК определялись из условия сохранения запаса статической устойчивости передачи  $\beta_c=0,15$ . При этом предполагалось, что на электростанциях установлены автоматические регуляторы возбуждения сильного действия.

Стоимость потерь электроэнергии в линии, в трансформаторах, реакторах и в конденсаторных батареях УПК определялась по расчетной стоимости  $1 \text{ квт} \cdot \text{ч} = \beta_p$ .

Вероятный народнохозяйственный ущерб от перерывов электроснабжения определялся как

$$U = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) y_0, \quad (4)$$

где  $\mathcal{E}_1$  — вероятный недоотпуск электроэнергии при полном прекращении электроснабжения, например при отключении линии,  $\text{kвт} \cdot \text{ч}$ ;  $\mathcal{E}_2$  — вероятный недоотпуск электроэнергии при снижении передаваемой мощности до некоторой величины  $P_a$ , например, при отключении одного из трансформаторов,  $\text{kвт} \cdot \text{ч}$ ;  $y_0$  — удельный народнохозяйственный ущерб от недоотпуска потребителям  $\text{kвт} \cdot \text{ч}$  электроэнергии,  $\text{руб}/\text{kвт} \cdot \text{ч}$ .

$$\mathcal{E}_1 = (P_m - P_c) T_m \frac{q_a^L}{100} l \frac{t_{ap}^L}{8760}, \quad (5)$$

$P_c$  — резерв мощности системы — потребителя, который может быть использован в режиме недоотпуска энергии по электропередаче (внутренний резерв системы)

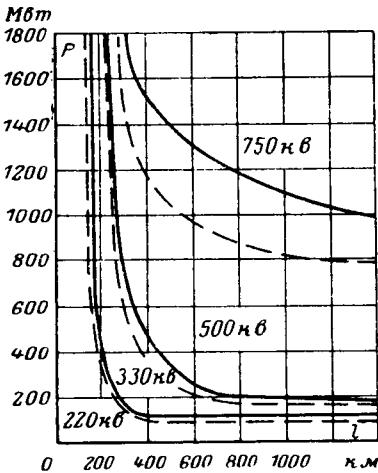


Рис. 2. Экономические области стандартных напряжений.  
— — — — области, без учета надежности работы электропередачи.

Расчетные величины	Напряжение, кв				
	220	330	500	750	
Составляющая капиталовложений в ВЛ	Независящая от сечения проводов $a$ , тыс. руб/км	17,0	17,3	18,0	20,5
	Зависящая от сечения проводов, руб/км·м <sup>2</sup>	8,0	7,7	7,2	6,5
Постоянная часть затрат на подстанции $K_{п.з}$ , тыс. руб.	380	700	1 050	1 450	
Затраты на сооружение одной ячейки ОРУ $k_s$ , тыс. руб.	108	213	390	725	
Удельные стоимости трансформаторов (в рублях на единицу установленной мощности)	Для двухобмоточных повышающих трансформаторов $k_t$	1,15	1,3	1,5	1,8
	Для понижающих трехобмоточных автотрансформаторов $k_{at}$	1,9	2,05	2,2	2,55
Удельная стоимость УПК $a_u$ , руб/квар	7,1	7,4	7,7	8,2	
Удельная стоимость реакторной установки $a_p$ , руб/квт	2,4	2,6	0,3	3,5	
Индуктивное сопротивление линии $x_d$ , ом/км	0,416	0,319	0,281	0,268	
Натуральная мощность электропередачи $P_{nat}$ , Мвт	121	353	990	2 200	
Удельная поврежденность на 100 физических единиц с учетом грозовых повреждений	Линии $q_a^L$	0,133	0,11	0,097	0,085
	Трансформаторов $q_{tp}^L$	2,64	4,2	5,6	7,0

мы), квт;  $q_a^l$  — число аварийных отключений на 100 км линии;  $t_{ap}^l$  — средняя длительность аварийного ремонта линии, ч.

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 q_a^l \frac{n_\Sigma}{100} \frac{t_{ap}^l}{8760}, \quad (6)$$

где  $q_a^l$  — количество аварийных отключений на 100 трансформаторов, находящихся под нагрузкой;  $n_\Sigma$  — количество трансформаторов в электропередаче;  $t_{ap}^l$  — средняя длительность аварийного ремонта трансформатора, ч;  $\mathcal{E}_0$  — количество электроэнергии, недоотпущенное потребителю в аварийном режиме, при условии, если бы аварийный режим имел длительность, равную году, квт·ч.

$$\mathcal{E}_0 = \int_0^{t_0} (P_m - 0,0158 P_m t^{0.4}) dt = P_0 t_0, \quad (7)$$

где  $P_0$  — отпускаемая мощность потребителю в режиме недоотпуска энергии, квт;

$$P_0 = P_a + P_c; \quad (8)$$

$P_a$  — передаваемая мощность в аварийном режиме, квт;  $t_0 = \sqrt{\frac{P_m - P_c}{0,0158 P_m}}$  — длительность режима недоотпуска мощности  $P_m - P_c$  в течение года, ч.

Аварийные режимы электропередачи выбирались в соответствии [Л. 9]. В расчетах принималось:  $T_m = 5000$  ч;  $\tau = 3500$  ч;  $j_0 = 1$  а/мм;  $\beta_p = 0,7$  коп/квт·ч;  $\rho_0 = 30,5$  ом/мм<sup>2</sup>·км;  $m = 1,15$ ;  $\Delta P_k \% = 0,3$ ;  $\Delta P_p \% = 0,5$ ;  $p_l = 0,182$ ;  $p_p = p_0 = 0,233$ ;  $p_k = 0,25$ ;  $y_0 = 0,2$  руб/квт·ч;  $\cos\varphi = 0,8$ . Остальные величины, зависящие от напряжения электропередачи, приведены в таблице. Следует отметить, что для решения задачи численная величина удельного ущерба от недоотпуска одного квт·ч  $y_0$  не имела решающего значения и была принята в соответствии с [Л. 10], равной 0,2 руб/квт·ч.

Рассмотрение графиков показывает, что учет надежности работы электропередачи ведет к расширению экономических областей. Причем, относительное расширение увеличивается с каждой последующей ступенью стандартного напряжения, увеличивается суммарное значение удельной повреждаемости элементов системы электроснабжения, значение недоотпуска электроэнергии при аварийном состоянии электропередачи и, следовательно, увеличивается вероятный народнохозяйственный ущерб  $U$ . Из рис. 1 и 2 следует, что использование экономических зон и областей номинальных напряжений, построенных без учета надежности электроснабжения, может привести к необоснованному выбору одного из основных параметров — напряжения, и как следствие, к проектированию неэкономичной электропередачи. Так например, для электропередачи длиной 400 км с передаваемой мощностью 400 Мвт без учета надежности электроснабжения стоимость передачи одного квт·ч при  $U=330$  и

500 кв составляет около 0,233 и 0,228 коп/квт·ч, тогда как с учетом надежности 0,246 и 0,256 коп/квт·ч соответственно (рис. 1). Поэтому в первом случае пришлось бы принять напряжение 500 кв, тогда как с учетом надежности условию минимума стоимости передачи одного квт·ч соответствует напряжение 330 кв. Экономический эффект или экономия средств на стоимости передачи электрической энергии в течение года составит  $(0,256 - 0,246) \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 10^{-5} \cdot 5000 = 200000$  руб.

Необходимо отметить ограниченный характер полученных результатов — они говорят только о направлении влияния надежности электропередачи на выбор ее номинального напряжения. Эти результаты соответствуют одиночной линии электропередачи. В общем случае задача решается более сложно: надежность зависит от применяемого электрооборудования и схем соединения. Окончательный выбор номинального напряжения электропередачи должен проводиться путем технико-экономического сопоставления вариантов. При этом кроме отмеченных факторов учитываются конкретные условия и перспективы дальнейшего развития электрической сети.

**Выводы.** 1. Однотипные элементы электрических сетей при различных стандартных напряжениях имеют различную удельную повреждаемость.

2. С увеличением ступени стандартного напряжения удельная повреждаемость линий электропередачи уменьшается, а силового оборудования подстанций — увеличивается. Общая удельная повреждаемость электропередачи увеличивается.

3. Учет надежности электроснабжения в технико-экономических расчетах позволяет более обоснованно и правильно выбрать основные параметры электропередачи и, в частности, ее номинальное напряжение.

#### Литература

- Надежность электроснабжения, Сборник статей под ред. И. А. Сыромятникова, изд-во «Энергия», 1967.
- Семенов В. А., О повреждаемости линий и шин 220—110 кв, «Электрические станции», 1959, № 8.
- Грудинский П. Г. и Горский Ю. М., Метод оценки надежности схем электроснабжения, Труды МЭИ, вып. 20, Госэнергоиздат, 1956.
- Обсуждение опыта эксплуатации линий электропередачи и подстанций 400—500 кв на техсовете в Союзглавэнерго при Госплане СССР, «Электрические станции», 1962, № 10.
- Цирель Я. А., Показатели удельной повреждаемости сети 35 кв, «Электрические станции», 1965, № 6.
- Казак Н. А. и др., Электроснабжение промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1966.
- Анализ аварий и случаев браков в работе на электростанциях на 1966 г. (электрическая и гидротехническая части), изд-во «Энергия», 1968.
- Поспелов Г. Е., Об определении экономических параметров электропередачи переменного тока, Труды транспортно-энергетического института СО АН СССР, вып. 14, 1962.
- Правила устройств электроустановок, изд-во «Энергия», 1964.
- Сыромятников И. А., Ущерб при аварийных нарушениях электроснабжения, «Промышленная энергетика», 1964, № 9.

[16.2.1970]



# Комбинированные устройства трехфазного и однофазного автоматического повторного включения

Доктор техн. наук В. Е. ПОЛЯКОВ, инженеры В. И. СКУТЕЛЬНИКОВ и В. П. ФЕДОТОВ

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова

Однофазное автоматическое повторное включение (ОАПВ) имеет существенные преимущества по сравнению с трехфазным (ТАПВ) [Л. 1], однако применение только ОАПВ на некоторых ВЛ не отвечает требованиям их высокой надежности, поскольку не обеспечивает повторного включения при междуфазных коротких замыканиях. Отключение в этих случаях линии без попытки восстановить ее нормальную работу посредством ТАПВ обосновано считается недопустимым, поэтому применение комбинированных устройств АПВ, сочетающих в зависимости от вида повреждения однофазное АПВ с трехфазным, является в данном случае особенно целесообразным.

Информационная часть комбинированных устройств АПВ достаточно разработана как для ВЛ с односторонним, так и с двусторонним питанием [Л. 2 и 3]. Логическая же часть этих устройств может быть оптимизирована применением аналитического метода синтеза, расширением получаемой информации, увеличением зоны действия и комплекса выполняемых операций, использованием более эффективных логических функций (симметричных, пороговых) и их бесконтактной реализации. Применение аппарата алгебры логики, дополненного специальными временными операторами, позволяет путем аналитического синтеза получить схему ТОАПВ с минимизированной структурой. Аналитическая запись условий работы устройства придает его структуре вид общего решения, из которого контактная или бесконтактная реализация могут быть получены как частные случаи.

Ниже рассматривается логический синтез в общем виде схемы устройства ТОАПВ (на основе использования математического аппарата теории релейных устройств) и бесконтактный вариант ее реализации на типовых логических элементах.

Схема устройства ТОАПВ совместно с избирательными органами<sup>1</sup> и релейной защитой обеспечивает:

отключение только одной поврежденной фазы и ее однократное АПВ при однофазных коротких замыканиях на защищаемой линии;

отключение трех фаз линии и их однократное АПВ при всех видах междуфазных коротких замыканий в случае возникновения повреждений в цикле ОАПВ на одной или двух неотключенных фазах и при отказе избирательного реле поврежденной фазы во время однофазного короткого замыкания;

отключение только одной фазы линии без ее повторного включения после ОАПВ на неустранившееся повреждение или при возникновении нового однофазного короткого замыкания до возврата схемы в исходное положение, если при этом разрешен перевод линии в неполнофазный режим;

отключение трех фаз линии без их повторного включения после ОАПВ на неустранившееся повреждение или при возникновении нового однофазного замыкания до возврата схемы в исходное положение, если при этом запрещен перевод линии в неполнофазный режим; после неуспешного ТАПВ линии или возникновении нового междуфазного короткого замыкания до возврата схемы в исходное положение; в случае, если в цикле ОАПВ может произойти нарушение устойчивости параллельной работы [Л. 5];

отключение двух фаз без их АПВ при любом повреждении на линии, находящейся в неполнофазном режиме работы;

запуск схемы УРОВ при однофазных коротких замыканиях (пуск схемы УРОВ для каждой линии выполняется отдельно с пофазным пуском для каждого выключателя [Л. 6]).

Устройство ТОАПВ может быть использовано также для автоматического повторного включения сборных шин электростанций и подстанций.

Наряду с выполнением этих основных условий схема устройства ТОАПВ удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к данному виду автоматики: обеспечивает установленную кратность действия, исключает возможность действия после отключения выключателя дистанционно или с помощью телекоммуникаций, а также после отключения выключателя от релейной защиты сразу после включения его эксплуатационным персоналом, и другие [Л. 3 и 7] и дополнительно обеспечивает:

минимальное время паузы АПВ, связанное только с подготовкой привода выключателя к повторному действию, при отключении его не от релейной защиты (самопроизвольное или ошибочное отключение одной или трех фаз), с контролем синхронизма или отсутствия напряжения (для ТАПВ), если по условиям устойчивости несинхронное быстродействующее АПВ является недопустимым (при отключении от релейной защиты устройство обеспечивает необходимые паузы ОАПВ и ТАПВ);

ускоренный автоматический возврат в состояние готовности после успешного повторного включения: схема возвращается в исходное положение через промежуток времени, достаточный только для действия релейной защиты линии на отключение в случае неуспешного АПВ; ускорение защиты после АПВ позволяет минимизировать время возврата.

Это повышает эффективность действия АПВ, так как уменьшает время перерыва питания потребителей, и время, в течение которого линия остается без АПВ, что имеет особое значение для протяженных линий в период грозовой деятельности.

На основании перечисленных выше требований, с учетом разделения всех защит линии на три группы [Л. 4 и 8] запишем условия отключения отдель-

<sup>1</sup> В качестве избирательных органов рассматриваются реле дистанционного типа, имеющие ряд известных преимуществ перед фильтровыми избирателями [Л. 4].

ных фаз линии от устройства ТОАПВ или по цепи дистанционного управления<sup>2</sup>:

$$\left. \begin{aligned} O_A \Pi &= \\ &= \{[PZ_0 + PZ_n (\overline{O'_A \Pi} + \overline{O'_B \Pi} + \overline{O'_C \Pi}) D_1^T] I_A + \\ &\quad + O_{ABC} + K'_{OA} + K'_{OABC}\} \Pi; \\ O_B \Pi &= \\ &= \{PZ_0 + PZ_n (\overline{O'_A \Pi} + \overline{O'_B \Pi} + \overline{O'_C \Pi}) D_1^T\} I_B + \\ &\quad + O_{ABC} + K'_{OB} + K'_{OABC}\} \Pi; \\ O_C \Pi &= \\ &= \{[PZ_0 + PZ_n (\overline{O'_A \Pi} + \overline{O'_B \Pi} + \overline{O'_C \Pi}) D_1^T] I_C + \\ &\quad + O_{ABC} + K'_{OC} + K'_{OABC}\} \Pi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Введением выдержки времени  $t_1$  обеспечивается вывод защит, не отстроенных от неполнофазных режимов, до момента возврата схемы устройства в исходное состояние.

Дистанционные реле избирательных органов подключаются к трансформаторам напряжения шин. При питании их от линейных трансформаторов избиратели должны дополняться тремя реле максимального тока, включенными на полные фазные токи. Это необходимо для предотвращения неправильной работы схемы в условиях неполнофазного режима, когда контакты дистанционного реле поврежденной фазы после ее отключения могут остаться в замкнутом состоянии за счет токов нулевой последовательности (обусловленных мощностью, передаваемой по двум фазам линии) и малого значения напряжения, подводимого к реле.

В этом случае сигналы  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  во всех выражениях необходимо заменить на

$$\begin{aligned} I_A [(\overline{O'_A \Pi} + I_A D_2^T) 1\PY = 1 + 1\PY = 2]; \\ I_B [(\overline{O'_B \Pi} + I_B D_2^T) 2\PY = 1 + 2\PY = 2]; \\ I_C [(\overline{O'_C \Pi} + I_C D_2^T) 3\PY = 1 + 3\PY = 2] \end{aligned}$$

соответственно. Замедление сигналов  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  производится на время  $t_2$ , достаточное для размыкания контактов реле сопротивления, если в режиме успешного повторного включения фазы токовые реле могут сработать под действием тока нагрузки (наличие сигналов  $\overline{O'_A \Pi}$ ,  $\overline{O'_B \Pi}$ ,  $\overline{O'_C \Pi}$  позволяет устройству ТОАПВ отключать поврежденную фазу в первый момент короткого замыкания без указанного замедления).

Отключение трех фаз линии происходит в результате:

1. Отказа избирательного реле поврежденной фазы линии во время однофазного короткого замыкания:

$$\begin{aligned} O_{ABC}^I &= \{(\overline{I_A + I_B + I_C}) [PZ_0 + \\ &\quad + PZ_n (\overline{O'_A \Pi} + \overline{O'_B \Pi} + \overline{O'_C \Pi}) D_1^T]\} D_3^T, \end{aligned} \quad (2)$$

где замедление на время  $t_3$  обеспечивает возможность каскадной работы реле избирательных органов после отключения однофазного короткого замыкания с противоположного конца линии. Для правильного действия схемы время  $t_3$  должно быть больше суммарного времени отключения выключателя поврежденной фазы с противоположного конца линии и каскадного действия избирательных реле.

2. Появления короткого замыкания на оставшихся в работе фазах (в цикле ОАПВ) до повторного включения отключившейся фазы при условии срабатывания хотя бы одного избирательного реле (если действие на отключение избирателей всех трех фаз в цикле ОАПВ допустимо) или защит, отстроенных от неполнофазных режимов, после перевода их на самостоятельное действие:

$$O_{ABC}^{II} = F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_4^T [(I_A + I_B + I_C) (H' 4\PY = 1 + 4\PY = 2) 5\PY + PZ_0]. \quad (3)$$

Замедление на время  $t_4$  необходимо для предотвращения возможности отключения трех фаз линии после отключения однофазного короткого замыкания до момента возврата избирательных реле и защит, отстроенных от неполнофазных режимов, при каскадном отключении поврежденной фазы.

Согласно выражению (3) происходит также отключение линии, длительно работающей двумя фазами, при любом повреждении на ней.

3. Возможности нарушения устойчивости параллельной работы в цикле ОАПВ (или в неполнофазном режиме) при передаче по линии больших мощностей:

$$O_{ABC}^{III} = F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_4^T I_c, \quad (4)$$

где замедление на время  $t_4$  позволяет отстроиться от тока  $3I_0$ , протекающего в момент однофазного короткого замыкания.

4. Многофазных коротких замыканий без земли (независимо от поведения реле избирательных органов):

$$O_{ABC}^{IV} = \bar{U}_0 D_5^T [PZ_0 + PZ_n (\overline{O'_A \Pi} + \overline{O'_B \Pi} + \overline{O'_C \Pi}) D_1^T]. \quad (5)$$

Для получения сигнала  $\bar{U}_0$  используется реле напряжения нулевой последовательности. При недостаточной чувствительности оно должно быть заменено (в большинстве случаев) или дополнено реле тока нулевой последовательности с торможением (в последнем случае размыкающий контакт реле тока включается последовательно с размыкающим контактом реле напряжения).

Замедление  $t_5$  необходимо для предотвращения неправильного отключения трех фаз линии после отключения фазы (вызванного однофазным коротким замыканием), когда орган напряжения нулевой последовательности подключается к трансформаторам напряжения, установленным на шинах подстанции. Значение  $t_5$  должно быть больше времени возврата защит, отстроенных от неполнофазных ре-

<sup>2</sup> Условные обозначения сигналов и операторов приведены в приложении.

жимов. При установке трансформатора напряжения на линии указанное замедление не оказывает влияния на работу устройства ТОАПВ.

5. Многофазных коротких замыканий на землю при условии одновременного срабатывания не менее двух избирательных реле:

$$O_{ABC}^V = F_3^2 (I_A, I_B, I_C) \{PZ_0 + \\ + PZ_n (\overline{O'_A} \Pi + \overline{O'_B} \Pi + \overline{O'_C} \Pi) D_1^T\}. \quad (6)$$

Если в этом случае избирательные реле вообще не сработают, то отключение трех фаз линии произойдет с выдержкой времени согласно выражению (2). Если по каким-либо причинам вначале сработает только одно из избирательных реле, а второе запаздывает или откажет вообще, то схема ТОАПВ начнет работать так же, как и при однофазном коротком замыкании. Срабатывание второго реле или действие защит, отстроенных от неполнофазных режимов, приведет к отключению линии тремя фазами согласно выражению (3).

6. Автоматического повторного включения отключившейся фазы на устойчивое короткое замыкание и наличия сигнала, запрещающего перевод линии в неполнофазный режим, при условии срабатывания хотя бы одного избирательного реле или защит, отстроенных от неполнофазных режимов; если действие на отключение избирательных органов всех трех фаз в цикле ОАПВ недопустимо (на сильно нагруженных линиях возможно появление качаний в цикле ОАПВ), то предусматривается ввод в действие на отключение только избирательного органа поврежденной фазы на том конце линии, который включается первым (избиратель вводится на время повторного включения фазы до момента включения выключателя на другом конце линии [Л. 9]):

$$O_{ABC}^{VI} = [(I_A + I_B + I_C)(H'4PU = 1 + \\ + 4PU = 2)] 5PU B_v (3_6PU) + PZ_0 B_v (3_6PU) + \\ + (\overline{O'_A} \Pi I_A + \overline{O'_B} \Pi I_B + \overline{O'_C} \Pi I_C) 7PU B_v (3_6PU). \quad (7)$$

При наличии токовых реле, включенных на полные фазные токи и отстроенных от емкостного тока линии, отключение всех трех фаз линии может быть произведено при условии фиксации первого срабатывания релейной защиты и избирателя с последующим появлением тока в этой фазе и наличии однофазного повреждения на линии [Л. 6]. Последнее слагаемое выражения (7) в этом случае примет вид:

$$U_0 (\overline{O'_A} \Pi I_A + \overline{O'_B} \Pi I_B + \overline{O'_C} \Pi I_C) 7PU B_v (3_6PU).$$

Согласно выражению (7) происходит также отключение всех трех фаз при любых повреждениях, возникающих на линии после окончания процесса включения поврежденных фаз до возврата схемы устройства в исходное положение. Если по каким-либо причинам не будут выполнены перечисленные выше условия, то отключение всех трех фаз линии произойдет от резервных защит, действующих помимо ТОАПВ.

С учетом (2)–(7) можно окончательно записать условия отключения трех фаз линии:

$$O_{ABC} = O_{ABC}^I + O_{ABC}^{II} + O_{ABC}^{III} + O_{ABC}^{IV} + O_{ABC}^V + \\ + O_{ABC}^{VI} = \{(I_A + I_B + I_C) \{PZ_0 + \\ + PZ_n (\overline{O'_A} \Pi + \overline{O'_B} \Pi + \overline{O'_C} \Pi) D_1^T\}\} D_3^T + [\overline{I'_0} D_5^T + \\ + F_3^2 [(I_A, I_B, I_C)] \{PZ_0 + \\ + PZ_n (\overline{O'_A} \Pi + \overline{O'_B} \Pi + \overline{O'_C} \Pi) D_1^T\}] + \\ + F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_4^T [(I_A + I_B + I_C) (H'4PU = \\ = 1 + 4PU = 2) 5PU + PZ_0 + I_0] + \\ + B_v (3_6PU) [(I_A + I_B + I_C) (H'4PU = 1 + \\ + 4PU = 2) 5PU + PZ_0 + (\overline{O'_A} \Pi I_A + \\ + \overline{O'_B} \Pi I_B + \overline{O'_C} \Pi I_C) 7PU]. \quad (8)$$

Запоминание сигналов, подаваемых на отключение выключателей линии от устройства ТОАПВ, фиксация первого срабатывания релейной защиты и избирательных реле поврежденных фаз, необходимые для нормальной работы схемы, автоматически снимаются при условии:

$$\overline{O'_A} \Pi = B_A; \overline{O'_B} \Pi = B_B; \overline{O'_C} \Pi = B_C; \quad (9)$$

$$\overline{O'_A} \Pi = B_v D_6^T; \overline{O'_B} \Pi = B_v D_6^T; \overline{O'_C} \Pi = B_v D_6^T. \quad (10)$$

Включение выключателя может происходить от устройства ТОАПВ или по цепи дистанционного управления:

$$B_v = B_{TOAPV} \overline{B} \Pi + B_y \overline{B} \Pi, \quad (11)$$

если отсутствует блокирующий сигнал

$$B \Pi = \{[PZ_0 + PZ_p + (I_A + I_B + I_C) + \\ + K'_{OABC}] (B_{TOAPV} + B_y)\} \Pi, \quad (12)$$

обеспечивающий однократность действия устройства при устойчивых коротких замыканиях и запрещающий многократное включение выключателя при неисправности цепи включения.

Пуск устройства ТОАПВ происходит от цепи несоответствия между положением ключа управления (или командой персонала) и положением выключателя —  $K_{ABC} (B_A + B_B + B_C)$ , причем повторное включение происходит с минимальным временем ( $t_7$ ) — при отсутствии сигнала о работе релейной защиты, со временем ОАПВ ( $t_8$ ) — при отключении только одной фазы линии, со временем ТАПВ ( $t_9$ ) — при отключении двух и более фаз при условии: отсутствия сигнала запрета АПВ, появления напряжения на отключенных фазах на конце линии, включающемся вторым (при осуществлении очередности включения разных концов линии), наличия необходимого давления сжатого воздуха (на линиях с воздушными выключателями), наличия синхронизма (или отсутствия напряжения), если несинхронное АПВ недопустимо:

$$\begin{aligned}
 B_{\text{тоапв}} &= (B'_{\text{тоапв}} + B_{\text{oапв}} + B_{\text{тапв}}) D_{10}^Y = \\
 &= \{K_{ABC} (B_A + B_B + B_C) [(CH + \bar{H}9\text{ПУ}) 10\text{ПУ} = \\
 &= 1 + 10\text{ПУ} = 2] [(\bar{P}Z_0 + \bar{P}Z_h) \bar{\Pi} D_7^T 12\text{ПУ} + \\
 &+ F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_8^T 13\text{ПУ} + F_3^2 (B_A, B_B, B_C) D_9^T \times \\
 &\times 14\text{ПУ}] \bar{z}_2\bar{\Pi} (KMD_{11}^Y 11\text{ПУ} = 1 + \\
 &+ 11\text{ПУ} = 2) 8\text{ПУ}\} D_{10}^Y. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Условия включения выключателя по цепи дистанционного управления

$$B_y = K'_{ABC} D_{10}^Y. \quad (14)$$

С учетом (12) — (14) выражение (11) примет вид:

$$\begin{aligned}
 B_B &= \{K'_{ABC} + K_{ABC} (B_A + B_B + B_C) [(CH + \\
 &+ \bar{H}9\text{ПУ}) 10\text{ПУ} = 1 + 10\text{ПУ} = 2] \times \\
 &\times [(\bar{P}Z_0 + \bar{P}Z_h) \bar{\Pi} D_7^T 12\text{ПУ} + F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) \times \\
 &\times D_8^T 13\text{ПУ} + F_3^2 (B_A, B_B, B_C) D_9^T 14\text{ПУ}] \bar{z}_2\bar{\Pi} \times \\
 &\times (KMD_{11}^Y 11\text{ПУ} = 1 + 11\text{ПУ} = 2) 8\text{ПУ}\} D_{10}^Y \times \\
 &\times \{[\bar{P}Z_0 + \bar{P}Z_p + (I_A + I_B + I_C) + \\
 &+ K'_{oabc}] (B_{\text{тоапв}} + B_y)\} \bar{\Pi}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Запоминание сигнала, подаваемого на включение выключателя, производится на время  $t_{10}$ , достаточное для действия релейной защиты (или избирательного реле) на отключение, если в течение бестоковой паузы повреждение на линии не устранилось. Через время  $t_{10}$ , в случае успешного АПВ, устройство автоматически возвращается в исходное положение. Если в течение этого времени подействует релейная защита (или избирательное реле), то появляется блокирующий сигнал, и устройство ТОАПВ выводится из действия.

Пуск устройства ТОАПВ может осуществляться и от релейной защиты. В этом случае выражение (15) примет вид:

$$\begin{aligned}
 B_B &= \{K'_{ABC} + [(CH + \bar{H}9\text{ПУ}) 10\text{ПУ} = 1 + \\
 &+ 10\text{ПУ} = 2] \bar{z}_2\bar{\Pi} (KMD_{11}^Y 11\text{ПУ} = 1 + \\
 &+ 11\text{ПУ} = 2) \{K_{ABC} (B_A + B_B + B_C) \times \\
 &\times (\bar{P}Z_0 + \bar{P}Z_h) \bar{\Pi} [F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_8^T 13\text{ПУ} + \\
 &+ F_3^2 (B_A, B_B, B_C) D_9^T 14\text{ПУ}] \} 8\text{ПУ}\} D_{10}^Y \times \\
 &\times \{[\bar{P}Z_0 + \bar{P}Z_p + (I_A + I_B + I_C) + K'_{oabc}] \times \\
 &\times (B_{\text{тоапв}} + B_y)\} \bar{\Pi}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Запрет на повторное включение выключателя может быть подан в случае:

действия автоматической частотной разгрузки (АЧР);

возможного нарушения устойчивости параллельной работы в цикле ОАПВ при отключении одной фазы длинной сильонагруженной линии;

действия дифференциальной защиты шин;

отключения линии с помощью телеуправления или от УРОВ;

появления сигнала об отключенном положении хотя бы одного лоффазного ключа управления выключателем, т. е.

$$\begin{aligned}
 z_2 &= A\text{ЧР} + F_3^{(1)} (B_A, B_B, B_C) D_4^T I_0 + D3\text{Ш} 15\text{ПУ} + \\
 &+ \text{ТУ} + \text{УРОВ} + K'_{oA} + K'_{oB} + K'_{oc}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Аналитически могут быть записаны также условия: появления сигнала о неисправности цепи включения

$$C_h = (B_{\text{тоапв}} + B_y) D_{12}^T; \quad (18)$$

ускорения действия релейной защиты (вводится при включении линии трёх фазами от ТАПВ или ключа управления)

$$\begin{aligned}
 Y3 &= B_{\text{тапв}} \bar{\Pi}_{13}^t + K'_{ABC} \bar{\Pi}_{13}^t = \\
 &= (B_{\text{тапв}} + K'_{ABC}) \bar{\Pi}_{13}^t; \quad (19)
 \end{aligned}$$

снятия сигнала запрета АПВ

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_2\bar{\Pi} &= (K'_{oabc} + K'_A + K'_B + K'_C) \times \\
 &\times (B'_{\text{тоапв}} + B_{\text{oапв}} + B_{\text{тапв}}); \quad (20)
 \end{aligned}$$

возврата схемы в исходное состояние после неуспешного АПВ

$$\bar{B}\bar{\Pi} = \text{РУ} + (B_{\text{тоапв}} + B_y) D_{10}^Y; \quad (21)$$

запуска схемы УРОВ при однофазных коротких замыканиях

$$I_{\text{урор}} = O'_A \bar{\Pi}_A + O'_B \bar{\Pi}_B + O'_C \bar{\Pi}_C. \quad (22)$$

На основании аналитической записи условий работы устройства ТОАПВ на рисунке представлена его логическая схема<sup>3</sup>, причем на рисунке *a* представлена схема цепей отключения, удовлетворяющая выражениям (1), (8) — (10) и (22), а на рисунке *b* — схема цепей включения, удовлетворяющая выражениям (15), (17) — (21). (Схема предусматривает возможность установки трансформаторов напряжения как на шинах подстанции, так и на линии).

Задание устройству различных режимов работы производится с помощью переключающих устройств (1НУ — 15ПУ)<sup>4</sup>. В частности, осуществляется:

ввод в действие на отключение избирателей всех трех фаз в цикле ОАПВ — установкой накладки 5 ПУ;

ввод в действие на отключение в цикле ОАПВ только избирателя поврежденной фазы — установкой накладки 7 ПУ;

возможность перевода линии в неполнофазный режим работы после неуспешного ОАПВ — снятием накладки 6 ПУ;

вывод из работы частей схемы, осуществляющих АПВ линии с минимальной паузой, со временем ОАПВ, со временем ТАПВ — снятием накладок 12 ПУ, 13 ПУ, 14 ПУ соответственно;

перевод работы устройства только на сигнал — снятием накладки 8 ПУ.

<sup>3</sup> У элементов, реализующих операцию «Память», точками отмечены входы, на которые подаются стирающие сигналы.

<sup>4</sup> Для удобства эксплуатации вместо накладок могут быть использованы клавиши.

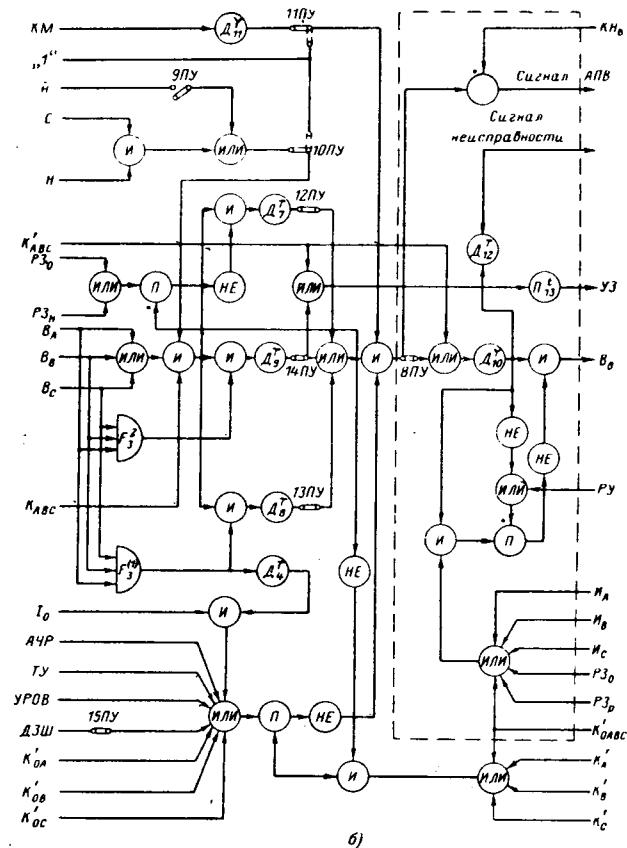
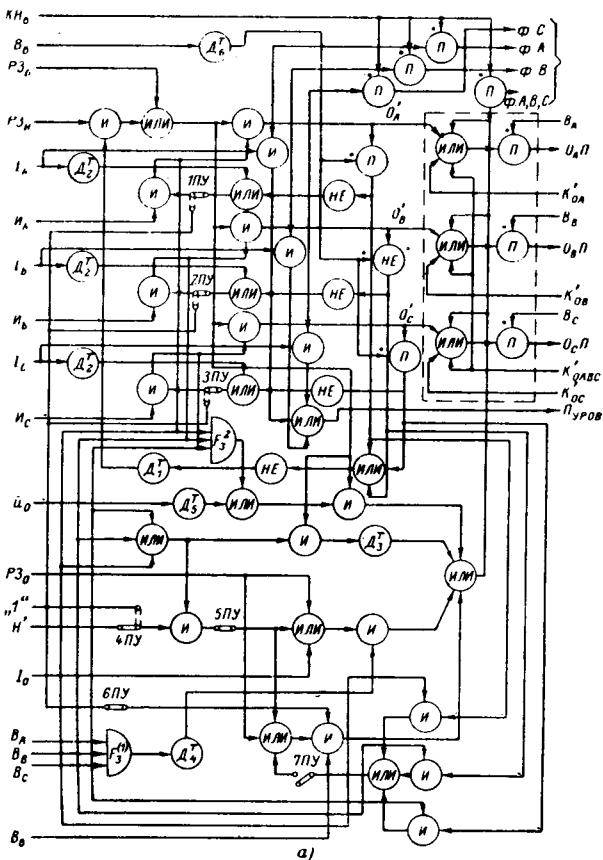


Схема устройства ТОАПВ, представленная на рисунке, предназначена для применения на тех концах линии, где имеется по одному выключателю на присоединение. При наличии на данном конце линии двух выключателей на присоединение их включение целесообразно производить поочередно, включая второй выключатель только в том случае, если АПВ линии, произведенное первым выключателем, оказалось успешным. Однако поочередное включение выключателей при однофазном АПВ на линиях, не рассчитанных на длительный режим работы двумя фазами, нежелательно, так как в случае отказа во включении первого из них длительность цикла ОАПВ значительно увеличивается. Поэтому целесообразно производить поочередное включение выключателей при ТАПВ и одновременное — при ОАПВ.

Соответственно удваивается количество сигналов о положении выключателей и устройств управления (включаются по схеме ИЛИ):

$$1B_A + 2B_A; \quad 1B_B + 2B_B; \quad 1B_C + 2B_C; \quad 1K_{ABC} + 2K_{ABC}; \\ 1K'_A + 2K'_A; \quad 1K'_B + 2K'_B; \quad 1K'_C + 2K'_C; \\ 1K'_{OA} + 2K'_{OA}; \\ 1K'_{OB} + 2K'_{OB}; \quad 1K'_{OC} + 2K'_{OC}; \quad 1K'_{ABC} + 2K'_{ABC}.$$

По сравнению с существующими устройствами АПВ (РПВ-58, ОАПВ-501 и др.) предлагаемая схема имеет более совершенную структуру, так как:

является универсальной, совмещающей функции устройств ТАПВ и ОАПВ (причем ОАПВ с возможностью перевода линии в неполнофазный режим работы);

использует более эффективные логические функции.

ции (симметричные, пороговые), позволяющие реализовать сложные алгоритмы минимальным количеством релейных элементов;

наиболее полно учитывает требования, предъявляемые к устройствам подобного типа, не нашедшие еще отражение в схемах типовых устройств АПВ [Л. 5, 6 и 9];

обеспечивает действие устройства с минимальной паузой при самопроизвольном или ошибочном отключении выключателя и ускоренный автоматический возврат в состояние готовности после успешного АПВ, что повышает эффективность повторного включения.

Реализация схемы ТОАПВ возможна как на электромеханических контактных элементах, так и на основе бесконтактных логических модулей.

Бесконтактная реализация устройства ТОАПВ на типовых модулях «Логика» (по сравнению с релейно-контактной) обладает следующими достоинствами:

повышенной надежностью, так как отсутствуют подвижные элементы, контакты; модули обладают пыле- и влагонепроницаемостью;

меньшими габаритами и весом; значительно меньшими затратами на эксплуатацию в связи с отсутствием элементов, подлежащих периодической чистке, регулировке и настройке.

**Выводы.** 1. Использование математического аппарата теории релейных устройств позволило получить структуру проектируемого устройства ТОАПВ в общем виде, для реализации которой могут быть использованы релейные элементы любой природы.

2. Синтезированная схема комбинированного устройства ТОАПВ имеет более совершенную, минимизированную на основе использования симметричных логических функций, структуру, обладает универсальностью и большей гибкостью своих характеристик.

**Приложение.** Условные обозначения сигналов, логических и временных операций в аналитических выражениях и на рисунках.

#### Сигналы:

$B_b$  — подаваемые на включение выключателя ( $B_b$  — по цепи дистанционного управления;  $B_{TOAPB}$  — по цепи АПВ;  $B'_{TOAPB}$  — с минимальной паузой АПВ,  $B_{OAPB}$  — с паузой ОАПВ,  $B_{TAPB}$  — с паузой ТАПВ);  $O$  — подаваемые на отключение выключателя ( $O_{Abc}$  — всех трех фаз;  $O_A$ ,  $O_B$ ,  $O_C$  — фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соответственно);  $O'$  — фиксация первого срабатывания релейной защиты и избирательных реле поврежденных фаз ( $O'_A$ ,  $O'_B$ ,  $O'_C$  — фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соответственно);  $K$  — об операции включения ( $K'_A$ ,  $K'_B$ ,  $K'_C$  — кратковременные, от устройства пофазного управления, соответственно фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ;  $K'_{Abc}$  — то же, от устройства управления тремя фазами;  $K_{Abc}$  — запомнившиеся, от устройства управления тремя фазами);  $K_0$  — об операции отключения ( $K'_0A$ ,  $K'_0B$ ,  $K'_0C$  — кратковременные, от устройства пофазного управления, соответственно фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ;  $K'_{0Abc}$  — то же, от устройства управления тремя фазами);  $B$  — об отключенном положении выключателя ( $B_A$ ,  $B_B$ ,  $B_C$  — фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , соответственно);  $PZ$  — о работе релейной защиты; ( $PZ_0$  — отстроенной от неполнофазных режимов;  $PZ_n$  — не отстроенной от неполнофазных режимов;  $PZ_p$  — резервной);  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  — о работе реле избирательных органов соответствующих фаз;  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  — о работе токовых реле соответствующих фаз;  $U_0$  — о замыкании на землю;  $I_0$  — о превышении током  $3I_0$  допустимого значения;  $C$  — о наличии синхронизма;  $H$  — о наличии напряжения на данной линии ( $H'$  — на параллельных линиях);  $\bar{H}$  — об отсутствии напряжения на данной линии;  $DZS$  — о работе дифзащиты шин;  $YPOB$  — о работе устройства резервирования отказа выключателей;  $KM$  — о наличии необходимого давления сжатого воздуха;  $ACP$  — о действии автоматической частотной разгрузки;  $TU$  — об отключении выключателя по цепи телеуправления;  $C_n$  — о неисправности цепи включения;  $B$  — блокирующий работу устройства;  $z_1$  — запрещающий перевод линий в неполнофазный режим работы;  $z_2$  — производящий за-

прет АПВ;  $UZ$  — ускорения релейной защиты;  $P$  — уровень — запуска схемы УРОВ;  $RY$  — от реле управления;  $KN_b$  — от кнопки возврата;  $IPU$  —  $IPU$  — о наличии оперативных переключающих устройств ( $IPU-1$ ,  $IPU-2$  — различные положения переключающего устройства).

Логические и временные операции: «ИЛИ» (+) — сложение; «И» — умножение; «НЕ» (—) — отрицания (инверсии);  $D^T$  — задержка времени появления сигнала;  $D^Y$  — задержка времени исчезновения сигнала;  $P$  — запоминания сигнала на время, заранее не ограниченное;  $P'$  — запоминания сигнала на заранее ограниченное время;  $F_3^{(1)}$  — симметричная логическая функция, принимающая значение единицы, когда только одна независимая переменная принимает значение единицы;  $F_3^{(2)}$  — симметричная логическая функция, принимающая значение единицы тогда, когда две и более независимых переменных принимают одновременно значение единицы.

#### Литература

- Федосеев А. М., Релейная защита электрических систем, Госэнергоиздат, 1952.
- Атабеков Г. И., Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей, Госэнергоиздат, 1957.
- Соловьев И. И., Автоматизация энергетических систем, Госэнергоиздат, 1956.
- Степунин С. Е. и Фейст П. К., Однофазное АПВ линий с двусторонним питанием, Труды ЦНИЭЛ, вып. 2, Госэнергоиздат, 1954.
- Мельников М. Ф. и Семенов В. А., О некоторых особенностях применения ОАПВ на дальних линиях электропередач, «Электрические станции», 1967, № 5.
- Бакалинский К. Г. и Панин В. Д., УРОВ — 500 кв для шин, соединенных по схеме шины — автотрансформатор, «Электрические станции», 1969, № 6.
- Правила устройства электроустановок, изд-во «Энергия», 1966.
- Информационные материалы ВНИИЭ, № 46, Схемы устройств однофазного автоматического повторного включения с избирательными органами дистанционного типа линий электропередач с двусторонним питанием, Госэнергоиздат, 1959.
- Виксыньш Г. Э., Опыт эксплуатации устройств ОАПВ и ТАПВ на линиях 330 кв в ОЭС Северо-Запада, Опыт внедрения и эксплуатации релейной защиты и противоаварийной автоматики электропередач напряжением 330—500 кв (тезисы докладов и сообщений), Челябинск, 1967.

[30.3.1970]



УДК 537.52.001.24

## Начальные напряжения газового разряда в электрических полях различной конфигурации

Доктор техн. наук, проф. Д. В. РАЗЕВИГ  
Московский энергетический институт

Начальные напряжения газового разряда в подавляющем большинстве случаев определяются путем непосредственного эксперимента, так как имеющиеся эмпирические формулы относятся только к простейшим промежуткам (однородное поле, цилиндрический конденсатор, промежуток шар — шар). Имеющийся в настоящее время огромный экспериментальный материал оказывается совершенно бесполезным, если необходимо определить начальное напряжение при конфигурации электродов, хотя бы незначительно отличающейся от исследованных ранее. Поэтому настоятельно необходим метод оценки начальных напряжений в электрических полях произвольной конфигурации, если известны начальные напряжения в одном из простейших типовых промежутков (например, в однородном поле).

В качестве критерия для пересчета начальных напряжений целесообразно попытаться использовать условие самостоятельности разряда в простейшем виде:

$$\int \alpha_{\text{эфф}} dr = K = \text{const}, \quad (1)$$

где  $\alpha_{\text{эфф}}$  — эффективный коэффициент ионизации электронами, который для электроотрицательных газов равен разности коэффициентов ионизации и прилипания:  $\frac{\alpha_{\text{эфф}}}{p} = \frac{\alpha}{p} - \frac{\eta}{p}$ .

Условие (1), естественно, является приближенным, так как коэффициент  $K$ , определяющийся процессами вторичной ионизации, а в электроотрицательных газах зависящий также и от коэффициентов  $\alpha$  и  $\eta$ , может изменяться при изменении напряженности электрического поля и давления. Однако

выполненные ранее работы [Л. 1 и 2] на примере простейших промежутков показали, что при изменении давления от десятых долей до нескольких атмосфер условие (1) может быть принято в качестве хорошего приближения.

Для электроотрицательных газов (воздух, фреон и элегаз) зависимость эффективного коэффициента ионизации от напряженности электрического поля и давления приближенно может быть представлена в виде:

$$\alpha_{\text{эфф}} = ap \left( \frac{E}{p} - b \right)^n, \quad (2)$$

где коэффициент  $b$  определяет «пороговое значение» отношения  $E/p$ , при котором начинается эффективная ионизация ( $\alpha_{\text{эфф}} \geq 0$ ), а коэффициент  $a$  и показатель степени  $n$  определяют скорость возрастания  $\alpha_{\text{эфф}}$  при увеличении  $E/p$  после порогового значения. Для электроположительных газов выражение (2) также может применяться, но коэффициент  $b$  не имеет такого ясного физического смысла.

Используя (2) с учетом условия самостоятельности разряда (1) для однородного поля, нетрудно получить зависимость начального напряжения от  $pd$ :

$$U_0 = pd + \sqrt[n]{\frac{K}{a}} (pd)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (3)$$

На рис. 1 в относительных единицах показана зависимость  $U_0 = f(pd)$  для различных значений  $n$ , характер которой оказывается довольно чувствительным к изменению показателя степени  $n$  в выражении для  $\alpha_{\text{эфф}}$ .

Таким образом, если имеется полученная экспериментально для однородного поля зависимость  $U_0 = f(pd)$ , то с ее помощью могут быть найдены значения трех коэффициентов:  $b$ ,  $n$  и  $K/a$ .

Зная эти коэффициенты, определим начальное напряжение в произвольном неоднородном поле с напряженностью, монотонно убывающей от одного электрода к другому. В таком поле напряженность имеет наибольшее значение в точке максимальной кривизны поверхности электрода, в которой радиус кривизны имеет минимальное значение и равен  $r_0$ . Для определения минимального значения начального напряжения число ионизирующих столкновений в условии самостоятельности разряда следует подсчитывать для силовой линии, выходящей из этой точки.

Допустим, что напряженность электрического поля вдоль этой силовой линии изменяется по закону:

$$E = E_0 f(x), \quad (4)$$

где  $E_0$  — напряженность поля на поверхности электрода;  $x = r/r_0$  ( $r$  — координата рассматриваемой точки, отсчитываемая от центра кривизны).

С учетом (2) и (4) условие самостоятельности разряда в рассматриваемом поле будет иметь вид:

$$\int_{r_0}^R ap \left[ \frac{E_0}{p} f(x) - b \right]^n dr = K = \text{const.} \quad (5)$$

При определении верхнего предела интегрирования в (5) могут быть два случая.

1. Напряженность электрического поля превышает пороговое значение на всем протяжении силовой линии (везде  $E/p \geq b$ ) и, следовательно, везде вдоль пути интегрирования  $\alpha_{\text{эфф}} \geq 0$ . В этом случае верхний предел интегрирования равен  $r_k = R = d + r_0$ . Здесь  $d$  — расстояние между электродами, измеренное вдоль силовой линии. Электрические поля, в которых выполнено это условие, мы будем называть *квазиоднородными*.

2. Напряженность электрического поля равна пороговому значению в промежуточной точке силовой линии ( $r_k < R$ ). В этом случае верхний предел интегрирования определяется из условия:

$$\frac{E_0}{p} f\left(\frac{r_k}{r_0}\right) = b$$

или

$$x_k = \frac{r_k}{r_0} = \varphi\left(\frac{E_0}{p b}\right), \quad (6)$$

где функции  $f$  и  $\varphi$  определяются законом изменения напряженности электрического поля вдоль рассматриваемой силовой линии.

Электрические поля во втором случае могут быть *слабонеоднородными*, если устойчивая корона не возникает, или *резконеоднородными*, если пробою предшествует устойчивый коронный разряд. При слабонеоднородных полях начальное напряжение (т. е. напряжение, при котором выполняется условие самостоятельности разряда) соответствует пробою промежутка, а при резконеоднородных — появлению коронного разряда. Напряжение пробоя в резконеоднородных полях в статье не рассматривается.

Для большинства газов в выражении для  $\alpha_{\text{эфф}}$  может быть принят показатель  $n=2$ . Тогда для однородного поля выражение (3) примет вид:

$$U_0 = pd + \sqrt{\frac{K}{a}} V \sqrt{pd}, \quad (7)$$

что соответствует виду хорошо известной эмпирической формулы, часто применяемой для различных газов [Л. 3 и 4]. В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая, когда  $n=2$ . Для других значений  $n$  подход к решению задачи будет аналогичным.

**Квазиоднородные поля.** При  $n=2$  условие самостоятельности разряда в квазиоднородном поле имеет вид:

$$\int_1^{R/r_0} [E^* f(x) - 1]^2 dx = \frac{K}{ab^2 pr_0}, \quad (8)$$

где

$$E^* = \frac{E_0}{p b}.$$

После возвведения в квадрат подынтегрального выражения и почлененного интегрирования имеем:

$$E_0^* F_2 \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2E_0^* F_1 \left( \frac{R}{r_0} \right) + \left( \frac{R}{r_0} - 1 \right) = \frac{K}{ab^2 pr_0}. \quad (9)$$

Здесь

$$F_1 \left( \frac{R}{r_0} \right) = \int_1^{R/r_0} f(x) dx; \quad F_2 \left( \frac{R}{r_0} \right) = \int_1^{R/r_0} [f(x)]^2 dx. \quad (10)$$

Решая (9) относительно  $E_0^*$  и учитывая, что напряжение между электродами

$$U_0 = pbr_0 E_0^* = \int_1^{R/r_0} f(x) dx = pbr_0 E_0^* F_1 \left( \frac{R}{r_0} \right), \quad (11)$$

получим:

$$U_0 = \frac{bpd}{G} + \sqrt{\frac{Kpd}{aG} - (G-1) \left( \frac{bpd}{G} \right)^2}, \quad (12)$$

где геометрический фактор

$$G = \frac{d F_2 \left( \frac{R}{r_0} \right)}{r_0 \left[ F_1 \left( \frac{R}{r_0} \right) \right]^2}. \quad (13)$$

В квазиоднородных полях геометрический фактор  $G$  мало отличается от единицы, поэтому с достаточной степенью точности начальное (пробивное) напряжение может рассчитываться по формуле:

$$U_0 = \frac{bpd}{G} + \sqrt{\frac{K}{a}} \sqrt{\frac{pd}{G}}, \quad (14)$$

которая по структуре совпадает с выражением (7) для однородного поля, но вместо истинного значения  $pd$  в нее входит меньшая величина  $\frac{pd}{G}$ , так как  $G \geq 1$ .

Для определения геометрического фактора необходимо знать закон изменения напряженности электрического поля вдоль силовой линии, который определяется видом функции  $f(x)$ , и провести интегрирование (10).

Во многих случаях функцию  $f(x)$  точно или приближенно можно представить в виде:

$$f(x) = \frac{1}{x^m}. \quad (15)$$

Электрические поля, в которых выполняется равенство (15), будем называть радиальными. В радиальных полях геометрический фактор равен:

$$G = \frac{d(m-1)^2 \left[ \left( \frac{R}{r_0} \right)^{2m-1} - 1 \right]}{R(2m-1) \left[ \left( \frac{R}{r_0} \right)^{m-1} - 1 \right]} \quad (16)$$

при  $m \neq 1$  и  $m \neq 0.5$ . Например, для сферического конденсатора ( $m=2$ )

$$G = \frac{\frac{R}{r_0} + 1 + \frac{r_0}{R}}{3}; \quad (17)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

для цилиндрического конденсатора ( $m=1$ )

$$G = \frac{d^2}{r_0 R \left[ \ln \frac{R}{r_0} \right]^2}; \quad (18)$$

при  $m=0.5$

$$G = \frac{0.25 d \ln \frac{R}{r_0}}{r_0 \left( \sqrt{\frac{R}{r_0}} - 1 \right)^2}. \quad (19)$$

На рис. 2 показаны зависимости геометрического фактора от  $d/r_0$  в радиальном поле (сплошные линии) при различном значении показателя  $m$ . Пунктиром показаны результаты расчета для промежутка шар — плоскость, точками — для эллиптического цилиндрического конденсатора.

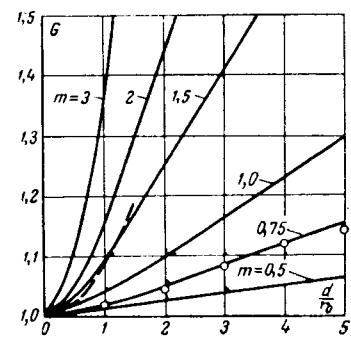


Рис. 2. Зависимость геометрического фактора  $G$  от  $d/r_0$  в радиальном поле (сплошные линии) при различном значении показателя  $m$ . Пунктиром показаны результаты расчета для промежутка шар — плоскость, точками — для эллиптического цилиндрического конденсатора.

В большинстве случаев распределение напряженности электрического поля вдоль силовой линии не выражается аналитическими функциями и может быть получено только с помощью численных расчетов, что сильно затрудняет определение геометрического фактора. В таких случаях можно воспользоваться приближенной заменой действительного электрического поля эквивалентным радиальным. Такая замена может осуществляться путем приравнивания коэффициентов неоднородности исходного и эквивалентного полей. Коэффициент неоднородности представляет собой отношение максимальной напряженности к средней:

$$k_n = \frac{E_0 d}{U_0} = \frac{d}{r_0 F_1 \left( \frac{R}{r_0} \right)}. \quad (20)$$

Для радиального поля это выражение имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} k_n &= \frac{d(m-1) \left( \frac{R}{r_0} \right)^{m-1}}{r_0 \left[ \left( \frac{R}{r_0} \right)^{m-1} - 1 \right]} \quad \text{при } m \neq 1; \\ k_n &= \frac{d}{r_0 \ln \frac{R}{r_0}} \quad \text{при } m = 1. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Зависимость  $k_n = f \left( \frac{d}{r_0} \right)$  для радиального поля

показана на рис. 3. Приравнивая коэффициенты неоднородности рассматриваемого и радиального полей при одном и том же отношении  $d/r_0$ , можно

найти эквивалентный показатель степени  $m$  и по (16) вычислить геометрический фактор  $G$ .

В качестве примера замены действительного электрического поля эквивалентным радиальным рассмотрим промежуток шар — плоскость и промежуток между софокусными эллиптическими цилиндрами.

Для промежутка шар — плоскость зависимость коэффициента неоднородности от расстояния  $d$  известна [Л. 5] и приведена на рис. 3 пунктиром. Как видно, при изменении  $d/r_0$  от малых величин до единицы эквивалентный показатель степени  $m$  для промежутка шар — плоскость приблизительно равен 1,5, а затем постепенно увеличивается и при очень больших значениях  $d/r_0$  стремится к  $m=2$ , что соответствует уединенному шару или сферическому конденсатору. Значения геометрического фактора  $G$ , рассчитанные по действительной зависимости напряженности электрического поля от координаты (полученной методом зеркальных изображений), показаны на рис. 2 пунктиром. Как видно, они практически совпадают со значениями  $G$ , вычисленными с помощью эквивалентного радиального поля с показателем  $m=1,5$ .

Для софокусных эллиптических цилиндров с полуосами  $a_1$ ,  $a_2$  и  $b_1$ ,  $b_2$  и фокусным расстоянием  $c$  радиус кривизны в точке максимальной напряженности  $r_0 = \frac{b_1^2}{a_1}$ , а коэффициент неоднородности и геометрический фактор могут быть вычислены по формулам:

$$k_n = \frac{d}{b_1 A}, \quad G = \frac{d}{c A^2} \left( \operatorname{Arcth} \frac{a_1}{c} - \operatorname{Arcth} \frac{a_2}{c} \right),$$

где

$$A = \operatorname{Arch} \frac{a_2}{c} - \operatorname{Arch} \frac{a_1}{c}.$$

На рис. 2 и 3 приведены зависимости  $k_n$  и  $G$  от  $d/r_0$  для софокусных эллиптических цилиндров при  $a_1/b_1=3$ . Как видно из графика, в широком диапазоне изменения  $d/r_0$  обе эти величины близки к соответствующим кривым для радиального поля при  $m=0,75$ . При  $a_1/b_1 \rightarrow 1$  эквивалентный показатель степени стремится к  $m=1$ , т. е. к показателю степени для кругового цилиндра, а при увеличении  $a_1/b_1$  эквивалентный показатель постепенно уменьшается.

**Слабонеоднородные и резконеоднородные поля.** При  $m=2$  в слабонеоднородном и резконеоднородном полях начальная напряженность также может определяться из уравнения (9), но вместо  $R$  в него должна быть подставлена величина  $r_k < R$ , которая находится с помощью (6).

Для радиальных полей уравнение (6) приводится к виду:

$$x_k = \frac{r_k}{r_0} = \left( \frac{E_0}{pb} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (22)$$

Так как верхние пределы интегралов в (10) зависят в данном случае от искомой величины  $E_0^*$ , уравнение (9) может быть решено только численными методами. Результат численного решения этого уравнения для радиальных полей приведен на рис. 4 в виде зависимостей  $\frac{E_0}{pb}$  от  $\frac{pr_0}{Kab^2}$ , с помощью которых можно определить начальную напряжен-

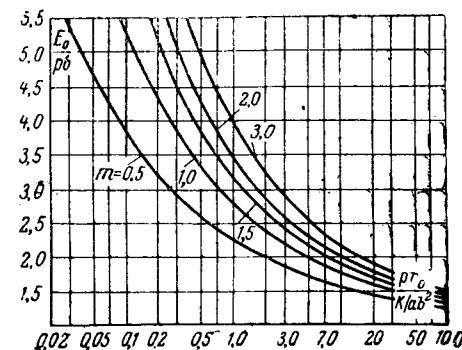


Рис. 4. Расчетные зависимости начальной напряженности  $E_0$  от  $pr_0$  в радиальном поле при различных значениях показателя  $m$ .

ность электрического поля на поверхности электрода.

Кривые рис. 4 достаточно хорошо аппроксимируются выражением:

$$\frac{E_0}{pb} = 1 + A_m \left( \frac{K/ab^2}{pr_0} \right)^{0.38}, \quad (23)$$

в котором коэффициент  $A_m$  зависит от показателя степени  $m$  так, как показано на графике рис. 5.

На основании аппроксимации (23) и графика рис. 5 можно получить удобные формулы для расчета начальных напряженностей электрического поля для различных промежутков в любых газах. Например, для воздуха ( $b=24$  кв/см · атм,  $K/a=41$  атм · кв<sup>2</sup>/см<sup>2</sup>) эти формулы имеют структуру:

$$E_0 = 24 \left[ 1 + \frac{B}{(pr_0)^{0.38}} \right], \quad (24)$$

где коэффициент  $B$  при значениях  $m=0,75; 1,0; 1,5; 2,0$  соответственно равен 0,594; 0,65; 0,78; 0,89. Следует отметить, что полученная формула (24) при  $B=0,65$  очень близка к известной формуле А. М. Залесского [Л. 6] и почти совпадает с неопубликованной формулой Г. Н. Александрова, которая получена путем непосредственной обработки экспериментальных данных для цилиндрических электродов. Это обстоятельство, а также непосредственное сравнение с опытными данными, проведенное в [Л. 1], позволяет заключить, что для цилиндрического конденсатора и уединенного гладкого провода изложенный метод позволяет рассчитать начальную напряженность для весьма широкого диапазона изменения значений  $d/r_0$ .

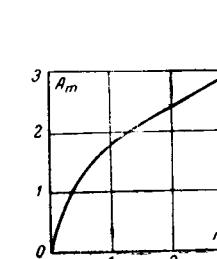


Рис. 5. Зависимость коэффициента  $A_m$  в формуле (23) от показателя  $m$  для радиального поля.

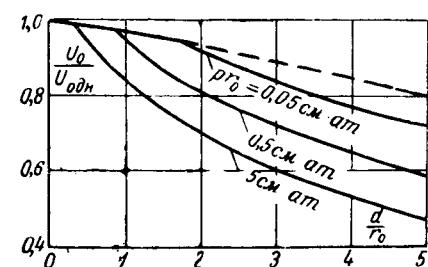


Рис. 6. Расчетные зависимости отношения начального напряжения в цилиндрическом конденсаторе  $U_0$  к начальному напряжению в однородном поле  $U_{\text{одн}}$  от  $d/r_0$ . Пунктир соответствует квазинеоднородному полю.

Зная начальную напряженность  $E_0$  и коэффициент неоднородности  $k_n$ , начальное напряжение можно определить по формуле:

$$U_0 = \frac{E_0 d}{k_n}. \quad (25)$$

В слабонеоднородных полях это напряжение равно пробивному, а в резко неоднородных полях соответствует напряжению появления коронного разряда.

На рис. 6 показано рассчитанное описанным методом изменение начального напряжения в цилиндрическом конденсаторе при изменении радиуса наружного цилиндра и неизменном радиусе внутреннего цилиндра для разных значений  $r_0$ . Для удобства на графиках приведены не абсолютные значения начальных напряжений, а их отношения к начальному напряжению в однородном поле, вычисленному по (7) для того же расстояния между электродами и давления газа. Резкое изменение характера кривых рис. 6 соответствует переходу от квазиоднородного к слабонеоднородному полю. Как видно, этот переход происходит при тем больших значениях  $d/r_0$ , чем меньше давление газа. Критерием перехода служит равенство:

$$\frac{E_0}{p_b} = \frac{R}{r_0} = \frac{d}{r_0} + 1, \quad (26)$$

где  $E_0$  — начальная напряженность, определенная по графикам рис. 4 или формулам (23) и (24) для данного значения  $p_b$ .

Из рис. 6, в частности, наглядно видно, что при уменьшении давления газа разница в пробивных напряжениях для однородного и неоднородного полей уменьшается, а при возрастании давления, наоборот, растет. Поэтому при повышенных давлениях газа для увеличения разрядных напряжений газовых промежутков требуется гораздо большая степень выравнивания электрического поля, чем при атмосферном давлении.

На рис. 7 показаны расчетные зависимости начального напряжения промежутка между двумя шарами в воздухе от отношения  $d/r_0$  при симметричном приложении напряжения. В силу симметрии поля интегрирование в условии самостоятельности разряда в этом случае можно проводить для половины промежутка (т. е. для промежутка шар — плоскость с половинным расстоянием между электродами), принимая при этом необходимое число ионизаций равным  $K/2$ . С учетом этого обстоятельства начальное напряжение промежутка шар — шар определялось по (14) и (25), но величины  $k_n$  и  $G$  вычислялись для промежутка шар — плоскость с расстоянием между электродами  $d/2$ , а начальная напряженность определялась по графикам рис. 4

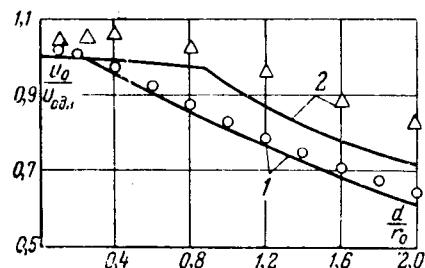


Рис. 7. Расчетные зависимости отношения начального напряжения  $U_0$  в промежутке шар — шар к начальному напряжению в однородном поле  $U_0 \text{ одн.}$  от  $d/r_0$ .  
1 — шары диаметром 200 см; 2 — шары диаметром 5 см.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

при меньшем в 2 раза значении коэффициента  $K/a$ . Так же, как и в случае цилиндрического конденсатора резкий излом в ходе кривых соответствует переходу от квазиоднородного поля к слабонеоднородному, который для шаров малого диаметра проходит при значительно большем значении  $d/r_0$ .

На рис. 7 точками показаны значения разрядных напряжений по экспериментальным данным, заимствованным из международных таблиц [Л. 7]. Как видно, экспериментальные данные в общем довольно хорошо согласуются с расчетными, особенно для шаров диаметром 200 см, где разница не превышает 5%. Для шаров диаметром 5 см расхождение между расчетными и экспериментальными данными при больших  $d/r_0$  возрастает до 12—13%. В обоих случаях расчеты дают заниженные значения начальных напряжений.

Такой результат является вполне закономерным. Дело в том, что в отличие от однородного поля и поля цилиндрического конденсатора, где все силовые линии являются равноценными, в промежутке шар — шар распределение напряженности электрического поля вдоль различных силовых линий неодинаково. Поэтому значение начального напряжения зависит от того, в какой точке поверхности шара появится запальный электрон. Так как при многократном приложении напряжения электроны могут появляться на различных расстояниях от точки с максимальной напряженностью, то неизбежны разбросы разрядных напряжений, зависящие от интенсивности внешней ионизации. В международных таблицах приводятся средние значения разрядных напряжений, полученные из достаточно большого количества опытов. Расчеты же, проводившиеся для центральной силовой линии, дают минимальное значение начального напряжения, которое, естественно, меньше среднего. Для шаров малого диаметра, как известно, характерны большие разбросы разрядных напряжений, поэтому и среднее значение напряжения сильнее отличается от минимального.

Весьма показательным является то обстоятельство, что при малых расстояниях между электродами разрядное напряжение шарового промежутка по экспериментальным данным получается выше, чем в однородном поле. Объяснить это обстоятельство можно только предположив, что в большинстве случаев разряд развивается не по центральной силовой линии из-за отсутствия начального электрона в точке с максимальной напряженностью электрического поля.

Если интенсивность внешнего ионизатора и его расположение относительно разрядного промежутка известны, в принципе можно получить расчетным путем не только минимальное значение разрядного напряжения, но и функцию распределения разрядных напряжений.

В заключение отметим, что предлагаемый метод расчета для электроположительных газов справедлив независимо от полярности электродов. Для электроотрицательных газов в слабонеоднородных полях он справедлив только при отрицательной полярности.

**Выводы.** 1. В отличие от существующей классификации с точки зрения условий развития разряда

электрические поля предлагаются подразделять на однородные, квазиоднородные, слабонеоднородные и резко неоднородные.

2. Предлагаемый метод расчета начальных напряжений основан на использовании условия самостоятельности разряда в простейшей форме и параболической аппроксимации зависимости  $\alpha_{\text{эф}} = f \left( \frac{E}{p} \right)$ . В этом

случае свойства газа характеризуются тремя коэффициентами ( $n$ ,  $b$  и  $K/a$ ), которые можно определить на основании экспериментально полученной зависимости  $U_0 = f(pd)$ .

3. Для электрических полей, в которых распределение напряженности одинаково для всех силовых линий (цилиндрический и сферический конденсаторы), расчеты дают совпадение с экспериментами в пределах 1—3%.

4. Для электрических полей, в которых распределение напряженности вдоль различных силовых линий неодинаково, определенным является лишь минимальное значение начального напряжения, ко-

торое может быть достаточно точно рассчитано. Среднее значение начального напряжения и функции распределения начальных напряжений очень сильно зависят от интенсивности внешней ионизации.

### Литература

1. Разевиг Д. В., О начальных напряженостях в однородном и неоднородном электрических полях, «Электричество», 1968, № 6.
2. Maigret F., Cellule de contrôle pour diélectriques gazeux en champ cylindrique, «Revue Générale d'Electricité», tome 78, 1969, № 6.
3. Мик Дж. и Крэгс Дж., Электрический пробой в газах, Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Левитов В. И. и др., Электрическая прочность воздуха в однородном поле при высоком давлении, «Электричество», 1970, № 5.
5. Миролюбов Н. Н. и др., Методы расчета электростатических полей, изд-во «Высшая школа», 1963.
6. Залесский А. М., Вывод провода высокого напряжения из здания без проходного изолятора, Труды ЛПИ, 1948, № 3.
7. Сиротинский Л. И., Техника высоких напряжений, ч. I, Госэнергоиздат, 1951.

[23.3.1970]



УДК 621.316.995.001.24

## Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной при расчете сложных заземлителей

Канд. техн. наук А. И. ЯКОБС

Всесоюзный научно-исследовательский институт электрификации  
сельского хозяйства

Электрические характеристики сложных заземлителей зависят от их геометрии и от параметров электрической структуры земли.

Электрическая структура верхних слоев земли (до глубин порядка 20—100 м от поверхности) весьма разнообразна и достаточно сложна. Однако, как показали многочисленные геофизические исследования, в пределах ограниченных площадок с линейными размерами порядка нескольких сотен метров, т. е. в несколько раз превосходящих линейные размеры наиболее распространенных типов сложных заземляющих устройств (в плане), электрическая структура земли в большинстве случаев образуется достаточно четко выраженными слоями с более или менее горизонтальными границами. При этом в горизонтальном направлении удельное сопротивление обычно изменяется незначительно. Такая электрическая структура объясняется слоистым залеганием различных видов почв, грунтов и геологических пород, а также наличием зоны грунтовых вод.

Сезонные изменения электрической структуры земли, вызываемые изменениями температуры приземного слоя атмосферы, сезонными особенностями количества и интенсивности выпадающих осадков, жизнедеятельностью растений и т. п., наиболее сильно проявляются в сравнительно тонком (до 1,5—3 м глубины) верхнем слое, называемом «слоем сезонных изменений».

Основной задачей предпроектных изысканий на площадках, предназначенных для сооружения

сложных заземлителей, является определение параметров электрической структуры земли. Для этой цели в настоящее время рекомендуются в основном геофизические методы вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) [Л. 1].

Интерпретация результатов ВЭЗ приводит как к многослойным, так и к двухслойным моделям электрической структуры земли. При приведении двухслойной модели к расчетным (наиболее тяжелым) условиям работы заземлителя [Л. 2] она часто переходит в трехслойную модель. Методы же расчета сложных заземлителей разработаны применительно к двухслойным моделям, которые были впервые введены в теорию заземляющих устройств В. В. Бургдорфом [Л. 3] и получили в дальнейшем широкое распространение. Укажем, что в настоящее время при расчете сложных заземляющих устройств используется исключительно двухслойная модель, параметры которой весьма приближенно принимаются по данным ВЭЗ. При этом, как показывает опыт расчета сложных заземлителей по методу наведенного потенциала с помощью ЦВМ [Л. 4], наблюдаются значительные расхождения между расчетными и найденными экспериментальными значениями.

В табл. 1 приведены данные, характеризующие конструктивные параметры заземлителей и их сопротивления, а в табл. 2 — напряжения прикосновения  $U_{\text{пр}}$ , отнесенные к потенциальному заземлителя фз. Как видно, наибольшие из наблюдавшихся расхождений между расчетными и найденными эксперимен-

Таблица 1

Наименование трансформаторной подстанции	$S, м^2$	$l_b, м$	$n_b$	$L, м$	$r_1, ом\cdot м$	$r_2, ом\cdot м$	$h, м$	$R_{ЦВМ}, ом$	$R_{1 зм}, ом$	$\Delta R, \%$
Горький—Сортировочный .	4 290	2,5	24	1 015	150	30	1,8	0,30	0,298	1
Сейма . . . . .	3 150	2,5	25	742	1 500	15	5,0	1,05	0,80	31
Тарасиха . . . . .	3 080	2,5	21	821	500	130	3,7	1,70	1,40	21
Георгиу-Деж . . . . .	8 200	2,5	50	2 170	4 200	240	2,6	1,80	1,75	3
Заостровичи до реконструкции . . . . .	2 840	5,0	44	610	2 100	60	18,0	8,0	7,0	14
Заостровичи после реконструкции . . . . .	2 840	20,0	8	610	2 100	60	18,0	2,5	2,4	4
Раков . . . . .	1 760	5,0	22	715	100	64	1,5	0,45	0,48	6

$$\Delta R = \frac{|R_{ЦВМ} - R_{1 зм}|}{R_{ЦВМ}} \cdot 100. \quad (\text{измерения проводились в ЦНИИПС и ВГПИ "Энергосетьпроект".})$$

ментально значениями электрических характеристик сложных заземлителей составляют: 31% — для сопротивления и 8% — для напряжения прикосновения (в относительных единицах). Найденные приближенно 90%-ные доверительные интервалы для математического ожидания и среднеквадратического отклонения погрешности расчета сложных заземлителей имеют значения соответственно (6; 20%) и (3; 15%). В табл. 1  $S$  — площадь, на которой расположен заземлитель;  $l_b, n_b$  — длина и число вертикальных электродов;  $L$  — общая длина горизонтальных элементов;  $r_1, r_2$  — удельное сопротивление верхнего и нижнего слоев;  $h$  — толщина верхнего слоя.

Действительная электрическая структура земли, как было указано выше, часто отличается от ее двухслойной модели. Это может оказывать существенное влияние на формирование общей погрешности расчета электрических характеристик сложных заземлителей. Поэтому значительный интерес представляет количественная оценка доли погрешности, обусловленной допущением о двухслойности электрической структуры земли.

С целью полного исключения влияния неоднородности земли на общую погрешность метода наведенного потенциала для контрольной точки  $M$  на поверхности земли были определены электрические характеристики различных типов сложных заземлителей (рис. 1) в условиях идеально однородной земли расчетом по методу наведенного потенциала и путем физического моделирования в большой электролитической ванне (ЭВ) МЭИ<sup>1</sup>. Эти значения (в относительных единицах) приведены в табл. 3 и свидетельствуют о том, что общая погрешность, обусловленная всей совокупностью допущений метода наведенного потенциала в условиях идеализированной однородной земли, оказывается при расчете сопротивления ничтожно малой (в пределах до одного процента) и может достигать 5% при расчете потенциала в заданной точке на поверхности земли.

Сравнение общей погрешности метода наведенного потенциала при расчете электрических характеристик сложных заземлителей в неоднородной и идеализированной однородной земле показывает, что наибольшая доля в общей погрешности приходится на допущение о двухслойности электрической

Таблица 2

Наименование трансформаторной подстанции	$\frac{U_{пд} ЦВМ}{U_{зм} ЦВМ}$	$\frac{U_{пд, 1 зм}}{U_{зм, 1 зм}}$	$\Delta \frac{U_{пд}}{U_{зм}}$ , %
Горький — Сортировочный .	0,230	0,213	8
Сейма . . . . .	0,210	0,208	1
Тарасиха . . . . .	0,215	0,210	3

структуре земли. Причем тот факт, что погрешность при расчете сопротивления значительно пре- восходит погрешность при расчете напряжения прикосновения, указывает на сравнительно небольшие ошибки при определении удельного сопротивления

Таблица 3

Номер заземлителя по рис. 1	1	2	3	4	5
$(R:p)_ЦВМ$	0,0127	0,01185	0,0112	0,01089	0,010
$(R:p)_ЭВ$	0,0126	0,01185	0,0113	0,01085	0,010
$\Delta R, \%$	0,8	0,0	0,9	0,3	0,0
$(\varphi_M:\varphi_z)_ЦВМ$	0,549	0,699	0,793	0,889	0,940
$(\varphi_M:\varphi_z)_ЭВ$	0,515	0,733	0,826	0,885	0,924
$\Delta (\varphi_M:\varphi_z), \%$	4,7	5,0	4,1	0,5	1,7

и толщины верхнего слоя и, наоборот, на значительную погрешность при представлении всех глубже лежащих слоев земли лишь одним (вторым) слоем двухслойной электрической структуры.

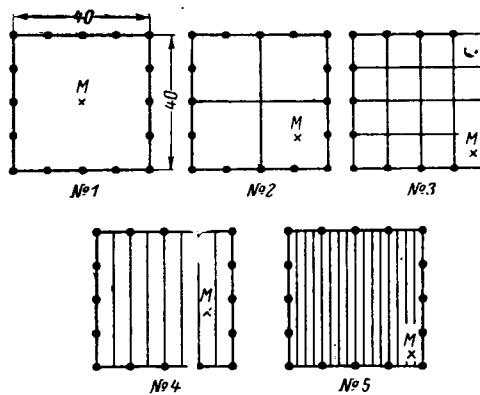


Рис. 1. Типы сложных заземлителей. (Кружками показаны вертикальные элементы длиной 10 м; радиус горизонтальных элементов равен 0,01 м).

<sup>1</sup> Моделирование было выполнено Е. Я. Рябковой и А. А. Ворониной (МЭИ).



Рис. 2. Сложный заземлитель (показан пунктиром) и его предельная модель в виде половины сплюснутого эллипсоида вращения.

Имеется два пути уменьшения ошибок при расчете электрических характеристик сложных заземлителей. Первый путь — разработка алгоритма для расчета сложных заземлителей в многослойной земле, который окажется заведомо неизмеримо более сложным и громоздким, чем имеющийся алгоритм для двухслойной земли. Второй путь — разработка способа приведения многослойной модели электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной с последующим использованием имеющихся методов расчета сложных заземлителей в двухслойной земле. Этот путь, который может в настоящее время быстрее привести к желаемым результатам, и был принят в качестве основного.

Условимся под эквивалентной двухслойной моделью электрической структуры земли понимать модель с такими параметрами, при которых данный заземлитель будет обладать той же электрической характеристикой, что и в исходной многослойной структуре. В связи с тем, что поверхностные и нижние (подстилающие) слои электрической структуры земли оказывают существенно различное влияние на главные электрические характеристики (сопротивление и максимальное относительное напряжение прикосновения) сложного заземлителя, приведение многослойной электрической структуры к эквивалентной двухслойной модели должно осуществляться так, чтобы соблюдалась инвариантность данной электрической характеристики (например сопротивления). Предлагаемый ниже способ приведения основан на замещении реального сложного заземлителя моделью предельного заземлителя [Л. 5 и 6] и использовании принципа соответствия полей [Л. 7].

Сложные заземлители обычно состоят из совокупности горизонтальных и вертикальных элементов, образующих замкнутый контур. По мере увеличения числа вертикальных и общей протяженности горизонтальных элементов (уменьшения ячейки заземляющей сетки) расстояния между ними уменьшаются, а сопротивление заземлителя монотонно убывает, достигая в пределе минимума. При этом предельный заземлитель представляет собой металлическую прямую призму, у которой линейные размеры основания, имеющего в общем случае форму многоугольника, обычно значительно превышают ее высоту. Сопротивление предельного заземлителя служит надежной оценкой «снизу» сопротивления исходного сложного заземлителя.

В качестве модели предельного заземлителя используется половина сплюснутого эллипсоида вращения вокруг малой оси (рис. 2), опирающегося на поверхность земли основанием, равновеликим площади  $S$ , ограниченной контуром сложного заземлителя. Половина малой оси эллипсоида принимается равной глубине  $b$  погружения в землю нижних концов вертикальных элементов (при отсутствии последних  $b$  принимается равной глубине  $t$  заложения горизонтальных элементов). Сопротивление

модели предельного заземлителя в  $n$ -слойной электрической структуре с удельными сопротивлениями  $\rho$  однородными в пределах каждого из слоев определяется [Л. 6] по формуле:

$$R = \frac{\arcsin \frac{r_0}{r}}{2\pi \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_i} (\sqrt{r_0^2 - v_i^2} - \sqrt{r_0^2 - v_{i-1}^2})}, \quad (1)$$

где

$$r_0^2 = r^2 - b^2; r = \sqrt{\frac{s}{\pi}}; v_i^2 = 0.5 [q_i^2 + h_i^2 + r_0^2 - \sqrt{(q_i^2 + h_i^2 + r_0^2)^2 - 4q_i^2 r_0^2}]; q_i^2 = 2r(r+b).$$

Выполним приведение  $k$  слоев от поверхности земли к одному эквивалентному с удельным сопротивлением  $\rho_{\text{экв}}$  (при инвариантности сопротивления заземлителя). Условие эквивалентности запишется в виде:

$$\frac{1}{\rho_{\text{экв}}} \sqrt{r_0^2 - v_k^2} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\rho_i} [\sqrt{r_0^2 - v_i^2} - \sqrt{r_0^2 - v_{i-1}^2}]. \quad (2)$$

Из (2) непосредственно находим эквивалентное удельное сопротивление:

$$\rho_{\text{экв}} = \frac{F_k}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{\rho_i} (F_i - F_{i-1})}, \quad (3)$$

где  $F_i = \sqrt{1 - \left(\frac{v_i}{r_0}\right)^2}$  (значения  $F_i$  приведены в табл. 4 и на рис. 3).

Аналогично выполняется приведение к одному эквивалентному слою всех слоев от номера  $(k+1)$  до  $n$ -го включительно:

$$\rho_{\text{экв}} = \frac{1 - F_k}{\sum_{i=k+1}^n \frac{1}{\rho_i} (F_i - F_{i-1})}, \quad (4)$$

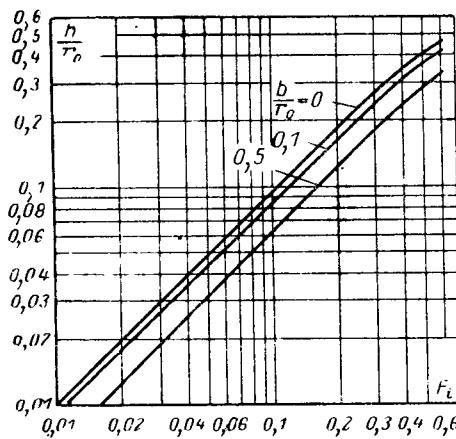
где

$$F_n = 1.$$

Необходимо подчеркнуть, что при прочих равных условиях величина эквивалентного удельного

Таблица 4

$h_i/r_0$	Значения ( $b/r_0$ )						
	0,02	0,04	0,06	0,08	0,2	0,3	0,4
0,01	0,0098	0,0096	0,0094	0,0092	0,0082	0,0074	0,0068
0,02	0,0196	0,0192	0,0188	0,0185	0,0164	0,0149	0,0135
0,03	0,0294	0,0288	0,0282	0,0277	0,0246	0,0223	0,0203
0,04	0,0391	0,0384	0,0376	0,0369	0,0328	0,0297	0,0271
0,05	0,0489	0,0480	0,0470	0,0461	0,0409	0,0372	0,0338
0,06	0,0586	0,0575	0,0563	0,0552	0,0491	0,0446	0,0406
0,07	0,0683	0,0670	0,0657	0,0644	0,0572	0,0520	0,0473
0,08	0,0780	0,0764	0,0749	0,0735	0,0654	0,0594	0,0540
0,09	0,0876	0,0859	0,0841	0,0826	0,0735	0,0667	0,0608
0,1	0,0971	0,0952	0,0934	0,0916	0,0815	0,0741	0,0675
0,2	0,189	0,186	0,183	0,179	0,160	0,146	0,134
0,3	0,273	0,269	0,264	0,260	0,235	0,215	0,197
0,4	0,348	0,343	0,338	0,333	0,303	0,280	0,258
0,5	0,414	0,408	0,403	0,398	0,365	0,339	0,314
0,6	0,471	0,466	0,460	0,455	0,422	0,394	0,367

Рис. 3. Значения функции  $F_i$ .

сопротивления сильно зависит от конструктивных параметров заземлителя: длины вертикальных элементов, расстояния между ними, размеров ячейки заземляющей сетки и т. п. Модель предельного заземлителя значительно отличается от исходного сложного заземлителя. Поэтому при приведении изложенным выше методом многослойной электрической структуры земли к эквивалентной однородной возможны большие погрешности, достигающие 30—50 %. Значительное уменьшение погрешности достигается приведением многослойной электрической структуры к эквивалентной двухслойной.

Известно, что на сопротивление заземлителя большое влияние оказывает удельное сопротивление земли в непосредственной близости от его горизонтальных и особенно вертикальных элементов. Поэтому целесообразно верхние слои электрической структуры земли, лежащие в зоне вертикальных электродов, заменять одним эквивалентным слоем. Все глубже лежащие слои заменяются вторым эквивалентным слоем (рис. 4, а).

Важной электрической характеристикой искусственного заземлителя является максимальное относительное напряжение прикосновения к нетоковедущим металлическим частям оборудования ( $U_{\text{пр max}}$ ), случайно оказавшимся под напряжением. Как показывают расчеты, на величину  $U_{\text{пр max}}$  при прочих равных условиях основное влияние оказывает соотношение между параметрами двух верхних слоев многослойной электрической структуры земли. В связи с этим при расчете  $U_{\text{пр max}}$  следует верхний слой электрической структуры земли рассматривать как первый слой эквивалентной двухслойной электрической струк-

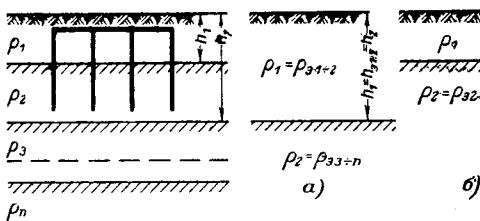


Рис. 4. Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной.

*a* — при расчете сопротивления заземлителя; *b* — при расчете максимального относительного напряжения прикосновения

туры, а все глубже лежащие слои (начиная со второго) исходной многослойной структуры приводить к нижнему (второму) слою эквивалентной двухслойной электрической структуры (рис. 4, б).

Входящие в выражение для функции  $v_i$  конструктивные параметры  $b$  и  $S$  заземлителя определяются выбранной длиной  $l_v$  вертикальных элементов и минимальной площадью заземлителя  $S_{\min}$ , обеспечивающей заданную проводимость растекания тока. Величина  $S_{\min}$  находится методом, изложенным в [Л. 8]. При этом «прикидочные» значения эквивалентного сопротивления двухслойной электрической структуры находятся по следующим формулам:

$$\rho_{12} = \frac{h_k}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2 - h_1}{\rho_2} + \dots + \frac{h_k - h_{k-1}}{\rho_k}}; \quad (5)$$

$$\rho_{23} = \frac{D - h_k}{\frac{h_{k+1} - h_k}{\rho_{k+1}} + \dots + \frac{D - h_{n-1}}{\rho_n}}, \quad (5')$$

где

$$h_k \approx l_v + t; D = 30 \div 50 \text{ м} > h_{n-1}.$$

**Пример 1.** Запроектированный искусственный заземлитель трансформаторной подстанции 500 кв размещен на площади 108 000 м<sup>2</sup> и выполнен в виде сетки (рис. 5) из горизонтальных элементов (стальная полоса сечением 40×4 мм<sup>2</sup>), заложенных на глубину 0,7 м. По данным ВЭЗ электрическая структура в месте расположения заземлителя четырехслойная с параметрами:  $\rho_1 = 130$ ;  $\rho_2 = 5$ ;  $\rho_3 = 35$ ;  $\rho_4 = 350$  ом·м;  $h_1 = 1$ ;  $h_2 = 9$ ;  $h_3 = 26$  м (необычно низкое удельное сопротивление второго слоя объясняется наличием рудного тела).

Для расчета сопротивления заземлителя два верхних слоя заменяются одним эквивалентным. Расчет по (3) приводит к результату:  $\rho_{12} = 5,6$  ом·м,  $h_1 = 9$  м. Третий и четвертый слои исходной электрической структуры приводятся ко второму слою эквивалентной двухслойной структуры по (4). Результат приведения:  $\rho_{34} = 190$  ом·м.

Сопротивление заземлителя в эквивалентной двухслойной структуре, рассчитанное на ЦВМ по алгоритму [Л. 4], составило 0,110 ом.

Для расчета  $U_{\text{пр max}}$  вторым слоем эквивалентной двухслойной структуры заменяются все слои исходной структуры, начиная со второго. При этом  $\rho_{12} = 130$  ом·м;  $h_1 = 1$  м;  $\rho_{23-4} = 73$  ом·м. Сопротивление заземлителя, рассчитанное на ЦВМ, составило 0,108 ом, что практически совпадает с ранее полученным результатом.

**Пример 2.** Искусственный заземлитель тяговой трансформаторной подстанции размещен на площади  $S = 2840$  м<sup>2</sup> и выполнен из горизонтальных элементов с общей длиной 926 м,

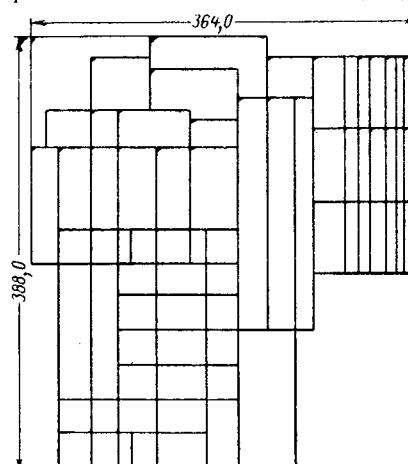


Рис. 5. Искусственный заземлитель трансформаторной подстанции 500 кв.

# Каскадные системы пуска асинхронных короткозамкнутых электродвигателей

С. П. ВАСИЛЬЕВСКИЙ, Э. Г. МАНН, Н. В. ШУЛАКОВ и Г. К. ЗЕМСДОРФ  
*Пермский электротехнический институт*

Проблема пуска асинхронных короткозамкнутых электродвигателей по мере развития электромашиностроения и энергосистем решалась различными способами и средствами. Выбор способа и средств пуска в основном определяется условиями рациональной эксплуатации электроприводов, требованиями энергосистем по ограничению величин и продолжительности пусковых токов, а также величиной допустимого перегрева обмоток электродвигателей.

Для обеспечения облегченного режима пуска короткозамкнутых электродвигателей в настоящее время применяется ряд известных способов и средств, к числу которых в первую очередь следует отнести:

системы пуска на пониженном напряжении (реакторная, автотрансформаторная, блок трансформатор — электродвигатель и т. п.);

системы пуска с разгонными электродвигателями;

система частотного пуска.

Малоизученными (и в какой-то степени поэтому пока нераспространенными на практике) системами облегченного пуска короткозамкнутых электродвигателей являются каскадные системы с разгонными электродвигателями [Л. 1]. Вместе с тем проведенные нами исследования позволяют сделать предварительный вывод о том, что применительно к мощным короткозамкнутым и синхронным электродвигателям и компенсаторам, а также к некоторым специальным электроприводам средней мощности, работающим в автономных энергосистемах, данные системы пуска могут явиться перспективными.

заложенных на глубину  $t=0,5$  м и тридцати вертикальных элементов с  $l_n=2,0$  м. По данным ВЭЗ электрическая структура в месте расположения заземлителя трехслойная с параметрами:  $\rho_1=140$ ;  $\rho_2=200$ ;  $\rho_3=70 \text{ ом} \cdot \text{м}$ ;  $h_1=1,5$ ;  $h_2=3,6$  м. Найденное экспериментально сопротивление заземлителя составило  $0,835 \text{ ом}^*$ .

При расчете сопротивления искусственного заземлителя верхние два слоя электрической структуры земли заменяются одним эквивалентным. Расчет по (3) приводит к результату:  $\rho_{31-2}=159 \text{ ом} \cdot \text{м}$ . Толщина эквивалентного слоя принята равной  $h_2$ , т. е. 3,6 м. Нижний (второй) слой эквивалентной двухслойной электрической структуры имеет удельное сопротивление, равное  $\rho_3$ , т. е.  $70 \text{ ом} \cdot \text{м}$ .

Сопротивление искусственного заземлителя в эквивалентной двухслойной электрической структуре, рассчитанное с помощью ЦВМ по алгоритму [Л. 4], составило  $0,776 \text{ ом}$  (погрешность всего 9%).

Для расчета  $U_{\text{пр max}}$  второй и третий слои исходной электрической структуры приводятся к одному эквивалентному по (4). При этом  $\rho_{32-3}=72,5 \text{ ом} \cdot \text{м}$ .

\* Все измерения были выполнены И. А. Шевейко (ЦНИИ МПС).

Известно, что возможность уменьшения величины пусковых токов и ударных моментов путем применения реакторного пуска ограничена необходимой величиной среднего пускового момента, который должен обеспечить пускаемый электродвигатель. При пуске короткозамкнутых электродвигателей с предварительным их разгоном они находятся в более благоприятных условиях по нагреву, чем при прямом пуске [Л. 2]. Поэтому для того чтобы осуществить пуск мощных электродвигателей при допустимом нагреве стержней ротора и отсутствии ударных токов и моментов, необходимо совмещать эти две системы, т. е. применять одновременно разгонный электродвигатель и пусковой реактор.

При каскадной системе пуска с разгонным электродвигателем последний, выполняя свою основную функцию, одновременно выполняет и роль реактора, обеспечивая необходимое снижение пускового тока вплоть до номинального его значения, а также плавное повышение напряжения на рабочем электродвигателе. Таким образом, при использовании каскадных систем пуска электроприводов с мощными короткозамкнутыми электродвигателями обеспечивается не только облегченный пуск рабочего электродвигателя, но и разделение функций между работающими в пусковом каскаде электродвигателями.

**Принцип действия и устройство системы.** Принцип действия каскадной системы пуска короткозамкнутых электродвигателей с разгонными электродвигателями основан на закономерности изменения полного эквивалентного сопротивления асинхронной машины в функции скольжения ее ротора

## Литература

- Якобс А. И. и Сутин А. Г., Определение удельного сопротивления грунтов при сооружении заземляющих устройств, «Электрические станции», 1966, № 8.
- Якобс А. И. и Алимамедов М. Б., «Сезонные» коэффициенты заземлителей, «Электричество», 1966, № 12.
- Бургсдорф В. В., Расчеты заземлений в неоднородных грунтах, «Электричество», 1954, № 1.
- Якобс А. И. и др., Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЭЦВМ, «Электричество», 1967, № 8.
- Будзко И. А. и др., Теоретические основы электроснабжения в сельском хозяйстве, изд-во «Колос», 1964.
- Якобс А. И., Метод упрощенного расчета сложных комбинированных заземлителей, «Электричество», 1966, № 1.
- Эбиси Л. Е. и Якобс А. И., Расчет заземлений в грунтах с неоднородными электрическими параметрами, «Электричество», 1961, № 4.
- Якобс А. И., Статистический метод расчета сложных заземлителей в неоднородных электрических структурах, «Электричество», 1969, № 4.



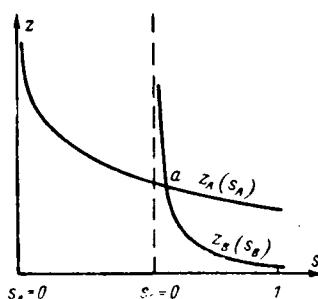


Рис. 1. Эквивалентные сопротивления рабочего и пускового электродвигателей в функции скольжений при жесткой связи роторов.

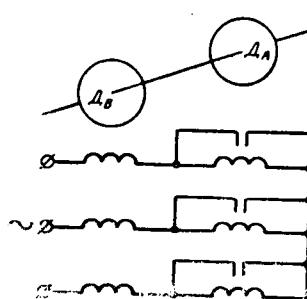


Рис. 2. Принципиальная схема каскадной системы.

(рис. 1), обеспечивающей в период разгона электропривода плавное перераспределение напряжений на электродвигателях — увеличение на рабочем и снижение на разгонном.

Если обмотки статоров рабочего электродвигателя  $D_B$  и жестко связанным с ним разгонного электродвигателя  $D_A$  включить последовательно (рис. 2), то при фазном напряжении на каскаде  $\dot{U}_1$  фазные напряжения на двигателях  $\dot{U}_{1A}$  и  $\dot{U}_{1B}$  будут определяться выражениями:

$$\dot{U}_{1A}(s_A, s_B) = \frac{\dot{U}_1}{z_B(s_B)}; \quad (1)$$

$$\dot{U}_{1B}(s_A, s_B) = \frac{\dot{U}_1}{1 + \frac{z_A(s_A)}{z_B(s_B)}},$$

а ток каскада  $I_1$  выражением

$$I_1(s_A, s_B) = \frac{\dot{U}_1}{z_A(s_A) + z_B(s_B)}, \quad (2)$$

где  $z_A(s_A)$ ,  $z_B(s_B)$  — полные эквивалентные сопротивления разгонного и рабочего электродвигателей.

Таким образом, эти напряжения и ток будут определяться соотношением полных эквивалентных сопротивлений электродвигателей, которые, в свою очередь, являются функциями скольжений.

Учитывая, что мощность разгонного электродвигателя составляет 15—25% мощности рабочего, при равных скольжениях его полное сопротивление будет значительно больше полного сопротивления рабочего электродвигателя. В соответствии с этим пусковой ток каскада будет значительно меньше пускового тока рабочего электродвигателя, пускаемого при номинальном напряжении. Практически он может быть равен или даже меньше номинального тока рабочего электродвигателя. При указанном соотношении мощностей электродвигателей в начальный период разгона до точки « $a$ » (рис. 1)  $z_B(s_B) \ll z_A(s_A)$ , напряжение на разгонном электродвигателе будет значительно больше напряжения на рабочем двигателе. В точке « $a$ » пересечения характеристик сопротивления, а следовательно, и напряжения на электродвигателях будут равны, и с этого момента начнется плавное, но достаточно интенсивное повышение напряжения на ра-

бочем электродвигателе и снижение на разгонном, вплоть до минимального его значения, определяемого соотношением полных сопротивлений к концу разгона рабочего электродвигателя. По окончании разгона электродвигатель  $D_A$  шунтируется и рабочий электродвигатель  $D_B$  подключается на рабочее напряжение  $U_1$ .

Эксплуатационные качества каскадных систем пуска в основном определяются характеристиками механических и электромеханических переходных процессов. Своебразие условий протекания этих процессов, обусловленное взаимовлиянием электродвигателей, работающих в каскаде при переменных на них напряжениях, исключает возможность использования для их исследования и расчета известных методов. В соответствии с этим, задачей настоящей статьи явилась разработка методов исследования и расчета механических и электромеханических переходных процессов в таких пусковых системах.

Определение времени пуска двигателей при  $M_c = 0$ . Определение времени пуска произведем при следующих условиях:

$$M_c = 0; U_1 = \text{const};$$

параметры обоих электродвигателей постоянны; зависимости между скольжением рабочего и разгонного электродвигателей определяются выражением:

$$s_A = \frac{v - 1 + s_B}{v}, \quad (3)$$

где  $v = \frac{p_R}{p_A}$  — отношение числа пар полюсов рабочего и разгонного двигателей.

В соответствии с упрощенной схемой замещения каскада (рис. 3) суммарный момент, развиваемый обоими электродвигателями на валу каскада, характеризуется выражением:

$$M = M_A + M_B = -\frac{m_1 U_1^2 \left( \frac{R'_{2A}}{v - 1 + s_B} + \frac{R'_{2B}}{s_B} \right)}{\omega_0 \left[ \left( R_1 + \frac{v R'_{2A}}{v - 1 + s_B} + \frac{R'_{2B}}{s_B} \right)^2 + x^2 \right]}, \quad (4)$$

где  $R'_{2A} = a_A^2 r'_{2A}$  — приведенное активное сопротивление ротора разгонного электродвигателя;  $R'_{2B} = a_B^2 \times r'_{2B}$  — приведенное активное сопротивление ротора рабочего электродвигателя;  $R_1 = a_A r_{1A} + a_B r_{1B}$  — суммарное активное сопротивление обмоток статора разгонного и рабочего электродвигателей;  $X = a_A x_{1A} + a_B x_{1B} + a_A^2 x'_{2A} + a_B^2 x'_{2B}$  — индуктивное сопротивление каскада.

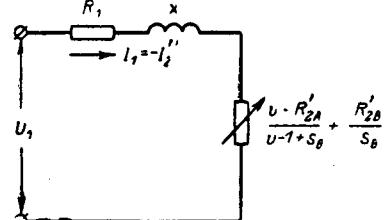


Рис. 3. Упрощенная схема замещения эквивалентного электродвигателя.

При заданных выше условиях уравнение движения для каскада будет иметь такой вид:

$$M = J_{\omega_0} \frac{ds_B}{dt}, \quad (5)$$

а время переходного процесса определится выражением:

$$\begin{aligned} t_0 = & \frac{J\omega_0^2}{m_1 U_1^2} \left\{ \left[ \frac{s_1^2 - s_2^2}{2R'_2} + \frac{R'_2 A(v-1)(s_1 - s_2)}{R'_2} \right] (R_1^2 + X^2) + \right. \\ & + 2R_1 \frac{(vR'_2 A + R'_2 B)(s_1 - s_2)}{R'_2} + R'_2 B \ln \frac{s_1}{s_2} + \\ & + R'_2 A v^2 \ln \frac{s_1 + v - 1}{s_2 + v - 1} - \frac{(v-1)^2 R'_2 A R'_2 B}{R'_2} \times \\ & \times \left. \left( \frac{R_1^2 + X^2}{R'_2} + \frac{2R_1}{R'_2} + 1 \right) \ln \frac{s_1 R'_2 + R'_2 B(v-1)}{s_2 R'_2 + R'_2 B(v-1)} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Формула (6) обеспечивает достаточно высокую точность результатов расчета. Но учитывая, что инженерные расчеты рационально производить по относительным величинам и каталогным данным электродвигателей, ее следует преобразовать.

Относительными величинами, характеризующими каскадную систему, являются: критический момент эквивалентного электродвигателя  $M_{\text{кр}}$  и его критическое скольжение  $s_{\text{кр}}$ , а также отношение активного сопротивления статора к суммарному индуктивному сопротивлению эквивалентного электродвигателя  $\epsilon$ .

Величины критического момента и критического скольжения эквивалентного электродвигателя определяются из условия равенства его параметров суммарным параметрам каскада.

Исходя из этих условий, данные величины будут равны:

$$\begin{aligned} M_{\text{кр}} &= \frac{m_1 U_1^2}{2\omega_0 X}; \\ S_{\text{кр}} &= \frac{R'_2}{X}; \quad \epsilon = \frac{R_1}{X}. \end{aligned} \quad | \quad (7)$$

Если считать, что

$$2R_1 \frac{(vR'_2 A + R'_2 B)(s_1 - s_2)}{R'_2} \approx 2R_1(s_1 - s_2)v,$$

а также, что

$$R_1^2 \approx 0, \quad s_{\text{кр}} = \frac{R'_2 A}{X}, \quad s_{\text{кр}} B = \frac{R'_2 B}{X}.$$

то время переходного процесса будет характеризоваться таким выражением:

$$\begin{aligned} t_0 = & \frac{J\omega_0}{2M_{\text{кр}}} \left[ \frac{s_1^2 - s_2^2}{2s_{\text{кр}}} + \frac{(s_{\text{кр}} - s_{\text{кр}} B)(v-1)(s_1 - s_2)}{s_{\text{кр}}^2} + \right. \\ & + 2\epsilon(s_1 - s_2)v + s_{\text{кр}} B \ln \frac{s_1}{s_2} + (s_{\text{кр}} - \\ & - s_{\text{кр}} B)v^2 \ln \frac{s_1 + v - 1}{s_2 + v - 1} - \\ & - \left. \frac{(s_{\text{кр}}^2 + 2\epsilon s_{\text{кр}} + 1)(v-1)^2(s_{\text{кр}} - s_{\text{кр}} B)s_{\text{кр}} B}{s_{\text{кр}}^3} \right] \times \\ & \times \ln \frac{s_1 s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}} B(v-1)}{s_2 s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}} B(v-1)}. \end{aligned} \quad (8)$$

При определении времени разгона электропривода от  $s_1=1$  до  $s_2=0$  данную формулу можно

упростить, если принять в выражении четвертого члена значение  $s_2=0,01$ . Тогда время разгона электропривода будет равно:

$$\begin{aligned} t_{\text{он}} = & \frac{J\omega_0}{2M_{\text{кр}}} \left\{ \frac{1}{2s_{\text{кр}}} + \frac{(s_{\text{кр}} - s_{\text{кр}} B)(v-1)}{s_{\text{кр}}^2} + 2\epsilon v + \right. \\ & + s_{\text{кр}} B \ln 100 + (s_{\text{кр}} - s_{\text{кр}} B)v^2 \ln \frac{v}{v-1} - \\ & - \frac{(s_{\text{кр}}^2 + 2\epsilon s_{\text{кр}} + 1)(v-1)(s_{\text{кр}} - s_{\text{кр}} B)s_{\text{кр}} B}{s_{\text{кр}}^3} \times \\ & \times \ln \left[ \frac{s_{\text{кр}}}{s_{\text{кр}} B(v-1)} + 1 \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Сравнение результатов расчета времени разгона электродвигателя типа А072-4 в каскаде с разгонным электродвигателем А051-2А, выполненных по формуле (9), с результатами расчета, выполненного по точной схеме замещения, показывает, что погрешность первых результатов не превышает 5%. При практических расчетах с погрешностью результатов 5–8% можно принять, что  $s_{\text{кр}} B=0$  и  $\epsilon=0$ . Тогда время разгона электропривода в каскаде от  $s_1=1$  до  $s_2=0$  можно определить по выражению:

$$t_{\text{он}} = \frac{J\omega_0}{2M_{\text{кр}}} \left( \frac{2v-1}{2s_{\text{кр}}} + s_{\text{кр}} v^2 \ln \frac{v}{v-1} \right). \quad (10)$$

**Моделирование электромеханических переходных процессов на АВМ.** Аналитические исследования и расчет электромеханических переходных процессов в каскадной системе представляют значительные трудности и требуют больших затрат времени. Наиболее совершенным и рациональным методом исследования этих процессов является математическое их моделирование на АВМ.

К числу наиболее рациональных методов моделирования каскадных систем пуска, обеспечивающих не только высокую точность результатов, но и большую наглядность, является метод моделирования по полным дифференциальным уравнениям в неподвижных осях  $\alpha$ ,  $\beta$  с выражением всех основных зависимостей через ток каскада и потокосцепления статоров и роторов. После выполнения всех необходимых преобразований система дифференциальных уравнений, описывающая эти процессы, будет иметь такой вид:

$$\begin{aligned} pi_{as} = & \frac{1}{X'_{s\Sigma}} [-r_s i_{as} - k_{sA} k_{rA} \alpha'_{rA} \psi_{asA} + k_{rA} \alpha'_{rA} \psi_{arA} + \\ & + k_{rA} \psi_{rA} \omega_A - k_{sB} k_{rB} \alpha'_{rB} \psi_{asB} + k_{rB} \alpha'_{rB} \psi_{arB} + \\ & + k_{rB} \psi_{rB} \omega_B + U_{as}]; \\ pi_{bs} = & \frac{1}{X'_{s\Sigma}} [-r_s i_{bs} - k_{sA} k_{rA} \alpha'_{rA} \psi_{bsA} + k_{rA} \alpha'_{rA} \psi_{brA} - \\ & - k_{rA} \psi_{arA} \omega_A - k_{sB} k_{rB} \alpha'_{rB} \psi_{bsB} + k_{rB} \alpha'_{rB} \psi_{brB} - \\ & - k_{rB} \psi_{arB} \omega_B + U_{bs}]; \\ p\psi_{arB} = & -\alpha'_{rB} \psi_{arB} + k_{sB} \alpha'_{rB} \psi_{asB} - \omega_B \psi_{brB}; \\ p\psi_{brB} = & -\alpha'_{rB} \psi_{brB} + k_{sB} \alpha'_{rB} \psi_{bsB} + \omega_B \psi_{arB}; \\ p\psi_{arA} = & -\alpha'_{rA} \psi_{arA} + k_{sA} \alpha'_{rA} \psi_{asA} - \omega_A \psi_{brA}; \\ p\psi_{brA} = & -\alpha'_{rA} \psi_{brA} + k_{sA} \alpha'_{rA} \psi_{bsA} + \omega_A \psi_{arA}; \\ \psi_{asB} = & X'_{sB} i_{as} + k_{rB} \psi_{arB}; \\ \psi_{asA} = & X'_{sA} i_{as} + k_{rA} \psi_{arA}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_{\beta sB} &= X'_{sB} i_{\beta s} + k_{rB} \psi_{\beta rB}; \quad \psi_{\beta sA} = X'_{sA} i_{\beta s} + k_{rA} \psi_{\beta rA}; \\ m_{sB} &= \frac{k_{rB}}{X'_{sB}} (\psi_{\beta sB} \psi_{arB} - \psi_{asB} \psi_{brB}); \\ m_{sA} &= \frac{p_A k_{rA}}{p_B X'_{sA}} (\psi_{\beta sA} \psi_{arA} - \psi_{asA} \psi_{brA}); \\ p\omega_B &= \frac{1}{J_\Sigma} (m_{sB} + m_{sA}); \quad \omega_A = \frac{p_A}{p_B} \omega_B,\end{aligned}$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  — символ дифференцирования по синхронному времени;  $\tau = 314t$ .

Следовательно, процессы в схеме моделирования при масштабе времени  $M_t = 1$  замедлены по сравнению с истинным процессом в 314 раз.

Сопротивления будут равны:

$$X'_{sB} = \sigma_B X_{sB} + \sigma_A X_{sA}; \quad r_\Sigma = r_{sB} + r_{sA}.$$

Коэффициенты уравнений, зависящие от параметров машин, определяются по соотношениям:

$$\begin{aligned}\alpha_r &= \frac{r'_r}{x_r}; \quad \alpha'_r = \frac{\alpha_r}{\sigma}; \quad k_s = \frac{x_m}{x_s}; \quad k_r = \frac{x_m}{x_r}; \\ \sigma &= 1 - \frac{x_m^2}{x_s x_r} = 1 - k_s k_r,\end{aligned}$$

где  $r_s$  — активное сопротивление фазы обмотки статора;  $r'_r$  — приведенное к обмотке статора активное сопротивление фазы обмотки ротора;  $x_s = x_m + x_1$  — синхронное реактивное сопротивление обмотки фазы статора, учитывающее магнитную связь с другими фазными обмотками статора;  $x_r = x_m + x'_2$  — синхронное реактивное сопротивление обмотки фазы ротора, учитывающее магнитную связь с другими фазными обмотками ротора;  $x_1$  — индуктивное сопротивление рассеяния статора;  $x'_2$  — приведенное к обмотке статора индуктивное сопротивление рассеяния ротора;  $J_\Sigma$  — суммарный момент инерции каскада, приведенный к валу рабочего двигателя, в относительных единицах;  $i_{as}, i_{\beta s}$  — проекции векторов тока каскада на вещественную и мнимую оси;  $\psi_{as}, \psi_{\beta s}, \psi_{ar}, \psi_{br}$  — проекции векторов потокосцеплений обмоток статоров и роторов;  $U_{as}, U_{\beta s}$  — проекции векторов напряжения, приложенного к каскаду;  $m_\vartheta$  — электромагнитный момент, развиваемый электродвигателем;  $p_A, p_B$  — соответственно числа пар полюсов разгонного и рабочего электродвигателей.

◆ ◆ ◆

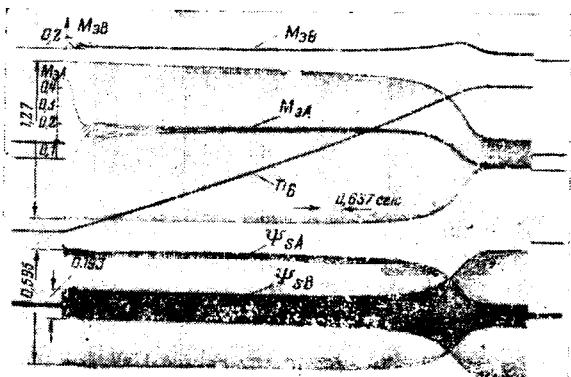


Рис. 4. Осциллограмма каскадного пуска, полученная на АВМ.

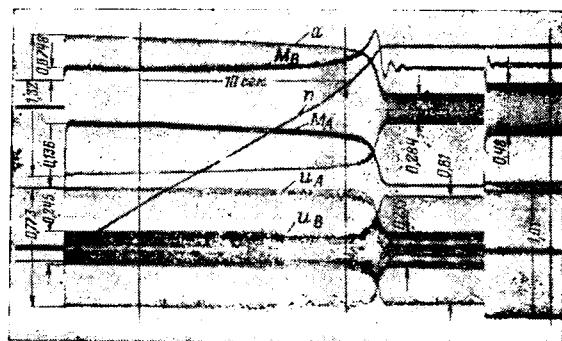


Рис. 5. Осциллограмма каскадного пуска, полученная экспериментально.

На основании данной системы дифференциальных уравнений была составлена схема модели, содержащая минимум операционных усилителей и нелинейных блоков. Результаты моделирования электромеханического переходного процесса при каскадном пуске электродвигателя типа А072-4 с разгонным электродвигателем типа А051-2А приведены на рис. 4. Для сравнения на рис. 5 показаны экспериментально снятые осциллограммы того же переходного процесса.

#### Литература

1. Рихтер Р., Электрические машины, т. IV, ГОНТИ, 1939.
2. Васильевский С. П. и др., Результаты исследования ударных токов и моментов при пуске крупных асинхронных короткозамкнутых двигателей, сб. «Электротехническая промышленность», 1968, № 299.

[18.7.1969]

# Исследование форсировки гашения поля для турбогенераторов с бесщеточным возбуждением

В. Е. ИГНАТОВ и Г. А. КОВАЛЬКОВ

*Москва*

Опыт эксплуатации и исследования, проведенные в Советском Союзе и за рубежом, показали целесообразность применения систем бесщеточного возбуждения, в особенности применительно к турбогенераторам большой мощности.

Однако существенным недостатком этой системы в первую очередь является невозможность форсированного гашения поля при неотключаемых авариях турбогенератора. Предложены различные схемы и устройства, позволяющие увеличить скорость гашения поля [Л. 1—4], но все они либо недостаточно эффективны, либо трудно осуществимы и, главное, вызывают опасные перенапряжения в цепи ротора.

В [Л. 2, 4 и 5] устройства для форсирования гашения поля сравниваются по значениям времени, за которые при отключении обмотки статора от сети и отключении АГП напряжение на обмотке статора снижается до напряжения погасания электрической дуги аварийного процесса [Л. 2]. Далее предполагается, что чем время аварии больше, тем больше размер повреждения электрической машины.

В [Л. 5] предлагается эффективность гашения поля сравнивать по значениям энергии, выделяющейся в месте аварии, но серьезных попыток произвести количественную оценку размера повреждения до сих пор не предпринималось, а именно это в конечном счете и определяет эффективность гашения. В статье рассматривается эффективность гашения поля с последней точки зрения. Рассмотрим сначала аварии в лобовых соединениях без повреждения в стали статора. Известно, что пробой изоляции стержня обмотки статора в большинстве случаев приводит к замене поврежденного стержня резервным независимо от объема выгоревшего материала обмотки. Частичная реставрация стержней, в особенности для машин с компаундированной или монолитной изоляцией и непосредственным охлаждением обмотки статора, довольно затруднительна. Следовательно, независимо от количества горевшего материала обмотки, стержни заменяются резервными, и сроки, объем и стоимость восстановительного ремонта определяются, в основном, местом и видом аварии, что не зависит от способа гашения поля.

Далее можно рассмотреть случай динамического развития аварии, когда происходит переход от виткового замыкания к междуфазовому короткому замыканию с соответствующим увеличением токов и объема выгоревшего материала обмотки статора. Это возможно при повреждении изоляции соседних фаз открытой дугой первоначальной аварии. Такой пробой наиболее вероятен в момент отключения обмотки статора от сети при возникновении перенапряжений, что также не зависит от способа гашения поля (в момент выключения главного выключателя АГП еще не отключен или,

если они отключаются одновременно, то разница в скоростях развозбуждения при различных способах гашения поля еще не успеет сказаться). Если все же предположить, что из-за некоторого затягивания процесса аварии при нефорсированном гашении поля происходит значительное повреждение изоляции соседней фазы и пробой возникает при уже пониженном напряжении, то следует учесть два фактора. Во-первых, при пробое и соответствующем увеличении тока статора аварийный процесс заканчивается быстрее из-за размагничивающей реакции якоря (постоянные времена машины с короткозамкнутой обмоткой уменьшаются). Во-вторых, и это более важно, если изоляция стержня соседней фазы повреждена открытой дугой, то в силу сказанного выше, замена поврежденного стержня неизбежна, независимо от того, произойдет пробой или нет. Поэтому объем и сроки восстановительного ремонта в обоих случаях близки друг другу. Экономия может быть получена только за счет сохранения обмоточной меди, которую впоследствии можно будет использовать для изготовления резервных стержней. Кроме того, нужно учитывать, что тепловые процессы и процессы горения изоляции гораздо более инерционны, чем процессы электромагнитные, поэтому описанный выше случай лавинообразного развития аварии в процессе нефорсированного гашения весьма маловероятен.

Таким образом, можно утверждать, что форсировка гашения поля незначительно влияет на объем, стоимость и сроки восстановительного ремонта для аварии в лобовых частях обмотки статора без повреждений активной стали.

Если же в процессе аварии активное железо получает повреждения, превышающие определенное значение, то возникает необходимость перешихтовки активной стали, что влечет за собой скачкообразное увеличение стоимости и длительности восстановительного ремонта. Поэтому представляется целесообразным оценить количественно размер повреждения активной стали в процессе аварии.

При авариях внутри турбогенератора с пробоем изоляции в пазу статора тепловой поток от возникшей дуги проходит через стенку или дно паза. Площадь поверхности, через которую он проходит в первоначальный момент времени (до начала разрушения активной стали) определяется радиусом  $r$  анодного пятна («пятна нагрева») электрической дуги. Эта площадь является функцией мощности, так как в электрической дуге плотность теплового потока принимается постоянной [Л. 6]. Далее полагаем размеры пакета бесконечно большими по сравнению с размерами повреждения. Это значительно упростит решение уравнения теплопроводности, в то время как вносимая погрешность для малых размеров повреж-

дения незначительна, а для больших размеров значение погрешности не имеет значения, так как перешихтовка активной стали все равно неизбежна.

В рассматриваемом аварийном процессе, если пренебречь анизотропностью среды наиболее близким к действительности, будет решение задачи по теплопередаче через полусферу в полупространство от источника постоянной мощности, но с ограниченным временем действия. Тогда уравнение теплопроводности в сферических координатах [Л. 7] имеет вид:

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T(r, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right], \quad (1)$$

где  $T(r, t)$  — температура в произвольной точке с радиусом  $r$  внутри массива в момент времени  $t$ ;  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  — коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{сек}$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\text{вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ ;  $c$  — удельная теплоемкость,  $\text{вт}\cdot\text{сек}/\text{град}$ .

Коэффициент  $\lambda$  и удельную теплоемкость  $c$  принимаем в дальнейшем постоянными, чтобы избавиться от нелинейности уравнения. Дифференциальное уравнение в частных производных с переменными коэффициентами при следующих начальных и граничных условиях:

$$-\lambda \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = q = \frac{P}{2\pi\rho^2} = \text{const} \quad \begin{cases} \text{через место соприкосновения дуги с пакетом } (r=\rho) \text{ проходит} \\ \text{постоянный тепловой поток плотности } q. \end{cases}$$

$T(r, 0) = T_0$  — температура в начальный момент времени;  $\frac{\partial T(\infty, t)}{\partial r} = 0$  — скорость изменения температуры по параметру при  $r = \infty$ ;  $T(\rho, t) \neq \infty$  — температура на начальном радиусе « пятна нагрева » имеет конечные значения.

Введем новую переменную  $\theta = rT(r, t)$ . Операционное изображение неизвестной функции  $\theta$  по Лапласу относительно переменной  $t$  получается в виде:

$$\theta \doteqdot \theta_L = rT_L(r, s); \frac{\partial \theta}{\partial t} \doteqdot s\theta_L = \theta_0,$$

где  $\theta_0 = rT(0, 0) = rT_0$ .

После подстановки  $\theta$  в (1) получим:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2}$$

или в операторном виде

$$\theta''_L - \frac{s}{a} \theta_L = -\theta_0 \frac{1}{a}, \quad (2)$$

решение которого (переходя к изображениям):

$$\theta_L = \bar{\theta}_L + \theta^*_L = A_1 e^{\sqrt{\frac{s}{a}} r} + B_1 e^{-\sqrt{\frac{s}{a}} r} + \frac{\theta_0}{s}.$$

Подставляя значения функции  $\theta_L$  и  $\theta_0$ , получим:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = \frac{1}{r} \left( A_1 e^{\sqrt{\frac{s}{a}} r} + B_1 e^{-\sqrt{\frac{s}{a}} r} \right). \quad (3)$$

Дифференцируя уравнение (3) по параметру  $r$  и подставляя начальные и граничные условия, можно определить значения коэффициентов  $A_1$  и  $B_1$ , подстановка которых в (3) дает:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = \frac{q \sqrt{a}}{\lambda} \left( \frac{p}{r} \right) \frac{e^{-\frac{r-p}{\sqrt{a}s}}} {s \left( \frac{\sqrt{a}}{p} + \sqrt{\frac{s}{a}} \right)} \quad (4)$$

и оригинал этого выражения

$$T(r, t) - T_0 = \frac{P}{2\pi\lambda r} \left[ \operatorname{erfc} \frac{r-p}{2\sqrt{at}} - \operatorname{erfc} \left( \frac{2at + rp - p^2}{2p\sqrt{at}} \right) e^{\frac{rp - p^2}{p^2}} \right]. \quad (5)$$

Для пограничного слоя, в котором  $r=p=R$

$$T - T_0 = \frac{P}{2\pi\lambda R} \left( 1 - \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{at}}{R} e^{\frac{at}{R^2}} \right), \quad (6)$$

где  $R$  — радиус кратера аварии.

Из (6) можно определить значение мощности электрической дуги, которая безопасна для активной стали турбогенератора, т. е. при которой значение температуры активной стали в любой точке никогда не достигнет температуры плавления. Для этого принимаем по данным [Л. 6] плотность тока в « пятне нагрева »  $j \approx 10 \text{ а}/\text{мм}^2$  и среднее значение напряжения на дуге  $u_d \approx 30 \text{ в}$ . Среднее значение тока в дуге  $I_d = P/u_d$ ; площадь « пятна нагрева »

$$S = \frac{I_d}{J_a} = \frac{P}{u_d J_a} = \frac{P}{30 \cdot 10^3} = \pi p^2,$$

откуда радиус « пятна нагрева »

$$p = \frac{\sqrt{P}}{3.07 \cdot 10^4}. \quad (7)$$

Полагая в уравнении (6)  $r=p$  и подставляя его значение из (7), получим для  $t=\infty$

$$T_{pl} = \frac{\sqrt{P} \cdot 3.07 \cdot 10^4}{2\pi\lambda}.$$

При  $\lambda=46 \text{ вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ , а  $T_{pl}=1500^\circ\text{C}$ ,  $P=200 \text{ вт}$ . Среднее значение тока аварии, величину которого мы можем считать безопасной для машины, будет равно  $I_d \approx 200/30=6.7 \text{ а}$ . Это хорошо согласуется с данными [Л. 8], по которым защита от однофазных замыканий на землю, обусловливающая безопасную работу машины, настраивается на ток не более 5 а. При этом оказывается, что если условия срабатывания защиты находятся на грани чувствительности, ток в месте повреждения может превышать это значение с учетом влияния емкостного тока замыкания на землю защищаемого генератора и тока небаланса защиты.

Уравнения (5) и (6) справедливы только для неизменного агрегатного состояния среды. Металл сохраняет неизменным свое агрегатное состояние за пределами кратера аварии. Можно выделить в толще металла слой, в котором температура

близка к температуре плавления стали ( $\sim 1500^\circ\text{C}$ ), но агрегатное состояние его неизменно. Этот слой ограничивает кратер аварии и для него справедливо уравнение (6), описывающее изменение температуры на границе кратера аварии ( $r=R$ ). Вся энергия, проходящая через пограничный слой, рассеивается в толще металла, не разрушая его. Таким образом, учитывая, что температура на границе кратера неизменна, из (6) можно определить мощность рассеяния, проходящую через пограничный слой, а проинтегрировав ее по времени аварийного процесса, получим энергию рассеяния. Однако необходимо учитывать, что в процессе аварии при сохранении плотности теплового потока, радиус пограничного слоя кратера аварии не остается постоянным, а изменяется в процессе горения от 0 до  $R$  (энергию, уходящую через « пятна нагрева », учитываем отдельно). Следовательно, нужно принять некоторую среднюю по радиусу теплопередачи энергию, для чего используем теорему о среднем, и мощность, проходящую через пограничный слой проинтегрируем по параметрам  $r$ ,  $t$  и отнесем к значению предельного радиуса кратера аварии  $R$ .

$$W_o = \frac{\int_0^R \int_0^t P_o(r, t) dt dr}{R}. \quad (8)$$

Для удобства математических операций была найдена следующая аппроксимация табличной функции:

$$\left(1 - \operatorname{erfc} \frac{V\sqrt{at}}{r} e^{\frac{at}{r^2}}\right) \approx \frac{1.4 V\sqrt{at}}{1.4 V\sqrt{at} + r}. \quad (9)$$

Тогда мощность рассеяния, проходящая через пограничный слой, определяется из формулы (6) с учетом (9)

$$P_o(r, t) = T_{\text{пл}} 2\pi \lambda \left(r + \frac{r^2}{1.4 V\sqrt{at}}\right). \quad (10)$$

После подстановки (10) в (8) и решения получим:

$$W_o = 0.217 \cdot 10^6 R\tau + 56.9 \cdot 10^6 R^2 V\tau. \quad (11)$$

Полученная энергия рассеяния  $W_o$  должна равняться полной энергии, выделяющейся в дуговом промежутке, за вычетом энергии, рассеивающейся вне массива стали, и энергии, уходящей через « пятна нагрева ». Эти потери энергии зависят от большого количества случайных факторов, поэтому примем в первом приближении

$$W_o = KW_{\text{эл}}, \quad (12)$$

где  $W_{\text{эл}}$  — энергия электрической дуги;  $K$  — постоянный коэффициент, принимающий значения больше единицы. Это объясняется выделением дополнительной энергии в дуговом промежутке от химических реакций, происходящих при горении электрической дуги. При образовании  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  выделяется 196,5 ккал/моль. Если принять радиус выгоревшей полусферы  $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ , с образованием  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , то выделявшаяся при этом энергия составит  $672 \cdot 10^3 \text{ вт} \cdot \text{сек}$ . Кратер аварии принятого радиуса получается в эксперименте (см. ниже) при выделении электрической энергии дуги  $(300-500) \cdot 10^3 \text{ вт} \cdot \text{сек}$ . Соизмеримое соотношение элек-

трической энергии и экзотермической составляющей энергии горения показывает недопустимость пренебрежения энергиями химических реакций. Из уравнений (10) и (12) получаем:

$$56.9 \cdot 10^6 V\tau R^2 + 0.217 \cdot 10^6 \tau R - KW_{\text{эл}} = 0. \quad (13)$$

Положительный корень этого уравнения дает величину расчетного радиуса кратера аварии

$$R_{\text{расч}} = \left( \sqrt{3.62\tau \cdot 10^{-2} + 0.176 \frac{K}{V\tau} (W_{\text{эл}} \cdot 10^{-3})} - 0.19 \sqrt{\tau} \right) 10^{-2}. \quad (14)$$

На экспериментальной установке для исследований аварийных процессов в активной стали статора была проведена серия опытов, имитирующих аварийный процесс, при токах, превышающих значения токов однофазного замыкания с целью получить размеры повреждения стали, близкие к реальным размерам при аварии турбогенератора. Установка включала в себя элемент сердечника и отрезок стержня обмотки статора турбогенератора ТГВ-500, источник питания (сварочный трансформатор) и измерительные приборы (рис. 1).

При экспериментальной проверке электрическая энергия дуги аварийного процесса  $W_{\text{эл}}$  и время аварии  $\tau$  определялись из ватт-секундной характеристики, записанной самопищущим ваттметром. Эквивалентный радиус размера повреждения  $R$  определялся следующим образом: после опыта место повреждения заполнялось пластичным материалом, затем измерялся объем слепка и рассчитывался радиус соответствующей полусферы. По полученным числовым значениям  $W_{\text{эл}}$ ,  $\tau$  и  $R$  из уравнения (13) определялся эмпирический коэффициент  $K$ . Затем по результатам всех экспериментов было получено среднее значение коэффициента  $K$ , равное 1,65, и для каждого опыта по формуле (14) определено расчетное значение радиуса кратера аварии. Из-за сравнительно малой мощности источника питания аварийный процесс значительно растягивался во времени, а из-за низкого напряжения пробоя приходилось применять дополнительные меры для устойчивого горения дуги. В частности, в предварительно просверленное отверстие в корпусной изоляции стержня вставлялся графитовый стержень. При таких условиях количества энергии, которое в условиях реальной аварии должноходить в медь обмотки статора через « пятно нагре-

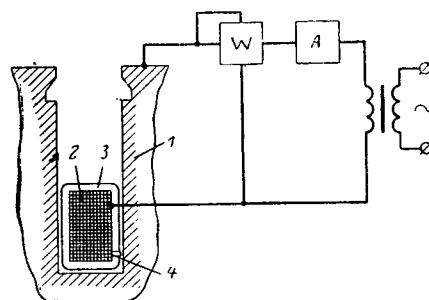


Рис. 1. Принципиальная схема установки для исследования аварийных процессов в активной стали.

1 — пакет железа статора; 2 — медь стержня обмотки статора; 3 — изоляция стержня обмотки статора; 4 — место «пробоя», заполненное графитом.

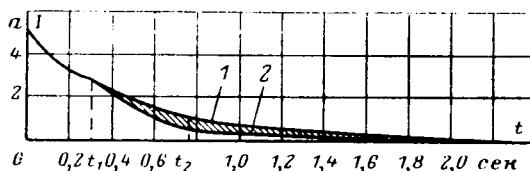


Рис. 2. Трехфазное короткое замыкание на зажимах генератора.

1 — действующее значение тока фазы статора при естественном способе гашения поля (в сопротивлении обмотки возбуждения и сопротивлении вентиля); 2 — действующее значение тока фазы статора при гашении поля на электрическую дугу;  $t_1$  — время отключения АГП;  $t_2$  — время обрыва тока в обмотке возбуждения турбогенератора при гашении поля на электрическую дугу.

ва», в начале аварии, пока не выгорит графит, может быть несколько меньшим из-за низкого коэффициента теплопроводности последнего по сравнению с медью. Следовательно, найденный эмпирический коэффициент  $K$  имеет завышенные значения. Поэтому его значение желательно уточнить по результатам экспериментов с напряжением и мощностью источника питания аварии, близким к реальным в современных турбогенераторах, и других окружающих средах (кроме воздуха).

В качестве примера теоретического расчета возьмем случай близкого к выводам трехфазного короткого замыкания турбогенератора мощностью 200 Мвт на сталь. Этот случай повреждения маловероятен, но при его рассмотрении значения энергии в месте аварии, близки к максимально возможным и, кроме того, он довольно просто рассчитывается с учетом имеющихся различных законов регулирования в цепи возбуждения. На рис. 2 представлены расчетные кривые действующих значений тока в относительных единицах при различных способах гашения поля. Время отключения АГП  $t_1 = -0,3$  сек принято по данным ТЭП с учетом времени срабатывания всех реле и собственным временем отключения АГП. Время обрыва тока в обмотке возбуждения  $t_2 = 0,76$  сек соответствует моменту прохождения тока в обмотке возбуждения через нуль при трехфазном коротком замыкании на зажимах и гашении поля на электрическую дугу, а ток в обмотке статора далее поддерживается за счет апериодической составляющей, составляющей тока по поперечной оси, вторых гармонических токов статора и токов в демпферных контурах ротора.

Используя для определения энергии формулу  $W_{\text{эл}} = u_d \int_0^t i(t) dt$  и принимая напряжение на дуге  $u_d =$

=30 в, получим следующие значения энергий, выделяющихся в электрической дуге аварийного процесса, приnomинальном токе в машине  $I_n = 10,2$  ка:

при естественном способе гашения поля  $W_{\text{эл}} = 750 \cdot 10^3$  вт·сек;  $\tau = 2,2$  сек;

при гашении поля на электрическую дугу  $W_{\text{эл}} = 540 \cdot 10^3$  вт·сек;  $\tau = 1,9$  сек.

Здесь учитывался только ток одной фазы статора без учета энергии, поступающей из сети. Расчетный радиус кратера аварии: при естественном способе гашения поля  $R_{\text{расч}} = 11,86 \cdot 10^{-2}$  м; при гашении поля на электрическую дугу:  $R_{\text{расч}} = 10,36 \times 10^{-2}$  м.

Оценка полученных радиусов показывает, что в случае трехфазного короткого замыкания внутри активной стали статора в месге, близком к выводам турбогенератора, размер повреждения машины настолько велик, что вне зависимости от применяемого способа гашения поля неизбежна перешитовка активной стали статора. Таким образом, в пределах точности описываемого выше эксперимента можно утверждать, что при трехфазном коротком замыкании, близком к выводам, никакая форсированная гашения поля не может защитить машину от серьезных повреждений, а относительно небольшое уменьшение радиуса аварии в случае форсированного гашения поля практически не влияет на стоимость восстановительного ремонта.

#### Литература

- Hill J. R., Field suppression of Turbo-alternators, Proc. IEE, Part «A», 1960, v. 107, p. 141.
- Брон О. Б., Автоматы гашения поля, Госэнергоиздат, 1961.
- Wiszniewski A., Szymanski A., Automatic Field Suppression in Brushless Excited Turbo-alternators, Proc. IEE, 1965, 112, № 12, p. 2341—2342.
- Rieger F., Kritische Betrachtung über Erregersysteme für große Turbogeneratoren, ETZ, Ausgabe A, 87 Jahrgang, Heft 26, 23.12.1966.
- Schulzky W., Wirksamkeit verschiedener Entregungsverfahren für Turbogeneratoren aus heutiger Sicht, ETZ, Ausgabe A, 90 Jahrgang, Heft 2, 17.1.1969.
- Рыкалин Н. Н., Расчеты тепловых процессов при сварке, Машгиз, 1951.
- Лыков А. В., Теория теплопроводности, изд-во «Высшая школа», 1967.
- Руководящие указания на релейной защите, вып. I, Защита генераторов, работающих на сборные шины, Госэнергоиздат, 1961.

[27.1.1970]



## О динамике систем зависимого регулирования поля двигателей постоянного тока

**Инж. М. Л. ПРУДКОВ**  
**ГПИ «Электротяжхимпроект»**

При двухзонном управлении скоростью двигателей постоянного тока широкое распространение получили так называемые системы зависимого регулирования поля [Л. 1—4], которые вступают в работу, как только э. д. с. двигателя достигает значения, близкого к номинальному. Система, воздействуя на возбудитель, изменяет магнитный поток двигателя по мере увеличения частоты его вращения сверх номинальной, стремясь поддержать неизменной э. д. с. (рис. 1).

**Объект регулирования.** Цепь возбуждения двигателя существенно нелинейна: постоянные времена основного потока (с учетом рассеяния)  $T_b$ , контура вихревых токов  $T_d$  и передаточный коэффициент  $K_b$  изменяются при увеличении частоты вращения выше номинальной. В связи с этим предлагаются различные способы линеаризации систем управления полем. Одноконтурная система [Л. 2 и 3] содержит последовательные корректирующие звенья, линеаризующие контур регулирования э. д. с. Двухконтурная система [Л. 4] имеет нелинейное корректирующее звено в цепи обратной связи контура регулирования тока возбуждения. А двухконтурная система [Л. 1] вообще не линеаризуется.

В статье анализируются динамические свойства систем зависимого управления полем в различных режимах. В результате анализа сделана попытка обосновать целесообразность и рациональные способы линеаризации этих систем. Кроме того, определено перерегулирование э. д. с. двигателя в начале ослабления магнитного потока и получено выражение для напряжения возбудителя, обеспечивающего протекание переходных процессов в соответствии с настройкой регуляторов.

Рассмотрим вначале двухконтурную систему [Л. 1] (рис. 1). Она построена по принципам подчиненного регулирования и состоит из внутреннего контура регулирования тока возбуждения и наружного контура регулирования э. д. с.

При частоте вращения двигателя ниже основной  $n \leq n_h$  система разомкнута по э. д. с., а выходное напряжение регулятора  $P\dot{\varnothing}$  ( $i_{взк_i}$ ), являющееся задающим для регулятора  $PT$ , ограничивается до соответствующего номинальному току возбуждения значения. В этом случае ток возбуждения не регулируется. При  $n > n_h$  регулятор  $P\dot{\varnothing}$  обеспечивает изменение потока возбуждения  $\Phi$  в соответствии с заданным темпом изменения частоты вращения двигателя. Регулирование потока приводит к изменению постоянной времени  $T_v$  (рис. 2). У большинства промышленных электроприводов значение  $T_v$  на линейном участке кривой намагничивания находится в пределах 1—5 сек, а при насыщении может уменьшаться в 4—5 раз. Как показано в [Л. 5], постоянная времени  $T_d = (0,15 \div 0,3) \cdot T_v$  и изменяется одновременно с  $T_v$ .

В рассматриваемых системах длительность процессов изменения скорости полем значительно пре-

восходит длительность свободной составляющей реакции систем на управляющие или возмущающие воздействия [Л. 1]. Это позволяет исследовать их динамику методами анализа линейных систем, поскольку за время затухания свободной составляющей переходного процесса значения  $T_b$ ,  $T_d$  и  $K_b$  существенно не изменяются.

Введем следующие обозначения (рис. 1):

Введем следующие обозначения (рис. 1).  
 $\tau$  — постоянная времени упреждения  $ИП$  — регулятора тока возбуждения, призванного скомпенсировать инерционность объекта  $\frac{1}{p(T_v + T_d) + 1}$ ;  $\tau_g$  — постоянная времени инерционного звена в обратной связи по току возбуждения, предназначенного для компенсации упреждения объекта  $pT_d + 1$ ;  $m(i_v)$  — переменный коэффициент, учитывающий изменение  $T_v$  и  $T_d$  (производной  $\frac{d\Phi}{di_v}$ ) при насыщении магнитной системы двигателя;

$$m(i_B) = \frac{T_B + T_d}{\tau} = \frac{T_d}{\tau_s}; \quad (1)$$

так же, как  $T_B$  и  $T_d$ , коэффициент  $m(i_B)$  изменяется в 4—5 раз, но пределы его изменения зависят

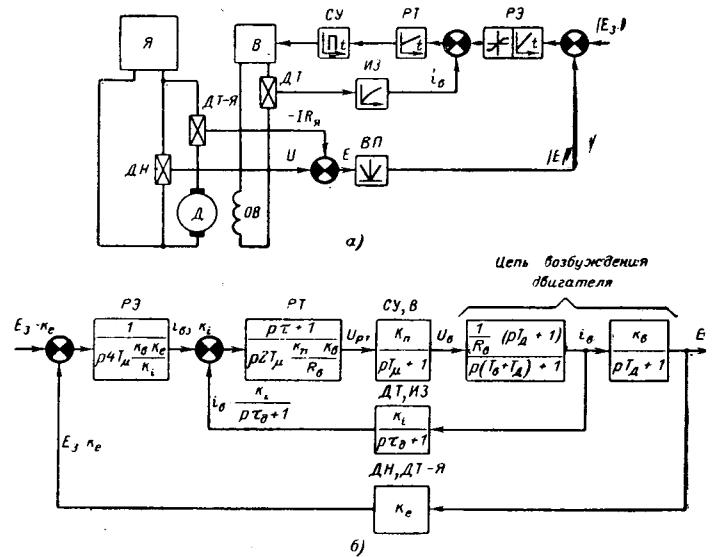


Рис. 1. Двухконтурная система зависимого управления полем двигателя постоянного тока.

*a* — принципиальная схема; *b* — структурная схема.  
*И* — источник якорного напряжения; *В* — возбудитель; *СУ* — система импульсно-фазового управления; *РТ* — регулятор тока возбуждения; *РЭ* — регулятор э. д. с. с ограничением; *ИЭ* — инерционное звено; *ДТ-Я*, *ДТ* — датчики тока; *ДН* — датчик напряжения; *ВП* — выпрямитель;  $R_a$ ,  $R_b$  — сопротивления соответственно цепей якоря и возбуждения двигателя;  $K_{\pi}$ ,  $K_i$ ,  $K_e$  — передаточные коэффициенты соответственно возбудителя, датчика тока возбуждения и датчика э. д. с.

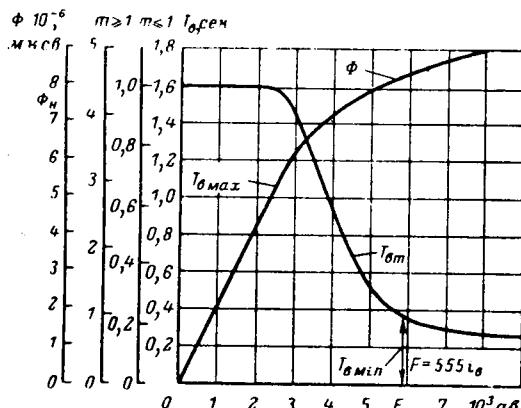


Рис. 2. Кривая намагничивания и кривые, характеризующие изменение постоянной времени  $T$  и коэффициентов  $m \geq 1$  и  $m \leq 1$  в функции тока возбуждения  $i_b$  двигателя типа ГС125-5К, 200 квт, 440 в, 750/1500 об/мин.

от выбора постоянных времени  $\tau$  и  $\tau_d$  (рис. 2); в дальнейшем для кратности значок  $(i_b)$  в обозначении  $m(i_b)$  будем опускать;

$T_\mu$  — результирующая величина некомпенсированых постоянных времени контура регулирования тока возбуждения [Л. 1].

Изменение  $m$  вызывает изменение передаточных функций контуров регулирования системы.

Для разомкнутого контура тока возбуждения передаточная функция с учетом введенных обозначений будет иметь вид (рис. 1):

$$G_{pt1}(p) = \frac{1}{p^2 T_\mu (pT_\mu + 1)} \quad \text{при } m=1; \quad (2)$$

$$G_{pt2}(p) = \frac{(p\tau + 1)(pmt_g + 1)}{p^2 T_\mu (pT_\mu + 1)(pmt + 1)(p\tau_g + 1)} \quad \text{при } m \neq 1. \quad (3)$$

Частота среза асимптотической логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ), соответствующей уравнению (2)

$$\omega_{c1} = \frac{1}{2T_\mu}, \quad (4)$$

а запас по фазе на частоте среза

$$\Delta\varphi_{c1} = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{T_\mu}{2T_\mu} \approx 63.5^\circ. \quad (5)$$

При этом переходные процессы в контуре оптимальны [Л. 1].

С учетом величин  $T_v$ ,  $T_d$  и  $m$ , а также  $T_\mu \approx 0,01$  сек (при ионном возбуждении), нетрудно показать, что частота среза ЛАЧХ, соответствующей (3),

$$\omega_{c2} \approx \frac{1}{2T_\mu},$$

поскольку справедливы неравенства:

$$\omega_{c2} T_\mu < 1; \omega_{c2} \tau > 1; \omega_{c2} m \tau_g > 1; \\ \omega_{c2} m \tau > 1; \omega_{c2} \tau_g > 1. \quad (6)$$

Таким образом, частота среза контура тока возбуждения при изменениях  $T_v$  и  $T_d$  практически не изменяется. Запас по фазе на частоте  $\omega_{c2}$ , учитывая вытекающие из вышеизложенного неравенства

$$\frac{\tau}{T_\mu} \text{ и } \frac{m\tau}{T_\mu} \gg 10, \quad (7)$$

равен

$$\Delta\varphi_{c2} = \Delta\varphi_{c1} + a \cdot \operatorname{ctg} \left( 1 - \frac{1}{m} \right) \frac{2}{l}, \quad (8)$$

где  $l = \frac{\tau_g}{T_\mu}$ .

Из (8) следует, что при  $l > 10$

$$\Delta\varphi_{c2} \approx \Delta\varphi_{c1},$$

т. е. изменение состояния магнитной системы двигателя практически не изменяет динамических свойств контура регулирования тока возбуждения.

Если  $l < 10$ , а параметры регулятора и инерционного звена выбраны так, что во всех режимах  $m \geq 1$  (рис. 2) (т. е. контур оптимизирован при насыщенной магнитной системе), то с

ростом частоты вращения двигателя запас по фазе увеличивается и перерегулирование снижается. Время отработки управляющего воздействия, определяемое частотой среза, изменяется, однако, незначительно.

Если  $l < 10$  и во всех режимах  $m \leq 1$  (рис. 2) (т. е. контур оптимизирован при ненасыщенной магнитной системе), то со снижением частоты вращения двигателя запас по фазе уменьшается и перерегулирование увеличивается. При малых  $l$  и  $m$  контур тока может стать неустойчивым.

Изменение динамических свойств контура тока тем ощущимей, чем ниже  $l$ . Это иллюстрируется кривыми рис. 3.

Учитывая сказанное, параметры регулятора и инерционного звена в обратной связи по току в большинстве случаев целесообразно выбирать так, чтобы  $m \geq 1$  или

$$\tau = (T_v + T_d)_{\min}, \tau_g = T_{d\min}.$$

Тогда увеличение  $T_v$  и  $T_d$  вызывает уменьшение коэффициента усиления контура на низких частотах, не изменяя его на частотах, близких к частоте среза (рис. 4, а).

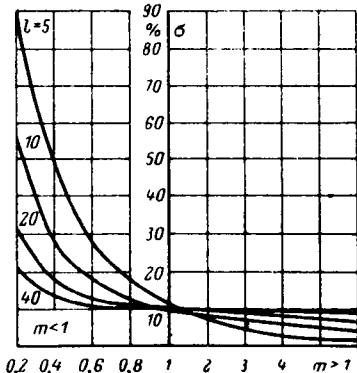
При анализе контура регулирования э. д. с. замкнутый контур тока, настроенный при  $m \geq 1$ , заменим эквивалентным по динамическим свойствам звеном. Для нахождения передаточной функции этого звена построим ЛАЧХ замкнутого контура тока, используя методы [Л. 6], т. е.

$$G_3 \approx G \text{ при } |GH| \leq 1, G_3 \approx \frac{1}{H} \text{ при } |GH| \geq 1.$$

Здесь  $G_3$  — передаточная функция замкнутого контура;  $G$  — передаточная функция звеньев прямого канала регулирования;  $H$  — передаточная функция звеньев обратной связи.

В нашем случае, если  $K_i = 1$  (рис. 1)

$$G = \frac{(p\tau + 1)(pmt_g + 1)}{p^2 T_\mu (pT_\mu + 1)(pmt + 1)}; \quad (9)$$



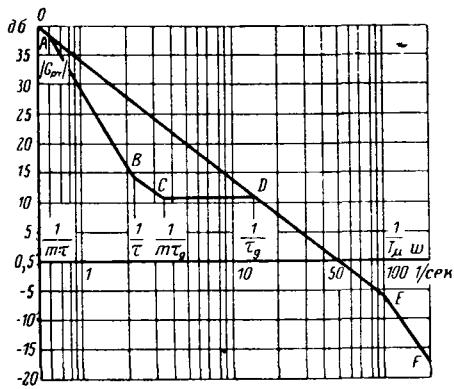
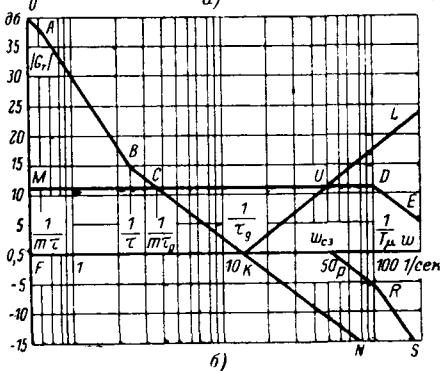


Рис. 4. ЛАЧХ контура регулирования тока возбуждения двигателя ПС125-5К при  $m \geq 1$  ( $T_d = 0,2 T_b$ ;  $T_\mu = 0,01$  сек).

$a$  — в разомкнутом состоянии  $|G_{pT}|$ : 1— $0EF$  при  $m=1$ ; 2— $ABCDEF$  при  $m=4$ ;  $b$  — в замкнутом состоянии  $|G_T|$  с учетом апериодического звена  $G_u$  из контура э. д. с. ( $K_t = 1$ ;  $m=4$ ):  $|G| = OABCDEF$ ;  $\left|\frac{1}{H}\right| = FKUL$ ;  $|G_u| = MCKN$ ;  $|G_{st}| = MCKPRS$ .



$$H = \frac{1}{p\tau_g + 1}. \quad (10)$$

ЛАЧХ замкнутого контура тока должна включать апериодическое звено объекта из контура э. д. с.

$$G_u = \frac{m}{pm\tau_g + 1}, \quad (11)$$

поскольку настройкой контура тока предусматривается компенсация этого звена.

Коэффициент усиления  $m$  (11) учитывает изменение при насыщении магнитной системы двигателя передаточного коэффициента  $K_b$ , одновременное и пропорциональное изменению постоянных времени  $T_b$  и  $T_d$ , поскольку [Л. 1 и 5]

$$K_b = K_\phi C_e n, \quad (12)$$

где

$$K_\phi = \frac{d\Phi}{di_b} = K_{\phi c} m,$$

$K_{\phi c}$ ,  $C_e$  — постоянные.

ЛАЧХ замкнутого контура тока возбуждения со звеном (11) (рис. 4, б) имеет частоту среза  $\omega_{cs}$ , значение которой определим из равенства:

$$\left| \frac{1}{H} \right|_{\omega=\omega_{cs}} = |G|_{\omega=\omega_{cs}}. \quad (13)$$

Подставляя в (13) выражения (9) и (10) и учитывая неравенства (6), получим:

$$\frac{1}{\omega_{cs}} = T_{st} = \frac{mT_\mu}{V^2} \sqrt{\sqrt{(l^2 - 4)^2 + 16 \frac{l^2}{m^2}} - (l^2 - 4)}. \quad (14)$$

Динамические свойства САР в наибольшей мере определяются участками ЛАЧХ, близкими к частоте среза. Поэтому замкнутый контур тока возбуждения, как видно из рис. 4, б, можно заменить инерционным звеном с постоянной времени  $T_{st}$  и передаточным коэффициентом  $1/K_i$ .

Анализ (14) показывает, что эквивалентная постоянная времени замкнутого контура тока  $T_{st}$  изменяется с изменением насыщения магнитной системы тем в большей степени, чем ниже  $l$ . Обычно  $l > 3$  и значение  $T_{st} \approx 2T_\mu$  почти от  $m$  не зависит.

Таким образом, при  $m \geq 1$  система управления полем практически инвариантна относительно изменяющегося состояния магнитопровода двигателя. Эта особенность объясняется не только соответствующей настройкой контура тока, но и пропорциональным изменением параметров цепи возбуждения  $K_\phi$  и  $T_b$ ,  $T_d$ .

Регулятор э. д. с. — РЭ имеет передаточную функцию И-либо ИП-звена при отсутствии либо наличии инерционности в узле измерения э. д. с. С изменением частоты вращения двигателя  $n$  в контуре э. д. с. изменяется, как следует из (12), коэффициент  $K_{\phi c} C_e n$ .

Учитывая, что основное возмущающее воздействие в контуре э. д. с. изменение частоты вращения двигателя или (при постоянной э. д. с.) изменения заданного значения магнитного потока  $\Phi_z$ , преобразуем структурную схему контура к виду рис. 5.

Передаточная функция разомкнутого контура э. д. с.

$$G_{pe}(p) = \frac{1}{p^4 T_\mu^4 (p^2 T_\mu + 1)}, \quad (15)$$

если постоянная интегрирования регулятора РЭ

$$\tau_{ue} = 4T_\mu \frac{K_e K_{\phi c} C_e n_0}{K_t}. \quad (16)$$

В (15) и (16)  $v = \frac{n_0}{n}$ , а  $n_0$  — частота вращения двигателя, при которой оптимизируется контур э. д. с. Коэффициент демпфирования контура  $\xi = \sqrt{\frac{v}{2}}$  при изменениях  $n$  нежелательно иметь ниже  $1/\sqrt{2}$  [Л. 1]. Для этого необходимо, чтобы  $v \geq 1$  или  $n_0 = n_{max}$ , т. е. контур э. д. с. целесообразно оптимизировать при максимальной частоте вращения двигателя  $n_{max}$ .

Переходные функции контура э. д. с.

$$\varphi(t) = 1 - e^{-t^*} \left( \sqrt{\frac{1}{\frac{2}{v} - 1}} \sin \sqrt{\frac{2}{v} - 1} t^* + \cos \sqrt{\frac{2}{v} - 1} t^* \right) \text{ при } v < 2;$$

$$\varphi(t) = 1 - e^{-t^*} (1 + t^*) \text{ при } v = 2;$$

$$\varphi(t) = 1 - \frac{Ae^{-\frac{B}{v} t^*} - Be^{-\frac{A}{v} t^*}}{A - B} \text{ при } v > 2;$$

$$A = v + \sqrt{(v-1)^2 - 1};$$

$$B = v - \sqrt{(v-1)^2 - 1}.$$

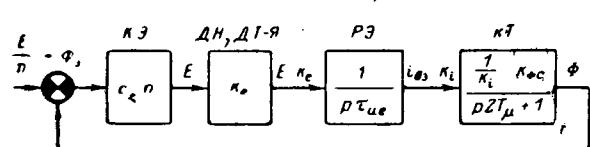


Рис. 5. Преобразованная структурная схема контура регулирования э. д. с.  
КТ — звено, эквивалентное замкнутому контуру тока; КЭ — звено, учитывающее передаточный коэффициент от потока возбуждения к э. д. с. двигателя.

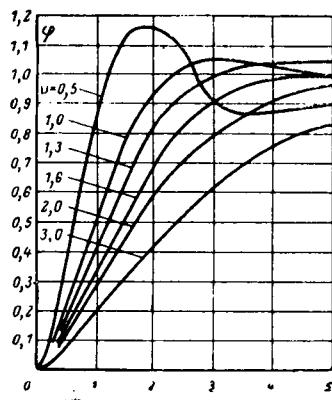


Рис. 6. Семейство переходных функций контура регулирования э. д. с.  $\varphi = \frac{\Phi(t^*)}{\Phi_s}$  для различных  $v$ .

последовательным включением в контур э. д. с. звеньев деления на величину  $n$ .

Воспользуемся полученными результатами для анализа одноконтурных систем [Л. 2 и 3]. В этих системах регулируемые параметры автоматически переключаются: до основной частоты вращения системы замкнуты по току возбуждения, выше основной — по э. д. с. двигателя. Как и в двухконтурных системах, здесь при  $n \leq n_h$  обеспечивается поддержание постоянства тока возбуждения, а при  $n > n_h$  — постоянство э. д. с., т. е. в интересующем нас диапазоне  $n > n_h$  система имеет один контур регулирования э. д. с. Его передаточная функция в разомкнутом состоянии

$$G_{pe} = \frac{m(p\tau + 1)}{p^2 T_\mu^v (pT_\mu + 1)(p\tau + 1)}. \quad (18)$$

Нетрудно показать, что частота среза контура  $\omega_{ce} = \frac{1}{2T_\mu}$  не зависит от состояния магнитной системы двигателя. Учитывая неравенства (7), тот же вывод можно сделать и в отношении запаса по фазе. Однако, как и в двухконтурной системе, требуется компенсация изменения  $n$ .

Переходные функции одноконтурной системы описываются также уравнениями (17), однако здесь  $t^* = t/2T_\mu$ , и переходные процессы протекают быстрее.

Определим часто интересующее конструктора значение максимального превышения э. д. с. над ее установленным значением.

Запишем передаточную функцию для приращений замкнутого оптимизированного контура э. д. с. при отсутствии (либо компенсации) инерционности обратной связи по э. д. с.:

$$G_{ze}(p) = \frac{\Delta E(p)}{\Delta E_s(p)} = \frac{2\omega_{ce}^2}{p(p + 2\omega_{ce}) + 2\omega_{ce}^2} \quad (19)$$

Из (19) получим уравнение для  $\Delta E(t)$  с учетом того, что  $\Delta E_s = 0$  и начальных условий  $\Delta E(0) = 0$ ,  $\frac{d\Delta E}{dt}(0) = a$ :

$$\Delta E = \frac{a}{\omega_{ce}} e^{-t^*} \sin t^*, \quad (20)$$

где  $t^*_3 = \omega_{ce} t_3$ ;  $T^* = \omega_{ce} (T_b + T_d)$ .

Из (24) найдем определяющее степень форсировки возбуждения значение  $\Delta U_{b,\phi}$  с учетом того, что экспоненциальные составляющие быстро затухают, составляющая  $i_{b,n} R_b \frac{t^*}{t^*_3}$  — изменяющееся омическое падение напряжения в обмотке возбуждения двигателя при усилении его поля и  $T^* \gg 1$ :

$$\Delta U_{b,\phi} = i_{b,n} R_b \frac{T_b + T_d}{t_3}, \quad (25)$$

а напряжение возбудителя

$$U_{b,\phi} = U_{b_0} + \Delta U_{b,\phi} = i_{b,n} R_b + i_{b,n} R_b \frac{T_b + T_d}{t_3}.$$

Здесь  $U_{b_0}$  — начальное напряжение возбудителя (перед форсировкой).

Из (28) коэффициент форсировки

$$\alpha_\phi = \frac{U_{b,\phi}}{U_{b_0}} = 1 + \frac{T_b + T_d}{t_3}. \quad (26)$$

В (26) необходимо подставлять значения  $T_b$  и  $T_d$ , соответствующие номинальному магнитному потоку двигателя  $\Phi_n$ . Для меньших значений потока, как показывают расчеты, значение  $U_{b,\phi}$  ниже, чем рассчитанное для  $\Phi_n$ . Это объясняется тем, что хотя при уменьшении потока постоянные времени  $T_b$  и  $T_d$  увеличиваются, но в большей степени снижается темп изменения потока, обратно пропорциональный значению  $n^2$ .

**Выводы.** 1. Улучшение динамики систем зависимого управления полем двигателей постоянного тока с подчиненным регулированием в большинстве

случаев может быть достигнуто рациональной настройкой регуляторов без дополнительных звеньев для линеаризации контуров в связи с насыщением магнитной системы двигателя.

При больших диапазонах регулирования частоты вращения полем целесообразно компенсировать нелинейность контура э. д. с., вызываемую изменением частоты вращения двигателя. Для этой цели могут быть использованы звенья деления либо функциональные преобразователи.

2. Одноконтурные системы обеспечивают более быстрое по сравнению с двухконтурными протекание переходных процессов и проще в исполнении.

3. Уменьшение перерегулирования э. д. с. в начале ослабления поля можно обеспечить компенсацией инерционности обратной связи по э. д. с.

4. Напряжение возбудителя двигателя необходимо выбирать с учетом коэффициента форсировки  $\alpha_\phi$  по (26).

### Литература

- Лебедев Е. Д. и др., Унифицированные системы автоматического регулирования электропривода, Информстандартэлектро, 1967.
- Oetker R., Fortschritte bei der Automatisierung mit einfachen Mitteln, «Regelungstechnik», 1966, № 3.
- Ströle D., Tupische Adaptivsteuerungen bei geregelten elektrischen Antrieben, «Regelungstechnik», 1967, № 3.
- De Young D. R., Dolphin T. J., Recent Trends in Gold Mill Electrical Drive Systems, «Iron and Steel Engineer», 1966, № 9.
- Слежановский О. В., Об учете и компенсации влияния вихревых токов, «Электричество», 1962, № 9.
- Честнат Т. и Майер Р. В., Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования, Госэнергоиздат, 1959.

[9.9.1969]



УДК 621.313.323

## Электромагнитный момент синхронного реактивного двигателя с катящимся ротором и вращающимся магнитным полем

Канд. техн. наук, доц. Д. А. ПОПОВ  
Москва

Электродвигатели с катящимся ротором, впервые предложенные в [Л. 1], благодаря ряду достоинств (малая скорость вращения, высокие динамические свойства и др.) в последнее время начинают получать широкое применение в электроприводах различного назначения в качестве тихоходных синхронно-реактивных и шаговых двигателей.

Теории рабочего процесса двигателей с катящимся ротором посвящен ряд работ [Л. 2—6], однако и сейчас она нуждается в дальнейшем развитии.

Принимаем обычные допущения: поверхности статора и ротора считаются гладкими; магнитная проницаемость стали бесконечно велика; вихревыми токами в стали и потерями на гистерезис пренебрегаем.

**Магнитное напряжение воздушного зазора.** Рассмотрим магнитное поле машины с эксцентрически размещенным ротором, созданное одной катушкой с числом витков  $w_k$ , шириной  $y \leq t$ , уложен-

женной в двух пазах статора и обтекаемой током  $i_k$  (рис. 1). В общем случае продольная ось ротора, проходящая через центр расточки статора  $c$  и центр окружности ротора  $c'$ , сдвинута относитель-

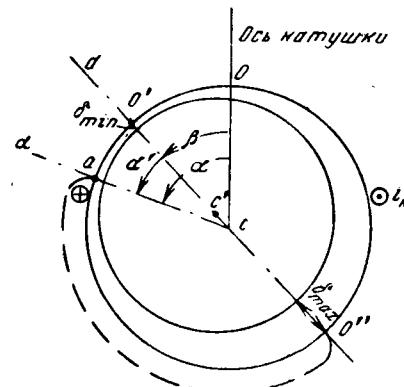
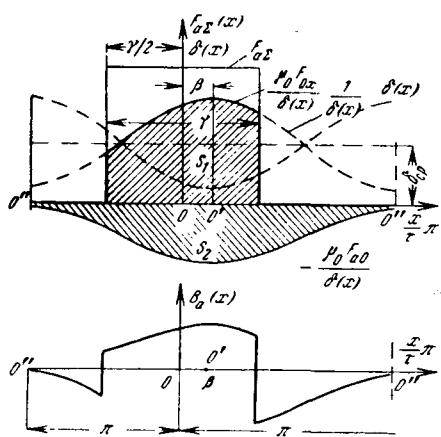


Рис. 1. Расположение осей в двигателе с катящимся ротором.

Рис. 2. К определению  $F_{k\Sigma}$ .

но оси катушки, проходящей через точку  $c$  и середину катушки  $O$ , на угол  $\beta$  в положительном направлении.

Рассмотрим магнитную трубку, проходящую через точку  $a$  и точку  $O''$  статора (в точке  $O''$  воздушный зазор максимальен).

В соответствии с законом полного тока и принятыми допущениями для этой магнитной трубки можно записать:

$$F_{kx} + F_{ko} = F_{k\Sigma}(x), \quad (1)$$

где  $F_{ko} = H_0 \delta_{max}$  — магнитное напряжение (н. с.) воздушного зазора в точке  $O''$ ;  $F_{kx} = H_x \delta_x$  — магнитное напряжение воздушного зазора в точке  $a$ ;  $F_{k\Sigma}(x)$  — сумма токов, охваченных магнитной трубкой (или н. с. на два зазора).

Очевидно,  $F_{k\Sigma}$  является функцией расстояния  $x$  рассматриваемой точки  $a$  от середины катушки  $O$  (расстояние отсчитывается по расточке статора). Эта функция представлена на рис. 2, из которого видно, что кривая н. с. на два зазора  $F_{k\Sigma}(x)$  имеет вид прямоугольника со сторонами  $i_k w_k$  и  $y$ , расположенного симметрично относительно точки  $O$ .

На отрезке  $x = O \div 2\pi$  кривую  $F_{k\Sigma}(x)$  можно разложить в ряд Фурье:

$$F_{k\Sigma}(x) = \frac{y}{2\pi} i_k w_k + \frac{2}{\pi} i_k w_k \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cos v\alpha \sin v \frac{y}{\pi} \frac{\pi}{2}, \quad (2)$$

где  $\alpha = \frac{x}{\pi} \pi$  — угол, отсчитываемый от оси катушки до линии, проходящей через рассматриваемую точку  $a$ ;  $v = 1, 2, 3, \dots$  — натуральный ряд чисел.

Обусловленная током в фазе  $A$  н. с. на два зазора, очевидно, выражается:

$$F_{a\Sigma}(x) = F_{a\Sigma}(a) = \frac{y}{2\pi} \frac{i_{aw}}{p} + \frac{2}{\pi} \frac{i_{aw}}{p} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} k_{ob} \cos v\alpha, \quad (3)$$

$p = 1,$

где  $k_{ob} = k_p k_y$  — обмоточный коэффициент для  $v$ -й гармоники поля.

В случае сосредоточенной обмотки с  $y = \frac{2}{3} \pi$  имеем:

$$k_p = 1; k_{ob} = k_y = \sin v \frac{y}{\pi} \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} A_v, \quad (4)$$

$$\text{где } A_v = \begin{cases} +1 & \text{при } v = 1, 2, 7, 8, \dots, \text{ т. е. при } v = \\ & = 6k+1 \text{ и } v = 6k+2, \\ -1 & \text{при } v = 4, 5, 10, 11, \dots, \text{ т. е. при } v = \\ & = 6k+4 \text{ и } v = 6k+5, \\ 0 & \text{при } v = 3k. \end{cases}$$

В соответствии с (1) н. с. на один зазор, обусловленная током в фазе,

$$F_a(x) = F_{a\Sigma}(x) - F_{a0}. \quad (5)$$

Магнитная индукция в воздушном зазоре в точке  $a$ , обусловленная током в фазе  $A$ ,

$$B_a(x) = \frac{F_a(x) \mu_0}{\delta(x)}. \quad (6)$$

Длина воздушного зазора в точке  $a$  является функцией  $x$  и, как известно [Л. 3 и 7], может быть выражена:

$$\delta(x) = \delta(a) = \delta_{cp} (1 - \epsilon \cos \alpha') = \delta_{cp} [1 - \epsilon \cos(\alpha - \beta)]. \quad (7)$$

Можно показать, что

$$\frac{1}{\delta(a)} = \frac{1}{\delta_{cp}} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k(\alpha - \beta) \right], \quad (8)$$

где  $a_0 = \frac{2}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ ;  $a_k = a_0 \left[ \frac{1-\sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon} \right]^k$ ,  $\delta_{cp}$  — средний радиальный зазор;  $\epsilon = \frac{e}{\delta_{cp}}$ ;  $e$  — относительный и абсолютный эксцентрикитеты ротора;  $\beta$  — угол между продольной осью ротора и осью фазы  $A$  (рис. 1).

В связи с малым  $\epsilon$  в (8) можно ограничиться первыми двумя членами разложения и положить:

$$\frac{1}{\delta(a)} \approx \frac{1}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)], \quad (9)$$

где  $b = a_0/2$ .

Намагничивающую силу  $F_{a0}$  найдем из условия равенства нулю полного потока, проходящего через поверхность расточки якоря:

$$\int_0^{2\pi} B_a(x) dx = \int_0^{2\pi} B_a(a) da = 0. \quad (10)$$

Из (6), (7) и (10) находим:

$$\int_0^{2\pi} F_{a0} \frac{1}{\delta(a)} da = \int_0^{2\pi} F_{a\Sigma}(a) \frac{1}{\delta(a)} da. \quad (11)$$

Графическая интерпретация (11) для случая машины с сосредоточенной обмоткой якоря дана на рис. 2.

Левая часть (11) равна:

$$\int_0^{2\pi} F_{a0} \frac{1}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)] da = \frac{F_{a0}}{\delta_{cp}} b 2\pi.$$

Правая часть (11) с учетом рис. 2

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} F_{a\alpha}(\alpha) \frac{1}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)] d\alpha = \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} i_a w \frac{1}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)] d\alpha = \\ &= \frac{b\gamma}{\delta_{cp}} i_a w + \frac{a_1}{\delta_{cp}} i_a w 2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \beta, \end{aligned}$$

где  $\gamma = \pi y / \tau$ ;  $y$  — ширина катушки.

В случае распределенной обмотки коэффициент укорочения  $k_{y1} = \sin \frac{\gamma}{2}$  следует заменить на коэффициент  $k_{061}$ .

Таким образом, получаем:

$$F_{a0} = \frac{\gamma}{2\pi} i_a w + \frac{a_1}{b\pi} k_{061} i_a w \cos \beta. \quad (12)$$

Подставив (4) и (12) в (6), найдем:

$$\begin{aligned} F_a(x) = & -\frac{a_1}{b\pi} k_{061} i_a w \cos \beta + \\ & + \frac{2}{\pi} i_a w \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} \cos v\alpha. \end{aligned} \quad (13)$$

Намагничающие силы, обусловленные токами в фазах  $B$  и  $C$

$$\begin{aligned} F_b(x) = & -\frac{a_1}{b\pi} k_{061} i_b w \cos \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ & + \frac{2}{\pi} i_b w \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} \cos v \left( \alpha - \frac{2\pi}{3} \right); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_c(x) = & -\frac{a_1}{b\pi} k_{061} i_c w \cos \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right) + \\ & + \frac{2}{\pi} i_c w \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} \cos v \left( \alpha + \frac{2\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Результирующая н. с., созданная в точке  $a$  всеми тремя фазами обмотки якоря, равна сумме н. с. отдельных фаз:

$$F_{pes}(x) = \frac{3}{2} \frac{2}{\pi} w \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} i_{av} - \frac{3}{2} k_{061} \frac{a_1}{b\pi} i_d w, \quad (16)$$

где

$$i_d = \frac{2}{3} [i_a \cos \beta + i_b \cos \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right)]; \quad (17)$$

$$i_{av} = \frac{2}{3} [i_a \cos v\alpha + i_b \cos v \left( \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos v \left( \alpha + \frac{2\pi}{3} \right)]. \quad (18)$$

При концентричном роторе н. с. на один зазор

$$F_{pes0}(x) = \frac{3}{2} \frac{2}{\pi} w \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} i_{av}. \quad (19)$$

Нетрудно видеть, что (16) совпадает с (19) только при отсутствии эксцентриситета, поэтому

расчет индукции в зазоре двигателя без учета влияния эксцентриситета на распределение н. с. вдоль зазора, как это иногда делается, в принципе является неправильным.

Для машины с сосредоточенной обмоткой при  $y = \frac{2}{3}\tau$

$$F_{pes}(x) = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{3}}{\pi} w \left[ \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq 3k}}^{\infty} \frac{A_v}{v} i_{av} - \frac{c}{2b} i_d \right]. \quad (16a)$$

Представим  $F_{pes}(x)$  как явную функцию фазных токов. Из (16) с учетом (17) и (18) получаем:

$$\begin{aligned} F_{pes}(x) = & \frac{2}{\pi} w \left[ i_{af}(\alpha, \beta) + i_{bf} \left( \alpha - \frac{2\pi}{3}, \beta - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ & \left. + i_{cf} \left( \alpha + \frac{2\pi}{3}, \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$f(\alpha, \beta) = \left[ -\frac{a_1}{2b} k_{061} \cos \beta + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{06v}}{v} \cos v\alpha \right]. \quad (21)$$

Для машины с сосредоточенной обмоткой и  $y = \frac{2}{3}\tau$  имеем:

$$\begin{aligned} f(\alpha, \beta) = & \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ -\frac{a_1}{2b} \cos \beta + \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos 2\alpha + \dots + \right. \\ & \left. + \frac{A_v}{v} \cos v\alpha + \dots \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Рассмотрим частный случай, когда токи в фазах образуют симметричную систему с прямым порядком чередования фаз:

$$\left. \begin{array}{l} i_a = I_m \cos \omega_1 t = \sqrt{2} I \cos \omega_1 t; \\ i_b = I_m \cos (\omega_1 t - 2\pi/3); \\ i_c = I_m \cos (\omega_1 t + 2\pi/3). \end{array} \right\} \quad (23)$$

В этом случае

$$i_d = I_m \cos (\beta - \omega_1 t); \quad (24)$$

$$i_{av} = \left\{ \begin{array}{ll} I_m \cos (v\alpha - \omega_1 t) & \text{при } \\ v = 3k + 1 = 1, 4, 7, 10, \dots \\ I_m \cos (v\alpha + \omega_1 t) & \text{при } \\ v = 3k + 2 = 2, 5, 8, 11, \dots \\ 0 & \text{при } \\ v = 3k; k = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} \quad (25)$$

Подставим (24) и (25) в (16)

$$F_{pes}^{(1)}(\alpha) = F_0 \cos (\beta - \omega_1 t) + \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq 3k}}^{\infty} F_{vm} \cos (v\alpha + c_v \omega_1 t). \quad (26)$$

При концентричном роторе

$$F_{pes}^{(1)}(\alpha) = \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq 3k}}^{\infty} F_{vm} \cos (v\alpha + c_v \omega_1 t), \quad (26a)$$

где

$$F_0 = -\frac{a_1}{2b} k_{061} \left( \frac{3\sqrt{2}}{\pi} Iw \right) = -\frac{a_1}{2b} F_{1m};$$

$$F_{vm} = \frac{k_{06v}}{v} \frac{3\sqrt{2}}{\pi} Iw = \frac{k_{06v}}{vk_{061}} F_{1m}; \quad (27)$$

$$c_v = \begin{cases} -1 & \text{для } v = 3k + 1 = 1, 4, 7, 10, \dots \\ +1 & \text{для } v = 3k + 2 = 2, 5, 8, 11, \dots \end{cases}$$

Амплитуды гармоник н. с.  $F_{vm}$  в (26) и (26а) совпадают.

В случае машины с сосредоточенной обмоткой и  $y = \frac{2}{3}\tau$

$$F_{vm} = \frac{1}{\sqrt{v}} F_{1m} = \frac{1}{\sqrt{v}} \left( \frac{3}{2} \frac{\sqrt{6}}{\pi} Iw \right). \quad (27a)$$

Используя (27), найдем также:

$$A_{vm} = F_{vm} \frac{\pi}{\tau_v} = 3 \frac{Iw \sqrt{2}}{\tau_1} k_{obv} = \frac{6 \sqrt{2} Iw k_{obv}}{\pi D}. \quad (28)$$

Из (26) видно, что гармоники порядка  $v=3k+1=1, 4, 7, 10, \dots$  и т. д. вращаются в прямом направлении, а гармоники порядка  $v=3k+2=2, 5, 8, 11, \dots$  — в обратном. Гармоники, кратные трем, в пространственной кривой н. с. при  $y=2/3\tau$  отсутствуют.

**Определение индукции в воздушном зазоре.** Индукция магнитного поля, созданного совместным действием всех трех фаз обмотки якоря

$$B(\alpha) = \mu_0 H(\alpha) = \mu_0 \frac{F_{pes}(\alpha, \beta)}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)]. \quad (29)$$

Подставив сюда значение  $F_{pes}(\alpha, \beta)$  из (21), найдем:

$$B(\alpha) = \frac{2}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} w \left[ i_a f_1(\alpha, \beta) + i_b f_1\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}, \beta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c f_1\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}, \beta + \frac{12\pi}{3}\right) \right], \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(\alpha, \beta) &= f(\alpha, \beta) [b + c \cos(\alpha - \beta)] = \\ &= [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)] \left[ -\frac{a_1}{2b} k_{ob1} \cos \beta + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{obv}}{v} \cos v\alpha \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

В развернутом виде (31) перепишется:

$$\begin{aligned} f_1(\alpha, \beta) &= b \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_{obv}}{v} \cos v\alpha - \\ &\quad - \frac{a_1^2}{4b} k_{ob1} [\cos \alpha + \cos(\alpha - 2\beta)] + \\ &\quad + \frac{a_1}{2} \frac{k_{ob2}}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{a_1}{2} \left[ k_{ob1} \cos(2\alpha - \beta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_{ob3}}{3} \cos(2\alpha + \beta) \right] + \frac{a_1}{2} \left[ \frac{k_{ob2}}{2} \cos(3\alpha - \beta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_{ob4}}{4} \cos(3\alpha + \beta) \right] + \dots \end{aligned} \quad (32)$$

В случае машины с сосредоточенной обмоткой в кривой  $B(\alpha)$  сохраняются все пространственные гармоники, в том числе и гармоники, кратные трем, хотя в этом случае в кривой н. с. гармоники порядка  $v=3k$  отсутствуют ( $k_{ob3k}=0$ ).

При симметричном питании обмотки якоря индукция в зазоре на основании (26) и (29)

$$\begin{aligned} B_{pes}^{(1)}(\alpha) &= \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} [b + a_1 \cos(\alpha - \beta)] F_{pes}^{(1)}(\alpha) = \\ &= \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} b F_{pes}^{(1)}(\alpha) + a_1 \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} \cos(\alpha - \beta) \times \\ &\quad \times \left[ F_0 \cos(\beta - \omega_1 t) + \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(v\alpha + c_v \omega_1 t) \right]. \end{aligned}$$

Это выражение можно представить в виде:

$$B_{pes}^{(1)}(\alpha) = B_I(\alpha) + B_{II}(\alpha) + B_{III}(\alpha), \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} B_I(\alpha) &= \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} [F_{2m} \cos(\alpha + \beta + \omega_1 t) + \\ &\quad + F_{1m} \cos(2\alpha - \beta - \omega_1 t) + F_{5m} \cos(4\alpha + \beta + \\ &\quad + \omega_1 t) + F_{4m} \cos(5\alpha - \beta - \omega_1 t) + \\ &\quad + F_{8m} \cos(7\alpha + \beta + \omega_1 t) + F_{7m} \cos(8\alpha - \beta - \\ &\quad - \omega_1 t) + F_{11m} \cos(10\alpha + \beta + \omega_1 t) + \\ &\quad + F_{10m} \cos(11\alpha - \beta - \omega_1 t) + \dots]; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} B_{II}(\alpha) &= \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} b \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq 3k}}^{\infty} F_{vm} \cos(v\alpha + c_v \omega_1 t) + \\ &\quad + \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} F_0 \cos(\alpha - \omega_1 t) + \\ &\quad + \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} F_0 \cos(\alpha - 2\beta + \omega_1 t); \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} B_{III}(\alpha) &= \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{cp}} [F_{2m} \cos(3\alpha - \beta + \omega_1 t) + \\ &\quad + F_{4m} \cos(3\alpha + \beta - \omega_1 t) + F_{5m} \cos(6\alpha - \beta + \\ &\quad + \omega_1 t) + F_{7m} \cos(6\alpha + \beta - \omega_1 t) \dots]. \end{aligned} \quad (36)$$

Первое слагаемое (33), т. е.  $B_I(\alpha)$ , содержит гармоники индукции в зазоре порядка  $v=3k+1$  и  $v=3k+2$ , имеющие некоторый сдвиг относительно соответствующих гармоник н. с. якоря.

Второе слагаемое содержит гармоники индукции, совпадающие с соответствующими волнами н. с. якоря (первое и второе слагаемые (35), а также первую гармонику, вращающуюся в направлении, противоположном направлению вращения основной волны н. с. якоря (третье слагаемое (35)).

Третье слагаемое содержит гармоники индукции порядка  $v=3k$ , хотя соответствующие гармоники н. с. якоря отсутствуют.

Как будет показано ниже, в создании вращающего момента участвует лишь составляющая индукции  $B_I(\alpha)$ .

**Электромагнитный вращающий момент двигателя при симметричном питании.** Известно, что среднее значение вращающего момента (среднее за период переменного тока) определяется как результат взаимодействия взаимно неподвижных в пространстве токовых слоев якоря и индукции в зазоре, имеющих один и тот же порядок  $v$  и вращающихся в одном и том же направлении с одинаковой скоростью.

Момент, обусловленный гармониками токов якоря и индукции порядка  $v$ , можно рассчитать по формуле:

$$M_v = \frac{\pi D^2 l}{4} B_{vm} A_{vm} \cos \varphi_v, \quad (37)$$

где  $A_{vm}$  и  $B_{vm}$  — амплитуды гармоник линейной нагрузки якоря и индукции  $v$ -го порядка;  $\varphi_v = L(\bar{B}_v, \bar{A}_v)$  — угол сдвига между пространственными волнами (амплитудами) индукции и линейной нагрузки.

Если амплитуду линейной нагрузки  $A_{vm}$  выразить через амплитуду н. с. якоря при концентричном роторе

$$A_{vm} = A_{vm} \frac{\tau_v}{\pi} = A_{vm} \frac{\tau_1}{\tau_v} = \frac{A_{vm} D}{2p_v}, \quad (38)$$

то (37) перепишется [Л. 7 и 8]:

$$M_s = \frac{\pi Dl}{2} p v B_{vm} F_{vm} \sin \theta_v, \quad (39)$$

где  $\theta_v = \frac{\pi}{2} + \varphi_v = L(\bar{F}_v, \bar{B}_v)$  — угол сдвига между пространственными волнами н. с. и индукции.

Знак  $M_s$  определяется значениями углов  $\varphi_v$  или  $\theta_v$ . Результирующий момент

$$M = \sum_v M_v = \frac{\pi}{2} Dl \sum_{v=1}^{\infty} v F_{vm} B_{vm} \sin \theta_v. \quad (40)$$

Результирующая н. с. якоря при симметричном питании и концентричном роторе определяется по (26а), а индукции в зазоре (с учетом эксцентриситета) — по (33).

Очевидно, составляющие индукции  $B(a)$ , прямо пропорциональные н. с. якоря, в создании момента не участвуют, так как в этом случае  $\theta_v = 0$  и  $M_v = 0$ .

Точно так же не создают момента и третья гармоники индукции  $B_{3m}(a)$ , так как соответствующие гармоники в кривой н. с. вообще отсутствуют.

Таким образом, в создании момента главным образом могут участвовать лишь составляющие  $B_1(a)$ .

Чтобы определить величину момента в установленном режиме, необходимо прежде найти закон изменения угла  $\beta$ , характеризующего положение точки минимального воздушного зазора на расточке якоря.

Условием создания момента, как отмечалось выше, является наличие взаимно неподвижных гармоник н. с. и индукции. Условия взаимной неподвижности гармоник н. с. и гармоник индукции, входящих в выражение  $B_1(a)$ , как это следует из (26) и (35), запишутся:

$$\left. \begin{aligned} (\alpha - \omega_1 t) - (\alpha + \beta + \omega_1 t) &= \text{const}; \\ (2\alpha + \omega_1 t) - (2\alpha - \beta - \omega_1 t) &= \text{const}; \\ (4\alpha - \omega_1 t) - (4\alpha + \beta + \omega_1 t) &= \text{const}; \\ (5\alpha + \omega_1 t) - (5\alpha - \beta - \omega_1 t) &= \text{const и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Отсюда находим:

$$\beta = -2\omega_1 t + \text{const} = -2\omega_1 t + \theta_0. \quad (42)$$

При таком законе изменения угла  $\beta$  первая гармоника индукции, входящая третьим слагаемым в (35), вращается в обратном направлении и не создает момента, так как эта волна индукции вращается по отношению к первой гармонике н. с. со скоростью  $6\omega_1$ :

$$\begin{aligned} (\alpha - \omega_1 t) - (\alpha - 2\beta + \omega_1 t) &= 2\beta - 2\omega_1 t = \\ &= -6\omega_1 t + 2\theta_0. \end{aligned}$$

Случай взаимной неподвижности первой гармоники н. с. якоря и первой гармоники индукции, входящей в виде третьего слагаемого в (35), является нереальным, физически нереализуемым, поскольку момент при этом оказывается ничтожно малым.

Таким образом, точка минимального зазора синхронно-реактивного двигателя с катящимся ротором вращается с двойной синхронной скоростью

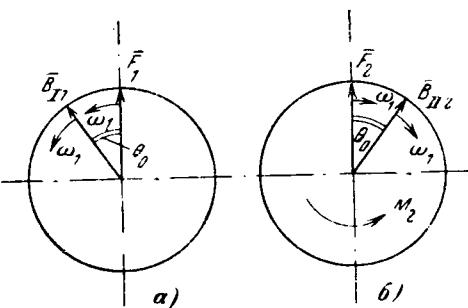


Рис. 3. Электромагнитные моменты, обусловленные первой и второй пространственными гармониками н. с. якоря и индукции в воздушном зазоре.

в отрицательном направлении, причем вращающий момент обусловливается взаимодействием индукции  $B_1(a)$  и результирующей н. с. якоря  $F_{res}(a)$ .

Подставив (42) в (34), найдем:

$$\begin{aligned} B_1(a) = \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{ep}} &[F_{2m} \cos(\alpha - \omega_1 t + \theta_0) + \\ &+ F_{1m} \cos(2\alpha + \omega_1 t - \theta_0) + F_{6m} \cos(4\alpha - \omega_1 t + \theta_0) + F_{4m} \cos(5\alpha + \omega_1 t - \theta_0) + F_{8m} \cos(7\alpha - \omega_1 t + \theta_0) + F_{7m} \cos(8\alpha + \omega_1 t - \theta_0) + F_{11m} \cos(10\alpha - \omega_1 t + \theta_0) + F_{10m} \cos(11\alpha + \omega_1 t - \theta_0) + \dots]. \end{aligned} \quad (43)$$

Из (26) и (43) видно, что пространственные гармоники (волны) индукции порядка  $v = 3k + 1 = 1, 4, 7, 10 \dots$  сдвинуты в пространстве по отношению к соответствующим волнам н. с. на угол  $\theta_0$  в положительном направлении и при  $\theta_0 > 0$  создают отрицательные моменты (рис. 3, а).

С другой стороны, волны индукции порядка  $v = 3k + 2 = 2, 5, 8, 11 \dots$  сдвинуты в пространстве по отношению к соответствующим волнам н. с. на угол  $\theta_0$  в отрицательном направлении и при  $\theta_0 > 0$  создают положительные моменты (рис. 3, б).

Согласно (40) находим:

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{\pi}{2} Dl F_{1m} B_{1m} \sin \theta_0 = \\ &= -\frac{\pi}{2} Dl \frac{a_1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_{ep}} F_{1m} F_{2m} \sin \theta_0; \\ M_2 &= 2 \frac{\pi}{2} Dl F_{2m} B_{12m} \sin \theta_0 = \\ &= 2 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} a_1 F_{1m} F_{2m} \sin \theta_0; \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (44)$$

$$M_4 = -4 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} a_1 F_{4m} F_{5m} \sin \theta_0;$$

$$M_5 = 5 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} a_1 F_{4m} F_{5m} \sin \theta_0;$$

$$M_7 = -7 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} a_1 F_{7m} F_{8m} \sin \theta_0;$$

$$M_8 = 8 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} a_1 F_{7m} F_{8m} \sin \theta_0 \text{ и т. д.} \quad \left. \right\} \quad (44)$$

Суммируя частные моменты, найдем:

$$M = a_1 \frac{\pi}{4} \frac{Dl \mu_0}{\delta_{ep}} \sin \theta_0 (F_{1m} F_{2m} + F_{4m} F_{5m} + F_{7m} F_{8m} + \dots). \quad (45)$$

В случае машины с сосредоточенной обмоткой согласно (27а) и (45) имеем:

$$\begin{aligned} M = a_1 \frac{\pi}{4} \frac{Dl\mu_0}{\delta_{ep}} F_{1m}^2 & \left[ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(3k+1)(3k+2)} + \dots \right] \sin \theta_0 \approx \\ \approx 0.6a_1 \frac{\pi}{4} \frac{Dl\mu_0}{\delta_{ep}} F_{1m}^2 \sin \theta_0 & = 0.645 \left[ \frac{\mu_0 Dl}{\delta_{ep}} \omega^2 \right] I^2 a_1 \sin \theta_0. \end{aligned} \quad (46)$$

Если в (44а) выразить:

$$F_{1m} = A_{1m} \frac{\tau_1}{\pi} = A_{1m} \frac{D}{2}; \quad F_{2m} = A_{2m} \frac{\tau_2}{\pi} = A_{2m} \frac{D}{4},$$

то получим:

$$M_1 = -\frac{\pi D^2 l}{32} \frac{\mu_0 a_1}{\delta_{ep}} A_{1m} A_{2m} \sin \theta_0. \quad (47)$$

Это выражение отличается от формулы для момента, приводимой в [Л. 6], только знаком.

В [Л. 6] вращающий момент определяется как результат взаимодействия тока якоря и волны индукции, обусловленной второй пространственной гармоникой линейной нагрузки, т. е. момент принимается равным  $M_1$ .

Из изложенного выше видно, что такое определение момента является неправильным. В действительности момент  $M_1$  действует не в положительном, а в отрицательном направлении и по величине на 20% меньше результирующего момента двигателя.

Как видно из (44), результирующий момент возникает в основном в результате взаимодействия токов якоря и второй пространственной гармоники индукции, обусловленной основной волной линейной нагрузки.

**Выводы.** 1. Вращающий момент синхронно-реактивного двигателя с катящимся ротором возникает в результате взаимодействия всех пространственных гармоник магнитного поля в зазоре с соответствующими гармониками н. с. якоря, кроме гармоник, кратных трем.

2. При симметричном питании обмотки якоря кривая н. с. не содержит гармоник, кратных трем,

а кривая индукции, благодаря эксцентрикситету ротора, содержит все гармоники, в том числе и кратные трем.

3. Можно показать, что при синусоидальной форме токов в фазах кривые потокосцеплений и э. д. с. в фазах содержат кроме основной гармоники также третью и пятую гармонические составляющие, пропорциональные относительному эксцентрикситету ротора и его квадрату соответственно.

В машине с укороченной на 1/3 обмоткой ( $y = \frac{2}{3} \tau$ ) в кривых фазных э. д. с. кроме основной гармоники содержится только 5-я гармоника.

4. Среднее (за период) значение вращающего момента синхронного реактивного двигателя может быть определено на основе закона электромагнитных сил (как результат взаимодействия токовых слоев ротора с соответствующими гармониками индукции в зазоре). При этом момент оказывается пропорциональным относительному эксцентрикситету ротора.

#### Литература

- Москвитин А. И., Электрические машины с катящимся ротором, «Электричество», 1947, № 3.
- Наний В. П., Электродвигатели с катящимся ротором повышенной частоты, Труды II Всесоюзной конференции по бесконтактным электрическим машинам, ч. I, ВНИИЭМ, 1966.
- Наний В. П. и Бессмертный Е. Ф., Число пазов статора с расщепленным магнитным потоком электродвигателя с катящимся ротором, «Электротехника», 1968, № 4.
- Бертинов А. И. и др., Электродвигатели с катящимся ротором, Труды Всесоюзной научно-технической конференции по бесконтактным электрическим машинам, Изд. АН Латв. ССР, 1963.
- Schön R., Electrische Wälzmaschinen. Electrotechnic und Maschinenbau, 1961, № 7.
- Варлей В. В., О принципе действия и использовании синхронно-реактивного электродвигателя с катящимся ротором, «Электротехника», 1968, № 4.
- Ковалч И. и Рац И., Переходные процессы в электрических машинах переменного тока, Госэнергоиздат, 1963.
- Уайт Д. и Вудсон Г., Электромеханическое преобразование энергии, изд-во «Энергия», 1964.

[7.4.1969]

УДК 621.3.066.2:621.376.5

## Исследование дискретных систем автоматического регулирования частоты вращения микродвигателей постоянного тока

И. В. БУЛИН-СОКОЛОВ и С. М. МИРОНОВ

Воронеж

В последнее время для регулирования частоты вращения микродвигателей постоянного тока с независимым возбуждением широкое распространение получили широтно-импульсные системы регулирования [Л. 1].

В качестве математической основы исследований применим аппарат дискретного преобразования Лапласа [Л. 2].

На рис. 1,а приведена структурная схема импульсных систем автоматического регулирования (САР) частоты вращения электродвигателей.

Регулирование скорости вращения электродвигателя происходит по цепи якоря изменением относительной продолжительности управляющих импульсов. Приведем все внешние воздействия, действующие на систему  $M_c(p)$ ,  $f_s(p)$ , к входу импульсного элемента и введем безразмерные величины:  $\bar{t} = \frac{t}{T}$  и  $q = pT$ , где  $T$  — период коммутации.

С учетом обозначений:

$$\beta_1 = \frac{T_s}{T_{\text{эм}}}; \quad \beta_2 = \frac{T}{T_{\text{чэ}}}$$

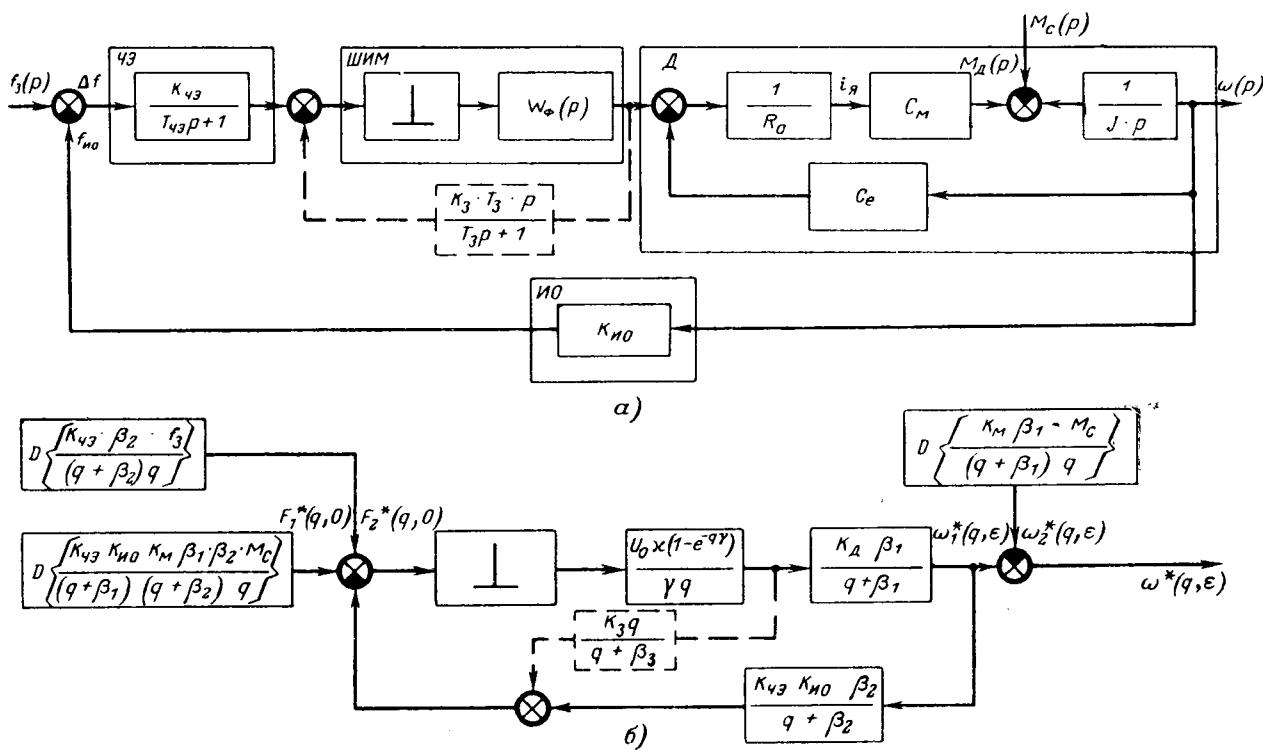


Рис. 1. Приведение структурной схемы импульсной САР скорости вращения микроэлектродвигателя постоянного тока к расчетному виду.

а — исходная структурная схема; б — приведенная структурная схема.

структурная схема примет вид, изображенный на рис. 1, б.

Эта схема справедлива при следующих допущениях.

1. Электромагнитными процессами в цепи якоря электродвигателя можно пренебречь.

2. При широтно-импульсной модуляции параметр передаточной функции формирующего элемента  $\gamma T$  зависит от величины входного сигнала импульсного элемента. Так как непрерывная часть САР является низкочастотным фильтром, то сигнал на выходе импульсного элемента следует рассматривать лишь в узкой полосе частот, ограниченной частотой  $\omega_{\text{ср}}$ . Тогда при достаточно малом  $\omega_{\text{ср}}$  и небольших изменениях входного сигнала импульсного элемента  $y_{\text{вх}}$ , что имеет место в рассматриваемых САР, разница между частотными характеристиками формирующего звена, соответствующими различным значениям  $y_{\text{вх}}$ , оказывается небольшой, что позволяет заменить все эти характеристики усредненной [Л. 3].

В этом случае передаточная функция формирующего элемента примет вид:

$$K_{\Phi}(q) = \frac{U_0 \times}{\gamma} \frac{1 - e^{-q\gamma}}{q}, \quad (1)$$

где  $\gamma$  — значение относительной продолжительности управляющих импульсов, соответствующее усредненному значению сигнала на выходе импульсного элемента;  $\chi = \frac{\gamma}{y_{\text{вх}}}$  — крутизна характеристики ШИМ;  $U_0$  — напряжение питания электродвигателя.

Используя аппарат дискретного преобразования Лапласа, получим передаточную функцию замкнутой импульсной системы:

при  $0 \leq \epsilon \leq \gamma$

$$\begin{aligned} K^*_3(q, \epsilon) &= \\ &= \frac{K_d U_0 \times (\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_1}) (e^q - e^{-\beta_2}) \times}{\gamma (\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_1}) (e^q - e^{-\beta_2}) + K_\Sigma [\beta_2 (e^q - e^{-\beta_2}) \times]} \\ &\times \left( 1 - \frac{1 - e^{-\beta_1(1-\epsilon)}}{e^q - e^{-\beta_1}} e^{-\beta_1 \epsilon} \right) \\ &\times \left[ (e^{-\beta_1(1-\epsilon)} - e^{-\beta_1}) - \beta_1 (e^q - e^{-\beta_1}) (e^{-\beta_2(1-\epsilon)} - e^{-\beta_2}) \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

при  $\gamma \leq \epsilon \leq 1$

$$\begin{aligned} K^*_3(q, \epsilon) &= \frac{-K_d U_0 \times (\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_2}) \times}{\gamma (\beta_2 - \beta_1) (1 - e^{-\beta_1}) (1 - e^{-\beta_2}) + K_\Sigma [\beta_2 (e^q - e^{-\beta_2}) \times]} \\ &\times \left( e^{-\beta_1(1-\epsilon)} - e^q \right) e^{-\beta_1(\epsilon-1)} \\ &\times \left[ (e^{-\beta_1(1-\epsilon)} - e^{-\beta_1}) - \beta_1 (e^q - e^{-\beta_1}) (e^{-\beta_2(1-\epsilon)} - e^{-\beta_2}) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\epsilon$  — параметр смещенной решетчатой функции;  $K_\Sigma = K_d K_{\Phi} U_0$  — приведенный коэффициент усиления разомкнутой системы, равный произведению коэффициента усиления разомкнутой системы ( $K_0$ ) на относительную продолжительность следования импульсов.

**Устойчивость САР.** Исследование устойчивости импульсной системы регулирования будем проводить используя алгебраический критерий устойчивости, являющийся аналогом критерия Рауса — Гурвица для систем непрерывного регулирования.

С учетом билинейного преобразования

$$e^q = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$$

характеристический многочлен замкнутой импульсной системы

$$G^*(e^q) = a_2 e^{2q} + a_1 e^q + a_0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} a_2 &= (\beta_2 - \beta_1) \gamma; \\ a_1 &= -\gamma (\beta_2 - \beta_1) (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2}) + \\ &+ K_\Sigma [\beta_1 e^{-\beta_2} (1 - e^{\beta_2 \gamma}) - \beta_2 e^{-\beta_1} (1 - e^{\beta_1 \gamma})]; \\ a_0 &= e^{-(\beta_1 + \beta_2)} \{ [(\beta_2 - \beta_1) (\gamma + K_\Sigma) + \\ &+ K_\Sigma [\beta_1 e^{-\beta_2} (1 - e^{\beta_2 \gamma}) - \beta_2 e^{-\beta_1} (1 - e^{\beta_1 \gamma})]] \}, \end{aligned}$$

может быть представлен в виде:

$$G^*(v) = b_2 v^2 + b_1 v + b_0. \quad (5)$$

Здесь

$$b_2 = a_2 + a_1 + a_0; \quad b_1 = a_2 - a_1 + a_0; \quad b_0 = a_2 - a_0.$$

Применяя критерий Гурвица к многочлену (5) и раскрывая значения коэффициентов характеристического многочлена (4), получим условия устойчивости импульсных систем рассматриваемой структуры:

$$\begin{aligned} K_{\Sigma_{\text{grp1}}} = K_{\Sigma_1} < \\ < \frac{(\psi - 1)(1 - e^{-\beta_1})(1 - e^{-\phi\beta_1})\gamma}{\psi e^{-\beta_1}(1 - e^{-\phi\beta_1})(1 - e^{\beta_1\gamma}) - e^{-\phi\beta_1}(1 - e^{-\beta_1})(1 - e^{\phi\beta_1\gamma})}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} K_{\Sigma_{\text{grp2}}} = K_{\Sigma_2} < \\ < \frac{(\psi - 1)(1 + e^{-\beta_1})(1 + e^{-\phi\beta_1})\gamma}{(1 + e^{-\beta_1})(1 - e^{\phi\beta_1\gamma})e^{-\phi\beta_1} - \psi(1 + e^{-\phi\beta_1})(1 - e^{\beta_1\gamma})e^{-\beta_1}}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} K_{\Sigma_{\text{grp3}}} = K_{\Sigma_3} < \\ < \frac{(\psi - 1)[1 - e^{-\beta_1(1+\phi)}]\gamma}{\psi e^{-\beta_1(1+\phi)}(1 - e^{\beta_1\gamma}) - e^{-\beta_1(1+\phi)}(1 - e^{\phi\beta_1\gamma})}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\psi = \frac{\beta_2}{\beta_1}$ .

Неравенство (6) выполняется при всех  $K_\Sigma > 0$ .

Границы устойчивости импульсных систем исследуемой структуры в плоскости параметров  $K_\Sigma, \psi$  при различных значениях  $\beta_1$  и  $\gamma$ , построенные по (7), (8), представлены на рис. 2. Области устойчивости лежат ниже соответствующих границ.

Анализ соотношений (7), (8) и рис. 2 позволяет сделать вывод: наиболее оптимальные значения параметров с точки зрения расширения границы устойчивости находятся в пределах:

$$\psi = \frac{T_{\text{эм}}}{T_{q\vartheta}} = 1 \div 5; \quad \gamma = 0, 1 \div 0,3.$$

Увеличение электромеханической постоянной времени электродвигателя оказывает гораздо большее влияние на расширение границы устойчивости, чем увеличение постоянной времени чувствительного элемента.

Для расширения границы устойчивости рекомендуется увеличивать частоту коммутации импульсного элемента  $\frac{1}{T}$ . Но увеличение  $\frac{1}{T}$  ограничено величиной

1—2 кГц из-за допустимых тепловых потерь в выходных каскадах транзисторного усилителя, рабо-

тающего в режиме ключа, а также компактности и простоты конструкции синхронного тахогенератора. Увеличение же  $T_{\text{эм}}$  приводит к снижению быстродействия системы.

Поэтому в тех случаях, когда изменением параметров настройки не удается обеспечить требуемый запас устойчивости и динамические свойства САР частоты вращения электродвигателя, необходимо осуществлять коррекцию системы путем изменения ее структуры.

Рекомендуется осуществлять параллельную коррекцию путем охвата усилителя с импульсным элементом отрицательной обратной связью с помощью  $RC$ -цепочки. Исходя из того, что для расширения границы устойчивости импульсной САР необходимо, чтобы действительная часть годографа частотной характеристики параллельной корректирующей цепи при воздействии на ее прямоугольных импульсов являлась на граничной частоте положительной величиной, была выбрана корректирующая  $RC$ -цепочка с передаточной функцией в безразмерной форме:

$$K_{OC}(q) = \frac{K_{\text{oc}} q}{q + \beta_3}, \quad (9)$$

$$\text{где } \beta_3 = \frac{T}{T_{\text{oc}}}.$$

Структурная схема исследуемой импульсной системы с коррекцией имеет вид, приведенный на рис. 1, где включение корректирующего звена показано пунктирными линиями.

Передаточная функция приведенной непрерывной части имеет вид:

$$\begin{aligned} K_{\text{K}}(q) &= \frac{(1 - e^{-\gamma q})}{\gamma q} \times \\ &\times \left[ \frac{K_\Sigma (q + \beta_2) \beta_1 \beta_2 + U_0 \times K_\Sigma (q + \beta_1) (q + \beta_2) q}{(q + \beta_1) (q + \beta_2) (q + \beta_3)} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда передаточная функция замкнутой скорректированной импульсной системы определится по выражениям: при  $0 \leq \epsilon \leq \gamma$

$$\begin{aligned} K_{\text{K}}(q) &= \frac{K_{\text{K}} U_0 \times \left( 1 - \frac{e^q - e^{-\beta_1(1-\gamma)}}{e^q - e^{-\beta_1}} e^{-\beta_1 \epsilon} \right)}{-K_\Sigma \beta_2 (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_1}} + \frac{K_\Sigma \beta_1 (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_2}}{(\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_1})} + \\ &+ \frac{K_{\text{K}} U_0 \times (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_2 \epsilon}}{(e^q - e^{-\beta_2})} + \gamma; \end{aligned} \quad (11)$$

при  $\gamma \leq \epsilon \leq 1$

$$\begin{aligned} K_{\text{K}}^*(q, \epsilon) &= \\ &- K_{\text{K}} U_0 \times \frac{e^q (e^{-\beta_2 \gamma} - 1)}{e^q - e^{-\beta_2}} e^{-\beta_2 (\epsilon - \gamma)} \\ &= \frac{-K_\Sigma \beta_2 (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_1}}{(\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_1})} + \frac{K_\Sigma \beta_1 (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_2}}{(\beta_2 - \beta_1) (e^q - e^{-\beta_2})} + \\ &+ \frac{K_{\text{K}} U_0 \times (1 - e^{\beta_2 \gamma}) e^{-\beta_2 \epsilon}}{(e^q - e^{-\beta_2})} + \gamma. \end{aligned} \quad (12)$$

При выводе (11) и (12) учитывалось, что в данном случае импульсная функция непрерывной части при  $\epsilon = 0$  претерпевает скачок, т. е.

$$K_{\text{K}}(0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} q K_{\text{K}}(q) \neq 0,$$

а следовательно,

$$K_{\text{вк}}^*(q, +0) \neq K_{\text{вк}}^*(q, -0). \quad (13)$$

Наличие неучитываемых малых параметров приводит к тому, что импульсный элемент фиксирует левое значение величины входного сигнала. Поэтому определение передаточной функции замкнутой импульсной системы с коррекцией проводилось с учетом выражения:

$$K_{\text{вк}}^* = \frac{K_{\text{вк}}^*(q, \epsilon)}{1 + K_{\text{вк}}^*(q, -0)}, \quad (14)$$

где

$$K_{\text{вк}}^*(q, -0) = e^{-q} K_{\text{вк}}^*(q, 1).$$

Характеристический многочлен скорректированной замкнутой системы приведем к виду

$$G_{\text{вк}}^*(q) = a'_3 e^{3q} + a'_2 e^{2q} + a'_1 e^{q} + a'_0, \quad (15)$$

где значения коэффициентов определяются из (11):

$$\begin{aligned} a'_3 &= (\beta_2 - \beta_1) \gamma; \\ a'_2 &= -\gamma (\beta_2 - \beta_1) (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2} + e^{-\beta_3}) + \\ &\quad + K_{\Sigma} U_0 \kappa (\beta_2 - \beta_1) (1 - e^{\beta_1 T}) e^{-\beta_3} + \\ &\quad + K_{\Sigma} [\beta_2 (e^{\beta_1 T} - 1) e^{-\beta_1} + \beta_1 (1 - e^{\beta_1 T}) e^{-\beta_3}]; \quad (16) \\ a'_1 &= (\beta_2 - \beta_1) [e^{-(\beta_1 + \beta_2)} + e^{-(\beta_1 + \beta_3)} + e^{-(\beta_2 + \beta_3)}] \gamma - \\ &\quad - U_0 \kappa K_3 (\beta_2 - \beta_1) (1 - e^{\beta_1 T}) (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_3}) e^{-\beta_3} - \\ &\quad - K_{\Sigma} [\beta_2 (e^{\beta_1 T} - 1) e^{-\beta_1} (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_3}) + \beta_1 (1 - \\ &\quad - e^{\beta_1 T}) e^{-\beta_1} (e^{-\beta_1} + e^{-\beta_3})]; \\ a'_0 &= e^{-(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)} [K_{\Sigma} \beta_2 (e^{\beta_1 T} - 1) - (\beta_2 - \beta_1) \gamma + \\ &\quad + K_{\Sigma} \beta_1 (1 - e^{\beta_1 T}) + (1 - e^{\beta_1 T}) (\beta_2 - \beta_1) U_0 \kappa K_3]. \end{aligned}$$

Можно показать, что для выполнения условия устойчивости скорректированной импульсной системы, характеристический многочлен которой соответствует (13), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства Гурвица:

$$\left. \begin{aligned} a'_3 + a'_2 + a'_1 + a'_0 &> 0; \\ a'_3 - a'_2 + a'_1 - a'_0 &> 0; \\ a'_3 (a'_3 - a'_1) - a'_0 (a'_0 - a'_2) &> 0; \\ 3(a'_3 + a'_0) - a'_2 - a'_1 &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Если раскрыть значения коэффициентов характеристического уравнения, то граница устойчивости импульсных систем с коррекцией будет определяться наиболее жестким из полученных неравенств.

Анализ этих соотношений показал, что характер зависимости  $K_{\Sigma \text{гр}}$  от параметров скорректированной импульсной системы зависит от соотношения  $U_0 \kappa K_3$  и  $\beta_3$  с остальными параметрами. Для любых  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma$  и  $U_0 \kappa$  существуют такие значения параметров корректирующего звена ( $K_3$ ,  $\beta_3$ ), при которых граница устойчивости скорректированной системы расширяется на максимальную величину по сравнению с системой без коррекции.

На рис. 2 приведены зависимости граничного коэффициента усиления скорректированной импульсной системы от ее параметров, соответствующие тем значениям  $\beta_3$  и  $A = K_3 \kappa U_0$ , которые при соответствующих значениях параметров  $\beta_1$ ,  $\psi =$



Рис. 2. Зависимости границ устойчивости импульсной системы от ее параметров.

— — — γ=0,2; — — γ=0,5; — · — γ=0,8; x — система с коррекцией; O — данные эксперимента.

Переходя от изображений непрерывных функций к изображениям соответствующих им безразмерных решетчатых функций, получим:

$$\begin{aligned} F_{\text{вк}}^*(q, 0) &= D \left\{ \frac{K_M K_{\text{вк}} K_{\Delta M} \beta_1 \beta_2}{(q + \beta_1)(q + \beta_2)q} \Delta M \right\} = \\ &= K_M K_{\text{вк}} K_{\Delta M} \left[ \frac{e^q}{e^q - 1} - \frac{\beta_2 e^q}{(\beta_2 - \beta_1)(e^q - e^{-\beta_1})} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_1 e^q}{(\beta_2 - \beta_1)(e^q - e^{-\beta_2})} \right] \Delta M; \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{\text{вк}}^*(q, \epsilon) &= D \left\{ \frac{K_M \beta_1 \Delta M}{(q + \beta_1)q} \right\} = \\ &= K_M \left( \frac{e^q}{e^q - 1} - \frac{e^q}{e^q - e^{-\beta_1}} \right) \Delta M. \quad (21) \end{aligned}$$

С учетом (20) и (21) выражение для установившейся ошибки импульсной системы в квазиустановившемся режиме примет вид:

$$\Delta \omega_{\text{уст}} = [K_{\Delta M} K_{\text{вк}} K_{\text{вк}}^*(0, \epsilon) - 1] K_M \Delta M. \quad (22)$$

Подставляя в (22) значение  $K_{\text{вк}}^*(0, \epsilon)$  при  $\epsilon = 0$ , получим:

$$\begin{aligned} \Delta \omega_{\text{уст}} &= \frac{K_{\Sigma} \beta_1 [(1 - e^{-\beta_1})(e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_2}) -]}{\gamma (\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_1})(1 - e^{-\beta_2}) +} \\ &\quad - \frac{-(1 - e^{-\beta_2})(e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_1})] -}{+ K_{\Sigma} [\beta_2 (1 - e^{-\beta_2})(e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_1}) -]} \\ &\quad - \frac{-\gamma (\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_1})(1 - e^{-\beta_2})}{- \beta_1 (1 - e^{-\beta_1})(e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_2})] K_M \Delta M. \quad (23) \end{aligned}$$

Зависимости установившейся ошибки импульсных систем рассматриваемой структуры от  $K_{\Sigma}$  и  $\psi = \frac{\beta_2}{\beta_1}$  при различных значениях  $\gamma$  представлены на рис. 3. Зависимости  $\Delta \omega_{\text{уст}} = f(K_{\Sigma})$  имеют смысл лишь до  $K'_{\Sigma} = 0,95 K_{\Sigma \text{гр}}$ , так как при  $K_{\Sigma} > K'_{\Sigma}$  система либо неустойчива, либо не обладает необходимым запасом устойчивости по модулю и фазе. Из анализа

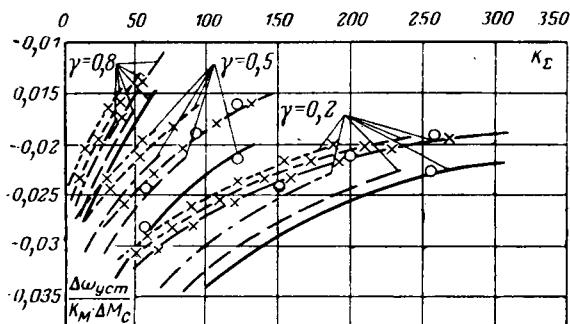


Рис. 3. Зависимости установившейся ошибки импульсной САР от ее параметров ( $\beta_1=0,05$ ,  $A=5$ ).

—  $\psi=2$ ; — · · ·  $\psi=5$ ; — · · · ·  $\psi=10$ ;  $\times$  — система с коррекцией;  $O$  — данные эксперимента.

зависимостей  $\Delta\omega_{уст} = f(K_\Sigma)$  можно сделать вывод, что наиболее оптимальными с точки зрения минимума  $\Delta\omega_{уст}$  являются значения параметров:

$$\gamma = 0,7 \div 0,9; \quad \phi = \frac{T_{эм}}{T_{чэ}} = 1 \div 2.$$

Причем при уменьшении  $\gamma$  и  $\phi$  зависимость  $\Delta\omega_{уст} = f(K_\Sigma)$  становится более жесткой.

В диапазоне практически возможных значений  $\gamma$  и  $\phi$  изменение  $\gamma$  оказывает гораздо большее влияние на установившуюся ошибку, чем изменение  $\phi = \frac{T_{эм}}{T_{чэ}}$ .

Анализ соотношения (23) показывает, что уменьшение  $\beta_1 = \frac{T}{T_{эм}}$  приводит к снижению ошибки.

Аналогично (23) выражение для установившейся ошибки скорректированной импульсной системы имеет вид:

$$\Delta\omega_{уст} = [K_{и0} K_{чэ} K_{в.к}^*(0, 0) - 1] K_M \Delta M. \quad (24)$$

С учетом (11) получим:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{уст} &= \\ &= \frac{(e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_1}) K_\Sigma}{1 - e^{-\beta_1}} \\ &= \frac{-K_\Sigma \beta_2 (1 - e^{-\beta_1}) e^{-\beta_1}}{(\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_1})} + \frac{K_\Sigma \beta_1 (1 - e^{-\beta_2}) e^{-\beta_2}}{(\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_2})} + \\ &\quad \left. \left. + \frac{U_0 \kappa K_3 (1 - e^{-\beta_3}) e^{-\beta_3}}{1 - e^{-\beta_3}} + \gamma \right\} K_M \Delta M. \right. \end{aligned} \quad (25)$$

Из (25) видно, что величина параметра корректирующего звена  $\beta_3 = \frac{T}{T_{oc}}$  не влияет на установившуюся ошибку. Увеличение значения  $A = U_0 \kappa K_3$  при  $K_\Sigma = \text{const}$  может существенно уменьшить установившуюся ошибку системы.

На рис. 3 приведены зависимости  $\Delta\omega_{уст} = f(K_\Sigma)$  скорректированной системы при различных  $\psi$  и  $\gamma$ , соответствующие значениям  $A = U_0 \kappa K_3$ , при которых ошибка существенно уменьшается.

Пульсация частоты вращения электродвигателя в квазиустановившемся режиме. Поскольку напряжение питания электродвигателя имеет импульсный характер, частота вращения двигателя в ква-

зиустановившемся режиме изменяется в течение периода коммутации.

Так как равномерность частоты вращения при импульсном питании электродвигателя является важным показателем качества рассматриваемого типа систем, представляет интерес определить выражение для пульсации частоты вращения в квазиустановившемся режиме и проследить влияние параметров САР на ее величину.

Величину пульсации частоты вращения будем оценивать величиной

$$\delta = \frac{\omega_{n \max} - \omega_{n \min}}{\omega_{n \text{ср}}}, \quad (26)$$

где  $\omega_{n \max}$ ,  $\omega_{n \min}$  — значения номинальной установившейся частоты вращения, соответствующие максимуму и минимуму ее размаха.

Так как объект регулирования представляет собой звено первого порядка, очевидно, что свое максимальное значение частота вращения достигает при  $\epsilon = \gamma$ , а минимальное — при  $\epsilon = 0$ .

Значению номинальной установившейся частоты вращения, определяемому как среднее за период коммутации,  $\omega_{n \text{ср}}$  соответствует выражение:

$$\begin{aligned} \omega_{n \text{ср}} &= \int_0^1 \omega_{n \text{уст}} [\epsilon] d\epsilon = \\ &= \int_0^1 \omega_{n \text{уст}} [\epsilon] d\epsilon + \int_1^1 \omega_{n \text{уст}} [\epsilon] d\epsilon. \end{aligned}$$

Значение  $\omega_{n \text{уст}}$  определяется при том значении момента нагрузки на валу электродвигателя, относительно которого происходит стабилизация. Будем оценивать точность стабилизации относительно частоты вращения электродвигателя при номинальном моменте  $M = M_n$ .

Тогда, используя уравнение импульсной системы относительно изображений (см. рис. 1, б), выражение для установившейся номинальной частоты вращения можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \omega_{n \text{уст}} [\epsilon] &= \lim_{T \rightarrow 0} (e^q - 1) [F_1^*(q, 0) + \\ &+ F_2^*(q, 0)] K_3^*(q, \epsilon) - \omega_{2 \text{уст}}^*(q, \epsilon)]. \end{aligned}$$

Раскрывая  $F_1^*(q, 0)$  и  $F_2^*(q, 0)$  аналогично (20) и подставляя из (2) значения  $K_3^*(q, \epsilon)$  для различных интервалов изменения  $\epsilon$ , после простейших преобразований выражение (26) получим в виде:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{(\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_2})(1 - e^{-\beta_1}) (1 - e^{-\beta_1(1-\gamma)}) K_\Sigma \times}{(\beta_2 - \beta_1)(1 - e^{-\beta_1})(1 - e^{-\beta_2})} \left[ \left( K_\Sigma \frac{f_3}{K_{и0}} + K_M M_n \right) - \right. \\ &\quad \left. \times \left( \frac{f_3}{K_{и0}} + K_M M_n \right) \right] \left. \left. + [\beta_1(1 - e^{-\beta_1}) (e^{-\beta_2(1-\gamma)} - e^{-\beta_2}) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \beta_2(1 - e^{-\beta_2}) (e^{-\beta_1(1-\gamma)} - e^{-\beta_1})] K_\Sigma K_M M_n. \right. \right. \end{aligned} \quad (27)$$

Анализ выражения (27) показывает, что с возрастанием относительной продолжительности управляющих импульсов  $\gamma$  величина пульсаций  $\delta$  сначала растет, достигая максимального значения при  $\gamma = 0,5$ , а затем снова уменьшается. Параметры  $K_\Sigma$  и  $\frac{\beta_2}{\beta_1}$  оказывают

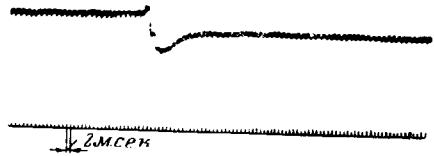


Рис. 4. Осциллограмма переходного процесса скорости вращения электродвигателя при наборе нагрузки.

очень маленькое влияние на величину  $\delta$ . С уменьшением  $\beta_1 = \frac{T}{T_{\text{ЭМ}}}$  пульсации уменьшаются, причем при  $T_{\text{ЭМ}}$ , изменяющихся в диапазоне 0,01 — 0,05 сек, пульсации особенно резко возрастают в диапазоне частот менее 300—400 гц, поэтому в этом случае целесообразно с точки зрения равномерности частоты вращения выбирать частоту коммутации не менее 500 гц.

**Переходные процессы.** Для определения переходных процессов в импульсных системах, рассматриваемой структуры, представим  $K^*(q, \varepsilon)$  в виде:

$$\begin{aligned} K^*(q, \varepsilon) &= \frac{b_2(\varepsilon)e^{2q} + b_1(\varepsilon)e^q + b_0(\varepsilon)}{a_2e^{2q} + a_1e^q + a_0} = \\ &= \frac{b_2(\varepsilon) + b_1(\varepsilon)e^{-q} + b_0(\varepsilon)e^{-2q}}{a_2 + a_1e^{-q} + a_0e^{-2q}}. \end{aligned} \quad (28)$$

Тогда выражение (18) с учетом (28) примет вид:  $\omega^*(q, \varepsilon)(a_2 + a_1e^{-q} + a_0e^{-2q}) = [b_2(\varepsilon) + b_1(\varepsilon)e^{-q} + b_0(\varepsilon)e^{-2q}]F^*_1(q, 0) - \omega^*_2(q, \varepsilon)(a_2 + a_1e^{-q} + a_0e^{-2q})$ , где  $\omega^*_2(q, \varepsilon)$  и  $F^*_1(q, 0)$  определяются выражениями (20) и (21).

Переходя в (29) от изображений к оригиналам и используя теорему сдвига дискретного преобразования Лапласа, получим рекуррентную формулу, определяющую переходный процесс в импульсных САР рассматриваемой структуры при воздействии скачка момента нагрузки:

$$\begin{aligned} \omega[n, \varepsilon]a_2 + \omega[n-1, \varepsilon]a_1 + \omega[n-2, \varepsilon]a_0 &= \\ &= b_2(\varepsilon)f_1[n, 0] + b_1(\varepsilon)f_1[n-1, 0] + \\ &+ b_0(\varepsilon)f_1[n-2, 0] - a_2\omega_2[n, \varepsilon] - \\ &- a_1\omega_2[n-1, \varepsilon] - a_0\omega_2[n-2, \varepsilon], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} f_1[n, 0] &= D^{-1} \left\{ \Delta M K_M K_{\text{ЧЭ}} K_{\text{И0}} \left[ \frac{e^q}{e^q - 1} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\beta_2 e^q}{(\beta_2 - \beta_1)(e^q - e^{-\beta_1})} + \frac{\beta_1 e^q}{(\beta_2 - \beta_1)(e^q - e^{-\beta_2})} \right] \right\} = \\ &= \Delta M K_M K_{\text{ЧЭ}} K_{\text{И0}} \left[ 1 - \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} e^{-\beta_1 n} + \frac{\beta_1}{\beta_2 - \beta_1} e^{-\beta_2 n} \right]; \\ \omega_2[n, \varepsilon] &= D^{-1} \left\{ \Delta M K_M \left( \frac{e^q}{e^q - 1} - \frac{e^q}{e^q - e^{-\beta_1}} \right) \right\} = \\ &= K_M (1 - e^{-\beta_1[n+\varepsilon]}). \end{aligned} \quad (30)$$

Формула (30) позволяет анализировать переходные процессы в импульсной системе, не зная корней характеристического уравнения замкнутой импульсной системы.

Время переходного процесса в импульсной САР можно оценивать по изменению огибающих, соответствующих максимальному и минимальному значению процесса. Качественный вид кривой пере-

ходного процесса частоты вращения электродвигателя при наборе нагрузки приведен на рис. 4.

Будем рассматривать огибающую при  $\varepsilon=0$ , соответствующую минимуму частоты вращения. Тогда выражение (30) примет вид:

$$\begin{aligned} \omega[n, 0] &= \\ &= \frac{b_2(0)f_1[n, 0] + b_1(0)f_1[n-1, 0] + b_0(0)f_1[n-2, 0]}{a_2} - \\ &- \frac{a_2\omega_2[n, \varepsilon] - a_1\omega_2[n-1, \varepsilon] - a_0\omega_2[n-2, \varepsilon]}{a_2} - \\ &- \frac{a_1\omega[n-1, 0] - a_0\omega[n-2, 0]}{a_2}, \end{aligned}$$

где значения коэффициентов  $b_2(0); b_1(0); b_0(0)$  определяются из выражения для  $K^*_3(q, \varepsilon)$  при  $\varepsilon=0$ :

$$\begin{aligned} b_2(0) &= 0; \\ b_1(0) &= U_0 \kappa K_D (\beta_2 - \beta_1) (e^{\beta_1 \gamma} - 1) e^{-\beta_1}; \\ b_0(0) &= -U_0 \kappa K_D (\beta_2 - \beta_1) (e^{\beta_1 \gamma} - 1) e^{-(\beta_1 + \beta_2)}. \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a_2, a_1$  и  $a_0$  определяются выражением (4).

Аналогично для скорректированной импульсной системы имеем:

$$\begin{aligned} \omega_K[n, 0] &= \\ &= \frac{b'_3(0)f_1[n, 0] + b'_2(0)f_1[n-1, 0] + b'_1(0)f_1[n-2, 0]}{a'_3} + \\ &+ \frac{b'_0(0)f_1[n-3, 0] - a'_3\omega_2[n, 0] - a'_2\omega_2[n-1, 0]}{a'_3} - \\ &- \frac{a'_1\omega_2[n-2, 0] - a'_0\omega_2[n-3, 0] - a'_2\omega[n-1, 0]}{a'_3} - \\ &- \frac{-a'_1\omega[n-2, 0] - a'_0\omega[n-3, 0]}{a'_3}, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} b'_3(0) &= 0; \\ b'_2(0) &= U_0 \kappa K_D (\beta_2 - \beta_1) (e^{\beta_1 \gamma} - 1) e^{-\beta_1}; \\ b'_1(0) &= -U_0 \kappa K_D (\beta_2 - \beta_1) (e^{\beta_1 \gamma} - 1) e^{-\beta_1} (e^{-\beta_2} + e^{-\beta_3}); \\ b'_0(0) &= U_0 \kappa K_D (\beta_2 - \beta_1) (e^{\beta_1 \gamma} - 1) e^{-(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)}. \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a'_3, a'_2, a'_1$  и  $a'_0$  определяются по (16).

На рис. 5 приведены зависимости относительного времени переходного процесса  $n = \frac{t_p}{T}$  от  $K_\Sigma$  при различных значениях  $\gamma$  и  $\psi = \frac{T_{\text{ЭМ}}}{T_{\text{ЧЭ}}}$ .

Из рис. 5 следует, что уменьшение приведенного коэффициента усиления разомкнутой импульсной си-

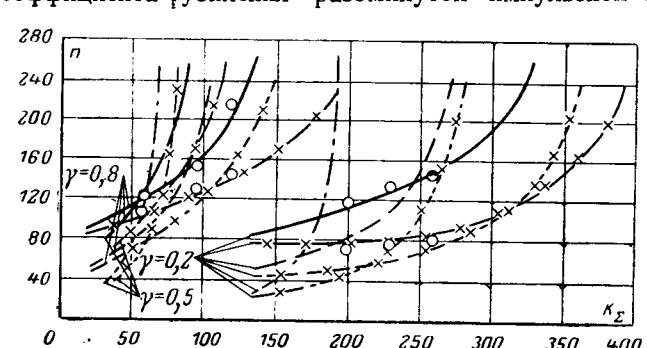


Рис. 5. Зависимости относительного времени переходного процесса в импульсной САР от ее параметров ( $\beta_1=0,05$ ;  $\beta_3=1$ ;  $A=0,5$ ).

Обозначения те же, что и на рис. 3.

# Анализ нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами на основе асимптотических оценок

Доктор техн. наук Д. В. ВАСИЛЬЕВ, инженеры Ю. Я. ЗУБАРЕВ, М. И. МЕЛЬЦЕР и О. Ю. САБИНИН  
Ленинград

**Постановка задачи.** Разработка высокоеффективных универсальных машинных методов решения задач анализа качества сложных систем автоматического управления представляет собой весьма актуальную задачу.

Одним из возможных подходов к этой проблеме является создание таких способов применения универсальных ЦВМ, которые основаны на рациональном сочетании внутри единого вычислительного процесса аналитических методов, достаточно быстро дающих асимптотические оценки исключимых показателей качества, и метода статистических испытаний, позволяющего получить результат с требуемой точностью. Этот способ позволяет уменьшить затраты машинного времени.

Эффективность такого приема зависит от того, насколько аналитический метод требует меньших затрат машинного времени по сравнению с методом Монте-Карло, какова степень приближения этих асимптотических оценок и насколько просто они могут быть использованы для сокращения числа статистических испытаний.

**Формализация процесса определения асимптотических оценок показателей качества.** Рассмотрим непрерывную систему автоматического управления, ко входам которой приложены случайные эргодические независимые воздействия  $x_k(t)$  ( $k=1, 2, \dots, Q$ ). Не накладывая ограничений на структуру и порядок САУ, допустим, что система включает в себя один нелинейный элемент, а ее параметры  $(q_1, \dots, q_e) = q$  являются случайными величинами с совместной плотностью вероятности  $f(x)$ , определенной на множестве  $\Omega$ . Кроме того, будем полагать, что значения этих параметров остаются постоянными на исследуемых этапах функционирования системы. Одним из наиболее важных качественных показателей рассматриваемых систем

системы приводит к уменьшению времени переходного процесса. С увеличением  $\phi$  и  $\gamma$  при  $\frac{K_\Sigma}{K_{\Sigma_{\text{гр}}}} = \text{const}$  быстродействие улучшается.

Наиболее оптимальными с точки зрения улучшения быстродействия импульсных систем рассматриваемой структуры являются следующие значения параметров:

$$K_\Sigma \approx (0,2 \div 0,6) K_{\Sigma_{\text{гр}}}; \\ \psi = \frac{T_{\text{эм}}}{T_{\text{чэ}}} = 5 \div 15; \quad \gamma = 0,1 \div 0,3.$$

Анализ выражения (31) показывает, что для любого сочетания параметров скорректированной системы существуют такие значения параметров  $\beta_3$  и  $A = K_3 U_0$ , при которых быстродействие сущес-

твует их точность, которая может быть оценена статистическими характеристиками одной из обобщенных координат системы, а именно, ее математическим ожиданием и дисперсией. Для асимптотической оценки точности САУ с помощью ЦВМ при фиксированных значениях параметров  $q$  воспользуемся методом статистической линеаризации [Л. 1]. Принимая необходимые допущения [Л. 1], можно выражения для статистических характеристик сигналов на входе и выходе нелинейного элемента представить следующим образом:

$$M[y_{\text{вх}}] = \frac{M[x_{\text{пр}}]}{1 + k_0 \{M[x_{\text{вх}}], \sigma[x_{\text{вх}}]\} W_{\text{пр}}(0)}; \quad (1)$$

$$M[y_{\text{вых}}] = M[y_{\text{вх}}] k_0 \{M[y_{\text{вх}}], \sigma[y_{\text{вх}}]\}; \quad (2)$$

$$\sigma^2[y_{\text{вх}}] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s_{\text{пр}}(\omega) d\omega}{|1 + k_1 \{M[y_{\text{вх}}], \sigma[y_{\text{вх}}]\} W_{\text{пр}}(j\omega)|^2}; \quad (3)$$

$$\sigma^2[y_{\text{вых}}] = k_1^2 \{M[y_{\text{вх}}], \sigma[y_{\text{вх}}]\} \sigma^2[y_{\text{вх}}], \quad (4)$$

где

$$s_{\text{пр}}(\omega) = \sum_{k=1}^Q s_k(\omega) |W_k(j\omega)|^2;$$

$$M[x_{\text{пр}}] = \sum_{k=1}^Q M[x_k] W_k(0);$$

$$k_0 \{M[x_{\text{вх}}], \sigma[x_{\text{вх}}]\}; \quad k_1 \{M[y_{\text{вх}}], \sigma[y_{\text{вх}}]\} —$$

коэффициенты статистической линеаризации исследуемого нелинейного элемента по математическому ожиданию и среднеквадратичному отклонению;  $W_k(j\omega)$  и  $W_k(0)$  — передаточные функции системы относительно входа нелинейного элемента и входа  $k$  системы, взятые при чисто мнимом и нулевом значениях аргумента;  $W_{\text{пр}}(j\omega)$  — передаточная

венно улучшается. В диапазоне изменения  $\beta_3 = -0,1 \div 1$  и  $A = 0,5 \div 5$ , что обычно имеет место на практике, с ростом  $\beta_3$  и уменьшением  $A$  быстродействие системы увеличивается. На рис. 5 приведена зависимость  $\frac{t_p}{T} = f(K_\Sigma)$  для скорректированной импульсной системы при тех значениях  $\beta_3$  и  $A$ , которые наиболее существенно улучшают быстродействие при соответствующих значениях параметров  $\beta$ ,  $\psi$  и  $\gamma$ .

## Литература

- Микроэлектродвигатели для систем автоматики, технический справочник под редакцией Э. А. Лодочникова и Ф. М. Юферова, изд-во «Энергия», 1969.
- Цыпкин Я. З., Теория линейных импульсных систем, Физматгиз, 1963.
- Ротач В. Я., Импульсные системы автоматического регулирования, изд-во «Энергия», 1964.

[26.3.1970]



функция системы относительно входа  $y_{вх}$  и выхода  $y_{вых}$  нелинейного элемента;  $s_k(\omega)$  и  $M[x_k]$  — спектральная плотность и математическое ожидание  $k$ -го воздействия;  $s_{пр}(\omega)$  и  $M[x_{пр}]$  — приведенные спектральная плотность и математическое ожидание входных воздействий системы.

Значения коэффициентов линеаризации зависят от значений случайных параметров.

Соответственно условные математические ожидания и дисперсии обобщенной координаты  $v$  в линеаризованной системе:

$$M[v/q] = \sum_{k=1}^Q M[x_k] W_k(0); \quad (5)$$

$$\sigma^2[v/q] = \sum_{k=1}^Q \int_{-\infty}^{\infty} s_k(\omega) |W_{vk}(j\omega)|^2 d\omega, \quad (6)$$

где  $W_{vk}(j\omega)$  — передаточная функция линеаризованной системы относительно выхода  $v$  и входа  $k$  при фиксированных значениях вектора  $q$ .

Для проектирования САУ рассматриваемого класса часто оказывается полезно знать также частотные характеристики линеаризованной системы, что упрощает процесс ее синтеза.

Известно, что любая функция мнимого аргумента может быть представлена в виде

$$\Phi(j\omega) = \frac{C(\omega) + jD(\omega)}{E(\omega) + jF(\omega)}, \quad (7)$$

где  $C(\omega)$ ,  $D(\omega)$ ,  $E(\omega)$ ,  $F(\omega)$  — вещественные функции действительного аргумента.

Соответственно

$$|\Phi(j\omega)|^2 = \frac{C^2(\omega) + D^2(\omega)}{E^2(\omega) + F^2(\omega)}; \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi(\omega) = \frac{D(\omega)E(\omega) - C(\omega)F(\omega)}{C(\omega)E(\omega) + D(\omega)F(\omega)}. \quad (9)$$

Такое представление позволяет определять искомые показатели качества системы соответствующими преобразованиями только над действительными функциями вещественного аргумента.

**Описание алгоритмов.** Алгоритмы, построенные на основе приведенных выражений, с точки зрения их эффективного использования для анализа исследуемой системы должны удовлетворять ряду требований. Основными из них являются: независимость машинного алгоритма от структуры системы; значения ее параметров и вида входных воздействий; возможность простого задания исходных данных без их предварительного преобразования; сравнительно небольшая затрата машинного времени.

Как видно из (1) — (8), для вычисления коэффициентов линеаризации необходимо определить соответствующие передаточные функции системы при чисто мнимых значениях аргумента, представить подынтегральное выражение (3) в виде (7) и решить систему уравнений (1) — (4) методом последовательных приближений.

Аналогичным образом в соответствии с (5), (6), (8) и (9) определяются значения рассматриваемых показателей и характеристик САУ.

Учитывая, что на структуру и порядок системы не накладывается никаких ограничений, наиболее сложно обеспечить универсальность и стандарт-

ность подалгоритма при определении с помощью машины передаточных функций, входящих в рассматриваемые выражения, по передаточным функциям исходных звеньев системы.

В связи с этим разработанный подалгоритм основан на специальной форме представления и обработке информации в машине и базируется на соответствующих преобразованиях графов сигналов исследуемой системы.

При определении приведенных передаточной функции системы и ее спектральной плотности необходимо из графа сигналов системы исключить ветвь, соответствующую нелинейному элементу. Входами графа следует считать узлы, соответствующие входам системы, а выходам — узел, из которого исходит эта ветвь.

Определение передаточных функций графа производится путем последовательного исключения его узлов и смежных с ними ветвей на основе формулы свертывания:

$$W_{t+1}^{uv}(p) = W_t^{uv}(p) + \frac{W_t^{ut}(p) W_t^{tv}(p)}{1 + W_t^{tt}(p)} \quad (t = 1, 2, \dots, p-2), \quad (10)$$

где  $p$  — число узлов исходного графа системы;  $W_t^{tt}(p)$  — передаточная функция петли, взятая с обратным знаком;  $W_{t+1}^{uv}(p)$  — передаточная функция ветви графа, из которого исключено  $t$  узлов.

При этом предполагается, что исключение узлов графа производится в соответствии с их нумерацией.

Последовательно преобразуя граф в соответствии с (10), можно упростить его до одной ветви, передаточная функция которой является искомой передаточной функцией.

Однако циклическое применение (10) над комплексными числами для всех значений  $\omega$  резко увеличивает затраты машинного времени. С другой стороны, преобразование графа по формуле (10) в виде соответствующих операций над полиномами от комплексной переменной значительно повышает порядок искомой передаточной функции за счет появления общих множителей в ее числителе и знаменателе.

Указанные трудности могут быть устранены путем представления и преобразования информации о графике в виде некоторых формальных многочленов:

$$\pi = \sum_{\alpha=1}^l \prod_{\beta=1}^{l_\alpha} C_{\alpha\beta}, \quad (11)$$

где  $C_{\alpha\beta}$  — некоторые математические объекты произвольной природы.

Такими объектами являются, например, числители и знаменатели передаточных функций графа. Вводится также понятие формальных дробей, которые представляют собой соответствующие пары многочленов. Правила действия над формальными многочленами и дробями приведены в [Л. 2].

Представляя передаточные функции отдельных элементов системы в виде формальных дробей и применяя разработанные правила их преобразования, можно получить подалгоритм определения

искомых передаточных функций САУ, удовлетворяющий поставленным требованиям (приложение 1). Используя принципы построения данного подалгоритма, можно аналогичным образом получить универсальный, стандартный алгоритм определения показателей вида (5) и (6) и характеристик (8) и (9).

Такой алгоритм позволяет определить условное математическое ожидание и условную дисперсию обобщенной координаты линеаризованной с системы для любых значений параметров, причем меньшими затратами машинного времени, чем при определении тех же характеристик для нелинейной системы при статистическом моделировании.

**Использование асимптотических оценок для повышения эффективности метода Монте-Карло.** Одним из способов повышения эффективности метода Монте-Карло является метод существенной выборки, который применительно к данной задаче состоит в том, что при моделировании нелинейной системы розыгрыш случайных параметров  $q$  с некоторой функцией плотности вероятности  $f(x)$  заменяется розыгрышем их с функцией плотности вероятности  $g(x)$ , обеспечивающей понижение дисперсии оценки. Учитывая, что применение существенной выборки не зависит от вида искомых статистических характеристик обобщенной координаты системы, обозначим для общности асимптотические оценки (5) либо (6) как  $\mu_n(q)$ , а соответствующие им точные оценки — как  $\mu_n(q)$ .

Минимум дисперсий указанных оценок достигается при

$$g_0(x) = \frac{|\mu_n(x)| f(x)}{M[|\mu_n(q)|]}. \quad (12)$$

Однако в таком виде  $g_0(x)$  не может быть непосредственно использована, так как в формулу (12) входит  $M[\mu_n(q)]$ , вычисление которой требует не меньше машинного времени, чем вычисление искомого  $M[\mu_n(q)]$ .

Применение существующих методов для определения  $g(x)$ , близкой к оптимальной, не приводит к желаемым результатам при решении поставленной задачи, так как требует значительного объема вычислений, что не позволяет заметно сократить необходимое машинное время.

В связи с этим может быть предложен способ, состоящий в том, что параметры системы разыгрываются с плотностью вероятности:

$$g(x) = \frac{|\mu_n(x)| f(x)}{M[|\mu_n|]}, \quad (13)$$

где

$$|\mu_n(x)| = \begin{cases} |M[v/q=x]| & \text{для оценки (5);} \\ \sigma^2 [v/q=x] & \text{для оценки (6);} \end{cases} \quad (14)$$

$$M[|\mu_n|] = \int_{\Omega} |\mu_n(x)| f(x) dx. \quad (15)$$

Тогда применение датчика случайных чисел Неймана [Л. 3] позволяет использовать ранее рассмотренный алгоритм для вычисления величин, входящих в (13), так как при этом не требуется знание аналитического выражения  $\mu_n(x)$ . Интеграл (15)

может быть определен либо методом Монте-Карло, либо с помощью известных квадратурных формул, причем в обоих случаях вычисление значений  $\mu_n(x)$  ведется на основе предложенного алгоритма.

Рассмотрим далее использование лишь метода статистических испытаний для определения (15) в силу того, что применение квадратурных формул приводит к появлению систематических ошибок искомых оценок. Тогда в качестве оценки математического ожидания величин  $\mu_n$  может быть использована:

$$\bar{\mu}_n = \frac{|\mu_n|}{N_2} \sum_{r=1}^{N_2} \frac{\mu_n[q^{(r)}]}{|\mu_n[q^{(r)}]|}, \quad (16)$$

где

$$|\mu_n| = \frac{1}{N_1} \sum_{r=1}^{N_1} |\mu_n[q^{(r)}]| —$$

оценка величины  $M[|\mu_n|]$ ;  $q^{(r)}$  —  $r$ -реализация вектора случайных параметров;  $N_1$  — количество экспериментов при вычислении оценки по ранее предложенному алгоритму;  $N_2$  — количество экспериментов на статистической модели линеаризованной системы.

Вычисление  $|\mu_n|$  должно производиться независимо от  $N_2$  экспериментов при вычислении оценки  $\bar{\mu}_n$ .

Оценка (16) является несмещенной, поскольку:

$$\begin{aligned} M[|\mu_n|] &= M[|\mu_n|] M\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] = \\ &= M[|\mu_n|] \int_{\Omega} \frac{\mu_n(x) g(x)}{|\mu_n(x)|} dx = \\ &= M[|\mu_n|] \frac{M[\mu_n]}{M[|\mu_n|]} = M[\mu_n]. \end{aligned} \quad (17)$$

Дисперсия оценки при этом будет:

$$\begin{aligned} D = \frac{D[|\mu_n|]}{N_1} \frac{D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}{N_2} + M^2[|\mu_n|] \frac{D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}{N_2} + \\ + M^2\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] \frac{D[|\mu_n|]}{N_1}, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$D[|\mu_n|] = \int_{\Omega} |\mu_n(x)|^2 f(x) dx - M^2[|\mu_n|];$$

$$D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] = \int_{\Omega} \frac{\mu_n^2(x)}{|\mu_n(x)|} g(x) dx - M^2\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right];$$

$$D[\mu_n] = \int_{\Omega} \mu_n^2(x) f(x) dx - M^2[\mu_n];$$

$$M\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] = \int_{\Omega} \frac{\mu_n(x)}{|\mu_n(x)|} g(x) dx.$$

Значение дисперсии (18) стремится к нулю при  $N_1$  и  $N_2 \rightarrow \infty$ .

Машинное время решения задачи (приложение 2)

$$T = \frac{2C_1|C_2| \sqrt{T_1 T_2 (R+1)} + T_1 C_1^2 + T_2 C_2^2}{R} + T_s, \quad (19)$$

достигает минимального значения при следующих соотношениях между  $N_1$  и  $N_2$ :

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{C_1 \left[ |C_2| \sqrt{\frac{T_2}{T_1} (R+1)} + C_1 \right]}{R}; \\ N_2 &= \frac{|C_2| \left[ C_1 \sqrt{\frac{T_1}{T_2} (R+1)} + |C_2| \right]}{R}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{V D \left[ |\mu_{\text{п}}| \right]}{M \left[ |\mu_{\text{п}}| \right]}; \quad C_2 = \frac{\sqrt{D \left[ \frac{\mu_{\text{п}}}{|\mu_{\text{п}}|} \right]}}{M \left[ \frac{\mu_{\text{п}}}{|\mu_{\text{п}}|} \right]}; \\ R &= \frac{D_3}{M^2 \left[ |\mu_{\text{п}}| \right] M^2 \left[ \frac{\mu_{\text{п}}}{|\mu_{\text{п}}|} \right]}; \quad T_2 = T_1 + T_4; \end{aligned} \right\}$$

$D_3$  — заданная дисперсия оценки;  $T_1, T_4$  — время, необходимое для вычисления одного значения иско-  
мого показателя с помощью соответственно линеа-  
ризованной и нелинейной модели;  $T_3$  — время, за-  
трачиваемое на дополнительные вычисления.

Оценить эффективность описанной процедуры аналитически так же, как и большинства других методов понижения дисперсии, не представляется возможным. Поэтому целесообразно на основе небольшого количества экспериментов найти приближенные значения величин  $C_1, C_2, R$  и оценить требуемое время.

Таким образом, применение метода существен-  
ной выборки на основе асимптотических оценок, по-  
лученных с помощью разработанного алгоритма,

Таблица 1

Адрес гра- ф-таблицы	Символ ветви			Адрес гра- ф-таблицы	Символ ветви		
	Индекс чисителя	Индекс знамена- теля	Индекс ветви		Индекс чисителя	Индекс знамена- теля	Индекс ветви
$b+0$	$C+2$	$C+7$	01 03	$b+3$	$C+23$	$C+0$	02 01
$b+1$	$C+7$	$C+7$	01 04	$b+4$	$C+26$	$C+30$	05 02
$b+2$	$C+15$	$C+0$	02 01	$b+5$	$C+0$	$C+0$	06 01

Таблица 2

Адрес ячейки	Коэф- фици- ент	Пояснение	Адрес ячейки	Коэф- фици- ент	Пояснение
$C+0$	0	1,0	$C+16$	$\lambda$	Пробел
1	$\lambda$	Пробел	17	$E_3$	
2	$B_4$		20	$E_2$	$E_1 p^2 +$
3	$B_3$	$B_1 p^3 + B_2 p^2 +$	21	$E_1$	$+ E_2 p + E_3$
4	$B_2$	$+ B_3 p + B_4$	22	$\lambda$	Пробел
5	$B_1$		23	0	
6	$\lambda$	Пробел	24	$K_0$	$k_0 p$
7	0		25	$\lambda$	Пробел
$C+10$	$A_3$		26	$K_{pt}$	$k_{pt}$
11	$A_2$	$p^4 + A_1 p^3 +$	27	$\lambda$	Пробел
12	$A_1$	$+ A_2 p^2 + A_3 p$	28	0	
13	1		31	1	$(1 + T_m p) p$
14	$\lambda$	Пробел	32	$T_m$	Пробел
15	$k_v$	$k_v$	33	$\lambda$	

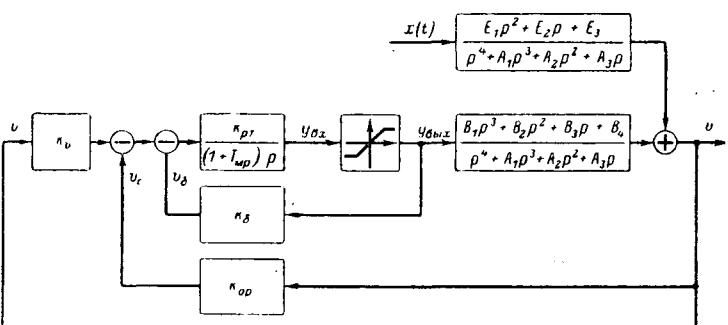


Рис. 1.

позволяет значительно сократить машинное время решения задачи.

Благодаря тому, что разработанные алгоритмы не зависят от структуры и порядка исследуемых САУ, переход от анализа одного варианта к анализу другого не приводит к изменению программы работы ЦВМ, то есть реализация этого метода не требует дополнительных затрат на программирование и отладку задачи.

Пример. Рассмотрим САУ продольным движением самолета (рис. 1), принцип действия которой подробно описан в [Л. 4].

Будем полагать, что коэффициенты передаточных функций самолета, как объекта управления, представляют собой известные функции от высоты полета  $h$  и скорости  $v$ . При этом  $h$  и  $v$  являются независимыми случайными величинами с плотностью вероятности:

$$\left. \begin{aligned} f_h(x) &= \frac{1}{H_2 - H_1}; \quad x \in [H_1, H_2]; \quad f_v(y) = \\ &= \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp \left[ -\frac{(y - m_v)^2}{2\sigma_v^2} \right]; \quad y \in [a, b], \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где  $C$  — нормирующий множитель.

Возмущающий момент  $x_1(t)$ , влияние которого необходимо учитывать при исследовании процесса стабилизации, представляет собой нормальный случайный процесс.

Для ввода и преобразования информации об исследуемой системе представим ее в виде графа сигналов (рис. 2). Информация о граfe состоит из таблицы коэффициентов (табл. 1) и граф-таблицы (табл. 2). В первую таблицу записываются формальные многочлены, соответствующие числителям и знаменателям передаточных функций ветвей графа, и спектральная плотность воздействия. Формальные многочлены представляются в памяти ЦВМ массивом последовательных ячеек, в которые записываются коэффициенты соответствующих полиномов. При этом предполагается, что полиномы упорядочены относительно степени комплексной переменной. Индексом формального многочлена, по которому он может быть однозначно установлен, является начальный адрес указанного массива. Граф-таблица представляет собой, таким образом, запись символов передаточных функций ветвей графа.

В соответствии с приведенными обозначениями в процессе решения задачи необходимо определить передаточные функции

$$W_k(p) = W_{05,04}(p); \quad W_{pr}(p) = W_{05,03}(p); \quad W_{v,k}(p) = W_{06,04}(p). \quad (22)$$

Определение асимптотической оценки дисперсии угла тангенса  $D_{\text{дл}}[v]$  на основе данной информации о системе производится на ЦВМ без вмешательства проектировщика-оператора в силу универсальности и стандартности разработанного алгоритма. Кроме того, проведение статистических испытаний нелинейной модели также производится автоматически ввиду того, что необходимое число испытаний определяется в процессе счета по указанным оценкам.

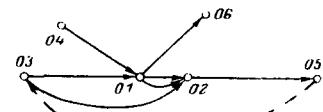


Рис. 2.

Оценки математического ожидания  $D[\nu]$  вычисляются на основе (16), причем значения  $D[\nu/h^{(r)}, \nu^{(r)}]$  получаются в результате усреднения случайного процесса на выходе модели Монте-Карло.

Исследование системы проводилось на ЦВМ «Минск-22», при этом затраты машинного времени на указанные вычисления приведены в табл. 3 для двух вариантов схемы, отличающихся значениями параметров  $k_0$  и  $d$  (где  $\pm d$  — уровень ограничения в нелинейном элементе).

Как видно из таблицы, машинное время решения задачи сократилось соответственно в 9 и 12 раз по сравнению с обычным методом Монте-Карло.

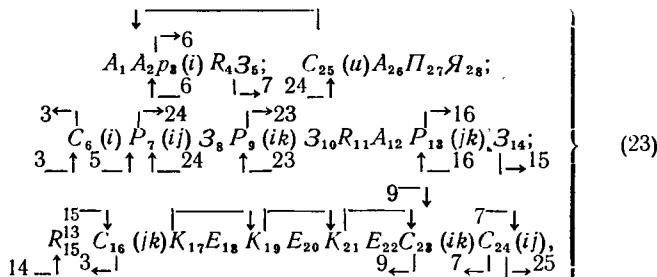
**Выводы.** 1. Применение универсального стандартного алгоритма позволяет вычислить значения асимптотических оценок показателей качества САУ независимо от структуры и вида передаточных функций ее элементов.

2. Использование асимптотических оценок при реализации функции плотности вероятности и для определения математических ожиданий оценок показателей качества в методе существенной выборки значительно сокращает машинное время решения задачи.

3. Сочетание аналитических методов исследования на основе ЦВМ и метода статистических испытаний позволяет проанализировать достаточное число вариантов нелинейных САУ со случайными параметрами, что существенно упрощает процесс их проектирования.

**Приложение 1.** Алгоритм определения передаточных функций графа относительно любых двух узлов основан на циклическом применении (10) при представлении информации в виде (11).

Операторная схема алгоритма в обобщенном виде может быть представлена следующим образом:



где  $A_1$  — оператор преобразования исходных символов к виду (11);  $A_2 A_{12}$  — операторы формирования символа узла и символа преобразованной ветви;  $A_{26}$  — арифмологический оператор преобразования формальной дроби, соответствующей искомой передаточной функции;  $P_8(i)$ ,  $P_7(ii)$ ,  $P_9(ijk)$ ,  $P_{13}(ijk)$  — арифмологические операторы поиска символа петли и символов исходящей, входящей и параллельной ветвей;  $Z_5$ ,  $Z_8$ ,  $Z_{10}$ ,  $Z_{14}$  — операторы записи строк графа-таблицы с символами петли, а также исходящей, входящей и параллельной ветвей;  $K_{17}$ ,  $K_{19}$ ,  $K_{21}$  — операторы передачи управления, состояния которых определяется соответственно операторами  $R_{11}$ ,  $R_4$ ,  $R_{15}$ ;  $C_6(i)$ ,  $C_{16}(ijk)$ ,  $C_{23}(ik)$ ,  $C_{24}(ii)$ ,  $C_{25}(u)$  — операторы, организующие проверку конца графа-таблицы по циклам поиска соответственно петли, параллельной, входящей и исходящей ветвей, а также проверку числа исключенных узлов;  $E_{18}$ ,  $E_{20}$ ,  $E_{22}$  — операторы обращения к подпрограммам, преобразующим формальные многочлены согласно (10) с учетом (11);  $P_{27}$ ,  $Y_{28}$  — операторы выдачи результатов и останова.

Алгоритм построен по принципу вложенных циклов. Соответствующие операторы последовательно формируют коды,

Таблица 3

Наименование величин	$d_1$	$d_2$
$N_1$	686	592
$N_2$	16	11
$T, \text{ч}$	3,3	2,6
$T_{\text{М-К}}$	9	12
$T$		

обозначающие символы исключаемого узла, входящих, исходящих и параллельных ветвей, а также осуществляют поиск указанных символов о граф-таблице.

Таким образом, операторы 1—25 перерабатывают исходную информацию о линейной динамической системе любой структуры в формальную дробь, числитель и знаменатель которой представлены в виде формальных многочленов от символов передаточных функций ветвей исходного графа.

Данный алгоритм реализован на ЦВМ в виде универсальной стандартной подпрограммы и может быть использован для расчета передаточных функций САУ, число ветвей графа которой не превышает 64, причем программа занимает около 2000 37-разрядных ячеек ОЗУ.

#### Приложение 2. Машинное время решения задачи

$$T(N_1, N_2) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3. \quad (24)$$

Требуется найти значения  $N_1$  и  $N_2$ , которые обеспечивают минимум функции (24), или, что то же самое, функции

$$S(N_1, N_2) = N_1 + \alpha N_2 + \beta, \quad (25)$$

где

$$\alpha = \frac{T_2}{T_1}; \quad \beta = \frac{T_3}{T_1}$$

при условии, что выполняются соотношения:

$$\frac{D[|\mu_n|]}{N_1} \frac{D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}{N_2} + M^2[|\mu_n|] \frac{D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}{N_2} + \\ + M^2\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] \frac{D[|\mu_n|]}{N_1} = D_3; \quad (26)$$

$$N_1 > 0; \quad N_2 > 0, \quad (27)$$

где

$$T_1 > 0; \quad T_2 > 0; \quad T_3 \geq 0; \quad D[|\mu_n|] \geq 0; \quad D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right] \geq 0; \quad D_3 > 0. \quad (28)$$

Введем следующие обозначения:

$$C_1^2 = \frac{D[|\mu_n|]}{M^2[|\mu_n|]}; \quad C_2^2 = \frac{D\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}{M^2\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]};$$

$$R = \frac{D_3}{M^2[|\mu_n|] M^2\left[\frac{\mu_n}{|\mu_n|}\right]}. \quad (29)$$

Для упрощения вычислений вместо определения оптимальных  $N_1$  и  $N_2$  будем искать оптимальные значения  $x_1$  и  $x_2$  как

$$x_1 = \frac{1}{N_1}; \quad x_2 = \frac{1}{N_2}. \quad (30)$$

В результате проведенных преобразований выражения (25) — (27) примут вид:

$$L(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1} + \alpha \frac{1}{x_2} + \beta; \quad (31)$$

$$C_1^2 C_2^2 x_1 x_2 + C_2^2 x_2 + C_1^2 x_1 = R; \quad (32)$$

$$x_1 > 0; \quad x_2 > 0. \quad (33)$$

Из (32) найдем  $x_2$  и подставим в (31), затем продифференцируем  $L(x_1 x_2)$  по  $x_2$  и приравняем производную нулю. Решая полученное уравнение, найдем два корня:

$$x_1^{(1)} = \frac{R}{C_1} \frac{1}{[|C_2| \sqrt{\alpha(R+1)} + C_1]}; \\ x_2^{(1)} = \frac{R}{|C_2|} \frac{1}{[|C_2| + C_1 \sqrt{\frac{R+1}{\alpha}}]}; \quad (34)$$

$$x_1^{(2)} = \frac{R}{C_1} \frac{1}{[C_1 - |C_2| \sqrt{\alpha(R+1)}]}; \\ x_2^{(2)} = \frac{R}{|C_2|} \frac{1}{[|C_2| - C_1 \sqrt{\frac{R+1}{\alpha}}]}. \quad (35)$$

# Динамические характеристики привода с магнитными экранированными муфтами

С. М. ГЕРЦОВ, Б. А. ИВОБОТЕНКО и В. К. ЦАЦЕНКИН

Московский энергетический институт

Во многих отраслях промышленности необходимо передавать механическую энергию в агрессивную среду. Применение в этих случаях обычных уплотнений вращающегося вала не всегда приемлемо. Поэтому в подобных случаях целесообразно применять электрические машины с немагнитным экраном, разделяющим среды [Л. 1].

Весьма перспективно применение для данных целей синхронных магнитных экранированных муфт [Л. 2 и 3]: активных с взаимодействием двух магнитов (рис. 1, а), реактивных (рис. 1, б), в которых момент возникает вследствие разницы магнитной проводимости в зубчатом воздушном зазоре по продольной и поперечной осям, гистерезисных (рис. 1, в), создающих врачающий момент за счет потерь в гистерезисном слое.

Гистерезисные магнитные экранированные муфты имеют естественный пусковой момент — в этом их преимущество перед муфтами других типов. Однако у активных и реактивных магнитных муфт значительно меньшие габариты и вес, чем у гистерезисных, что часто оказывается определяющим. При использовании активных и реактивных магнит-

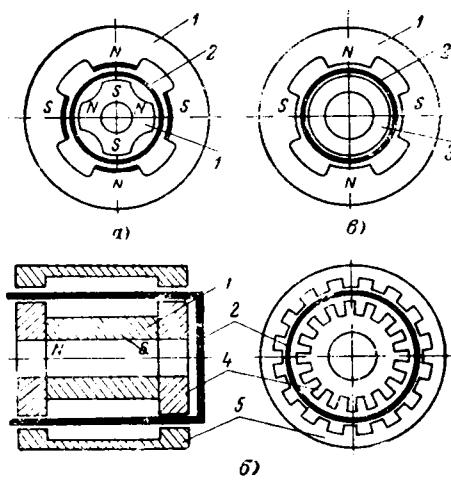


Рис. 1. Типы муфт.

1 — магнит; 2 — экран; 3 — гистерезисный слой; 4 — наконечник из магнитомягкой стали; 5 — наружная часть муфты из магнитомягкой стали.

Второе решение не удовлетворяет условию (33) при заданных ограничениях на параметры (28). Решение  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$  обеспечивает минимум функции  $L(x_1, x_2)$ , поскольку вторая производная от  $L$  при этих значениях  $x_1$  и  $x_2$  строго больше нуля.

Оптимальные значения  $T$ ,  $N_1$  и  $N_2$  могут быть тогда найдены из выражений (19) и (20).

## Литература

1. Лившиц И. А. и Пугачев В. И., Вероятностный анализ систем автоматического управления, изд-во «Советское радио», 1963.

ных экранированных муфт необходимо рассчитывать их динамические характеристики, так как в процессе пуска к валу муфты может быть приложен динамический момент, превышающий ее максимальный синхронизирующий момент, что приведет к выпаданию муфты из синхронизма.

На рис. 2 приведена механическая модель электропривода, состоящего из электродвигателя постоянного тока и магнитной экранированной муфты. Такой электропривод может применяться в разомкнутой системе автоматического регулирования, либо в замкнутой системе, где муфта не охвачена обратной связью. Наличие магнитной экранированной муфты в этих случаях вносит дополнительную угловую ошибку, величина которой должна быть известна при проектировании системы. Эта ошибка максимальна в процессе включения электропривода, так как реверс электроприводов с магнитными экранированными муфтами практически не применяется, а в процессе установившегося вращения и останова угол рассогласования существенно меньше, чем при включении.

В настоящей статье исследован процесс включения электропривода с активными и реактивными магнитными экранированными муфтами. Анализ динамических характеристик такого электропривода, помимо определения угловой ошибки и определения максимально допустимой нагрузки, позволяет найти зависимости для оптимального проектирования его элементов.

Электродвигатель (рис. 2) жестко соединен с ведущей частью магнитной муфты, которая, в свою очередь, соединена магнитно с ведомой частью. Последняя связь изображена на рис. 2 пружиной. Ведомая часть муфты жестко соединена с нагрузкой. Помимо перечисленных имеется еще дополнительная связь между ведомой и ведущей частями муфты через потери в экране.

Исходя из механической модели, уравнение движения муфты в переходном процессе можно записать в следующем виде:

2. Зубарев Ю. Я. и др., Алгоритмизация подготовки схем набора для АЦВМ, «Вопросы радиоэлектроники», сер. VII, 1969, № 2.

3. Бусленко Н. П. и др., Метод статистических испытаний, Физматгиз, 1962.

4. Васильев Д. В. и Чуич В. Г., Системы автоматического управления, изд-во «Высшая школа», 1967.



$$J_2 \frac{d^2\varphi_{2M}}{dt^2} + \beta_1 \frac{d\varphi_{2M}}{dt} + M_n = M_{max} \sin [p(\varphi_{1M} - \varphi_{2M})], \quad (1)$$

где  $J_2$  — момент инерции нагрузки и ведомой части муфты;  $\beta_1$  — удельный момент потерь в экране;  $\varphi_{1M}$ ,  $\varphi_{2M}$  — угол поворота ведущей и ведомой частей муфты;  $M_n$  — момент нагрузки;  $p$  — число пар полюсов магнитной муфты;  $M_{max}$  — максимальный статический момент.

Правая часть уравнения (1) является функцией угла рассогласования ведущей и ведомой частей муфты. Если рассматривать приводной двигатель как идеальный источник энергии, т. е. как источник энергии, действующий на систему, но не испытывающий ответного воздействия [Л. 4], то закон изменения угла  $\varphi_{1M}$  можно задать в виде функции времени. Однако решение такого уравнения не имеет практического значения, так как реально в качестве источника энергии применяется электродвигатель постоянного тока, развивающий момент, соизмеримый с моментом нагрузки. Такой электродвигатель, действуя на колебательную систему, испытывает ответное воздействие со стороны этой системы, т. е. имеется колебательная система с ограниченным возбуждением [Л. 4]. Поэтому закон изменения угла поворота ведущей части муфты  $\varphi_{1M}$ , который равен углу поворота приводного двигателя, необходимо определять из следующих дифференциальных уравнений электродвигателя постоянного тока

$$\left. \begin{aligned} C_\Phi \Phi \frac{d\varphi_{1M}}{dt} + L \frac{dI}{dt} + IR &= U; \\ J_1 \frac{d^2\varphi_{1M}}{dt^2} + M_{max} \sin [p(\varphi_{1M} - \varphi_{2M})] &= C_\Phi \Phi I, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $I$  — ток электродвигателя;  $U$  — напряжение питания;  $R$  — сопротивление якорной цепи;  $L$  — индуктивность якорной цепи;  $\Phi$  — поток;  $J_1$  — момент инерции якоря электродвигателя и ведущей части муфты;  $C_\Phi$  — постоянная.

Момент нагрузки во втором выражении системы уравнений (2) выражен через максимальный статический момент муфты.

Таким образом, для анализа работы магнитной экранированной муфты в системе электропривода необходимо рассматривать совместно уравнения (1) и (2).

Полученную систему уравнений приведем к безразмерному виду, использовав систему относительных единиц [Л. 5], что позволяет уменьшить число независимых параметров, представить уравнения в более компактной форме и т. п.

Введем следующие базовые величины:

$U_6 = U$  — напряжение, равное напряжению источника тока;  $I_6 = \frac{U_6}{R}$  — ток, равный току короткого замыкания электродвигателя;  $M_6 = C_\Phi \Phi / I_6$  — момент, равный пусковому моменту электродвигателя;

$$T_6 = \frac{1}{\omega_6} = \sqrt{\frac{J_1}{pM_6}},$$

где

$$\omega_6 = \sqrt{\frac{pM_6}{J_1}};$$

Кроме того, вводим электрический угол поворота:

$$\varphi_1 = \varphi_{1M}p; \quad \varphi_2 = \varphi_{2M}p.$$

Член, характеризующий момент потерь в экране ( $\beta_1 \frac{d\varphi_{2M}}{dt}$ ), включим в значение момента нагрузки.

Таким образом, под моментом нагрузки ( $M_n$ ) будем понимать собственно момент нагрузки и момент вязкого трения, характеризующий момент потерь в экране.

После преобразований получим систему уравнений (3), описывающую поведение обобщенного привода с магнитной экранированной муфтой в переходном процессе:

$$\left. \begin{aligned} i + \kappa \frac{di}{d\tau} + \delta \frac{d\varphi_1}{d\tau} &= 1; \\ \frac{d^2\varphi_1}{d\tau^2} + \mu_{max} \sin (\varphi_1 - \varphi_2) &= i; \\ j \frac{d^2\varphi_2}{d\tau^2} + \mu_n &= \mu_{max} \sin (\varphi_1 - \varphi_2), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{I}{T_6}; \quad \kappa = \omega_6 \frac{L}{R}; \quad \delta = \omega_6 \frac{C_\Phi \Phi}{pU_6}; \\ \mu_{max} &= \frac{M_{max}}{M_6}; \quad \mu_n = \frac{M_n}{M_6}; \quad j = \frac{J_1}{J_2}. \end{aligned} \right.$$

Таким образом, переходный процесс электропривода с магнитной экранированной муфтой зависит только от безразмерных параметров  $\delta$ ,  $\mu_{max}$ ,  $j$ ,  $\mu_n$  и  $\kappa$ .

Для аналитического решения уравнений (3) линеаризуем их, заменив  $\sin (\varphi_1 - \varphi_2)$  на  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Кроме того, примем значение безразмерного коэффициента  $\kappa$ , равным нулю, так как в электроприводах с магнитными экранированными муфтами наиболее часто применяются электродвигатели с возбуждением от постоянных магнитов, у которых электромагнитная постоянная времени весьма мала (не более 0,0005 сек), следовательно, мал и коэффициент  $\kappa$  (не более 0,05). С учетом вышеизложенного уравнения (3) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\varphi_1}{d\tau^2} + \delta \frac{d\varphi_1}{d\tau} + \mu_{max} (\varphi_1 - \varphi_2) &= 1; \\ j \frac{d^2\varphi_2}{d\tau^2} + \beta \frac{d\varphi_2}{d\tau} - \mu_{max} (\varphi_1 - \varphi_2) &= -\mu_n. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Начальные условия при  $\tau = 0$  для этих выражений следующие:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad \frac{d\varphi_1}{d\tau} = \frac{d\varphi_2}{d\tau} = 0.$$

Уравнения (4), строго говоря, могут применяться лишь для малых значений угла  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Однако для практических целей эти уравнения дают достаточную точность при значениях этой разности от  $\frac{\pi}{4}$  до  $\frac{\pi}{6}$ .

Решение уравнений (4) может быть записано в таком виде:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = C_0 + C_1 e^{-\alpha_1 \tau} + C_2 e^{-\alpha_2 \tau} \cos (\nu \tau + \varphi - \psi),$$

где

$$C_0 = \frac{\beta + \delta \mu_n}{(\beta + \delta) \mu_{max}};$$

$$C_1 = \frac{[(j + \mu_n) \alpha_1 - \beta - \delta - \mu_n] j}{(j + \mu_n)[3j\alpha_1^2 - 2(\beta + j\delta) \alpha_1 + \beta\delta + (1+j)\mu_{max}] \alpha_1};$$

$$C_2 = 2 \sqrt{\frac{\left(\frac{\beta + \delta \mu_n}{j + \mu_n} - \alpha_2\right)^2 + v^2}{3\alpha_2(\alpha_2^2 - 3v^2) - 2\frac{\beta + j\delta}{j}(\alpha_2^2 - v^2) +}}$$

$$+ \frac{\beta\delta + (1+j)\mu_{max} - \alpha_2}{j} + \left[ 3v(3\alpha_2^2 - v^2) - 4\frac{\beta + j\delta}{j}\alpha_2 v \right]^2;$$

$$\varphi = \arctg \frac{v}{\frac{\beta + \delta \mu_n}{j + \mu_n} - \alpha_1};$$

$$\psi = \arctg \frac{3v(v^2 - 3\alpha_2^2 + 4\frac{\beta + j\delta}{j}\alpha_2 v - \frac{\beta\delta + (1+j)\mu_n}{j}v)}{3\alpha_2(\alpha_2^2 - 3v^2) - 2\frac{\beta + j\delta}{j}(\alpha_2^2 - v^2) + \frac{\beta\delta + (1+j)\mu_{max}}{j}\alpha_2}.$$

В полученном выражении коэффициенты  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  зависят от безразмерных величин  $j$ ,  $\mu_n$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $\mu_{max}$  и от корней характеристического уравнения ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $v$ ).

Таким образом, используя полученное решение, можно определить угол рассогласования ведущей и ведомой частей муфты в переходном процессе.

Система уравнений (3) моделировалась на аналоговой вычислительной машине. Внешняя нагрузка создавалась активным моментом ( $\mu_a$ ) и моментом типа вязкого трения ( $\beta_1 \frac{d\varphi_2}{d\tau}$ ), т. е. момент нагрузки равнялся

$$\mu_a = \mu_a + \beta_1 \frac{d\varphi_2}{d\tau}.$$

Момент нагрузки выбран активным, так как с точки зрения устойчивости он представляет наиболее тяжелый случай. Коэффициент  $x$  при моделировании также был принят равным нулю. На рис. 3 и 4 изображены осциллограммы некоторых характерных режимов, записанные на аналоговой вычислительной машине. Эти осциллограммы дают представление о характере изменения величин в функ-

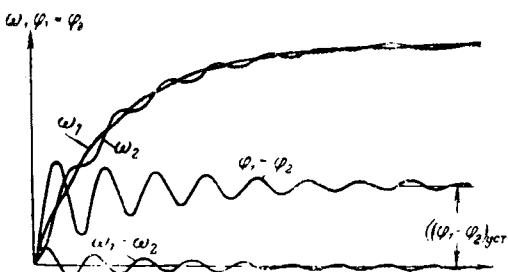


Рис. 3.

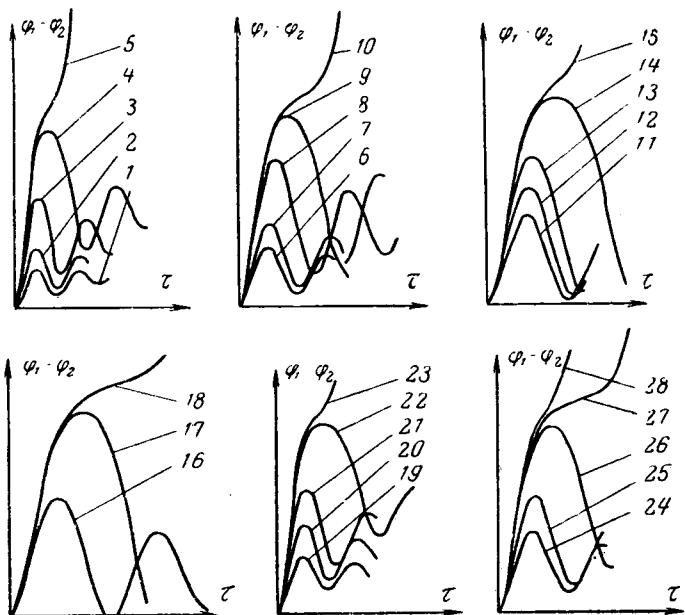


Рис. 4.

ции времени в процессе включения электропривода. На указанных осциллограммах изображены изменения следующих величин:

скорости электродвигателя и ведущей части муфты  $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{d\tau}$ ;

скорости ведомой части муфты  $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{d\tau}$ ;

электрического угла рассогласования ведущей и ведомой частей муфты  $\varphi_1 - \varphi_2$ ;

разности скоростей  $\omega_1 - \omega_2$ .

На рис. 5 представлены осциллограммы переходного процесса при  $\mu_{max} = 0,2$ ,  $\mu_n = 0,05$ ,  $\delta = 0,1$ ,  $j = 0,1$ , т. е. переходный процесс при малой нагрузке и малом моменте инерции нагрузки. В этом случае угол рассогласования в переходном процессе не превышает значения  $(\varphi_1 - \varphi_2)_{уст}$ , который имеет место при установившейся скорости вращения. Как видно из осциллограмм, приведенных на рис. 3, даже при малом моменте инерции скорость  $\omega_2$  совершает колебания вокруг скорости  $\omega_1$  и разность скоростей  $\omega_1 - \omega_2$  принимает то положительное, то отрицательное значение, т. е. происходит обмен энергией между ведущей и ведомой частями муфты. При малых моментах инерции нагрузки этот процесс быстро затухает. На рис. 3 представлен про-

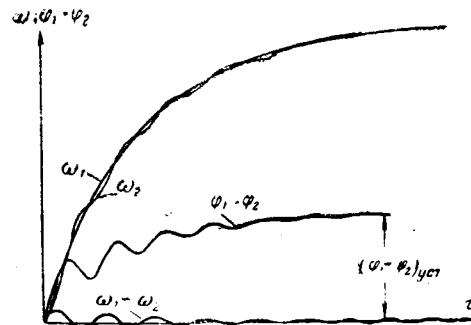


Рис. 5.

цесс при тех же данных электродвигателя и муфты, что и на рис. 5, но при большем моменте инерции нагрузки ( $j=0,2$ ,  $\mu_n=0,05$ ). В этом случае максимальный угол рассогласования в переходном процессе превышает установленное значение, причем длительность колебательного процесса увеличивается. Из этих осциллограмм ясно видно воздействие ведомой части муфты на ведущую (колебание  $\omega_1$ ), что еще раз доказывает необходимость учета этого воздействия.

В настоящей статье исследовалось влияние величины вязкого трения в нагрузке на переходный процесс. Анализ показал, что момент вязкого трения демпфирует колебания, причем даже небольшой момент вязкого трения ( $\beta=0,03 \div 0,04$ ) значительно снижает время переходного процесса. Учитывая, что в реальном электроприводе момент вязкого трения всегда имеет место, моделирование производилось при  $\beta=0,03$ .

Система уравнений (3), как было указано выше, зависит от четырех безразмерных коэффициентов, которые при моделировании изменялись следующим образом:

$$\delta = 0,1 \div 0,3; \mu_{\max} = 0,3 \div 0,7; \mu_n = 0,05 \div 0,5; \\ j = 0,05 \div 0,6.$$

Диапазон изменения безразмерных коэффициентов охватывал практически всю область физически реализуемых электроприводов.

При моделировании определялось максимальное значение угла рассогласования ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) в переходном процессе и определялись предельные значения момента нагрузки, при которых возможна работа магнитной муфты. На рис. 4 приведены осциллограммы, полученные при  $\delta=0,3$ . Значения остальных коэффициентов приведены в таблице.

На осциллограммах, показанных на рис. 4, линии 4, 9, 14, 17, 22, 26 характеризуют критическое значение угла рассогласования  $\varphi_1 - \varphi_2$ . При дальнейшем незначительном увеличении нагрузки угол рассогласования начинает резко увеличиваться, что является признаком выпадания муфты из синхронизма. Это явление видно по кривым 5, 10, 15, 18, 23, 27, 28 (рис. 4).

Интересно отметить, что критический угол рассогласования превышает значение  $\frac{\pi}{2}$ . Во всем диапазоне изменения безразмерных коэффициентов критическое значение угла рассогласования наход-

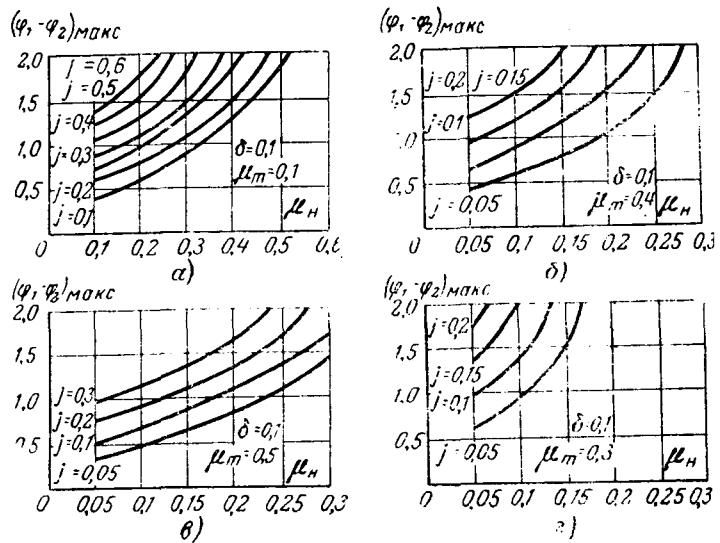


Рис. 6. Результаты моделирования.  
а —  $\delta=0,1$ ,  $\mu_{\max}=0,1$ ; б —  $\delta=0,1$ ,  $\mu_{\max}=0,4$ ; в —  $\delta=0,1$ ,  $\mu_{\max}=0,5$ ; г —  $\delta=0,1$ ,  $\mu_{\max}=0,3$ .

дилось в пределах 2,1—2,17 рад. Это показывает, что муфта в переходном процессе может работать на неустойчивом участке графика статического момента за счет запасенной кинетической энергии.

Результаты моделирования приведены на рис. 6 и 7. На рис. 6 представлены значения угла рассогласования в функции  $\mu_n$ ,  $\mu_{\max}$ . На рис. 7 даны предельные характеристики магнитной экранированной муфты. Результаты моделирования позволяют сравнительно просто решать ряд инженерных задач по динамике электропривода с магнитными муфтами, причем использование обобщенных характеристик дает значительную экономию времени и труда в этих расчетах.

Наиболее распространенная задача — это определение угла рассогласования ведущей и ведомой частей муфты в спроектированном электроприводе. В этом случае известны все параметры электродвигателя и муфты. По вышеприведенным выражениям необходимо определить безразмерные коэффициенты и по графикам, изображенным на рис. 6, найти интересующее значение угла рассогласования.

Второй тип задачи — определение допустимой нагрузки спроектированного электропривода с магнитной муфтой в процессе пуска. В этом случае также определяются безразмерные коэффи-

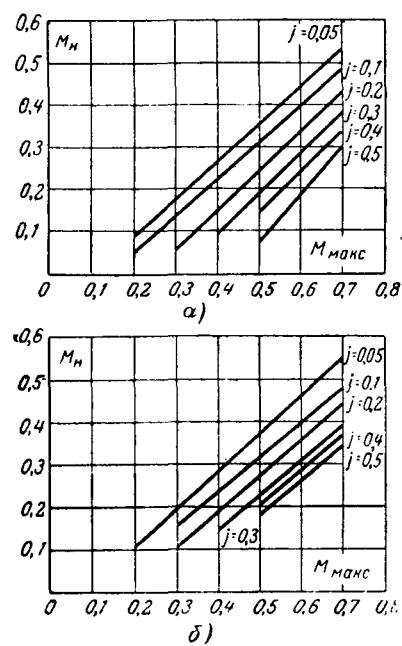


Рис. 7. Результаты моделирования.  
а —  $\delta=0,1$ ; б —  $\delta=0,3$ .

денты и по зависимостям, показанным на рис. 7, определяются допустимые нагрузки. Несколько сложнее обратная задача — исходя из заданного угла рассогласования и параметров нагрузки спроектировать привод с магнитной муфтой. Она может быть решена с помощью поверочных расчетов нескольких вариантов электропривода.

При проектировании электроприводов с магнитными экранированными муфтами возникает задача улучшения динамических характеристик электропривода и, в первую очередь, уменьшение угла рассогласования между ведущей и ведомой частями муфты при заданных значениях нагрузки. Результаты моделирования позволяют наметить следующие пути решения этой задачи.

**Увеличение максимального статического момента муфты.** Этот способ наиболее очевидный, однако хотя он и позволяет улучшить динамические характеристики электропривода, увеличение максимального статического момента муфты приводит к увеличению ее габаритов и веса, что в ряде случаев недопустимо.

**Увеличение момента инерции ведущей части муфты.** Из обобщенных характеристик видно, что при уменьшении безразмерного коэффициента  $j = \frac{J_1}{J_2}$  динамические характеристики электропривода улучшаются. Причем значение этого коэффициента можно уменьшить как за счет уменьшения момента инерции ведомой части муфты (что обычно не удается), так и за счет увеличения момента инерции

ведущей части. Поэтому при проектировании магнитных экранированных муфт целесообразно стремиться к увеличению момента инерции ее ведущей части. В некоторых случаях целесообразно к ведущей части муфты добавлять маховик. При высокоскоростном электроприводе этот способ более эффективен, чем увеличение максимального статического момента муфты.

**Уменьшение пускового момента электродвигателя.** При этом способе увеличивается значение безразмерного коэффициента  $\mu_{\max} = \frac{M_{\max}}{M_b}$ , что приводит к значительному улучшению динамических характеристик. Пусковой момент электродвигателя целесообразно уменьшать за счет ограничения пускового тока с помощью общезвестных способов.

#### Литература

1. Вишневский Н. Е. и др., Аппаратура высокого давления с герметическим приводом, Машгиз, 1960.
2. Герцов С. М. и Минкин М. М., Экранированные магнитные муфты, Труды III Всесоюзной конференции по бесконтактным электрическим машинам, т. II, изд-во «Знание», Рига, 1966.
3. Герцов С. М., Расчет реактивных магнитных экранированных муфт, «Электротехника», 1968, № 9.
4. Кононенко В. О., Колебательные системы с ограниченным возбуждением, изд-во «Наука», 1964.
5. Ивоботенко Б. А., Систематизация уравнений шаговых электродвигателей, Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1964—1965 гг., Секция электромеханики, Московский энергетический институт, 1965.

[15.12.1969]



УДК 621.3.077.2

## Управление электроприводом постоянного тока со сложным характером нагрузки

Инж. В. К. ВИНОКУРОВ и канд. техн. наук К. Н. БОРИСОВ

Москва

В статье рассматривается электропривод постоянного тока, применяемый для запуска реактивных и турбовинтовых авиадвигателей с использованием электродвигателя независимого возбуждения.

Задача такого привода состоит в разгоне ротора авиадвигателя до так называемых оборотов сопровождения, когда избыточный момент турбины авиадвигателя становится достаточным для его самостоятельной работы, после чего электродвигатель привода отключается.

При проектировании таких электроприводов наряду с конструктивными мероприятиями по уменьшению их массы и габаритов (специальные сплавы, повышенные удельные нагрузки активных материалов, охлаждение и т. д.) рассматриваются вопросы улучшения способов управления приводом с целью достижения максимального быстродействия, минимального относительного веса, максимально возможного к. п. д. и других показателей.

В [Л. 1—6] рассматриваются приводы постоянного тока оптимальные по нагреву, быстродействие

нию, минимальной мощности и т. д., в которых момент статической нагрузки имеет постоянное значение или вообще не учитывается. В данной статье будем рассматривать оптимальный режим управления силового электропривода постоянного тока с двигателем независимого возбуждения при ограниченной мощности источника питания. При этом в качестве оптимального принят режим работы системы, обеспечивающий максимальное использование двигателя по мощности при допустимом нагреве его якорной обмотки, что при других заданных параметрах привода минимизирует его относительный вес.

Характеристика статического момента сопротивления авиадвигателя при запуске представлена на рис. 1 (пунктир), где момент  $\mu_c$  и скорость  $v$  выражены в относительных единицах:

$$\mu_c = \frac{M_c}{M_{cm}}, \quad v = \frac{n}{n_e}; \quad (1)$$

$M_c$  и  $M_{cm}$  — момент статического сопротивления на валу авиадвигателя и его максимальное значение;

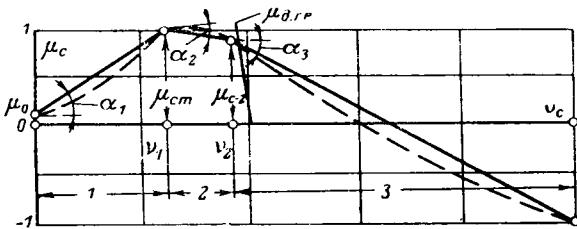


Рис. 1. Характеристика момента статического сопротивления авиадвигателя и ее кусочно-линейная аппроксимация.

$\mu_{d,gr}$  — граничная механическая характеристика привода, приведенная к валу авиадвигателя при полном магнитном потоке и максимальном напряжении питания.

$n$  — скорость вращения;  $n_c$  — максимальная скорость в конце запуска авиадвигателя.

В диапазоне  $0 \leq v \leq v_c$  функция  $\mu_c = f(v)$  представляет собой вентиляторную характеристику. При  $v_2 \leq v \leq v_c$  ее выражение наиболее точно может быть дано экспоненциальной зависимостью или смещенной гиперболой [Л. 5]. Если в этом случае для определения оптимального управления двигателя при запуске использовать известные методы вариационного исчисления [Л. 1] или принцип максимума Понтрягина [Л. 6], то решение полученных дифференциальных уравнений усложняется и весьма затрудняет использование названных методов в практических инженерных расчетах.

Решение можно значительно упростить, если представить  $\mu_c$  в виде кусочно-линейной функции (рис. 1). Контрольная проверка быстродействия электропривода методом графического интегрирования показывает, что такая замена функции  $\mu_c(v)$  может привести к ошибке не более 2–3%, что вполне допустимо в практических расчетах. При этом количество изломов кусочно-линейной функции  $\mu_c$  для большинства характеристик авиадвигателей может быть взято не более трех.

В этом случае момент статического сопротивления для выбранных на рис. 1 участков скоростей выражается:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{c1} &= \mu_0 + av; \\ \mu_{c2} &= \mu_{cm} - b(v - v_1); \\ \mu_{c3} &= \mu_{c-2} - c(v - v_2), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$a = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 n_c}{M_{cm}}; \quad b = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 n_c}{M_{cm}}; \quad c = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3 n_c}{M_{cm}}.$$

При напряжении питания двигателя в пределах  $0 < u < 1$  действующий момент привода на 1 и 2 участках при постоянном магнитном потоке выражается уравнением:

$$\mu_d = C_m i, \quad (3)$$

где  $C_m = \frac{I_n k_m}{M_{cm}}$ ;  $k_m$  — коэффициент пропорциональности

между моментом и током электродвигателя;  $i = \frac{I}{I_n}$  — ток якоря двигателя в относительных единицах;  $u = \frac{U}{U_m}$  — напряжение на клеммах электродвигателя в относительных единицах.

Для двигателей кратковременного действия, работающих при  $I > I_n$ , коэффициент  $k_m$  согласно основному экономическому закону регулирования [Л. 2] выбирается максимальным и ограничивается

только тепловым состоянием обмотки возбуждения. Это обеспечивает работу двигателя на участках 1 и 2 с максимально возможной мощностью. На участке 3, где для разгона авиадвигателя при  $U = U_{max} = \text{const}$  необходимо ослабление магнитного потока, момент привода без учета механических и магнитных потерь

$$\begin{aligned} M_d &= C_e \frac{\pi}{30} I \Phi = C_e \frac{\pi}{30} I \frac{(U_m - r_a I) 30}{n C_m \pi} = \\ &= A \frac{I}{n} - B \frac{I^2}{n}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $U_m$  — максимальное напряжение питания двигателя;  $\Phi$  — магнитный поток двигателя;  $r_a$  — сопротивление силовой цепи якоря;  $A, B, C_e$  — постоянные коэффициенты.

Второй член уравнения (4) пропорционален потерям мощности в цепи якоря, поэтому приближенно для упрощения дальнейших расчетов момент привода на участке 3

$$M_d = A \frac{I}{n} \eta_{cp}, \quad (5)$$

где  $\eta_{cp}$  — средний к. п. д. двигателя на участке ослабления поля или в относительных единицах

$$\mu_d = C_k \frac{i}{v}, \quad (6)$$

где

$$C_k = \frac{975 U_m \eta_{cp}}{10^3 M_{cm}}.$$

Общее уравнение динамики электропривода на каждом этапе имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} 1\text{-й участок } C_m i - \mu_0 - av &= Nv'; \\ 2\text{-й участок } C_m i - \mu_{cm} + b(v - v_1) &= Nv'; \\ 3\text{-й участок } C_k \frac{i}{v} - \mu_{c-2} + c(v - v_2) &= Nv', \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $v'$  — производная по скорости в относительных единицах;  $N = \frac{J \pi n_c}{30 M_{cm}}$  — постоянный коэффициент, пропорциональный моменту инерции системы  $J$ .

Принимая в качестве граничного условия максимально допустимые потери в якоре за время запуска  $t_3$  (в относительных единицах)

$$Q_{\text{доп}} = \int_0^{t_3} i^2 dt, \quad (8)$$

можно дать математическую формулировку поиску оптимального управления: из класса допустимых управлений  $i(t)$ , переводящих систему из начального состояния

$$v(0) = 0; \quad Q(0) = 0$$

в конечное

$$v = v_c; \quad Q = Q_{\text{доп}}$$

найти такое, при котором интеграл, характеризующий быстродействие системы,

$$t_3 = N \int_0^{v_c} \frac{dv}{\mu_d - \mu_c} \quad (9)$$

будет минимальным.

Как видно на рис. 1, функция  $\mu_c = f(v)$  имеет излом на границах участков,

Для применения принципа максимума Понтрягина, которым воспользуемся для решения поставленной задачи, необходимо иметь вполне определенные начальные условия по выбранным фазовым координатам  $v$  и  $Q$ .

Границные значения  $v$  определяются участками скорости (рис. 1). Значение  $Q$  на первом участке определяется согласно (9) и (7):

$$Q_1 = \int_0^{t_1} i^2 dt = N \int_0^{v_1} i^2 \frac{dv}{(\mu_d - \mu_e)}. \quad (10)$$

Если предположить, что  $\mu_d - \mu_e \approx \text{const}$ , то тепловая энергия, выделяемая в обмотке якоря, пропорциональна изменению скорости на этом участке. Тогда

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{v_1}{\nu_e} Q_{\text{доп}}; \quad Q_2 = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_e} Q_{\text{доп}}; \\ Q_3 &= \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_e} Q_{\text{доп}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Равенство (11) является в данном случае условием первого приближения. Однако, как это будет показано ниже, для нахождения оптимального управления двигателем независимого возбуждения при ограничении (8) оно хорошо согласуется с конечными результатами расчета.

В случае ошибки в предварительном выборе  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  на границах участков появится разрыв оптимальной функции управления  $i(t)$ , значение и знак которого позволят окончательно скорректировать значения  $Q_{1-3}$ . Дифференцируя выражение (8) по времени, можно прибавить к системе (7) дополнительное уравнение:

$$\frac{dQ}{dt} = i^2. \quad (12)$$

Согласно (7) и (12), применяя принцип максимума Понтрягина, находим, что оптимальным для 1-го участка будет такое управляющее воздействие  $i(t)$ , которое будет определять экстремум вспомогательной функции

$$\begin{aligned} H_{\phi, v, Q} &= \psi_1 \frac{dv}{dt} + \psi_2 \frac{dQ}{dt} = \\ &= \psi_1 \left( \frac{C_m}{N} i - \frac{\mu_0}{N} - \frac{a}{N} v \right) + \psi_2 i^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Значения вспомогательных координат  $\psi_1$  и  $\psi_2$  определяются из системы уравнений Эйлера:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial v}, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q}, \quad \left. \right\} \quad (14)$$

откуда  $\psi_2 = C_1$ , а  $\psi_1 = e^{\frac{a}{N} t + c_2}$ , где  $C_2$  и  $C_1$  — постоянные интегрирования.

Подставляя  $\psi_1, \psi_2$  в (13) и дифференцируя  $H$  по току, найдем функцию оптимального управления

$$i_{\text{оп}} = \frac{C_m C_3}{2N} e^{\frac{a}{N} t}, \quad (15)$$

$$C_3 = -\frac{e^{c_2}}{C_1}. \quad (16)$$

Значение постоянной  $C_3$  находится из начальных условий:

при  $t=0; v=0;$

при  $t=t_1; v=v_1; Q=Q_{\text{доп}}$  ( $t_1$  — время в конце 1-го этапа) и уравнений (8) и (16)

$$C_3 = \sqrt{\frac{Q_{\text{доп}}}{C_m^2 \left( e^{\frac{2a}{N} t_1} - 1 \right)}}. \quad (17)$$

Решая совместно (8), (16) и (17), определяем численное значение  $t_1$ .

Выражение для скорости находится интегрированием уравнения (7) и подстановкой в него функции оптимального тока согласно (16)

$$v_{\text{оп}} = \frac{\mu_0}{a} \left( e^{-\frac{a}{N} t} - 1 \right) + \frac{C_m^2 C_3}{4Na} \left( e^{\frac{a}{N} t} - e^{-\frac{a}{N} t} \right). \quad (18)$$

Подставляя значение  $i_{\text{оп}}(t)$  и  $v_{\text{оп}}(t)$  в уравнения (4) и (15), определяются все остальные электрические параметры привода на первом этапе. На втором этапе уравнение динамики привода по своему математическому выражению (7) мало отличается от первого этапа и оптимальные диаграммы тока и скорости находятся аналогичным путем

$$i_{\text{оп}} = \frac{C_m C_6}{2N} e^{-\frac{b}{t} t}; \quad (19)$$

$$v_{\text{оп}} = v_1 e^{\frac{b}{N} (t-t_1)} + \frac{\mu_{cm} + b v_1}{b} \left( 1 - e^{\frac{b}{N} (t-t_1)} \right) - \frac{C_m^2 C_6}{4N \cdot b} \left( e^{-\frac{b}{N} t} - e^{\frac{b}{N} (t-2t_1)} \right), \quad (20)$$

где  $C_6$  — постоянная интегрирования, определяемая начальными условиями.

Для 3-го этапа согласно (7) основная система уравнений динамики

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{C_k}{N} \frac{i}{v} + \frac{c}{N} v - \frac{\mu_{c2} + cv_2}{N}; \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= i^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Промежуточная функция

$$H = \psi_1 \left( \frac{C_k i}{N v} + \frac{c}{N} v - \frac{\mu_{c2} + cv_2}{N} \right) + \psi_2 i^2 \quad (22)$$

и сопряженная система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial v} = \psi_1 \frac{C_k i}{N v} - \frac{c}{N} \psi_1; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

имеют более сложную зависимость от фазовых координат и управляющего воздействия, что не позволяет определить вспомогательную переменную  $\psi_1$  простым интегрированием с разделением переменных. Наиболее целесообразным в этом случае является приближенный метод решения с последующей оценкой, связанный с этим погрешности.

Предположим, что на участке достаточно малого времени от  $t_2$  до  $t_2 + \Delta t$ , где  $t_2$  — время конца второго этапа, параметры  $i_{\text{оп}}$  и  $v'$  сохраняют свои значения, определенные ранее в точке  $t_2$ .

Тогда в конце интервала  $\Delta t$ , в первом приближении

$$i_{3-1} = i_2; \quad v_{3-1} = v_2 + \gamma_1 \Delta t, \quad (24)$$

где  $\gamma_1 = \frac{dv}{dt}$  — частная производная в момент  $t = t_2$ ;  $i_{3-1}$ ;  $v_{3-1}$  — ток и скорость в конце первого временного шага  $\Delta t$ .

Подставляя (24) в (23),

$$\phi_1 = e^{F+C_s}; \quad \phi_2 = C_s, \quad (25)$$

где  $C_7$  и  $C_8$  — постоянные интегрирования;

$$F = \left( \frac{C_8 i_{3-1}}{N v_{3-1}^2} - \frac{c}{N} \right) t.$$

Решая совместно (25) и (22), находим выражение для оптимального тока

$$i_{\text{оп}} = \frac{C_8 C_9}{2 N v} e^F, \quad (26)$$

где  $C_9$  — определяется из (26) и начальных условий ( $t = t_2$ ;  $v = v_2$ ;  $i_{\text{оп}} = i_2$ ).

Подставляя в (26) значения скорости и времени в конце первого шага  $\Delta t$ ,

$$t = t_2 + \Delta t; \quad v = v_{3-1},$$

получим второе приближение оптимального тока в этой точке.

Теперь, зная значение тока и скорости, можно вычислить согласно (6) и (7) действующий момент привода  $\mu_d$  и момент статического сопротивления  $\mu_c$  в начале и конце шага  $\Delta t$ .

Пользуясь соотношением (9), находим действительное время разгона привода ( $\Delta t'$ ) от  $v_2$  до  $v_{3-1}$

$$\Delta t' = N \int_{v_2}^{v_{3-1}} \frac{dv}{\mu_d - \mu_c}. \quad (27)$$

Численные значения  $\Delta t'$  и  $v_{3-1}$  позволяют получить новое значение ускорения  $\gamma_2$  в точке  $t_2 + \Delta t'$  и сделать следующий шаг расчета функции оптимального управления  $i_{\text{оп}}(t)$  и т. д. После того, как графики тока и скорости рассчитаны, необходимо сделать проверку на соответствие (8) и оценить погрешность, связанную с приближенным методом расчета.

Практика проектирования электроприводов показывает, что эта погрешность не превышает обычно 1,5—2%.

Анализ уравнений (15) и (19) показывает, что диаграммы тока на выбранных участках имеют экспоненциальный характер, причем знак показателя степени в уравнениях (15) и (19) зависит от знака  $\operatorname{tg} \alpha$  момента статического сопротивления (рис. 1). Крутизна изменения оптимального тока обратно пропорциональна моменту инерции привода  $N$ . При работе двигателя с полным магнитным потоком ( $0 \leq v \leq v_2$ ) оптимальная диаграмма тока (и момента) является как бы огибающей по отношению к моменту статического сопротивления  $\mu_c$  и в тем большей степени, чем меньше момент инерции привода. Для систем запуска мощных авиадвигателей с большим моментом инерции показатель степени в формулах (15) и (19) стремится к нулю, а оптимальная диаграмма тока — к постоянному значению  $i_{\text{оп}} = \text{const}$ .

На участке ослабления магнитного поля электродвигателя ( $v_2 \leq v \leq v_c$ ) функции тока  $i_{\text{оп}}(t)$  в общем случае имеет падающий характер.

Среднее значение тока на участке скорости  $0 \leq v \leq v_1$  зависит от допустимых потерь в якоре дви-

гателя ( $Q_{\text{доп}}$ ). Зависимость времени разгона привода от  $Q_{\text{доп}}$  имеет гиперболический характер.

При заданных потерях значение тока не всегда согласуется с допустимым значением, определяемым ограниченной мощностью источника питания, коммутационной способностью двигателя и силовой контакторной аппаратурой. В этом случае вводится ограничение

$$i_{\text{оп}} \leq i_{\text{доп}}, \quad (28)$$

а оптимальная диаграмма тока принимает значение  $i_{\text{оп}} = \text{const}$ . Подставляя это значение в выражения (15) и (19), определяем новые значения постоянных интегрирования, а затем по (18) и (20) — новую оптимальную диаграмму скорости. Напряжение питания двигателя на участке  $0 \leq v \leq v_2$  (в относительных единицах)

$$u = i_{\text{оп}} k_1 + v_{\text{оп}} k_2, \quad (29)$$

где

$$k_1 = \frac{r_a I_n}{U_m}; \quad k_2 = \frac{k_e n_c}{U_m}; \quad u = \frac{U}{U_m}.$$

При  $v > v_2$  — напряжение ограничивается мощностью источника питания на уровне  $u = 1$ . При этом ток возбуждения двигателя, обеспечивающий оптимальную диаграмму тока якоря

$$i_b = \frac{1 - i_{\text{оп}} k_3}{v_{\text{оп}} k_4}, \quad (30)$$

где

$$k_3 = \frac{r_a I_n}{U_m}; \quad k_4 = \frac{n_c I_{b,n} C''_e}{U_m};$$

$C''_e$  — коэффициент пропорциональности между э. д. с. электродвигателя и током возбуждения при постоянной скорости и ненасыщенной магнитной системе.

На рис. 2, а представлены параметры электропривода с оптимальным управлением без учета (28), а на рис. 2, б — соотношение моментов в системе с оптимальным управлением.

Расчеты показывают, что раскрутка авиадвигателя в системе с оптимальным управлением происходит при значении динамического момента привода

$$\mu_t = \mu_d - \mu_c,$$

ближкого к постоянному значению.

Благодаря этому оптимальный график скорости  $v_{\text{оп}}(t)$  представляет практически линейную функцию и подтверждает правильность первоначальной оценки электрических потерь в якоре двигателя на отдельных участках скоростей (12).

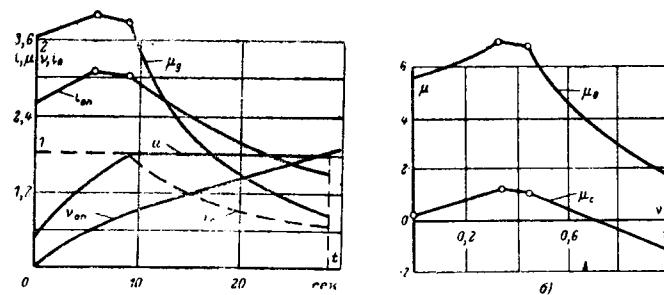


Рис. 2. Изменение электрических (а) и механических (б) параметров электропривода с оптимальным управлением.

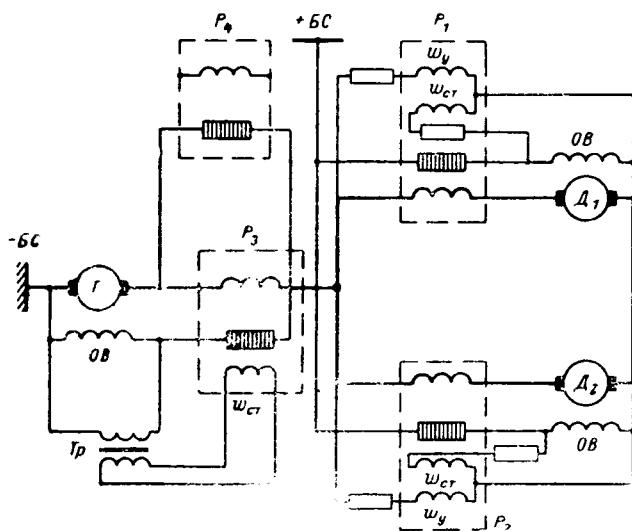


Рис. 3. Принципиальная упрощенная схема электропривода с оптимальным управлением.

$W_{cr}$  — стабилизирующие обмотки регуляторов;  $OB$  — обмотки возбуждения;  $T_p$  — стабилизирующий трансформатор;  $P_1$  и  $P_2$  — регуляторы тока двигателей;  $P_3$  — регулятор тока генератора;  $P_4$  — регулятор напряжения;  $BC$  — бортовая сеть, постоянного тока.

Техническая реализация оптимальной диаграммы тока без ограничения  $i_{op} \leq i_{dop}$  представляет значительную трудность. Поэтому целесообразно оценить режимы работы, близкие к оптимальному и одновременно хорошо поддающиеся реализации на основе существующих серийных элементов автоматики. Одним из таких режимов является управление током якоря по закону  $i = \text{const}$ .

Расчеты конкретных приводов показывают, что такая замена оптимальной диаграммы тока (по среднеквадратичному значению) приводит к снижению быстродействия на 15—18% при тех же потерях  $Q_{dop}$ . Если для выбранных элементов привода необходимо выполнять ограничение  $i_{op} \leq i_{dop}$ , то токовая диаграмма делается более плоской и замена ее графиком  $i = \text{const}$  уже не приводит к существенной потере быстродействия привода.

Это обстоятельство позволяет дешевыми и простыми средствами осуществить техническую реали-

зацию оптимального управления приводом, применив два регулятора тока. Один из регуляторов включается в обмотку возбуждения генераторного источника питания, а второй — в обмотку возбуждения двигателя.

На рис. 3 приводится принципиальная схема привода с двумя двигателями, работающими от одного источника питания. В этом случае в цепь каждого двигателя должен быть включен свой регулятор. При скорости  $0 \leq v \leq v_2$  (рис. 1) в работу включен регулятор тока генератора  $P_3$ , а угольные столбы регуляторов  $P_2$  и  $P_3$  — закорочены. В момент прохождения скорости  $v_2$  по сигналу датчика скорости включаются регуляторы  $P_2$  и  $P_1$ , а угольный столб регулятора  $P_3$  закорачивается.

Если при работе привода необходимо стабилизировать значение электрической мощности потребления двигателей, то в схему включается дополнительно регулятор напряжения  $P_4$  (рис. 4).

**Выводы.** 1. Для рассматриваемых в статье электроприводов с источником питания ограниченной мощности существует оптимальная диаграмма тока, обеспечивающая максимальное быстродействие системы при допустимых потерях в якоре двигателя.

2. Работа двигателя с оптимальной диаграммой тока обеспечивает максимально возможную мощность привода на выходном валу, тем самым минимизируя его относительный вес.

#### Литература

- Петров Ю. П., Вариационные методы теории оптимального управления, изд-во «Энергия», 1965.
- Булгаков А. А., Экономический закон регулирования электрических машин, «Электричество», 1956, № 10.
- Хамитов Ш. Ш., Исследование двигателя постоянного тока как объекта оптимальной системы регулирования, «Электричество», 1958, № 5.
- Святославский В. А., Применение принципа максимума для расчета оптимального управления двигателем постоянного тока независимого возбуждения, «Электричество», 1963, № 9.
- Алабин М. А. и др., Запуск авиационных газотурбинных двигателей, «Машиностроение», 1968.
- Понтиягин Л. С. и др., Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1961.

[6.1.1970]



УДК 621.314.632:621.062

## Исследование индуктивных схем выравнивания токов с учетом неодновременности включения тиристоров

Э. М. АПТЕР  
Харьков

Как известно, в мощных преобразователях применяется параллельное включение тиристоров, соединенных в специальные схемы с индуктивными делителями [Л. 1] для ограничения величины отклонения тока

$$\Delta i_k = i_k - i_{cp}. \quad (1)$$

Здесь  $i_k$  и  $i_{cp}$  — мгновенные значения тока  $k$ -й параллельной ветви и среднеарифметического тока схемы;

$$i_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_k,$$

где  $n$  — число параллельных ветвей.

Отклонение тока есть случайная величина, функция случайных параметров параллельно включенных тиристоров, главным образом, их пороговых напряжений и времен включения. Этой случайной величине соответствует некоторый закон распреде-

ления вероятностей. Практический интерес представляет такое отклонение (найденное с помощью этого закона), вероятностью превышения которого можно пренебречь.

Ниже излагается методика, позволяющая при известных параметрах схемы вычислять максимальное отклонение тока, соответствующее заданному уровню вероятности, с учетом неодновременности включения параллельных тиристоров. С помощью этой методики можно, в частности, методом последовательных приближений выбирать рациональные параметры индуктивных делителей.

Анализ проведем при допущении: активные сопротивления цепей одинаковы; индуктивность делителей постоянна и рассеяние отсутствует.

На рис. 1, а показана схема деления в общем виде. Здесь параллельная вентильная ветвь изображена как последовательное соединение противо-э. д. с.  $U_k$  (имитирующего пороговое напряжение проводящего тиристора), активного сопротивления  $R$  и выравнивающей э. д. с.  $e_k$ , величина которой определяется конкретной схемой деления.

Для удобства здесь и далее полагаем, что нумерация параллельных ветвей (и тиристоров) соответствует очередности включения вентиляй.

В общем виде э. д. с.  $e_k$  пропорциональна скорость изменения разности тока данной ветви  $i_k$  и некоторого эталонного тока  $i_{ek}$ , с которым данный ток сравнивается:

$$e_k = \eta \frac{d}{dt} (i_k - i_{ek}), \quad (2)$$

где  $\eta$  — коэффициент пропорциональности.

Величины  $i_{ek}$  и  $\eta$  определяются конкретной схемой деления. Так, например, в схеме с делителями без магнитной связи (последовательно с каждым вентилем включена линейная индуктивность):

$$i_{ek} = 0; \quad \eta = L;$$

$$e_k = L \frac{di_k}{dt}, \quad (3)$$

где  $L$  — индуктивность делителя.

Для схемы с короткозамкнутой цепью имеем:

$$i_{ek} = i_{cp}, \quad (4)$$

$$\eta = L; \quad (5)$$

$$e_k = L \frac{d}{dt} (i_k - i_{cp}) = L \frac{d\Delta i_k}{dt}. \quad (6)$$

Выражения (4) — (6) справедливы и для схемы с задающим вентилем.

В схеме «замкнутая цепочка» получим:

$$i_{ek} = \frac{i_{k-1} + i_{k+1}}{2};$$

$$\eta = 2L.$$

Следует подчеркнуть, что схемы с магнитной связью между делителями, в которых  $i_{ek} \neq i_{cp}$  оказываются относительно мало эффективными при большом числе параллельных ветвей (соотношение  $i_{ek} = i_{cp}$  согласуется с самим смыслом схемы деления, определяемым (1)). Так, например, схема замкнутая цепочка при  $n > 8$  резко снижает выравнивающее действие по сравнению со схемой с короткозамкнутой цепью [Л. 1].

В дальнейшем рассматриваются только схемы, для которых  $i_{ek}$  равно  $i_{cp}$  или нулю.

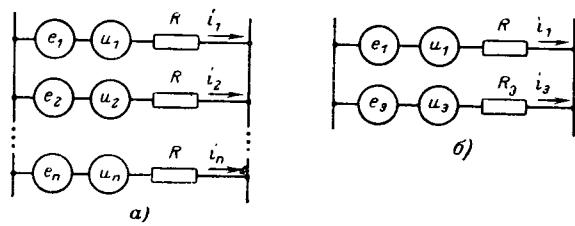


Рис. 1. Эквивалентные схемы деления.

а — для а параллельных ветвей; б — приведенная к двум параллельным ветвям.

Найдем выражение для тока  $\Delta i_1 = i_1 - i_{cp}$  в функции времени. Эффект неодновременности включения учтем, введя начальные условия.

Схему на рис. 1, а можно заменить эквивалентной схемой, состоящей из двух параллельных ветвей (рис. 1, б), где

$$R_3 = \frac{R}{n-1}; \quad (7)$$

$$i_3 = \sum_{k=1}^n i_k - i_1; \quad (8)$$

$$U_3 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n U_k; \quad (9)$$

$$e_3 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n e_k. \quad (10)$$

Уравнение электрического равновесия для этой схемы имеет вид:

$$e_1 + U_1 + R_i_1 = e_3 + U_3 + R_3 i_3. \quad (11)$$

В результате несложных преобразований (11) после подстановки в него (7) — (10), а также с учетом (3) или (6) (в зависимости от вида схемы), можно привести к виду:

$$L \frac{d\Delta i_1}{dt} + R \Delta i_1 - \Delta U = 0,$$

где

$$\Delta U = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (U_k - U_1). \quad (12)$$

Решая это уравнение, имеем:

$$\Delta i_1 = \Delta i_{10} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{R} \Delta U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (13)$$

Здесь  $\tau = \frac{L}{R}$ ;  $\Delta i_{10}$  — ток в первом вентиле в момент включения последнего.

Пренебрегая временем включения вентиляй по сравнению с временем их работы, получаем выражение для среднего за период питающего напряжения  $T$  отклонения тока в первом вентиле от среднеарифметического тока схемы:

$$\Delta I_1 = \frac{1}{T} \int_0^\tau \Delta i_1 dt = \frac{\tau}{T} \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta i_{10} + \left[ \tau - \frac{1}{\tau} \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right) \right] \frac{\Delta U}{RT}, \quad (14)$$

где  $\tau$  — продолжительность периода проводимости схемы.

Определим начальный ток  $\Delta i_{10}$  для схемы с короткозамкнутой цепью и для схемы с делителями без магнитной связи. В интересующий нас промежуток времени последовательно вступающие в работу параллельные вентили включены в контур коммутации. Процесс нарастания тока в первом включившемся вентиле рассмотрим при следующих общих допущениях:

величиной порогового напряжения вентиляй пренебрегаем по сравнению с гораздо большим значением коммутирующего напряжения;

ток нагрузки и коммутирующее напряжение  $U_k$ , равное сумме фазных э. д. с., постоянны;

активные сопротивления параллельных цепей равны нулю.

Последние два допущения вполне корректны, учитывая малость рассматриваемого промежутка.

Очевидно, что величина  $\Delta i_{10}$  тем больше, чем больше напряжение  $U_k$ , поэтому принимаем  $U_k$  равным максимально возможной величине — амплитуде линейного питающего напряжения  $E_m$ .

**Схема с короткозамкнутой цепью.** Эквивалентная схема для промежутка времени  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ , где  $t_k$  и  $t_{k+1}$  — время включения соответственно  $k$ -го и  $(k+1)$ -го вентиляй, изображена на рис. 2, а (здесь не показаны делители выходящей из работы вентильной группы, так как они не оказывают влияния на токи включаемых тиристоров, ибо легко показать, что для этой схемы  $\sum_{k=1}^n e_k = 0$ ).

Мгновенные значения токов в схеме определяются системой уравнений вида (принимаем, что числа витков обмоток делителя одинаковы):

$$\left. \begin{aligned} E_m &= 2L_\Phi \frac{di_k}{dt} + L \frac{di_1}{dt} - L \frac{di_{k+3}}{dt}, \\ L \sum_{j=1}^k \frac{di_j}{dt} &= nL \frac{di_{k+3}}{dt}; \\ i_k &= \sum_{j=1}^k i_j; \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{di_2}{dt} = \dots = \frac{di_k}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Здесь  $i_{k+3}$  и  $i_k$  — ток в короткозамкнутой цепи и суммарный коммутирующий ток соответственно.

Из (15) имеем:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{E_m}{2L_\Phi + \frac{n-k}{nk} L}, \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{\frac{1}{k} E_m}{2L_\Phi + \frac{n-k}{nk} L}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta i_1}{dt} &= \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{n} \frac{di_k}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) E_m}{2L_\Phi + \frac{n-k}{nk} L}; \\ \Delta i_{10} &= \frac{E_m}{2L_\Phi} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) \Delta t_k}{1 + \frac{n-k}{nk} m}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$m = \frac{L}{2L_\Phi}. \quad (17)$$

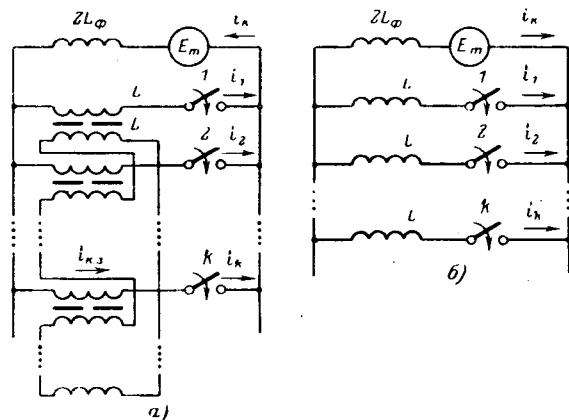


Рис. 2. Схемы замещения при включении тиристоров.  
а — с короткозамкнутой цепью; б — с делителями без магнитной связи.  
1, 2, ..., k — вступающие в работу тиристоры.

**Схема с делителями без магнитной связи.** Эквивалентная схема для промежутка времени  $\Delta t_k$  изображена на рис. 2, б (величиной приведенной индуктивности делителей выходящих из работы вентиляй пренебрегаем по сравнению с удвоенной индуктивностью фазы питающего трансформатора).

Для этой схемы получим соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{di_k}{dt} &= \frac{E_m}{2L_\Phi + \frac{1}{k} L}; \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{\frac{1}{k} E_m}{2L_\Phi + \frac{1}{k} L}; \\ \frac{d\Delta i_1}{dt} &= \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{n} \frac{di_k}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) E_m}{2L_\Phi + \frac{1}{k} L}; \\ \Delta i_{10} &= \frac{E_m}{2L_\Phi} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) \Delta t_k}{1 + \frac{1}{k} m}. \end{aligned} \quad (18)$$

Задача следующего этапа исследования состоит в отыскании таких максимальных значений случайных величин  $\Delta U$  и  $\Delta i_{10}$ , вероятностью превышения которых можно пренебречь.

В [Л. 1] показано, что вероятность события, состоящего в том, что величина  $\Delta U$ , определяемая выражением (12), может быть больше  $0,5 \Delta U_{\max}$  ( $\Delta U_{\max}$  максимально возможный интервал значений  $U_k$ ), меньше или равна 0,03 уже при  $n=5$  и уменьшается с ростом  $n$ :

$$P[\Delta U > 0,5 \Delta U_{\max}] \leq 0,03.$$

Поэтому практически всегда при  $n \geq 5$  можно полагать

$$\Delta U = 0,5 \Delta U_{\max}. \quad (19)$$

Значение  $\Delta i_{10}$  определяется совокупностью случайных величин  $t_1, \dots, t_n$  времени включения всех  $n$  параллельных вентиляй. Этот ряд значений можно рассматривать как случайную выборку из генеральной совокупности всех возможных значений  $t_k$ , заключенных в интервале  $(t_{\min}, t_{\max})$  и имеющих однаковую плотность распределения  $f(t)$ .

Среди всех мыслимых ситуаций худшая выбор-

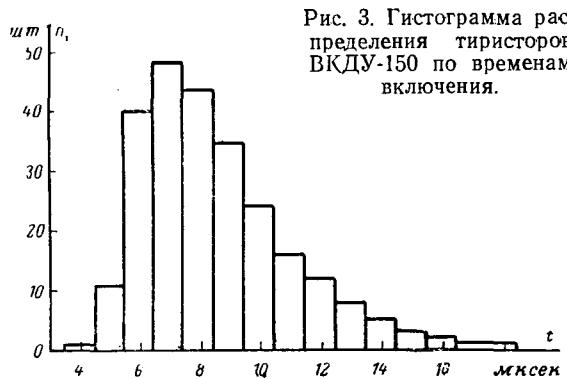


Рис. 3. Гистограмма распределения тиристоров ВКДУ-150 по временам включения.

ка, т. е. приводящая к наибольшему значению  $\Delta i_{10}$ , будет, очевидно, иметь место, когда  $t_1=t_{\min}$ , а  $t_2=\dots=t_n=t_{\max}$ . Естественно предположить, что при достаточно большом  $n$  вероятность такой ситуации практически равна нулю и искать худший случай среди выборок, вероятность реализации которых не ниже выбранного разумного предела (эта вероятность называется уровнем значимости).

Прежде всего установим критерии, с помощью которых можно классифицировать выборки по интересующему нас признаку. В качестве таких критериев целесообразно использовать некоторые параметры распределения выборки, характер влияния которых на величину  $\Delta i_{10}$  легко установить. Такими параметрами являются выборочные среднее значение ( $t_{cp}$ ) и коэффициент асимметрии ( $A_t$ ). При увеличении  $t_{cp}$  и  $A_t$  величина  $\Delta i_{10}$  растет (при условии, что  $A_t < 0$ ). Ясно, что эти параметры случайные величины. Зная закон их распределения, всегда можно найти  $p$  — процентное (т. е. соответствующее уровню значимости  $0,01 p$ ) значение параметра, приводящее к наибольшей величине  $\Delta i_{10}$ . Затем можно сконструировать выборку, обладающую найденными значениями параметров, и использовать ряд значений  $t_1, \dots, t_n$ , соответствующих этой выборке, для расчета  $\Delta i_{10}$ .

Подсчитанная таким способом величина  $\Delta i_{10}$  есть наибольшее значение, соответствующее случаю, вероятностью которого уже нельзя пренебречь.

Характер распределения случайных величин  $t_{cp}$  и  $A_t$  определяется видом распределения  $f(t)$ . В частности, если выборка сделана из нормальной совокупности, то распределение среднего значения будет нормальное, а коэффициента асимметрии — асимптотически нормальное.

Гистограмма результатов измерения параметра  $t_k$  у 250 вентиляй типа ВКДУ-150 9 и 10 класса приведена на рис. 3. Из гистограммы видно, что закон распределения  $f(t)$  далек от нормального. Однако анализ показывает, что случайная величина

$$v = \ln(t-3) \quad (20)$$

распределена практически нормально с параметрами: математическое ожидание  $m = 1,6 \pm 0,03$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 0,475 \pm 0,02$ .

Так как величины  $t$  и  $v$  связаны однозначной зависимостью, можно изучать выборки из совокупности  $v$  с последующим переходом в окончательных результатах к величине  $t$  с помощью соотношения, обратного (20)

$$t = e^v + 3. \quad (21)$$

Значения  $p$  — процентных точек распределения среднего значения и коэффициента асимметрии выборок из нормальной совокупности табулированы в [Л. 2]. Задаваясь практически приемлемой величиной  $p$  (порядка, например, 5%), находим из таблиц соответствующие значения  $v_{cp}$  и  $A_v$ . Теперь следует отыскать такую выборку  $v_1, \dots, v_n$  среднее арифметическое значение и коэффициент асимметрии которой равны найденным  $p$ -процентным значениям  $v_{cp}$  и  $A_v$ . Функцию распределения искомой выборки можно записать в виде, например, ряда Грама — Шарлье:

$$F(v) = \Phi(u) - \frac{A_v}{3!} [\varphi^{(2)}(u) - \varphi^{(2)}(0)] + \frac{E_v}{4!} \varphi^{(3)}(u), \quad (22)$$

где  $u = \frac{v - v_{cp}}{s}$ ;  $s$  — выборочное среднее квадратическое отклонение;  $\Phi(u)$  — функция стандартного распределения;  $E_v$  — выборочный коэффициент эксцесса;  $\varphi^{(2)}(u)$  и  $\varphi^{(3)}(u)$  — вторая и третья производные от плотности стандартного распределения.

Здесь  $v_{cp}$  и  $A_v$  — найденные  $p$ -процентные точки распределения среднего значения и коэффициента асимметрии.

Значения  $s$  и  $E_v$  принимаем равными их математическим ожиданиям, которые в нашем случае нормальной совокупности определяются выражениями:

$$s = \sqrt{\frac{n-1}{n}} \sigma; \quad (23)$$

$$E_v = -\frac{6}{n+1}. \quad (24)$$

Сделав далее замену аргумента  $v$  на  $t$  в функции  $F(v)$ , получим функцию  $F(t)$  искомого выборочного распределения из совокупности  $t$ . Интересующие нас выборочные значения  $t_1, t_2, \dots, t_n$  находим теперь из графика  $F(t)$ , полагая  $F(t)$  равным соответственно  $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, 1$ . Затем находим ряд интервалов времени  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$  ( $k=1, \dots, n-1$ ), с помощью которых вычисляем значение суммы в (16) и (18).

Поясним сказанное на примере. Положим мы хотим найти ряд значений  $t_k$ , соответствующих худшим условиям с точки зрения величины начального разбаланса тока  $\Delta i_{10}$  для  $n=30$  при уровне значимости 0,05 (т. е. мы не рассматриваем случаи, вероятность реализации которых меньше 0,05). Будем искать максимальные значения  $(v_{cp})_p$  и  $(A_v)_p$ , такие, что

$$\begin{aligned} P[v_{cp} > (v_{cp})_p] &\leq 0,05; \\ P[|A_v| > |(A_v)_p|] &\leq 0,05. \end{aligned}$$

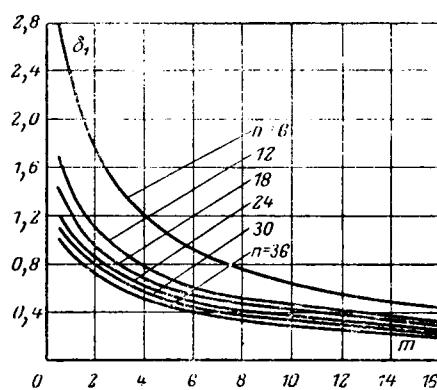
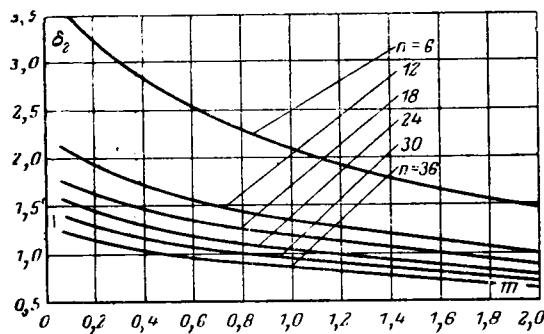
Так как  $v_{cp}$  распределено нормально  $\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ , то

$$(v_{cp})_p = m + u_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,6 + 1,96 \frac{0,475}{\sqrt{30}} = 1,77.$$

Здесь  $u_p = 1,96$  — 5%-ная максимальная точка стандартного распределения.

Из таблиц для  $n=30$  и  $p=5\%$  находим:  $(A_v)_p = 0,66$ .

Из (23) и (24) определяем также  $s=0,466$  и  $E_v=-0,194$ .

Рис. 4. График функции  $\delta_1(m)$ .Рис. 5. График функции  $\delta_2(m)$ .

Функция распределения  $F(v)$  в соответствии с (22) имеет вид:

$$F(v) = \Phi(u) + 0,11 [\varphi^{(2)}(u) + 0,40] - 0,0083 \varphi^{(3)}(u),$$

где  $u = \frac{v - 1,77}{0,466}$ .

Заменяя далее в этой функции аргумент  $v$  на  $t$  и разделяя ординату  $F(t)=1$  на 30 равных частей, определяем по графику  $F(t)$  значения  $t_k$ , соответствующие точкам деления.

Таким способом были найдены значения  $t_k$  для  $n=6, 12, 18, 24, 30$  и 36 при уровне значимости, равном 0,05. На рис. 4 и 5 представлены графики функций:

$$\delta_1(m) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) \Delta t_k}{1 + \frac{n-k}{nk} m},$$

$$\delta_2(m) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n}\right) \Delta t_k}{1 + \frac{1}{k} m},$$

с помощью которых при заданных параметрах схемы  $E_m$ ,  $L_\Phi$  и  $L$  легко найти из (16) или (18) искомое значение  $\Delta I_{10}$ .

**Пример расчета.** Исходные данные:  $n=18$ ;  $L_\Phi=0,5 \cdot 10^{-4}$  гн;  $E_m=1000$  в;  $T=0,02$  сек;  $\tau=6,67 \cdot 10^{-3}$  сек;  $R=3 \cdot 10^{-3}$  ом  $\Delta U_{\max}=0,2$  в. Схема с делителями без магнитной связи,  $L=2 \cdot 10^{-5}$  гн.

Требуется найти среднее отклонение тока в первом включившемся вентиле.

Определяем из (13), (17) и (19) следующие величины:  $x=6,67 \cdot 10^{-3}$  сек;  $m=0,2$ ;  $\Delta U=0,1$  в.

По кривым на рис. 5 находим  $\delta_2(m)=1,62 \cdot 10^{-6}$ . После этого, воспользовавшись (18), имеем:  $\Delta I_{10}=16,2$  а.

Окончательно из (14) получаем  $\Delta I_1=7,5$  а.

#### Литература

- А п т е р Э. М. и др., Исследование индуктивных схем выравнивания токов параллельно включенных вентиляй, Сборник докладов Всесоюзной научно-технической конференции «Производство и применение средств силовой преобразовательной техники в народном хозяйстве», Информстандартэлектро, 1968.
- Б о л ь ш е в Л. Н. и С м и р н о в Н. В., Таблицы математической статистики, изд-во «Наука», 1965.

[31.3.1970]

◆ ◆ ◆

УДК 621.3.072.1:621.316.721

## Частотные характеристики тиристорной схемы с емкостной коммутацией

В. Н. МЕЛЕШКИН и М. П. ЗАВЬЯЛОВ  
Москва

Тиристорная схема с емкостной коммутацией (рис. 1) широко применяется в качестве исполнительного органа для регулирования тока в активно-индуктивной нагрузке [Л. 1—6]. Она позволяет осуществлять различные способы регулирования с использованием широтно-импульсной и частотно-импульсной модуляции напряжения, причем последний вид модуляции может быть реализован как при постоянной длительности импульсов, так и при постоянной длительности пауз.

Выбор того или иного способа регулирования зависит от требований, предъявляемых к проектируемой импульсной системе. Требования определяют, в частности, необходимые пределы изменения тока нагрузки и допустимый диапазон изменения

частоты коммутации. Для обоснованного выбора способа регулирования целесообразно установить взаимосвязь между указанными параметрами. Статья посвящена исследованию схемы с емкостной коммутацией и возможностей ее применения с различными способами регулирования.

При рассмотрении процессов в схеме с емкостной коммутацией предполагаем, что ее полупроводниковые элементы являются идеальными ключами, а постоянная времени нагрузки так велика, что за время, равное периоду коммутации, ток нагрузки практически не изменяется.

Временные диаграммы напряжения на элементах схемы представлены на рис. 2. В момент времени  $t_1$  включается основной тиристор  $T_1$  и к на-

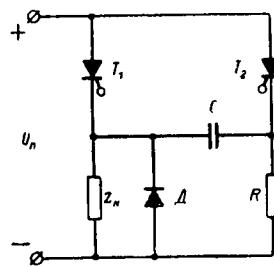


Рис. 1. Тиристорная схема с емкостной коммутацией.

достигает некоторого значения  $\gamma U_{\text{пп}}$ , достаточного для выключения основного тиристора ( $\gamma \leq 1$ ). После включения вспомогательного тиристора конденсатор  $C$  перезаряжается практически постоянным током нагрузки, и в момент времени  $t_3$  напряжение на нем достигает значения  $U_{\text{пп}}$ . При этом ток нагрузки начинает протекать через шунтирующий диод  $D$ . В момент времени  $t_4$  происходит очередное включение основного тиристора и описанные выше процессы повторяются. Интервалы времени ( $t_1 - t_2$ ), ( $t_2 - t_3$ ) и ( $t_3 - t_4$ ), а также значения напряжения  $\gamma U_{\text{пп}}$  изменяются в зависимости от способа регулирования и режима работы схемы, однако общий характер диаграмм сохраняется.

Особенность схемы с емкостной коммутацией заключается в том, что заряд коммутирующего конденсатора осуществляется через основной тиристор. По этой причине длительность импульса напряжения на нагрузке не может быть меньше времени, необходимого для перезаряда коммутирующего конденсатора через резистор  $R$  до уровня  $\gamma U_{\text{пп}}$ . Другой особенностью рассматриваемой схемы является перезаряд коммутирующего конденсатора через нагрузку. Вследствие этого при включении вспомогательного тиристора на нагрузке формируется дополнительный треугольный импульс напряжения, который также оказывает влияние на параметры процесса регулирования.

Учитывая указанные обстоятельства, определим зависимость между средним значением тока нагрузки и частотой коммутации.

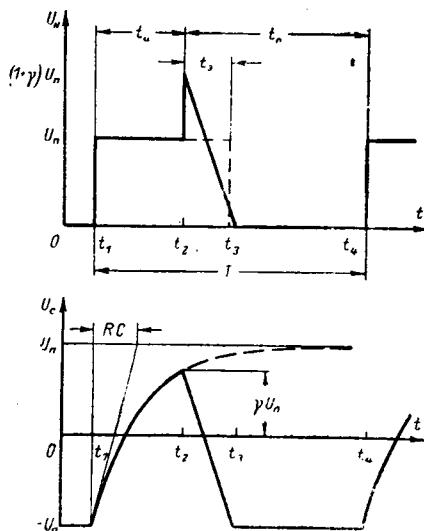


Рис. 2. Временные диаграммы напряжения на нагрузке ( $u_n$ ) и на коммутирующем конденсаторе ( $u_c$ ).

Ток нагрузки  $I_n$  пропорционален среднему за период  $T$  значению напряжения на нагрузке, т. е.

$$I_n = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_n(t)}{r} dt, \quad (1)$$

где  $r$  — активное сопротивление нагрузки.

Если треугольную составляющую напряжения  $u_n(t)$  заменить эквивалентным по площади прямоугольным импульсом с амплитудой  $U_{\text{пп}}$  и длительностью  $t_a$ , то

$$I_n = \frac{U_{\text{пп}}}{r} \frac{t_a + t_b}{T}, \quad (2)$$

где  $t_a$  — время включенного состояния основного тиристора (длительность импульса).

Величины  $t_a$  и  $t_b$  можно выразить через параметры схемы и процесса регулирования (приведено в приложении):

$$\left. \begin{aligned} t_a &= \frac{\alpha t_b}{\gamma_{\max}} \ln \frac{2}{1-\gamma}; \\ t_b &= \frac{t_b (1+\gamma)^2}{2\gamma \gamma_{\max}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\alpha = \frac{R}{r}$  — относительное сопротивление резистора;  $t_b$  — время восстановления управляемости тиристоров;  $\gamma_{\max}$  — относительное напряжение коммутации при максимальном токе нагрузки;  $v = \frac{I_n}{U_{\text{пп}}} r$  — относительный ток нагрузки.

Подставляя приведенные соотношения в (2), получаем основное выражение для частотной характеристики схемы с емкостной коммутацией:

$$f^* = \frac{\gamma^2 \gamma_{\max}}{\alpha v \ln \frac{2}{1-\gamma} + \frac{(1+\gamma)^2}{2}}, \quad (4)$$

где  $f^* = f t_b = \frac{t_a}{T}$  — частота коммутации в относительных единицах.

Выражение (4) устанавливает взаимосвязь между параметрами схемы ( $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $t_b$ ) и процесса регулирования ( $v$  и  $f$ ). Проанализируем его применительно к различным способам регулирования.

**Регулирование с использованием широтно-импульсной модуляции.** Широтно-импульсное регулирование осуществляется изменением соотношения между длительностью импульсов и пауз при постоянной частоте коммутации. В связи с этим выражение (4) может быть использовано для определения частоты коммутации, соответствующей требуемому минимальному значению тока нагрузки ( $v = v_{\min}$ ).

Для выключения основного тиристора в указанном режиме работы достаточно за время импульса  $t_a$  зарядить коммутирующий конденсатор до напряжения  $\gamma_{\min} U_{\text{пп}}$ , причем, как следует из приложения,

$$\gamma_{\min} = v_{\min} \gamma_{\max},$$

что достигается соответствующим выбором постоянной времени контура  $RC$ .

Если регулирование тока осуществляется в достаточно широких пределах ( $v_{\min} \leq 0,25$ ), то в дру-

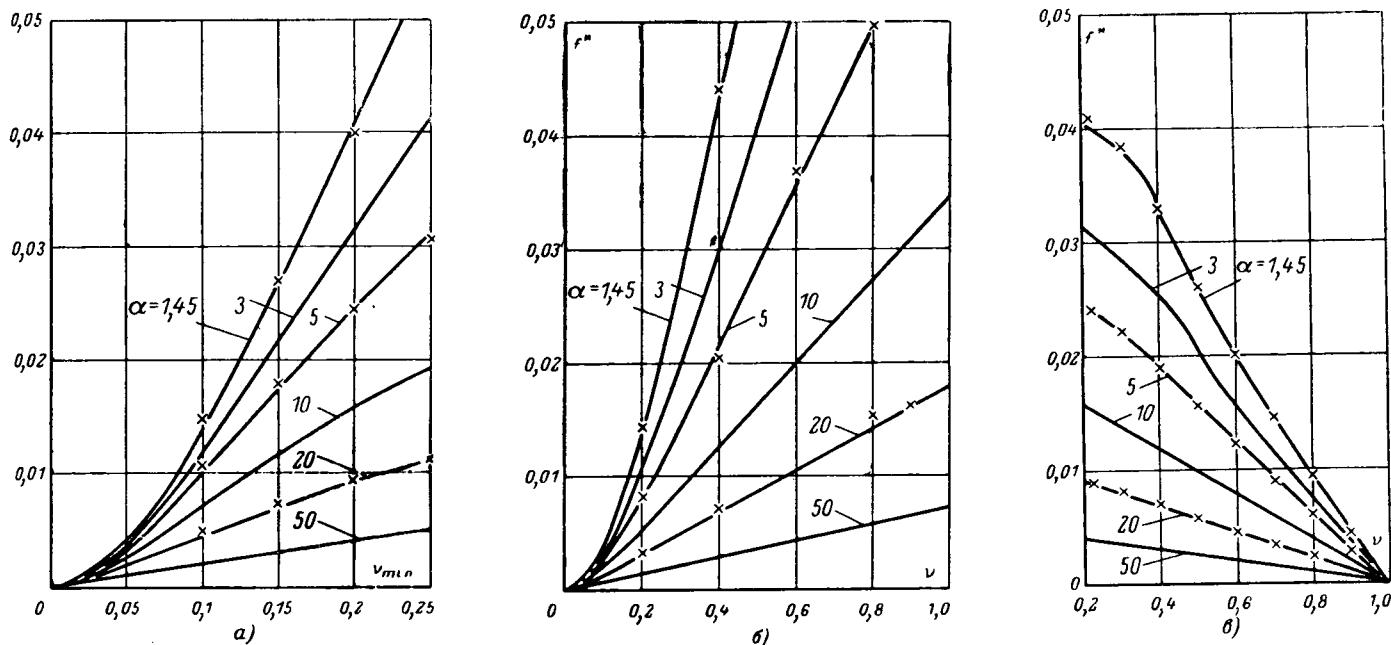


Рис. 3. Частотные характеристики при регулировании.

*a — c* с использованием широтно-импульсной модуляции; *b* — с постоянной длительностью импульса ( $v_{min}=0,2$ ); \* — экспериментальные точки.

гом краинем режиме (при  $v \approx 1$ ) напряжение коммутации будет равно напряжению питания, т. е.

$$\gamma_{max} \approx 1.$$

Учитывая эти граничные условия, из соотношения (4) получаем выражение для частотной характеристики схемы  $f^*(v_{min}, \alpha)$  при широтно-импульсной модуляции:

$$f^* = \frac{v_{min}^2}{\alpha v_{min} \ln \frac{2}{1-v_{min}} + \frac{(1+v_{min})^2}{2}}. \quad (5)$$

График функции  $f^*(v_{min}, \alpha)$  приведен на рис. 3, а.

Регулирование с использованием частотно-импульсной модуляции при постоянной длительности импульсов. Регулирование при постоянной длительности импульсов осуществляется изменением частоты коммутации. При максимальном токе нагрузки моменты времени  $t_3$  и  $t_4$  (рис. 2) совпадают и частота достигает своего наибольшего значения. Уменьшение тока нагрузки осуществляется за счет снижения частоты следования импульсов (в пределе до нуля).

Время включенного состояния основного тиристора неизменно во всех режимах работы, поэтому коммутирующий конденсатор всегда заряжается до некоторого значения  $\gamma U_{ph}$ , причем

$$\gamma = \gamma_{max} = \text{const.}$$

С учетом этого обстоятельства выражение (2) можно записать в следующем виде:

$$f^* = \frac{v^2 \gamma_{max}}{\alpha v \ln \frac{2}{1-\gamma_{max}} + \frac{(1+\gamma_{max})^2}{2}}. \quad (6)$$

В общем случае коэффициент  $\gamma_{max}$  выбирается в зависимости от конкретных требований к схеме. Однако для достижения при прочих равных усло-

виях максимальной кратности регулирования или наибольшего возможного значения частоты коммутации в режиме, соответствующем  $v=v_{min}$ , можно выбрать оптимальное значение коэффициента  $\gamma_{max} = \gamma_0$ , удовлетворяющего условию

$$\frac{\partial}{\partial \gamma_{max}} f^*(v_{min}, \alpha) = 0.$$

В соответствии с этим условием из (6):

$$\alpha v_{min} = \frac{1 - \gamma_0^2}{2 \left( \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0} - \ln \frac{2}{1 - \gamma_0} \right)}. \quad (7)$$

Анализ приведенного соотношения показывает, что при изменении коэффициентов  $v_{min}$  и  $\alpha$  в достаточно широких пределах ( $0,05 \leq v_{min} \leq 0,25$ ;  $1,45 \leq \alpha \leq 50$ ) значение  $\gamma_0$  изменяется весьма незначительно (от 0,822 до 0,632). Выбрав среднее значение коэффициента  $\gamma_0 = 0,725$  и подставив его в выражение (6), получаем формулу для частотной характеристики схемы:

$$f^* = \frac{v^2}{2,74\alpha v + 2,05}, \quad (8)$$

которая с достаточной для практики точностью может быть использована как приближенная характеристика рассматриваемого способа регулирования.

Зависимость  $f^*(v, \alpha)$  представлена на рис. 3, б.

Регулирование с использованием частотно-импульсной модуляции при постоянной длительности пауз. Этот способ регулирования характеризуется постоянным временем выключеного состояния основного тиристора (интервал  $t_2-t_4$  на рис. 2). При значениях тока, близких к максимальному, время включенного состояния основного тиристора (интервал  $t_1-t_2$ ) значительно превышает время его выключеного состояния и частота коммутации минимальна. Предельное значение тока нагрузки ( $v =$

=1) может быть достигнуто лишь при частоте коммутации, равной нулю. С увеличением частоты ток нагрузки уменьшается, что позволяет наилучшим образом использовать частотные свойства основного тиристора.

Для повышения кратности регулирования целесообразно предусмотреть, как и при широтно-импульсной модуляции, уменьшение напряжения коммутации с уменьшением тока нагрузки ( $v_{min} = v_{max}$ ). При этом в режиме максимального тока нагрузки напряжение на конденсаторе практически будет равно напряжению питания ( $v_{max} = 1$ ).

Чтобы воспользоваться соотношением (4) для получения частотной характеристики, необходимо учесть, что входящий в него коэффициент  $\gamma$  зависит от режима работы (см. приложение):

$$\gamma = \sqrt{2v \left( t_{\pi}^* - \frac{1-v}{f^*} \right)} - 1,$$

где  $t_{\pi}^* = \frac{t_{\pi}}{t_b}$  — длительность паузы в относительных единицах, причем (см. приложение)

$$t_{\pi}^* = \alpha \left( \frac{1}{v_{min}} - 1 \right) \ln \frac{2}{1-v_{min}} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{v_{min}} + 1 \right)^2.$$

Используя приведенные соотношения, на основании выражения (2) получаем уравнение частотной характеристики схемы при регулировании с постоянной длительностью паузы:

$$v^2 - v(1 - t_{\pi}^* f^*) - 2f^* \left[ 1 - e^{-\frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{f^*} - t_{\pi}^* \right)} \right]^2 = 0. \quad (9)$$

Зависимость  $f^*(v, \alpha, v_{min})$  может быть представлена в виде графиков  $f^*(v, \alpha)$ , соответствующих различным значениям  $v_{min}$ . Один из них (при  $v_{min}=0,2$ ) изображен на рис. 3,в.

Следует отметить, что величина  $v_{min}$  оказывает существенное влияние на наклон кривых  $f^*(v, \alpha)$ . Например, при изменении  $v_{min}$  от 0,2 до 0,1 максимальная частота коммутации уменьшается в 2—3 раза.

**Сравнение способов регулирования.** Частотные характеристики, соответствующие различным способам регулирования, целесообразно сравнивать по некоторым общим показателям. К их числу можно отнести следующие:

пределные значения тока нагрузки ( $v_{min}$  или  $v_{max}$ ) при заданных минимальной частоте коммутации ( $f_{min}$ ) и времени восстановления управляемости тиристора ( $t_b$ );

относительное значение сопротивления резистора ( $\alpha$ ), характеризующее основную мощность потерь в схеме;

диапазон изменения частоты коммутации.

Анализ частотных характеристик (рис. 3,а, б и в) позволяет заключить, что наилучшие показатели имеет способ регулирования с использованием широтно-импульсной модуляции. Действительно, этот способ позволяет реализовать либо наибольшую кратность регулирования, либо наибольший к. п. д. схемы при прочих равных условиях.

Регулирование с постоянной длительностью импульса характеризуется тем, что наибольшему значению тока нагрузки соответствует максимальная частота коммутации (наибольшая в сравнении

с другими способами — при прочих равных условиях).

Регулирование при постоянной длительности паузы имеет меньший диапазон изменения частоты коммутации, чем при постоянной длительности импульса (для одинаковых пределов изменения тока нагрузки). Максимальная частота коммутации (в режиме  $v=v_{min}$ ) соответствует наибольшей возможной частоте при широтно-импульсной модуляции.

Сравнительная оценка способов регулирования с использованием частотно-импульсной модуляции показывает, что регулирование при постоянной длительности паузы следует считать предпочтительным, если требуемый максимальный ток нагрузки не превышает 70—75% от наибольшего значения (например, кривые на рис. 3,б и в при  $v_{max} \leq 0,7-0,75$  и  $v_{min}=0,2$ ). Указанное значение  $v_{max}$  практически не зависит от параметров  $v_{min}$  и  $\alpha$  при изменении их в широких пределах ( $0,05 < v_{min} < 0,25$ ;  $1,45 < \alpha < 50$ ).

Частотные характеристики схемы (рис. 3,а, б и в) позволяют обоснованно выбирать способы регулирования при заданных требованиях.

**Пример.** Рассмотрим возможность выбора способа регулирования по заданным требованиям. Исходные данные:  $\alpha = 10$ ;  $t_b = 70$  мксек;  $75 < f < 225$  гц;  $0,2 < v < 0,7$ .

Из рис. 3,а следует, что регулирование тока при  $v_{min} \geq 0,2$  с использованием широтно-импульсной модуляции возможно при частоте коммутации до 225 гц ( $f^* = 0,0157$  при  $\alpha = 10$ ). Если частоту коммутации выбрать на уровне 75 гц, то реализуемая схемой кратность регулирования увеличивается до 12,5 ( $v_{max} = 1$ ,  $v_{min} = 0,08$  — при  $f^* = 0,00525$ ). Заданный диапазон регулирования может быть получен при большем к. п. д. схемы. Действительно, если  $v_{min} = 0,2$  и  $f = 75$  гц, то сопротивление резистора  $R$  можно увеличить в 4 раза ( $\alpha \approx 40$ ).

Способ регулирования с постоянной длительностью импульса обеспечивает требуемое изменение тока нагрузки при изменении частоты коммутации от 76 до 337 гц ( $f_{min}^* = 0,00533$ ,  $f_{max}^* = 0,0236$  при  $\alpha = 10$  — рис. 3,б) и поэтому в настоящем случае неприемлем.

Для регулирования тока в указанных пределах при постоянной длительности паузы частоту коммутации необходимо изменять в пределах от 83 до 225 гц ( $f_{min}^* = 0,0058$ ,  $f_{max}^* = 0,0157$  при  $\alpha = 10$  — рис. 3,в).

Таким образом, заданным требованиям удовлетворяют два способа регулирования — при постоянной частоте коммутации и при постоянной длительности паузы. Предпочтение следует отдать широтно-импульсному способу, позволяющему повысить к. п. д. схемы.

**Экспериментальное исследование схемы.** Для проверки изложенных выше результатов анализа проведено экспериментальное исследование частотных характеристик схемы при различных способах регулирования.

В ходе эксперимента при различных значениях сопротивления резистора и емкости коммутирующего конденсатора (приведены в приложении) получены зависимости частоты коммутации от тока нагрузки. Результаты эксперимента (при  $\alpha = 1,45$ ; 5 и 20) приведены на рис. 3,а, б и в.

**Выводы.** 1. Регулирование с использованием широтно-импульсной модуляции является единственным возможным при необходимости иметь постоянную частоту коммутации. Его применение целесообразно при большой кратности регулирования и в тех случаях, когда требуется обеспечить максимально возможное значение тока нагрузки.

2. Частотно-импульсная модуляция при постоянной длительности импульса обеспечивает максимальное возможное значение тока нагрузки, но характеризуется большим диапазоном изменения частоты. В связи с этим ее применение целесообразно при небольшой кратности регулирования.

3. Регулирование с постоянной длительностью паузы позволяет наилучшим образом использовать частотные свойства тиристоров. Его применение целесообразно в тех случаях, когда требуемый максимальный ток нагрузки не превышает 70—75% от наибольшего значения.

**Приложение.** О выборе элементов схемы. При включении вспомогательного тиристора начинается разряд коммутирующего конденсатора током нагрузки (интервал  $t_2-t_3$  на рис. 2):

$$U_C = \gamma U_{\text{пп}} - \frac{I_{\text{пп}} t}{C}. \quad (\text{П-1})$$

Время, в течение которого основной тиристор находится под обратным напряжением ( $u_C \geq 0$ ), должно быть больше времени восстановления его управляемости  $t_b$ . Емкость коммутирующего конденсатора  $C$  может быть определена из выражения (П-1) при максимальном значении тока нагрузки  $I_{\text{max}}$ :

$$C = \frac{t_b \gamma_{\text{max}}}{r \gamma_{\text{max}}},$$

где  $\gamma_{\text{max}} = \frac{I_{\text{max}} r}{U_{\text{пп}}}$  — относительный максимальный ток нагрузки;  $\gamma_{\text{max}}$  — относительное напряжение коммутации при максимальном токе нагрузки.

Обычно  $\gamma_{\text{max}}=1$ , однако в тех случаях, когда  $\gamma_{\text{max}} < 1$ , емкость конденсатора  $C$  следует выбирать исходя из предельного значения тока нагрузки, которое определяется ее активным сопротивлением. При этом выключение основного тиристора обеспечивается не только в установившихся, но и, например, в переходных режимах, где относительный ток нагрузки может оказаться равным единице. С учетом изложенного емкость конденсатора целесообразно определять по формуле:

$$C = \frac{t_b}{\gamma_{\text{max}} r}, \quad (\text{П-2})$$

где  $\gamma_{\text{max}}$  — относительное напряжение коммутации при максимальном токе нагрузки.

При включении основного тиристора конденсатор  $C$  начинает перезаряжаться через резистор  $R$ :

$$U_C = U_{\text{пп}} \left( 1 - 2e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (\text{П-3})$$

Очевидно, условие выключения вспомогательного тиристора будет выполнено, если

$$CR \ln 2 \geq t_b. \quad (\text{П-4})$$

Соотношения (П-2) и (П-4) позволяют определить наименьшее сопротивление резистора  $R$ , при котором схема еще сохраняет работоспособность:

$$R_{\text{min}} = \frac{\gamma_{\text{max}}}{\ln 2} r,$$

или в относительных единицах

$$\alpha_{\text{min}} = \frac{R_{\text{min}}}{r} = 1,45 \gamma_{\text{max}}. \quad (\text{П-5})$$

Если  $\gamma_{\text{max}}=1$ , то  $\alpha_{\text{min}}=1,45$ .

Определение длительности прямоугольного импульса напряжения  $U_{\text{пп}}$ . К моменту включения вспомогательного тиристора ( $t_2$  на рис. 2) напряжение на конденсаторе достигает значения  $\gamma U_{\text{пп}}$ . С учетом этого из выражения (П-3)

$$t_b = RC \ln \frac{2}{1-\gamma}.$$

Подставляя в последнее соотношение значение емкости, определенное по формуле (П-2), окончательно получим:

$$t_b = \frac{\alpha t_{\text{пп}}}{\gamma_{\text{max}}} \ln \frac{2}{1-\gamma}. \quad (\text{П-6})$$

Определение длительности эквивалентного импульса напряжения  $t_b$ . При включении вспомогательного тиристора конденсатор перезаряжается током нагрузки до напряжения  $-U_{\text{пп}}$ . Время перезаряда  $t_{\text{пп}}=t_3-t_2$  (рис. 2) определим из уравнения (П-1):

$$t_{\text{пп}} = \frac{CU_{\text{пп}}}{I_{\text{пп}}} (1+\gamma),$$

или с учетом (П-2)

$$t_{\text{пп}} = \frac{t_b (1+\gamma)}{\gamma \gamma_{\text{max}}},$$

где  $\gamma = \frac{I_{\text{пп}}}{U_{\text{пп}}}$  — относительный ток нагрузки.

Приравнивая площади треугольного и эквивалентного прямоугольного импульсов, находим длительность последнего:

$$t_b = \frac{t_{\text{пп}} (1+\gamma)^2}{2\gamma \gamma_{\text{max}}}. \quad (\text{П-7})$$

Определение зависимости  $\gamma(v)$  при регулировании с постоянной длительностью паузы  $t_{\text{пп}}$ . Для рассматриваемого способа регулирования из соотношения (2) получаем:

$$\gamma = \frac{T - (t_{\text{пп}} - t_b)}{T}.$$

Используя выражение (П-7) и учитывая, что  $\gamma_{\text{max}}=1$ , находим из последнего соотношения:

$$\gamma = \sqrt{2\gamma \left( t_{\text{пп}}^* - \frac{1-\gamma}{f^*} \right) - 1}, \quad (\text{П-8})$$

где  $t_{\text{пп}}^* = \frac{t_{\text{пп}}}{t_b}$  — длительность паузы в относительных единицах;  $f^* = f t_b$  — частота коммутации в относительных единицах.

Определение длительности паузы  $t_{\text{пп}}^*$ . Для режима минимального тока нагрузки с учетом предельных значений коэффициента  $\gamma$  ( $\gamma_{\text{max}}=1$ ,  $\gamma_{\text{min}}=\gamma_{\text{min}}$ ) и соотношения (П-6) справедливо выражение

$$t_{\text{пп}} = \frac{1}{f_{\text{max}}} = \alpha t_b \ln \frac{2}{1-\gamma_{\text{min}}}.$$

Максимальная частота коммутации в указанном режиме определяется из уравнения (4):

$$f_{\text{max}} = \frac{1}{t_b} \frac{\gamma_{\text{min}}^2}{\alpha \gamma_{\text{min}} \ln \frac{2}{1-\gamma_{\text{min}}} + \frac{(1+\gamma_{\text{min}})^2}{2}}.$$

Подставляя полученное выражение в предыдущее, находим:

$$t_{\text{пп}}^* = \alpha \left( \frac{1}{\gamma_{\text{min}}} - 1 \right) \ln \frac{2}{1-\gamma_{\text{min}}} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma_{\text{min}}} + 1 \right)^2. \quad (\text{П-9})$$

#### Литература

1. Payne R. A., Reeves E. S., Swith — off Circuits for SCRs Operating on d. c., «Mullard technical communications», № 65, 1963.
2. Oka Hisao, Basic Problems of SCR Application Circuits, «Mitsubishi denki gihō», № 5, 37, 1963.
3. Хасэгава Дзиро, Схема переключения с кремниевыми управляемыми выпрямителями, «Электроника» (Япония), 1964, № 1, 39.
4. Bagusch B., A Semiconductor Servo for DC Control, «Electronic Industries», № 4, 24, 1965.
5. Pawelski W., Trystoporowe Igczniki mocy, «Przeglad Elektrotechniczny», 1966, 42, № 4.
6. Bridgeham R. C., Semiconductor voltage regulator, патент США, кл. 322-28, № 3209236.

[16.9.1969]

# Формирование управляющей части оптимальных по быстродействию замкнутых систем второго порядка с комплексными корнями

Канд. техн. наук В. К. КУТУЗОВ

Синтез оптимального по быстродействию управления в системах с комплексными корнями был проведен в [Л. 1—3].

В [Л. 4] для синтеза оптимального управления линейных систем, имеющих в неизменяемой части неположительные вещественные корни, применен методстыкования, пользуясь которым удалось значительно упростить синтез оптимального управления и разработать структуру управляющей части для формирования оптимального управления.

В статье сделана попытка распространить методстыкования на синтез оптимального управления для систем 2-го порядка, имеющих в неизменяемой части комплексные корни.

Пусть неизменяемая часть описывается передаточной функцией

$$W = \frac{B}{T^2 p^2 + 1},$$

для которой

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y; \quad T^2 \frac{dy}{dt} = -x + Bu; \\ H &= \psi_1 y - \frac{1}{T^2} x \psi_2 + \frac{B}{T^2} \psi_2 u. \end{aligned} \quad (1)$$

Решение вспомогательной системы:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{1}{T^2} \psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\psi_1,$$

имеет вид:

$$\psi_2 = A \sin(\omega t + \alpha_0). \quad (2)$$

При ограничении  $|u(t)| \leq 1$  максимум функции  $H$  достигается при

$$u = \text{sign } \psi_2 = \text{sign} \left[ \sin \left( \frac{2\pi}{T} t + \alpha_0 \right) \right]. \quad (3)$$

Отсюда следует, что управление меняет знак через интервал  $t = \frac{1}{2} T$ . Решение исходного уравнения запишем в виде

$$x = C_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + C_2 \cos \frac{2\pi}{T} t + Bu(t). \quad (4)$$

Количество интервалов управления будет зависеть от начальных условий. Обозначим время в конце каждого интервала через  $t_1, t_2, \dots, t_n$ .

Пусть начальные условия  $x_0, y_0$  таковы, что оптимальная траектория пройдет через начало координат, если управление на первом интервале  $u(t) = 1$ . Тогда получим:

для начала первого интервала

$$x_0 = B + C_{21}; \quad y_0 = C_{11}\omega; \quad (5)$$

для конца первого интервала

$$\begin{cases} (C_{11} - C_{12}) \sin \omega t_1 + (C_{21} - C_{22}) \cos \omega t_1 = -2B, \\ (C_{11} - C_{12}) \omega \cos \omega t_1 - (C_{21} - C_{22}) \omega \sin \omega t_1 = 0; \end{cases} \quad (6)$$

для конца  $j$ -го интервала

$$\begin{cases} (C_{1j} - C_{1(j+1)}) \sin \omega t_j + (C_{2j} - C_{2(j+1)}) \cos \omega t_j = (-1)^j 2B, \\ (C_{1j} - C_{1(j+1)}) \omega \cos \omega t_j - (C_{2j} - C_{2(j+1)}) \omega \sin \omega t_j = 0; \end{cases} \quad (7)$$

для конца последнего интервала

$$\begin{cases} C_{1n} \sin \omega t_n + C_{2n} \cos \omega t_n = (-1)^n B, \\ C_{1n} \omega \cos \omega t_n - C_{2n} \omega \sin \omega t_n = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Исключив постоянные интегрирования в (5) — (8), получим:

$$\begin{cases} -2 \sin \omega t_1 + 2 \sin \omega t_2 + \dots + (-1)^{n-1} 2 \sin \omega t_{n-1} + \\ + (-1)^n \sin \omega t_n = \frac{y_0}{B}, \\ -2 \cos \omega t_1 + 2 \cos \omega t_2 + \dots + (-1)^{n-1} 2 \cos \omega t_{n-1} + \\ + (-1)^n \cos \omega t_n = \frac{x_0}{B} - 1. \end{cases} \quad (9)$$

Из (3) следует:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + \frac{T}{2}; \quad t_3 = t_1 + T; \quad t_j = t_1 + (j-1) \frac{T}{2}; \\ t_n &= t_1 + (n-1) \frac{T}{2} + \tau, \end{aligned}$$

где  $\tau$  — время движения на последнем интервале. Произведя замену в (9), получим

$$\begin{cases} -2(n-1) \sin \omega t_1 + \sin \omega \tau = \frac{y_0}{B}, \\ -2(n-1) \cos \omega t_1 + \cos \omega \tau = \frac{x_0}{B} - 1. \end{cases} \quad (10)$$

Если в системе (10) положить время движения по последнему интервалу  $\tau = 0$ , то получим уравнения окружностей с центром, смещенным на  $-1$ , т. е.

$$\begin{cases} -[2(n-1)+1] \sin \omega t_1 = \frac{y_0}{B}, \\ -[2(n-1)+1] \cos \omega t_1 = \frac{x_0}{B} - 1, \end{cases} \quad (11)$$

откуда

$$\left( \frac{y_0}{B} \right)^2 + \left( \frac{x_0}{B} - 1 \right)^2 = [2(n-1)+1] \quad (12)$$

или

$$2(n-1) = \sqrt{\left( \frac{y_0}{B} \right)^2 + \left( \frac{x_0}{B} - 1 \right)^2} - 1.$$

Формула (12) позволяет, зная начальные значения координат, определить количество интервалов оптимальной траектории.

Теперь по системе (10) можно определить значения моментов времени  $t_1, \tau$ , а также и всех остальных моментов  $t_j$  и, тем самым, найти алгоритм программного оптимального управления. Однако для оптимизации замкнутых систем необходимо формировать оптимальное управление в функции текущих фазовых координат системы.

Положим в системе (10)  $t_1 = 0$ , тогда

$$\begin{cases} \sin \omega \tau = \frac{y_*}{B}, \\ \cos \omega \tau = \frac{x_*}{B} + 2(n-1) - 1. \end{cases} \quad (13)$$

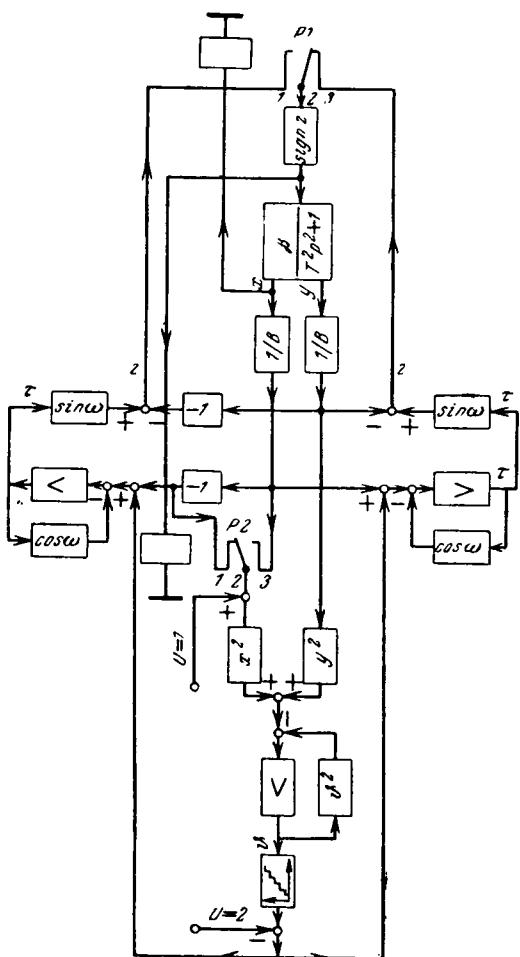


Рис. 1.

Система (13) дает уравнения полуокружностей единичного радиуса, смещенных относительно начала координат на величину

$$\left(\frac{y_*}{B}\right)^2 + \left[\frac{x_*}{B} + 2(n-1) - 1\right]^2 = 1. \quad (14)$$

Так как знак управления на первом интервале нами был выбран произвольно, то, поменяв в (12) и (14) знак при  $B$  на противоположный, получим:

$$2(n-1) = \sqrt{\left(\frac{y_*}{B}\right)^2 + \left(\frac{x_*}{B} + 1\right)^2} - 1; \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega \tau &= -\frac{y_*}{B}, \\ \cos \omega \tau &= -\frac{x_*}{B} + 2(n-1) - 1; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left(\frac{y_*}{B}\right)^2 + \left[\frac{x_*}{B} - 2(n-1) + 1\right]^2 = 1. \quad (17)$$

Объединим (14) и (17):

$$F = \frac{y_*}{B} + \sqrt{1 - \left[1 + \frac{x_*}{B} \operatorname{sign} x_* - 2(n-1)\right]^2}, \quad (18)$$

а также (12) и (15):

$$2(n-1) = \sqrt{\left(\frac{y_*}{B}\right)^2 + \left(1 + \frac{x_*}{B} \operatorname{sign} F\right)^2} - 1. \quad (19)$$

Построив функциональное устройство по выражению (18) с учетом (19) можно формировать оптимальное управление в виде

$$u = \operatorname{sign} F.$$

Исключить  $2(n-1)$  в (18) путем подстановки ее значения из (19) не представляется возможным, так как в решении необходимо использовать только целочисленные дискретные значения.

Реализовать линию переключения можно, пользуясь непосредственно параметрическими уравнениями (13) и (16), а вычисление количества интервалов — по (19) (рис. 1), где

$$2(n-1) \approx \left(\frac{y_0}{B}\right)^2 + \left(1 + \frac{x_0}{B} \operatorname{sign} F\right)^2.$$

На схеме линия переключения строится одновременно по системам (13) и (16), количество интервалов определяется по (19). В качестве звена со ступенчатой функцией могут использоваться устройства, аналогичные предложенному в [Л. 5]. Управление системой подключается к той или другой части схемы в зависимости от знака координаты  $x$  с помощью реле.

Пусть неизменяемая часть описывается передаточной функцией

$$W = \frac{B}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}.$$

Распространим изложенный выше метод на синтез оптимального управления для системы с неизменяемой частью данного вида.

Полагая, что число интервалов  $n$ , а управление на первом интервале  $u(t) = 1$ , получим систему параметрических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -2 \exp(-\alpha t_1) (-\alpha \cos \omega t_1 + \omega \sin \omega t_1) + \dots + \\ + (-1)^{n-1} 2 \exp(-\alpha t_{n-1}) (\omega \sin \omega t_{n-1} - \\ - \alpha \cos \omega t_{n-1}) + (-1)^n \exp(-\alpha t_n) (\omega \sin \omega t_n - \\ - \alpha \cos \omega t_n) &= \frac{y - \alpha(x - B)}{B}; \\ -2 \exp(-\alpha t_1) (\omega \cos \omega t_1 + \alpha \sin \omega t_1) + \dots + \\ + (-1)^{n-1} 2 \exp(-\alpha t_{n-1}) (\omega \cos \omega t_{n-1} + \\ + \alpha \cos \omega t_{n-1}) + (-1)^n \exp(-\alpha t_n) (\omega \cos \omega t_n + \\ + \alpha \sin \omega t_n) &= \frac{x - B}{B}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

После подстановки  $t_j = t_1 + (j-1) \frac{T}{2}$  запишем:

$$\left. \begin{aligned} -2 \exp(-\alpha t_1) \sum_{k=0}^n \exp(-\alpha k \pi) (\omega \sin \omega t_1 - \\ - \alpha \cos \omega t_1) - \exp[-\alpha(t_1 + \tau)] \exp[-\alpha(n- \\ - 1)\pi] [\omega \sin \omega(t_1 + \tau) - \alpha \cos \omega(t_1 + \tau)] &= \\ &= \frac{y - \alpha(x - B)}{B}; \\ -2 \exp(-\alpha t_1) \sum_{k=0}^n \exp(-\alpha k \pi) (\omega \cos \omega t_1 + \\ + \alpha \sin \omega t_1) - \exp[-\alpha(t_1 + \tau)] \exp[-\alpha(n- \\ - 1)\pi] [\omega \cos \omega(t_1 + \tau) + \alpha \sin \omega(t_1 + \tau)] &= \\ &= \frac{x - B}{B} \omega. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Положим  $\tau = 0$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} & - \left\{ 2 \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) + \exp[-(n-1)a\pi] \right\} \times \\ & \times \exp(-at_1)(\omega \sin \omega t_1 - a \cos \omega t_1) = \frac{y_0 - a(x_0 - B)}{B}, \\ & - \left\{ 2 \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) + \exp[-(n-1)a\pi] \right\} \times \\ & \times \exp(-at_1)(a \cos \omega t_1 + \omega \sin \omega t_1) = \frac{x_0 - B}{B} \omega. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

В системе (22) обозначим:

$$2 \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) + \exp[-(n-1)a\pi] = G.$$

Исключим  $t_1$ , тогда в полярных координатах получим:

$$\rho_1 = G \exp \left[ -\frac{a}{\omega} (\varphi + \psi) \sqrt{a^2 + \omega^2} \right], \quad (23)$$

где

$$\psi = -\operatorname{arctg} \frac{a}{\omega},$$

или в прямоугольных координатах

$$\begin{aligned} & GB \sqrt{a^2 + \omega^2} \exp \left[ -\frac{a}{\omega} \left( \psi + \operatorname{arctg} \frac{y_0 - a(x_0 - B)}{(x_0 - B)\omega} \right) \right] = \\ & = \sqrt{y_0^2 - 2ay_0(x_0 - B) + (x_0 - B)^2(a^2 + \omega^2)}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $G$  — ступенчатая функция аргумента  $n$ .

По текущим значениям координат  $x_0$ ,  $y_0$ , пользуясь (24), можно определить  $G$ , по которой затем найти количество интервалов оптимальной траектории для движения из данной точки фазовой плоскости в начало координат. После этого по системе (21) можно определить значения моментов времени  $t_1$  и  $\tau$ , а также и любого момента  $t_j$  и тем самым найти алгоритм программного управления.

Для формирования оптимального управления в функции текущих фазовых координат системы положим  $t_1 = 0$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} & 2a \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) - \exp\{-a[\tau + (n-1)\pi]\} \times \\ & \times [\omega \sin \omega \tau - a \cos \omega \tau] = \frac{y_* - a(x_* - B)}{B}; \\ & -2\omega \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) - \exp\{-a[\tau + (n-1)\pi]\} [\omega \cos \omega \tau + a \sin \omega \tau] = \frac{x_* - B}{B} \omega. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Обозначим

$$2 \sum_{k=0}^{n-2} \exp(-ka\pi) = R,$$

где  $R$  — ступенчатая функция от  $n$ .

Исключив  $\tau$ , получим:

$$\rho_2 = \sqrt{a^2 + \omega^2} \exp \left[ -\frac{a}{\omega} (\varphi + \psi) - (n-1)a\pi \right] \quad (26)$$

или в прямоугольных координатах:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x_* - B + 2BR)^2 \omega^2 + [a(x_* - B) - y_* + 2aBR]^2} = \\ & = B \sqrt{a^2 + \omega^2} \exp \left\{ -(n-1)a\pi - \frac{a}{\omega} \times \right. \\ & \left. \times \left[ \psi + \operatorname{arctg} \frac{a(x_* - B) - y_* + 2aBR}{-2BR - (x_* - B)\omega} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Так как знак управления на первом интервале был выбран произвольно, то формула (27) определяет линию переключения только для одной части плоскости. Для того чтобы получить уравнение линии переключения для другой части плоскости, необходимо поменять знак управления на первом интервале (а значит, на всех остальных) на противоположный.

Полученные при этом выражения принципиально позволяют реализовать оптимальное управление в колебательных системах с затуханием. Затухание здесь может быть как положительным, так и отрицательным. Однако эти выражения являются громоздкими и неудобными для реализации. Поэтому воспользуемся заданием линии переключения в виде системы параметрических уравнений, переписав их как

$$Sf_1(\tau) = b_2 y_*; \quad (28)$$

$$Sf_2(\tau) = b_1 y_* + b_3 x_* - 2R + 1; \quad \left. \begin{array}{l} Gf_1(t_1) = b_2 y_0; \\ Gf_2(t_1) = b_1 y_0 + b_3 x_0 + 1, \end{array} \right\} \quad (29)$$

где  $S = \exp[-a\pi(n-1)]$  — ступенчатая функция  $n$ ;

$$f_1(t_1) = \exp(-at_1) \sin \omega t_1; \quad f_2(t_1) = \exp(-at_1) \cos \omega t_1;$$

$$f_1(\tau) = \exp(-a\tau) \sin \omega \tau; \quad f_2(\tau) = \exp(-a\tau) \cos \omega \tau;$$

$$b_1 = \frac{a}{B(a^2 + \omega^2)}; \quad b_2 = -\frac{\omega}{B(a^2 + \omega^2)}; \quad b_3 = -\frac{1}{B}.$$

Так как знак управления на первом интервале выбран произвольно, то должно быть еще две пары уравнений, отличающихся от написанных противоположным знаком при  $B$  или, что то же самое, знаком при фазовых координатах  $x$ ,  $y$ :

$$Sf_1(\tau) = -b_2 y_*; \quad (30)$$

$$Sf_2(\tau) = -(b_1 y_* + b_3 x_*) - 2R + 1; \quad \left. \begin{array}{l} Gf_1(t_1) = -b_2 y_0; \\ Gf_2(t_1) = -(b_1 y_0 + b_3 x_0) + 1. \end{array} \right\} \quad (31)$$

Переход с системы (28) на систему (30) должен осуществляться при переходе изображающей точки из левой полуплоскости в правую и наоборот, т. е. по выражению  $\operatorname{sign} x_*$ .

Переход с системы (29) на систему (31) должен осуществляться при переходе изображающей точки через кривую переключения. Если уравнение линии переключения имеет вид  $F(x_*, y_*) = 0$ , то переход с системы (29) на (31) должен осуществляться как  $\operatorname{sign} F(x_*, y_*)$ , т. е. одновременно с изменением знака сигнала управления  $u(t)$ . По параметрическим уравнениям (28) или (30) можно создать схему (рис. 2), которая будет обеспечивать равенство нулю сигнала  $z$ , если изображающая точка находится на линии переключения, и изменение знака этого сигнала, если изображающая точка переходит через линию переключения. Это позволяет использовать данную схему для формирования оптимального управления. Схема

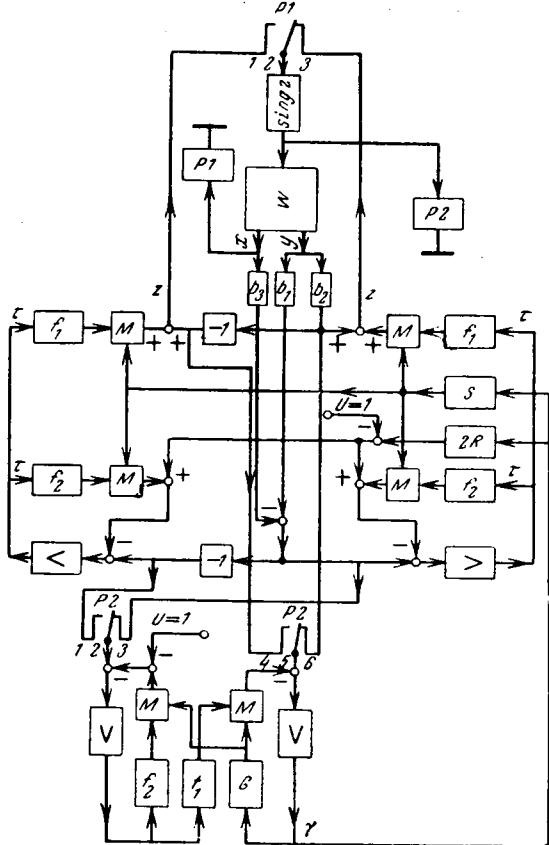


Рис. 2.

ма на рис. 2 реализует систему (28) с некоторой погрешностью в виде

$$Sf_1(\tau) = b_2 y_*; \\ \frac{\tau}{k} + Sf_2(\tau) = b_1 y_* + b_3 x_* - 2R + 1.$$

Погрешность такого решения, обусловленная наличием члена  $\frac{\tau}{k}$ , уменьшается с увеличением коэффициента

усиления  $k$ . Система (29) или (31) решается в виде

$$Gf_1(t_1) + \frac{\gamma}{k} = b_2 y_0; \\ Gf_2(t_1) + \frac{t_1}{k} = b_1 y_0 + b_3 y + 1.$$

Решая системы (28) и (30), (29) и (31), получим схему управляющей части, которая обеспечивает оптимальное управление в системе с неизменяемой частью данного вида (рис. 2). Реле  $P1$  обеспечивает переключение управления системой с контакта 1 на контакт 3 при переходе изображающей точки из одной полуплоскости в другую. Реле  $P2$  обеспечивает изменение знака координат  $x$  и  $y$  при переходе изображающей точки через линию переключения и тем самым выбирает ту систему [(29) или (31)], которая в данный момент должна использоваться.

**Вывод.** Метод стыкования, разработанный для синтеза оптимального управления систем с неположительными вещественными корнями, применим для синтеза оптимального по быстродействию управления систем второго порядка с комплексными корнями. Для формирования структуры управляющей части целесообразно использовать параметрические уравнения линии переключения.

#### Литература

1. Bushaw D., Optimal discontinuous forcing terms, Contribution to the Theory of Nonlinear oscillations, vol. 4, Princeton University Press, 1958.
2. Понtryagin L. S. и др., Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1961.
3. Павлов А. А., Синтез релейных систем оптимальных по быстродействию, Физматгиз, 1966.
4. Кутузов В. К., Синтез оптимального управления одного класса линейных систем высокого порядка, Изв. АН СССР, «Техническая кибернетика», 1968, № 3.
5. Саткиевич Э. Б., Квантователь уровней напряжения. Авторское свидетельство № 187414, «Бюллетень изобретений», 1966, № 20.

[13.5.1969]



УДК 621.314.26.001.24

## Метод анализа кривой выходного напряжения преобразователей частоты с непосредственной связью

Г. Г. ЖЕМЕРОВ  
Харьков

При расчете преобразователей частоты с непосредственной связью необходимо знать величину среднего и действующего значений выходного напряжения, величину основной гармоники напряжения.

Известные методы анализа кривой выходного напряжения [Л. 1 и 2] позволяют с достаточной точностью определить основную гармонику напряжения на выходе преобразователя при условии, что выходная частота намного меньше частоты питающей сети.

Анализ кривой выходного напряжения с помощью ЦВМ проведем по эквивалентной схеме силовой части трехфазно-однофазного преобразователя частоты, представленной на рис. 1. К этой

схеме приводятся все другие схемы трехфазно-однофазных преобразователей.

Кривая выходного напряжения преобразователя частоты с непосредственной связью представляет собой функцию времени с разрывами первого рода. Форма кривой зависит от ряда параметров. В общем случае мгновенное значение выходного напряжения может быть представлено соотношением:

$$u^*_2 = f_1(e^* y, \varphi_2, m, g, \delta, t_{\pi}), \quad (1)$$

где  $u^*_2$  — мгновенное значение напряжения на выходе преобразователя волях амплитуды анодного напряжения ( $E_{max}=1$ );  $e^* y$  — мгновенное значение напряжения управления на выходе фазосме-

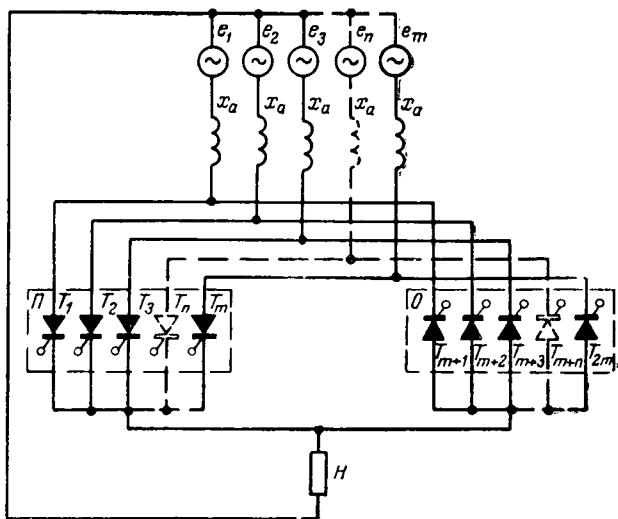


Рис. 1.

щающего устройства волях амплитуды опорного напряжения;  $\varphi_2$  — угол сдвига тока нагрузки относительно напряжения управления;  $m$  — число фаз вентильной группы;  $g$  — параметр, учитывающий величину анодной индуктивности и величину тока нагрузки преобразователя;  $\delta$  — угол сдвига нуля напряжения управления относительно напряжения питающей сети;  $t_{\text{п}}$  — время паузы при переключении вентильных групп.

Аналогичными соотношениями могут быть представлены среднее значение напряжения на нагрузке  $U_{\text{ср2}}^*$ , действующее напряжение  $U_{\text{д2}}^*$  и действующее значение основной гармоники  $U_{12}^*$ :

$$U_{\text{ср2}}^* = f_2(p, v, \varphi_2, m, g, \delta, t_{\text{п}}); \quad (2)$$

$$U_{\text{д2}}^* = f_3(p, v, \varphi_2, m, g, \delta, t_{\text{п}}); \quad (3)$$

$$U_{12}^* = f_4(p, v, \varphi_2, m, g, \delta, t_{\text{п}}), \quad (4)$$

где  $v$  — отношение максимума напряжения управления к максимуму опорного напряжения.

При анализе делаем следующие допущения: управляемые вентили считаем идеальными; уравнительный ток между вентильными группами равен нулю; ток нагрузки синусоидален; форма фазовой характеристики фазосмещающего устройства арккосинусоидальна, т. е. кривая опорного напряжения представляет собой синусоиду; одновременно происходит не более двух коммутаций тока в вентилях.

При определении основной гармоники напряжения на нагрузке необходимо учитывать две составляющих падения напряжения [Л. 1]: активную, определяемую коммутацией тока, и реактивную, зависящую от величины анодной индуктивности и величины тока нагрузки. Первая составляющая не зависит от соотношения входной и выходной частот  $p$ , вторая составляющая обратно пропорциональна  $p$ . В связи с этим целесообразно рассматривать выходное напряжение, учитывая только первую составляющую падения напряжения, что позволит получить соотношения, не зависящие от  $p$ . Вторая составляющая падения напряжения учитывается для заданного значения  $p$  путем построения векторной диаграммы, представленной на рис. 2.

На рис. 3 представлены кривые, иллюстрирующие образование выходного напряжения при  $x_a \neq 0$ . На рис. 3, а показаны опорные синусоиды, рабочие участки которых вычерчены сплошными линиями, и кривые напряжения управления. Точки пересечения кривой  $-e_u^*$  с опорными синусоидами соответствуют моментам включения вентилей положительной группы (рис. 3, б),

а точки пересечения кривой  $+e_u^*$  с теми же опорными синусоидами — моментам включения вентилей отрицательной вентильной группы (рис. 3, в). Кривая выходного напряжения в течение одного полупериода тока нагрузки образуется из кривой выходного напряжения положительной вентильной группы, а в течение другого полупериода тока нагрузки — из кривой выходного напряжения отрицательной вентильной группы.

При этом справедливы соотношения:

$$u_{12}^* = u_{2\pi}^*; \quad (5)$$

$$u_{12}^* = -u_{20}^*, \quad (6)$$

где  $u_{2\pi}^*$ ,  $u_{20}^*$  — мгновенные значения напряжения на выходе положительной и отрицательной вентильных групп соответственно.

В течение времени паузы  $t_{\text{п}}$ , отсчитываемого от момента прохождения тока нагрузки через нуль (рис. 3, г), напряжение на выходе равно нулю. Сдвиг нуля тока нагрузки  $i_{12}^*$  относительно нуля напряжения управления  $e_u^*$  равен  $\varphi_2$ . Расположение кривой напряжения управления относительно опорных синусоид характеризует угол  $\delta$ , который отсчитывается от нуля кривой напряжения управления до нуля первой опорной синусоиды. Очевидно, угол  $\delta$  может принимать произвольные значения в пределах от 0 до  $2\pi/m$ .

В общем случае период повторяемости кривой напряжения на выходе преобразователя не равен периоду низкой частоты. Период повторяемости выходного напряжения — это наименьший отрезок времени, в котором укладывается целое число  $r_1$  полупериодов тока нагрузки и целое число  $q_1$  части периода анодного напряжения:

$$r_1 \frac{T_2}{2} = q_1 \frac{1}{m} T_0, \quad (7)$$

где  $T_2$  — период тока нагрузки;  $T_0$  — период анодного напряжения.

Учитывая, что

$$p = \frac{T_2}{T_0} = \frac{f_0}{f_2} = \frac{\omega_0}{\omega_2}, \quad (8)$$

из (7) и (8) получим:

$$r_1 = \frac{2q_1}{mp}. \quad (9)$$

Соотношение (9) является расчетным при определении периода повторяемости в мостовых и в шестифазной нулевых схемах. В этих схемах анодные напряжения положительной и отрицательной вентильных групп совпадают.

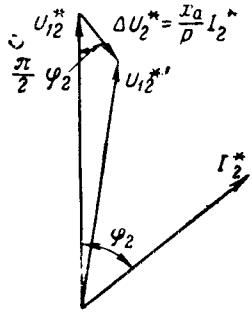


Рис. 2.

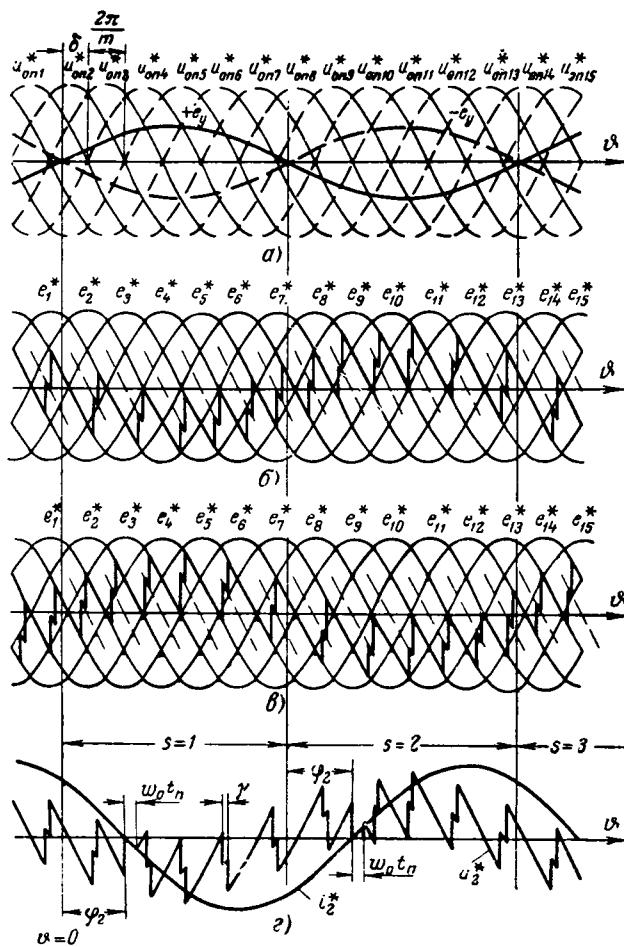


Рис. 3.

Для преобразователей с вентильными группами по нулевой схеме при нечетном  $m$  период повторяемости определяется как наименьший отрезок времени, в котором укладывается целое число  $r_1$  полупериодов тока нагрузки и целое число  $q_1 \frac{1}{m}$  части анодного напряжения плюс  $\frac{1}{2m}$  часть периода анодного напряжения:

$$r_1 \frac{T_2}{2} = q_1 \frac{T_1}{m} + \frac{T_1}{2m}. \quad (10)$$

После преобразований из (10) получим расчетную формулу:

$$r_1 = \frac{2q_1 + 1}{pm}. \quad (11)$$

Абсциссы точек пересечения кривой  $-e^*$  с опорными синусоидами, т. е. моментов включения вентилей положительной группы, определяются как решения трансцендентного уравнения:

$$-v \sin \frac{\vartheta}{p} = -\sin \left[ \vartheta - \delta - \frac{2\pi}{m} (k-1) \right], \quad (12)$$

где  $\vartheta = \omega_0 t$  отсчитывается от нуля напряжения управления.

При  $k=1$  по (12) определяется  $\vartheta_1$ , при  $k=2$  — момент времени  $\vartheta_2$ , при  $k=3-\vartheta_3$  и т. д.

Аналогичным образом из уравнения

$$+v \sin \frac{\vartheta}{p} = -\sin \left[ \vartheta - \delta - \frac{2\pi}{m} (k-1) \right] \quad (13)$$

определяются абсциссы включения вентилей отрицательной группы.

Обозначим угол коммутации, соответствующий моменту включения  $\vartheta_k$ , через  $\gamma_k$ .

Назовем интервал, в котором мгновенные значения напряжения определяются одной формулой, интервалом непрерывности.

На рис. 4 представлено четыре разновидности интервалов непрерывности. Интервал от  $\vartheta_k + \gamma_k$  до  $\vartheta_{k+1}$  является внекоммутационным; интервалы от  $\vartheta_k$  до  $\vartheta_k + \gamma_k$  на рис. 4, а и от  $\vartheta_{k-1} + \gamma_{k-1}$  до  $\vartheta_k + \gamma_k$  на рис. 4, б — интервалами с одной коммутацией; интервал от  $\vartheta_k$  до  $\vartheta_{k-1} + \gamma_{k-1}$  на рис. 4, б — интервалом с двумя коммутациями.

Запишем расчетные формулы для указанных интервалов. В интервале без коммутаций в соответствии с рис. 3 напряжение на выходе положительной или отрицательной вентильных групп изменяется по закону:

$$u_{2k}^* = \sin \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta - \frac{2\pi}{m} k \right); \quad (14)$$

в интервале с одной коммутацией

$$u_{2k}^* = \cos \frac{\pi}{m} \sin \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta - \frac{2\pi}{m} k \right); \quad (15)$$

в интервале с двумя коммутациями

$$u_{2k}^* = \cos \frac{2\pi}{m} \sin \left( \frac{m+3}{m} \pi - \delta + \vartheta - \frac{12\pi}{m} k \right). \quad (16)$$

Угол коммутации в эквивалентной расчетной схеме определяем из следующего соотношения:

$$\int_{\vartheta_k}^{\vartheta_k + \gamma_k} (u_{2k}^* - u_{2(k-1)}^*) d\vartheta = 2x_a \frac{i_{2(k)}^*(\vartheta_k) + i_{2(k+1)}^*(\vartheta_k + \gamma_k)}{2}, \quad (17)$$

где  $i_{2(k)}^*(\vartheta_k)$  и  $i_{2(k+1)}^*(\vartheta_k + \gamma_k)$  — мгновенные значения тока нагрузки волях амплитуды номинального тока нагрузки ( $I_{max,n} = 1$ ) в моменты начала и окончания коммутации соответственно;  $x_a$  — анодное сопротивление.

Подставив в (17) значения  $u_{2k}^*$  и  $u_{2(k-1)}^*$  из соотношения (14), а также значение тока

$$i_{2k}^* = a \left| \sin \left( \frac{\vartheta}{p} + \varphi_2 \right) \right|, \quad (18)$$

где  $a = \frac{I_{max}}{I_{max,n}}$  — отношение максимума тока нагрузки к максимуму номинального тока нагрузки, получим расчетную формулу для определения угла коммутации:

$$\begin{aligned} & 2 \sin \frac{\pi}{m} \left[ \sin \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k - \frac{2\pi}{m} k \right) - \right. \\ & \left. - \sin \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \gamma_k - \frac{2\pi}{m} k \right) \right] = \\ & = abe_k \left[ \left| \sin \left( \frac{\vartheta_k}{p} + \varphi_2 \right) \right| + \sin \left( \left( \frac{\vartheta_k + \gamma_k}{p} - \varphi_2 \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

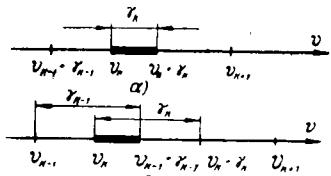


Рис. 4.

Здесь  $b$  — коэффициент приведения рассматриваемой схемы к эквивалентной. Значения коэффициента  $b$  для различных схем приведены ниже:

Схема вентильной группы преобразователя	$b$
Трехфазная нулевая . .	$\sqrt{3}$
Шестифазная нулевая . .	$\sqrt{6}$
Трехфазная мостовая . .	1
Эквивалентная двенадцатифазная . . . . .	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
	$2\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12}$

Поскольку характер влияния на величину угла коммутации параметров  $a$  и  $e_k$  одинаков, в расчетной формуле (19) целесообразно ввести новый параметр

$$g = ae_k. \quad (20)$$

Среднее за полпериода напряжение на выходе в нечетном полупериоде определяется по формуле:

$$U_{\text{срнеч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} U_{\text{ср2кп}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} U_{\text{ср2ко}}^*, \quad (21)$$

где  $s$  — номер полупериода напряжения на нагрузке (рис. 2);  $U_{\text{ср2кп}}^*$ ,  $U_{\text{ср2ко}}^*$  — составляющие среднего напряжения, формируемые положительной и отрицательной вентильными группами соответственно.

В четном полупериоде среднее напряжение на нагрузке равно

$$U_{\text{ср2ч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} U_{\text{ср2ко}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} U_{\text{ср2кп}}^*. \quad (22)$$

Величины  $U_{\text{ср2кп}}^*$  и  $U_{\text{ср2ко}}^*$  определяем из следующих соотношений:

в интервале без коммутаций

$$U_{\text{ср2кп}}^* = -U_{\text{ср2ко}}^* = \frac{1}{p\pi} \int_{\vartheta_k + \gamma_k}^{\vartheta_{k+1}} \sin \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta - \frac{2\pi}{m} k \right) d\vartheta = \frac{1}{p\pi} \left[ \cos \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \gamma_k - \frac{2\pi}{m} k \right) - \cos \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta_{k+1} - \frac{2\pi}{m} k \right) \right]; \quad (23)$$

в интервале с одной коммутацией

$$U_{\text{ср2кп}}^* = -U_{\text{ср2ко}}^* = \frac{\cos \frac{\pi}{m}}{p\pi} \left[ \cos \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k - \frac{2\pi}{m} k \right) - \cos \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \gamma_k - \frac{2\pi}{m} k \right) \right]; \quad (24)$$

в интервале с двумя коммутациями

$$U_{\text{ср2кп}}^* = -U_{\text{ср2ко}}^* = \frac{\cos \frac{2\pi}{m}}{p\pi} \left[ \cos \left( \frac{m+3}{m} \pi - \delta + \vartheta_k - \frac{2\pi}{m} k \right) - \cos \left( \frac{m+3}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \gamma_{k-1} - \frac{2\pi}{m} k \right) \right]. \quad (25)$$

Действующее значение напряжения определяем из соотношения:

$$U_{\text{д2}}^* = \sqrt{\sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} U_{\text{д2кп}}^{*2} + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} U_{\text{д2ко}}^{*2}}, \quad (26)$$

где  $U_{\text{д2кп}}^{*2}$  — квадрат составляющей действующего напряжения в интервале непрерывности; в интервале без коммутаций

$$U_{\text{д2кп}}^{*2} = \frac{1}{p\pi} \left[ \frac{1}{2} (\vartheta_{k+1} - \vartheta_k - \gamma_k) - \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta_{k+1} - \frac{2\pi}{m} k \right) + \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \gamma_k - \frac{2\pi}{m} k \right) \right]; \quad (27)$$

в интервале с одной коммутацией

$$U_{\text{д2кп}}^{*2} = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{m}}{p\pi} \left[ \frac{\gamma_k}{2} - \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \vartheta_k - \frac{2\pi}{m} k \right) + \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+2}{m} \pi - \delta + \vartheta_k + \frac{2\pi}{m} k \right) \right]; \quad (28)$$

в интервале с двумя коммутациями

$$U_{\text{д2кп}}^{*2} = \frac{\cos^2 \frac{2\pi}{m}}{p\pi} \left[ \frac{1}{2} (\vartheta_{k-1} + \gamma_{k-1} - \vartheta_k) + \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+3}{m} \pi - \delta + \vartheta_{k-1} + \gamma_{k-1} - \frac{2\pi}{m} k \right) + \frac{1}{4} \sin 2 \left( \frac{m+3}{m} \pi - \delta + \vartheta_k - \frac{2\pi}{m} k \right) \right]. \quad (29)$$

Действующее значение основной гармоники определяем по формуле:

$$U_{12}^* = \sqrt{\frac{a_{12}^{*2} + b_{12}^{*2}}{2}}, \quad (30)$$

где  $a_{12}^*$ ,  $b_{12}^*$  — косинусная и синусная составляющие основной гармоники напряжения соответственно.

В нечетном полупериоде  $a_{12}^*$  и  $b_{12}^*$  определяем из следующих соотношений:

$$a_{12\text{неч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} a_{12\text{кп}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} a_{12\text{ко}}^*; \quad (31)$$

$$b_{12\text{неч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} b_{12\text{кп}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} b_{12\text{ко}}^*. \quad (32)$$

В четном полупериоде имеем:

$$a_{12\text{ч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} a_{12\text{ко}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} a_{12\text{кп}}^*; \quad (33)$$

$$b_{12\text{ч}}^* = \sum_{p\pi(s-1)}^{p\pi(s-1)+p\varphi_2} b_{12\text{ко}}^* + \sum_{p\pi(s-1)+p\varphi_2+\omega_0 t_{\text{пп}}}^{p\pi s} b_{12\text{кп}}^*. \quad (34)$$

В (31)–(34) параметры  $a_{12\text{кп}}^*$ ,  $b_{12\text{кп}}^*$ ,  $a_{12\text{ко}}^*$ ,  $b_{12\text{ко}}^*$  определяются по выражениям:

в интервале без коммутаций

$$\begin{aligned} a_{12k\pi}^* = -a_{12k0}^* &= \frac{2}{p\pi} \int_{\theta_k + \gamma_k}^{\theta_{k+1}} \sin \left( \frac{m+1}{m} \pi - \delta + \right. \\ &\quad \left. + \vartheta - \frac{2\pi}{m} k \right) \cos \frac{\vartheta}{p} d\vartheta = \\ &= \frac{1}{p\pi} \left\{ - \frac{\cos \left[ \left( 1 + \frac{1}{p} \right) \theta_{k+1} + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 + \frac{1}{p}} \right. \\ &\quad - \frac{\cos \left[ \left( 1 - \frac{1}{p} \right) \theta_{k+1} + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 - \frac{1}{p}} + \\ &\quad + \frac{\cos \left[ \left( 1 + \frac{1}{p} \right) (\theta_k + \gamma_k) + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 + \frac{1}{p}} + \\ &\quad \left. + \frac{\cos \left[ \left( 1 - \frac{1}{p} \right) (\theta_k + \gamma_k) + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 - \frac{1}{p}} \right\}; \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{12k\pi}^* = -b_{12k0}^* &= \frac{2}{p\pi} \times \\ &\times \left\{ \frac{\sin \left[ \left( 1 - \frac{1}{p} \right) \theta_{k+1} + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 - \frac{1}{p}} - \right. \\ &- \frac{\sin \left[ \left( 1 + \frac{1}{p} \right) \theta_{k+1} + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 + \frac{1}{p}} - \\ &- \frac{\sin \left[ \left( 1 - \frac{1}{p} \right) (\theta_k + \gamma_k) + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 - \frac{1}{p}} + \\ &+ \left. \frac{\sin \left[ \left( 1 + \frac{1}{p} \right) (\theta_k + \gamma_k) + \frac{m+1}{m} \pi - \delta - \frac{2\pi}{m} k \right]}{1 + \frac{1}{p}} \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

В интервалах с одной и двумя коммутациями величины  $a_{12k\pi}^*$ ,  $a_{12k0}^*$ ,  $b_{12k\pi}^*$ ,  $b_{12k0}^*$  определяются из соотношений, аналогичных (35) и (36).

Кроме величин, характеризующих напряжение на выходе в каждом полупериоде, для полного представления о кривой выходного напряжения необходимо найти усредненные за период повторяемости величины.

Выражение для усредненного за период повторяемости среднего значения напряжения имеет вид:

$$U_{cp2ycp}^* = \frac{\sum_{s=1}^{r_1} |U_{cp2s}^*|}{r_1}, \quad (37)$$

где  $U_{cp2s}^*$  — среднее напряжение на нагрузке в  $s$ -м полупериоде, найденное по (21) или (22).

Для усредненного за период повторяемости действующего значения напряжения имеем:

$$U_{dcycp}^* = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^{r_1} U_{dc2s}^{*2}}{r_1}}, \quad (38)$$

где  $U_{dc2s}^{*2}$  — действующее значение напряжения в  $s$ -м полупериоде низкой частоты, определяемое по (26).

Усредненному действующему значению основной гармоники соответствует выражение:

$$U_{12ycp}^* = \sqrt{\frac{a_{12ycp}^{*2} + b_{12ycp}^{*2}}{2}}, \quad (39)$$

где

$$a_{12ycp}^* = \frac{\sum_{s=1}^{r_1} a_{12s}^*}{r_1}, \quad (40)$$

$$b_{12ycp}^* = \frac{\sum_{s=1}^{r_1} b_{12s}}{r_1}. \quad (41)$$

В (40) — (41) значения  $a_{12s}^*$  и  $b_{12s}^*$  определяются для  $s$ -го полупериода по (31) и (32) или по (33) и (34) в зависимости от четности полупериода.

Автором разработаны алгоритмы расчетов составляющих выходного напряжения преобразователя с использованием полученных расчетных соотношений. По алгоритмам составлена программа для ЦВМ типа «Минск-22», позволяющая рассчитать среднее и действующее значения выходного напряжения и действующее значение основной гармоники выходного напряжения, а также усредненные значения этих величин при любых сочетаниях параметров:  $p$ ,  $v$ ,  $\delta$ ,  $\varphi_2$ ,  $m$ ,  $b$ ,  $g$ ,  $\omega_0 t_{\pi}$ .

Рассмотрим некоторые результаты анализа кривой выходного напряжения, полученные с помощью ЦВМ.

При  $p \gg 1$  и  $\omega_0 t_{\pi} = 0$  характеристики холостого хода преобразователя не зависят от  $p$ ,  $\delta$  и  $\varphi_2$ . Для действующего и среднего значений основной гармоники при этом соответственно имеем:

$$U_{12x,x}^* = \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2\pi/m}} v; \quad (42)$$

$$U_{2cp,x,x}^* = \frac{2 \sin \frac{\pi}{m}}{\pi^2/m} v. \quad (43)$$

Кривые действующего значения выходного напряжения в режиме холостого хода для различных значений  $m$  представлены на рис. 5. При увеличении числа фаз вентильной группы  $m$  отличие действующего значения напряжения и действующего значения основной гармоники, найденного по (42), уменьшается.

Внешние характеристики преобразователя в диапазоне токов от нуля до двойного номинального при  $p \gg 1$  и  $\omega_0 t_{\pi} = 0$  не зависят от  $p$  и  $\delta$  и представляют собой прямые линии.

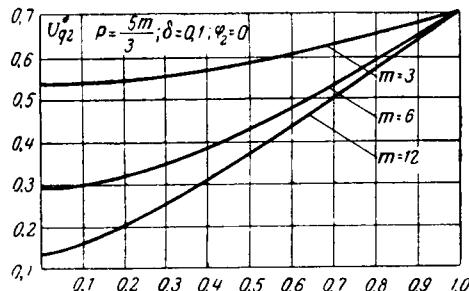


Рис. 5.

Выражения для действующего значения основной гармоники и среднего значения выходного напряжения имеют вид:

$$U^*_{12} = \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2} \frac{\pi}{m}} v - \frac{mb}{2\pi \sqrt{2}} g \cos \varphi'_2; \quad (44)$$

$$U^*_{cp2} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{m}}{\pi^2/m} v - \frac{mb}{\pi^2} g \cos \varphi'_2, \quad (45)$$

где  $\varphi'_2$  — угол сдвига между вектором основной гармоники выходного напряжения и током нагрузки.

При значениях  $p$ , близких к единице, на величину выходного напряжения в режиме холостого хода существенно влияют параметры:  $\delta$ ,  $\varphi_2$  и  $\omega_0 t_n$ .

На рис. 6 представлены кривые, иллюстрирующие влияние величины  $\delta$  в преобразователе с шестифазными вентильными группами. Из этого рисунка следует, что в наибольшей степени в функции  $\delta$  изменяется среднее значение напряжения. Действующее значение напряжения и действующее значение основной гармоники изменяются незначительно.

Зависимость выходного напряжения от  $\varphi_2$  представлена на рис. 7. Сравнивая кривые на рис. 6 и 7, видим, что при неизменных остальных параметрах зависимость выходного напряжения от  $\varphi_2$  значительно сильнее, чем от  $\delta$ . Особенно существенны изменения выходного напряжения при малых значениях  $v$ .

Таблица иллюстрирует влияние на величину выходного напряжения паузы при переключении вен-

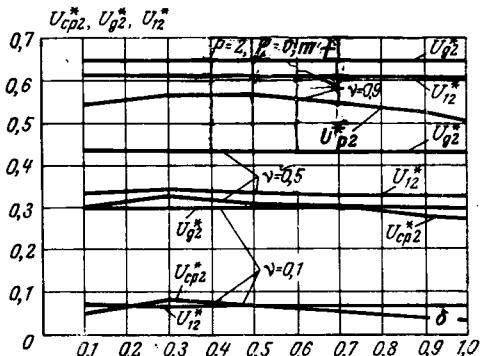


Рис. 6.

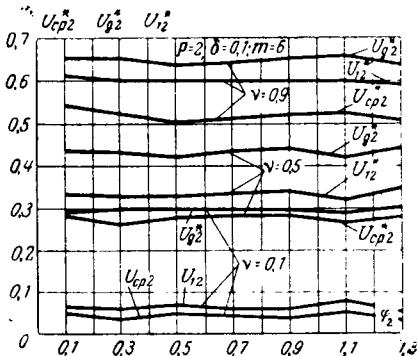


Рис. 7.

тильных групп для трех значений параметра  $p$  при изменении параметра  $\omega_0 t_n$  от нуля до 1,3 при  $m=6$ ,  $\varphi_2=0,1$ ,  $\delta=0,1$  и  $g=0$ .

$p$	$\Delta U^*_{cp2}, \%$			$\Delta U^*_{12}, \%$			$\Delta U^*_{q2}, \%$		
	$v=0,1$	$v=0,5$	$v=0,9$	$v=0,1$	$v=0,5$	$v=0,9$	$v=0,1$	$v=0,5$	$v=0,9$
2	26,3	14,0	11,3	9,8	6,3	3,9	17,0	8,2	6,5
3	5,9	6,7	5,6	5,9	3,3	2,0	5,9	3,0	2,4
5	1,8	2,1	2,0	3,4	1,7	0,9	2,3	0,7	0,6

Правильность полученных расчетных соотношений проверялась путем сопоставления результатов, полученных при расчетах на ЦВМ, с результатами графо-аналитических расчетов, а также путем замеров среднего значения выходного напряжения на макетных и опытных образцах преобразователей. В преобразователях измерялось среднее значение напряжения в режимах холостого хода и при изменении нагрузки при различных значениях  $v$  и  $\varphi_2$ . Расхождение экспериментальных данных с расчетными, полученными по (43) и (45), не превышало 6—8%.

Зафиксированы также колебания выходного напряжения при малых значениях  $p$  в функции параметров  $\varphi_2$  и  $\omega_0 t_n$  в пределах, соответствующих кривым, приведенным на рис. 6 и 7 в таблице.

#### Литература

- Амато С. І., Ап АС Equivalent circuit for a cycloconverter, IEEE Transaction, 1966, vol. IGA-2, № 5.
- Бернштейн И. Я., Тиристорные преобразователи частоты без звена постоянного тока, изд-во «Энергия», 1968.

19.3.1970]



## Метод средних потерь для электродвигателей со случайным режимом работы

Канд. техн. наук, доц. Н. И. РАТНЕР  
Ленинград

**Постановка задачи, принятые допущения, исходные данные.** Как известно, выбор элементов силовой части систем автоматического регулирования (САР) производится исходя из необходимости обеспечения требуемого закона движения исполнительного органа или механизма при заданной нагрузке с соблюдением условий допустимого теплового режима и перегрузки электрических машин. При этом проверка условий превышения температуры, осуществляемая для приводов динамического режима методом средних потерь, требует построения нагрузочной и скоростной диаграмм электродвигателя, т. е. анализа процессов изменения момента на валу  $\mu(t)$  и частоты его вращения  $\omega(t)$  [Л. 1].

Метод средних потерь в своем классическом виде основан на представлении законов движения исполнительного механизма и изменения нагрузки на его валу детерминированными функциями. Вместе с тем, случаи детерминированных скоростных и нагрузочных диаграмм электродвигателей не исчерпывают всего многообразия режимов их работы. Известен, например, случайный характер нагрузочных диаграмм двигателей, используемых в горнодобывающей промышленности, в прокатном производстве; случайные скоростные и нагрузочные диаграммы характерны для двигателей САР судов и самолетов [Л. 1 и 2]. Поскольку для электрических машин, работающих в качестве двигателей САР со случайными воздействиями, процессы изменения момента  $\mu(t)$ , частоты вращения  $\omega(t)$ , мощности на валу  $N(t)$  и к. п. д.  $\eta(t)$  являются случайными, то и процесс изменения потерь в электродвигателе  $\Delta(t)$  также подчинен лишь вероятностным закономерностям. Оценить потери электродвигателя в таком режиме это значит найти среднее их значение в статистическом смысле. Если учесть, что значение потерь в рассматриваемом режиме работы электродвигателя быстро изменяется, т. е. процесс  $\Delta(t)$  — слабо коррелированный, а тепловая инерция электродвигателей велика, то средние статистические потери с той же строгостью характеризуют установившийся тепловой режим работы, что и при детерминированных условиях работы. Это означает, что сравнение математического ожидания потерь  $E\Delta(t)$  с номинальным их значением позволяет решить вопрос о пригодности выбранного электродвигателя по условиям превышения температуры. Для двигателей с естественным охлаждением следует учесть при этом ухудшение условий теплоотдачи, связанное с изменением частоты вращения.

Таким образом, дальнейшее изложение представляет собой распространение метода средних потерь [Л. 1] на электродвигатели со случайнм режимом работы.

Определим исходные данные и принятые допущения.

1. Рассматривается линейная стационарная САР с объектом регулирования, имеющим один регулирующий орган; структурная схема ее представлена на рис. 1. Передаточные функции всех элементов заданы.

2. Внешние воздействия представляют собой стационарные эргодические случайные процессы с нормальными законами распределения, заданные спектральными плотностями  $S_g(v)$ ,  $S_f(v)$  управляющего и возмущающего воздействий соответственно.

3. Момент статической нагрузки на валу исполнительного органа  $M(t)$  в общем виде считаем также стационарным эргодическим случайнм процессом с нормальным распределением; спектральная плотность его  $S_m(v)$ .

4. Воздействия  $g(t)$ ,  $f(t)$ ,  $M(t)$  являются не только стационарными, но и стационарно связанными. Это означает, что статистические характеристики самих процессов так же, как и их взаимные статистические характеристики, неизменны во времени. Связь процессов характеризуется взаимными спектральными плотностями  $S_{gm}(fv)$  и  $S_{fm}(fv)$ .

5. Рассматривается случай, когда силовая часть САР состоит из исполнительного электродвигателя постоянного тока

параллельного возбуждения 3, электромашинного усилителя 2 и редуктора 4 (рис. 1).

Распространение метода средних потерь на электродвигатели с указанными условиями работы требует решения следующих задач.

На основе структурной схемы САР и сведений о внешних воздействиях дать статистическое описание скоростной и нагрузочной диаграмм на валу электродвигателя, т. е. построить законы распределения процессов  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$ .

По законам распределения  $W(\omega)$  и  $W(\mu)$  произвести статистическое описание процесса изменения мощности  $N(t)$ , т. е. построить закон распределения мощности на валу электродвигателя  $W(N)$ .

Пользуясь законом распределения мощности  $W(N)$  и кривыми к. п. д.  $\eta(N)$  найти закон распределения потерь электродвигателя  $W(\Delta)$ . Определить средние потери электродвигателя в заданном режиме работы.

**Спектральные диаграммы исполнительного электродвигателя.** При построении скоростных и нагрузочных диаграмм исполнительного электродвигателя будем исходить из структурной схемы САР, изображенной на рис. 1. При этом считаем для простоты, что из двух внешних воздействий к системе приложено одно управляющее воздействие  $g(t)$  со спектральной плотностью  $S_g(v)$  либо возмущающее воздействие  $f(t)$  со спектральной плотностью  $S_f(v)$ .

Указанные диаграммы могут быть построены на базе общих способов определения статистических характеристик случайных процессов в системе при нескольких случайных воздействиях [Л. 3]. С этой целью следует найти передаточные функции САР по каждому из трех входных воздействий  $g(t)$ ,  $f(t)$ ,  $M(t)$  и каждому из двух выходных —  $\omega(t)$ ,  $\mu(t)$ .

Если в указанных передаточных функциях верхним индексом обозначать воздействия на САР, а нижними — выходные процессы, то спектральные плотности процессов  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$  при каждом из двух видов внешних воздействий и наличии статической нагрузки можно записать в виде:

$$S_\omega^{qm}(v) = |W_\omega^q(jv)|^2 S_g(v) + 2 \operatorname{Re}[W_\omega^g(jv) W_\omega^m(-jv) S_{gm}(jv)] + |W_\omega^m(jv)|^2 S_m(v); \quad (1)$$

$$S_\omega^{fm}(v) = |W_\omega^f(jv)|^2 S_f(v) + 2 \operatorname{Re}[W_\omega^f(jv) W_\omega^m(-jv) S_{fm}(jv)] + |W_\omega^m(jv)|^2 S_m(v); \quad (2)$$

$$S_\omega^{gm}(v) = |W_\omega^g(jv)|^2 S_g(v) + 2 \operatorname{Re}[W_\omega^g(jv) W_\omega^m(-jv) S_{gm}(jv)] + |W_\omega^m(jv)|^2 S_m(v); \quad (3)$$

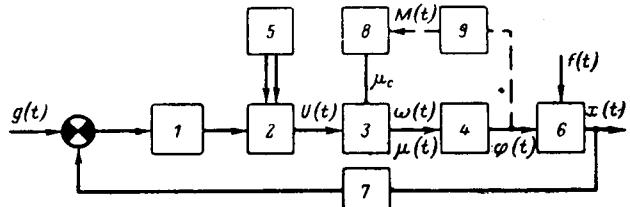


Рис. 1. Структурная схема САР.

1 — управляющая часть САР; 2 — усилитель мощности; 3 — исполнительный двигатель; 4 — механическая передача; 5 — приводной двигатель; 6 — объект регулирования; 7 — элемент обратной связи; 8 — элемент приведения моментов; 9 — элемент обратной связи по нагрузке упругими силами и силами вязкого трения;  $f(t)$  — внешнее возмущающее воздействие (приложено к объекту регулирования);  $M(t)$  — момент статической нагрузки на валу исполнительного органа (внутреннее возмущающее воздействие);  $\mu_c(t)$  — момент статической нагрузки на валу исполнительного двигателя;  $\varphi(t)$  — положение исполнительного органа;  $x(t)$  — регулируемая величина;  $g(t)$  — управляющее воздействие.

$$S_{\mu}^{fM}(v) = |W_{\mu}^f(iv)|^2 S_f(v) + \\ + 2 \operatorname{Re}[W_{\mu}^f(iv) W_{\mu}^M(-iv) S_{fM}(iv)] + |W_{\mu}^M(iv)|^2 S_M(v). \quad (4)$$

В качестве частного можно указать случай, когда корреляционная связь между процессом изменения статической нагрузки и кинематическими параметрами движения усиливается до функциональной линейной, т. е. статическую нагрузку составляют упругие силы и силы вязкого трения, тогда

$$M(t) = C_1 \varphi(t) + C_2 \dot{\varphi}(t).$$

В этом случае система работает при одном из двух воздействий  $g(t)$  или  $f(t)$ , а передаточная функция исполнительного электродвигателя может быть записана в виде:

$$W_{\text{и.д.}}(p) = \frac{\Omega(p)}{v(p)} = \frac{k_{\omega}}{\frac{c_1}{\beta z^2 p} + \left(1 + \frac{c_2}{\beta z^2}\right) + T_m p}. \quad (5)$$

В структурной схеме САР (рис. 1) в этом случае появляется элемент обратной связи  $g$ .

Поскольку найденные спектральные плотности  $S_{\omega}^{gM}(v)$  и  $S_{\mu}^{fM}(v)$  характеризуют спектральный состав случайного процесса изменения скорости электродвигателя, то они могут быть названы спектральными скоростными диаграммами двигателя; аналогично спектральные плотности  $S_{\mu}^{gM}(v)$  и  $S_{\mu}^{fM}(v)$  назовем спектральными нагрузочными диаграммами.

Для того чтобы закончить статистическое описание скоростной и нагрузочной диаграмм, заметим, что при нормальном законе распределения воздействий в силу линейности всех преобразований указанные диаграммы также подчинены нормальному закону распределения.

При этом, не сужая общности исследования, процессы  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$  можно считать с нулевым математическим ожиданием, т. е.  $E_{\omega}(t) = 0$  и  $E_{\mu}(t) = 0$ ; среднеквадратичные значения их определяются известной формулой [Л. 3]:

$$\sigma = \sqrt{2 \int_0^{\infty} S(v) dv}. \quad (6)$$

Для нормально распределенного стационарного процесса два первых момента, как известно, дают полное статистическое описание его в любой момент времени.

**Закон распределения мощности на валу исполнительного электродвигателя.** Решение задачи о распределении мощности возможно в двух вариантах: при отсутствии и наличии корреляционной связи между скоростной и нагрузочной диаграммами электродвигателя.

Если также учесть, что в общем случае корреляционная связь между процессами  $\mu(t)$  и  $\omega(t)$  существует, т. е.  $|k_{\mu\omega}(0)| = 0 \dots 1$ , то закон распределения мощности представляется целесообразным определять при произвольном значении коэффициента взаимной корреляции  $k_{\mu\omega}(0) = k$ .

Частные случаи независимости процессов  $\mu(t)$  и  $\omega(t)$ , т. е. когда  $k=0^*$ , или линейной функциональной связи между ними, т. е. когда  $k=1$ , могут быть рассмотрены на основе общих соотношений.

В таком общем виде совместное распределение вероятностей характеризуется двумерной плотностью:

$$W(\omega, \mu) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}\sqrt{1-k^2}} \exp\left[-\frac{\omega^2}{\sigma_{\omega}^2} - \frac{2\omega\mu}{\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}} + \frac{\mu^2}{\sigma_{\mu}^2}\right]. \quad (7)$$

Для определения плотности распределения вероятностей мощности применим общее выражение [Л. 3] для плотности вероятности произведения

$$W(N) = - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\omega} W\left(\omega, \frac{N}{\omega}\right) d\omega + \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} W\left(\omega, \frac{N}{\omega}\right) d\omega. \quad (8)$$

\* Некоррелированные случайные процессы с нормальным распределением независимы.

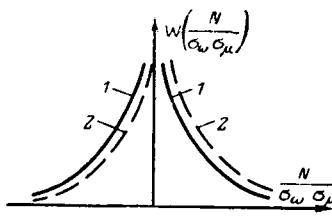


Рис. 2. Законы распределения мощности на валу электродвигателя.

1 — плотность вероятности мощности электродвигателя для некоррелированных процессов  $\mu(t)$  и  $\omega(t)$ ; 2 — плотность вероятности мощности электродвигателя для корреляционных процессов.

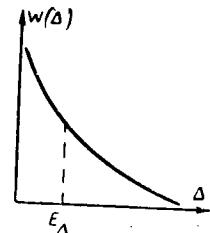


Рис. 3. Закон распределения потерь электродвигателя.

Если ввести обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}\sqrt{1-k^2}} &= \xi; \quad \frac{N^2}{2\sigma_{\mu}^2(1-k^2)} = \beta; \\ \frac{kN}{\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}(1-k^2)} &= m, \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (9)$$

то, исходя из (7) и (8) после ряда преобразований с применением соотношений [Л. 4], можно записать

$$\begin{aligned} W(N) &= \xi \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} e^{-\left(\frac{\omega^2}{\alpha} - m + \frac{\beta}{\omega^2}\right)} d\omega = \\ &= \xi e^m \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} e^{-\left(\frac{\omega^2}{\alpha} + \frac{\beta}{\omega^2}\right)} d\omega = \xi e^{mk_0} \left(2 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $k_0$  — табулированная функция Ханкеля [Л. 5].

Окончательное выражение для плотности вероятности мощности получим в виде:

$$W(N) = \frac{1}{\pi\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}\sqrt{1-k^2}} e^{\frac{kN}{\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}(1-k^2)}} k_0 \left[ \frac{|N|}{\sigma_{\omega}\sigma_{\mu}(1-k^2)} \right]. \quad (11)$$

Заметим, что для некоррелированных процессов  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$ ; т. е. при  $k=0$  плотность распределения, выражаемая формулой (11), представляет собой четную функцию вида 1 (рис. 2).

При наличии корреляционной связи между этими процессами  $W(-N) \neq W(+N)$  функция плотности вероятности имеет вид 2 (рис. 2). Отсутствие симметрии функции  $W(N)$  [формула (11)] для общего случая является следствием поворота осей симметрии эллипса рассеивания в нормальном двумерном законе распределения  $W(\omega, \mu)$ .

Причина такого положения состоит в следующем. При отсутствии взаимной корреляции в случае  $E_{\omega}(t) = E_{\mu}(t) = 0$  вероятности положительных и отрицательных значений мощности равны между собой, поэтому  $E_N(t) = 0$ . При положительной корреляции существует тенденция процессов  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$  иметь одинаковые знаки, что приводит к появлению математического ожидания мощности  $E_N(t) > 0$ ; при отрицательной корреляции появляется  $E_N(t) < 0$ ; первый случай соответствует преобладанию двигательных режимов работы, второй — тормозных.

**Закон распределения потерь и определение средних потерь электродвигателя.** Выражение (11) позволяет дать полное вероятностное описание процессов изменения механической мощности на валу исполнительного двигателя при работе системы. Однако процесс изменения мощности на валу сам по себе еще не определяет тепловой режим работы электродвигателя, поэтому ни числовые характеристики мощности, ни даже закон распределения ее  $W(N)$  не позволяют оценить условий нагрева электродвигателя. Как известно, нагрев двигателя определяется, с одной стороны, его потерями, зависящими от величины преобразуемой им энергии и от его к. п. д., с другой, — условиями охлаждения.

Следующая задача состоит в статистической оценке потерь двигателя в рассматриваемом режиме его работы.

Поскольку процесс изменения частоты вращения  $\omega(t)$  является случайным, а к. п. д. электродвигатели представляются сложной функцией мощности  $N$  и частоты вращения  $\omega$ , то потери могут быть рассчитаны при скорости  $\omega = \omega_0$ , для которой зависимость к. п. д. от мощности известна. Тогда, пользуясь графиком  $\eta(N)$  и известным соотношением между значениями потерь  $\Delta$ , к. п. д. и мощностью на валу

$$\Delta = \left[ \frac{1}{\eta(N)} - 1 \right] N, \quad (12)$$

можно построить график  $\Delta = \lambda(N)$ . Как известно, функция  $\lambda(N)$  немонотонная, симметричная относительно оси потерь  $\Delta$ , поэтому для построения закона распределения потерь может быть применена известная формула [Л. 6]:

$$W(\Delta) = [W_1(N) + W_2(N)] \left| \frac{dN}{d\Delta} \right|, \quad (13)$$

где индексами «1» и «2» обозначены ветви закона распределения  $W(N)$  при  $(N > 0)$  и  $(N < 0)$  соответственно.

Для случая некоррелированных процессов  $\omega(t)$  и  $\mu(t)$ , поскольку  $W_1(N) \equiv W_2(N)$ , т. е. плотности вероятности мощности одинаковы при любых одинаковых по модулю значениях мощности (рис. 2, кривые 1), то общая формула (13) может быть переписана в виде:

$$W(\Delta) = 2W_1(N) \left| \frac{dN}{d\Delta} \right|. \quad (14)$$

Распределение потерь  $W(\Delta)$  показано на рис. 3.

Значение средних потерь электродвигателя  $\Delta_{ср}$  находится по закону распределения потерь известными из теории веро-

ятностей способами как математическое ожидание потерь, т. е.  $\Delta_{ср} = E_\Delta(t)$ .

**Выводы.** 1. Известный в теории электроприводов метод средних потерь может быть распределен на двигатели со случаем режимом работы. Область применения этого метода, его достоинства и недостатки остаются такими же, как и при детерминированных условиях работы электродвигателей.

2. Возможность выразить закон распределения мощности через табулированную функцию Ханкеля и сравнительная простота других расчетных формул позволяет в необходимых случаях успешно применять рассмотренный метод в инженерной практике, несмотря на его трудоемкость.

## Литература

- Чиликин М. Г., Общий курс электропривода, изд-во «Энергия», 1965.
- Ратнер Н. И., Расчет электроприводов в случайных режимах, изд-во «Энергия», 1969.
- Лифшиц Н. А. и Пугачев В. П., Вероятностный анализ систем автоматического управления, изд-во «Советское радио», 1963.
- Рыжик И. М. и Градштейн И. С., Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Изд-во технико-теоретической литературы, 1951.
- Кузьмин Р. О., Бесселевые функции, Изд-во общетехнической литературы, 1935.
- Левин Б. Р., Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, изд-во «Советское радио», 1957.

[27.1.1970]

УДК 621.313.323:62-573

## Исследование пусковых режимов синхронных бесщеточных двигателей

Канд. техн. наук С. И. ЛОГИНОВ и инж. Г. Б. ЛЮБОМИРОВА

Институт электромеханики, Ленинград

С развитием полупроводниковой техники и эффективных средств защиты выпрямителей от перенапряжений бесщеточных системы возбуждения находят все большее применение в синхронных двигателях [Л. 1].

Несмотря на то, что разработка и исследование бесщеточных синхронных двигателей уделяется большое внимание, их пусковые характеристики недостаточно изучены. Однако наличие постоянной составляющей в токе возбуждения может явиться причиной торможения бесщеточных синхронных двигателей при асинхронном пуске [Л. 2].

В [Л. 3] рассматривался пуск бесщеточных синхронных двигателей. Асинхронные пуски были рассчитаны на ЦВМ по уравнениям в комплексной форме для каждого заданного скольжения в области  $s=0,01 \dots 1$ . Для всех заданных значений скольжения методом последовательных приближений определялись сопротивления, углы отсечки тока. Затем методом Фурье были найдены постоянная составляющая установившегося тока возбуждения и соответствующий ей момент, который затем складывался с переменным моментом.

Такая методика расчета дает возможность проводить исследование, не применяя уравнения движения машины. Однако для определения моментов при заданных углах отсечки тока требуется выполнить большой объем сложных расчетов.

В статье приводятся результаты исследования на АВМ пусковых режимов группы бесщеточных синхронных двигателей серии СДНЗ 14—20 габаритов.

Для исследования асинхронных характеристик синхронных двигателей АВМ были применены полные уравнения Горева — Парка для синхронной машины. Форма записи уравнений для математического моделирования и блок-схема для решения этих уравнений аналогичны приведенным в [Л. 4].

Асинхронный пуск двигателя осуществлялся от сети бесконечной мощности на холостом ходу.

Правомерность метода математического моделирования для определения пусковых характеристик проверялась экспериментально на двигателе СДНЗ 15-49-6 ( $P=2000$  квт,  $U_{ст}=6000$  в,  $n=1000$  об/мин).

Сравнение опытных и расчетных пусковых параметров (табл. 1) показало, что погрешность в определении их на АВМ не превышает  $15 \pm 20\%$ , что является вполне приемлемым для анализа таких режимов. Кроме того, сравнение метода расчета на АВМ с другими методами [Л. 5] показало, что расчеты на АВМ дают более точные результаты.

На АВМ были исследованы также асинхронные пуски синхронных двигателей СДНЗ15-64-8 ( $P=2500$  квт,  $U_{ст}=6000$  в,  $n=1000$  об/мин); СДНЗ17-119-8 ( $P=10000$  квт,  $U_{ст}=6000$  в,  $n=750$  об/мин); СДНЗ16-54-10 ( $P=2000$  квт,  $U_{ст}=6000$  в,  $n=600$  об/мин), СДНЗ18-91-10 ( $P=10000$  квт,  $U_{ст}=6000$  в,  $n=600$  об/мин).

В табл. 2 представлены результаты расчета пусковых режимов двигателя СДНЗ15-64-8.

Как видно из таблицы, значение асинхронного момента зависит от схемы включения обмотки ротора и величины до-

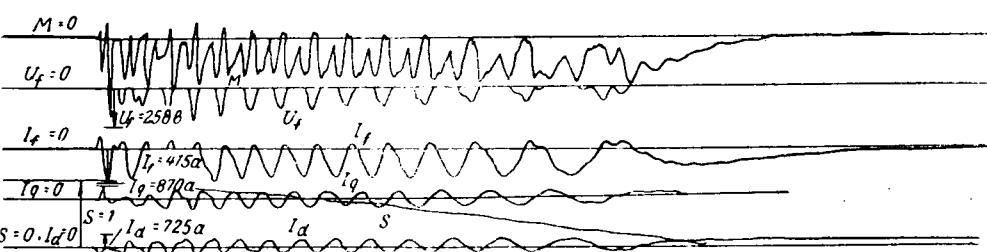


Рис. 1. Осциллограмма пуска ненагруженного бесщеточного синхронного двигателя СДН315-64-8 ( $R=2R_s$ ).

бавочного или защитного сопротивлений. При отсутствии выпрямителей в цепи ротора, чем больше линейное добавочное сопротивление, введенное в цепь обмотки, тем больше асинхронный момент и тем больше значения скольжений, при которых асинхронный момент достигает максимума.

Исследования пусковых режимов бесщеточной системой возбуждения и с защитными сопротивлениями разной кратности (по отношению к сопротивлению обмотки возбуждения) показали, что наличие полупроводникового вентиля в цепи возбуждения приводит к провалу пусковой характеристики момента в ее начальной части и уменьшению асинхронного момента. Причем с увеличением кратности защитного сопротивления величина провала и значение тормозного момента увеличиваются.

Исследованиями установлено, что значения пускового и максимального токов возбуждения практически не зависят от схемы подключения обмотки возбуждения. Кроме того, время ненагруженного асинхронного двигателя также практически не зависит от системы возбуждения.

Длительность же разгона нагруженного двигателя с бесщеточной системой возбуждения на 25—35% больше, чем время пуска двигателя с обычной системой возбуждения [Л. 1].

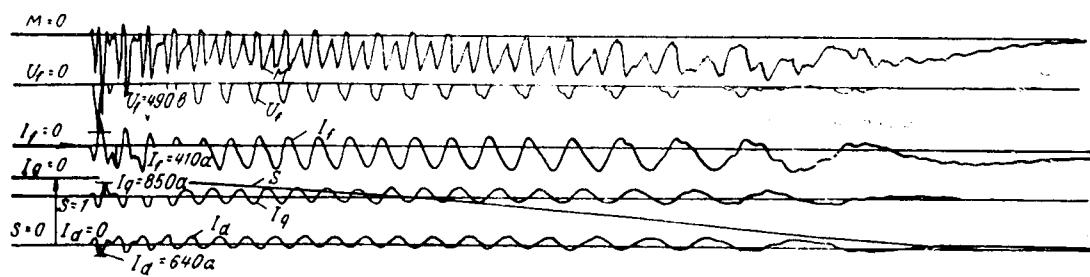


Рис. 2. Осциллограмма пуска ненагруженного бесщеточного синхронного двигателя СДН316-54-10 ( $R=4R_f$ ).

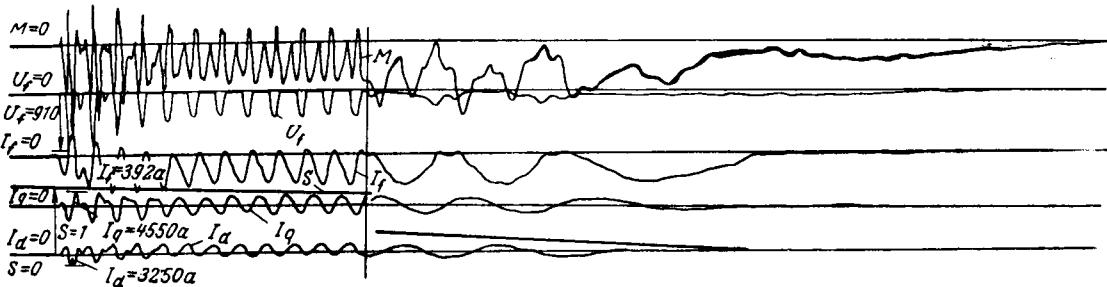


Рис. 3. Осциллограмма пуска ненагруженного бесщеточного синхронного двигателя СДН318-91-10 ( $R=6R_f$ ).

Как показали расчеты пусковых режимов, напряжение на обмотке возбуждения зависит от системы возбуждения, а также от апериодической составляющей тока обмотки возбуждения. Наибольшее напряжение на обмотке возбуждения будет в самом начале пуска (при  $s \approx 1$ ).

На рис. 1 дана осциллограмма пуска ненагруженного бесщеточного синхронного двигателя СДН315-64-8 с кратностью защитного сопротивления, равной 2.

Таблица 1

Схема включения обмотки возбуждения	Схема с добавочным сопротивлением						Бесщеточная схема								
	$M_{\text{нач}}$ , отн. ед.	$M_{\text{max}}$ , отн. ед.	$M_{\text{вх}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{f max}}}{I_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$t_{\text{п}}$ , сек	Кратность добавочного сопротивления	$M_{\text{нач}}$ , отн. ед.	$M_{\text{max}}$ , отн. ед.	$M_{\text{вх}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{f max}}}{I_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$\frac{U_{\text{f max}}}{U_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$t_{\text{п}}$ , сек	Кратность защитного сопротивления
АВМ	1,36	2,52	1,48	7,8	1,4	0,53		1,26	2,32	1,54	7,6	1,42		0,54	
Опыт	1,67	2,64	1,58	7,38	1,38	0,453	2	1,46	2,64	1,5	7,23	1,38	3,55	0,446	2
Погрешность, %	18,5	4,55	6,35	5,5	14,5	17		13,7	12,2	2,68	5,12	2,9		19,3	
АВМ	1,42	2,62	1,68	7,9	1,41	0,52		1,2	2,38	1,4	7,45	1,4		0,545	
Опыт	1,63	2,82	1,78	7,47	1,38	0,446	4	1,44	2,56	1,43	7,36	1,47	4,9	0,488	4
Погрешность, %	13	7,1	5,6	5,75	2,1	16,5		15,3	7,05	2,1	1,22	4,8		11,7	
АВМ	1,76	2,80	1,75	8,2	1,42	0,51		1,16	2,26	1,36	7,3	1,38		0,56	
Опыт	1,69	2,92	1,85	8,55	1,42	0,41	6	1,4	2,56	1,385	7,27	1,415	5,92	0,488	6
Погрешность, %	13,7	4,1	5,4	4,1	—	24,5		17,2	11,7	1,45	0,41	2,23		14,8	

Таблица 2

Параметры пусковой характеристики														
Схема с добавочным сопротивлением							Бесщеточная схема							
$M_{\text{нач}}$	$M_{\text{max}}$ , отн. ед.	$M_{\text{вх}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{f max}}}{I_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$t_{\text{п}}$ , сек	Кратность добавочного сопротивления	$M_{\text{нач}}$	$M_{\text{max}}$ , отн. ед.	$M_{\text{вх}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{н}}}$ , отн. ед.	$\frac{I_{\text{f max}}}{I_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$\frac{U_{\text{f max}}}{U_{\text{fн}}}$ , отн. ед.	$t_{\text{п}}$ , сек	Кратность защитного сопротивления
1,15	2,27	1,77	6,9	1,58	0,531	2	1,08	2,06	1,66	6,7	1,56	3,8	0,533	2
1,23	2,36	1,98	7	1,6	0,526	4	1,0	1,99	1,55	6,6	1,54	5,1	0,537	4
1,32	2,45	2,05	7,1	1,63	0,521	6	0,93	1,91	1,43	6,3	1,49	6,6	0,54	6

В табл. 3 приведены основные параметры пусковых характеристик синхронных двигателей СДНЗ17-119-8, СДНЗ16-54-10, СДНЗ18-91-10 с бесщеточными системами возбуждения.

Исследования показали, что для их двигателей максимальное значение напряжения на обмотке возбуждения составляет  $6,5U_{f_n}$  (СДНЗ16-54-10), максимальный пусковой ток порядка  $7,2I_{f_n}$  (СДНЗ18-91-10), максимальное время пуска не превышает 1,5 сек (СДНЗ18-91-10), максимальный ток возбуждения составляет  $1,5 I_{f_n}$  (СДНЗ16-54-10).

Электромагнитные процессы при пуске двигателей СДНЗ16-54-10, СДНЗ18-91-10 показаны на рис. 2 и 3.

Для того чтобы уменьшение начального момента рассматриваемых двигателей (провал в начальной части характеристики момента) не превышало 10—15% номинального, защитное сопротивление не должно быть больше сопротивления ротора.

Для получения пусковых характеристик бесщеточного синхронного двигателя с параметрами не ниже, чем у двигателей без выпрямителей в цепи ротора, очевидно, необходимо применение нелинейных защитных сопротивлений или преобразователя на симметричных управляемых вентилях.

#### Литература

1. Глебов И. А. и др., Исследование бесщеточного синхронного двигателя с вращающимися полупроводниковыми выпрямителями, Системы возбуждения и регулирования син-

Таблица 3

Параметры пусковой характеристики	СДНЗ17-119-8			СДНЗ16-54-10			СДНЗ18-91-10		
$M_{\text{нач}}$ , отн. ед. . . . .	0,98	0,93	0,88	1,09	1,04	0,98	1,04	0,99	0,93
$M_{\text{max}}$ , отн. ед. . . . .	2,2	2,12	2,07	2,15	2,15	2,07	2,17	2,08	2,02
$M_{\text{ix}}$ , отн. ед. . . . .	1,7	1,66	1,6	1,3	1,24	1,15	1,68	1,63	1,57
$I_{\frac{f}{n}}$ , отн. ед. . . . .	7,15	7,1	6,9	6,3	6,2	6,7	7,3	7,2	7,1
$\frac{I_{f_{\text{max}}}}{I_{f_n}}$ , отн. ед. . . . .	1,46	1,46	1,41	1,49	1,46	1,41	1,46	1,42	1,4
$\frac{U_{f_{\text{max}}}}{U_{f_n}}$ , отн. тед. . . . .	4,32	5,15	5,8	4,4	5,6	6,52	3,2	4,15	5,1
$t_p$ , сек . . . . .	1,03	1,04	1,06	0,724	0,732	0,736	1,43	1,45	1,48
Кратность защитного сопротивления . . . . .	2	4	6	2	4	6	2	4	6

хронных машин и мощные статические преобразователи, Изд. АН СССР, 1967.

2. Логинов С. И., Пуск бесконтактного синхронного двигателя с вращающимися полупроводниковыми выпрямителями, «Электротехника», 1965, № 10.

3. Chalmers B. J., Richardson J., Stady-state asynchronous characteristics of salient-pole motors with rectifiers in the field circuit, PROC.IEE, July, 1968.

4. Логинов С. И. и Любомирова Г. Б., Исследование перенапряжений на вентилях синхронного генератора при самосинхронизации, «Электричество», 1968, № 10.

5. Урусов И. Д., Линейная теория колебаний синхронной машины, Изд. АН СССР, 1960.

[22.1.1969]



УДК 621.315.592:621.3.017.71

## Определение температуры *pnpn*-структуре тиристора во время прохождения импульса тока перегрузки

Э. Ф. БУРЦЕВ, И. В. ГРЕХОВ и Н. Н. КРЮКОВА  
Ленинград

Способность тиристора выдерживать кратковременные перегрузки большим током является важным параметром при применении тиристоров в преобразовательных устройствах большой мощности. Одним из основных факторов, ограничивающих допустимую величину и длительность тока перегрузки, является предельно допустимое значение температуры *pnpn*-структуре тиристора в процессе прохождения импульса тока и после его окончания, т. е. непосредственно перед приложением обратного напряжения. В [Л. 1] был проведен расчет температуры кремниевой пластины тиристора при воздействии на него импульса тока синусоидальной формы. (Форма импульса тока перегрузки в мощных преобразователях, как правило, близка к синусоидальной).

Предполагается, что выпрямительный элемент состоит из кремниевой пластины, обе стороны которой контактируют со слоем вольфрама бесконечной толщины. Термическое сопротивление контакта кремний-вольфрам отсутствует. Теплофизические параметры материалов считаются не зависящими от температуры. Кроме того, было принято, что выделение тепла происходит равномерно по объему кремниевой пластины. Вольт-амперная характеристика тиристора аппроксимировалась выражением:

$$V = V_0 + IR, \quad (1)$$

где  $V_0$  — напряжение отсечки;  $R$  — дифференциальное сопротивление.

Решение уравнения теплопроводности при указанных приближениях приводит к следующему выражению для отношения температуры на границе вольфрам—кремний к максималь-

ной мощности, выделенной на единицу площади  $(\text{при } t \gg$

$$\gg \frac{W^2}{2 \frac{\lambda_0}{c_0 \rho_0}} \left( \frac{T}{P_m} = 0,24 \left\{ \frac{v}{\sqrt{2\omega\lambda_1 c_1 \rho_1}} F(z) - \frac{w c_0 \rho_0}{4\lambda_1 c_1 \rho_1} \sin Z [(1-v) \sin Z + v] + \frac{(1-v) \sqrt{t}}{2\sqrt{\pi\lambda_1 c_1 \rho_1}} - \frac{(1-v)}{4\sqrt{\omega\lambda_1 c_1 \rho_1}} F_2(2z) \right\} \right) \quad (2)$$

для  $0 < \omega t < \pi$ .

После окончания импульса, т. е. для  $\omega t > \pi$

$$\begin{aligned} \frac{T}{P_m} = 0,24 \left\{ \frac{v}{\sqrt{2\omega\lambda_1 c_1 \rho_1}} F'_1(z) + \frac{(1-v) \left( \sqrt{t} - \sqrt{t - \frac{\pi}{\omega}} \right)}{2\sqrt{\pi\lambda_1 c_1 \rho_1}} - \frac{(1-v)}{4\sqrt{\omega\lambda_1 c_1 \rho_1}} F'_2(2z) \right\}; \\ z = \omega t. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F_1(z) &= \sin C(z) - \cos S(z); \\ F'_1(z) &= \sin Z [C(z) - [C(z - \pi)] - \\ &\quad - \cos Z [S(z) - S(z - \pi)]; \\ F_2(2z) &= \cos 2ZC(2z) + \sin 2ZS(2z); \\ F'_2(2z) &= \cos 2Z [C(2z) - C(2z - 2\pi)] + \\ &\quad + \sin 2Z [S(2z) - S(2z - 2\pi)], \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} C(z) &= \frac{1}{V2\pi} \int_0^z \frac{\cos \xi}{V\xi} d\xi; \\ S(z) &= \frac{1}{V2\pi} \int_0^z \frac{\sin \xi}{V\xi} d\xi; \end{aligned} \right\} \text{— интегралы Френеля}$$

$\lambda_0, c_0, \rho_0$  — теплопроводность, теплоемкость и плотность кремния соответственно;  $\lambda_1, c_1, \rho_1$  — то же для вольфрама;  $V$  — толщина пластины кремния;  $v = \frac{V_0}{V_m}$ ;  $V_m = V_0 + I_m R$  — амплитудное значение напряжения на тиристоре.

Перепад температуры между центром кремниевой пластины и границей кремний—вольфрам определяется выражением:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T}{P_m} &= 0,24 \left\{ \frac{W}{8\lambda_0} \sin Z [v + (1-v) \sin Z] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{W^2 V \omega}{16D_0 V \lambda_1 c_1 \rho_1} [v \sqrt{2} F_2(z) + (1-v) F_1(2z)] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

для  $0 < \omega t < \pi$ .

$$\frac{\Delta T}{P_m} = \frac{0,24 W^2 V \omega}{16D_0 V \lambda_1 c_1 \rho_1} [v \sqrt{2} F'_2(z) + (1-v) F'_1(2z)] \quad (5)$$

для  $\omega t > \pi$ .

В [Л. 1] было показано, что расчетное значение температуры в момент окончания импульса ( $t = \frac{\pi}{\omega}$ ) достаточно хорошо совпадает с экспериментальным. Это значение может служить критерием для выбора допустимых параметров импульса тока перегрузки в том случае, когда после окончания импульса к прибору прикладывается обратное напряжение.

Другим критерием, ограничивающим допустимую величину перегрузки, является максимальная температура кремниевой пластины в процессе протекания импульса тока. Так как система вольфрам—кремний в этом случае нагревается неоднородно, в кремнии возникают механические напряжения, которые, как показали наши эксперименты, приводят к разрушению пластины. Значение напряжений существенно зависит от температуры кремниевой пластины, экспериментальное определение которой в процессе протекания импульса тока и проверка расчетных соотношений [Л. 1] представляют несомненный интерес.

Хотя уравнение теплопроводности в [Л. 1] решалось для одномерной модели, его решение является справедливым не только для диодной, но и для тиристорной *pppr*-структуре, так как длительность импульса тока перегрузки (10 мсек) значительно превосходит время установления стационарного состояния в тиристоре ( $100 \div 300$  мсек).

Для определения температуры *pppr*-структуры тиристора во время прохождения импульса тока в качестве термочувствительного параметра была использована температурная зависимость прямого падения напряжения. Измерения проводились следующим образом. Вначале определялась температурная зависимость прямого падения напряжения, созданного коротким импульсом тока, амплитуда которого поддерживалась строго постоянной в процессе измерений. Длительность импульса в принципе должна быть минимальной, чтобы уменьшить дополнительный нагрев тиристора. Однако для повышения точности измерений длительность импульса должна превышать длительность всех переходных процессов при включении тиристора, которая зависит от конструкции электрода управления, площади *pppr*-структуры, толщины базо-

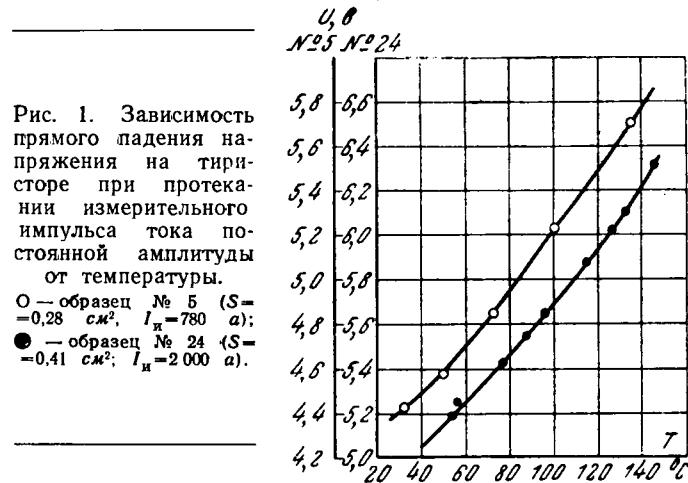


Рис. 1. Зависимость прямого падения напряжения на тиристоре при протекании измерительного импульса тока по-стоянной амплитуды от температуры.

○ — образец № 5 ( $S = 0,28 \text{ см}^2, I_n = 780 \text{ а}$ );  
● — образец № 24 ( $S = 0,41 \text{ см}^2, I_n = 2000 \text{ а}$ ).

вых слоев и времени «жизни» неосновных носителей в них, а также от плотности тока.

Вследствие сложной зависимости времени установления стационарного состояния от параметров тиристора, минимальную длительность измерительного импульса тока необходимо выбирать, исходя из вида осциллограммы напряжения для каждого типа исследуемых тиристоров. Отсчет напряжения необходимо производить на участке, где форма напряжения начинает повторять форму тока, что свидетельствует об установлении стационарного состояния. Для повышения точности измерений напряжения и тока применялся компенсационный метод, с помощью которого измерения на переменном токе сводились к измерениям на постоянном токе, а осциллограф служил нуль-индикатором.

На рис. 1 приведены типичные зависимости прямого падения напряжения от температуры. Температурный коэффициент напряжения положительный, поскольку измерения проводятся при плотности тока, превышающей точку инверсии температурной зависимости. При измерениях учитывался нагрев *pppr*-структуры от импульса тока. При условии, что тепло выделяется однородно по объему кремниевой пластины и теплоотвод за время протекания импульса пренебрежимо мал, нагрев выражается:

$$\Delta T \approx \frac{0,24 Q_{im}}{ct}, \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (6)$$

где  $Q_{im}$  — энергия, выделенная импульсом за время от  $t=0$  до времени начала отсчета напряжения ( $Q_{im}$  вычисляется непосредственно по осциллограммам тока и напряжения);  $c$  — удельная теплоемкость кремния;  $m$  — масса кремниевой пластины.

Измерение температуры производилось по следующей схеме. От генератора импульсов тока перегрузка на тиристор подается синусоидальный импульс тока перегрузки длительностью 10 мсек. На этот импульс от генератора измерительных импульсов тока накладывается короткий измерительный импульс тока таким образом, чтобы его амплитуда и длительность были равны соответствующим параметрам импульса, использованного для определения температурной зависимости напряжения. С помощью фазовращающих и синхронизирующих цепей имеется возможность перемешать измерительный импульс во времени относительно импульса перегрузки. Изменяя прямое падение напряжения при амплитуде измерительного импульса и используя данные рис. 1, можно определить температуру *pppr*-структуры тиристора в любой момент времени как в процессе прохождения импульса тока перегрузки, так и после его окончания. Для повышения точности определения температуры амплитуда измерительного импульса должна быть достаточно велика, так как выше точки инверсии температурной зависимости величина температурного коэффициента прямого падения напряжения увеличивается с ростом плотности тока. В наших опытах эта амплитуда в  $1,5 \div 2,5$  раза превышала амплитудное значение импульса тока перегрузки.

На рис. 2, а и б приведены экспериментальные и расчетные данные определения температуры *pppr*-структуры при протекании синусоидального импульса тока длительностью

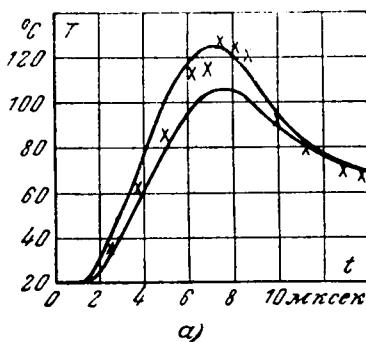


Рис. 2. Расчетные кривые и экспериментальные значения температуры во время прохождения импульса тока.

*a* — для образца № 24;  
*b* — для образца № 5.  
○ — температура определена с помощью изотермических вольт-амперных характеристик; X — с помощью измерительного импульса тока постоянной амплитуды.

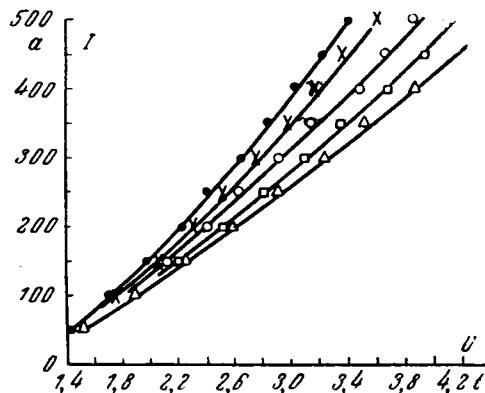
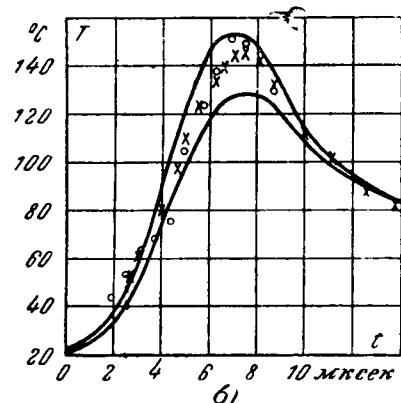
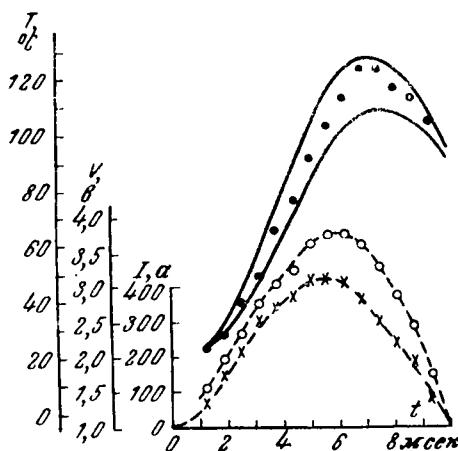


Рис. 3. Изотермические вольт-амперные характеристики тиристора № 22 ( $S=0,26 \text{ см}^2$ ).  
● — 19° С; X — 47° С;  
○ — 72° С; □ — 99° С;  
△ — 119° С.

10 мсек для двух образцов № 24 ( $S=0,41 \text{ см}^2$ ;  $V_0=1,15 \text{ в}$ ;  $V_m=3,21 \text{ в}$ ;  $I_m=780 \text{ а}$ ; амплитуда тока измерительного импульса  $I_a=2000 \text{ а}$ ) и № 5 ( $S=0,28 \text{ см}^2$ ;  $V_0=1,13 \text{ в}$ ;  $V_m=4,21 \text{ в}$ ;  $I_m=500 \text{ а}$ ;  $I_a=780 \text{ а}$ ). Нижняя сплошная кривая — температура на границе вольфрам — кремний, рассчитанная согласно (2) и (3), верхняя — расчетная температура в центральной плоскости кремниевой пластины, полученная с учетом выражений (4) и (5). Экспериментальные точки расположены между двумя расчетными кривыми. Этот результат является естественным, поскольку эксперимент должен давать некоторую усредненную температуру. Из данных рис. 2, *a* и *b* следует, что теория и эксперимент достаточно хорошо согласуются как на участке нагрева ( $0 < t \leq 10 \text{ мсек}$ ), так и в начале участка охлаждения. Интересно отметить, что на этом участке примерно с  $t=15 \text{ мсек}$  экспериментально определенная температура становится меньше расчетной, причем с увеличением  $t$  расхождение увеличивается. Это, вероятно, объясняется тем, что при больших длительностях начинает чувствовать влия-

Рис. 4. Экспериментальные кривые напряжения и тока импульса перегрузки, расчетные кривые  $T$  тиристора на границе Si—W и в центре кремниевой пластиинки и экспериментальные значения температуры при прохождении импульса перегрузки для образца № 22 ( $S=0,26 \text{ см}^2$ ).  
X — ток; ○ — напряжение.



ние на процесс охлаждения медных теплоотводов; в этом случае толщину вольфрама нельзя считать бесконечной, как это принято в [Л. 1].

Определение температуры *pnpn*-структурь тиристора во время прохождения импульса тока может быть проведено с помощью методики, предложенной в [Л. 2]. В этом случае для того чтобы получить температурную зависимость прямого падения напряжения  $V_{\text{пр}}$  при различных токах, определяются изотермические вольт-амперные характеристики открытого тиристора при разных температурах. Зная зависимость  $V_{\text{пр}}=f(T)$ , можно определить температуру в любой момент времени импульса, для чего достаточно измерить ток и напряжение на тиристоре в этот момент.

На рис. 3 приведено семейство изотермических вольт-амперных характеристик тиристора № 22 с рабочей площадью  $S=0,26 \text{ см}^2$ . Для измерения характеристик использовался генератор измерительных импульсов; нагрев в процессе измерений, оцененный согласно (6) при максимальной плотности тока не превышал 5° С. Одиночный перегрузочный импульс синусоидальной формы длительностью 10 мсек подавался на тиристор от генератора импульсов тока перегрузки.

На рис. 4 приведены экспериментальные кривые тока и напряжения перегрузочного импульса для тиристора № 22 ( $S=0,26 \text{ см}^2$ ;  $V_0=1,17 \text{ в}$ ;  $V_m=3,75 \text{ в}$ ;  $I_m=420 \text{ а}$ ) и соответствующие каждой измеренной точке значения температуры, найденные с помощью данных рис. 3. Там же приведены расчетные значения температуры на границе кремний—вольфрам (нижняя сплошная кривая) и в центральной плоскости кремниевой пластины (верхняя кривая). Из приведенных данных следует, что и при такой методике измерения эксперимент достаточно хорошо согласуется с расчетом.

Приведенные на рис. 2, *b* измерения температуры двумя описанными методами на одном и том же образце показывают, что оба метода дают примерно одинаковые значения температуры. Однако метод наложения измерительного импульса на импульс тока перегрузки является более универсальным, поскольку позволяет определить и кривую охлаждения.

Таким образом, приведенные данные показывают, что расчет температуры *pnpn*-структурь тиристора при протекании синусоидального импульса тока, выполненный в [Л. 1], хорошо подтверждается экспериментом. Для расчета температуры достаточно знать рабочую площадь тиристора, напряжение отсечки и амплитудные значения тока и напряжения при прохождении импульса тока перегрузки.

#### Литература

1. Бурцев Э. Ф. и др., Перегрузка тиристора однократным импульсом тока большой амплитуды, сб. статей «Физика электронно-дырочных переходов и полупроводниковых приборов», 1969.

2. Алферов Ж. И. и др., Температура перехода в мощных германиевых вентилях, «Электричество», 1962, № 12.

[20.5.1969]



## Уточнение методики оптимизации режима энергосистемы

В. Д. УРИН, З. Д. ТОТЛАДЗЕ и С. Г. ЗЛОТНИК

При жестко заданном суточном расходе гидроресурсов для каждой из  $n$  ГЭС в смешанной энергосистеме, имеющей также  $m$  ТЭС, условия минимума суммарного расхода топлива определяются уравнениями:

$$\frac{b_{ii}}{1 - \frac{\partial P_i}{\partial P_{ii}}} = \dots = \frac{q_{ji} \lambda_j}{1 - \frac{\partial P_i}{\partial P_{ji}}};$$

$$b_{ii} = \frac{dQ_{ii}}{dP_{ii}}, \quad q_{ji} = \frac{dQ_{ji}}{dP_{ji}}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = m + 1, \dots, m + n,$$

где  
 $t$  — произвольный момент времени;

$B$  — расход топлива;  $Q$  — расход воды;  $P$  — потери мощности в сетях;  $P$  — нагрузка электростанции.

При этом предполагается, что коэффициенты Лагранжа должны быть выбраны такими, чтобы при распределении нагрузок между тепловыми и гидростанциями по принципу равенства относительных приростов (для ГЭС роль  $b_i$  играет произведение  $q\lambda$ ) для каждой из ГЭС был получен заданный суточный расход гидроресурсов.

До недавнего времени предполагалось, что условие заданного суточного расхода гидроресурса (изопериметрическое условие) всегда может быть выполнено, если только оно соответствует техническим возможностям станции, путем соответствующего подбора значения  $\lambda$ .

Однако существуют случаи, когда никакое значение  $\lambda$  (постоянное за время цикла регулирования)<sup>1</sup> не позволяет обеспечить заданное значение суточного расхода гидроресурсов.

В статье рассмотрена сущность данного явления и его проявление при расчетах оптимального распределения нагрузки на цифровых и аналоговых машинах. Если не учитывать изменение относительного прироста при пуске агрегатов, а также пусковые расходы, пуск выгоден при условии, что относительный прирост энергосистемы (и равный ему относительный прирост агрегатов) больше удельного расхода агрегатов или равен ему [Л. 1].

Значение нагрузки агрегата, при котором относительный прирост равен удельному расходу, соответствует максимальному значению к. п. д. и именуется экономичным  $P_{ek}$ . Отсюда следует, что агрегат либо должен быть остановлен, либо должен работать с нагрузкой не более  $P_{ek}$ .

Учет пусковых потерь и учет изменения относительного прироста энергосистемы при пуске агрегата приводят к некоторому изменению значения минимальной выгодной нагрузки агрегата, однако и при этом сохраняется граница нагрузки, ниже которой работа агрегата нецелесообразна  $P_{ek min}$ .

В результате для части суточного цикла, в которой нагрузка системы может быть принята постоянной, изменение  $\lambda$ , приводящее к уменьшению нагрузки агрегата ниже  $P_{ek min}$ , вызывает целесообразность остановки агрегата.

При значении  $\lambda_j$ , соответствующем  $P_{ek min}$ , происходит скачок нагрузки от  $P_{ek min}$  до нуля и соответственно изменяется скачком значение суточного расхода воды  $V_j$  через данный агрегат [Л. 2].

Предполагая, что данный агрегат является на ГЭС единственным [Л. 3], можно зависимость между  $V_j$  и  $\lambda_j$  получить в виде кривой (рис. 1), где имеется несколько точек разрыва первого рода. Число этих точек определяется числом горизонтальных участков (с разной нагрузкой) на суточном графике нагрузки энергосистемы.

Пусть суточный график нагрузки энергосистемы (рис. 2) имеет два различных значения нагрузки на горизонтальных

участках. Для какого-то значения  $\lambda_j = \lambda_{j1}$ , нагрузка  $P_j = P_{ek min}$  соответствует нагрузке энергосистемы  $P_\Sigma = P_{\Sigma1}$ . Это означает, что для  $\lambda_j = \lambda_{j1}$  работа ГЭС выгодна при нагрузках  $P_\Sigma \geq P_{\Sigma1}$ . Однако уже малое изменение  $\lambda_j$  в сторону увеличения приводит к тому, что граница работы ГЭС смещается выше  $P_{\Sigma1}$ .

Тогда время работы ГЭС сокращается на  $(t_1 + t_2)$  и на кривой рис. 1 происходит скачок суточного расхода воды.

При дальнейшем росте  $\lambda_j$  достигается значение  $\lambda_{j2}$ , для которого  $P_j = P_{ek min}$  соответствует уже  $P_{\Sigma2} > P_{\Sigma1}$ . Малое изменение  $d\lambda_j$  в сторону увеличения приводит к сокращению времени работы ГЭС на  $t_2$  и к скачку суточного расхода, показанному на рис. 1.

Изменение  $\lambda_j$  вне точек  $\lambda_{j1}$  и  $\lambda_{j2}$  и между ними вызывает хорошо известное плавное уменьшение  $V_j$  по мере увеличения  $\lambda_j$ .

Наличие на ГЭС нескольких агрегатов приводит к дальнейшему увеличению числа точек разрыва на кривой рис. 1 и к относительному уменьшению их влияния.

Предыдущие рассуждения относились к энергосистеме, где данная ГЭС была единственной гидростанцией. При наличии нескольких ГЭС зависимость  $V_j$  от  $\lambda_j$  не является однозначной и изменяется в зависимости от  $\lambda_k$  ( $k \neq j$ ).

Увеличение  $\lambda_k$  уменьшает  $P_k$  и увеличивает  $P_j$  и  $V_j$ .

Можно написать

$$\Delta V_j = \Delta \lambda_j \frac{\partial V_j}{\partial \lambda_j} + \sum_{k \neq j} \Delta \lambda_k \frac{\partial V_j}{\partial \lambda_k}, \quad (1)$$

где

$$\frac{\partial V_j}{\partial \lambda_j} < 0; \quad \frac{\partial V_j}{\partial \lambda_k} > 0.$$

Можно показать, что зависимость  $\frac{\partial V_k}{\partial \lambda_k}$  от  $\frac{\partial V_j}{\partial \lambda_k}$  ( $j \neq k$ )

является строго монотонно убывающей и непрерывной.

Поэтому на  $V_j$  отражаются не только разрывы в зависимости  $V_j(\lambda_j)$ , но и в зависимости  $V_k(\lambda_k)$ , когда  $\frac{\partial V_j}{\partial \lambda_j}$  или  $\frac{\partial V_k}{\partial \lambda_k}$

стремится к бесконечности. Из этого следует, что и зависимость  $V_j(\lambda_k)$  также является разрывной. Если отвлечься от наличия скачков в зависимости  $V_j$  от  $\lambda_j$ ,  $\lambda_k$ , вероятно, можно было бы обеспечить, чтобы характер изменения  $\Delta V_j$  определялся знаком  $\Delta \lambda_j$ .

Действительно, при конечном значении частных производных из условий

$$\frac{\Delta V_j}{\Delta \lambda_j} = \frac{\partial V_j}{\partial \lambda_j} + \sum_{k \neq j} \frac{\Delta \lambda_k}{\Delta \lambda_j} \frac{\partial V_j}{\partial \lambda_k} < 0 \quad (2)$$

для  $j = 1, 2, \dots, m$

получаем систему неравенств, определяющих соотношение  $\Delta \lambda_j$ . Для простейших случаев можно доказать, что эта система совместна и разрешима. Нет оснований отрицать возможность решения и для остальных случаев. Однако целесообразность поиска такого решения является сомнительной, поскольку при прохождении одной из частных производных  $\frac{\partial V_j}{\partial \lambda_k}$  через бесконечность знак  $\Delta V_j$  определяется знаком  $\Delta \lambda_k$ . Кроме того, выполнение условия (2) не обязательно должно улучшить сходимость расчетов.

<sup>1</sup> Предполагается, что учет изменения напора производится дополнительным множителем, включенным в  $q_{ji}$ .

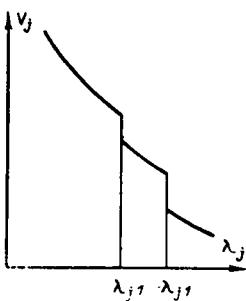


Рис. 1.

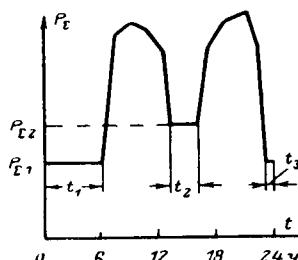


Рис. 2.

Явление разрывности связи  $V$  и  $\lambda$  подтверждается опытом расчетов, например [Л. 2], где отмечено также, что при оптимизации режима энергосистемы программа строится таким образом, что отключение агрегата соответствует нагрузке энергосистемы, несколько меньшей, чем нагрузка, соответствующая его включению. Такой запас необходим для предупреждения частых пусков-остановов агрегатов из-за небольших колебаний нагрузки энергосистемы.

Поэтому зоны, в которых нагрузку энергосистемы можно рассматривать как постоянную и из-за которых появляются скачки суточного расхода воды на ГЭС в окрестностях заданного значения шире, чем это следует из суточного графика.

Выявилось, что при подборе коэффициентов  $\lambda_j$  появление на одном из горизонтальных участков суточного графика энергосистемы неустойчивого включения агрегата одной из ГЭС (когда при незначительном уменьшении коэффициента  $\lambda_j$ , агрегат оказывается включенным на этом участке, а при незначительном увеличении  $\lambda_j$  — агрегат оказывается отключенным), вызывает колебания выработки и расхода гидроресурсов не только на данной ГЭС, но также и на других регулирующих станциях.

В [Л. 2—4] показано, что если агрегат на данном участке графика работает с перерасходом  $+ΔV_1$ , а его отключение вызывает недорасход  $-ΔV_2$ , для поддержания заданного пропуска необходимо включать агрегат лишь в части интервала, соответствующего горизонтальному участку. Эта часть должна составлять  $\frac{ΔV_2}{ΔV_1 + ΔV_2}$  общей продолжительности ин-

тервала. В [Л. 3] предложено также не придерживаться строго значений заданного суточного расхода, а стремиться к его поддержанию в среднем за несколько дней таким образом, чтобы недорасход в один из дней компенсировался перерасходом в другой день и т. д. Учитывая практическое отклонение режима ГЭС от расчетного, это предложение не нарушает принципов оптимизации и упрощает процесс решения.

Особенностью решения на ЦВМ рассматриваемой задачи является то, что обычно сутки делятся на одинаковые интервалы времени (равные, например, часу), в течение каждого из которых нагрузка энергосистемы считается постоянной. При этом график нагрузки энергосистемы получается состоящим только из горизонтальных участков. Поэтому при расчетах на ЦВМ скачкообразность зависимости  $V_j(\lambda_j)$  проявляется особенно сильно [Л. 3 и 4].

Интересен характер связи между  $V_j$  и  $\lambda_j$ , в том случае, когда для расчетов распределения нагрузки используется упрощенная энергетическая характеристика ГЭС, не содержащая многих ветвей по числу агрегатов.

Пусть, например, характеристика относительных приростов ГЭС имеет вид, показанный на рис. 3 и предложенный в [Л. 5]. Наклон спрямленного участка определяется потерями напора на ГЭС и потерями мощности в сетях. Если значение относительного прироста в середине участка принять за 100%, отклонения от среднего значения на концах участка обычно составляют  $\pm(2-5\%)$ , а иногда не превышают 1%. Это означает, что изменение значения  $\lambda_j$  на 1—5% мо-

жет изменить нагрузку ГЭС в данном периоде суток на 30—40% установленной мощности.

В этом случае зависимость  $V_j(\lambda_j)$  не имеет разрывов, но имеет изломы, число и характер которых аналогичны отмеченному выше для разрывных энергетических характеристик.

Действительно, пусть при  $P_{\Sigma} = P_{\Sigma 1}$  (рис. 2) значение  $\lambda_j = \lambda_{j1}$  соответствует  $P_j = P_{j1}$ , а значение  $\lambda_{j2} - P_{j2}$ . Таким образом, изменение  $\lambda_{j2} - \lambda_{j1}$  вызывает увеличение нагрузки на  $P_{j2} - P_{j1}$ . Дальнейший рост  $\lambda_j$  до значения  $\lambda_{j3} = \lambda_{j2} + (\lambda_{j2} - \lambda_{j1})$ , что примерно соответствует  $q_{j3} \approx q_{j2} + (q_{j2} - q_{j1})$ , как следует из рис. 3, вызывает во много раз меньшее изменение нагрузки  $P_j$  и расхода  $V_j$ . Следовательно, зависимость  $V_j(\lambda_j)$  в точке  $\lambda_{j2}$  имеет излом. Подобным же образом доказывается наличие излома в точке  $\lambda_{j1}$ .

Аналогично отмеченному выше и влияние изломов зависитости  $V_j(\lambda_j)$  на сходимость оптимизационных расчетов.

Борьба со скачками суточного расхода только за счет шага изменения  $\Delta\lambda_j$  при итерации не вполне отвечает сущности задачи. Эффективнее при возникновении скачков среднесуточной нагрузки  $P_j^*$ , прежде всего отыскивать электростанцию (или станцию), которая служит первопричиной скачков (для этой станции характерно сравнительно высокое значение  $\frac{\partial P_j^*}{\partial \lambda_j}$ ). Для таких станций (только для них)

и нужно ограничивать  $\Delta\lambda_j$ , а если это не прекратит скачков, зафиксировать суточный график станции, для которой отмечен скачок, продолжая итеративный процесс для других станций. По завершении процесса для других станций можно продолжать его с ограничением  $\Delta\lambda_j$  и для ранее фиксированных станций до первого скачка  $P_j^*$ . Такой алгоритм позволяет ускорить процесс за счет отсутствия ограничений  $\Delta\lambda_j$  для других станций и немедленной фиксации суточного графика станции при возникновении скачков  $P_j^*$ . При окончательной фиксации суточного графика станций со скачками  $P_j^*$ , может быть применен любой из двух способов обеспечения заданного суточного расхода, рассмотренных выше.

Желательно также при расчетах на АВМ принимать суточный график не в ступенчатом виде, а в виде ломаной линии, что несколько ослабляет проявление разрывности связи между суточным расходом гидроресурсов и коэффициентами Лагранжа  $\lambda_j$ .

## Литература

- Болотов В. В., Теоретические основы выбора экономического режима сложной электроэнергетической системы, Изд-во АН СССР, 1947.
- Тотладзе З. Д., К вопросу оптимизации суточного режима энергосистемы со значительным использованием гидроэнергетических ресурсов, Кандидатская диссертация, Грузинский политехнический институт, Тбилиси, 1969.
- Злотник С. Г., Некоторые применения метода множителей Лагранжа и динамического программирования для определения оптимального состава работающего оборудования электростанции и энергосистемы, Автореферат кандидатской диссертации, Кишинев, РИО АН МССР, 1967.
- Злотник С. Г., Определение моментов наивыгоднейшего включения и отключения гидроэлектростанций, Материалы семинара по кибернетике, вып. 1, Кишинев, РИО АН МССР, 1967.
- Гернштейн В. М., Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах, Госэнергоиздат, 1959.

[3.3.1970]

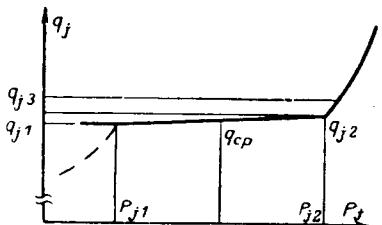


Рис. 3.

# Влияние промежуточной нагрузки на изменение токов и мощности межсистемной связи при асинхронном режиме

Э. Г. БЕРЛЯНД и М. И. ГУРАРИЙ  
Харьков

Для выявления асинхронных режимов и ресинхронизации энергосистем или их деления наибольшее распространение получили устройства, реагирующие на отклонения тока (напряжения) и изменение знака активной мощности в цикле асинхронного хода [Л. 1 и 2] или реагирующие только на колебания тока (напряжения) [Л. 2 и 3]. Анализ работы этих устройств произведен для наиболее простого случая — асинхронного хода между двумя генерирующими источниками по транзитной межсистемной связи без промежуточных отборов мощности [Л. 3—6].

В статье рассматривается изменение тока и активных мощностей при асинхронном ходе по межсистемной связи с промежуточной нагрузкой (рис. 1). Показано влияние энергетических характеристик промежуточной нагрузки на выбор наиболее рационального с точки зрения надежности действия размещения и типа пусковых органов автоматики, выявляющей асинхронный ход.

Для рассматриваемой схемы принимаем, что в установившемся асинхронном режиме

$$|\dot{U}_1| = |\dot{U}_2| = U = \text{const} \quad (1)$$

и асинхронный ход протекает при постоянном скольжении

$$\omega_s = \omega_2 - \omega_1 = \text{const} \quad (2)$$

за счет изменения частоты второй энергосистемы  $(\omega_0 = 314 \frac{1}{\text{сек}})$ .

В общем случае за  $U$  следует принимать переходные значения э. д. с.  $E'_q$  или напряжения на шинах генераторов станций 1 и 2. В первом случае в составе элементов линии связи  $x_1$  и  $x_2$  обычно учитываются переходные сопротивления генераторов и сопротивления трансформаторов, а во втором — только сопротивления трансформаторов связи. Нагрузка на шинах связываемых подстанций 1 и 2 отнесена непосредственно к источникам питания 1 и 2, так как внешнее сопротивление линий связи значительно превосходит эквивалентные сопротивления каждой системы.

Так как скольжение в установившихся асинхронных режимах по межсистемным связям между мощными объединениями не превышает несколько процентов от номинального значения [Л. 7 и 8] и  $\omega_s \ll \omega_0$ , сопротивления нагрузок и линий связи могут определяться при неизменной частоте  $\omega_0$ .

Учет промежуточной нагрузки постоянством сопротивления  $z_n = R_n + jx_n$ , а не статическими и динамическими характеристиками [Л. 6 и 9] оправдан тем, что, как будет показано ниже, ее влияние на значение токов и активных мощностей наибольшее при подключении в непосредственной близости от одного из концов линий, где напряжение в переходном режиме изменяется незначительно.

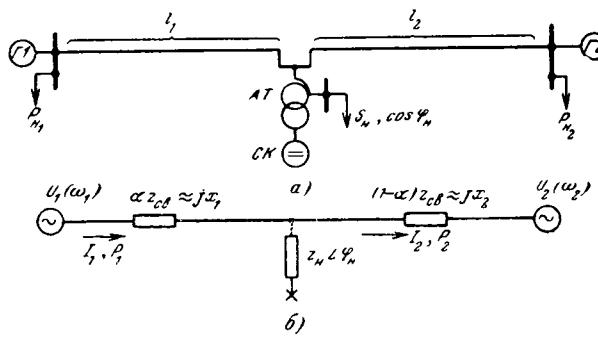


Рис. 1. Схема межсистемной связи с промежуточным отбором мощности.

Мгновенное значение тока со стороны первой энергосистемы [Л. 4 и 6]:

$$i_1 = U_m y_{11} \cos(\omega_1 t + \psi_1 - \varphi_{11}) - U_m y_{12} \cos(\omega_2 t + \psi_2 - \varphi_{12}), \quad (3)$$

где  $y_{11} = Y_{11} < \varphi_{11}$  и  $y_{12} = Y_{12} < \varphi_{12}$  — собственные и взаимные проводимости, отнесенные к первой энергосистеме и определенные при неизменной частоте  $\omega_0$ ;  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — начальные фазы напряжений эквивалентных генераторов.

Эффективное значение тока асинхронного хода можно определять как среднее квадратичное за период неизменной частоты  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  ввиду малого различия в частотах составляющих гармонических колебаний:

$$I_{1t} = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} i_1^2 dt}. \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), используя приближение

$$F(x + \Delta x) \approx F(x) + \Delta x F'(x) \quad (5)$$

и отбрасывая при преобразовании члены, содержащие близкие к нулю коэффициенты  $\omega_s/\omega_0$ , получаем удобное для практических расчетов выражение:

$$I_{1t} = \sqrt{I_{11}^2 + I_{12}^2 - 2I_{11}I_{12} \cos(\omega_0 t + \psi_0)}, \quad (6)$$

где  $I_{11} = UY_{11}$ ,  $I_{12} = UY_{12}$ ,  $\psi_0 = (\psi_2 - \psi_1) + (\varphi_{11} - \varphi_{12})$ ,  $U = U_m/\sqrt{2}$ .

С учетом экстремальных значений тока

$$I_{1\min} = I_{11} - I_{12}, \quad (7a)$$

$$I_{1\max} = I_{11} + I_{12} \quad (7b)$$

и их отношения

$$\lambda = \frac{I_{1\min}}{I_{1\max}} = \frac{Y_{11} - Y_{12}}{Y_{11} + Y_{12}} = \frac{z_{12} - z_{11}}{z_{12} + z_{11}} \quad (8)$$

текущее эффективное значение тока асинхронного хода

$$I_{1t} = I_{1\max} \sin \frac{\psi_{21}}{2} \sqrt{1 + \lambda^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\psi_{21}}{2}}, \quad (9)$$

где

$$\psi_{21} = \omega_0 t + \psi_0; I_{1\max} = \frac{2}{1-\lambda} I_{12} = \frac{2}{1-\lambda} UY_{12}.$$

Принимая во внимание, что

$$z_{11} = \alpha z_{cb} + \frac{z_n z_{cb} (1-\alpha)}{z_n + (1-\alpha) z_{cb}}, \quad (10a)$$

$$z_{12} = z_{cb} + \frac{\alpha (1-\alpha) z_{cb}^2}{z_n}, \quad (10b)$$

подставляя (10) в (8) и пренебрегая активными сопротивлениями линий связи, получаем:

$$\lambda = \frac{\sqrt{1 + (1-\alpha)^2 \left( \frac{z_{cb}}{z_n} \right)^2 + 2(1-\alpha) \frac{z_{cb}}{z_n} \sin \varphi_n} - 1}{\sqrt{1 + (1-\alpha)^2 \left( \frac{z_{cb}}{z_n} \right)^2 + 2(1-\alpha) \frac{z_{cb}}{z_n} \sin \varphi_n} + 1}. \quad (11)$$

где  $\alpha$  — относительная удаленность подстанции от первой системы;  $\varphi_n$  — угол нагрузочного сопротивления промежуточного отбора мощности;  $z_{cb}$  — полное сопротивление линии связи.

Кривую тока  $I_{1t}$ , при отсутствии промежуточных отборов мощности ( $I_{1\min} = 0$ ), будем считать основной. Отношение

$\lambda = \frac{I_{1\min}}{I_{1\max}}$  может быть названо коэффициентом расхождения действительной кривой тока от основной.

Отношение  $\lambda$  может быть выражено также в зависимости от соотношения энергетических параметров нагрузки и линии связи, что более удобно для анализа влияния промежуточного отбора мощности:

$$\lambda = \frac{\sqrt{(1 + (1 - \alpha)^2) \left(\frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}}\right)^2 + 2(1 - \alpha) \frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}} \sin \varphi_n} - 1}{\sqrt{1 + (1 - \alpha)^2 \left(\frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}}\right)^2 + 2(1 - \alpha) \frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}} \sin \varphi_n} + 1}, \quad (12)$$

где  $S_n \approx \frac{U^2}{z_n}$  — мощность нагрузки ответвления;  $P_{\text{пр.уст}} \approx \frac{U^2}{x_{\text{св}}}$  — предел статической устойчивости линии связи без промежуточного отбора мощности;  $U$  — среднее линейное напряжение передачи.

Из (12) следует, что кривая тока  $I_{1t}$  в наибольшей степени отличается от основной при подключении промежуточной нагрузки вблизи первой энергосистемы ( $\alpha \rightarrow 0$ ). Аналогичный вывод можно сделать и для  $I_{2t}$  при  $\alpha \rightarrow 1$ .

Соответствующие указанному включению нагрузки максимальные коэффициенты расхождения:

при чисто активной нагрузке ( $\cos \varphi_n = 1$ )

$$\lambda_{1\max} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{P_n}{P_{\text{пр.уст}}}\right)^2} - 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{P_n}{P_{\text{пр.уст}}}\right)^2} + 1}; \quad (13a)$$

при чисто реактивной нагрузке ( $\cos \varphi_n = 0$ )

$$\lambda_{2\max} = \frac{1}{1 + 2 \frac{P_{\text{пр.уст}}}{Q_n}}. \quad (13b)$$

Из рис. 2 следует, что искажение кривых тока в основном зависит от реактивной составляющей в промежуточном отборе мощности: при  $\frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}} < 70\%$  —  $\lambda \leq 10\%$  ( $\cos \varphi_n = 1$ ),  $\lambda \leq 20\%$  ( $\cos \varphi_n = 0,8$ ),  $\lambda \leq 25 \div 30\%$  ( $\cos \varphi_n = 0$ ).

Следовательно, при установке на линиях источников реактивной мощности или значительной емкостной проводимости линии связи искажение в форме кривых тока увеличивается.

Так как установка пусковых органов автоматики, выявляющей асинхронный ход по колебаниям тока [Л. 2 и 3], должна быть отстроена от  $I_{1\min}$ , а чувствительность может проверяться по  $I_{1\max}$ , применение указанной автоматики тем эффективнее, чем меньше  $\lambda = \frac{I_{1\min}}{I_{1\max}}$ . Поэтому она целесооб-

разна на межсистемных связях 110—220 кВ с промежуточными подстанциями, для которых емкостная проводимость практически может не учитываться, а реактивная мощность, потребляемая промежуточной нагрузкой из сети, невелика по сравнению с активной мощностью нагрузки.

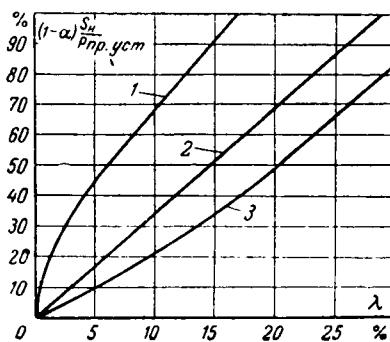


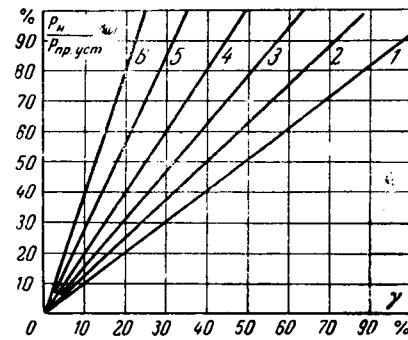
Рис. 2. Изменение коэффициентов расхождения по току  $\lambda$  от

$$(1 - \alpha) \frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}}.$$

- 1 —  $\cos \varphi_n = 1$ ;
- 2 —  $\cos \varphi_n = 0,8$ ;
- 3 —  $\cos \varphi_n = 0$ .

Рис. 3. Изменение коэффициентов расхождения по активной мощности γ от  $P_n / P_{\text{пр.уст}}$ .

- 1 —  $\alpha=0$ ; 2 —  $\alpha=0,1$ ; 3 —  $\alpha=0,2$ ; 4 —  $\alpha=0,3$ ; 5 —  $\alpha=0,4$ ; 6 —  $\alpha=0,5$ .



Среднее значение активной мощности за период  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  со стороны первой системы (рис. 1)

$$P_{1t} = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} u_{11} i_{1t} dt. \quad (14)$$

Так как  $u_{11} = U_m \cos(\omega_1 t + \psi_{10})$ , а  $i_{1t}$  определяется формулой (3), то после интегрирования с учетом приближения (5)

$$P_{1t} = UI_{11} \sin \alpha_{11} - UI_{12} \sin(\omega_s t + \psi_0), \quad (15)$$

где  $\alpha_{11} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{11}$ ,  $\alpha_{12} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{12}$ ,  $\psi_0 = \psi_2 - \psi_1 + \alpha_{12}$ .

В цикле асинхронного хода  $P_1$  изменяется от

$$P_{\max}^+ = UI_{12} (1 + \gamma) \quad (16a)$$

до

$$P_{\min}^- = -I_{12} U (1 - \gamma), \quad (16b)$$

где

$$\gamma = \frac{P_{\max}^+ + P_{\min}^-}{P_{\max}^+ - P_{\min}^-}. \quad (16c)$$

Коэффициент  $\gamma$  может быть назван коэффициентом расхождения действительной кривой активной мощности от основной ( $\gamma=0$ ). Общее выражение для  $\gamma$  оказывается сравнительно сложным, но с точностью до 5% при практических расчетах можно принять:

$$\gamma \approx (1 - \alpha)^2 \frac{S_n \cos \varphi_n}{P_{\text{пр.уст}}}. \quad (17)$$

Из рис. 3 следует, что искажение в форме кривой активной мощности при промежуточной нагрузке более существенное, чем в форме тока, и резко увеличивается по мере приближения промежуточной нагрузки к началу линии связи: при

$$\frac{S_n}{P_{\text{пр.уст}}} < 70\%, \lambda \leq 10\%, \lambda \leq 20\% (\alpha=0,1), \lambda \leq 30\% (\alpha=0,2), \lambda \leq 45\% (\alpha=0,3), \lambda \leq 55\% (\alpha=0,4).$$

Условие изменения знака активной мощности в цикле асинхронного хода

$$(1 - \alpha)^2 \frac{S_n \cos \varphi_n}{P_{\text{пр.уст}}} < 1. \quad (18)$$

Активная мощность может не изменять свой знак при асинхронном ходе по слабой связи, если после отключения сильной шунтирующей связи промежуточная нагрузка, ранее питавшаяся по этой связи, остается подключенной к указанной слабой связи.

В общем случае действительная кривая активной мощности изменяет свой знак при

$$\begin{aligned} \varphi_{21} &= \alpha_{12} - \arcsin \gamma, \quad \alpha_{12} + \arcsin \gamma + \pi, \\ \alpha_{12} &= \arcsin \gamma + 2\pi, \end{aligned} \quad (19)$$

а время, в течение которого  $P_{1t}$  сохраняет положительное и отрицательное значения:

$$t^+ = \frac{\pi + 2 \arcsin \gamma}{\omega_s}; \quad (20a)$$

$$t^- = \frac{\pi - 2 \arcsin \gamma}{\omega_s}. \quad (20b)$$

Учитывая, что согласно (16) и (17) амплитудные значения отрицательной полуволны (со стороны системы с опережаю-

# Приближенный метод расчета рабочих характеристик магнито

Канд. техн. наук А. А. КУЛИКОВ  
НИИавтотриворов

Аналитическое исследование рабочей характеристики магнито удобно разбить на три этапа:

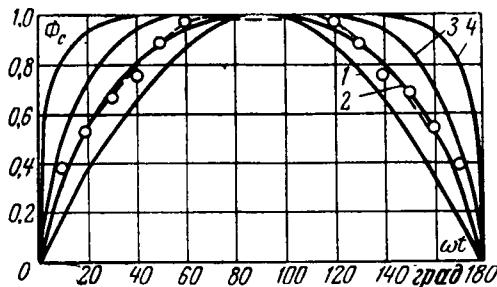
расчет магнитной системы, при котором определяется значение магнитного потока холостого хода в сердечнике трансформатора при повороте ротора и индуктивность его первичной обмотки;

определение значения тока разрыва, которое совместно с индуктивностью первичной обмотки трансформатора характеризует значение энергии его магнитного поля;

расчет максимального напряжения вторичной обмотки трансформатора.

Характеристики  $\Phi_c(a)$ , где  $a = \omega t$  — угол поворота ротора магнито, можно рассчитывать различными методами, в том числе и с использованием ЦВМ [Л. 1]. Однако при этом возникают существенные трудности при определении проводимостей рассеяния магнитного потока. Более удобен, прост и для этой цели не менее точен метод моделирования, например на комбинированной электромодели из сетки омических соединений с электропроводной бумагой [Л. 2]. Значение индуктивности первичной цепи  $L_1$  определяется при положении ротора в момент размыкания контактов прерывателя.

Для вычисления тока разрыва в первичной цепи  $I_p$  в НИИавтотриворов согласно математическому описанию изменения этого тока были рассчитаны таблицы [Л. 3] для четырех форм кривой  $\Phi_c = \omega(t)$ , представленных на рисунке. По этим таблицам рассчитываются также токи установившегося и ударного короткого замыкания практически для любых параметров первичной цепи магнито и других исходных данных (угла замкнутого состояния контактов, абриса, скорости вращения ротора).



щим углом) и положительной полуволны (со стороны системы с отстающим углом) активной мощности уменьшаются практически пропорционально  $1 - P_{\text{актив}}/P_{\text{пр.уст.}}$ , в сетях 110—220 кВ с относительно малой пропускной способностью при значительном промежуточном отборе мощности нецелесообразно применять для выявления асинхронного хода пусковые органы, реагирующие на колебание тока и изменение знака активной мощности [Л. 1 и 2], в особенности, если требуется их установка на головных участках передач. Такие органы для выявления асинхронных режимов эффективны на сильных межсистемных связях 330—750 кВ, работающих в режимах, близких к сквозной передаче мощности (отбор мощности на линии невелик по сравнению с пределом передаваемой мощности).

При этом установка реакторов, компенсирующих устройств и значительная емкостная проводимость линий практически не уменьшают области применения этих органов.

Чувствительность реле мощности двустороннего действия, используемых для фиксации чередования знака активной мощности и включаемых по 30-градусной схеме (например, на напряжение  $U_{\text{VA}}$  и ток  $I_B$ ), должна проверяться по меньшему амплитудному значению активной мощности.

После размыкания контактов прерывателя во вторичной обмотке трансформатора наводится напряжение  $-U_2$ , изменение которого во времени удобно подсчитать при замене магнито общепринятой схемой замещения с приведением параметров вторичной цепи к первичной. Тогда максимальное значение напряжения вторичной обмотки

$$U_{2\max} = I_p \frac{w_2}{w_1} \sqrt{\frac{L_1}{C}} e^{-\frac{\arctg \sqrt{\frac{4r^2C}{L_1}} - 1}{\sqrt{\frac{4r^2C}{L_1}} - 1}}, \quad (1)$$

при

$$\frac{4r^2C}{L_1} \geqslant 1 \text{ (колебательный процесс)}, \quad (2)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  — числа витков первичной и вторичной обмоток трансформатора магнито:  $C = C_1 + C_2 \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2$  — эквивалентная емкость системы зажигания, приведенная к первичной цепи;  $r = \frac{r_{\text{пп}} r_{\text{ш}}}{r_{\text{пп}} + r_{\text{ш}}} \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2$  — эквивалентное, приведенное к первичной цепи, активное сопротивление системы зажигания;  $r_{\text{пп}}$  — сопротивление потерь энергии в магнито;  $r_{\text{ш}}$  — сопротивление утечки энергии по изолятору свечи.

Если выполняется условие

$$\frac{4r^2C}{L_1} < 1, \quad (3)$$

то

$$U_{2\max} = I_p \frac{w_2}{w_1} \sqrt{\frac{L_1}{C}} e^{-\frac{\operatorname{arsh} \sqrt{1 - \frac{4r^2C}{L_1}}}{\sqrt{1 - \frac{4r^2C}{L_1}}}} \quad (4)$$

С учетом формул (1) и (4) для  $I_p = 1$  (в отн. ед.) были составлены таблицы максимальных напряжений для систем искрового зажигания с индукционной катушкой и механическим прерывателем [Л. 4].

Таким образом, последовательность расчета рабочей характеристики магнито такова: из расчета магнитной цепи или поля магнито определяются  $\Phi_c(a)$  и  $L_1$ , затем по таблицам

## Литература

- Сирота И. М., Защита от асинхронного хода, «Электрические станции», 1956, № 10.
- Беркович М. А. и Семенов В. А., Основы автоматики энергосистем, изд-во «Энергия», 1968.
- Барзам А. Б., Системная автоматика, изд-во «Энергия», 1964.
- Веников В. А., Переходные электромеханические процессы в электрических системах, изд-во «Энергия», 1964.
- Попов А. Н., Математический анализ биений.
- Жданов П. С., Устойчивость электрических систем, Госэнергоиздат, 1948.
- Портной М. Г. и Степунин С. Е., Современные требования к защите от несинхронного режима, Труды ВНИИЭ, вып. 29, изд-во «Энергия», 1967.
- Портной М. Г., Ресинхронизация энергосистем, соединенных слабыми связями, Труды ВНИИЭ, вып. 15, Госэнергоиздат, 1963.
- Зарев Д. И., Математическое моделирование электрических систем, Госэнергоиздат, 1962.

[22.12.1969]



Таблица 1

Значение магнитного потока		Н. с. якоря $F_{p..a}$ , а	Ток первичной цепи трансформатора $I_{p..a}$ , а	Индуктивность первичной цепи $L_1$ , гн
в наиболее удаленной ветви магнитной цепи $\Phi_{u..v}$ , вб	в сердечнике якоря $\Phi_c$ , вб			
0,4·10 <sup>-4</sup>	1,163·10 <sup>-4</sup>	303,4	1,68	12,42·10 <sup>-3</sup>
0,8·10 <sup>-4</sup>	2,327·10 <sup>-4</sup>	625,3	3,47	12,05·10 <sup>-3</sup>
1,2·10 <sup>-4</sup>	3,54·10 <sup>-4</sup>	1 654	9,2	6,93·10 <sup>-3</sup>

Таблица 2

Определяемая величина	n, об/мин				
	100	250	500	1 500	3 000
Относительная скорость вращения $n_0 = \frac{\pi p L_1}{30 r_1} n$	0,359	0,897	1,79	5,38	10,77
Ток установившегося короткого замыкания $i_{10}$ , отн. ед.	0,51	0,77	0,74	0,52	0,445
Ток установившегося короткого замыкания $I_\infty$ , а	1,3	1,96	1,89	1,33	1,13
Начальное значение свободной составляющей ударного тока короткого замыкания $i_{cs.y}$ , а	-0,202	-1,02	-1,89	-2,47	-2,55
Ток разрыва $I_p$ , а	1,3	2,11	2,6	3,11	3,3

Таблица 3

Варианты	$\frac{w_2}{w_1}$	$L_1 10^{-3}$ , гн	$C_2 10^{-12}$ , ф	$r_{\pi}$ , м о	$r_{\pi}$ , м о	$\frac{U_{2max}}{I_p}$	$\Delta_p$ , %
I	72	12	50	$10^6$	$10^6$	4 317	0,0
Ia	75	10	50	$10^6$	$10^6$	4 092	-5,2
1б	75	15	50	$10^6$	$10^6$	4 404	2,01
II	72	12	50	$10^6$	$\infty$	6 194	0,0
IIa	75	10	50	$10^6$	$\infty$	5 834	-0,58
IIб	75	15	50	$10^6$	$\infty$	6 531	5,4
III	72	12	50	$3 \cdot 10^6$	$10^6$	5 420	0,0
IIIa	75	10	50	$5 \cdot 10^6$	$10^6$	5 384	-0,66
IV	72	12	100	$10^6$	$10^6$	3 937	0,0
IVa	75	10	100	$10^6$	$10^6$	3 712	-5,7
V	72	12	100	$3 \cdot 10^6$	$10^6$	4 818	0,0
Va	75	10	100	$5 \cdot 10^6$	$10^6$	4 726	-1,9

для заданных скоростей вращения магнита находятся значения тока разрыва и, наконец, также по таблицам определяется «коэффициент тока», т. е. значение  $\frac{U_{2max}}{I_p}$ . Произведение

значений тока разрыва и «коэффициента тока» дает значение максимального напряжения системы зажигания при определенной скорости. При этом расчете получается и другая важная для практики зависимость  $I_p(n)$ , определяющая работоспособность и долговечность контактной пары прерывателя.

Пример. Рассмотрим расчет по предлагаемой методике характеристики магнето М24. Исходные данные:  $w_1=180$ ;

$w_2=13 000$ ;  $r_1=0,36$  ом;  $p=1$ ;  $\gamma=10^\circ$ ; УЗСК=100°;  $C_1=0,2 \cdot 10^{-6}$  ф;  $k_{cv}=0,9$  (поправочный коэффициент, с учетом которого составлялись таблицы для определения максимальных значений напряжений).

Магнитная цепь магнето рассчитывалась при условии, что сечение и материал между соседними узлами неизменны и абрис магнето равен нулю.

Кривая намагничивания стали аппроксимировалась функциями [Л. 1]: при  $0 \leq H \leq 20$  а/см  $H=60+12,18 \sin(3,69 B)$ , а при  $20 < H \leq 400$  а/м  $H=0,64 \sin(5,86 B)$ .

Индуктивность первичной цепи магнето  $L_1$  для ненасыщенных магнитных систем рассчитывается по формуле:

$$L_1 = G_{p..a} w_1^2. \quad (5)$$

Если проводимость реакции якоря  $G_{p..a}$  рассчитывать на ЦВМ, то удобно принять следующую методику: задавшись произвольным значением потока в наиболее удаленной от якоря ветви магнитной цепи  $\Phi_{u..v}$ , по известной методике определяется н. с. реакции якоря  $F_{p..a}$  и ток первичной обмотки трансформатора магнето, который не должен быть больше значения допускаемого контактиами прерывателя. Если все участки магнитной цепи при этом не насыщены, то любое другое значение  $F_{p..a}$  или  $I_{p..a}$  определяет практически неизменное значение  $L_1$ . Однако картина резко изменится, если хотя бы один участок магнитной цепи будет насыщен.

Результаты расчета магнитной цепи при нескольких значениях потока в наиболее удаленной ветви представлены в табл. 1.

Так как значения потока в сердечнике магнето наиболее близко совпадают со значениями кривой 2 рисунка, то расчет токов разрыва проведен по кривым относительных значений тока для этого случая. Расчет выполнен для пяти скоростей вращения ротора магнето (100, 250, 500, 1 500 и 3 000 об/мин). Некоторые результаты расчета представлены в табл. 2.

Для построения рабочих характеристик магнето использовались далее таблицы [Л. 4].

Значения «коэффициента тока»  $\frac{U_{2max}}{I_p}$  для нескольких электрических нагрузок системы зажигания ( $C_2$ ,  $r_{\pi}$  и  $r_m$ ) при точном и приближенном (по таблицам) расчете приведены в табл. 3.

Варианты I, II, III, IV и V рассчитаны по формуле.

Из табл. 3 видно, что расхождение между точным (по формуле) и расчетом по таблице  $\Delta_p$  не превосходит 6%. Совершенно очевидно, что  $\Delta_p$  всегда можно уменьшить до любой наперед заданной величины, уменьшив шаг изменения исходных данных таблицы. Однако это нецелесообразно, так как погрешности расчета по таблицам значительно меньше неточностей, с которыми определяются исходные параметры схемы замещения магнето. Поэтому ориентировочные расчеты выходных характеристик магнето рекомендуется проводить с применением графиков для расчета токов разрыва и таблиц для  $U_{2max}$  при различных скоростях вращения ротора магнето.

### Литература

1. Куликов А. А., К расчету магнитных цепей на цифровых электронных вычислительных машинах, Труды НИИавтотракторов, вып. 3, 1966.

2. Куликов А. А., сб. «Автотракторное электрооборудование», вып. 5, 1969.

3. Куликов А. А., Расчет токов первичной цепи магнето, «Электричество», 1965, № 11.

4. Куликов А. А., Петровичева Н. Д., Расчет максимальных напряжений, развиваемых батарейным зажиганием, сб. «Автотракторное оборудование», вып. 5, 1969.

[4.9.1969]



# Знакочувствительный магнитоупругий измеритель момента

Кандидаты техн. наук С. Д. ЛЕВИНТОВ, А. М. БОРИСОВ и инж. В. И. СТАСЯК  
Челябинский политехнический институт

Из числа знакочувствительных магнитоупругих датчиков момента, разработанных в Челябинском политехническом институте наиболее совершенным является кольцевой датчик с удвоенным числом полюсов измерительных электромагнитов [Л. 1]. Этот датчик состоит из трех кольцевых электромагнитов — возбуждения (средний) и двух измерительных (крайние), но в отличие от описанного в [Л. 2] измерительные электромагниты его выполняются с числом полюсов вдвое большим, чем у электромагнита возбуждения.

Датчик имеет разъемную конструкцию. Вес датчика для вала диаметром 200 мм 35 кг. Зазор между полюсами датчика и контролируемым валом 2 мм.

Схема электрических соединений датчика вместе с измерительной схемой представлены на рис. 1. Цепи обмоток, находящиеся на каждой половине датчика, выведены на штепсельные разъемы, через которые соединяются катушки полюсов, расположенные на разных половинах, подается стабилизированное напряжение на обмотку возбуждения, включается измерительная схема.

Особенностью датчика с удвоенным числом полюсов измерительных электромагнитов является то, что при отсутствии момента на контролируемом валу в катушке каждого измерительного полюса и в обоих цепях последовательно соединенных катушек индуцируются э. д. с., значения которых велико. В описываемом датчике э. д. с. в катушке полюса составляет около 9 в, а в каждой цепи — 70 в. Это позволяет включить измерительные цепи непосредственно на выпрямительные мосты, собранные на диодах Д7Ж, исключая влияние нелинейности начальной части вольт-амперной характеристики диодов. Встречное включение выпрямленных напряжений измерительных цепей создает их взаимную компенсацию при  $M=0$ . (Для возможности точной компенсации неодинаковых напряжений при некоторой несимметрии магнитной системы датчика в одно из нагружочных сопротивлений введен потенциометр).

При приложении к валу крутящего момента  $M>0$  за счет магнитоупругого эффекта материала вала [Л. 2] э. д. с. в одной цепи измерительных катушек возрастает, в другой цепи — уменьшается, создается выходное напряжение  $U>0$ . Если  $M<0$ , э. д. с. в цепях измерительных катушек изменяются обратно предыдущему и выходное напряжение  $U<0$ . Таким образом, датчик позволяет измерять знакопеременные моменты без использования дополнительных фазочувствительных устройств.

Расчет датчика основывается на схеме замещения магнитной цепи элемента (на длине одного полюсного деления электромагнита возбуждения) системы «датчик — вал», представленной на рис. 2. В схеме  $G_{b1}$ ,  $G_{b2}$  — магнитные проводимости

~220 в стаб  
50 гц  $\phi$

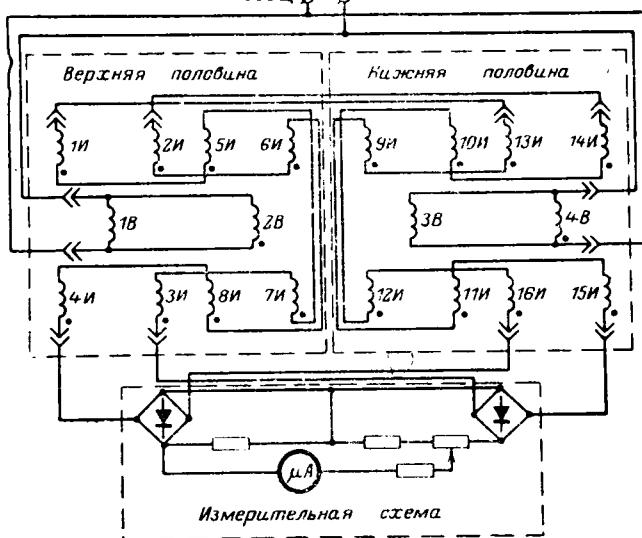


Рис. 1.

димости зазоров между валом и полюсами возбуждения;  $G_{u1}$ ,  $G_{u2}$ ,  $G_{u3}$ ,  $G_{u4}$  — проводимости зазоров между валом и измерительными полюсами;  $G_{p1}$ ,  $G_{p2}$  — проводимости рассеяния потока возбуждения по воздуху;  $G_{p3}$ ,  $G_{p4}$  — проводимости потоков рассеяния, проходящих по валу и вспомогательным элементам конструкции датчика (крышки, фланцы и т. д.);  $Y_1$ — $Y_4$  — проводимости участков вала, расположенных между полюсами возбуждения и измерительными полюсами, значение которых изменяется под действием момента на валу;  $Y_5$  и  $Y_6$  — проводимости участков вала между соседними полюсами каждого измерительного электромагнита;  $Y_0$  — проводимость участка вала между полюсами возбуждения

за вычетом проводимостей  $Y_1$ — $Y_6$ ;  $F_{воз1}$  и  $F_{воз2}$  — н. с. катушек электромагнита возбуждения. Представление магнитных сопротивлений участков вала комплексными величинами позволяет учесть поверхностный эффект в материале вала, возникающий под действием переменного потока возбуждения и проявляющийся в существенном увеличении сопротивления и сдвиге фазы потока в вале относительно н. с. на его поверхности  $F_b$ .

Расчет проводимостей  $G_b$ ,  $G_u$ ,  $G_p$  может быть выполнен графо-аналитическим методом [Л. 3].

Для определения проводимостей  $Y_0$ ,  $Y_1$ — $Y_6$  должно быть построено поле на развертке поверхности вала. Исследования показали, что конфигурация силовых линий этого поля близка к картине силовых линий плоскопараллельного поля в однородной среде, созданного линейными зарядами, оси которых совпадают с центрами проекций полюсов возбуждения. Магнитное сопротивление каждой единичной силовой трубки определяется по формуле Л. Р. Неймана [Л. 4—5]. Проводимости  $Y_1$ — $Y_6$  могут быть рассчитаны путем суммирования проводимостей единичных силовых трубок, находящихся между проекциями соответствующих полюсов, нанесенных на картину поля с учетом потоков выпучивания [Л. 3]. Намагничающая сила и полный поток полюса возбуждения определяются по правилам расчета разветвленной магнитной цепи, исходя из значения  $F_b$ , обеспечивающей наибольшую чувствительность датчика [Л. 5].

Расчет выходной характеристики основан на определении значений проводимостей  $Y_1$ — $Y_4$  и потоков в полюсах измерительных электромагнитов  $\Phi_{u1}$ — $\Phi_{u4}$  при различных значениях механических напряжений в вале  $\tau$ , соответствующих крутящим моментам  $M$ . Проводимость каждой силовой трубки, как и при  $M=0$ , рассчитывается по формуле Л. Р. Неймана, но с учетом зависимости магнитной проницаемости  $\mu$  от  $\tau$  [Л. 6]:

$$\mu = \mu_0 + 5 \cdot 10^{-8} \frac{\mu_d \tau}{H_{ep}} (\cos 2\theta)_{ep},$$

где  $\mu_0$  и  $\mu_d$  — средние по длине силовой трубки значения полной и дифференциальной магнитной проницаемости при  $\tau=0$ ;  $\theta$  — угол между направлениями оси силовой трубки и главного нормального напряжения растяжения на поверхности вала;  $H_{ep}$  — средняя по длине силовой трубки величина напряженности магнитного поля на поверхности вала.

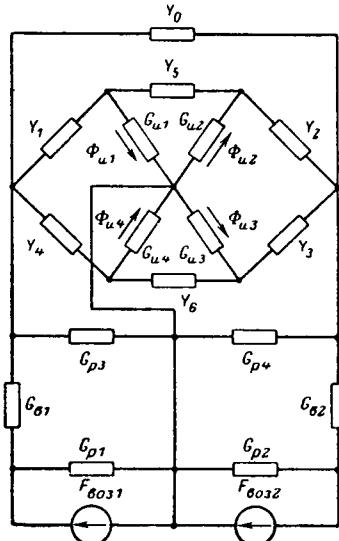


Рис. 2.

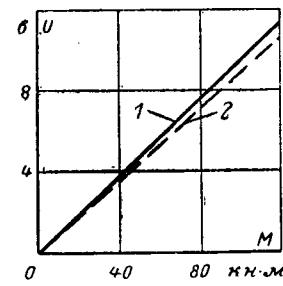


Рис. 3.

# Выбор уставок второй ступени дистанционных органов, выполненных на базе реле КРС-121\*

В. Л. ФАБРИКАНТ

Рига

**Введение.** В реле КРС-121 предусмотрена регулировка сопротивления срабатывания изменением числа витков первичных обмоток трансреакторов, включаемых в цепь тока, и изменением числа витков вторичных обмоток автотрансформаторов напряжения. Первой регулировкой изменяется минимальное сопротивление срабатывания  $z_{\min}$ , а второй — коэффициент  $k_u = \frac{1}{N} < 1$ . Тогда необходимое сопротивление срабатывания

$$z_y = \frac{z_{\min}}{k_u}. \quad (1)$$

Ток точной работы реле  $I_t$  [Л. 1]:

$$I_t = \frac{U_t}{k_u z_{\min}}, \quad (2)$$

где значение напряжения точной работы  $U_t$  постоянно и не зависит от выбранных уставок  $z_{\min}$  и  $k_u$ .

Если подставить в (2) значение  $k_u$  из (1), то получим

$$I_t = \frac{U_t z_y}{z_{\min}^2}. \quad (3)$$

В ряде случаев применение реле КРС-121 ограничивается значением тока точной работы  $I_t$  для второй зоны защиты, который необходимо уменьшить до заданных значений. Для уменьшения тока  $I_t$  как видно из выражения (3), следует по возможности увеличить значение  $z_{\min}$ . Однако даже при максимальном возможном значении  $z_{\min}$  (для реле КРС-121  $z_{\min} \leq 2$  ом) ток точной работы иногда не удовлетворяет поставленным требованиям. Согласно [Л. 1] чувствительность второй ступени защиты по току

$$k_y = \frac{I_k}{I_t} \geq 1,3 \text{ или } I_k \geq 1,3 I_t, \quad (4)$$

где  $I_k$  — ток короткого замыкания в конце участка, приведенный к вторичной стороне.

Отсюда необходимое значение

$$I_t \leq \frac{I_k}{1,3}.$$

Дальнейшее уменьшение  $I_t$  возможно за счет уменьшения сопротивления срабатывания  $z_y$ . Как видно из (3), ток точной работы прямо пропорционален уставке. Уменьшение

\* В порядке обсуждения.

На рис. 3 представлены расчетная выходная характеристика датчика для измерения моментов до 150 кн. м на валу диаметром 200 мм (прямая 2) и экспериментальная характеристика (прямая 1).

Исследования показали, что э. д. с. измерительных катушек не зависит от значения нагрузочного сопротивления  $R_h$ . Выходное напряжение при уменьшении  $R_h$  снижается лишь за счет падения напряжения в сопротивлениях катушек и выпрямителя. Снятые экспериментально зависимости чувствительности датчика  $S = \frac{\Delta U}{\Delta M}$  от напряжения на обмотке возбуждения  $U_b$  показывают, что при принятом в расчете значении  $U_b = 220$  в чувствительность близка к предельно возможной. Дальнейшее повышение  $U_b$  дает сравнительно небольшое увеличение чувствительности, но из-за насыщения магнитной цепи датчика приводит к значительному росту тока намагничивания, а следовательно к увеличению сечения обмотки и габаритов датчика.

Эксперименты показали, что несимметрия воздушного зазора мало влияет на выходную характеристику датчика. Так, при радиальном смещении датчика относительно оси вала на 2 мм, когда зазор снизу равен 4 мм, а сверху — нулю, чувствительность датчика изменилась лишь на 8%.

Уставки принципиально возможно, если сопротивление срабатывания  $z_y$  больше, чем принятое значение  $z_{\min}$ , и больше, чем необходимо по условиям чувствительности по сопротивлению, т. е. коэффициент чувствительности по сопротивлению

$$k_y = \frac{z_y}{z_{\min}} > 1,25, \quad (5)$$

где  $z_y$  — сопротивление защищаемого участка, приведенное к вторичной стороне, а значение 1,25 рекомендовано в [Л. 1].

Представляется, однако, что такое сокращение зоны второй ступени целесообразно лишь в определенных пределах. Дальнейшее сокращение зоны не только не увеличивает, но, напротив, уменьшает фактическую чувствительность защиты по току при коротком замыкании в конце защищаемого участка. Причина заключается в том, что выражение (4), рекомендуемое для проверки чувствительности защиты по току, не отвечает физической сущности работы дистанционного органа второй ступени и должно быть изменено.

**Условие срабатывания реле.** Рассматриваемое реле реагирует на площадь треугольника компенсированных напряжений [Л. 3]:

$$\dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{AB} - (I_A - I_B) z_y; \quad \dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{BC} - (I_B - I_C) z_y; \\ \dot{U}_{C'A'} = \dot{U}_{CA} - (I_C - I_A) z_y.$$

При коротком замыкании между двумя фазами в зоне защиты чередование фаз в треугольнике напряжений, подводимых к реле, изменяется на обратное. На рис. 1 показан треугольник при коротком замыкании между фазами В и С. Высота треугольника  $h$  мало изменяется при возникновении короткого замыкания и практически не зависит от места замыкания. Ее можно принять равной высоте треугольника рабочих напряжений.

Учитывая, что все напряжения подводятся к реле измененными в  $k_u$  раз (отношение вторичного напряжения автотрансформатора к первичному)

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} k_u U_\pi,$$

где  $U_\pi$  — вторичное номинальное линейное напряжение.

Основание треугольника определяется компенсированным напряжением поврежденных фаз. Обозначая напряжение поврежденных фаз через  $U$ , а разность соответствующих то-

Описанный датчик установлен на стане холодной прокатки «1400» Ашинского металлургического завода и с 1967 г. успешно используется для контроля загрузки оборудования.

## Литература

- Левинтов С. Д. и Борисов А. М., Магнитоупругий датчик крутящего момента, Авторское свидетельство СССР № 214161, Бюллетень изобр., 1968, № 11.
- Фролов Л. Б., Измерение крутящего момента, изд-во «Энергия», 1967.
- Буль Б. К., Основы теории и расчета магнитных цепей, изд-во «Энергия», 1964.
- Нейман Л. Р., Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, Госэнергоиздат, 1949.
- Борисов А. М. и Левинтов С. Д., Расчет магнитной цепи возбуждения магнитоупругих измерителей момента, сб. «Автоматизация энергосистем и энергоустановок промышленных предприятий», вып. 3, Челябинск, НТОЭП, 1967.
- Борисов А. М. и Левинтов С. Д., Расчет выходной характеристики магнитоупругих измерителей момента, сб. «Автоматизация энергосистем и энергоустановок промышленных предприятий», Челябинск НТОЭП, 1969.

[21.5.1969]



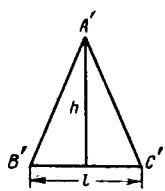


Рис. 1.

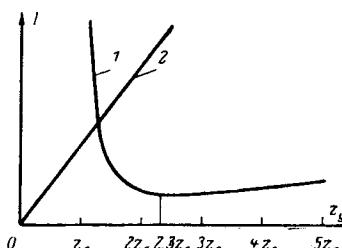


Рис. 2.

ков через  $I$  и учитывая, что при коротком замыкании в зоне  $Iz_y > U$ , основание треугольника

$$I = Iz_{\min} - k_u U.$$

Предполагается, что угол сопротивления линии совпадает с углом максимальной чувствительности реле, и поэтому э. д. с. трансреактора  $Iz_{\min}$  и напряжение  $k_u U$  совпадают по фазе. Все величины приведены ко вторичной стороне.

Площадь треугольника

$$s = \frac{1}{2} hl = \frac{\sqrt{3}}{4} k_u U_n (Iz_{\min} - k_u U). \quad (6)$$

Подставляя в (6) значение  $k_u = \frac{z_{\min}}{z_y}$  из (1) и  $U = Iz_p$ ,

где,  $z_p$  — сопротивление на зажимах реле, а также для условий срабатывания  $s = s_{cp}$  и  $I = I_{cp}$ , находим:

$$s_{cp} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{z_{\min}^2}{z_y^2} U_n I_{cp} (z_y - z_p). \quad (7)$$

С другой стороны, значение  $s_{cp}$  может быть найдено из условия, что реле находится на грани срабатывания при коротком замыкании на расстоянии 90% зоны  $z_p = 0,9z_y$  и токе точной работы  $I = I_t$ . Подставляя эти значения в (7),

$$s_{cp} = \frac{\sqrt{3}}{4} 0,1 \frac{z_{\min}^2}{z_y} U_n I_t. \quad (8)$$

Подставляя значение  $s_{cp}$  из (8) в (7), находим:

$$I_{cp} = \frac{0,1 I_t z_y}{z_y - z_p}. \quad (9)$$

**Оценка чувствительности.** По [Л. 1] считается достаточным  $I_k = 1,3I_t$  и  $z_y = 1,25z_n$ . Подставляя эти значения в (9) для условий срабатывания, когда  $I_k = I_{cp}$ , находим:

$$z_p = 1,15z_n, \quad (10)$$

т. е. реле находится на грани срабатывания, если сопротивление на его зажимах превышает сопротивление линии на 15%.

Поскольку защита в этом случае считается удовлетворяющей требованиям, она должна считаться удовлетворяющей требованиям при том же значении  $z_p$  и при других значениях  $z_y$ , т. е.

$$I_{\star} \geq \frac{0,1 I_t z_y}{z_y - 1,15z_n}. \quad (11)$$

Учитывая, что значение  $I_{\star}$  зависит от уставки,

$$I_{\star} = \frac{I_{t0} z_y}{z_{\min}}, \quad (12)$$

где  $I_{t0}$  — ток точной работы, указываемый заводом для уставки  $k_u = 1$ , находим требование чувствительности

$$I_{\star} \geq \frac{0,1 I_{t0} z_y^2}{z_{\min} (z_y - 1,15z_n)}. \quad (13)$$

Правая часть соответствует току срабатывания при коротком замыкании в конце линии через переходное сопротивление, соответствующее  $z_p = 1,15z_n$ . Как уже указывалось, при затруднениях по чувствительности значение  $z_{\min}$  берется максимально возможным и от уставки  $z_y$  не зависит. Желательно, чтобы в (13) левая часть возможно больше превосходила правую, как и в неравенстве (4). Однако выражение (13) имеет два значительных преимущества перед (4).

Выражение (4) создает ложное впечатление, что с уменьшением  $z_y$ , поскольку при этом уменьшается и  $I_t$ , чувствительность защиты по току возрастает. На самом же деле правая часть выражения (13) при изменении  $z_y$  (кривая 1 на рис. 2) имеет минимум при  $z_y = 2,3z_n$ . Дальнейшее уменьшение  $z_y$  приводит к загрублению реле, а не к повышению его чувствительности. При сокращении  $z_y$  с  $2,3z_n$  до  $1,25z_n$  ток срабатывания увеличивается в 3,4 раза.

При уставках  $z_y > 1,25z_n$  значение правой части выражения (4) увеличивается и при больших  $z_y$  значительно преувеличивает действительный ток срабатывания (прямая 2 на рис. 2), создавая впечатление низкой чувствительности реле по току, чего на самом деле нет. При оптимальном  $z_y = 2,3z_n$  правая часть (4) в 6,5 раз больше правой части выражения (13).

Опасения, что реле, действуя при токах  $I_k < I_t$ , обладает значительными погрешностями неосновательны. Зависимость (9) является достаточно строгой, и поэтому одна точка характеристики, соответствующая  $I_t$ , в достаточной мере определяет всю характеристику. Однако в случае необходимости можно было бы в заводских каталогах давать две или три точки характеристики.

Введенные значения коэффициентов 1,3 и 1,15 определены по существующим рекомендациям. Возможен, конечно, их пересмотр. Сущность предложенного метода и его преимущества от этого, естественно, не зависят.

**Выводы.** 1. Рекомендуемая в настоящее время проверка чувствительности по току второй ступени дистанционного органа, выполненного на базе реле КРС-121, дает значительно уменьшенные значения чувствительности.

2. Следует использовать в качестве меры чувствительности по току не ток точной работы реле  $I_t$ , который характеризует чувствительность реле при коротком замыкании для 90% зоны, а ток  $I_{cp}$  по выражению (11), характеризующий чувствительность при коротком замыкании в конце защищаемого участка.

3. При этом сокращение зоны действия органа повышает его чувствительность по току лишь в пределах до  $k_u = \frac{z_y}{z_n} = 2,3$ .

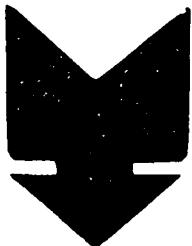
Дальнейшее уменьшение коэффициента чувствительности по сопротивлению  $k_u$  приводит к загрублению защиты по току.

### Литература

1. Руководящие указания по релейной защите, вып. 7, изд-во «Энергия», 1966.
2. Правила устройства электротехнических установок, изд-во «Энергия», 1969.
3. Федосеев А. М., Основы релейной защиты, Госэнергоиздат, 1961.

[15.4.1970]





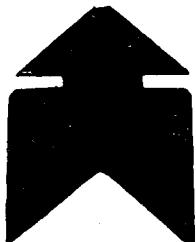
При осуществлении задач электрического измерения,  
регулирования и контроля

Пользуйтесь службами

## ГАНЦ ПРИБОР

Будапешт, у. Почтовый ящик 577.  
Венгрия

Венгерское в/п «Ганц прибор» приглашает осмотреть  
свою экспозицию на Национальной выставке  
«25 лет свободной Венгрии»—Москва, ВДНХ,  
павильон товаров народного потребления, 20/VIII—9/IX  
1970 г.



### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

А. А. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Л. А. Жекулин,  
Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман,  
И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чилкин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., д. 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Сдано в пр-во 15/VI 1970 г.

Формат бумаги 60×90<sup>1/2</sup>

Тираж 10 926 экз.

Подписано к печати 30/VII 1970 г.

Усл. печ. л. 12

Цена 80 коп.

Т-12513

Уч.-изд. л. 15,05

Зак. 1272

Московская типография № 10 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

# СОДЕРЖАНИЕ

<p>В. А. Веников и Р. В. Шнелль — Моделирование и автоматизация процесса проектирования электроэнергетических объектов . . . . .</p> <p>А. В. Бережной и Г. Е. Поступов — О технико-экономической методике предварительного выбора номинального напряжения электропередачи с учетом ее надежности . . . . .</p> <p>В. Е. Поляков, В. И. Скутейников и В. П. Федотов — Комбинированные устройства трехфазного и однофазного автоматического повторного включения . . . . .</p> <p>Д. В. Разевиг — Начальные напряжения газового разряда в электрических полях различной конфигурации . . . . .</p> <p>А. И. Якобс — Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной при расчете сложных заземлителей . . . . .</p> <p>С. П. Васильевский, Э. Г. Манн, М. В. Шулаков и Г. К. Земсдорф — Каскадные системы пуска асинхронных короткозамкнутых электродвигателей . . . . .</p> <p>В. Е. Игнатов и Г. А. Ковалев — Исследование формирования гашения поля для турбогенераторов с бесщеточным возбуждением . . . . .</p> <p>М. Л. Прудков — О динамике систем зависимого регулирования поля двигателей постоянного тока . . . . .</p> <p>Д. А. Попов — Электромагнитный момент синхронного реактивного двигателя с катящимся ротором и вращающимся магнитным полем . . . . .</p> <p>И. В. Булин-Соколов и С. М. Миронов — Исследование дискретных систем автоматического регулирования частоты вращения микродвигателей постоянного тока . . . . .</p> <p>Д. В. Васильев, Ю. Я. Зубарев, М. И. Мельцер и О. Ю. Сабинин — Анализ нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами на основе асимптотических оценок . . . . .</p> <p>С. М. Герцов, Б. А. Ивоботенко и В. К. Цаценкин — Динамические характеристики привода с магнитными экранированными муфтами . . . . .</p> <p>В. К. Винокуров и К. Н. Борисов — Управление электроприводом постоянного тока со сложным характером нагрузки . . . . .</p>	<p>Э. М. Аптер — Исследование индуктивных схем выравнивания токов с учетом неодновременности включения тиристоров . . . . .</p> <p>Н. Н. Мелешкин и М. П. Завьялов — Частотные характеристики тиристорной схемы с емкостной коммутацией . . . . .</p> <p>В. К. Кутузов — Формирование управляющей части оптимальных по быстродействию замкнутых систем второго порядка с комплексными корнями . . . . .</p> <p>Г. Г. Жемеров — Метод анализа кривой выходного напряжения преобразователей частоты с непосредственной связью . . . . .</p> <p><b>IZ OПЫТА РАБОТЫ</b></p> <p>Н. И. Ратнер — Метод средних потерь для электродвигателей со случайным режимом работы . . . . .</p> <p>С. И. Логинов и Г. Б. Любомирова — Исследование пусковых режимов синхронных бесщеточных двигателей . . . . .</p> <p>Ф. Бурцев, И. В. Грехов и Н. Н. Крюкова — Определение температуры <i>прп</i>-структурты тиристора во время прохождения импульса тока перегрузки . . . . .</p> <p><b>СООБЩЕНИЯ</b></p> <p>В. Д. Урин, З. Д. Тотладзе и С. Г. Злотник — Уточнение методики оптимизации режима энергосистемы . . . . .</p> <p>Э. Г. Берлянд и М. И. Гурарий — Влияние промежуточной нагрузки на изменение токов и мощности межсистемной связи при асинхронном режиме . . . . .</p> <p>А. А. Куликов — Приближенный метод расчета рабочих характеристик магнето . . . . .</p> <p>С. Д. Левитов, А. М. Борисов и В. И. Стасяк — Знакочувствительный магнитоупругий измеритель момента</p> <p>В. Л. Фабрикан — Выбор установок второй ступени дистанционных органов, выполненных на базе реле КРС-121 . . . . .</p>
---	---

◆ ◆ ◆

## CONTENTS

<p>Modelling and Automation of the Process of Designing Electrical Power Installations — V. A. Venikov, R. V. Shnell</p> <p>An Engineering and Cost Approach for Selecting Preliminarily the Rated Voltage of a Transmission Line with Account Taken of its Reliability — A. V. Berezhnoy, G. E. Pospelov</p> <p>Composite Three-phase and Single-phase Automatic Reclosure Devices — V. E. Poliakov, V. I. Skutel'nikov, V. P. Fedotov</p> <p>The Initial Gas Discharge Voltages in Electrical Fields of Different Configuration — D. V. Rasevig</p> <p>Reduction of the Multilayer Electrical Structure of the Earth to an Equivalent Two Layers in the Calculation of Complex Grounding Systems — A. I. Jacobs</p> <p>Cascade Systems for Starting Squirrel-cage Induction Motors — S. P. Vasilevski, E. G. Mann, M. V. Shulakov, G. K. Zemsdorf</p> <p>A Study of Forced Damping for Turbogenerators with Brushless Excitation — V. E. Ignatov, G. A. Kovalkov</p> <p>On the Dynamics of Dependent Field Control Systemis for D. C. Motors — M. L. Prudkov</p> <p>The Electromagnetic Torque on a Reluctance Motor with Rocking Rotor and Rotating Magnetic Field — D. A. Popov</p> <p>A Study of Discrete Automatic Speed Control Systems for D. C. Micromotors — I. V. Bulin-Sokolov, S. M. Mironov</p> <p>Analysis of Non-linear Automatic Control Systems with Random Parameters Based on Asymptotic Estimates — D. V. Vasiliev, U. J. Zubarev, M. I. Meltser</p>	<p>O. U. Sabinin The Dynamis Characteristics of a Drive with Magnetically Shielded Couplings — S. M. Gertsov, B. A. Ivobotenko, V. K. Tsatsenkin</p> <p>Control for a D. C. Drive Having a Load of a Complex Nature — V. K. Vinokurov, K. N. Borisov</p> <p>A Study of Inductive Circuits for Equalizing Currents with Account Taken of Staggered Thyristor Closures — E. M. Apter</p> <p>The Frequency Characteristics of a Thyristor Circuit with Capacitive Switching — V. N. Meleshkin, M. P. Zavialov</p> <p>Forming the Control Section of Optimum Responce Closed Loop Second Order Systems Having Complex Roots — V. K. Kutuzov</p> <p>A Method for Analyzing the Output Voltage of Frequency Converters with Direct Coupling — G. G. Djemeirov</p> <p><b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b></p> <p>A Mean Loss Method for Motors Subjected to Random Operating Conditions — N. I. Ratner</p> <p>A Study of the Starting Performance of Brushless Synchronous Motors — S. I. Loginov, G. B. Liubomirova</p> <p>Determining the Temperature of a Structural Thyristor When Passing an Overloading Current Pulse — E. F. Burtsev, I. V. Grekhov, N. N. Kriukova</p> <p><b>REPORTS</b></p>
---	--

◆ ◆ ◆

# Рефераты опубликованных в номере статей

УДК 62.31.001.57

Моделирование и автоматизация процесса проектирования электроэнергетических объектов

Веников В. А., Шнелль Р. В.

«Электричество», 1970, № 8

Рассматриваются методы моделирования процесса проектирования электроэнергетических объектов. Показано, что при этом можно объективно оценить соответствующие компонентные параметры элементов. Указывается, что четкое различие в оценке исходных предпосылок и собственно процесса проектирования является определяющим при составлении модели. Рекомендуются примерные структурные схемы комплексного алгоритма математической модели процесса проектирования линий электропередачи и подстанций. Приведены примеры автоматизации проектирования линий электропередачи и выбора места расположения подстанций. Илл. 3. Библ. 14.

УДК 621.311.13

О технико-экономической методике предварительного выбора номинального напряжения электропередачи с учетом ее надежности

Бережной А. В., Поступолов Г. Е.

«Электричество», 1970, № 8

Выясняется характер влияния учета надежности электропередачи на предварительный выбор ее номинального напряжения. Построены экономические области номинальных напряжений электропередачи с учетом ожидаемого ущерба потребителей от перерывов электроснабжения. Рассматривается методика построения этих областей. Илл. 2. Библ. 10.

УДК 621.316.5:62.011.56

Комбинированное устройство трехфазного и однофазного автоматического повторного включения (ТОАПВ) с минимальной структурой

Поляков В. Е., Скутников В. И., Федотов В. П.  
«Электричество», 1970, № 8

Рассматриваются вопросы совершенствования логической части комбинированного устройства трехфазного и однофазного АПВ на основе расширения получаемой информации, комплекса выполняемых операций, использования более эффективных логических функций (симметричных, пороговых). Производится аналитический синтез схемы устройства ТОАПВ с использованием математического аппарата алгебры логики. На основании аналитической записи условий работы ТОАПВ получена логическая схема устройства. Илл. 1. Библ. 2.

УДК 537.52.001.24

Начальные напряжения газового разряда в электрических полях различной конфигурации

Разевич Д. В.

«Электричество», 1970, № 8

Предлагается метод расчета начальных напряжений газового разряда, основанный на условии самостоятельности разряда и параболической аппроксимации зависимости первого коэффициента ионизации от напряженности электрического поля. Свойства газа характеризуются тремя коэффициентами, которые предлагаются определять из экспериментально полученной зависимости для однородного поля. Для электрических полей, в которых распределение напряженности одинаково для всех силовых линий, расчетные данные хорошо согласуются с экспериментальными. В остальных случаях этот метод расчета дает минимальное значение начального напряжения, которое тем сильнее отличается от среднего, чем меньше интенсивность внешней ионизации. Илл. 7. Библ. 7.

УДК 621.316.995.001.24

Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной при расчете сложных заземлителей

Якобс А. И.

«Электричество», 1970, № 8

Интерпретация результатов вертикального электрического зондирования земли, выполняемого в процессе предпроектных изысканий на площадках, предназначенных для сооружения сложных заземлителей, часто показывает наличие многослойной электрической структуры. Для расчета заземлителей многослойную электрическую структуру необходимо привести к эквивалентной двухслойной. В статье излагается метод приведения, основанный на использовании понятия о моделях предельных заземлителей в сочетании с применением принципа соответствия полей. Даются конкретные рекомендации по приведению многослойной электрической структуры земли при расчете сопротивления сложных заземлителей и максимального относительного напряжения прикосновения. Табл. 4. Илл. 5. Библ. 8.

УДК 62-523.2

Каскадные системы пуска асинхронных короткозамкнутых электродвигателей

Васильевский С. П., Майн Э. Г., Шулаков Н. В.

Земцдорф Г. К.

«Электричество», 1970, № 8

Рассмотрен принцип действия каскадных систем пуска короткозамкнутых электродвигателей с разгонными электродвигателями, обеспечивающими пуск их при номинальном токе и отсутствии ударных моментов.

Изложены методы расчета механических переходных процессов и приведена формула для определения времени пуска короткозамкнутых электродвигателей в каскаде с разгонными двигателями при  $M_c = 0$ .

Дано математическое описание электромеханических переходных процессов в каскадной пусковой системе и на основе полученных дифференциальных уравнений предложен метод математического их моделирования на аналоговых вычислительных машинах в неподвижных осах  $\alpha$  и  $\beta$ . Приведены структурная схема модели и результаты моделирования каскадного пуска короткозамкнутых электродвигателей. Илл. 5. Библ. 2.

УДК 621.3.013.8:621.313.322-8!

Исследование форсировки гашения поля для турбогенераторов с бесщеточным возбуждением

Игнатов В. Е., Ковалев Г. А.

«Электричество», 1970, № 8

Рассматривается методика определения размера повреждения железа. Дано решение уравнения теплопроводности в сферических координатах. Из полученного решения определены значения токов и мощности в дуге, безопасные для стали турбогенератора.

При определении размера кратера аварии рассмотрен баланс мощностей, выделяющихся в электрической дуге. Показано, что пренебрежение энергиями химических реакций может привести к значительным погрешностям. Дано выражение для расчетного радиуса кратера аварии в функции энергии и времени аварии.

Приведены результаты экспериментальной проверки на модели, имитирующей аварийный процесс. Илл. 2. Библ. 8.

УДК 621.313.2:621.3.078

О динамике систем зависимого регулирования поля двигателей постоянного тока

Инж. М. Л. Прудков

«Электричество», 1970, № 8.

Анализируются динамические свойства и сравниваются двух- и одноконтурные системы зависимого управления полем двигателей постоянного тока в различных режимах с учетом нелинейности цепи возбуждения. Делается выводы о целесообразности и рациональных способах линеаризации контуров регулирования. Определяется значение э. д. с. перерегулирования в начале ослабления магнитного потока. Выводится выражение для напряжения возбудителя с учетом требований к форсировке возбуждения двигателя. Илл. 6. Библ. 6.

УДК 621.313.323

Электромагнитный момент синхронного реактивного двигателя с катящимся ротором и вращающимся магнитным полем

Попов Д. А.

«Электричество», 1970, № 8

Рассматривается теория рабочего процесса синхронно-реактивного двигателя с катящимся ротором и вращающимся магнитным полем на базе методики, общепринятой в теории электрических машин и уточненной в связи с эксцентрическим расположением ротора. Изучается магнитное поле в воздушном зазоре и приводится разложение кривых н. с. и индукции магнитного поля в воздушном зазоре машины на пространственные гармоники. Определяется вращающий момент как сумма моментов, обусловленных взаимодействием неподвижных относительно друг друга синусоидальных волн н. с. (токов якоря) и индукции магнитного поля в зазоре.

Предлагаемая методика расчета электромагнитного момента двигателя отличается простотой и, в пределах принятых допущений обеспечивает высокую точность результатов. Илл. 3. Библ. 8.

УДК 621.3.066.2:621.376.5

Исследование дискретных систем автоматического регулирования частоты вращения микродвигателей постоянного тока

Булин-Соколов И. В., Миронов С. М.

«Электричество», 1970, № 8

Высокие требования, предъявляемые к динамике и точности широко применяемых в настоящее время широтно-импульсных САР скорости вращения микродвигателей постоянного тока, ставят задачу по их оптимальному проектированию в отношении их точности и динамических показателей. В статье исследуется характер влияния различных параметров таких систем на устойчивость, величину ошибки, пульсацию скорости вращения электродвигателя в квазистабилизированном режиме, качество переходных процессов при воздействии основного возмущающего воздействия: изменения момента нагрузки на валу электродвигателя, что позволило выработать рекомендации по выбору оптимальных значений параметров.

Для улучшения качества процесса регулирования импульсных САР рассматриваемой структуры применена коррекция путем охвата усилителя с импульсным элементом отрицательной обратной связью с помощью корректирующей RC-цепочки. Выявлены значения параметров корректирующей цепи, при которых значительно расширяется граница устойчивости и улучшается быстродействие и точность САР. Илл. 5. Библ. 3.

УДК 62-52.001.5

Анализ нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами на основе асимптотических оценок  
Васильев Д. В., Зубарев Ю. Я., Мельцер М. И., Сабинин О. Ю.

«Электричество», 1970, № 8

Предлагается способ анализа на ЦВМ, основанный на сочетании внутреннего единого вычислительного процесса аналитического метода, дающего асимптотические оценки искомых показателей качества, и метода статистических испытаний, что позволяет получить результат с требуемой степенью точности при сравнительно небольших затратах времени.

Предлагается универсальный стандартный алгоритм, позволяющий определить асимптотические оценки таких показателей качества САУ, как математическое ожидание и дисперсия ее обобщенных координат. Алгоритм не зависит от структуры системы и вида передаточных функций ее элементов.

Для сокращения числа статистических испытаний предлагается применять метод существенной выборки. При этом асимптотические оценки используются как при реализации функций плотности вероятности, так и для определения искомых математических ожиданий оценок показателей качества. Табл. 3. Илл. 2. Библ. 6.

УДК 62-523.2

Динамические характеристики привода с магнитными экранированными муфтами

Герцов С. М., Ивоботенко Б. А., Цаценкин В. К.  
«Электричество», 1970, № 8

Использование магнитных экранированных муфт в комплексе с двигателями постоянного тока в разомкнутых системах автоматического регулирования либо в замкнутых системах без охвата муфты обратной связью вносит дополнительную угловую погрешность, величина которой максимальна при запуске привода.

В статье исследован процесс включения привода с магнитной экранированной муфтой и двигателем постоянного тока, приведены дифференциальные уравнения подобного привода, дано аналитическое решение линеаризованных уравнений и решение полных уравнений методом математического моделирования.

Приведенные результаты решения уравнений позволяют определить максимально допустимую нагрузку и угловую ошибку магнитной экранированной муфты в приводе. По результатам решения приведены рекомендации по улучшению динамических характеристик привода с магнитными экранированными муфтами. Табл. 1. Илл. 7. Библ. 5.

УДК 621.3.077.2

Управление электроприводом постоянного тока со сложным характером нагрузки

Винокуров В. К., Борисов К. Н.  
«Электричество», 1970, № 8

Рассматривается применение математической теории оптимальных процессов для расчета режима управления электроприводом постоянного тока с двигателями независимого возбуждения при сложной, знакопеременной нагрузке. Как критерий оптимизации принят максимальное использование электродвигателя по мощности при допустимых значениях потерь в его якорной обмотке. Выявлена аналитическая связь между оптимальной диаграммой тока и моментом статического сопротивления нагрузки. Проведено сравнение оптимальной диаграммы с режимом работы при постоянном токе якоря. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.314.632:621.062

Исследование индуктивных схем выравнивания токов с учетом неодновременности включения тиристоров

Альтер Э. М.  
«Электричество», 1970, № 8

Рассматривается величина отклонения тока  $k$ -й параллельной ветви от среднеарифметического тока схемы. Приведена зависимость этого отклонения от случайных параметров тиристоров (порогового напряжения и времени включения), справедливая для некоторых широко используемых схем выравнивания.

Исследуется вероятностная модель включения параллельных тиристоров, основанная на статистически обработанных результатах измерения времени включения вентиляй типа ВКДУ-150.

Приведены формулы и графики, позволяющие определить точность деления тока, обеспечиваемую с требуемой вероятностью при выбранных параметрах схемы. Илл. 5. Библ. 2.

УДК 621.3.072.1:621.316.721

Частотные характеристики тиристорной схемы с емкостной коммутацией

Мелешкин В. Н., Завьялов М. П.  
«Электричество», 1970, № 8

Установлена связь между параметрами элементов схемы с емкостной коммутацией (время восстановления управляемости тиристоров, уровень заряда коммутирующего конденсатора, сопротивление перезаднего резистора) и процесса регулирования (ток нагрузки, частота коммутации). На основании найденных соотношений получены частотные характеристики схемы для различных способов регулирования (при широтно-импульсной и частотно-импульсной модуляции). Сравнительная оценка частотных характеристик позволяет определить области применения рассмотренных способов регулирования и обосновать их выбор. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.3.078.001.1

Формирование управляющей части оптимальных по быстродействию замкнутых систем второго порядка с комплексными корнями

Кутузов В. К.

«Электричество», 1970, № 8

Рассматривается синтез оптимального по быстродействию управления в системах второго порядка путем применения метода стыкования. Применяя метод стыкования, удается упростить синтез и получить выражения линий оптимального переключения для систем с отрицательным и положительным затуханием.

Формирование структуры управляющей части предложено производить по параметрическим уравнениям линий оптимального переключения. Разработаны схемы, позволяющие реализовать оптимальные по быстродействию управление в системах 2-го порядка с комплексными корнями. Илл. 2. Библ. 5.

УДК 621.314.26.001.24

Метод анализа кривой выходного напряжения преобразователей частоты с непосредственной связью

Жемеров Г. Г.

«Электричество», 1970, № 8

Описан метод анализа кривой выходного напряжения, позволяющий с помощью ЦВМ определить среднее, действующие значения и величину основной гармоники выходного напряжения трехфазно-однофазных преобразователей с непосредственной связью при любых значениях выходной частоты и других параметров.

Приведены характеристики холостого хода и внешние характеристики, полученные при анализе предложенным методом. Табл. 1. Илл. 7. Библ. 2.

УДК 621.313.13.001.24

Метод средних потерь для электродвигателей со случаем режимом работы

Ратнер Н. И.

«Электричество», 1970, № 8

Решена задача распространения метода средних потерь для проверки условий превышения температуры электродвигателей со случаем режимами работы.

Для этого с помощью специальных функций получен закон распределения мощности на валу электродвигателя. Затем с учетом случайнога характера изменения к. п. д. находится закон распределения потерь и по нему — значение средних потерь.

Возможность выразить закон распределения мощности на валу двигателя с помощью табулированной функции позволяет применить метод средних потерь к электродвигателям со случаем режимом работы в инженерной практике. Илл. 3. Библ. 6.

УДК 621.313.323:62—573

Исследование пусковых режимов синхронных бесщеточных двигателей

Логинов С. И., Любомирова Г. Б.

«Электричество», 1970, № 8

Представлены результаты исследований и расчетов асинхронного пуска синхронных бесщеточных двигателей с помощью АВМ. Исследования проводились на синхронных двигателях серии СДНЗ.

При проверке правомерности метода математического моделирования для определения пусковых характеристик проведено опытное исследование двигателей. Опытные данные сопоставлены с расчетными. Определяется погрешность расчета пусковых параметров двигателей на АВМ по сравнению с опытными данными. Табл. 3. Илл. 3. Библ. 5.

УДК 621.315.592:621.3.017.71

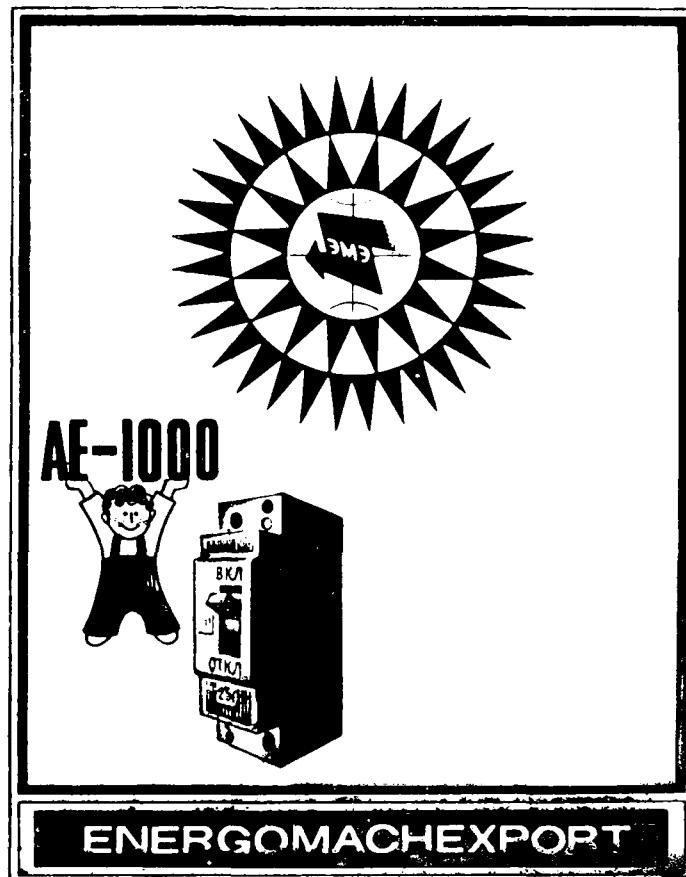
Определение температуры  $pprP$ -структурь тиристора во время прохождения импульса тока перегрузки

Бурцев Э. Ф., Грехов И. В., Крюкова Н. Н.

«Электричество», 1970, № 8

Определяется температура тиристора во время перегрузки его синусоидальным импульсом тока длительностью 10 мсек и после окончания действия импульса. Для определения температуры используется температурная зависимость прямого падения напряжения при плотностях тока, превышающих максимальную плотность тока перегрузки. Расчет по определению температуры кремниевой пластинки тиристора хорошо подтверждается экспериментальными данными. Илл. 4. Библ. 2.

## Выключатели серии АЕ-1000



защищают ваши электроприборы от перегорания и электросеть от короткого замыкания. Они могут устанавливаться в любых осветительных цепях напряжением 220 в, частотой 50 гц.

Выключатели выпускаются на токи 6—25 а.

Выключатели АЕ-1000 автоматически выключают сеть при перегрузках и коротких замыканиях, а также позволяют включать и выключать цепи вручную.

Выключатели АЕ-1000 имеют малые габариты, надежны в работе и долговечны, незаменимы в промышленности и дома.

Экспорт:  
В/О «Энергомашэкспорт» СССР,  
В/С «Энергомашэкспорт» СССР,  
Москва В-330,  
Мосфильмовская, 35  
Телекс: 255.