ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1993 5

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

АНДЕРС В. И., БЕЛКИН Г. С., БОРТНИК И. М., БОРЦОВ Ю. А., БУДЗКО И. А., БУТЫРИН П. А., ГЕЛЬФАНД Я. С., ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., ЕВСЕЕВ Б. Н. (зам. главного редактора), **ЕРШЕВИЧ В. В., ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., ИЛЬИНСКИЙ Н. Ф., ИОССЕЛЬ Ю. Я., КОМЕЛЬКОВ В. С., КОСТЕНКО М. В., ЛАБУНЦОВ В. А.** (главный редактор), **ЛАРИОНОВ В. П., ЛИЗУНОВ С. Д., МАМИКОНЯНЦ Л. Г., МИТЮШКИН К. Г., МОРОЗКИН В. П., НЕТУШИЛ А. В., РОЗАНОВ Ю. К., ПИЩИКОВ В. И., СЕМЕНОВ В. А., СЛЕЖАНОВСКИЙ О. В., СОВАЛОВ С. А., СТРОЕВ В. А., ТАРЕЕВ Б. М., ТОЛСТОВ Ю. Г., ЧЕЧУРИН В. Л., ШАКАРЯН Ю. Г., ШАТАЛОВ А. С., ШИЛИН Н. В.**

Редакторы по направлениям тематики:

Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт); Макаршин Б. Д. (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы); Прилуцкий А. Л. (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Адреса редакции: *103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10*
Телефон **924-24-80**

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ИЗДАЕТСЯ С ИЮЛЯ 1880 ГОДА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

5
МАЙ
1993

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики), ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

МОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

Связи энергосистем России с энергосистемами других стран

ЕРШЕВИЧ В. В., КУРОЧКИН В. Ю.

1. Энергосистемы России имеют целый ряд электрических связей с энергосистемами других государств — как входивших в бывший Советский Союз, так и других. Наиболее существенными с точки зрения техники являются следующие (по данным на 1 января 1992 г.).

1.1. Связи между энергосистемами России и других государств:

1.1.1. Россия — Украина. 1 линия напряжением 750 кВ, 1 линия 500 кВ, 5 линий 330 кВ. Общая пропускная способность 2,0 ГВт;

1.1.2. Россия — Беларусь. 1 линия 750 кВ (не введена в эксплуатацию), 2 линии 330 кВ. Общая пропускная способность 0,8 ГВт;

1.1.3. Россия — Казахстан. 2 линии 1150 кВ (работающие на напряжении 500 кВ), 9 линий 500 кВ. Общая пропускная способность транзита от 1,2 ГВт (в сечении Сибирь—Казахстан) до 1,6 ГВт (в сечении Казахстан—Урал);

1.1.4. Россия — Финляндия. Вставка постоянного тока пропускной способностью около 1 ГВт;

1.1.5. Россия — страны Балтии. 3 линии 330 кВ общей пропускной способностью 1,0 ГВт;

1.1.6. Россия — страны Закавказья. 1 линия 500 кВ, 1 линия 330 кВ. Общая пропускная способность до 0,8 ГВт.

Имеется ряд других связей напряжением 220 кВ и ниже (например, с Монголией и Турцией), не оказывающих действия на режимы и развитие российских энергосистем.

1.2. Связи между энергосистемами бывших республик СССР и европейских государств:

1.2.1. Украина — страны Восточной Европы. 2 линии 750 кВ и 3 линии 400 кВ. Общая пропускная способность около 2,5 ГВт (с учетом ограничений по внутренней электрической сети Украины);

1.2.2. Молдова — Румыния. 1 линия напряжением 750 кВ и 1 линия напряжением 400 кВ. Общая пропускная способность 2,2 ГВт.

Даже беглый обзор показывает, что пропускная способность внешних связей энергосистем России и бывшего СССР весьма существенна. Так, пропускная способность связей российских энергосистем с энергосистемами других государств составляет 5,3 % мощности электростанций России, что соизмеримо с пропускной способностью внешних связей всех республик бывшего СССР, также составляющей около 5,3 % мощности электростанций бывшей ЕЭС СССР.

В перспективе (причем ближайшей) роль внешних связей российских энергосистем резко возрастает: во-первых, в связи с растущим интересом к давно изученным связям Россия — Западная Европа [1] и началом изучения связей Россия — Китай, где в обозримой перспективе предполагается завершить работы по формированию Единой энергосистемы страны [2]; во-вторых, в связи с активизацией работ по изучению перспектив объединения

© Энергоатомиздат, "Электричество", 1993

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

энергосистем России с энергосистемами Японии и США [3, 4].

Существуют и другие предложения по созданию межгосударственных электропередач, имеющих прямое отношение к рассматриваемой проблеме, например по сооружению линии 750 кВ Таджикистан — Пакистан.

К сожалению, перечисленные межгосударственные электропередачи рассматриваются как отдельные, не связанные друг с другом объекты. В действительности же они являются элементами единой сети более высокого иерархического уровня, и изучение их взаимного влияния является обязательным требованием. Постановке этой задачи и посвящена предлагаемая статья.

2. Системообразующие линии всегда были наименее изученным элементом энергосистем [5], и строгие соотношения между их пропускной способностью и другими параметрами энергосистем сегодня не установлены. Однако очевидно, что пропускная способность межсистемных линий тесно связана с мощностью присоединяемых систем, структурой их мощностей, характеристиками системы управления и т. д.

Ориентируясь на опыт и проведенные ранее исследования, можно в первом приближении принять, что необходимая минимальная пропускная способность межсистемной линии пропорциональна квадратному корню из мощности меньшей из двух объединяемых энергосистем, и определяется величиной нерегулярных колебаний потоков мощности по межсистемным связям, обусловленных динамическим характером процесса производства и потребления электроэнергии. Конечно, реальная взаимосвязь между параметрами энергосистемы и линии, связывающей ее с более мощным энергообъединением, гораздо сложнее. Характер проявления этого влияния зависит от рода тока (переменный или постоянный) межсистемных электропередач. Да и выделить "меньшую из объединяемых энергосистем" в реальных сложных схемах не так просто.

Однако попытаемся оценить имеющиеся данные об энергосистемах, окружающих энергосистемы России или имеющих к ним отношение.

На рис. 1 представлена структурная схема действующих (сплошные линии) и потенциально возможных (пунктир) связей энергосистем России и других крупных регионов евроазиатского континента. На действующих связях отмечен род тока. Для перспективных связей указаны только их направления, хотя и этого достаточно для того, чтобы однозначно определить род тока. Так, очевидно, что необходимость пересечения значительных водных пространств межсистемными связями Россия — Япония, Россия — США, Западная Европа — Африка предопределяет применение электропередач постоянного тока. Показанная на рис. 1 мощность электростанций отдельных регионов на уровне 2010 г. (она оценена на основе данных ООН за 1987 г. и по [4]) дает представление о масштабах связываемых мощностей и о минимальных пропускных способностях межгосударственных и межрегиональных связей, подлежащих изучению.

Если принять в первом приближении, что применение для связи энергосистем постоянного тока резко ослабляет взаимное влияние сетей этих энергосистем (хотя, конечно же, не исключает его!) и сопоставить мощности электростанций стран и регионов, то можно перейти к значительно более простой схеме, показанной на рис. 2. Разу-

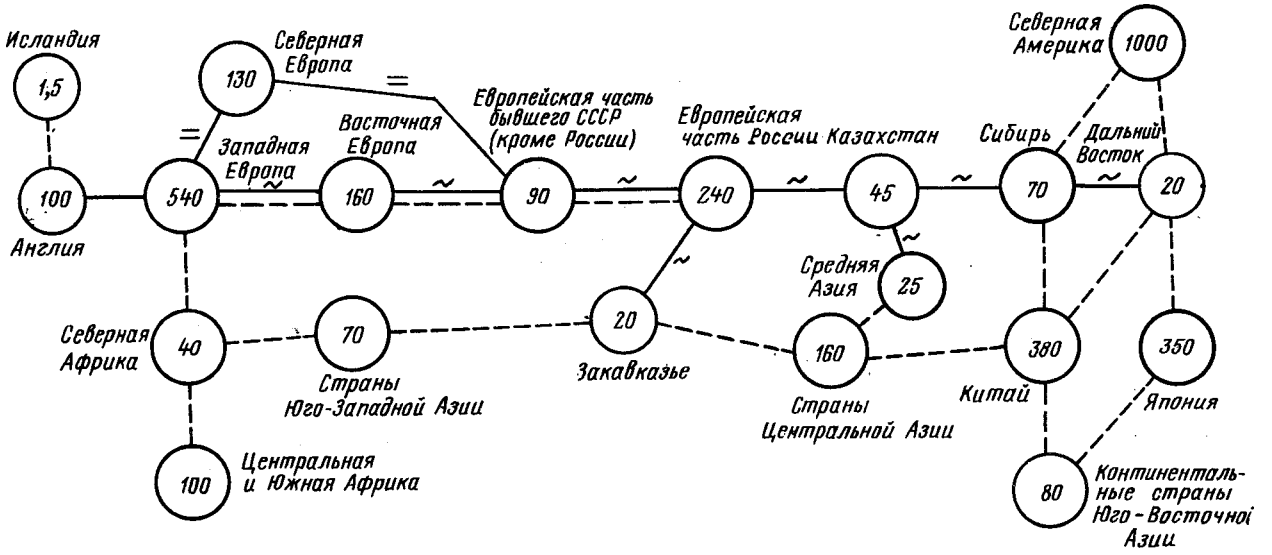


Рис. 1. Схема межрегиональных связей и энергосистем стран евроазиатского континента на уровне 2010 г.:

——— — действующие; — — — — потенциально возможные; 240 — мощность электростанций региона; = — постоянный ток; ~ — переменный ток

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

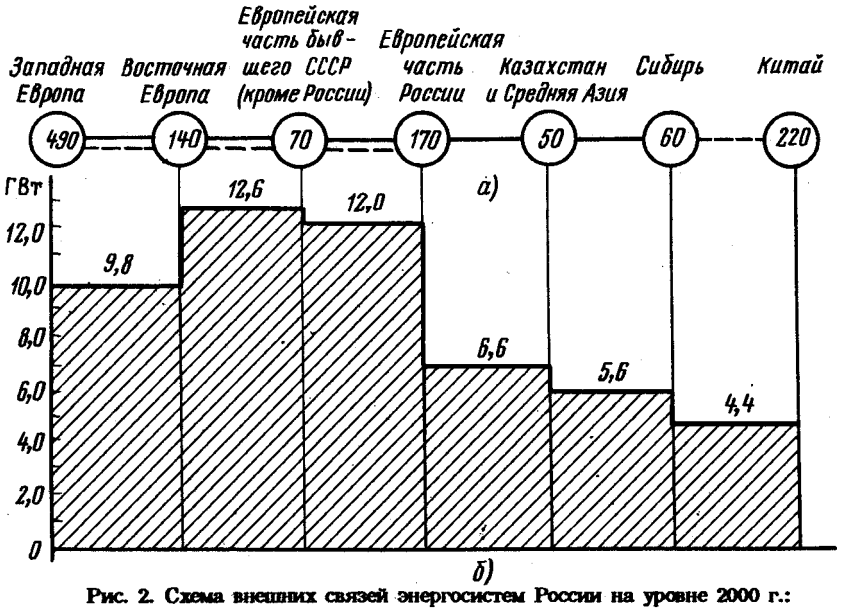


Рис. 2. Схема внешних связей энергосистем России на уровне 2000 г.:

а — основные связи; *б* — эпюра значений пропускной способности, составляющей 2 % мощности меньшей из объединяемых энергосистем; обозначения те же, что на рис. 1

меется, такой переход нельзя признать достаточно строгим, однако он безусловно приемлем для первой итерации рассмотрения. Крайне важно, что этот переход позволяет сконцентрировать внимание на двух важнейших внешних связях энергосистем России, которые:

наиболее реальны в ближайшей перспективе;

могут связать энергосистемы России с объединениями энергосистем значительно большей мощности.

3. Речь идет о связях с энергосистемами Западной Европы и Китая. Связи по этим общим направлениям вступили в стадию рассмотрения конкретных электропередач, что требует уже сегодня ответов на ряд конкретных технических вопросов о возможных вариантах их исполнения. Рассматриваются варианты применения как переменного, так и постоянного тока. Как уже указывалось, влияние внешних связей на внутренние сети энергосистем России более сильно проявляется в варианте переменного тока, поэтому ниже даются некоторые количественные оценки именно для этого варианта. При предлагаемом обобщенном подходе уровень применяемых напряжений не имеет значения, однако для конкретности можно отметить следующее. Для связей России и Западной Европы рассматриваются варианты с сохранением в качестве наивысшего действующего напряжения 400 кВ и введением более высоких — 750 и 1150 кВ. Для связей с Китаем пока рассматриваются варианты с использованием напряжения 500 кВ, применяемого и в российских, и в китайских энергосистемах. Китайские специалисты еще не определились в выборе следующей, более высокой ступени напряжения. Однако представляется нелогичным исключать из рассмотрения варианты связей на напряжении 1150 кВ, поскольку такие электропередачи в Сибири уже строятся.

Можно отметить, что связи России с Китаем могут примыкать не только к Сибири, но и к Дальнему Востоку. Однако очевидно, что в этом случае влияние внешней связи на внутреннюю (Дальний Восток — Сибирь) окажется еще более сильным в связи с еще большей разницей в мощностях электростанций Дальнего Востока и Китая.

Для схем межсистемных связей цепочечной структуры, к которым относится и сформированная нами на рис. 2 схема связей Западная Европа — Россия — Китай, наиболее высокие требования к пропускной способности предъявляются в сечении, разделяющем рассматриваемую схему на примерно равные по мощности части. В нашем случае это сечение проходит по связям Восточная Европа — Европейская часть бывшего СССР.

• **Выводы.** 1. В связи с превращением бывших республик СССР в самостоятельные государства и повышением самостоятельности регионов России проявляется стремление решать самостоятельно и независимо вопросы формирования новых и использования существующих внешних электрических связей энергосистем России и бывшего СССР. В то же время эти связи оказывают очень сильное влияние друг на друга и на внутренние сети России.

2. Внешние связи энергосистем России целесообразно рассматривать как элементы будущей единой сети евроазиатского континента, используя модель, отражающую параметры его наиболее развитых в энергетическом отношении регионов: Западная Европа — Восточная Европа — Россия — Китай.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Наиболее сильное влияние на внутренние сети энергосистем России могут оказать внешние связи переменного тока с Западной Европой на западе и с Китаем на востоке, поскольку мощность электростанций в упомянутых регионах в несколько раз больше мощности электростанций России; при выполнении внешних связей на постоянном токе это влияние значительно слабее.

3. Пропускные способности внешних связей энергосистем России, подлежащих изучению, могут быть в первом приближении определены в 1—3 % мощности присоединяемых энергосистем и на уровне 2000 г. характеризуются следующими цифрами:

Россия — Западная Европа — 5—15 ГВт;

Россия — Китай — 2—7 ГВт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бутин Г. Д., Ершевич В. В.** Возможность объединения энергосистем Восточной и Западной Европы.— Энергохозяйство за рубежом, 1982, № 3.

2. **Electric** power industry in China.– Information Research Institute of Power Recources and Electric Power, MOE, MWR. China, 1988.

3. **Антименко Ю. Л., Ершевич В. В.** Перспективы объединения энергосистем СССР и США.— Электричество, 1990, № 9.

4. **Ершевич В. В.** К созданию Единой энергосистемы мира.— Энергетика и транспорт, 1990, № 1.

5. **Ершевич В. В.** О новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока.— Электричество, 1985, № 1.

[02.07.92]

К проблеме существования лидерного процесса при импульсном электрическом пробое трансформаторных масел

ТОРШИН Ю. В.

Всероссийский электротехнический институт

Введение. При описании физической модели развития разряда в воздухе традиционно используются термины "стример" и "лидер". Ими называют каналы предразрядных образований в определенных условиях. Каналы, наблюдаемые в жидких диэлектриках, в подавляющем большинстве литературных источников называют стримерами. Однако, если стример и лидер в воздухе характеризуются достаточно определенными физическими параметрами, то стример в жидкостях лишь в редких случаях характеризуют количественно. Поэтому существо вопроса не в используемой терминологии, а в том, какие физические параметры или процессы отражает то или другое понятие. Параметры стримера и лидера в воздухе, а следовательно и определение их физической сущности, по-прежнему дискутируются. Тем не менее здесь по многим параметрам исследователи пришли к согласию, особенно в отношении длинных воздушных промежутков. Так, считается, что стримерный канал имеет низкую проводимость и потому не способен привести к короткому замыканию промежутка. Стример обладает слабой светимостью, имеет по всей длине относительно однородную по внешнему виду структуру канала, распространяется непрерывно с постоянной скоростью при среднем градиенте в канале около $4{,}5 \cdot 10^5$ В/м. Лидерный канал обладает высокой проводимостью и способен вынести потенциал электрода в глубину промежутка, что позволяет ему развиваться при существенно меньшем градиенте. По данным [1] средний продольный градиент в канале лидера составляет $0{,}5 \cdot 10^4$ В/м, однако большинство авторов указывают значение $5 \cdot 10^4$ В/м [2]. Пространственная структура лидера существенно сложнее, чем у стримера, и включает яркий собственно лидерный канал и слабосветящуюся, состоящую из отдельных каналов, стримерную зону, поперечные размеры которой значительно больше, чем у лидерного канала. Лидер может развиваться в ступенчатой и непрерывной формах.

Необходимо подчеркнуть, что пробой длинных воздушных промежутков с резконеоднородным полем возможен только лидером, но не стримером. Поэтому лидерный процесс можно считать универсальной формой пробоя воздушных промежутков.

Последнее утверждение имеет важное практическое значение, поскольку устанавливает связь

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

между пробивным напряжением $U_{пр}$ воздушных промежутков и параметрами лидерного процесса и тем самым дает возможность создавать инженерные методы расчета воздушной изоляции и оптимизировать высоковольтные конструкции.

Существование в трансформаторном масле и в дистиллированной воде процесса, подобного лидерному в воздухе, при обеих полярностях электрода впервые было экспериментально обнаружено в [3, 4]. В [5] вспыхивающий канал при разряде в масле был назван "ступенчатым стримером", а "тусклое туманное свечение с малым редким ветвлением" на конце канала — "пилот-стримером". В [6] были описаны обстоятельные исследования в жидкостях различной природы и сделан вывод о существовании лидерного процесса. Однако этот вывод был сделан по результатам экспериментов, проведенных в основном в масляных промежутках с твердым диэлектриком. В объеме жидкости не была зафиксирована структура, подобная лидерному процессу в воздухе. Автор [7] на основании [6] считает возможным существование лидерного процесса в жидкости при разряде с электрода положительной полярности. Авторы [8] считают, что предразрядные явления в циклогексане и в других жидкостях больше схожи с лидером, чем со стримером. К такому выводу авторы пришли на основании сходства измеренных ими предразрядных токов и токов, рассчитанных по модели J. Wright для положительного импульсного разряда в воздухе. В этой модели канал разряда подпитывается токами смещения, возникающими из-за емкостной связи канала разряда с плоским электродом.

Авторы [9] зарегистрировали в масле, а авторы [10] — в гексане вблизи иглообразного электрода сферическое образование, из зоны которого развивался быстрый канал, названный ими вторичным стримером. Однако тонкая структура и энергетические характеристики быстрого канала в [9, 10] не исследовались. Результаты [9, 10] позволили установить, что такой процесс возникает в резконеоднородном поле при средней напряженности поля в промежутке $(7-10)\cdot 10^6$ В/м (положительная полярность). Малое число работ, посвященных данной теме, и неопределенность полученных результатов объясняются, вероятно, экспериментальными трудностями одновременной регистрации пространственно-временных картин и предразрядных токов с высоким разрешением, что позволило бы оценить состояние вещества в канале разряда и получить корректное представление о структуре предразрядных образований.

Тем не менее именно сведения о состоянии вещества в канале разряда позволят значительно расширить физические представления как о лидерном процессе, так и в целом о проблеме пробоя жидкостей. В свою очередь это позволит внести ясность в решение ряда практических задач, связанных с созданием физически обоснованных методов прогнозирования пробивного напряжения жидкостей, разработкой новых жидких диэлектриков с заданными свойствами, способов сравнения их пробивного напряжения между собой, способов управления электрическим разрядом в жидкости [11].

Экспериментальная техника и методика. На рис. 1 показана схема установки для исследования электрического пробоя в масле. Исследования* велись при положительном импульсе напряжения длительностью 0,5/85 мкс, который подавался от импульсного генератора *1* (500 кВ Marx generator) на испытательную камеру *2*.

Для регистрации и измерения пространственно-временных параметров предразрядных светящихся образований применялась электронно-оптическая камера *5* типа "IMACON-790" с пространственным разрешением 7—10 пар линий на 1 мм и временным разрешением 10^{-10} с. Камера могла работать в режиме фотохронографа или в покадровом режиме. Коэффициент усиления по свету — 10^5.

Электронно-оптическая камера *6* позволяла вести съемку в однокадровом режиме при высоком пространственном разрешении — 17—20 пар линий на 1 мм с экспозицией кадра от $5\cdot 10^{-8}$ с до 10^{-3} с.

Оптическая система базировалась на шлирен методе и позволяла регистрировать очень малые изменения показателя преломления в масле.

В качестве источника света применялся импульсный лазер *4* типа YAG : Nd^{3+} с преобразователем частоты на кристалле $LINbO_3$, который излучал импульс света на длине волны 532 нм длительностью от 8 до 25 нс с энергией 40—50 мДж. Съемка велась в однокадровом режиме, что позволяло фиксировать очень малые объекты размером в несколько микрон в любое заданное время развития разряда. Опто-электронный преобразователь *8* для регистрации предразрядного тока (ПТ) состоит из инфракрасного светодиода и фотоумножителя, соединенных световодом. Минимальная чувствительность преобразователя по току — около 10^{-3} А, максимальная — около 0,1—0,2 А, временно́е разрешение — около 10^{-8} с.

Фототок (ФТ), сопровождающий предразрядное свечение, регистрировался с помощью фотоумножителя с фотокатодом типа S 20. Сигналы предразрядного тока и фототока записывались на двухлучевых запоминающих осциллографах *9*. Схема запускалась автоматически от пульта управления импульсного генератора *1* через четырехка-

* В экспериментах участвовал научный сотрудник А. Н. Лобанов.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

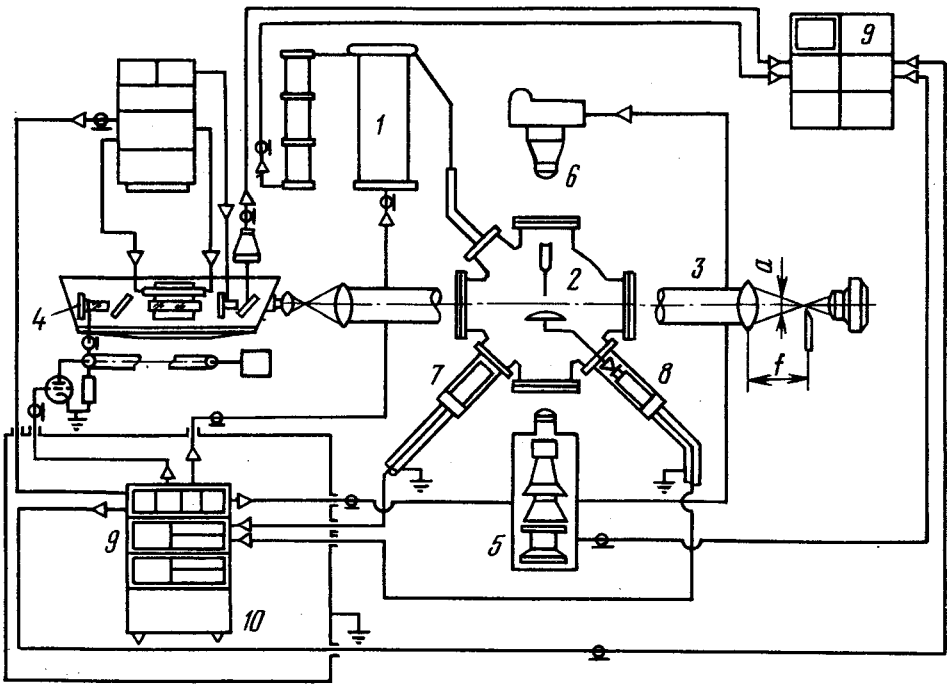


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для исследования предразрядных явлений

нальный точный генератор задержек (распределение сигналов показано на рис. 1 стрелками).

Методика эксперимента заключалась в регистрации картин разряда и токов при определенных фиксированных значениях амплитуды импульса напряжения, начиная от минимальных значений пробивного напряжения $U_{\text{пр1–10 \%}}$, соответствующих (1–10) %-ной вероятности пробоя, до $(2–4)U_{\text{пр 50 \%}}$. Регистрация явлений начиналась после получения хорошо воспроизводимых результатов с близкими значениями токов, размерами и формой наблюдаемых предразрядных образований при идентичных условиях эксперимента. В одних опытах регистрировались одновременно картины разряда с помощью камер *5*, *6* и измерялись предразрядный ток и фототок, в других велась съемка теневых картин одновременно с регистрацией предразрядных токов.

Тщательные исследования показали, что характер изменения предразрядного тока во времени и его амплитуда достаточно адекватно отражают характер развивающихся предразрядных образований. Это позволило объединить на рис. 2–6 те из электронно-оптических и шлирен снимков разряда, для которых были получены наиболее близкие по значению и характеру изменения предразрядные токи. Такой метод исследования позволил внести ясность в понимание многих деталей предразрядного процесса.

Эксперименты были проведены с трансформаторным маслом двух типов. Структурный состав масел был различным. В масле ТКп процентное содержание атомов углерода (по массе) составляло: в ароматических кольцах – 18,8 %, в нафтеновых циклах – 37,4 %, в парафиновых цепях – 43,8 %. Соответствующие показатели в масле ГК были 1,6 %, 40,3 %, 58,1 %.

Очистка масел велась с помощью установки "KATO ELECTRIC". Содержание влаги и газов оценивалось хроматографическим методом и составляло в среднем 15 г/т воды и около 2 % (по объему) газов (в основном O_2 и N_2).

Масляные разрядные промежутки длиной до $5 \cdot 10^{-2}$ м были образованы стальной иглой (с вершиной в виде гиперболоида вращения) или стержнем (со стальной полусферической вершиной) и плоскостью. Предельные радиусы иглы и стержня – соответственно $5 \cdot 10^{-6}$ м и $7{,}9 \cdot 10^{-3}$ м – обеспечивали изменение коэффициента неоднородности поля (f) в пределах 1,8–1500. Отдельные эксперименты были проведены с изоляционным барьером из электрокартона, устанавливаемым перпендикулярно оси промежутка. Импульс высокого напряжения подавался на электрод-стержень.

Результаты экспериментов и их обсуждение. *Промежутки игла–плоскость.* Исследования были проведены при различных радиусах иглы от $5 \cdot 10^{-6}$ м до 10^{-4} м, установленной на расстоянии $(1{,}5–5) \cdot 10^{-2}$ м от плоскости. Наиболее характерные результаты для иглы с радиусом $3 \cdot 10^{-5}$ м представлены ниже.

Низкие вероятности пробоя. Возникновение диффузного свечения у иглы (рис. 2,*б*) сопровождалось импульсами ПТ и ФТ. На однокадровых электронно-оптических снимках зона свечения

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

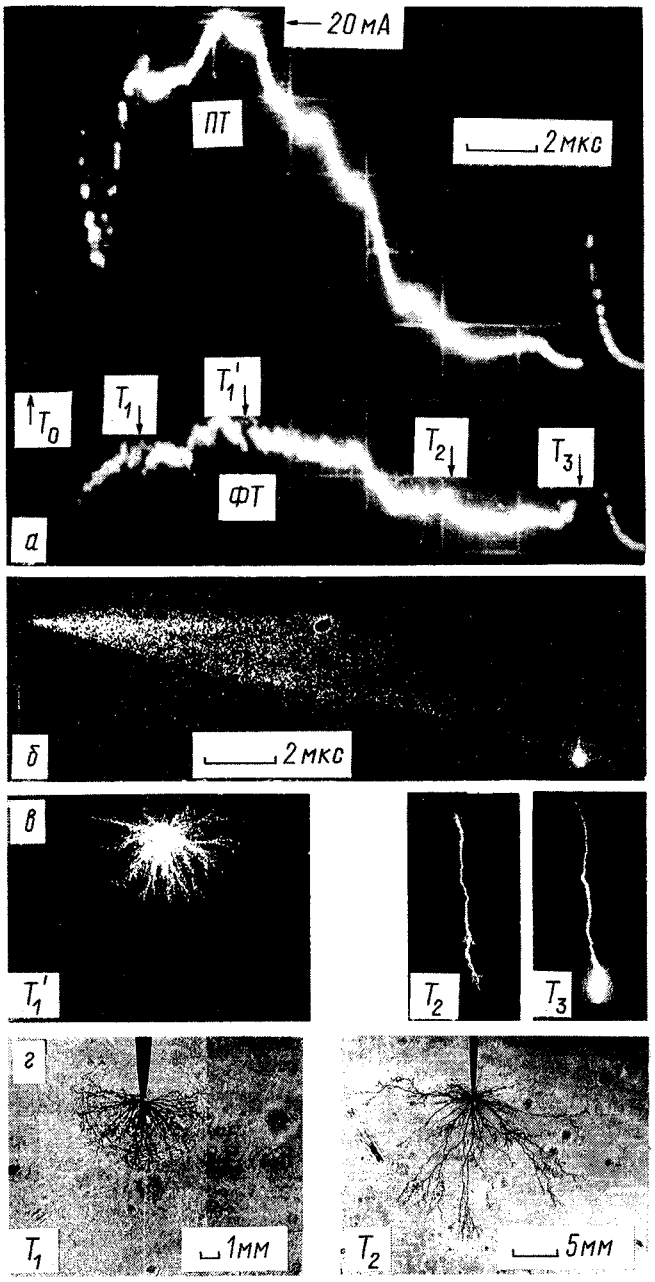


Рис. 2. Картина развития разряда в масле ТКп при низкой вероятности пробоя (промежуток игла— плоскость длиной $2{,}75 \cdot 10^{-2}$ м, напряжение $6 \cdot 10^4$ В):

а — предразрядный ток и фототок; *б* — фотохронограмма разряда; *в* — однокадровые электронно-оптические снимки разряда в разные моменты времени его развития (экспозиция кадра $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ с); *г* — шлирен снимки разряда в различные моменты времени его развития (экспозиция кадра 10^{-8} с)

регистрировалась в виде нескольких тонких каналов, которые через $(4–5) \cdot 10^{-6}$ с формировали сферическое образование на игле (рис. 2,*в*). На шлирен снимках видна более тонкая структура каналов, а также ударные волны на их фронте (рис. 2,*г*). На электронно-оптических развертках эти каналы регистрировались в виде непрерывного свечения с уменьшающейся интенсивностью по

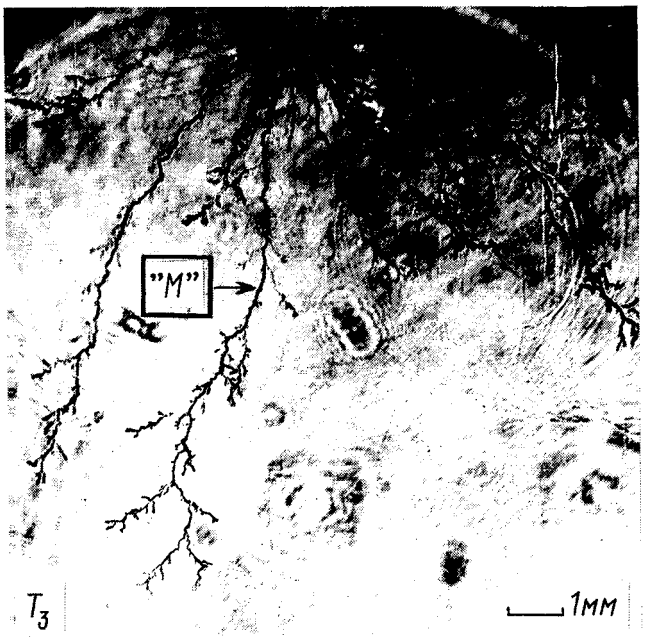


Рис. 3. Шлирен снимок разряда в момент времени T_3 (условия на рис. 2)

мере удаления от иглы (рис. 2,*б*). Средняя скорость развития светящихся каналов, определенная по эопограммам, приближалась к скорости звука в масле либо была выше нее и составила $(1{,}45–1{,}5) \cdot 10^3$ м/с. Эта величина не изменялась во время движения каналов вплоть до полного перекрытия промежутка. Движение каналов в промежутке сопровождалось предразрядным током и фототоком. Сопоставление эопограмм, однокадровых электронно-оптических снимков и шлирен снимков с осциллограммами ПТ и ФТ в определенные моменты времени развития разряда показало, что его характер связан с несколькими одновременно развивающимися процессами: удлинением, размножением, ветвлением и затуханием каналов. Резкий спад тока (момент T_2 на рис. 2,*а*) наблюдался после погасания основной массы каналов. На эопограмме (рис. 2,*б*) этому моменту соответствует лишь очень слабое свечение. На однокадровых электронно-оптических снимках в этот момент регистрируется только один светящийся канал (рис. 2,*в*).

Движение одиночного светящегося канала (назовем его моноканалом) с момента (T_2) его выделения (после погасания основной массы каналов) до момента контакта с плоскостью (T_3) сопровождалось протеканием тока амплитудой $(2{,}5–5) \cdot 10^{-3}$ А.

Однако на шлирен снимках, соответствующих этому моменту, видно, что практически все каналы остаются в промежутке (рис. 2,*г*), но продолжает светиться только один моноканал (на рис. 3 обозначен буквой "М"). На негативах отчетливо видно, что погасшие каналы состоят из отдельных

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

микропузырьков, на периферии которых регистрируются ударные волны. Радиус моноканала ("М" на рис. 3) изменяется от $(4{,}8–5)\cdot10^{-5}$ м у иглы до $(3–10)\cdot10^{-6}$ м у его вершины.

В момент касания моноканалом плоскости (рис. 2, *б*, *в*) не происходит пробой промежутка, а наблюдается только вспышка моноканала в месте контакта. Полный пробой промежутка происходит через несколько микросекунд после момента касания плоскости одновременно с преобразованием моноканала в яркий канал, что сопровождается импульсами тока нарастающей амплитуды. Период времени с момента контакта моноканала с плоскостью сокращается при увеличении амплитуды импульса, а также зависит от типа масла (наибольшие значения, полученные для масла ТКп, составили около $3\cdot10^{-6}$ с при минимальном пробивном напряжении, соответствующем 1 % вероятности пробоя; наименьшие — около 10^{-6} с при увеличении напряжения до $7\cdot10^{4}$ В).

Полученные экспериментальные данные позволяют провести оценки некоторых параметров моноканала.

Средний продольный градиент в канале $\bar{\varphi}$ оценивался следующим образом. Вначале определялось время контакта моноканала с плоским электродом, начиная с момента приложения высокого напряжения к промежутку. На осциллограммах ПТ и ФТ этому моменту времени соответствует единичный импульс тока после спада основного тока (рис. 2, момент T_3), а на эопограммах — вспышка на конце моноканала. Затем по осциллограммам напряжения оценивалось остающееся напряжение на промежутке $U_{ост}$, соответствующее времени контакта моноканала с плоскостью. Для данных рис. 2 время с момента наложения импульса напряжения на промежуток до момента контакта моноканала с плоскостью составило $8{,}3\cdot10^{-6}$ с, чему, согласно осциллограмме, соответствует напряжение на 4 % ниже первоначального значения, т. е. $5{,}76\cdot10^{4}$ В. Далее по однокадровым электронно-оптическим снимкам оценивалась длина моноканала в момент его контакта с плоскостью с учетом его геометрии, что составило около $2{,}85\cdot10^{-2}$ м (рис. 2). Средний продольный градиент определялся как частное от деления $U_{ост}$ на длину моноканала и составил для данного случая $20{,}2\cdot10^{5}$ В/м.

При изменении радиуса иглы динамика и характер развития разряда изменялся, однако величина $\bar{\varphi}$ была неизменной.

При увеличении длины промежутка величина $\bar{\varphi}$ (для данного радиуса иглы) незначительно уменьшалась. Для иглы с радиусом $3\cdot10^{-5}$ м при длине промежутка $5\cdot10^{-2}$ м значение φ составило $1{,}76\cdot10^{6}$ В/м, а при той же длине промежутка, но при радиусе электрода $5\cdot10^{-6}$ м оно равнялось $1{,}65\cdot10^{6}$ В/м. В целом в условиях данного эксперимента значение $\bar{\varphi}$ изменялось в пределах $(1{,}5–2{,}2)\cdot10^{6}$ В/м.

Плотность тока в моноканале оценивалась по величине тока, сопровождающего его развитие, и по радиусу моноканала. Этот ток оценивался двумя способами — на основании теневых картин и по однокадровым электронно-оптическим снимкам. Для рис. 2 усредненный по длине радиус моноканала по теневым снимкам составил $2{,}2\cdot10^{-5}$ м, а для тех же условий по электронно-оптическим снимкам составил в среднем $3{,}7\cdot10^{-5}$ м. Соответственно плотность тока в моноканале $\bar{J}$ при токе $4\cdot10^{-3}$ А составила $2{,}63\cdot10^{6}$ и $9\cdot10^{5}$ А/м^2.

Более точно значение $\bar{J}$ в данном случае оценить нельзя, поскольку неясно, в каком сечении канала локализуется основная плотность тока. Исследования показали, что величина $\bar{J}$ в условиях данного эксперимента изменяется в пределах $3\cdot10^{5}–3\cdot10^{6}$ А/м^2.

Сопротивление моноканала можно оценить по величине $U_{ост}$ и значению тока в момент развития моноканала, и для рассматриваемых условий оно составляет $R = 1{,}44\cdot10^{7}$ Ом.

Для условий данного эксперимента значение R изменялось в пределах $(1–2)\cdot10^{7}$ Ом. Удельная проводимость моноканала для рассматриваемых условий составит $Y = 1{,}3$ Ом$^{-1}\cdot$м$^{-1}$.

Если принять (в грубом приближении), что скорость развития моноканала $\bar{V}$ не выше скорости электрона, то концентрацию электронов в моноканале можно оценить по формуле

$$N = \frac{\bar{J}}{q\bar{V}},$$

где q — заряд электрона $(1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл). Для рассчитанных значений плотности тока $2{,}63\cdot10^{6}$ и $9\cdot10^{5}$ А/м^2 число частиц составит соответственно 10^{22} и $3{,}8\cdot10^{21}$ м$^{-3}$.

Максимальную напряженность на вершине моноканала можно оценить по известной формуле при аппроксимации геометрии вершины моноканала гиперболоидом вращения:

$$E_м = \frac{2U}{r_0 \ln 4L/r_0},$$

где r_0 — радиус вершины моноканала, равный $3\cdot10^{-6}$ и 10^{-5} м; L — длина моноканала.

Для данных значений радиуса вершины моноканала при напряжении $5{,}8\cdot10^{4}$ В и при длине моноканала, сравнимой с длиной промежутка, т. е. $2{,}7\cdot10^{-2}$ м, максимальная напряженность поля на

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

его вершине составит соответственно $3{,}6 \cdot 10^9$ В/м и $1{,}2 \cdot 10^9$ В/м.

Следует отметить, что перекрытие масляного промежутка без пробоя наблюдалось ранее в близких экспериментальных условиях [6]. Светящийся одиночный канал был назван первичным каналом. Там же были получены близкие к приведенным выше значения скорости и продольного градиента в канале. Однако имеются существенные расхождения в оценках плотности тока и максимальной напряженности поля. Так, значения $\bar{J}$ и $E_м$ по данным [6] составили $(2-10) \cdot 10^7$ А/м^2 и 10^{10} В/м, а по данным наших экспериментов — $3 \cdot 10^6$ А/м^2 и $3{,}6 \cdot 10^9$ В/м. Отмеченное здесь расхождение, видимо, связано с различными оценками радиуса канала и тока в нем. В [6] из-за низкого разрешения аппаратуры не были зафиксированы диаметр канала и ток в канале. Радиус канала оценивался по фигурам Лихтенберга при разряде в масле по поверхности фотопластинки. Ток оценивался как среднее от деления значения тока (фиксируемого в паузах между толчками) на число каналов. В данных экспериментах оба параметра были получены одновременно путем прямых измерений при развитии моноканала в объеме масла.

Формальное сопоставление свойств и характеристик моноканала с известными данными по стримерно-лидерным процессам в воздушных промежутках большой длины позволяет отметить следующее. С одной стороны, моноканал в масле обладает свойствами, характерными для стримеров импульсной короны (или для стримерной зоны лидера в воздухе): слабая светимость, непрерывное (а не ступенчатое) развитие в промежутке, относительно однородная пространственная структура, отсутствие пробоя при перекрытии промежутка. Однако моноканал в масле имеет скорость на два порядка ниже и продольный градиент в 4 раза выше, чем у стримера в воздухе. Это не позволяет считать его стримером. Сравнение с лидером в воздухе показывает, что, с другой стороны, моноканал в масле обладает свойствами, характерными для лидера, поскольку имеет близкие значения проводимости, степени ионизации вещества в канале и эффективной скорости удлинения. Сюда же можно отнести и тот факт, что, как и лидер в воздухе, моноканал в масле существенно увеличивает напряженность поля в глубине промежутка. Вместе с тем моноканал не обладает характерной для лидерного процесса пространственной структурой в виде яркого канала со слабосветящейся стримерной зоной. Отсутствует также и характерное для лидера ступенчатое (вспышечное) распространение в промежутке.

Следовательно, физические свойства наблюдаемого моноканала не отвечают в полной мере ни стримеру, ни лидеру в воздухе, но в то же время имеют определенные сходные черты с тем и другим образованием. В данном случае моноканал существует в промежутке в течение длительного времени и обладает очень высоким собственным сопротивлением. Это может существенно ограничить ток проводимости в канале, особенно после его контакта с плоскостью, когда исчезает ток смещения. Ограничение тока ухудшает условия прогрева канала и не обеспечивает проводимость, достаточную для разогрева канала до температуры, соответствующей нарастанию высокой концентрации электронов. Значительные концентрации частиц, указанные выше, могут быть связаны с тем, что по мере развития моноканала проводимость его может изменяться во времени благодаря рекомбинационным процессам. Участки канала, которые возникли позднее, могут иметь существенно более высокую проводимость.

Все это позволяет предположить, что в данном случае моноканал является скорее несовершенным лидером, чем стримером.

Более точные оценки природы моноканала требуют дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.

Разряд при перенапряжениях. В интервале напряжения от $U_{пр\,50\,\%}$ до $2U_{пр\,50\,\%}$ увеличивались скорость, число и длина каналов, степень их деления, предразрядный ток и фототок, сокращалось предразрядное время. Характерной особенностью разряда при напряжении, близком к $U_{пр\,50\,\%}$, были хаотичные вспышки некоторых каналов и импульсы ПТ амплитудой до $5 \cdot 10^{-2}$ А. В момент вспышки канал приобретал более сложную пространственную структуру (рис. 4), а проводимость его была достаточной для короткого замыкания электродов.

Существенное изменение характера разряда наблюдалось при $U > (2-4)U_{пр\,50\,\%}$. На шлирен снимках (рис. 4,*в*) видно, что в момент инициирования разряда в 2–3 локальных зонах на вершине иглы возникают структуры радиусом $(0{,}2-0{,}25) \cdot 10^{-3}$ м в виде коротких пучков, состоящих из слабосветящихся каналов, генерирующих ударные волны. Вслед за ними выделяется микроканал радиусом $(1-1{,}2) \cdot 10^{-5}$ м с 2–3 тонкими слабосветящимися каналами радиусом $(3-6) \cdot 10^{-6}$ м, сходными с моноканалом при $U_{пр\,1-10\,\%}$. Размножение микроканалов приводит к появлению у иглы сферического образования (сферы), состоящего из 2–3 крупных комплексов, включающих яркий канал и несколько боковых стеблей, заканчивающихся кистеобразными фор-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

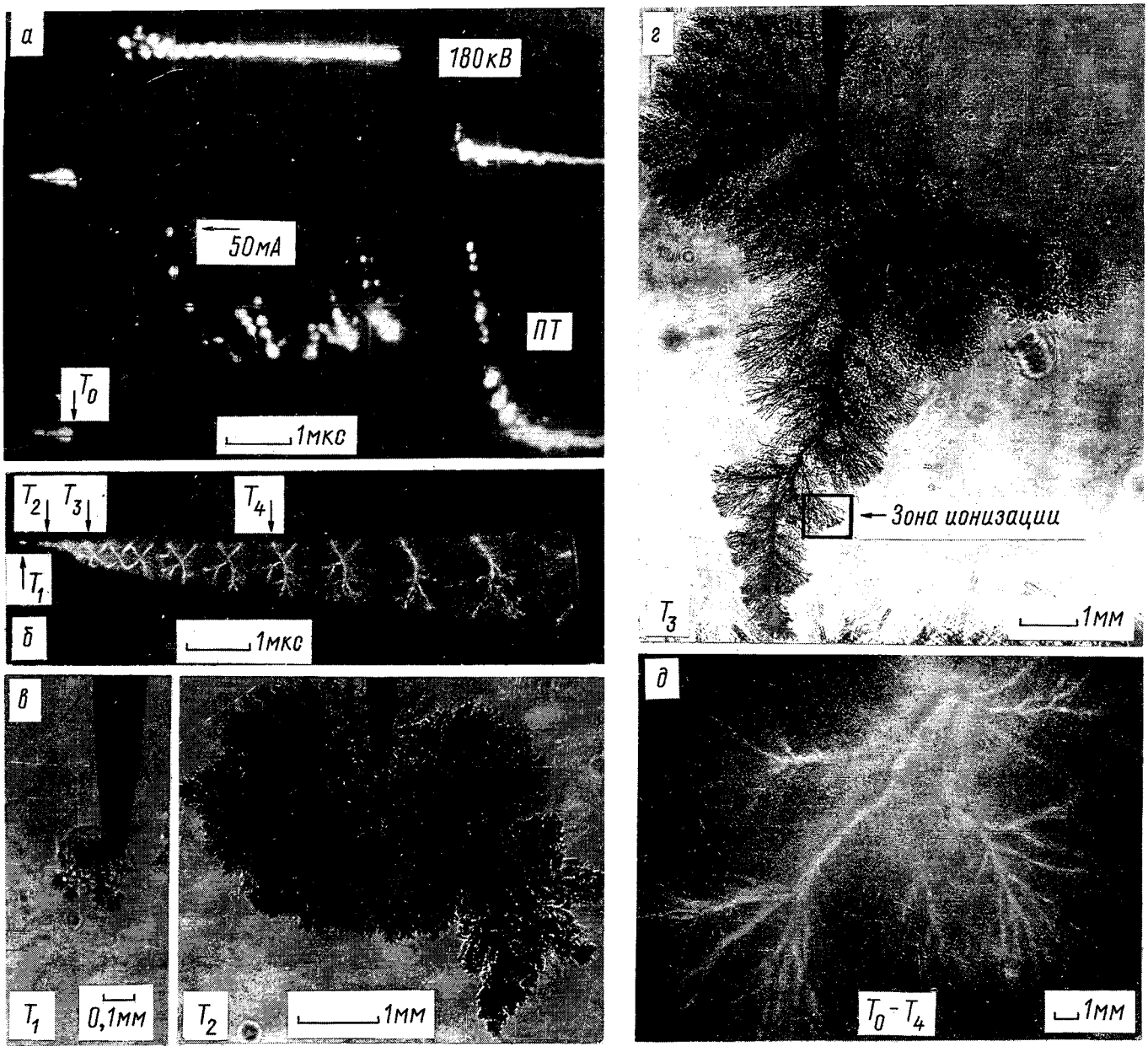


Рис.4. Картина развития разряда в масле ГК при перенапряжении (промежуток игла—плоскость длиной $2{,}75 \cdot 10^{-2}$ м, напряжение $1{,}8 \cdot 10^5$ В):

а — напряжение и предразрядный ток; *б* — фотохронограмма разряда; *в*, *г* — шлирен снимки разряда в различные моменты времени его развития (экспозиция кадра 10^{-8} с); *д* — статический электронно-оптический снимок разряда (экспозиция кадра $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ с)

мированиями (рис. 4, *в*, *д*). Инициирование разряда, выделение микроканала и образование сферы сопровождается непрерывным свечением, появлением дискретно вспыхивающего канала и импульсами ПТ амплитудой до $5 \cdot 10^{-2}$ А (рис. 4 *а*, *б*). Однако ни тонкая структура микроканала, ни форма сферического образования на ЭОП не фиксируются из-за более низкого, чем у шлирен системы, пространственного разрешения (рис. 4, *д*).

При достижении радиуса сферы $(1{,}5–2) \cdot 10^{-3}$ м в момент очередной вспышки один из каналов внезапно выходит за сферу и развивается с большой скоростью — около $9 \cdot 10^3$ м/с (на фотохронограммах моменту выделения быстрого канала соответствует излом на рис. 4), которая, однако, уже через $(0{,}8–1) \cdot 10^{-6}$ с снижается до скорости сферы $5 \cdot 10^3$ м/с, вероятно, в результате наблюдаемого интенсивного деления канала.

Быстрый канал имеет сложную пространственную структуру в виде яркого основного канала, ярких боковых стеблей и кистеобразных формирований радиусом $(0{,}7–1{,}2) \cdot 10^{-3}$ м, состоящих из 20 и более слабосветящихся каналов радиусом $(3–6) \cdot 10^{-6}$ м, на фронте которых регистрируются ударные волны. Интенсивность свечения этих структур и размеры их значительно меньше, чем у

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

быстрого канала и его стеблей. Поэтому они не были обнаружены нами в предыдущих исследованиях [12] из-за низкого пространственного разрешения, которое присуще ЭОП. Используемая шлирен система имеет высокое пространственное разрешение, поэтому размеры зафиксированных структурных элементов быстрого канала, по-видимому, являются окончательными, по крайней мере, для данных условий.

Регистрируемые предразрядные образования имеют сложную пространственную структуру. Однако из эопограмм (рис. 4,*а*) видно, что через 10^{-6} с прекращается свечение сферы и в промежутке остается собственно канал (на рис. 4,*а* видно развитие двух каналов), который регулярно вспыхивает с интервалом 10^{-6} с и более. На шлирен снимках видно, что канал имеет боковые ветви, на вершине которых наблюдаются упомянутые кистеобразные формирования (рис. 4,*г*). Радиус каналов по шлирен снимкам составляет около $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ м, а ток в момент вспышки достигает $5 \cdot 10^{-2}$ А, чему соответствует плотность тока около $2{,}5 \cdot 10^{7}$ А/м^2. Число частиц в канале при скорости его продвижения около $5 \cdot 10^{3}$ м/с составляет $3 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$, а проводимость достигает 1 Ом$^{-1}\cdot$м$^{-1}$.

Совместный анализ шлирен снимков и эопограмм развития ступенчатого канала показал, что удлинение канала за одну ступень (вспышку) происходит на длину, соизмеримую с размерами кистеобразных формирований (около 10^{-3} м). Ступенчатый характер развития канала предопределяет наличие характерных узлов (они хорошо видны на шлирен снимках рис. 4,*г*), расстояние между которыми соответствует длине кистеобразных формирований. Интересно отметить, что если включить шлирен систему между вспышками, то окажется, что канал имеет в этот момент вырожденную структуру и не содержит кистеобразных формирований. Таким образом, в данном случае характеристики предразрядного образования существенно отличаются от характеристик для моноканала, существующего при низкой вероятности пробоя. Главные отличия — регулярное ступенчатое развитие канала, более сложная пространственная структура, включающая собственно яркий канал и многочисленные кистеобразные слабосветящиеся формирования на его вершине и боковых ветвях, более высокая скорость, проводимость и плотность тока. Перекрытие промежутка таким каналом приводит к немедленному пробою.

Приведенные характеристики — такие как скорость, плотность тока, степень ионизации вещества, частота вспышек, достаточно близки к характеристикам лидерного процесса в длинных воздушных промежутках. Ступенчатость процесса и его сложная пространственная структура также являются характерными для лидера в воздухе. Все вместе дает основание считать, что пробой масла при значительных перенапряжениях осуществляется лидерным процессом. Это позволяет назвать наблюдаемый яркий вспыхивающий канал лидером, а кистеобразные формирования — зоной ионизации (одна из таких зон указана на рис. 4,*г*). Необходимо отметить, что тонкая структура и размеры зоны ионизации в объеме масла впервые зафиксированы в описываемых исследованиях. Длина зоны ионизации оказалась существенно меньше размеров $(3\text{—}6) \cdot 10^{-3}$ м, которые были получены в [6] на основании косвенных оценок.

Следует подчеркнуть, что лидерные процессы в масле и в воздухе существенно отличаются структурой и размерами зон ионизации.

Величины продольного градиента потенциала в канале лидера и в зоне ионизации в данных экспериментах непосредственно не были измерены. В литературе подобные данные для масла приведены лишь в работе [6]. Средний градиент в зоне ионизации на головке лидерного канала непосредственно не измерялся и был принят равным $(1{,}5\text{—}1{,}8) \cdot 10^{6}$ В/м в канале, который развивается от металлической иглы при низких вероятностях пробоя. Справедливость таких оценок сегодня трудно как доказать, так и опровергнуть. Полученные в наших экспериментах данные относительно скорости канала, развивающегося от иглы при низких вероятностях пробоя, его диаметра и интенсивности свечения в последней стадии развития близки к значениям этих величин для каналов в зоне ионизации. Это, по крайней мере, не противоречит методике оценки, принятой в [6], и позволяет принять градиент в зоне ионизации лидера в пределах $(1{,}5\text{—}2{,}2) \cdot 10^{6}$ В/м. Учитывая, что длина зоны ионизации определяется потенциалом головки лидера (из-за сложной пространственной структуры лидерного канала термин "головка лидера" используется условно), можно оценить средний продольный градиент в канале лидера, используя для расчета полученные данные относительно размеров лидерного канала и зоны ионизации. В результате обработки многих теневых снимков лидера, полученных в разное время его развития, оказалось, что эквивалентная длина лидера (общая длина с учетом длин боковых ветвей) примерно в два раза больше эквивалентной длины зоны ионизации (всех зон, регистрируемых на головке и боковых ветвях лидера). При $2 \cdot 10^{-6}$ с эквивалентная длина лидера составляет около 0,12 м, а эквивалентная длина зоны ионизации — около 0,06 м. При градиенте в зоне ионизации около $2 \cdot 10^{6}$ В/м потенциал головки лидера составит около $1{,}2 \cdot 10^{5}$ В, а значение $\bar{\varphi}$ — около $5 \cdot 10^{5}$ В/м.

Литературные данные по величине $\bar{\varphi}$ в лидерном канале в масле также ограничиваются

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

сведениями в [6]. Значение $\bar{\varphi}$ порядка $(2-8)\cdot 10^5$ В/м было получено в [6] с помощью зондовых измерений при поверхностном разряде в масле, а затем перенесено на объем масла при создании общей картины разряда. Тем не менее приведенные выше оценки $\bar{\varphi}$ и данные [6] по порядку величины совпадают.

В описываемой работе были предприняты попытки экспериментального определения величины $\bar{\varphi}$ в лидерном канале по методике, изложенной в [12]. Суть ее заключалась в регистрации на осциллограмме падения напряжения, возникающего при развитии лидера, а также длины канала лидера в этот момент. Частное от деления этих величин и составляло искомое значение $\bar{\varphi}$ в лидерном канале. Полученные таким образом значения $\bar{\varphi}$ находились в пределах $(1,7-5)\cdot 10^5$ В/м. Однако следует признать, что такой способ оценки величины $\bar{\varphi}$ требует дополнительных исследований для доказательства того, что регистрируемая амплитуда частичного среза напряжения относится именно к лидерному каналу, а не является реакцией электрической цепи на появление лидера.

По существу, вопрос о значениях градиентов в лидерном канале и в зоне ионизации в объеме масла на данный момент следует считать открытым. Наиболее приемлемые значения $\bar{\varphi}$ в лидерном канале и в зоне ионизации могут быть получены с помощью прямых измерений этих величин в объеме масла бесконтактными методами. Однако такой способ измерения, учитывая современный уровень техники, очень малые размеры и высокую скорость в зоне ионизации, практически нельзя реализовать.

Эксперименты показали, что относительно устойчивый лидерный процесс (вспышки канала регулярно повторяются вплоть до перекрытия промежутка) в масле возникает только в результате формирования у иглы сферы радиусом $(1,5-2)\cdot 10^{-3}$ м, которая состоит из каналов с высокой проводимостью. Возникновение сферы приводит к перераспределению поля в промежутке — снижению поля у иглы, увеличению поля в промежутке "сферическое образование — плоскость" и увеличению поля в объеме жидкости вблизи границы сферы.

Эти соображения позволяют предположить, что относительно устойчивый лидерный процесс в масле должен существовать в промежутках, где коэффициент неоднородности, характер распределения поля и его параметры близки к этим величинам при возникновении лидерного процесса. Средняя напряженность поля $\bar{E}$ между сферическим образованием и плоскостью для случая на рис. 4 составляет около $6{,}5\cdot 10^6$ В/м, а напряженность поля на границе сферы рассчитывается по известной формуле

$$E_{\text{с.о}} = 0{,}9\bar{E}\,\frac{R_{\text{с.о}} + L}{R_{\text{с.о}}}$$

и составляет около $8\cdot 10^6$ В/м. Здесь L — расстояние между сферическим образованием и плоскостью $(2{,}5\cdot 10^{-2}$ м); $R_{\text{с.о}}$ — радиус сферы $(2\cdot 10^{-3}$ м).

Коэффициент неоднородности поля в данном случае составляет 12. Результаты, представленные ниже, показывают, что данное предположение в определенной мере подтверждается.

Промежутки стержень — плоскость. Совокупность явлений, названных выше лидерным процессом, наблюдалась в промежутках стержень — плоскость длиной от $8{,}2\cdot 10^{-3}$ м до $2{,}75\cdot 10^{-2}$ м при определенной амплитуде напряжения (в данных экспериментах амплитуда напряжения достигала $3{,}7\cdot 10^4$ В). Радиус вершины стержня изменялся от $0{,}34\cdot 10^{-3}$ м до $7{,}9\cdot 10^{-3}$ м, а величина f уменьшалась до 1,8.

На рис. 5 приведены картины разряда в промежутке длиной $2{,}75\cdot 10^{-2}$ м при радиусе стержня $5\cdot 10^{-4}$ м, где $f = 40$. В данном случае минимальное напряжение зажигания разряда (вероятность около 10 %) и пробивное напряжение совпадали и составляли $1{,}08\cdot 10^5$ В. Эта величина в 2,6 раза выше, чем в предыдущем случае (промежуток той же длины, но радиус стержня $3\cdot 10^{-5}$ м). Причем с момента зажигания разряда в течение некоторого времени наблюдался ступенчатый характер его распространения. Пространственная структура и размеры ее характерных частей (рис. 5,*б*) были близкими к структуре лидерного процесса. Однако примерно через $2\cdot 10^{-6}$ с ступенчатое развитие канала прекращалось. Образованный в результате нескольких вспышек канал имел характерную узловатую структуру и затем вырождался во множество слабосветящихся каналов (рис. 5,*в*), которые развивались непрерывно в промежутке вплоть до его перекрытия. Перекрытие происходило сразу несколькими каналами, что немедленно приводило к его пробою.

Приведенные данные показывают, что характер разряда при минимальном напряжении зажигания в резконеоднородном поле ($f > 100$) и в данном случае ($f = 40$) принципиально различен. Выравнивание распределения поля приводит к резкому сокращению стадии непрерывного развития слабосветящихся каналов. Практически с момента возникновения разряд распространялся в лидерной форме. В резконеоднородном поле такая форма развития разряда наблюдалась только при значительных перенапряжениях (рис. 4).

Устойчивый характер лидерного процесса в

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

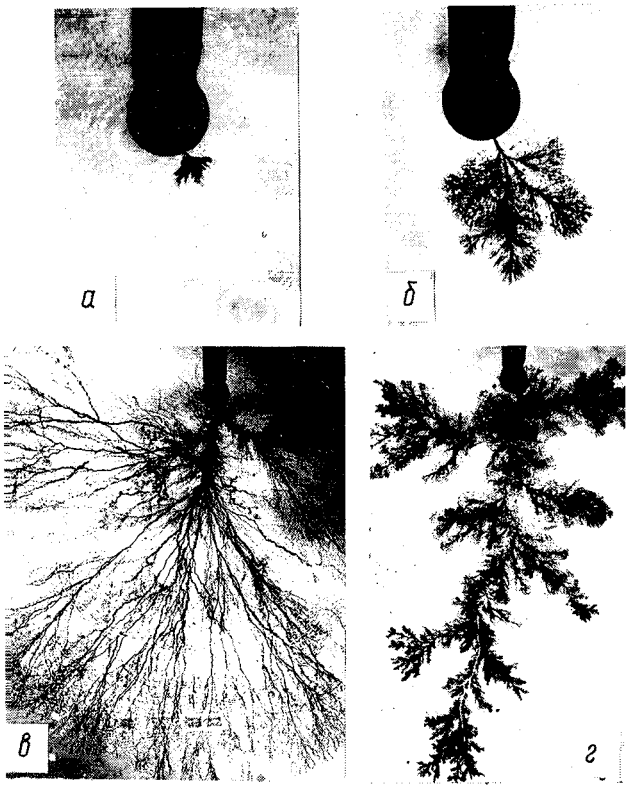


Рис. 5. Шлирен снимки характерных стадий развития лидерного процесса в промежутке стержень—плоскость при различных перенапряжениях (маслю ТКп, радиус вершины стержня $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, длина промежутка $2{,}75 \cdot 10^{-2}$ м, экспозиция кадра 10^{-8} с):

а, г — развитие лидера при значительном перенапряжении $U = 2{,}2U_{\text{пр 50 \%}} = 2{,}45 \cdot 10^5$ В); *б, в* — развитие лидера при напряжении, близком к $U_{\text{пр 50 \%}}$ ($U = 1{,}14 \cdot 10^5$ В)

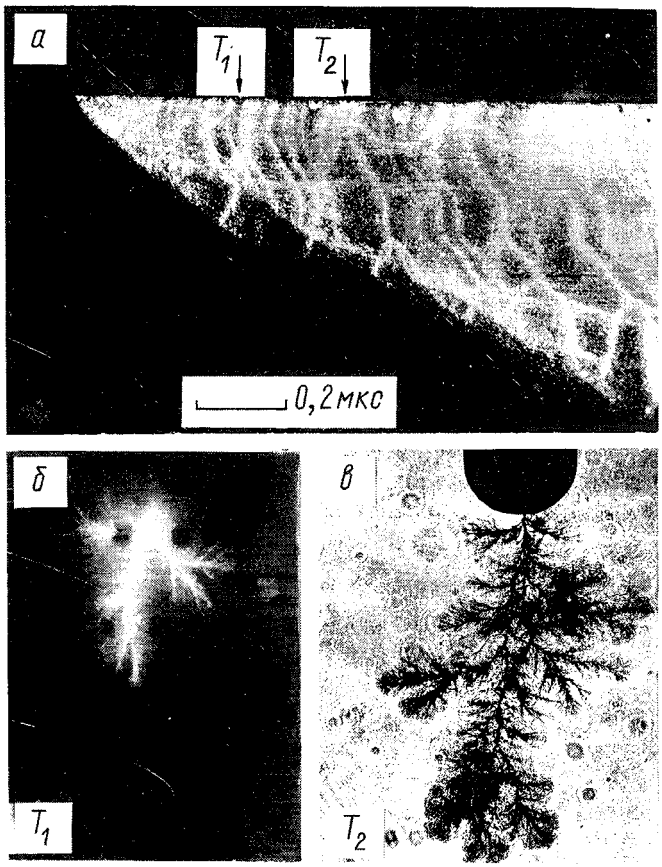


Рис. 6. Картина развития разряда в масле ГК в промежутке стержень—плоскость (радиус вершины стержня $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, длина промежутка $2 \cdot 10^{-2}$ м, напряжение $2{,}4 \cdot 10^5$ В):

а — фотохронограмма разряда; *б* — электронно-оптический однокадровый снимок разряда (экспозиция кадра $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ с); *в* — шлирен снимок зоны разряда (экспозиция кадра 10^{-8} с)

данном случае наблюдался (как и в резконеоднородном поле) только при существенном перенапряжении и при формировании у вершины стержня структуры из нескольких коротких лидерных каналов (рис. 5,*а*) радиусом около $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ м. Однако в данном случае уровень перенапряжений составлял 2,2 против 3,3 в резконеоднородном поле. Одновременно возрастала средняя напряженность поля в промежутке от $6{,}5 \cdot 10^6$ В/м (в резконеоднородном поле) до $8{,}9 \cdot 10^6$ В/м (в данном случае). Момент возникновения устойчивого лидерного канала на непрерывной развертке также отмечен характерным ее изломом.

Начальная стадия развития разряда, как и в резконеоднородном поле (но при значительных перенапряжениях), начиналась с формирования у вершины стержня короткого пучка, состоящего из нескольких слабосветящихся каналов, исходящих из одной точки и окруженных ударными волнами на их фронте. По мере удлинения с постоянной скоростью около $2 \cdot 10^3$ м/с каналы непрерывно светились. На расстоянии $(5–6) \cdot 10^{-4}$ м от стержня в результате вспышки одного из каналов в основании пучка появлялся короткий отшнурованный канал (типа "ножки"), который в дальнейшем распространялся в ступенчатой форме и имел схожую с лидерным каналом структуру (рис. 5, *а*, *б*). По существу этот канал (или "ножка") является первой ступенью лидера.

Примечательно, что лидерный процесс при определенной напряженности поля реализуется на очень коротком расстоянии от электрода (менее 10^{-3} м).

Приведенные данные подтверждают предположение о том, что для устойчивого развития лидера в промежутке необходимо не только достижение определенной средней напряженности поля во всем промежутке, но также наличие некоего объема масла, в котором максимальная напряженность была бы по крайней мере на порядок величины больше средней напряженности.

На рис. 6 приведены данные для промежутка стержень—плоскость, параметры которого (радиус стержня $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, длина промежутка $2 \cdot 10^{-2}$ м, коэффициент неоднородности поля 10) наиболее близки к параметрам промежутка, сформированно-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

го в результате возникновения сферы на игле (рис. 4) или на стержне (рис. 5). Как и в предыдущих случаях, начальная стадия разряда связана с возникновением короткого пучка из слабосветящихся, расходящихся в пространстве каналов, распространяющихся непрерывно (во времени) со скоростью примерно $3{,}5 \cdot 10^3$ м/с. Через $(2{-}2{,}5) \cdot 10^{-8}$ с один из каналов вспыхивал, в результате чего у электрода возникал короткий яркий канал радиусом $(3{-}3{,}5) \cdot 10^{-5}$ м с характерной кистеобразной структурой на конце (лидерный канал). С этого момента лидерный канал развивался в ступенчатой форме. Пространственная структура, размеры ее элементов, ступенчатый характер развития, близкие значения токов (0,1—0,3 А) в момент вспышки канала сопоставимы с приведенными выше. Однако характерным отличием лидерного процесса в данном случае от аналогичного процесса в резконеоднородном поле ($f = 40$) является его возникновение без перенапряжения при амплитуде импульса, соответствующей низкой вероятности пробоя (10—15 %). Однако средняя напряженность поля в промежутке была более высокой (около $1{,}2 \cdot 10^7$ В/м). Кроме того, в данном случае развитие лидера с момента его возникновения до перекрытия промежутка происходило без предварительного формирования сферы, как это наблюдалось в резконеоднородном поле ($f > 40$).

Скорость развития лидера с момента возникновения первой ступени и до перекрытия промежутка уменьшалась с $4{,}5 \cdot 10^4$ м/с до $(1{,}5{-}2) \cdot 10^4$ м/с. Уменьшение скорости сопровождалось увеличением поперечных размеров всего предразрядного образования за счет ветвления лидера и формирования новых каналов. Пауза между ступенями (вспышками) лидера уменьшилась до $3 \cdot 10^{-8}$ с.

Все это говорит о том, что именно в промежутке, для которого $f \approx 10$, создаются критические условия для формирования устойчивого лидерного процесса при низкой вероятности пробоя. Величина напряжения, соответствующего низкой вероятности пробоя (иногда называемая минимальным пробивным напряжением) используется при расчете изоляции трансформаторов, и потому анализ явлений при этом уровне напряжения представляет особый интерес.

Непосредственные наблюдения процесса формирования лидера показали, что зажигание разряда происходит на той части вершины стержня, где напряженность поля составляет не менее 90 % максимальной. При этом развитие устойчивого лидера возможно при максимальной напряженности поля на электроде около $6{,}6 \cdot 10^7$ В/м и при средней напряженности поля в промежутке около $1{,}2 \cdot 10^7$ В/м.

Приведенные экспериментальные данные показывают, что формирование устойчивого лидера происходит в объеме масла с определенной напряженностью поля. Отсюда возможен вывод, что этот объем ограничен силовыми линиями, исходящими из точек на поверхности электрода с напряженностью поля, равной 90 % максимальной, и эквипотенциалью, расположенной на уровне, где напряженность спадает до средней напряженности в промежутке. Для данных условий этот объем (назовем его критическим) составляет около $4 \cdot 10^{-8}$ м^3, а средняя напряженность поля в нем — около $3{,}9 \cdot 10^7$ В/м.

Дальнейшие исследования в промежутках, для которых $f = 10{-}12$, показали, что, независимо от радиуса электрода или длины промежутка, в них наблюдается возникновение устойчивого лидерного процесса.

Обнаруженные закономерности этого процесса (как и его характерные особенности) сохранялись при дальнейшем выравнивании распределения поля. В промежутке длиной $8{,}2 \cdot 10^{-3}$ м, образованном стержнем радиусом $7{,}9 \cdot 10^{-3}$ м, лидерный процесс возникал при увеличении средней напряженности поля до $4{,}2 \cdot 10^7$ В/м и снижении вероятности пробоя до 1 %.

Обобщенные данные по развитию лидерного процесса в трансформаторном масле. Пробой масляных промежутков (длина от $8{,}2 \cdot 10^{-3}$ м до $5 \cdot 10^{-2}$ м при изменении радиуса электрода от $5 \cdot 10^{-6}$ м до $7{,}9 \cdot 10^{-3}$ м и коэффициента неоднородности поля от 1,8 до 1500) при определенной амплитуде положительного импульса обусловлен процессом, качественно напоминающим лидерный процесс в длинных воздушных промежутках.

В резконеоднородном поле ($f = 100{-}1500$) лидерный процесс наблюдается только при значительных перенапряжениях, когда средняя напряженность поля в промежутке достигает $(5{,}5{-}6) \cdot 10^6$ В/м.

В промежутках с коэффициентом неоднородности поля от 10 до 100 средняя напряженность поля при появлении лидерного процесса находится в пределах $(7{-}12) \cdot 10^6$ В/м.

В промежутках с умеренной степенью неоднородности поля и в слабонеоднородном поле средняя напряженность поля при возникновении лидерного процесса находится в пределах $(1{,}1{-}4{,}2) \cdot 10^7$ В/м.

По мере выравнивания распределения поля и роста его средней напряженности для появления лидерного процесса требуется все меньшее перенапряжение на промежутке. В слабонеоднородном поле ($f = 1{,}8{-}4$) это явление регистрируется уже при вероятности пробоя около 1 %.

Характерно, что в резконеоднородном поле ($f = 35{-}1500$) лидерный процесс возникает только после перераспределения поля в промежутке (за

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

счет возникновения сферы из коротких отрезков лидерных каналов), что уменьшает коэффициент неоднородности до 10—15.

В умеренно неоднородных ($f = 10$—15) и в слабонеоднородных ($f = 1{,}8$—4) полях лидерный процесс возникает непосредственно с электрода при напряжении, соответствующем низкой вероятности пробоя (1—10 %). Причем для его формирования достаточно иметь объем масла около $4 \cdot 10^{-8}$ м^3 со средней напряженностью поля в нем на уровне $(3{,}5$—$4) \cdot 10^7$ В/м. Независимо от степени неоднородности поля начальная (регистрируемая) стадия процесса связана с возникновением вблизи положительного электрода короткого пучка из нескольких слабосветящихся, расходящихся в пространстве каналов, распространяющихся со сверхзвуковой скоростью $(1{,}5$—$40) \cdot 10^3$ м/с. Развитие каналов происходит в непрерывной форме и сопровождается возникновением ударных волн. При достижении длины $(0{,}2$—$0{,}7) \cdot 10^{-3}$ м один из каналов вспыхивает, в результате чего формируется первая ступень лидера в виде короткого яркого канала радиусом около $3 \cdot 10^{-5}$ м с зоной ионизации на конце, состоящей из нескольких десятков слабосветящихся каналов радиусом $(3$—$6) \cdot 10^{-6}$ м. С момента возникновения первой ступени и до перекрытия промежутка лидерный канал распространяется в ступенчатой форме, что сопровождается импульсами ПТ и ФТ, соответствующими очередной вспышке.

Следует отметить, что характерная картина в виде короткого отшнурованного канала с развитой зоной на конце (названная здесь первой ступенью лидера) наблюдалась ранее с помощью шлирен метода на импульсном напряжении в нескольких работах.

Автор [13] зарегистрировал подобное образование в н-гексане (промежуток длиной $5{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, плоские электроды диаметром $2{,}54 \cdot 10^{-2}$ м); авторы [14] — в трансформаторном масле (промежуток длиной $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ м, сферы диаметром $1{,}27 \cdot 10^{-2}$ м); авторы [15] — в эфире и дистиллированной воде (промежутки длиной $2 \cdot 10^{-3}$ м, сферы диаметром до $3 \cdot 10^{-2}$ м). Во всех случаях длина отшнурованного канала составила около $5 \cdot 10^{-4}$ м, что соответствует и данным описываемой работы. Однако авторы [13—15] не связывали появление наблюдаемых структур с формированием первой ступени лидера. Для такого вывода у них не было оснований, поскольку фиксировался только один кадр, а непрерывная развертка свечения канала не производилась; кроме того, не измерялся ток, сопровождающий процесс развития лидера.

Данные [13—15] и приведенные в настоящей статье экспериментальные результаты показывают, что формирование лидерного процесса в жидкости при определенном уровне средней напряженности поля возможно в промежутках длиной от 10^{-3} м и выше. Если (по аналогии с воздухом) длинными называть промежутки, в которых формируется лидер, то уже и промежуток 10^{-3} в жидкости, где возможно развитие двух ступеней лидера, можно считать "длинным".

В дальнейшем лидерный канал может развиваться по разным траекториям и образовывать боковые ветви; однако удлинение его, как и каждой из ветвей, за одну ступень происходит неизменно на длину зоны ионизации. Лидер в масле имеет характерную узловатую структуру, причем расстояния между узлами сопоставимы с длиной зоны ионизации. Диаметр лидерного канала — $(6$—$6{,}5) \cdot 10^{-5}$ м, скорость — $2 \cdot 10^4$ м/с, паузы между вспышками — $3 \cdot 10^{-8}$ с, степень ионизации вещества в канале — 10^{22} м$^{-3}$, проводимость — около 1,0 Ом$^{-1} \cdot$м$^{-1}$. Длина зоны ионизации лидера достигает $(1$—$1{,}2) \cdot 10^{-3}$ м, а радиус и число каналов равны соответственно $(3$—$6) \cdot 10^{-6}$ м и 20; скорость продвижения зоны ионизации соизмерима со скоростью лидера и достигает $2 \cdot 10^4$ м/с. По существу этими данными исчерпываются конкретные сведения об этой структуре, полученные путем прямых измерений.

Значения средних градиентов в зоне ионизации и в канале лидера, полученные косвенными методами, составили соответственно $(1{,}5$—$2{,}2) \cdot 10^6$ В/м и $5 \cdot 10^5$ В/м.

Результаты проведенных экспериментов позволяют высказать некоторые соображения, относящиеся к практическим вопросам разработки трансформаторной изоляции.

Используемые в экспериментах масляные промежутки представляют собой (с некоторым приближением) элементарную модель главной изоляции между обмотками мощных силовых высоковольтных трансформаторов. Допустимые напряженности поля для зон середины и края обмотки при испытании полным грозовым импульсом выбираются [16] на основании расчетных минимальных пробивных напряженностей поля ($E_{\text{расч min}}$). Последние (без учета осевой составляющей) определяют при испытаниях макетов главной изоляции как средние значения на длине силовой линии от изоляции обмотки до первого (от обмотки) изоляционного цилиндра при воздействии минимального (из выборки) пробивного напряжения.

В зависимости от длины промежутка между изоляцией обмотки и первым изоляционным цилиндром (этот промежуток называют первым масляным каналом) $E_{\text{расч min}}$ изменяется в пределах $(1$—$2) \cdot 10^7$ В/м. Сравнение этих значений с данными по средним напряженностям поля, приведенным выше, показывает, что пробой изоляции при

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

уровнях напряженности поля, близких к $E_{\text{расч min}}$, происходит в результате возникновения и развития лидерного процесса. Следовательно, критерий пробоя изоляции должен учитывать все особенности развития лидерного процесса.

Критерием пробоя изоляции маслобарьерного типа считается пробой первого масляного канала. При этом, как уже указывалось, величина $E_{\text{расч min}}$ определяется как среднее значение на длине силовой линии, начинающейся от изоляции (толщина составляет $(1-1{,}5)\cdot 10^{-3}$ м) обмотки, но не от края провода катушки обмотки. В то же время на краю провода в каналах между катушками обмотки напряженность поля (по нашим оценкам) может превышать в 3—3,5 раза среднюю напряженность поля в промежутке между обмотками. В связи с этим формирование первых ступеней, обеспечивающих устойчивое развитие лидерного процесса, будет происходить именно в зоне, расположенной от края провода на расстоянии $(1-1{,}5)\cdot 10^{-3}$ м, сравнимом с толщиной изоляции обмотки, а не в удаленной от края провода области с напряженностью, близкой к ее средним значениям в промежутке. Существующий критерий пробоя не учитывает этого экспериментально установленного обстоятельства и потому не может считаться физически обоснованным. В результате этого могут быть существенно занижены допустимые напряженности поля при испытании полным грозовым импульсом, выбранные на основании существующей методики и, соответственно, приняты необоснованно высокие запасы в изоляции.

• **Выводы.** 1. Импульсный пробой масляных промежутков с коэффициентом неоднородности поля, меньшим или близким к десяти, обусловлен процессом, качественно сходным по ряду параметров с лидерным процессом в длинных воздушных промежутках.

2. Характерными особенностями лидерного процесса в масле являются незначительные размеры зоны ионизации лидера и соответственно малая длина ступеней лидера при его продвижении в промежутке.

3. Лидерный процесс реализуется на коротком расстоянии от электрода (порядка 10^{-3} м), что позволяет считать масляные промежутки более 10^{-3} м "длинными".

4. Для устойчивого развития лидера необходим критический объем масла порядка $4\cdot 10^{-8}$ м^3 вблизи вершины электрода, средняя напряженность поля в котором около $3{,}9\cdot 10^7$ В/м.

5. Современные эмпирические методики выбора допустимых напряженностей поля в изоляции силовых высоковольтных трансформаторов не учитывают условий формирования лидера, что требует их дальнейшего совершенствования.

В заключение автор выражает сердечную признательность проф. Комелькову В. С. за ряд ценных замечаний, высказанных при подготовке статьи к печати.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Комельков В. С.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках.— Изв. АН СССР. 1956, № 6.

2. **Physical** properties of leaders in large air gap discharges / P. Domens, J. Dupuy, A. Gilbert en al.– XVI Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Dusseldorf, 1983, pp. 166–167.

3. **Комельков В. С.** Механизм импульсного разряда в жидкостях.— АН СССР, 1945, т. XIV, № 4.

4. **Комельков В. С.** Развитие импульсного разряда в жидкости.— ЖТФ, 1961, т, XXXI, № 8.

5. **Liao T. W., Anderson J. G.** Propagation mechanism of impulse corona and breakdown in oil.– AIEE Trans., 1953, vol. 72, No. 1, pp. 641–647.

6. **Ушаков В. Я.** Импульсный электрический пробой жидкостей.— Томск: ТГУ, 1975.

7. **Felici N. J.** Blazing a fiery trail with the hounds.– IEEE Trans. on Electrical Insulation, 1988, vol. EI–23, No. 4, pp. 497–503.

8. **Lesaint O., Gournay P., Tobazeon R.** Investigations on transient currents associated with streamer propagation in dielectric liquids.– 10-th Intern. Conf. on Conduction and Breakdown in Dielectric Liquids, Grenoble, France, 10–14 September, 1990, pp. 415–419.

9. **Devins J. C., Rzad S. J.** Streamer propagation in liquids and over liquid–solid interfaces.– IEEE Trans. on Electrical Insulation, 1982, vol. EI–17, No. 6, pp. 512–516.

10. **Observation** of prebreakdown phenomena in liquid hydrocarbons II / R. E. Hebner, E. F. Kelley, E. O. Forster, G. J. FitzPatrick – IEEE Trans. on Electrical Insulation, 1985, vol. EI–20, No. 2, pp. 281–292.

11. **Афиногенов Е. П., Комельков В. С.** Динамика пробоя трансформаторного масла.— Тез. докл. V научн.-техн. конф. по электрическому разряду в жидкости и его применению в промышленности. Николаев, 1992.

12. **Torshin Yu. V.** To existence of the leader discharge in mineral oil.– 10–th Intern. Conf. on Conduction and Breakdown in Dielectric Liquids, France, Grenoble, 1990, pp. 420–424.

13. **Thomas W. R.** An ultra–high speed laser Schlieren technique for studying electrical breakdown in dielectric liquids.– Annual Report Conf. on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, NRC–NAS, 1973, p. 130.

14. **Devins J. C., Rzad S. J., Shwabe R. S.** Prebreakdown phenomena in sphere–sphere electrode configuration in dielectric liquids.– Appl. Phys. Letters, 1977, vol. 31, No. 5, pp. 313–315.

15. **Климкин В. Ф., Папырин Ф. Н., Солоухин Р. И.** Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов.— Новосибирск: Наука, 1980.

16. **Руководящие** технические материалы РД16448-88. Трансформаторы силовые масляные общего назначения классов напряжения 110—750 кВ. Методика расчета изоляции между обмотками.— Москва, 1981.

[14.01.93]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Расчет смещений гибких проводников при коротких замыканиях

КУДРЯВЦЕВ Е. П.,
НЕКЛЕПАЕВ Б. Н.

Рост уровней токов короткого замыкания (к. з.) в энергосистемах делает проблему электродинамической стойкости проводников все более актуальной [1]. Токи к. з. достигают в сетях 35—500 кВ значений 30—60 кА, возможен их дальнейший рост при концентрации генерирующих мощностей в энергосистемах.

Расчет электродинамической стойкости проводников — это комплекс оценок опасных сближений проводников и механических напряжений в материале проводников, вызванных действием электродинамических сил при к. з., с последующим сопоставлением расчетных значений с допустимыми по условиям нормальной эксплуатации проводников электроустановок.

Электродинамические силы, действующие во время к. з., отбрасывают проводники друг от друга. Во время колебаний, продолжающихся и после отключения токов к. з., возможны недопустимые с точки зрения пробоя сближения проводников и даже их схлестывание.

Правила устройства электроустановок [2] регламентируют предельные сближения проводников (п. 2.5.52), но рекомендаций по оценке их смещений при к. з. не содержат. Есть и еще одно указание в ПУЭ, касающееся электродинамической стойкости проводников, — разрешение не вести расчеты электродинамической стойкости при ударных токах к. з. менее 50 кА (п. 1.4.2).

Как показали теоретические и экспериментальные исследования [3—5], смещения проводников могут превышать допускаемые ПУЭ и при ударных токах к. з. менее 50 кА. Кроме того, могут возникать опасные для прочности тяжения в проводниках. Вообще, как это будет показано далее, значения тока нельзя принимать в качестве критерия необходимости расчета на электродинамическую стойкость. Критерием может быть лишь комплекс параметров конструкций в совокупности со значением тока к. з. и продолжительностью к. з.

Рекомендации ПУЭ по предельным отклонениям проводников и относительно возможности не вести расчет электродинамической стойкости при ударных токах к. з. менее 50 кА противоречат друг другу. Объективная оценка опасности к. з. для прочности конструкций шинных линий и линий электропередачи может быть сделана только с помощью расчета сближений проводников и тяжений в них.

Задача об определении смещений проводников при к. з. и оценка электродинамической стойкости проводников — это связанная задача электродинамики и механики. Проведенный анализ показал, что сущность явления достаточно хорошо отражает расчетная схема с токонесущими проводниками — растяжимыми гибкими нитями, движущимися в поле порождаемых токами электродинамических сил.

Кажущаяся сравнительно простой, эта расчетная схема не позволяет в то же время построить на ее базе достаточно удобный для практического использования алгоритм приближенного инженерного расчета, не требующий обращений к ЭВМ при получении оценок. Использование указанной расчетной схемы уместно лишь при численном решении задачи электродинамической стойкости. Численные решения на ЭВМ ряда задач с учетом упругой податливости материала проводников-нитей, нагрева проводников, наличия или отсутствия отводов и гирлянд изоляторов, жесткости опор и т. п. были приведены в [6—8].

В инженерной практике встречается необходимость оценки электродинамической стойкости без обращений к ЭВМ. Ниже излагаются теоретические основы и методики разработанных в МЭИ инженерных расчетов сближений проводников при к. з. и электродинамической стойкости гибких проводников с провесами более чем 0,02 длины пролета.

Используется традиционная расчетная схема, в которой провод представлен нерастяжимым стержнем с массой, сосредоточенной в центре тяжести провода в пролете. Опора стержня-маятника неподвижна. Наличие гирлянд, изоляторов, концевых эффектов и смещения точек подвеса провода, таким образом, не учитывается. Их влияние далее оценивается поправочными коэффициентами. Динамика температурных удлинений не учитывается. Электродинамические силы, действующие на провод при к. з., отождествляются с электродинамическими силами в системе параллельных бесконечно длинных проводников, проходящих через центры масс реальных гибких проводов. Расчетная схема — это совокупность взаимодействующих маятников. Размер стержня-маятника расчетной схемы определяется из статического расчета проводников — нитей, на которые действуют силы тяжести. Модель представлена на рис. 1. Экспериментальные данные [4] показывают, что она удовлетворительно описывает движение провода от начала до момента отключения тока к. з.

Электродинамическая стойкость при кратковременных и продолжительных к. з. оценивается с учетом различий в условиях работы конкретных линий. Рассмотрим сначала случай, когда опоры

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

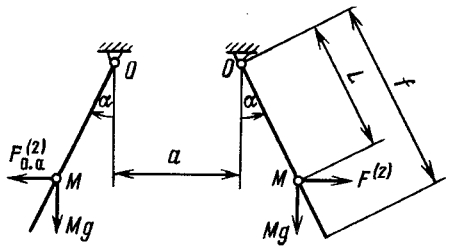


Рис. 1. Расчетная схема гибкого проводника

всех проводников линии лежат в одной горизонтальной плоскости.

Согласно Правилам устройства электроустановок [2] (п. 1.4.14) в качестве расчетного принимается двухфазное к. з.

При необходимости оценивания электродинамической стойкости проводников при трехфазном к. з. можно пользоваться данными [9, 10].

Горизонтальные смещения проводников, опоры которых лежат в одной горизонтальной плоскости. Как указывалось, движение проводов под действием электродинамических сил удовлетворительно описывается уравнением колебаний расчетных маятников. Если в качестве обобщенных координат выбрать углы отклонений проводников α (рис. 1), то уравнение Лангранжа [11] для проводника в пролете можно записать в виде

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -MgL\sin\alpha + FL\cos\alpha, \qquad (1)$$

где t — время; J — момент инерции массы провода относительно оси, проходящей через точки крепления проводника к опорам, м⁴; M — масса провода в пролете, кг; g — ускорение силы тяжести, м/с²; L — длина расчетного маятника, м; F — электродинамическая нагрузка на провод (Н), зависящая от взаимного расположения фаз и токов к. з. и равная

$$F = \frac{\mu\mu_0 l i_к^2}{2\pi(a + 2L\sin\alpha)}. \qquad (2)$$

Здесь μ — магнитная проницаемость воздушной среды (для воздуха $\mu = 1$); μ_0 — магнитная постоянная вакуума; l — длина пролета, м; $i_к$ — ток к. з. (мгновенное значение), А.

Периодические составляющие электродинамических сил F от промышленного переменного тока имеют частоту 50 и 100 Гц, что почти на три порядка выше частоты собственных колебаний расчетного маятника. Поэтому периодические составляющие силы F можно не учитывать.

Как показывают расчеты, при продолжительности к. з. $t_{к.з}$, в 3—4 раза превышающей постоянную времени затухания апериодической составляющей тока к. з. T_a, т. е. свыше 0,15—0,20 с, оправдано и пренебрежение экспоненциальными составляющими электродинамических сил.

Если пренебречь в (2) периодическими и экспоненциальными составляющими сил F и моментом инерции провода относительно оси, проходящей через центры масс проводов в пролетах, уравнение (1) можно привести к следующему безразмерному виду:

$$\frac{d^2\alpha}{d\tau^2} = -4\pi^2\sin\alpha + \left[\frac{F^{(2)}_0}{Mg}\right]\frac{4\pi^2\cos\alpha}{1 + (2L/a)\cos\alpha}, \qquad (3)$$

где

$$F^{(2)}_0 = \frac{\mu\mu_0 l (I^{(2)}_{пот})^2}{4\pi a}, \text{ Н}; \qquad (4)$$

$I^{(2)}_{пот}$ — начальное значение амплитуды периодической составляющей тока двухфазного к. з., А; a — первоначальное расстояние между короткозамкнутыми фазами, м; τ — безразмерное время, равное

$$\tau = \frac{\omega_0}{2\pi} t; \qquad (5)$$

t — время, с; ω_0 — частота малых собственных колебаний маятника, 1/с;

$$\omega_0 \approx \sqrt{g/L};\ L = 2f/3, \text{ м}; \qquad (6)$$

f — провес проводника посередине, м.

Нелинейное уравнение (3) содержит только два безразмерных параметра. Его решение может быть представлено графически. Пример графика-решения уравнения (3) приводится на рис. 2.

Решения уравнения (3) дают угловые отклонения и скорости движения центров масс маятников в любой момент времени. Если теперь вычислить приращения потенциальной и кинематической энергий провода в момент отключения тока к. з., то можно определить энергию, накопленную проводом во время замыкания, численно равную работе электродинамических сил. При неблагоприятных условиях накопленная энергия при колебаниях провода может преобразоваться либо целиком в потенциальную энергию поднятого над равновесным начальным положением провода, либо целиком в энергию деформации растянутого провода. Возможные трансформации энергии позволяют оценить значения предельно возможные, но не обязательно реализующиеся из-за рассеяния энергии и особенностей движения при колебаниях смещения и тяжения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

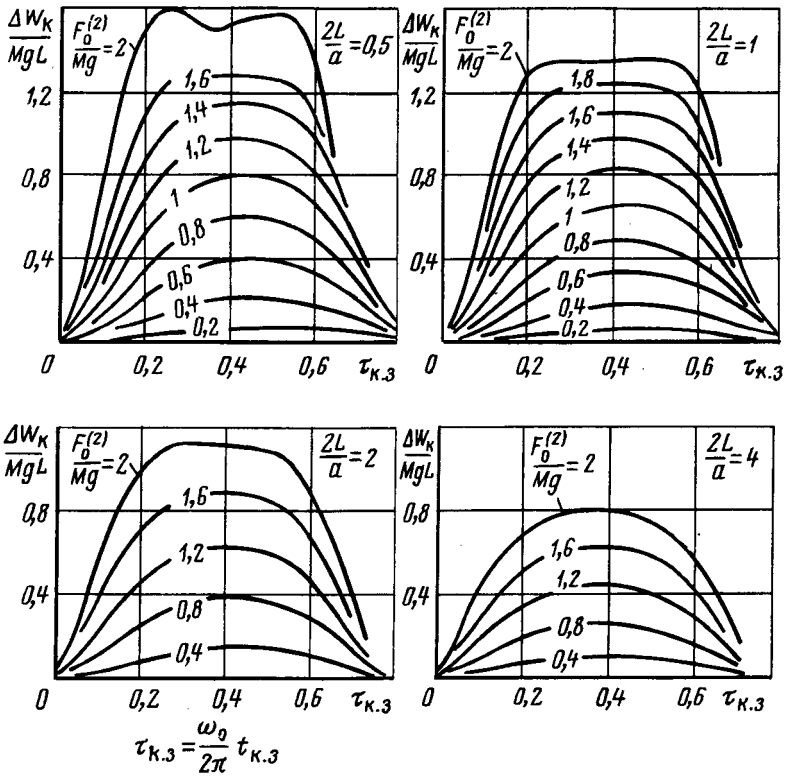


Рис. 2. Графическое решение уравнения (3)

Накопленная проводом во время к. з. энергия равна

$$\Delta W_к = MgL\left[1 - \cos\alpha\Big|_{t=t_{к.з}}\right] + \frac{ML^2\left[\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{t=t_{к.з}}\right]^2}{2}, \text{ Дж.} \quad (7)$$

Здесь первое слагаемое — приращение потенциальной энергии сил тяжести, второе — приращение кинетической энергии; $\alpha\Big|_{t=t_{к.з}}$ — угол отклонения провода в момент отключения тока к. з., рад.

При определенной работе $\Delta W_к$ предельно возможные горизонтальные смещения проводников вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} s = f\sin\alpha_{max} \quad &\text{при} \quad \frac{\Delta W_к}{MgL} < 1; \\ s = f \quad &\text{при} \quad \frac{\Delta W_к}{MgL} \geqslant 1, \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

где f — провес провода посередине пролета, м;

$$\alpha_{max} = \arccos\left[1 - \frac{\Delta W_к}{MgL}\right], \text{ рад.}$$

Формулы (8) целесообразно использовать при выполнении условия

$$0 \leqslant \tau \leqslant 0{,}6. \quad (9)$$

При $\tau > 0{,}6$, т. е. при продолжительности к. з. более полупериода собственных колебаний расчетного маятника, колебания провода с током из-за сопротивления движению в определенной мере затухают. Расчет по (8) не учитывает затухания, при $\tau = 0{,}7$–$0{,}9$ (см. рис. 2) расчетные значения могут оказаться заниженными.

При $\tau > 0{,}6$ более надежной будет оценка смещений без использования уравнений движения [5]. В принятой расчетной схеме электродинамические силы зависят только от расстояния между токами. Они, как и сила тяжести, потенциальны. Потенциальна и расчетная схема в целом.

Рассмотрим два состояния проводников: одно — в момент начала к. з., второе — в момент времени, когда отклонения максимальны и проводники неподвижны. В силу постоянства полной энергии потенциальной системы сумма приращений потенциальной энергии сил тяжести и потенциальной энергии сил взаимодействия токов к. з. при переходе из одного состояния в другое будет равна нулю. Для двухфазного к. з. имеем (рис. 3)

$$2Mgh - \frac{\mu\mu_0 l\,(I^{(2)}_{пот})^2}{4\pi}\ln\frac{r}{a} = 0. \quad (10)$$

Первый член в левой части формулы (10) представляет собой приращение потенциальной энергии сил тяжести для одного пролета линии, второй — приращение потенциальной энергии сил взаимодействия токов. Здесь r — расстояние между центрами масс в пролетах, равное

$$r = a + 2\sqrt{2Lh - h^2}, \text{ м.} \quad (11)$$

Уравнение (10) после перехода к безразмерным параметрам принимает вид

$$2\frac{h}{a} - \frac{\mu\mu_0 (I^{(2)}_{пот})^2 l}{4\pi Mga} \times \ln\left[1 + 2\sqrt{2\frac{L}{a}\frac{h}{a} - \left(\frac{h}{a}\right)^2}\right] = 0. \quad (12)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

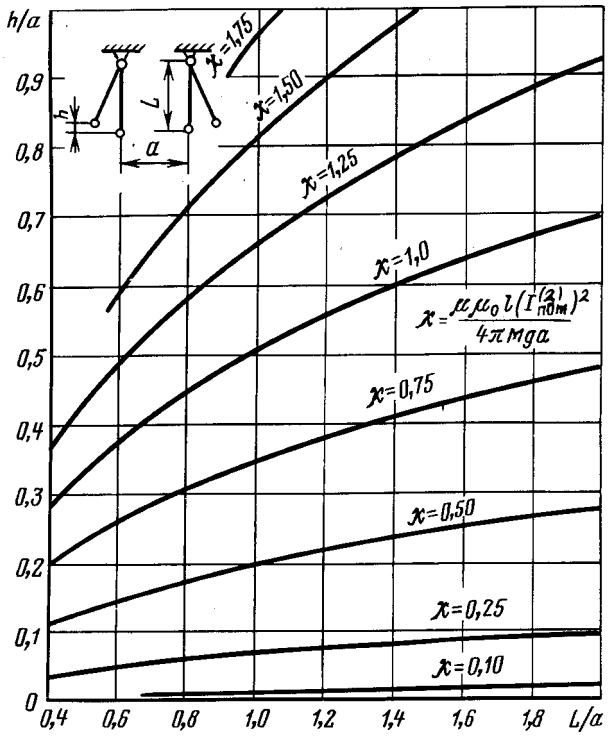


Рис. 3. Корни уравнения (12)

Результаты численного решения уравнения (12) приводятся в графическом виде на рис. 3. Параметры решения уравнения (12) связаны с энергией, накопленной проводниками при к. з., соотношениями

$$\Delta W_{к} = \frac{1}{2} \Delta W_{к}^{(2)}$$

$$\text{при } \Delta W_{к}^{(2)} = F_{0}^{(2)} a \ln \frac{a+2L}{a} > 2MgL; \quad (13)$$

$$\Delta W_{к} = Mgh \text{ при } \Delta W_{к}^{(2)} \leqslant 2MgL. \quad (14)$$

Соотношение (13) введено в рассмотрение для случаев, когда энергия, накопленная проводом во время к. з., больше энергии, необходимой для отклонения провода на угол $\pi/2$.

Проводники современных линий электропередачи таковы, что часто в момент отключения токов к. з. отклонения проводников от равновесного положения еще невелики. После отключения тока к. з. отклонения проводников продолжают еще некоторое время расти. Расчет максимальных смещений проводников здесь может быть упрощен. Так как смещения проводов во время к. з. малы, это позволяет в приближенном расчете считать электродинамические силы не меняющимися во времени при смещениях и пренебрегать тормозящим действием силы тяжести. В соответствии с законами механики можно записать, что импульс, который сообщают проводу электродинамические силы, и количество движения в момент отключения тока к. з. одинаковы:

$$Ft_{к.з} = MV, \quad (15)$$

где V — скорость движения центра масс проводника в пролете в момент отключения тока, м/с.

Энергия, накопленная проводом при импульсном воздействии, равна работе электродинамических сил во время к. з., т. е. с учетом (15) равна

$$\Delta W_{к} = M\frac{V^2}{2} = \frac{(F_{0}^{(2)} t_{к.з})^2}{2M}, \text{ Дж.} \quad (16)$$

Угол поворота проводника α_{max}, отвечающий предельному отклонению, и накопленная им энергия, связаны соотношением

$$\alpha_{max} = \arccos\left[1 - \frac{\Delta W_{к}}{MgL}\right], \text{ рад.} \quad (17)$$

По формуле (18) с учетом (16) и (17) определяется смещение s:

$$s = 0{,}123\sqrt{g}\frac{(I_{по}^{(2)})^2 \cdot 10^{-6} t_{к.з}}{aq}\sqrt{f}, \text{ м.} \quad (18)$$

Раздел ПУЭ 2.5.52 допускает смещения проводов при их колебаниях величиной $0{,}3\sqrt{f}$. Из неравенства

$$s \leqslant 0{,}3\sqrt{f} \quad (19)$$

получаем параметр

$$p = \frac{(I_{по}^{(2)})^2 t_{к.з}}{aq} \leqslant p_{пред} = 0{,}4, \ (\text{кА})^2 \cdot \text{с/Н}, \quad (20)$$

где $I_{по}^{(2)}$ — действующее значение периодической составляющей тока к. з. в начальный момент двухфазного к. з., кА; $t_{к.з}$ — продолжительность к. з., с; a — расстояние между фазами, м; q — погонный вес расчетного провода, Н/м.

Смещение в $0{,}3\sqrt{f}$ при применяемых на практике параметрах линий электропередачи отвечает уменьшению расстояния между фазами в пролетах примерно вдвое.

Параметр p — удобный критерий для выделения поля параметров шинных линий, при которых расчет смещений не нужен. Токи и продолжительности к. з. для линий с различными проводника-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

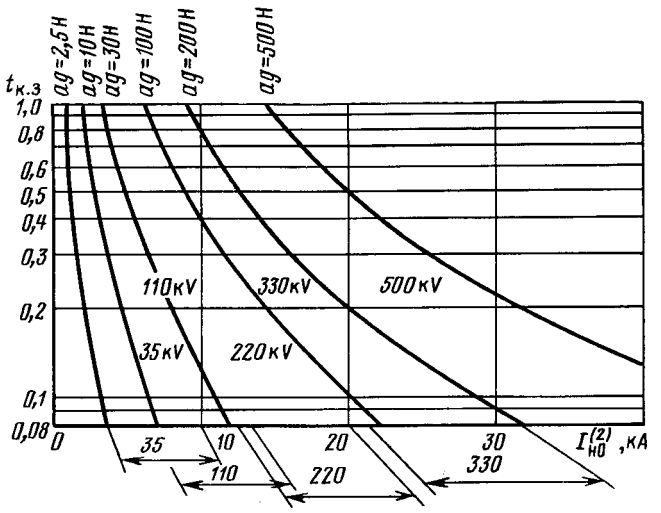


Рис. 4. Продолжительность к. з., при которой $p = 0{,}4$

ми, при которых $p = 0{,}4$, представлены на рис. 4. Информация, имеющаяся на рис. 4, может быть представлена и в табличной форме.

Если пользоваться соотношением (15) вплоть до отклонения проводника на углы, близкие к $\pi/4$, получается условие применимости формул (15)–(18):

$$t < t_{пред} = \sqrt{\frac{0{,}9}{\omega_0^2}\left[\frac{Mg}{F_0^{(2)}}\right]}. \qquad (21)$$

Упрощенный расчет при выполнении условия (21) можно использовать и в случаях, когда необходим учет экспоненциальной составляющей электродинамических сил, т. е. при $t_{к.з}/T_a < 4$.

Импульс сил, стоящий в левой части уравнения (15), должен быть заменен интегралом

$$\int_0^{t_{к.з}} F(t)dt = F_{пр}\, t_{к.з} = F_0^{(2)} \lambda t_{к.з},$$

где $F(t)$ – значение электродинамической силы в течение к. з., Н; $F_{пр}$ – приведенная электродинамическая сила, Н; λ – коэффициент приведения; $F_0^{(2)}$ – сила, вычисленная по формуле (4).

Коэффициент приведения нагрузки λ зависит от соотношения продолжительности к. з. $t_{к.з}$ и постоянной времени затухания апериодической составляющей тока к. з. T_a. Зависимость $\lambda = f(t_{к.з}/T_a)$ приводится на рис. 5.

В случае необходимости учета экспоненциальной составляющей электродинамических сил следует умножить перемещения s, определенные по формуле (18), параметры p, вычисленные по формуле (20), и нагрузки F в формуле (21) на λ. Умножается на λ и усилие $F_0^{(2)}$ в правой части формулы (16) при вычислении энергии $\Delta W_к$.

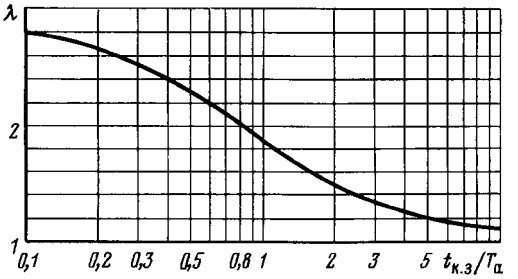


Рис. 5. Коэффициент приведения нагрузки λ

Изложенное выше составляет методику расчета смещений проводов, опоры которых расположены в одной горизонтальной плоскости. Методика сводится к последовательному выполнению следующих операций.

1. Вычисление параметра p по формуле (20). При выполнении условия $p < 0{,}4$ дальнейшие вычисления не ведутся.

2. Вычисление параметра $t_{пред}$ по формуле (21).

3. Вычисление по формуле (18) смещения при выполнении условия $t < t_{пред}$.

4. Вычисление по формуле (5) относительной продолжительности к. з. τ, если условие (20) не выполняется.

5. Вычисление параметров $F_0^{(2)}/Mg$ и $2L/a$ при $\tau \leqslant 0{,}6$ с учетом соотношений (4), (6); далее по графикам рис. 2 или по решению уравнения (3) определяется параметр $\Delta W_к/MgL$, затем $\Delta W_к$. По $\Delta W_к$ определяется по формуле (8) смещение s.

6. Вычисление параметров L/a и χ при $\tau > 0{,}6$.

Затем по графикам рис. 3 или по решению уравнения (12) определяется параметр h/a, а затем высота подъема провода h. По h по формулам (13), (14) определяется энергия $\Delta W_к$ и аналогично п. 5 по $\Delta W_к$ вычисляется смещение.

Растягивающие усилие (тяжение) в проводниках при к. з. Динамика тяжений в проводниках при к. з. кратко характеризуется следующим образом. По мере отклонения провода от равновесного положения тяжение изменяется в соответствии с нагрузкой на провод в плоскости, в которой лежит изогнутая ось провода. Нагрузка определяется комплексом приложенных к проводу сил: силой тяжести, электродинамическими и инерционными силами. Отмечаются всплески тяжения до отключения тока к. з., максимальное растяги-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

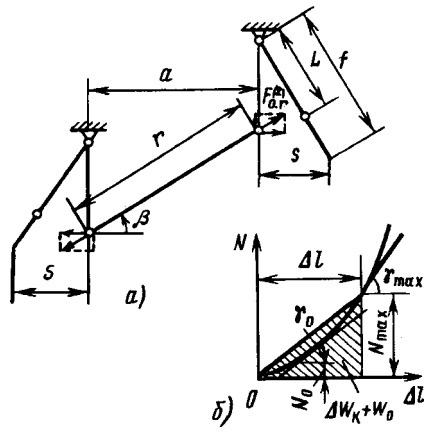


Рис. 6. Расчетные схемы линий с проводниками на разных уровнях (*а*) и упругая характеристика проводника (*б*)

вающее усилие наблюдается после отключения тока при падении провода, поднятого электродинамическими силами над равновесным положением. Чем круче траектория возврата поднятого провода в исходное положение, тем больше всплески тяжения. Крутизна траектории падения и сила удара зависят от множества факторов: высоты подъема проводника, его упругости, случайных порывов ветра и т. п. При падении провода в вертикальной плоскости вся накопленная энергия трансформируется в потенциальную энергию деформации, в этом случае тяжения при падении будут максимальными.

Потенциальная энергия деформации провода в момент реализации максимального тяжения N_{max} равна

$$W_{деф} = \Delta W_к + W_0, \qquad (22)$$

где W_0 — потенциальная энергия деформации провода под действием силы тяжести (Дж), равная

$$W_0 = \frac{1}{2}\frac{N_0^2 l_0}{ES}; \qquad (23)$$

ES — жесткость поперечного сечения провода при растяжении, Н; S — площадь поперечного сечения проводника, м²; N_0 — тяжение под действием только сил тяжести.

Потенциальная энергия деформации растянутого проводника связана с продольной силой соотношением (см. рис. 6, где $E = \operatorname{tg}\gamma_0$ — модуль упругости материала провода (Н/м²) при тяжении, равном N_0)

$$W_{деф} \approx \frac{1}{2} N_{max} \Delta l, \text{ Дж}, \qquad (24)$$

где l_0 — длина провода, м; Δl — удлинение провода в пролете при тяжении в нем, равном N_{max}, м; $E_{max} = \operatorname{tg}\gamma_{max}$.

По соотношениям (22)—(24) определяется усилие N_{max}.

При отсутствии характеристики жесткости провода $\Delta l = f(N)$ приближенно определить N_{max} (очень грубо) можно по формуле

$$N_{max} = \sqrt{2E_c S \frac{\Delta W_к}{l_0} + N_0^2}, \qquad (25)$$

где N_0 — тяжение в проводнике до к. з., Н.

Длина проводника l_0 может в приближенных расчетах отождествляться с длиной пролета l. Секущий модуль упругости $E_c = \operatorname{tg}\gamma_c$ проводников, полученных скручиванием набора проволок, следует занижать по сравнению с модулем упругости материала отдельных нитей на 30—50 %. Скрученный набор проволок имеет уменьшенную по сравнению со стержнем с таким же поперечным сечением жесткость при растяжении. Условием прочности будет неравенство

$$N_{max} \leqslant [N] = [\sigma]S, \text{ Н},$$

где $[\sigma]$ — допускаемое механическое напряжение в материале проводника, Н/м²; S — площадь его поперечного сечения, м².

Смещения и тяжения в расщепленных фазах при к. з. Провода расщепленных фаз при коротких замыканиях "прилипают" друг к другу на части своей длины. Суммарная длина участков, где провода предельно сближены, зависит от расстояния между распорками и тяжения. При одном и том же тяжении длина расщепленной фазы с "прилипшими" друг к другу проводами будет меньше ее длины до к. з. Изменение длины ведет к некоторому, обычно небольшому, изменению поведения расщепленной фазы при взаимодействии с другими фазами линии.

Качественно влияние расстояния между распорками на тяжение можно объяснить следующим образом. При очень малом расстоянии между распорками сближение проводников фазы будет незначительным, "слипания" проводников не будет, работа электродинамических сил при малых сближениях будет также малой. Поведение расщепленной фазы при этих условиях будет мало отличаться от поведения одиночного провода с теми же провесом и массой. С увеличением расстояния между распорками "эффект расщепленности" будет расти, а максимальное тяжение — увеличиваться. Увеличение максимального тяжения с ростом расстояния между распорками не будет значительным. Должно существовать значение

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

расстояния между распорками, при котором тяжение после отключения тока будет самым большим. Дальнейший рост расстояния между распорками приведет к падению тяжения. В предельном случае, когда расстояние между распорками станет равным длине пролета, расщепленная фаза вновь будет вести себя как одиночный провод, обладающий провесом и массой расщепленного провода.

В приближенных расчетах смещений и тяжений расщепленный провод можно рассматривать как одиночный с осью, проходящей через центр расщепленного сечения.

Линии с опорами, расположенными на разных по высоте уровнях. Изложенная выше методика расчета электродинамической стойкости при импульсном (см. выше) воздействии применима при двухфазных к. з. и к линиям с опорами для проводов на разных уровнях. Если считать, что движение проводника при к. з. идентично движению твердого стержня-маятника с изогнутой по цепной линии осью, различия между расчетом для линий с опорами на разных уровнях и расчетом для линий с опорами на одном уровне сводятся к учету изменений горизонтальной составляющей электродинамической нагрузки и начального расстояния между центрами масс проводников.

Если аналогично (21) (см. рис. 6) выполняется условие

$$t_{к.з} \leqslant t_{пред} = \sqrt{\frac{0,9}{\omega_0^2}\left[\frac{Mg}{F_0^{(2)}\cos\beta}\right]}, \quad (26)$$

где

$$F_{0r}^{(2)} = \frac{\mu\mu_0 l\,(I_{пот}^{(2)})^2}{4\pi r}, \text{ Н}, \quad (27)$$

то горизонтальное смещение провода равно

$$s = 0,123\frac{(I_{пот}^{(2)})^2 \cdot 10^{-6} t_{к.з}}{(r/\cos\beta)q}\sqrt{f}, \text{ м}.$$

Максимально возможное тяжение приближенно вычисляется по формуле (25), в которую подставляется энергия $\Delta W_к$, равная

$$\Delta W_к = \frac{(F_{0r}^{(2)} t_{к.з})^2}{2M}\cos^2\beta, \text{ Дж}. \quad (28)$$

Формулы (26), (27) могут применяться, по-видимому, при $\beta \leqslant 60°$, когда горизонтальная составляющая электродинамических сил значительна. В расчетах с учетом экспоненциальной составляющей электродинамических сил параметры $F_{0r}^{(2)}$ в формуле (26) и смещение s умножаются на λ.

Об учете влияния температуры, гирлянд изоляторов и смещений опор. Колебания в линии с гирляндами аналогичны колебаниям двойных маятников. Обстоятельная оценка влияния гирлянд может быть сделана при изучении динамики двойного маятника. Ориентировочная оценка воздействия гирлянд на поведение шин при к. з. может быть получена сравнением малых статических отклонений проводника с гирляндами и без них под действием горизонтальных сил (рис. 7). Расчеты показывают, что смещения проводника — двойного маятника и простого маятника с приведенной массой $M_{пр}$ — одинаковы при приведенных массах, соответствующих данным таблицы. Для линий электропередачи влияние гирлянд на смещения невелико. Оно ощутимо лишь в распредустройствах с большими гирляндами и короткими шинами.

Смещения опор при к. з. не превышают отклонения гирлянд. В большинстве расчетов смещения опор можно не учитывать.

Учесть влияние нагрева провода при протекании тока к. з. проще всего введением в расчет провеса, соответствующего средней температуре провода при к. з.

Сопоставление результатов расчетов по изложенной методике с результатами вычислений на ЭВМ по программам [6—8] дало удовлетворительное (расхождение от 1 до 25 %) совпадение при относительных провесах f/l свыше 0,02. При $f/l = 0,013$ расхождение увеличивается до 50 %. Удовлетворительно совпадают расчеты по предло-

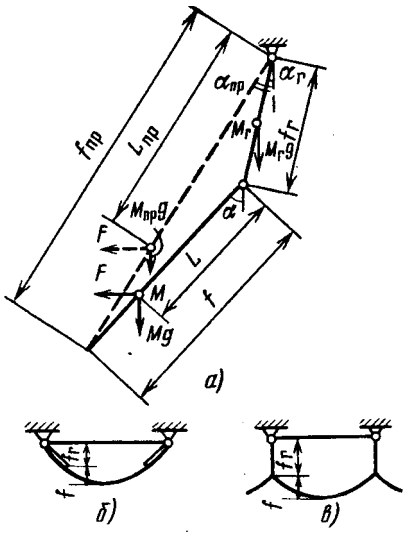


Рис. 7. Двойной и одинарный маятник с одинаковыми смещениями при статическом воздействии нагрузки F (принимать $f_{пр} \approx f_г + f$):

а — характерные размеры и нагрузки; *б* — пролет с натяжными гирляндами; *в* — пролет с подвесными гирляндами

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

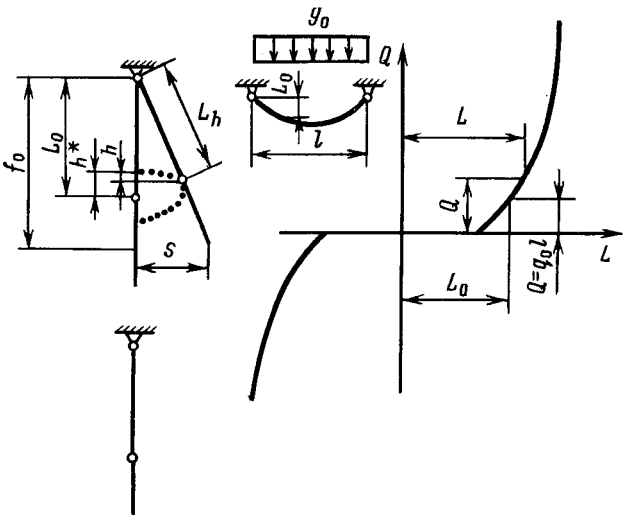


Рис. 8. Горизонтальные смещения проводников, лежащих в одной вертикальной плоскости

женной методике и с опубликованными экспериментальными данными [9, 10].

Краткая характеристика расчета линии с опорами, лежащими в одной вертикальной плоскости. Вертикальные смещения центров масс проводов в пролетах сопровождаются упругими деформациями. Горизонтальные смещения вызываются случайными причинами, например, порывами ветра; они невелики, пока протекает ток к. з., а максимальных значений достигают после отключения тока в процессе случайных колебаний провода.

Расчетная схема для проводников, лежащих в одной вертикальной плоскости, должна учитывать деформации растяжения. Уместно использовать схему в виде растяжимого стержня с осью, очерченной по цепной линии (рис. 8). Расчет ведется в два этапа. На первом определяются максимальные вертикальные смещения провода в пролете, на втором — возможные горизонтальные смещения.

Максимальные вертикальные смещения $y_{max} = h^*$ определяются из решения уравнения колебаний:

$$M = \frac{d^2y}{dt^2} + (Q - ql) = 0, \qquad (29)$$

где $Q(y)$ — упругая характеристика провода в пролете при нагрузке в вертикальной плоскости; q — нагрузка на единицу длины провода, Н/м; $q = q_0 + q_э$; q_0 — нагрузка от собственного веса, Н/м; $q_э$ — электродинамическая нагрузка, Н/м.

Горизонтальные отклонения при случайных колебаниях после отключения тока к. з. оцениваются по энергетическим соотношениям.

Рассматриваются возможные состояния расчетного провода в процессе колебаний после к. з., при которых кинетическая энергия провода равна нулю. Они соответствуют горизонтальному смещению, равному

$$s = \sqrt{L_h^2 - (L_0 - h^* + h)^2}, \qquad (30)$$

где L_h — длина расчетного маятника на упругом подвесе в положении, когда высота подъема провода равна $(h^* - h)$, м; L_0 — координата центра масс провода в пролете, находящегося в равновесии под действием силы тяжести до к. з. (рис. 8), м.

На заключительном этапе расчета определяется экстремум функции s.

Реализация изложенного выше алгоритма расчета проводников, лежащих в одной вертикальной плоскости, требует вычислений на ЭВМ и знания характеристики проводов $Q = f(L)$, которую желательно определить опытным путем. Пример оценки смещений проводников, лежащих в одной вертикальной плоскости, содержится в [12, 13].

Пример расчета смещений проводов ЛЭП напряжением 110 кВ. Исходные данные: опоры проводников лежат в одной горизонтальной плоскости, ток к. з. (эффективное значение) $I_{п0}^{(2)} = 6$ кА, длина пролета $l = 120$ м, провес посередине пролета $f = 3{,}5$ м, расстояние между фазами $a = 3{,}1$ м, продолжительность к. з. $t_{к.з} = 0{,}2$ с, провод АС 150/24 погонный вес провода $q = 5{,}48$ Н/м, $T_a = 0{,}05$ с.

Вычисляем параметр p:

$$p = \lambda \frac{(I_{п0}^{(2)})^2 t_{к.з}}{aq} = 0{,}43 \text{ кА}^2\cdot\text{с/Н}.$$

Условию (20) линия не удовлетворяет. Необходим расчет смещений. К тому же выводу приходим, пользуясь графиком на рис. 4. Переходим к вычислению смещений:

$$L = 2f/3 = 2{,}33 \text{ м};$$

вес провода в пролете

$$Mg = ql = 730 \text{ Н};$$

момент инерции массы провода

$$J \approx ML^2 = 396 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$\omega_0 = \sqrt{MgL/J} = \sqrt{g/L} = 2{,}06 \text{ 1/с};$$

$$t_{пред} = \sqrt{\frac{0{,}9}{\omega_0^2}\left[\frac{Mg}{F_0^{(2)}}\right]} = 0{,}75 \text{ с};$$

$$F_0^{(2)} = \frac{\mu\mu_0 l\,(I_{пот}^{(2)})^2}{4\pi a} = 280 \text{ Н};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$f_г/f$	Значения коэффициента приведения массы γ при значениях $M_г/M$, равных									
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,50	1,0	2,0	3,0	5,0
0,01	1,000	1,000	1,000	1,000	1,001	1,002	1,003	1,005	1,006	1,007
0,02	1,000	1,000	1,000	1,001	1,002	1,004	1,007	1,010	1,012	1,014
0,05	1,000	1,000	1,001	1,002	1,004	1,010	1,016	1,024	1,029	1,035
0,10	1,000	1,001	1,002	1,004	1,008	1,019	1,031	1,048	1,058	1,069
0,20	1,001	1,002	1,004	1,008	1,015	1,034	1,059	1,09	1,11	1,14
0,50	1,002	1,003	1,008	1,016	1,031	1,071	1,13	1,20	1,25	1,31
1,0	1,002	1,005	1,012	1,024	1,048	1,11	1,20	1,33	1,43	1,56
2,0	1,003	1,007	1,017	1,033	1,065	1,15	1,29	1,50	1,67	1,91
3,0	1,004	1,007	1,019	1,037	1,073	1,18	1,33	1,60	1,82	2,15
5,0	1,004	1,008	1,021	1,041	1,082	1,20	1,39	1,71	2,00	2,47

Примечание. $M_г$ – масса гирлянд (суммарная масса двух натяжных гирлянд у двух опор проводника в пролете или масса одной гирлянды, если на опорах гирлянды подвесные); M – масса провода в пролете; $f_г$ – провес гирлянд; f – провес провода.

$$t_{к.з} = 0{,}2 \text{ с} < t_{пред} = 0{,}75 \text{ с}.$$

Расчет можно вести по упрощенным зависимостям (27) и (28). Вычисляем смещение:

$$s = 0{,}123\sqrt{9{,}81\frac{(I^{(2)}_{по т})^2 \cdot 10^{-6} t_{к.з}}{aq}}\sqrt{f} = 0{,}62 \text{ м}.$$

Поскольку $s = 0{,}62$ м $> [s] = 0{,}3\sqrt{f} = 0{,}56$ м, требованиям п. 2.5.52 ПУЭ при токе к. з. $I^{(2)}_{по} = 6$ кА продолжительностью 0,2 с линия не удовлетворяет.

Минимальное расстояние между проводниками при колебаниях после к. з. равно

$$a_{min} = a - 2s = 1{,}86 \text{ м}.$$

Минимальное расстояние между проводниками a_{min} больше установленного в п. 4.2.56 ПУЭ минимального расстояния между соседними фазами в момент их наибольшего сближения под действием токов к. з. Требование п. 4.2.56 ПУЭ при токе к. з. $I^{(2)}_{по} = 6$ кА продолжительностью 0,2 с выполняется.

При токе к. з. $I^{(2)}_{по} = 9{,}5$ кА и длительности $t_{к.з} = 0{,}2$ с проводники будут схлестываться.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Неклепаев Б. Н.** Координация и оптимизация уровней токов короткого замыкания в электрических системах. – М.: Энергия, 1978.

2. **Правила** устройства электроустановок (ПУЭ). – М.: Энергоатомиздат, 1988.

3. **Benistan G., Landin L., Nartowski Z.** The mechanical effects of short-circuit currents in substations with flexible conductors. Conductor deflection and choice of temporary air clearance. – CIGRE, SC 23, WG 02, 1980.

4. **Райгородский И. М.** Механические воздействия тока короткого замыкания на гибкую ошиновку распределительных устройств. – Энергохозяйство за рубежом, 1976, № 6.

5. **Кудрявцев Е. П.** Электродинамическая стойкость шинных линий. – Электрические станции, 1990, № 10.

6. **Стрелюк М. И., Сергей И. И.** Расчет электродинамической стойкости гибкой ошиновки открытых распределительных устройств высокого напряжения. – Электричество, 1984, № 1.

7. **Стрелюк М. И., Сергей И. И., Дансо Кваме Д.** Приближенный расчет электродинамической стойкости гибких проводов ОРУ и ЛЭП. – Изв. вузов. Энергетика, 1988, № 2.

8. **Стрелюк М. И., Сергей И. И., Бладыко Ю. В.** Приближенная проверка гибкой ошиновки распределительных устройств и проводов воздушных линий на схлестывание при коротких замыканиях. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 4.

9. **Кудрявцев Е. П.** Инженерный расчет прочности и смещений гибких шин при коротких замыканиях. – Изв. вузов. Энергетика, 1984, № 11.

10. **Кудрявцев Е. П.** Расчет электродинамической стойкости гибких шин. – Электричество, 1983, № 4.

11. **Лурье А. И.** Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961.

12. **Долин А. П., Кудрявцев Е. П., Прудников Н. И.** К расчету сближения проводов, расположенных в вертикальной плоскости, при коротких замыканиях. – Электрические станции. 1981, № 11.

13. **Кудрявцев Е. П.** Горизонтальные смещения гибких проводников, расположенных в одной вертикальной плоскости, при коротких замыканиях. – Изв. вузов. Энергетика, 1982, № 9.

[26.08.92]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Динамика синхронной машины кратковременного действия с индуктивным накопителем энергии

ГРУЗДЕВ А. Ю., САБЛИН А. Д.

Санкт-Петербург

В настоящее время в некоторых областях техники используются устройства, требующие накопления электрической энергии энергоемкостью в несколько десятков тысяч мегаджоулей [1]. Для этих целей применяются турбогенераторы кратковременного действия (ТКД), работающие за счет кинетической энергии маховика, механически связанного с ротором. Далее рассматривается работа ТКД через выпрямительный блок на индуктивный накопитель энергии.

Вначале при отключенной нагрузке и разомкнутой цепи возбуждения маховик вместе с ротором раскручивается относительно маломощным двигателем. Потом замыкается цепь возбуждения, а после установления соответствующего напряжения на статоре включается нагрузка. Начинается генераторный режим, при котором кинетическая энергия маховика преобразуется в энергию магнитного поля индуктивного накопителя. Эта энергия используется для питания соответствующей электрофизической установки (например, токамака).

Оказывается, что часть запасенной в индуктивном накопителе энергии остается неизрасходованной. Целесообразно преобразовать ее обратно в кинетическую энергию ротора и маховика, чтобы использовать в следующем цикле работы установки. При этом выпрямительный блок работает в инверторном режиме, а машина — в двигательном.

В ряде случаев требуется, чтобы в генераторном режиме мощность, отдаваемая машиной в индуктивный накопитель, изменялась по заданному закону. Соответственно, одной из целей статьи является определение закона управления напряжением возбуждения в генераторном режиме, обеспечивающего заданную мощность при переменной угловой скорости. Кроме того, излагаются результаты исследования процессов в системе "ТКД — индуктивный накопитель" при работе в инверторном режиме.

Для решения поставленных задач целесообразно использовать приближенные уравнения медленных нестационарных процессов, получающиеся из исходных уравнений системы с помощью асимптотических методов нелинейной механики. Эти уравнения существенно проще исходных и в то же время достаточно точны.

Исследованию динамики системы "ТКД-индуктивный накопитель" энергии с помощью асимптотических методов нелинейной механики посвящены работы [2, 3]. Однако в [3] решена задача об определении управления напряжением возбуждения, обеспечивающем постоянное напряжение на статоре машины, а не заданный закон изменения мощности. Отличия между этими задачами существенны, в частности потому, что в случае обеспечения заданной мощности необходимо рассматривать работу трехфазного выпрямителя в нескольких режимах. Динамика машины кратковременного действия в двигательном режиме ранее, повидимому, не исследовалась.

Асимптотическое преобразование уравнений машины и вывод уравнений медленных нестационарных процессов. В отличие от предшествующих исследований [2–4] в статье применен новый, более простой способ вычисления усредненных значений быстрых переменных.

Уравнения синхронной машины можно разделить на две связанные между собой группы: первая — уравнения контура возбуждения, демпферных контуров и вращения ротора; вторая — уравнения цепей статора и подключенной к нему нагрузки.

Безразмерные уравнения первой группы запишем в форме, отличающейся от обычно используемой формы записи уравнений в системе x_{ad} иным выбором базисных токов [4]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left[i_d + (1+\varepsilon_r\sigma_f)i_f + i_t\right] + \varepsilon_f i_f = \varepsilon_f e_f;\\
&\frac{d}{dt}\left[i_d + i_f + (1+\varepsilon_r\sigma_t)i_t\right] + \nu_t i_t = 0;\\
&\frac{d}{dt}(i_q + i_к) + \nu_к i_к = 0;\\
&\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon_\omega\left[(i_f + i_t)i_q - i_к i_d\right].
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Здесь i_f, i_t, $i_к$ — токи возбуждения и демпферных контуров; i_d, i_q — переменные Парка, связаны с фазными токами i_a, i_b, i_c известными соотношениями [6]; ω — угловая частота вращения ротора; $\varepsilon_f e_f$ — напряжение возбуждения; t — безразмерное время.

В качестве базисного времени выбрана постоянная времени демпферного контура $t_* = x_{эq}/r_{эq}$. Величины, входящие в (1), связаны с соответствующими величинами в системе x_{ad} соотношениями:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$i_f = \frac{x_{bэd}}{x_{aэd}} i_B; \; i_t = \frac{x_{bэd}}{x_{abd}} i_{эd}; \; i_к = \frac{x_{эq}}{x_{aэq}} i_{эq};$$

$$\varepsilon_r \sigma_f = \frac{x_b x_{aэd}}{x_{abd} x_{Bэd}} - 1; \; \varepsilon_r \sigma_t = \frac{x_{эd} x_{abd}}{x_{aэd} x_{Bэd}} - 1;$$

$$\varepsilon_f = \frac{r_b x_{aэd} t_*}{x_{abd} x_{Bэd}}; \; \nu_t = \frac{t_* r_{эd} x_{aBd}}{x_{aэd} x_{Bэd}};$$

$$\nu_к = \frac{t_* r_{эq}}{x_{эq}}; \; \varepsilon = \frac{1}{t_*}; \; \varepsilon_\omega = \frac{3 t_* x_{ad}}{2 H_j}.$$

Через x_{ad} обеспечена комбинация индуктивных сопротивлений $x_{aэd} x_{aBd} / x_{Bэd}$.

В дальнейшем используются равенства, которые с достаточной точностью выполняются для большинства турбогенераторов [5]:

$$x_d = x_q; \; (x_{aэd} x_{aBd}) / x_{Bэd} = x^2_{aэq} / x_{эq}.$$

Уравнения (1) удобнее, чем уравнения в системе x_{ad}, поскольку в (1) явно входят малые параметры ε, ε_r. Параметр ε_r пропорционален отношению потока рассеяния между контуром возбуждения и демпферным контуром в продольной оси к потоку, пронизывающему оба эти контура. Для большинства турбогенераторов поток рассеяния мал, и, следовательно, мал параметр ε_r. Параметр ε пропорционален отношению периода вращения ротора к постоянной времени демпферной обмотки в поперечной оси. Этот параметр мал для всех синхронных машин.

Малость параметров ε, ε_r позволяет применять асимптотические методы нелинейной механики. Введем новые неизвестные, имеющие смысл потокосцеплений:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_f &= i_d + (1 + \varepsilon_r \sigma_f) i_f + i_t; \\ \Psi_к &= i_q + i_к; \quad \Psi_r = \sigma_f i_f - \sigma_t i_t. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Выразив из (2) соответственно токи i_f, i_t, $i_к$ через новые переменные и отбросив малые слагаемые, пропорциональные ε_r, подставим полученные выражения в (1):

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\Psi_к}{dt} &= -\nu_к (\Psi_к - i_q); \\ \varepsilon_r \frac{d\Psi_r}{dt} &= -\frac{\nu_t + \varepsilon_f}{\sigma_f + \sigma_t} \Psi_r + \\ &\quad + \frac{\nu_t \sigma_f - \varepsilon_f \sigma_t}{\sigma_t + \sigma_f} (\Psi_f - i_d) + \varepsilon_f e_f; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon_\omega (\Psi_f i_q - \Psi_к i_d); \\ \frac{d\Psi_f}{dt} &= -\frac{\varepsilon_f \sigma_t}{\sigma_f + \sigma_t} \left[\Psi_f - i_d + \frac{1}{\sigma_t} \Psi_r \right] + \varepsilon_f e_f. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Полная система уравнений задачи получится, если присоединить к уравнениям (3) уравнения цепей статора, выпрямителя и нагрузки. Неизвестные, которые нужно определить из полной системы, делятся на две группы: быстрые, производные которых обратно пропорциональны малым параметрам, и медленные, производные которых порядка единицы. Соответственно уравнения распадаются на две подгруппы: быструю, содержащую производную быстрых переменных, и медленную.

Общая методика асимптотического разделения движений в первом приближении состоит в следующем. Вначале интегрируются уравнения для быстрых переменных, в предположении, что медленные переменные — постоянные величины. В результате определяются быстрые переменные как функции медленных и быстрого времени t/ε. Затем усредняются по времени правые части уравнений для медленных переменных по быстрому времени и получаются уравнения медленных нестационарных процессов. Из (3) после усреднения таких уравнений получаются три:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\Psi_к}{dt} &= -\nu_к (\Psi_к - \langle i_q \rangle); \\ \frac{d\Psi_f}{dt} &= -\frac{\varepsilon_f \nu_t}{\nu_t + \varepsilon_f} \Psi_f - \langle i_d \rangle - e_f; \\ \frac{d\omega}{dt} & \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Здесь $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$ — усредненные по быстрому времени значения переменных токов i_d, i_q.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Еще одно уравнение, образующее с (4) замкнутую систему, получится после усреднения уравнений цепей статора и нагрузки.

Рассмотрим процессы в нагрузке. Сначала запишем выражения для напряжений на обмотках статора как производные от потокосцеплений, пренебрегая активными сопротивлениями [5]:

$$\left.\begin{aligned}
-u_a &= \varepsilon \frac{d}{dt}\left\{[(1+\sigma)i_d + i_f + i_t]\cos\theta - \right. \\
&\qquad \left. - [(1+\sigma)i_q + i_к]\sin\theta\right\}; \\
-u_b &= \varepsilon \frac{d}{dt}\left\{[(1+\sigma)i_d + i_f + i_t]\cos\left[\theta - \frac{2\pi}{3}\right] - \right. \\
&\qquad \left. - [(1+\sigma)i_q + i_к]\sin\left[\theta - \frac{2\pi}{3}\right]\right\}; \\
-u_c &= \varepsilon \frac{d}{dt}\left\{[(1+\sigma)i_d + i_f + i_t]\cos\left[\theta + \frac{2\pi}{3}\right] - \right. \\
&\qquad \left. - [(1+\sigma)i_q + i_к]\sin\left[\theta + \frac{2\pi}{3}\right]\right\}.
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Здесь θ — угол поворота ротора относительно фазы a; $\sigma = x_d/x_{ad} - 1$.

С переменными, входящими в уравнения (4), фазные напряжения связаны соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}
u_a &= \omega\Psi_m \cos(\theta - \varphi) - \varepsilon\sigma \frac{di_a}{dt}; \\
u_b &= \omega\Psi_m \cos\left[\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right] - \varepsilon\sigma \frac{di_b}{dt}; \\
u_c &= \omega\Psi_m \cos\left[\theta - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right] - \varepsilon\sigma \frac{di_c}{dt};
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Здесь $\Psi_m = \sqrt{\Psi_f^2 + \Psi_к^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}(\Psi_f/\Psi_к)$.

Слагаемые $\varepsilon\sigma di_a/dt$, $\varepsilon\sigma di_b/dt$, $\varepsilon\sigma di_c/dt$ можно трактовать как соответствующие добавки $\varepsilon\sigma$ к индуктивностям рассеяния трансформатора. Тогда на первом этапе применения метода усреднения к уравнениям цепей нагрузки можно считать, что на вход выпрямителя подается трехфазное напряжение с постоянной амплитудой $\omega\Psi_m$.

Величины $\varepsilon\sigma$ можно трактовать как некоторые добавки к индуктивностям рассеяния трансформатора.

Трехфазная обмотка статора через трансформатор и выпрямитель подключена к нагрузке — индуктивному накопителю энергии (рис. 1). Считается, что токи и напряжения цепи нагрузки приведены к первичной обмотке трансформатора. Тогда на первом этапе применения метода усреднения к уравнениям цепей нагрузки можно считать, что на вход выпрямителя подается трехфазное напряжение с постоянной амплитудой $w\Psi_m$.

Запишем закон Ома для участка цепи, содержащего нагрузку

$$\frac{di_n}{dt} = \varepsilon_n u_n. \quad (7)$$

Здесь i_n, u_n — ток и напряжение в индуктивном накопителе; приведенные к принятой системе безразмерных единиц; $\varepsilon_n = t_* x_{ad}/x_n$, где x_n — индуктивное сопротивление накопителя в системе x_{ad}.

Индуктивное сопротивление накопителя много больше, чем индуктивные сопротивления обмоток машины. Поэтому параметр ε_n является величиной того же порядка, что и ε_ω, а ток i_n — медленной переменной. Поясним этот важный факт. Пренебрегая несущественными потерями энергии в активных сопротивлениях системы, а также потерями на трение в подшипниках, можно считать, что вся кинетическая энергия вращения маховика преобразуется в энергию магнитного поля индуктивного накопителя:

$$H_j[\omega^2(0) - \omega^2] = x_n i_n^2. \quad (8)$$

Здесь $\omega(0)$ — начальное значение угловой скорости; H_j — инерционная постоянная в системе x_{ad}.

Иначе говоря, расходуемая механическая мощность равна мощности, потребляемой накопителем. Поэтому скорость убывания частоты вращения ротора имеет тот же порядок, что и скорость нарастания тока в нагрузке. Это подтверждает, что

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

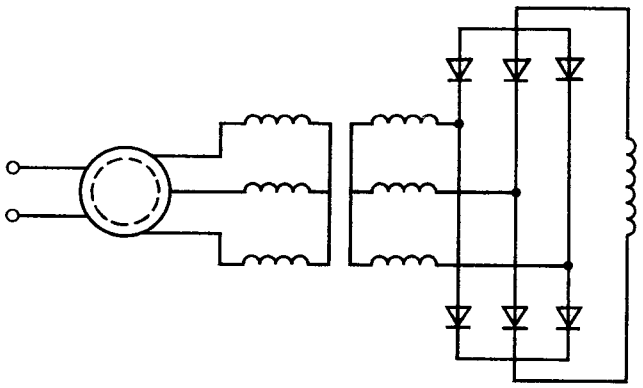


Рис. 1.

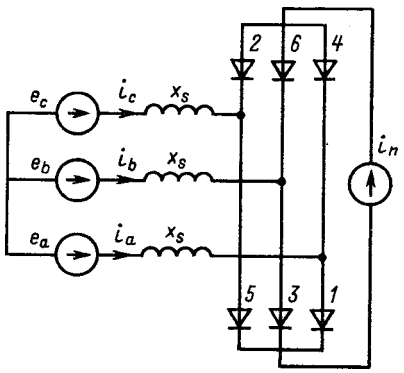


Рис. 2

ток i_n — медленная переменная, тогда как токи статора i_a, i_b, i_c — быстрые переменные.

Для того чтобы дополнить систему (4) медленным уравнением цепи нагрузки (для тока i_n), а также рассчитать $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$, необходимо описать процессы в выпрямителе и нагрузке. Рассмотрим наиболее распространенную в системах с ТКД схему выпрямления трехфазного тока — схему Ларионова (рис. 2). Здесь e_a, e_b, e_c — трехфазная э. д. с.:

$$e_a = \omega\Psi_m \sin(\alpha + \psi); \; e_b = \omega\Psi_m \sin(\alpha + \psi - 2\pi/3);$$

$$e_c = \omega\Psi_m \sin(\alpha + \psi + 2\pi/3);$$

α — угол поворота ротора, отсчитываемый относительно момента зажигания первого вентиля:

$$\alpha = \theta - \psi - \varphi + \pi/2; \qquad (9)$$

ψ — фаза e_a в момент зажигания первого вентиля; x_s — индуктивность рассеяния трансформатора с учетом добавленной индуктивности $\varepsilon\sigma$.

Согласно методу асимптотического разделения движений амплитуда трехфазной э. д. с. $\omega\Psi_m$ и ток нагрузки i_n, как медленные переменные, на этапе получения уравнений медленных нестационарных процессов и вычисления усредненных по быстрому времени значений быстрых переменных считаются постоянными. Таким образом, приходим к задаче о выпрямлении трехфазного тока в установившемся режиме. Существенным отличием от известного в литературе [7, 8] подхода к решению подобных задач является то, что нагрузка моделируется источником постоянного тока i_n.

В зависимости от значения тока нагрузки i_n схема Ларионова может работать в трех режимах, различающихся числом одновременно открытых вентилей [7]. В решенных ранее задачах [2, 3] существенным оказывался только первый режим работы вентильной схемы. Для решения задачи управления по заданному закону изменения мощности необходимо рассчитать все три режима работы выпрямителя.

В установившемся 2π-периодическом по α режиме работы схемы Ларионова для вычисления средних значений токов i_d, i_q достаточно рассмотреть интервал времени $2\pi/3$, так как фазные токи i_a, i_b, i_c входят симметрично в выражения для i_d, i_q. В цепи выпрямленного тока период $0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi$ разбивается на шесть равных интервалов, отличающихся комбинацией номеров открытых вентилей. Соответственно напряжение на нагрузке u_n — быстрая переменная — изменяется с периодом $\pi/3$.

В первом режиме часть времени $0 \leqslant \alpha \leqslant \gamma$ открыты три вентиля, остальное время $\gamma \leqslant \alpha \leqslant \pi/3$ — два вентиля; угол коммутации γ в этом режиме изменяется от 0 до $\pi/3$. Записав уравнения контуров, содержащих открытые вентили, находим зависимости быстрых переменных u_n, i_a, i_b, i_c от медленной переменной i_n и угла α. Но удобнее выражать все величины не через i_n, а через угол коммутации γ. Выразив по известным формулам i_d и i_q через i_a, i_b, i_c, найдем средние значения:

$$\langle u_n \rangle = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \omega\Psi_m [\cos(\psi - \pi/6) + \cos(\gamma + \psi - \pi/6)]; \qquad (10)$$

$$\langle i_d \rangle = \frac{3}{2\pi} \frac{\Psi_m}{\sigma} [\sin\gamma \sin(\gamma + 2\psi + \varphi - \pi/3) - \gamma \sin\varphi]; \qquad (11)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\langle i_q \rangle = \frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}[\sin\gamma\cos(\gamma + 2\psi + \varphi - \pi/3) - \gamma\cos\varphi]. \quad (12)$$

Ток нагрузки i_n связан с углом коммутации γ соотношением

$$i_n = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\Psi_m}{\sigma}[\cos(\psi - \pi/6) - \cos(\gamma + \psi - \pi/6)]. \quad (13)$$

Исключая из (10) и (13) угол γ и подставляя в (7), получаем уравнение медленных нестационарных процессов в цепи нагрузки для первого режима работы выпрямителя:

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}\varepsilon_n\omega\left[\Psi_m\cos(\psi - \pi/6) - \frac{\sigma}{\sqrt{3}}i_n\right]. \quad (14)$$

Уравнения (4) и (14), дополненные выражениями (11)–(13), образуют полную систему уравнений медленных нестационарных процессов. Угол ψ входит в систему как параметр. В случае неуправляемых вентилей он равен $\pi/6$.

С ростом тока нагрузки увеличивается угол коммутации γ. Когда он становится равным $\pi/3$, схема Ларионова начинает работать во втором режиме: в течение всего периода одновременно открыто по три вентиля. В этом случае угол ψ является переменной величиной, которая изменяется от $\pi/6$ до $\pi/3$, а угол γ остается неизменным и равным $\pi/3$. При этом средние значения быстрых переменных определяются соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}
\langle u_n \rangle &= \frac{3}{2\pi}\omega\Psi_m\cos\psi;\\
\langle i_d \rangle &= \frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\psi + \varphi) - \frac{\pi}{3}\sin\varphi\right];\\
\langle i_q \rangle &= \frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\psi + \varphi) - \frac{\pi}{3}\cos\varphi\right].
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Ток нагрузки связан с углом ψ:

$$i_n = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\Psi_m}{\sigma}\sin\psi. \quad (16)$$

Уравнение медленных нестационарных процессов в нагрузке в этом режиме

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{9}{2\pi}\varepsilon_n\omega\sqrt{\Psi_m^2 - \frac{4}{3}\sigma^2 i_n^2}. \quad (17)$$

Второй режим заканчивается, когда $\psi = \pi/3$. В третьем режиме попеременно горят либо три, либо четыре вентиля, а угол коммутации γ меняется от $\pi/3$ до $2\pi/3$. Угол ψ при неуправляемых вентилях сохраняет значение $\pi/3$. Выражения для $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$, $\langle u_n \rangle$ и уравнение медленных нестационарных процессов, соответствующие третьему режиму, получаются аналогично предыдущему:

$$\left.\begin{aligned}
\langle u_n \rangle &= \frac{9}{2\pi}\omega\Psi_m\left[\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) + \cos(\gamma + \psi)\right];\\
\langle i_d \rangle &= \frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\sin\left(\gamma + 2\psi + \varphi - \frac{\pi}{3}\right) - \gamma\sin\varphi\right];\\
\langle i_q \rangle &= \frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\cos\left(\gamma + 2\psi + \varphi - \frac{\pi}{3}\right) - \gamma\cos\varphi\right];\\
i_n &= \frac{\Psi_m}{2\sigma}\left[\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \cos(\gamma + \psi)\right];
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{9}{2\pi}\varepsilon_n\omega\left[\Psi_m\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \sigma i_n\right]. \quad (19)$$

При $\gamma = 2\pi/3$, как видно из (18), $\langle u_n \rangle = 0$, это означает, что мощность, отдаваемая в накопитель, становится равной нулю. Таким образом, дальнейшее увеличение тока в индуктивном накопителе невозможно, и, следовательно, рассмотрены все выпрямительные режимы работы системы.

Выведенные соотношения (10)–(12), (15), (18) и уравнения (14), (17), (19) остаются справедливыми и для выпрямителя с управляемыми вентилями (тиристорами). Тогда в первом режиме значение угла зажигания ψ можно задавать в интервале $[\pi/6; 2\pi/3]$, а в третьем – $[\pi/3; \pi/2]$.

Управление напряжением возбуждения для обеспечения заданного закона изменения мощности. Для нахождения управления возбуждением воспользуемся полученными уравнениями медленных нестационарных процессов. Пусть задан закон изменения безразмерной мощности $N(t)$ в системе

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

x_{ad}. Как говорилось выше, можно считать, что вся кинетическая энергия вращения ротора с маховиком преобразуется в энергию электромагнитного поля индуктивного накопителя. Дифференцируя равенство (8) по безразмерному времени, соответствующему системе x_{ad}, и учитывая, что мощность, отдаваемая ротором с маховиком и получаемая накопителем, равна заданной мощности $N(t)$, получим

$$-H_j \omega \frac{d\omega}{dt} = x_n i_n \frac{di_n}{dt} = N(t). \qquad (20)$$

Из соотношения (20) можно найти угловую скорость вращения ротора и ток нагрузки непосредственным интегрированием:

$$\left.\begin{aligned} i_n^2 &= i_n^2(0) + \frac{2}{x_n}\int_0^t N(\tau)\,d\tau; \\ \omega^2 &= \omega^2(0) - \frac{2}{H_j}\int_0^t N(\tau)\,d\tau. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Поскольку базисные значения тока нагрузки и угловой скорости в системе x_{ad} и в принятой выше системе одинаковы, то соотношения (21) определяют i_n и ω в обеих системах. После того как найдена зависимость $\omega(t)$, можно выразить переменную Ψ_f через $\Psi_к$. Воспользуемся для этого третьим уравнением системы (4). Умножая его на $H_j\omega$, получим

$$-N(t) = H_j \omega \frac{\varepsilon_\omega}{\varepsilon}(\Psi_f \langle i_q \rangle - \Psi_к \langle i_d \rangle). \qquad (22)$$

Пользуясь в зависимости от режима работы выпрямителя выражениями (11)–(12) или (15), или (18) для $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$, найдем из (22) зависимость $\Psi_f(\Psi_к, t)$. Чтобы определить $\Psi_к$, проинтегрируем первое уравнение системы (4), выразив $\langle i_q \rangle$ через $\Psi_к$. Хотя метод асимптотического разделения движений позволяет в большинстве случаев отделить [2] переменную $\Psi_к$, как более быструю (за счет малости параметров ε_ω, ε_f, ε_n), в данном случае целесообразно произвести численное интегрирование первого уравнения системы (4), так как его правая часть является сложной трансцендентной функцией $\Psi_к$. По рассчитанной функции $\Psi_к$ вычисляем Ψ_f, а затем из второго уравнения системы (4) найдем закон управления напряжением возбуждения:

$$e_f = \frac{\varepsilon_f \nu_t}{\nu_t + \varepsilon_f}\frac{d\Psi_f}{dt} - \Psi_f + \langle i_d \rangle. \qquad (23)$$

При численных расчетах начальные условия выбирались в соответствии с описанным выше порядком работы установки: $\Psi_к(0) = 0$; $i_n(0) = 0$; $\omega(0) = 1$. Начальные условия для Ψ_f определяются из (22). Расчеты проводились для одной из машин, предназначенных для питания электрофизической установки. Безразмерные параметры этой машины имеют следующие значения: $\varepsilon_\omega = 0{,}051$; $\varepsilon_n = 0{,}086$; $\nu_t = 0{,}692$; $\nu_к = 1$; $H_j = 16{,}35\cdot 10^3$; $\sigma = 0{,}133$.

Впрочем, значения безразмерных параметров ТКД разной мощности близки между собой.

На рис. 3 приведен требуемый закон изменения мощности $N(t)$ и рассчитанные для него зависимости $e_f(t)$, $\omega(t)$, $i_n(t)$. В рассмотренном примере $N(t)$ – кусочно-гладкая функция времени. Поскольку в правой части (25) есть слагаемое, пропорциональное $d\Psi_f/dt$, закон управления возбуж-

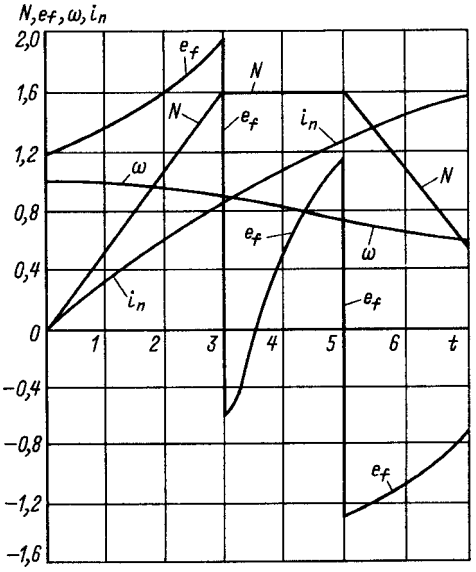


Рис. 3

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

дением оказывается разрывной функцией. При управлении машиной скачкообразное изменение закона регулирования $e_f(t)$ без потери точности поддержания мощности может быть заменено непрерывным изменением $e_f(t)$, производимым за время затухания быстрых процессов ($\sim\varepsilon$).

Зависимости, представленные на рис. 3, соответствуют случаю неуправляемых вентилей. Были также проведены вычисления для управляемых вентилей. Принималось значение $\psi > \pi/6$. Это соответствует тому, что вентили открываются с запаздыванием, когда на аноде уже имеется положительный потенциал. Как показали расчеты, в этом случае характер изменения закона управления возбуждением не меняется, но для поддержания заданной мощности требуется большее напряжение возбуждения, так что, по-видимому, принудительное изменение угла зажигания вентилей при работе ТКД в генераторном режиме нецелесообразно.

Двигательный режим. Для обратного преобразования части неизрасходованной энергии индуктивного накопителя в кинетическую энергию вращения ротора с маховиком, машина должна работать в двигательном режиме, а выпрямитель — в инверторном. В этом режиме за счет уменьшения тока накопителя на вторичных обмотках трансформатора установится трехфазное напряжение с медленно меняющейся амплитудой. Для этого в те моменты, когда фазное напряжение имеет положительную полуволну, в соответствующей паре тиристоров запирается вентиль катодной группы [7], а ток течет через вентиль анодной группы. Это условие может быть выполнено изменением угла зажигания ψ на 180° по отношению к выпрямительному режиму.

Инвертор, выполненный по схеме Ларионова, тоже может иметь три режима работы в зависимости от числа открытых вентилей. При уменьшении тока нагрузки вначале вентили работают группами по три—четыре, потом по три и, наконец, по два—три открытых вентиля.

Уравнения медленных нестационарных процессов (4) будут справедливы и в двигательном режиме. Изменятся только соотношения для $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$ и уравнение нагрузки. Используя схему рис. 2 для инверторного режима, запишем аналогично выпрямительному режиму уравнения контуров, содержащих открытые вентили. Затем найдем зависимости переменных u_n, i_d, i_q от углов γ и α и их средние по α:

$$\left.\begin{aligned}
\langle u_n \rangle &= \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\omega\Psi_m[\cos(\psi - \pi/6) + \\
&\qquad + \cos(\gamma + \psi - \pi/6)];\\
\langle i_d \rangle &= -\frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}[\sin\gamma\sin(\gamma + 2\psi + \\
&\qquad + \varphi - \pi/3) - \gamma\sin\varphi];\\
\langle i_q \rangle &= -\frac{3}{2\pi}\frac{\Psi_m}{\sigma}[\sin\gamma\cos(\gamma + 2\psi + \\
&\qquad + \varphi - \pi/3) - \gamma\cos\varphi].
\end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Ток i_n связан с углом γ соотношением

$$i_n = -\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\Psi_m}{\sigma}\left[\cos(\psi - \pi/6) - \cos(\gamma + \psi - \pi/6)\right]. \quad (25)$$

Уравнение нагрузки имеет вид

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\varepsilon_n\omega\left[\Psi_m\cos(\psi - \pi/6) + \frac{\sigma}{\sqrt{3}}i_n\right]. \quad (26)$$

Соотношения (24), (25) и уравнение (26) справедливы для работы инвертора в режиме чередования двух—трех открытых вентилей. Угол γ меняется от $\pi/3$ до 0, а угол ψ может быть задан в пределах от 180 до 210°. Аналогично можно написать уравнение нагрузки и выражения $\langle i_d \rangle$, $\langle i_q \rangle$ при работе инвертора в двух других режимах.

По уравнениям (4), (26) был произведен расчет работы "системы индуктивный накопитель энергии — ТКД". При работе машины двигателем достаточно рассмотреть только третий режим инвертирования, когда вентили работают группами по два—три. Это объясняется следующим. Как показали расчеты выпрямительного режима, преобразовательный блок большую часть времени работает в режиме чередования групп из двух и трех открытых вентилей, а два других режима реализуются только в самом конце рабочего процесса, т. е. при больших токах в накопителе. В начале же двигательного режима энергия накопителя уже частично израсходована и ток в нем существенно меньше, чем в конце генераторного режима.

На рис. 4 приведены результаты расчета инверторного режима при постоянном напряжении возбуждения $e_f = 3$. В качестве начальных условий были приняты следующие значения: $\Psi_к(0) = -1$; $\Psi_f(0) = 1$; $\omega(0) = 0{,}5$; $i_n(0) = 1{,}5$. Угол зажигания $\psi = 210°$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

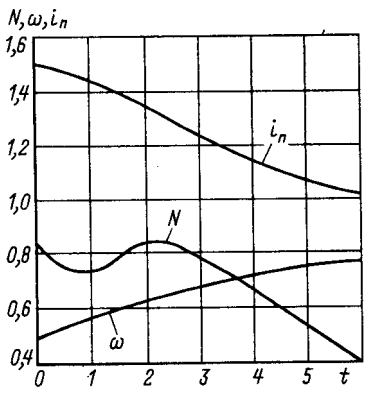


Рис. 4

На рис. 4 приведено абсолютное значение мощности, которая в двигательном режиме считается отрицательной.

Колебания мощности на начальном участке и ее убывание в дальнейшем связано с тем, что напряжение возбуждения считалось постоянным. Для поддержания постоянной мощности в процессе инвертирования требуется управление напряжением возбуждения.

Разработанная таким образом методика позволила на основе сравнительно простых уравнений исследовать электромеханические процессы в достаточно сложной системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Глебов И. А., Кашарский Э. Г., Рутберг Ф. Г.** Синхронные генераторы в электрофизических установках. — Л.: Наука, 1977.

2. **Власов Е. Н., Ходжаев К. Ш.** Нестационарные процессы синхронного генератора, питающего индуктивный накопитель энергии. — Электричество, 1982, № 11.

3. **Власов Е. Н., Ходжаев К. Ш.** Управление нестационарными процессами вентильного генератора, питающего индуктивный накопитель энергии. — Электричество, 1985, № 9.

4. **Киселев П. В., Саблин А. Д., Ходжаев К. Ш.** Динамика турбогенератора кратковременного действия, работающего на плазмотрон переменного тока. — Электричество, 1988, № 3.

5. **Киселев П. В., Ходжаев К. Ш.** Усредненные уравнения переходных процессов в синхронных машинах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 4.

6. **Важнов А. И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. — Л.: Энергия, 1980.

7. **Размадзе Ш. М.** Преобразовательные схемы и системы. — М.: Высшая школа, 1967.

8. **Глебов И. А.** Системы возбуждения мощных синхронных машин. — Л.: Наука, 1979.

[21.05.92]

Поляризация диэлектрической и магнитных сред во внешнем поле с позиции максвелловской теории поля и с позиции электронной теории в интерпретации Эйнштейна — Тамма — Поливанова[1]

АБРАМКИН Ю. В.

Москва

Минуло более 100 лет с момента создания Дж. К. Максвеллом основ теории электромагнитного поля. В последующее время теория электромагнитного поля (ЭМП) Максвелла была подтверждена опытами Г. Герца, исследованиями электромагнитной природы света П. Н. Лебедева, изобретением радио А. С. Поповым. Заметный прогресс во многих отраслях промышленности и в сельском хозяйстве и, в первую очередь, в электротехнике, в большой мере оказался обусловленным успешным практическим применением этой теории.

Вместе с тем, за истекший после Максвелла период времени появилось множество учебников, учебных пособий и руководств по основам теории электричества (иногда называемым несколько иначе: теоретические основы электротехники), где отдельные вопросы теории ЭМП трактуются неадекватно тому, как это было осуществлено самим ее автором — Дж. К. Максвеллом в его знаменитом "Трактате об электричестве и магнетизме" [1].

Как выяснилось в опубликованных после Максвелла исследованиях, не со всеми приведенными в Трактате выводами можно согласиться в полной мере. Это, в частности, относится к § 639, 640 и другим, где приводится обоснование распреде-

[1] В порядке обсуждения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ния объемной плотности пондеромоторных сил (ПС) и натяжений в магнитном поле, исходя из ошибочно определенной Максвеллом так называемой потенциальной функции. Действительный вид последней оказался [2] иным, а ее практическое применение при решении проблемы распределения ПС в магнитном поле привело в итоге к подтверждению ранее предложенных Максвеллом формул для объемной плотности (ОП) ПС в магнитном поле (в присутствии изотропной магнитной среды с фиксированными магнитными свойствами: $\mu(x, y, z) \neq f_1(\overline{H})$), приведенных в его работе "О физических силовых линиях" [3]. Их справедливость была позднее подтверждена в фундаментальных исследованиях Г. Гельмгольца [4], Л. Больцмана [5], Е. Кона [6], а также в работах последнего времени А. В. Иванова-Смоленского [7–10], М. А. Аванесова [11], автора [12], [13], в данной работе (см. Приложение).

Вместе с тем автор данного сообщения глубоко убежден в необходимости проявлять крайнюю осторожность в процессе интерпретации максвелловской теории поля с тем, чтобы основные идеи (так называемые постулаты), предложенные Максвеллом в качестве основ теории ЭМП, не оказались случайно подвергнутыми необоснованной ревизии в явной или неявной форме.

С сожалением приходится констатировать, что один из фундаментальных вопросов теории ЭМП – явление поляризации диэлектриков и магнетиков при воздействии на них внешнего ЭМП рассматривается многими авторами как с позиции теории поля Максвелла, так и с позиции электронной теории в интерпретации А. Эйнштейна [14] без какого-либо критического анализа обоих подходов в предположении, очевидно, их адекватности.

С огорчением надо признать, что совсем небезупречная позиция А. Эйнштейна в этом вопросе, а также при рассмотрении проблемы ПС в электромагнитном поле (ЭМП) в присутствии среды с изотропными диэлектрическими и магнитными свойствами, не находила вплоть до последнего времени [7], [2], (см. Приложение) критического отношения и, более того, была поддержана К. М. Поливановым [15, 16] и И. Е. Таммом [17].

В основе воззрений Эйнштейна – Тамма – Поливанова на явление поляризации диэлектрической и магнитной сред во внешнем ЭМП лежат идея Лоренца рассматривать поле поляризованной среды как поле некомпенсированных связанных зарядов и гипотеза об адекватности поляризованной диэлектрической (магнитной) среды системе "вакуум + диполи".

Эта гипотеза является основополагающей для так называемых представлений электростатики (магнетостатики) о явлении поляризации диэлектрической (магнитной) среды во внешнем ЭМП и восходит своими истоками, по всей очевидности, ко временам В. Кельвина [18], когда еще не были сформулированы Максвеллом основные уравнения ЭМП. Впрочем и автору теории поля не удалось в полной мере избежать их негативного влияния: с одной стороны, только благодаря отказу от этих представлений можно было ввести в рассмотрение так называемый ток смещения в пустоте и обосновать на его основе стройную теорию ЭМП. С другой стороны, Дж. К. Максвелл не обратил внимания на то, что установленные им основные уравнения ЭМП, дополненные материальными уравнениями связи между физическими величинами ЭМП, однозначно определяют и само поле ОП ПС (см. Приложение) и при обосновании этого силового поля остался в плену упомянутых выше представлений магнетостатики.

Основная цель данного сообщения заключается в том, чтобы установить основные особенности явления поляризации диэлектрика (магнетика), вытекающие из теории ЭМП Максвелла и критически оценить широко распространенные вплоть до настоящего времени благодаря неоднократно переиздававшимся работам И. Е. Тамма [17] и К. М. Поливанова [15, 16] представления Кельвина – Эйнштейна в отношении того же явления – поляризации диэлектрической среды при воздействии на нее внешнего электрического поля.

В основе максвелловского подхода к объяснению явления поляризации диэлектрической среды во внешнем электрическом поле лежит предложенный им постулат:

$$\int_S (\overline{D}\, \overline{dS}) = q, \qquad (1)$$

устанавливающий равенство потока векторного поля электрического смещения $\overline{D}$ сквозь любую замкнутую поверхность S свободному электрическому заряду q, размещенному внутри объема V, ограниченного этой поверхностью.

В отличие от своих предшественников и современников Максвелл распространил действие уравнения (1) на любые сколь угодно быстро изменяющиеся переменные электрические поля. Именно по этой причине уравнение (1) следует рассматривать как основной постулат теории электромагнитного поля.

Это же уравнение является ключевым для обоснования непротиворечивой теории поляризации. Отметим прежде всего, что в соответствии с постулатом Максвелла поток вектора электрического смещения определяется только свободными электрическими зарядами, заключенными в объеме V, ограниченном поверхностью S. При внесении извне внутрь объема V через его поверхность

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

S некоторого свободного количества электричества (заряда) q через граничную поверхность S того же объема изнутри его наружу переходит (смещается) количество электричества Q, в точности равное q. Последнее означает, что общее количество электричества внутри объема остается неизменным. При этом в соответствии с теорией Максвелла значение смещенного количества электричества из объема V определяется смещением как в диэлектрической среде, так и в пустоте.

Для того, чтобы установить физическую природу явления поляризации диэлектрической среды во внешнем электрическом поле и, в конечном итоге, обосновать материальное уравнение связи между векторами электрического смещения $\overline{D}$ и электрической напряженности $\overline{E}$, рассмотрим вначале электростатическое поле (ЭСП) в присутствии однородной и изотропной диэлектрической среды. При этом, разумеется, уравнение (1) для вектора электрического смещения остается справедливым, а поле электрической напряженности будем удовлетворять теореме Гаусса:

$$\int_S (\overline{E}\,\overline{dS}) = q/\varepsilon. \qquad (2)$$

Из совместного рассмотрения уравнений (1) и (2) следует искомое соотношение между векторами $\overline{D}$ и $\overline{E}$:

$$\overline{D} = \varepsilon\overline{E}. \qquad (3)$$

Это уравнение обобщается и на случай неоднородной диэлектрической среды, в которой $\varepsilon = f_1(x, y, z) = \mathrm{var}$. При этом, очевидно, уравнения (1) и (2) следует применить в отношении бесконечно малых объемов, в пределах которых диэлектрическая среда может быть рассмотрена как однородная.

Гипотеза Максвелла о том, что электрическое смещение может иметь место не только в веществе, но и в пустоте (вакууме), позволяет обосновать иной, эквивалентный соотношению (3), вид материального уравнения, в правой части которого стояла бы сумма двух функциональных слагаемых, определяющих каждое в отдельности вклад в общее электрическое смещение $\overline{D}$ вакуума и размещенного в нем вещественного диэлектрика. Обратим внимание на очевидный и вместе с тем весьма важный вывод, вытекающий из максвелловской гипотезы: вакуум (пустота) это особый вид материи, который не исчезает при внесении в него вещественной материи в форме диэлектрической или магнитной среды. По этой причине значение физических величин (векторных или скалярных) в данной точке пространства, зависящих от обеих совмещенных сред (вакуума и вещественной среды диэлектрика), оказывается равной сумме соответствующих физических величин в той же точке пространства, обусловленных каждой из этих сред. Такой вывод справедлив, например, в отношении векторной функции электрического смещения и скалярной функции диэлектрической проницаемости:

$$\overline{D} = \varepsilon\overline{E} = \overline{D}_0 + \overline{D}_\varepsilon = \varepsilon_0\overline{E} + \varepsilon_д\overline{E} = \varepsilon_0\overline{E} + \overline{P},$$

где $\overline{P} \equiv \overline{D}_\varepsilon = \varepsilon_д\overline{E}$; $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_д$, причем под $\varepsilon_д$ понимается собственная диэлектрическая проницаемость вещества диэлектрика.

Действительно, допустим вначале, что электрическое поле возбуждается внесением в предназначенное ему место электрического заряда q в "вакуумной" диэлектрической (характеризующейся диэлектрической постоянной ε_0) среде. В этом случае имеется только одна среда с линейными диэлектрическими свойствами. Поле вектора электрического смещения при этом очевидно: $\overline{D}_{0,0} = \varepsilon_0\overline{E}_0$.

В присутствии вещественной диэлектрической среды (при прочих равных условиях) в рассматриваемом пространстве влияние этой среды приводит в конечном итоге к новым, отличным от полей $\overline{D}_{0,0}$ и $\overline{E}_0$, полям векторов электрического смещения $\overline{D}$ и напряженности $\overline{E}$. В отличие от рассмотренного случая теперь в данной точке пространства вектор электрического смещения будет определяться суммой смещений от двух сред: электрического смещения вакуума $\overline{D}_0 = \varepsilon_0\overline{E}$ и электрического смещения вещества диэлектрика $\overline{P} = \varepsilon_д\overline{E}$, где символом $\varepsilon_д$ обозначена так называемая собственная диэлектрическая проницаемость вещественной среды. Под диэлектрической проницаемостью среды в общепринятом в настоящее время смысле понимается таким образом сумма собственной диэлектрической проницаемости вещественной среды (диэлектрика) и диэлектрической проницаемости вакуума: $\varepsilon = \varepsilon_д + \varepsilon_0$.

Если условиться о том, чтобы ограничивающая объем V поверхность S была ортогональна векторному полю электрического смещения, то при условии изотропности диэлектрической среды будут выполняться следующие интегральные и дифференциальные уравнения:

$$\int_S \overline{D}\,\overline{dS} = \int_S (\varepsilon_0\overline{E} + \overline{P})\overline{dS} = q;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\operatorname{div} \bar{D} = \operatorname{div} (\varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P}) = \rho;$$

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} = \bar{n}_E \frac{dQ_0}{dS} + \bar{n}_P \frac{dQ_\varepsilon}{dS},$$

откуда наглядно видно происхождение термина "электрическое смещение".

В целом вектор электрического смещения определяется в данной точке наблюдения двумя слагающими его векторами. Первый из них $\bar{D}_0 = \varepsilon_0 \bar{E}$ является по Максвеллу результатом смещения электричества в пустоте:

$$\bar{D}_0 = \varepsilon_0 \bar{E} = \bar{n}_E dQ_0 / dS,$$

второй слагающий его вектор $\bar{P} = \varepsilon_д \bar{E}$ есть результат смещения электричества в веществе диэлектрика через поверхность S, ориентированную в направлении смещения электрических зарядов dQ:

$$\bar{P} = \varepsilon_д \bar{E} = \bar{n}_P \frac{dQ_\varepsilon}{dS},$$

где $\int_S \left[\frac{dQ_0}{dS} + \frac{dQ_\varepsilon}{dS} \right] dS = Q \equiv q.$

Как следует из вышеизложенного, в Максвелловской теории поляризации диэлектрической среды, находящейся во внешнем электрическом поле, какое-либо обращение к электронной теории и, в частности, к так называемым представлениям электростатики отсутствует.

Тем не менее, авторов, которые придерживались бы изложенной выше максвелловской интерпретации явления поляризации диэлектриков и магнетиков, заметно меньше тех, кто объясняет эти явления с позиции адекватности диэлектрика системе "вакуум + диполи". К первой группе относятся Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров [20], М. Абрагам [22] и др.; ко второй группе относятся И. Е. Тамм [17], К. М. Поливанов [15, 16], Н. Н. Миролюбов [23] и др.

Обратиться к критическому анализу позиции второй группы авторов заставляет еще и то обстоятельство, что авторы первой группы (сторонники максвелловской интерпретации явления поляризации в диэлектриках и магнетиках) воздерживаются от критического анализа так называемых представлений магнетостатики (электростатики), полагая, очевидно, их вместе с авторами второй группы адекватными максвелловской интерпретации тех же явлений. Однако, как показывает нижеприведенный анализ, для последнего заключения нет никаких убедительных оснований.

Существенное различие в подходах к анализу явления поляризации максвелловской (феноменологической) и электронной теорий (А. Эйнштейна, К. М. Поливанова, И. Е. Тамма и др.) проявляется в определении меры электрической поляризации.

В соответствии с теорией Максвелла вектор электрического смещения (электрической поляризации, по терминологии К. М. Поливанова [15, с. 36]) в данной точке наблюдения определяется как поверхностная плотность электрических зарядов, индуцированных в диэлектрике внешним электрическим полем и перемещающихся через элемент поверхности, ориентированный в направлении вектора $\bar{P} = \bar{n}_P \frac{dQ_\varepsilon}{dS}$.

Следует обратить внимание на то, что здесь речь идет об электрическом смещении электрических индуцированных зарядов в диэлектрической среде.

В соответствии с электронной теорией мерой электрической поляризации служит плотность дипольных моментов $\bar{P}$ или электрический момент единицы объема [15, с. 36] $\bar{P}_* = \lim_{V \to 0} \frac{\Sigma \bar{P}}{V}$.

К этому существенно добавить, что сторонники такого подхода к объяснению явления поляризации диэлектрика совмещают введение диполей с одновременным удалением[3] в бесконечность самой диэлектрической среды. Наиболее недвусмысленно в этом отношении выражается Кл. Шефер [24, § 14, с. 101]: "... диэлектрик заменяется системой вакуум + диполи".

Нетрудно однако убедиться в том, что предлагаемая сторонниками электронной теории математическая модель электростатического поля является в действительности неполной в том смысле, что с ее помощью удается воспроизвести в точности только поле электрической напряженности: поле электрического смещения (электрической индукции) не воспроизводится, также как не воспроизводится и поле электрической поляризации. Эти выводы следуют из сопоставления системы дифференциальных уравнений ЭСП в обеих моделях (по Максвеллу и в соответствии с электронной теорией).

Математическая модель электростатического поля в присутствии поляризуемой диэлектриче-

[3] Вместе с тем при качественном объяснении физической природы поляризации авторы [15] и [17] совершенно справедливо говорят о трансформации нейтральных молекул диэлектрика в диполи при воздействии внешнего поля на диэлектрик.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ской среды по Максвеллу:

$$\text{rot}\,\overline{E} = 0;\ \text{div}\,\overline{D} = \rho;\ \overline{D} = \varepsilon\overline{E} = \varepsilon_0\overline{E} + \overline{P};$$

$$\text{rot}\,\overline{D} = \text{grad}\,\varepsilon \times \overline{E} = \text{rot}\,\overline{P};$$

$$\text{div}\,\overline{E} = \rho/\varepsilon_0 - \text{div}\,\overline{P}/\varepsilon_0 = \frac{\rho}{\varepsilon} - \frac{\overline{E}\nabla\varepsilon}{\varepsilon}.$$

Математическая модель электростатического поля при замене диэлектрической среды системой "вакуум + фиктивные электрические заряды" ($\overline{E}_м = \overline{E};\ \overline{D}_м \neq \overline{D}$):

$$\text{rot}\,\overline{E}_м = 0;\ \text{div}\,\overline{D}_м = \rho + \rho_{св.з} \neq \text{div}\,\overline{D} = \rho;$$

$$\overline{D}_м = \varepsilon_0\overline{E}_м \neq \overline{D} = \varepsilon\overline{E};\ \text{div}\,\overline{E}_м = (\rho + \rho_{св.з})/\varepsilon_0 = \text{div}\,\overline{E};$$

$$\text{rot}\,\overline{D}_м = 0 \neq \text{rot}\,\overline{D} = \text{grad}\,\varepsilon \times \overline{E};\ \rho_{св.з} = -\text{div}\,\overline{P}.$$

Из этого сравнения видно, что в модели ЭСП по Эйнштейну – Тамму – Поливанову воспроизводится только поле электрической напряженности, поскольку внутри некоторого объема $V_м = V$, ограниченного поверхностью $S_м = S$, выполняются следующие соотношения:

$$\text{rot}\,\overline{E}_м = \text{rot}\,\overline{E};\ \text{div}\,\overline{E}_м = \text{div}\,\overline{E}$$

и, кроме того, следующие дополнительные условия:

$$\text{div rot}\,\overline{E} = 0;\ \text{div rot}\,\overline{E}_м = 0;$$

$$\int_V \text{div}\,\overline{E}dV = \int_S (\overline{E}\,\overline{dS});\ \int_{V_м} \text{div}\,\overline{E}_м dV = \int_{S_м} (\overline{E}_м\,\overline{dS}).$$

При этом, как следует из теории векторного анализа [25], векторные поля напряженности электрического поля $\overline{E}$ и $\overline{E}_м$, во-первых, однозначно определяются по их вихрям и расхождениям, а, во-вторых, эти векторные поля оказываются тождественными в силу тождественности их вихрей и расхождений, а также дополнительных условий, которым они удовлетворяют.

Из того же сравнения обеих математических моделей ЭСП видно, что воспроизводимые в них векторные поля электрических индукций и поляризации не совпадают друг с другом, поскольку $\text{div}\,\overline{D}_м \neq \text{div}\,\overline{D}$, $\text{rot}\,\overline{D}_м = 0 \neq \text{rot}\,\overline{D}$, причем векторное поле электрической поляризации вещественной среды в модели ЭСП по Эйнштейну – Тамму – Поливанову оказывается тождественно равным нулю, поскольку сама вещественная среда в этой модели отсутствует.

Вводимые же дополнительно к свободным электрическим зарядам фиктивные (не существующие в модели ЭСП по Максвеллу!) электрические заряды, распределяемые с ОП $\rho_{св.з} = -\text{div}\,\overline{P}$, воспроизводят не поле электрической поляризации $\overline{P}$, а поле электрической напряженности (совместно, разумеется, с упомянутыми выше свободными электрическими зарядами).

Нетрудно видеть, что любая математическая модель ЭСП на основе замены диэлектрика системой "вакуум + фиктивные источники" в принципе не может обеспечить полной адекватности воспроизводимого в ней модельного ЭСП ($\overline{E}_м$, $\overline{D}_м$) с ЭСП, удовлетворяющим математической модели ЭСП по Максвеллу ($\overline{E}$, $\overline{D}$).

Аналогичная ситуация возникает при попытке анализа стационарного магнитного поля (СМП)

$$\text{rot}\,\overline{H} = \overline{J};\ \text{div}\,\overline{B} = 0;\ \overline{B} = \mu_0\overline{H} = \mu_0(\overline{H} + \overline{M})$$

на основе применения для этой цели так называемых неполных [26] математических моделей, в которых воспроизводится точно только одна из двух физических величин, характеризующих СМП: либо поле вектора магнитной индукции ($\overline{B}_м = \overline{B}$): либо поле вектора напряженности ($\overline{H}_м = \overline{H}$).

Неполная математическая модель СМП на основе замены магнетика системой "вакуум + фиктивные токи проводимости" ($\overline{B}_м = \overline{B};\ \overline{H}_м \neq \overline{H}$):

$$\text{rot}\,\overline{H}_м = \overline{J} + \overline{J}_\mu \neq \text{rot}\,\overline{H};\ \text{div}\,\overline{B}_м = 0 = \text{div}\,\overline{B};$$

$$\text{rot}\,\overline{B}_м = \mu_0(\overline{J} + \overline{J}_\mu) = \text{rot}\,\overline{B};\ \overline{J}_\mu = \text{rot}\,\overline{M};$$

$$\text{div}\,\overline{H}_м = 0 \neq \text{div}\,\overline{H} = -\text{div}\,\overline{M} = -\frac{\overline{H}\nabla\mu}{\mu};$$

неполная математическая модель СМП на основе замены магнетика системой "вакуум + фиктивные магнитные заряды" ($\overline{B}_м \neq \overline{B};\ \overline{H}_м = \overline{H}$):

$$\text{rot}\,\overline{H}_м = \overline{J} = \text{rot}\,\overline{H};\ \text{div}\,\overline{B}_м = \rho_{св.з} \neq \text{div}\,\overline{B} = 0;$$

$$\text{div}\,\overline{H}_м = \rho_{св.з} = \mu_0\text{div}\,\overline{H};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\rho_{св.з} = -\mu_0 \operatorname{div} \bar{M} = \mu_0 (-\bar{H} \operatorname{grad} \mu)/\mu;$$

$$\operatorname{rot} \bar{B}_м = \mu_0 \bar{J} \neq \operatorname{rot} \bar{B} = \mu \bar{J} + \operatorname{grad} \mu \times \bar{H}.$$

Примечательно, что на основе неполных математических моделей принципиально невозможно воспроизведение полей электрической поляризации ($\bar{P}_м = \bar{P}$) или намагниченности ($\bar{M}_м = \bar{M}$), поскольку примененная в них среда (вакуум) предопределяет равенство нулю в этих моделях полей векторов электрической поляризации $\bar{P}_м = 0$ и намагниченности $\bar{M}_м = 0$. В неполных математических моделях электростатического и стационарного магнитного полей не воспроизводятся пространственные распределения ОП энергии и ОП ПС.

В ы в о д ы. Замена диэлектрика (магнетика), находящегося во внешнем поле, системой "вакуум + фиктивные электрические заряды" ("вакуум + фиктивные магнитные заряды" или "вакуум + фиктивные токи проводимости") позволяет правильно воспроизвести только поле вектора электрической напряженности (поле вектора магнитной напряженности или поле вектора магнитной индукции). В этой связи фактическое отождествление Таммом И. Е. и Поливановым К. М. предложенных ими неполных математических моделей ЭСП (СМП) с (полными) математическими моделями ЭСП (СМП) Максвелла следует признать необоснованным.

Разделы "Основ теории электричества" И. Е. Тамма и "Теоретических основ электротехники К. М. Поливанова, где приводится анализ явлений поляризации диэлектриков и магнетиков, следует критически переосмыслить, приведя их в соответствие с основными положениями максвелловской теории поля.

ПРИЛОЖЕНИЕ. Как показывает нижеприведенный анализ, предложенная в свое время А. Эйнштейном и И. Лаубом [14] формула для ОП ПС в нестационарном электромагнитном поле (ЭМП)

$$\bar{f}^{Э-Л} = \rho\bar{E} + \bar{J} \times \mu_0\bar{H} + (\bar{P}\nabla)\bar{E} + \mu_0(\bar{M}\nabla)\bar{H} + \frac{\partial}{\partial t}(\bar{D} - \varepsilon_0\bar{E}) \times \mu_0\bar{H} + \varepsilon_0\bar{E} \times \frac{\partial}{\partial t}(\bar{B} - \mu_0\bar{H}) \qquad (П\text{-}1)$$

противоречит уравнениям Максвелла для этого ЭМП и их следствиям

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \qquad (П\text{-}2)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \qquad (П\text{-}3)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho; \qquad (П\text{-}4)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \qquad (П\text{-}5)$$

$$\operatorname{rot} \bar{B} = \mu\bar{J} + \operatorname{grad} \mu \times \bar{H} + \mu \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \qquad (П\text{-}6)$$

$$\operatorname{rot} \bar{D} = -\varepsilon \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \operatorname{grad} \varepsilon \times \bar{E}; \qquad (П\text{-}7)$$

$$\operatorname{div} \bar{H} = (-\bar{H} \operatorname{grad} \mu)/\mu; \qquad (П\text{-}8)$$

$$\operatorname{div} \bar{E} = (\rho/\varepsilon) - (\bar{E} \operatorname{grad} \varepsilon)/\varepsilon; \qquad (П\text{-}9)$$

$$\bar{B} = \mu\bar{H}; \ \bar{D} = \varepsilon\bar{E}. \qquad (П\text{-}10)$$

В справедливости такого заключения убеждает адекватное преобразование приведенной выше системы уравнений Максвелла (и их следствий) для нестационарного ЭМП в уравнение для ОП ПС в этом поле и сопоставление получающегося при этом действительного распределения ОП ПС с формулой (П-1).

Исходя из исходной системы уравнений (П-2—П-10) нетрудно перейти к следующей (преобразованной) системе уравнений:

$$(1/2) \operatorname{rot} \bar{H} \times \bar{B} = (1/2)(\bar{J} + \partial\bar{D}/\partial t) \times \bar{B};$$

$$(1/2) \operatorname{rot} \bar{E} \times \bar{D} = (1/2) \left[-\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \times \bar{D} \right];$$

$$(1/2) \bar{E} \operatorname{div} \bar{D} = (1/2)\rho\bar{E};$$

$$(1/2) \bar{H} \operatorname{div} \bar{B} = 0;$$

$$(1/2) \operatorname{rot} \bar{B} \times \bar{H} = (1/2) \left[\mu\bar{J} + \operatorname{grad} \mu \times \bar{H} + \mu \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right] \times \bar{H};$$

$$(1/2) \operatorname{rot} \bar{D} \times \bar{E} = (1/2) \left[\varepsilon \left[-\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right] + \operatorname{grad} \varepsilon \times \bar{E} \right] \times \bar{E};$$

$$(1/2) \bar{B} \operatorname{div} \bar{H} = (1/2)(-\bar{H} \operatorname{grad} \mu/\mu)\bar{B};$$

$$(1/2) \bar{D} \operatorname{div} \bar{E} = (1/2)((\rho/\varepsilon) - (\bar{E} \operatorname{grad} \varepsilon)/\varepsilon)\bar{D}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Почленно складывая правые и левые части последних 8-ми уравнений, получим не что иное как искомую расчетную формулу для ОП ПС в нестационарном ЭМП:

$$\bar{f}_{\sim} = (1/2)\{\mathrm{rot}\,\bar{H}\times\bar{B} + \mathrm{rot}\,\bar{B}\times\bar{H} + \bar{B}\,\mathrm{div}\,\bar{H} + \bar{H}\,\mathrm{div}\,\bar{B} + \mathrm{rot}\,\bar{E}\times\bar{D} + \mathrm{rot}\,\bar{D}\times\bar{E} + \bar{D}\,\mathrm{div}\,\bar{E} + \bar{E}\,\mathrm{div}\,\bar{D}\} = \rho\bar{E} - (1/2)E^2\,\mathrm{grad}\,\varepsilon + \bar{D}\times\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} + \bar{J}\times\bar{B} - (1/2)H^2\,\mathrm{grad}\,\mu + \frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\times\bar{B}. \quad (\text{П-11})$$

В [27] на основе применения энергетического метода приводится обоснование формулы для ОП ПС в нестационарном ЭМП в присутствии среды с нелинейными анизотропными магнитными и диэлектрическими свойствами, отличающейся от (П-11) тем, что к содержимому внутри фигурных скобок в правой части (П-11) добавляется член $\mathrm{rot}\,\{\bar{E}\times\bar{D} + \bar{H}\times\bar{B}\}$. Известные формулы Максвелла для ОП ПС в ЭСП

$$\bar{f}_{э} = \rho\bar{E} - (1/2)E^2\,\mathrm{grad}\,\varepsilon \quad (\text{П-12})$$

и СМП

$$\bar{f} = \bar{J}\times\bar{B} - (1/2)H^2\,\mathrm{grad}\,\mu, \quad (\text{П-13})$$

справедливые при условии изотропности диэлектрических (магнитных для СМП) свойств среды, могут быть получены аналогичным образом: адекватным преобразованием исходных уравнений Максвелла для ЭСП (или СМП) в соответствующее поле ОП ПС в ЭСП (СМП). Разумеется, приведенные выше формулы (П-12) и (П-13) вытекают из общего выражения для ОП ПС в нестационарном ЭМП (П-11) как ее частные случаи.

Приведенный выше вывод формулы для ОП ПС в ЭМП (П-11) свидетельствует о том, что иных формул для ОП ПС в том же ЭМП быть не может: они, в частности, не могут быть получены адекватным преобразованием исходных уравнений Максвелла для соответствующего поля и по этой причине противоречат этим уравнениям.

С сожалением приходится констатировать: последний вывод распространяется и на упомянутую выше формулу А. Эйнштейна — И. Лауба (П-1). Ошибочность ее, учитывая сказанное выше, очевидна: сравнение этой формулы с правильной формулой для ОП ПС в нестационарном ЭМП (для изотропных сред) (П-11) говорит об их адекватности в отношении воспроизведения только одной кулоновской слагающей ОП ПС ($\rho\bar{E}$).

Разумеется, ошибочными следует признать рекомендованные в послемаксвелловский период времени различными авторами формулы для ОП ПС в ЭСП и СМП, отличные от правильных формул (П-12) и (П-13).

Анализ общего выражения для ОП ПС в ЭМП (П-11) в явной форме указывает на недопустимость применения неполных математических моделей при решении проблемы распределения ОП ПС в ЭСП (или СМП): найденное на основе применения этих моделей пространственное распределение ОП ПС того или иного поля соответствует только самой этой модели, в которой, как известно, правильно воспроизводится только одна из физических величин, характеризующих рассматриваемое ЭСП (или СМП).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Максвелл Дж. К.** Трактат об электричестве и магнетизме, т. 1 и т. 2. – М.: Наука, 1989.

2. **Абрамкин Ю. В.** Потенциальная функция источников поля и ее применение для определения объемной плотности распределения электромагнитных сил в магнитном поле. – Изв. вузов. Электромеханика, 1993, № 1.

3. **Maxwell J. C.** On physical lines of force. – Philosophic magazine, 1861, No. 21.

4. **Helmholz H.** Über die auf das innere Magnetisch oder die electrisch Polarisirter Körper wirkenden Kräfte. – Annalen der Physik, 1881, No. 13.

5. **Boltzman L.** Vorlesungen über Maxwelles Theorie der Elektrizität und des Lichtes. Teile 1, 1891, Teile 2, 1893, Leipzig: Barth.

6. **Cohn E.** Das elektromagnetische Feld. – Leipzig: Hirzel, 1890.

7. **Иванов-Смоленский А. В.** Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989.

8. **Иванов-Смоленский А. В.** Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии магнитного поля при малом перемещении. – Электричество, 1985, № 5.

9. **Иванов-Смоленский А. В.** Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям. – Электричество, 1985, № 7.

10. **Иванов-Смоленский А. В.** Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности. – Электричество, 1985, № 9.

11. **Аванесов М. А.** Вывод формулы для натяжений в магнитном поле на основе понятия пробной оболочки. – Электричество, 1988, № 10.

12. **Абрамкин Ю. В.** Об определении электромагнитных

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности. – Электричество, 1988, № 10.

13. **Абрамкин Ю. В.** К вопросу определения электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности. – Электричество, 1992, № 3.

14. **Эйнштейн А., Лауб И.** О пондеромоторных силах, действующих в магнитном поле на покоящиеся тела. – В кн.: А. Эйнштейн. Собрание научных трудов под редакцией И. Е. Тамма, т. 1. – М., 1965.

15. **Поливанов К. М.** Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1975.

16. **Поливанов К. М.** Электродинамика движущихся тел. – М.: Энергоиздат, 1982.

17. **Тамм И. Е.** Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989.

18. **Kelwin W.** Cambr. and Dublin. – Math. J., 1845, November.

19. **Абрамкин Ю. В.** Определение объемной плотности электромагнитных сил в нелинейной системе энергетическим методом. – Электричество, 1993, № 3.

20. **Калантаров П. Л., Нейман Л. Р.** Теоретические основы электротехники. – Л. – М.: Госэнергоиздат, 1951.

21. **Теоретические** основы электротехники, т. 2 / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – М.: Высшая школа, 1976.

22. **Абрагам М.** Теория электричества, т. I. Введение в теорию электричества Максвелла. – Л. – М.: ГОНТИ, 1939.

23. **Методы** расчета электростатических полей / Н. Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М. А. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев. – М.: Высшая школа, 1963.

24. **Шефер Кл.** Теоретическая физика, т. 3. Ч. 1. Электродинамика. – М. – Л.: ОНТИ ГТТИ, 1937.

25. **Кочин Н. Е.** Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Изд-во АН СССР, 1961.

26. **Расчет** магнитного поля и параметров в системе ферротел и контуров с токами / А. В. Иванов-Смоленский, Ю. В. Абрамкин, А. И. Власов, В. А. Кузнецов – М.; Изд-во МЭИ, 1986.

27. **Абрамкин Ю. В.** Критический анализ формулы для объемной плотности пондеромоторных сил в электростатическом поле, содержащей стрикционный член. – Изв. вузов. Электромеханика, 1992, № 1.

[23.09.92]

О двух позициях в изложении физических основ электротехники

(по поводу статьи Ю. В. Абрамкина, "Электричество", 1993, № 5)

НЕТУШИЛ А. В., проф.

Обсуждаемая статья имеет большое познавательное значение. В ней очень убедительно показано, до какого уровня могут деформироваться физические основы электротехники, если они будут исключены из теоретических основ электротехники, оторваны от общего курса физики и переданы полностью специальным кафедрам.

Статью необходимо рассматривать комплексно вместе с дискуссиями о связях электротехнических дисциплин с курсом физики [1], о системном подходе к преподаванию электротехнических дисциплин [2], о проблемах современной теоретической электротехники, обсуждавшихся в связи с 200-летием со дня рождения Фарадея [3, 4], об учебниках и терминологии теоретической электротехники [5, 6] и, конечно, с обсуждением "натурфилософских установок современной физики" в Академии наук СССР [7].

В статье впервые утверждается существование двух различных позиций в изложении физических основ электротехники. Первая названа позицией "Максвелловской теории поля", вторая "электронной теорией в интерпретации Эйнштейна–Тамма–Поливанова". Автор очень вольно обращается с работами классиков учения об электричестве и магнетизме и высказывает несогласие с некоторыми выводами трактата Максвелла, отсылая читателя к своей публикации [2].

В дальнейшем при ссылках на литературные источники, приведенные в статье Ю. В. Абрамкина, будем отличать их буквой А.

Говоря о первой позиции, под Максвелловской теорией поля Ю. В. Абрамкин понимает свою собственную трактовку ранней работы Максвелла "О физических силовых линиях", ссылаясь на первую публикацию (1861 г.) [3 А], а не на ее перевод, более знакомый русскоязычным читателям журнала "Электричество" [8], [7 А].

Вторая позиция (электронная) основана на понятии диполей, описывающих молекулы вещества.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Она вызывает неодобрение Ю. В. Абрамкина, считающего подход А. Эйнштейна "совсем небезупречным" [7 А], [14 А], хотя была поддержана И. Е. Таммом и К. М. Поливановым, именами которых и названа.

В итоге Ю. В. Абрамкин противопоставляет феноменологическую и электронную теории и пытается найти между ними антагонистические противоречия.

В соответствии с его формулировкой двух позиций он разделяет авторов известных ему учебников по ТОЭ на две группы. К приверженцам первой (феноменологической) позиции он относит Л. Р. Неймана и П. Л. Калантарова, а ко второй — И. Е. Тамма, К. М. Поливанова и Н. Н. Миролюбова. Он осуждает позицию второй группы авторов и упрекает авторов первой группы в том, что они воздерживаются от критики позиции второй группы.

Завершением изложения двух позиций являются два выражения для поляризованности диэлектрика P и $\underset{*}{P}$. В первом она определяется через поверхностную плотность связанных зарядов, а во втором — через векторную сумму дипольных моментов в единице объема, хотя оба эти выражения полностью согласуются и никак не противоречат одно другому. С помощью этих выражений Ю. В. Абрамкин пытается найти противоречие между двумя различными позициями.

Категоричность противопоставления двух позиций очень напоминает дискуссию, которая велась в течение ряда лет между сторонниками дальнодействия и близкодействия и широко освещалась в журнале "Электричество" [7].

Участниками дискуссии с одной стороны были физики и математики, а с другой — акад. В. Ф. Миткевич и его сторонники — философы-материалисты. Дискуссия началась в Ленинграде в 30-е годы и продолжалась в Москве и других городах. В то время была попытка рассматривать дискуссию как конфронтацию между материалистами и идеалистами, т. е. придать ей политический характер. Силовые линии были признаны атрибутом материализма, а при попытке сравнить их с меридианами было сказано, что меридиан В. Ф. Миткевича красного цвета, а меридиан И. Е. Тамма — зеленого [7].

Завершением дискуссии можно считать доклад акад. С. И. Вавилова [9] на общем собрании Академии наук СССР в 1944 г. В нем с позиции общей теории познания были показаны диэлектрическое единство различных подходов и бессмысленность противопоставления казалось бы противоположных подходов в физике. В 1945 г. С. И. Вавилов был избран президентом Академии наук СССР.

После В. Ф. Миткевича с 1951 г. главой ленинградской электротехнической школы стал Л. Р. Нейман, впоследствии избранный академиком АН СССР. Ему принадлежит большая заслуга в установлении преемственности между физикой, ТОЭ и специальными электротехническими дисциплинами, в согласовании и упорядочении основных физических и математических понятий в теоретической электротехнике и в достижении единства между московской и ленинградской электротехническими школами. Согласование завершилось подготовкой стандарта на термины и обозначения в области электротехники, составленного комиссией АН СССР под руководством Л. Р. Неймана [10]. Основные трудности были связаны с тем, что, если для однородных линейных сред, заполняющих все пространство, можно было формулировать законы Кулона и полного тока с помощью понятий диэлектрической и магнитной проницаемостей, то для нелинейных и неоднородных сред этого сделать не удалось. Требовалось, следуя Максвеллу, вводить понятие векторов поляризованности (P) и намагниченности (M), имеющих ясное физическое объяснение как объемной плотности дипольных моментов. При этом для векторов напряженности магнитного поля в ферромагнетиках и электрического смещения в диэлектриках и вакууме не было ясных физических толкований. Решение было найдено в виде четкого разграничения физических и расчетных понятий, последовательно проводившегося в статье Максвелла о физике и математике [11].

В результате совместного обсуждения электротехниками и физиками были согласованы вопросы определения основных понятий, закрепленные Государственным стандартом и учебниками ленинградской и московской электротехнических школ [5]. Эти определения подтверждены новой редакцией проекта ГОСТ, разработанной в МЭИ в 1989 г. под руководством акад. К. С. Демирчяна [12].

Определения соответствуют как трактату Максвелла и книге Тамма, так и учебникам ленинградской и московской электротехнических школ (Л. Р. Неймана и П. Л. Калантарова; Л. Р. Неймана и К. С. Демирчяна; К. А. Круга; К. М. Поливанова и др.). Некоторое различие между изданиями 1951 и 1959 гг. заключается только в единицах выражения намагниченности. Первоначально, по предложению К. А. Круга, она выражалась в тех же единицах, что и магнитная индукция (см. ранние издания книг К. А. Круга и П. Л. Калантарова и Л. Р. Неймана), однако после дискуссии, по предложению К. М. Поливанова, поддержанному Л. Р. Нейманом, она стала измеряться в тех же единицах, что и напряженность магнитного поля, и с 1959 г. во всех учебниках напряженность маг-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

нитного поля стала определяться как

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}. \qquad (1)$$

Соответственно электрическое смещение

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \qquad (2)$$

Бросающееся в глаза различие в структуре уравнений, выражающих определение расчетных величин в магнитном и электрическом полях, заставило обратиться к старому решению, вытекающему из феноменологической теории и обеспечивающему математическую аналогию векторов, описывающих магнитные и электрические поля. Таким решением являлась формальная аналогия и возврат к понятию магнитных масс, аналогичных связанным зарядам. В этом случае достигается полная симметрия уравнений электрического и магнитного полей, подкрепляющаяся исторически сложившейся терминологией. Уравнение для магнитного поля приобретает вид

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad (3)$$

и выражает формальную аналогию между индукцией и смещением, которое Максвеллом также называется индукцией, и между напряженностями электрического и магнитного полей в уравнениях (2) и (3). Такая математическая аналогия расходится с физическими представлениями, но она оказывается удобной при моделировании и расчетах электрических и магнитных полей. Стремление к усилению этой аналогии служило основанием для уже упомянутого предложения К. А. Круга об иных единицах измерения намагниченности в уравнении (3), при которых оно становится аналогичным уравнению (2) с полной аналогией электрических и магнитных переменных.

В статье Ю. В. Абрамкина содержится приложение с критикой работы А. Эйнштейна и Лауба, выходящее за пределы ее темы, и поэтому не обсуждаемое здесь.

Рассматривая статью Ю. В. Абрамкина, необходимо высказать ряд замечаний.

1. Основным содержанием статьи является изложение теории поляризации диэлектриков и магнетиков в различных учебных пособиях, издаваемых в нашей стране для студентов, изучающих физические основы электротехники.

В последние годы преподавание этого важного вопроса обучения будущих инженеров-электриков ведется кафедрами: физики, теоретических основ электротехники, инженерной электрофизики и различными специальными кафедрами в зависимости от особенностей учебного заведения. Правильное изложение вопросов поляризации, основывающееся на теории Максвелла и дальнейшем ее развитии, физике диэлектриков и магнетиков имеет очень большое значение. Статья Ю. В. Абрамкина является результатом преподавания физических основ электротехники специальной кафедрой, от которой следовало бы ожидать изучения опыта предшествующего преподавания этих вопросов на протяжении многих лет деятельности кафедр теоретических основ электротехники [13]. К сожалению, автор, не изучив в необходимом объеме вопроса, начал с поиска конфронтации между авторами различных учебников, не ознакомившись с ними как следует. Это привело к формулированию темы статьи и утверждению о существовании двух различных позиций в трактовке явлений поляризации и об их несовместимости. В действительности несовместимости между этими позициями не существует, в чем можно убедиться, ознакомившись со всеми пятью основными изданиями книги Л. Р. Неймана и П. Л. Калантарова "Теоретические основы электротехники" (1940–1959 гг.) или хотя бы с книгой Л. Р. Неймана и К. С. Демирчяна, посвященной памяти В. Ф. Миткевича [14].

Если бы Ю. В. Абрамкин внимательно прочитал §§ 1–5 этой книги, где изложены оба никак не противоречащие одно другому определения поляризации диэлектриков, то обнаружил бы их полное соответствие противопоставляемым им P и $\underset{*}{P}$. При этом он убедился бы в том, что Л. Р. Нейман и П. Л. Калантаров несправедливо отнесены им к приверженцам феноменологической позиции, неправильно называемой им именем Максвелла.

Таким образом, все авторы перечисленных Ю. В. Абрамкиным учебников находятся на единой Максвелловской позиции, объединяющей обе названные позиции, и никакого противоречия между ними нет, как нет противоречий между близкодействием и дальнодействием.

2. Огорчает полный неучет Ю. В. Абрамкиным [м] результатов работы комиссии АН СССР по терминологии, получившей завершение в Государственном стандарте [10, 12]. Следовало бы учесть, что в теории поля применяются величины, имеющие физическое определение, и расчетные величины, выражаемые через определенные физические [3, 4].

К числу первых относятся:

$\vec{E}$ — напряженность электрического поля — векторная величина, характеризующая электрическое поле и определяющая силу, действующую на заряженную частицу со стороны электрического поля;

$\vec{P}$ — поляризованность — векторная величина, характеризующая степень электрической поляри-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

зации вещества и равная пределу отношения электрического момента некоторого объема вещества к этому объему, когда размеры элемента стремятся к нулю;

магнитная индукция ($\vec{B}$) — векторная величина, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся частицу со стороны магнитного поля;

намагниченность ($\vec{M}$) — векторная величина, характеризующая магнитное состояние вещества и равная пределу отношения магнитного момента элементарного объема вещества к объему этого элемента, когда размеры элемента стремятся к нулю.

К числу вторых относятся расчетные величины:

электрическое смещение ($\vec{D}$) — векторная величина, равная геометрической сумме напряженности электрического поля в рассматриваемой точке, умноженной на электрическую постоянную, и поляризованности в той же точке;

напряженность магнитного поля ($\vec{H}$) — векторная величина, равная геометрической разности магнитной индукции, деленной на магнитную постоянную, и намагниченности в той же точке.

Изложение Ю. В. Абрамкиным так называемой Максвелловской позиции основано на рассмотрении обобщенной теоремы Гаусса, называемой им постулатом Максвелла. В этом интеграле в качестве подынтегральной функции рассматривается вектор смещения, толкование которого по установленной терминологии возможно только на основе векторов напряженности и поляризованности. Вектор смещения состоит из двух составляющих, одна из которых связана с веществом, а вторая с вакуумом. Если для понятия смещения в веществе имеется ясное физическое представление, то дать ясное представление о смещении в вакууме не удается. На вопрос: что же смещается в вакууме? — нет ответа. Если обратиться к трактату Максвелла, то становится очевидной недостаточная информативность термина "смещение". По-видимому, лучше говорить об индукции, как это и делает Максвелл. Попытку выразить эту составляющую через несуществующий заряд Q_0 никак нельзя считать серьезной, и никаким повторением разных форм записи уравнений Максвелла нельзя преодолеть это затруднение. Более честно говорить прямо о постулате Максвелла и об определении понятия смещения как расчетной величины.

Нельзя также согласиться с введением новых терминов: "собственная диэлектрическая проницаемость" вместо общепринятого термина "восприимчивость" и "смещение вещества диэлектрика" вместо "поляризованности". Все это можно объяснить недостаточным знакомством автора с терминологией в области теоретических основ электротехники.

Также не ясно введение понятий "полная" и "неполная" модели. Правильная модель должна быть полной, а всякую неполную модель можно рассматривать только как первое приближение для дальнейшего итерационного процесса нахождения полной модели.

3. Основной вопрос дискуссии сводится к целе- ie-
сообразности проводимого в ряде учебных заведений исключения физических основ электротехники из курса ТОЭ и передаче его специальным кафедрам. Обсуждаемой статьей это ставится под сомнение.

Выше были высказаны три отрицательных замечания по статье Ю. В. Абрамкина. Они могут вызвать естественный вопрос: нужно ли было печатать эту статью?

В заключение хотелось бы высказать соображения, позволяющие положительно ответить на этот вопрос.

Неправильно названные в заглавии статьи две позиции существуют и их изучение и сопоставление заслуживают обсуждения. Первая из этих позиций является **феноменологической**, а вторая — **физической**. Иначе первая позиция называется позицией "черного ящика" и получила широкое развитие в кибернетике при затруднениях в построении физической модели изучаемого явления. Фанатичные сторонники этой позиции иногда называются "трубадурами черного ящика" или "агностиками". Физическая позиция, ведущая начало от Фарадея [3, 4], в комментариях не нуждается. Присвоение этим позициям имен ученых, принятое Ю. В. Абрамкиным, не может быть одобрено, однако и здесь есть рациональное зерно: например, имя К. М. Поливанова названо рядом с именами Эйнштейна и Тамма.

Также заслуживает поддержки обсуждение вопроса о двух позициях и возможности их совместного существования. Оно очень близко к обсуждению таких несовместимых понятий как незнание и невежество.

Не вдаваясь в семантику этих двух терминов, хотелось бы указать, что незнание литературы по физическим основам электротехники никак не может быть отнесено к невежеству. Незнание каких бы то ни было вопросов неизбежно сопутствует всякой научной работе, которая обычно сопровождается изучением этих вопросов, и переходу от незнания к знанию, к науке. Невежды обычно упорствуют в своем незнании и не скупятся на категорические суждения, скатываясь к "антинауке" [15].

В этой связи хотелось бы назвать три различных позиции в суждении о том, нужно ли публиковать ошибочные работы:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Первая "ортодоксальная" позиция сводится к категорическому отказу в публикации работ, содержащих ошибки. Она была высказана академиком А. Н. Крыловым в одном из его очерков.

Вторая "толерантная" позиция была высказана академиком А. Ю. Ишлинским в одной из его заметок. Она формулируется так: "иногда публиковать с обязательной последующей дискуссией и разъяснением ошибок".

Третья позиция очень близка ко второй. Она может быть названа "толерантной в квадрате", так как в ней терпимость относится не только к авторам публикаций, но и к их издателям. Она была высказана Лауреатом Нобелевской премии академиком И. М. Франком и формулируется так: "Есть мнение, что плохие работы вредят развитию науки. Это неверно. Они никакого влияния на науку не оказывают. Их быстро забывают, и не надо это зло преувеличивать" [16, 17].

Продолжение начатой дискуссии может вестись с каждой из этих трех вполне допустимых позиций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ермуратский П. В., Нетушил А. В.** Междисциплинарные связи электротехнических дисциплин с курсом физики.– В сб. Механика и электродинамика сплошных сред.– Изд–во МГУ, 1990.

2. **Дискуссия** "О системном подходе в преподавании электротехнических дисциплин".– Электричество, 1986, № 5; 1987, № 7, № 8; 1988, № 5, № 7.

3. **Нетушил А. Б.** Фарадей и проблемы теоретической электротехники.– Электричество, 1992, № 4.

4. **Лежнева О. А.** На Фарадеевской конференции.– Электричество, 1992, № 4.

5. **Дискуссия** "Об учебнике по теоретической электротехнике для высшей школы".– Электричество, 1953, № 6, № 7, № 10, № 12; 1954, № 3, № 4.

6. **Дискуссия** "О пересмотре ГОСТ 19880–74 "Основные понятия, термины и определения".– Электричество, 1989, № 6.

7. **Горелик Г. Е.** Обсуждение "натурфилософских установок современной физики" в Академии Наук СССР в 1937–1938 годах".– Вопросы истории естествознания и техники, 1990, № 4.

8. **Максвелл Дж. К.** Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.– М.: Гостехиздат, 1954.

9. **Вавилов С. И.** Ленин и современная физика. Доклады на общем собрании Академии Наук СССР 14–17 февраля 1944 г.– Изд–во АН СССР, 1944.

10. **Терминология** теоретической электротехники.– Сборник рекомендованных терминов / Отв. редактор Л. Р. Нейман.– М.: Изд–во АН СССР, 1958, вып. 46.

11. **Максвелл Дж. К.** О соотношении между физикой и математикой. Доклад на секции Британской ассоциации. Статьи и речи.– М.: Наука, 1968.

12. **Проекты ГОСТ 19880** "Электротехника. Основные понятия, термины и определения".– М.: МЭИ, 1988.

13. **Демирчян К. С., Нетушил А. В.** Развитие теоретических основ электротехники за 60 лет Советской власти.– Электричество, 1977, № 12.

14. **Нейман Л. Р., Демирчян К. С.** Теоретические основы электротехники.– М.: Энергия, 1966.

15. **Холтон Дж.** Что такое антинаука? – Вопросы философии, 1992, № 2.

16. **Нетушил А. В.** Нужна ли конфронтация между наукой и паранаукой? – Алма Матер, 1992, № 4–6.

17. **Болотовский Б. М.** Справиться с истиной не так–то легко.– Наука и жизнь, 1992, № 5, 6.

[*07.01.93*]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Электромагнитные поля, создаваемые импульсными токами

КОЛЕЧИЦКИЙ Е. С., МОИСЕЕВ В. Н., ПЛИС А. И., ПЛИС В. И.

Москва

Постановка задачи. Одной из задач, входящих в проблему электромагнитной совместимости, является определение воздействующего на радиоэлектронную аппаратуру электромагнитного поля (ЭМП). В настоящей работе рассматривается ЭМП, создаваемое импульсными токами, распространяющимися либо по проводникам, либо по каналу лидера, как это имеет место во время главного разряда молнии. Другими словами, в последующем будем считать, что путь или траектория, по которой распространяется импульс тока, известна.

Источники импульсных токов могут быть самой разной природы. Это могут быть как токи молнии, протекающие, например, по металлическому каркасу здания, так и импульсы, возникающие в результате разрядов статического электричества. Можно привести и другие подобные примеры. Различны также и параметры импульсных токов. Импульсы длительностью десятки и сотни наносекунд могут возникать, например, в результате разряда с тела человека на систему отопления. Разряды молнии, как известно, дают импульсы тока длительностью в десятки микросекунд. Амплитуды импульсных токов могут колебаться от десятков килоампер до единиц и даже долей ампера.

Математическая модель. Существует строгий подход к решению задачи расчета ЭМП импульса тока, распространяющегося вдоль тонкого проводника заданной формы [1]. Этот подход основан на решении уравнения типа Даламбера. Физический смысл этого уравнения сводится к тому, что сумма касательных к поверхности проводника составляющих электрического поля, образованных как сторонним полем, так и полем наведенного тока, равна в каждой точке поверхностной плотности тока, деленной на проводимость проводника j/σ. Однако этот метод сопряжен с численным решением достаточно сложных уравнений и практически исключает возможность аналитического описания решения.

Задачей настоящей работы является вывод и численное исследование аналитических выражений, описывающих ЭМП импульсного тока при ряде упрощающих задачу допущений. В дальнейшем используется следующая математическая модель распространения импульса тока вдоль провода:

импульс тока распространяется по прямолинейному цилиндрическому проводнику, длина которого много больше его радиуса;

ток сосредоточен на оси проводника, т. е. ЭМП рассматривается на расстояниях больших диаметра провода;

при движении по проводу импульс тока не изменяет формы;

среда вокруг провода однородна $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, скорость распространения ЭМП равна скорости света.

Расчет ЭМП при сделанных допущениях можно условно назвать методом заданных токов. Он достаточно широко применяется в радиотехнике, когда рассматриваются поля антенн, а также используется как вспомогательный метод для анализа различных задач теории поля [2]. Основным допущением метода заданных токов является пренебрежение затуханием, что приводит к получению завышенных значений напряженности поля. Другими словами, получаемые результаты будут оценками сверху.

Вывод расчетных формул. Выведем формулы, описывающие ЭМП импульса тока при сделанных допущениях. По прямолинейному проводу длиной l (см. рис. 1) пробегает импульс тока, описываемый уравнением

$$\left.\begin{aligned} I(x, t) &= I_0 f(t - x/c),\ t \leqslant x/c; \\ I(x, t) &= 0,\ t > x/c. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Считаем, что импульс тока появляется в точке $x = 0$ и "исчезает" в точке $x = l$, т. е. считаем, что часть импульса, расположенная левее точки $x = 0$ и правее точки $x = l$, не участвует в создании ЭМП. Одновременно с импульсом тока (1) распространяется импульс заряда $\tau(x, t)$. Из уравнения непрерывности

$$\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} = -\frac{\partial \tau(x, t)}{\partial t} \qquad (2)$$

следует

$$\tau(x, t) = \frac{1}{c} I(x, t). \qquad (3)$$

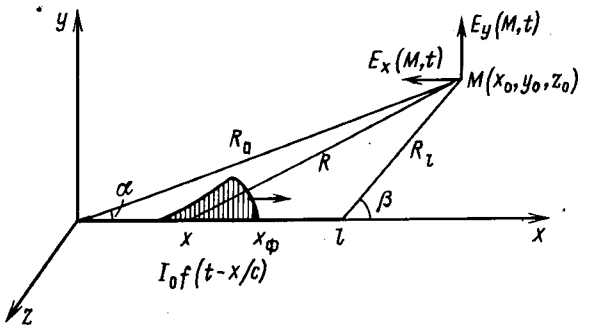


Рис. 1. Импульс тока, пробегающий по проводу длиной l

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Импульс (1), (3) создает в точке $M(x_0, y_0, z_0)$ потенциалы: скалярный

$$\varphi(M, t) = \frac{I_0}{4\pi\varepsilon_0 c}\int_0^{x_\Phi} \frac{f(t-x/c-R/c)}{R}\,dx \qquad (4)$$

и векторный

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\int_0^{x_\Phi} \frac{f(t-x/c-R/c)}{R}\,dx, \qquad (5)$$

где $R = \sqrt{(x-x_0)^2+y_0^2+z_0^2}$ (см. рис. 1).

В (4), (5) x_Φ — точка на оси OX, в которой аргумент $f(t - x/c - R/c)$ обращается в нуль, таким образом при $x > x_\Phi$ функция $f(t - x/c - R/c)$ обращается в нуль. Для x_Φ справедлива формула

$$x_\Phi = \frac{(ct)^2 - R_0^2}{2(ct - x_0)}, \qquad (6)$$

где $R_0 = \sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}$ (см. рис. 1).

Величина x_Φ имеет физический смысл точки на проводе, в которой виден фронт импульса тока из точки $M(x_0, y_0, z_0)$ в момент времени t. Приведем значения x_Φ при различных углах наблюдения α (см. рис. 1) в момент времени $t = 336{,}67$ нс ($ct = 110$ м) при условии, что $R_0 = 100$ м постоянно:

α	10	30	50	70	80	90
x_Φ	91,15	44,87	22,96	13,85	11,33	9,54

При $x_\Phi > l$ интегралы в (4), (5) следует брать в пределах от нуля до l, так как правее $x = l$ ток и заряд импульса обращаются в нуль.

Из (4)–(6), напряженности электрического $\vec{E}(M, t)$ и магнитного поля $\vec{H}(M, t)$ рассчитываются по формулам [3]:

$$\vec{E}(M, t) = -\operatorname{grad}\varphi(M, t) - \frac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t}; \qquad (7)$$

$$\vec{H}(M, t) = \frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\vec{A}(M, t). \qquad (8)$$

Рассмотрим теперь импульс тока конкретной экспоненциальной формы:

$$I(x, t) = I_0 e^{-\frac{ct-x}{c\tau}}, \quad t \leqslant x/c;$$
$$I(x, t) = 0, \quad t > x/c, \qquad (9)$$

являющийся частным случаем (1). Тогда из (4), (5), (7) следует:

$$E_x(M, t) = \frac{I_0}{4\pi\varepsilon_0 c}\int_0^{x_\Phi}\left[\frac{1}{c\tau R} - \frac{x_0-x}{c\tau R^2} + \frac{x_0-x}{R^3}\right]e^{-\frac{ct-x-R}{c\tau}}\,dx; \qquad (10)$$

$$E_y(M, t) = \frac{I_0}{4\pi\varepsilon_0 c}\int_0^{x_\Phi}\left[-\frac{y_0}{c\tau R^2} + \frac{y_0}{R^3}\right]e^{-\frac{ct-x-R}{c\tau}}\,dx. \qquad (11)$$

Формула для $E_z(M, t)$ аналогична (11) с заменой y_0 на z_0.

Из (4), (5), (8) следует:

$$H_x(M, t) = 0; \qquad (12)$$

$$H_y(M, t) = -\frac{I_0}{4\pi}\int_0^{x_\Phi}\left[-\frac{z_0}{c\tau R^2} + \frac{z_0}{R^3}\right]e^{-\frac{ct-x-R}{c\tau}}\,dx; \qquad (13)$$

выражение для $H_z(M, t)$ аналогично (13) с заменой z_0 на y_0.

Из (11), (13) следует:

$$H_y(M, t) = -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E_z(M, t); \qquad (14)$$

$$H_z(M, t) = -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E_y(M, t). \qquad (15)$$

Заметим, что из (10), (12) вытекает $|\vec{H}(M, t)| \neq \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,|\vec{E}(M, t)|$. Таким образом, составляющие напряженности магнитного поля легко вычисляются через составляющие напряженности электрического поля. Поэтому в дальнейшем тексте рассматриваются только составляющие напряженности электрического поля.

Граничные условия. При расчете ЭМП формулы (10), (11) следует использовать по-разному в двух разных интервалах времени $x_\Phi < l$ и $x \geqslant l$ (6). Это обусловлено тем, что при $x_\Phi < l$ учитывается только падающий импульс тока, т. е. импульс тока, пробегающий от точки $x = 0$ до точки $x = l$. При $x_\Phi \geqslant l$ необходимо учитывать как падающий импульс тока, так и импульс тока, отраженный от конца провода $x = l$ и распространяющийся в направлении от точки $x = l$ к точке $x = 0$. Таким образом, в интервале времени $x \geqslant l$ необходимо

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

учитывать граничные условия на конце провода в точке $x = l$. Рассмотрим три вида граничных условий на правом конце провода.

Режимом согласованной нагрузки (СН) будем называть граничные условия, при которых отсутствует отраженный от конца провода импульс тока. Тогда (10), (11) позволяют рассчитать поле и при $x_\Phi < l$ и при $x_\Phi \geqslant l$. При $x_\Phi \geqslant l$ в (10), (11) следует заменить x_Φ на l.

Режимом холостого хода (х. х.) будем называть граничные условия, при которых импульс тока отражается от конца провода с обратным знаком. При этом ток в точке $x = l$ равен нулю. Тогда при $x_\Phi < l$ ЭМП рассчитывается как и в случае СН. При $x_\Phi \geqslant l$ добавляется ЭМП, создаваемое отраженным импульсом тока. Для расчета этой добавки следует перенести начало координат в точку $x = l$, изменить направление оси OX на противоположное и в получившейся системе координат применить формулы (10), (11).

Режимом короткого замыкания (к. з.) будем называть граничные условия, при которых импульс тока отражается от конца провода с тем же знаком, что и падающий импульс. При этом ток в точке $x = l$ удваивается. В этом случае расчет ЭМП производится так же, как и в случае режима х. х.

Результаты расчетов. Для расчета ЭМП с помощью изложенной методики с учетом граничных условий разработана программа FISIMP. Она оттестирована по выражениям, описывающим ЭМП вибратора Герца в ближней и дальней зонах [3]. С помощью FISIMP рассчитывалось ЭМП импульса тока биэкспоненциальной формы с амплитудой I_0:

$$\left.\begin{aligned} I(x,\ t) &= A_{\text{м}} I_0 \left[e^{-\frac{c\,t-x}{c\tau_\Phi}} - e^{-\frac{ct-x}{c\tau_\Phi}} \right], \\ t \leqslant x/c, \quad & I(x,\ t) = 0,\ t > x/c, \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

пробегающего по проводу длиной l. Импульсы тока такой формы часто встречаются в технической практике. Очевидно, что формулы расчета напряженности электрического поля, создаваемого таким импульсом тока, легко получаются линейной комбинацией (10), (11). Все результаты численных расчетов приведены для импульса тока именно такой (16) биэкспоненциальной формы. Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы.

Напряженность поля $E_x(M, t)$, $E_y(M, t)$ как функция времени t представляет сумму двух импульсов. Первый импульс приходит в точку $M(x_0, y_0, z_0)$ через $t_1 = R_0/c$, второй импульс — через $t_2 = l/c + R_l/c$ (см. рис. 2–9). Особенно наглядно это свойство проявляется на рис. 2, 3, 4. На рис. 2, 4 рассматривается случай, когда электрическая длина импульса $l_\text{э} = 3c\tau_\text{и}$ меньше разности хода импульса $\Delta = c(t_2 - t_1)$, а на рис. 3 — когда $l_\text{э} > \Delta$.

В первом импульсе напряженность $E_x(M, t)$ направлена от конца провода к началу, $E_y(M, t)$ направлена от провода при $I(x, t) > 0$. Направление $E_x(M, t)$, $E_y(M, t)$ во втором импульсе зависит от граничных условий (см. рис. 3).

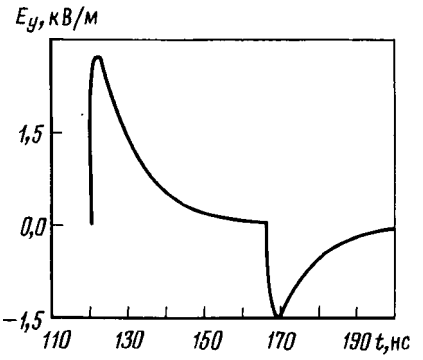


Рис. 2. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (30, 20, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, τ_Φ = 1 нс, $\tau_\text{и}$ = 10 нс, l = 30 м в режиме СН

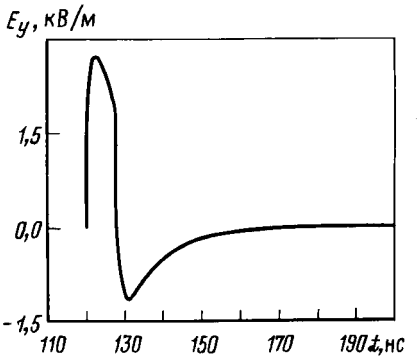


Рис. 3. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (30, 20, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, τ_Φ = 1 нс, $\tau_\text{и}$ = 10 нс, l = 10 м в режиме СН

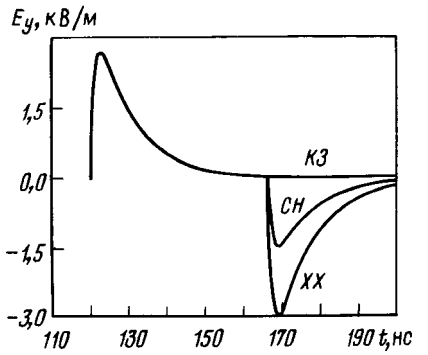


Рис. 4. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (30, 20, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, τ_Φ = 1 нс, $\tau_\text{и}$ = 10 нс, l = 30 м в режимах СН, к. з., х. х.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Амплитуда первого и второго импульсов напряженности $E_x(M, t)$, $E_y(M, t)$ не зависит от параметров импульса тока $\tau_ф$ и $\tau_и$ (см. табл. 1 и 2) и пропорциональна амплитуде импульса тока I_0.

Амплитуда первого импульса $E_x(M, t)$ пропорциональна $1/R_0$ и не зависит от угла α. Амплитуда второго импульса $E_x(M, t)$ пропорциональна $1/R_l$ и не зависит от угла β.

Амплитуда первого импульса $E_y(M, t)$ пропорциональна $1/R_0$ и зависит от угла α. Амплитуда второго импульса $E_y(M, t)$ пропорциональна $1/R_l$, зависит от угла β и зависит от граничных условий (см. рис. 3)

Если электрическая длина импульса $l_э = 3c\tau_и < \Delta$, то второй импульс практически не искажает первый. В противном случае величина и характер искажения зависят от граничных условий, расположения точки наблюдения $M(x_0, y_0, z_0)$ и соотношения $\frac{\Delta}{c\,\tau_и}$ (см. рис. 2, 3, 4).

Таблица 1

Максимальные значения напряженности, созданной импульсом тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 1 нс, $\tau_и$ = 100 нс в точке с полярными координатами (R_0, α)

R_0/l	Максимальные значения E_x (числитель) и E_y (знаменатель), кВ/м, для разных значений α			
	α=10°	α=30°	α=60°	α=90°
0,5	−2,00 / 22,86	−1,99 / 7,46	−2,00 / 3,47	−1,99 / 1,99
1,0	−1,00 / 11,43	−1,00 / 3,73	−1,00 / 1,73	−1,00 / 1,00
2,0	−0,50 / 5,71	−0,50 / 1,86	−0,50 / 0,87	−0,50 / 0,50
5,0	−0,20 / 2,27	−0,20 / 0,74	−0,20 / 0,35	−0,20 / 0,20

Таблица 2

Максимальные значения напряженности, созданной импульсом тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 0,1 нс, $\tau_и$ = 13,62 нс в точке с полярными координатами (R_0, α)

R_0/l	Максимальные значения E_x (числитель) и E_y (знаменатель), кВ/м, для разных значений α			
	α=10°	α=30°	α=60°	α=90°
0,5	−1,99 / 22,87	−1,99 / 7,45	−1,99 / 3,47	−2,00 / 1,99
1,0	−1,01 / 11,44	−0,99 / 3,72	−1,00 / 1,74	−1,00 / 0,99
2,0	−0,49 / 5,72	−0,50 / 1,86	−0,50 / 0,87	−0,49 / 0,50
5,0	−0,20 / 2,28	−0,20 / 0,75	−0,20 / 0,35	−0,20 / 0,20

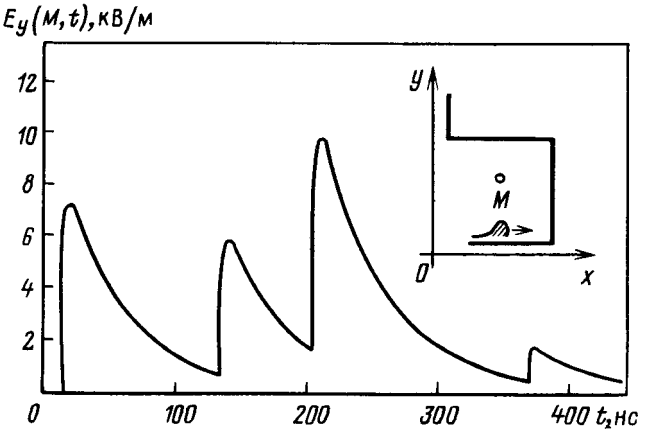


Рис. 5. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M, созданная импульсом тока, пробегающим по проводу сложной формы

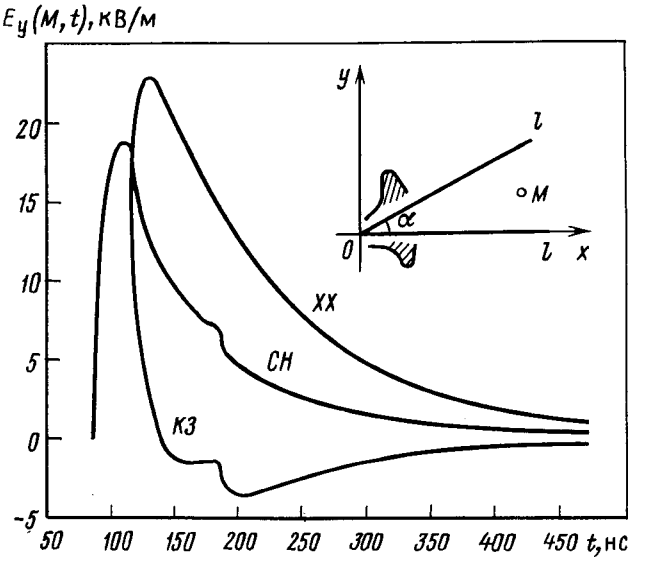


Рис. 6. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (24, 10, 0), созданная двумя одинаковыми импульсами тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 1 нс, $\tau_и$ = 10 нс противоположной полярности, пробегающими по двум проводам l = 30 м, α = 30° в режимах к. з., СН, х. х.

Изложенная методика дает возможность рассчитать ЭМП в случае, когда импульс тока пробегает по проводу, имеющему форму ломаной линии (см. рис. 5). При этом последовательно используются формулы расчета ЭМП от одного провода. В каждой точке изгиба провода следует считать, что импульс тока "сходит" с предыдущего линейного куска провода в режиме СН и одновременно появляется на следующем куске. На рис. 5. изображено распределение напряженности $E_y(M, t)$, создаваемое проводом сложной формы.

С помощью изложенной методики можно также рассчитать ЭМП, создаваемое несколькими раз-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

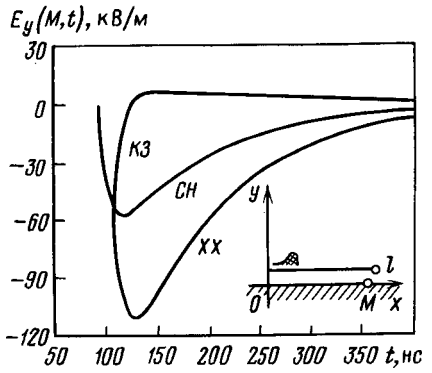


Рис. 7. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (28, 0, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 1 нс, $\tau_и$ = 10 нс, пробегающим по проводу l = 30 м, расположенному на расстоянии 1 м над поверхностью земли

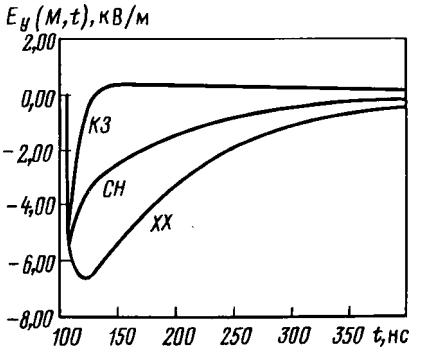


Рис. 9. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (32, 0, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 1 нс, $\tau_и$ = 10 нс, пробегающим по проводу l = 30 м, расположенному на расстоянии 1 м над поверхностью земли

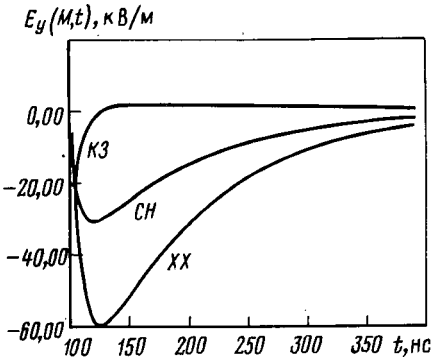


Рис. 8. Напряженность $E_y(M, t)$ в точке M (30, 0, 0), созданная импульсом тока I_0 = 1000 А, $\tau_ф$ = 1 нс, $\tau_и$ = 10 нс, пробегающим по проводу l = 30 м, расположенному на расстоянии 1 м над поверхностью земли

личными импульсами тока, пробегающими по нескольким проводам. На рис. 6 приведено распределение напряженности для двух одинаковых импульсов противоположной полярности, пробегающих по системе из двух проводов. На рис. 7, 8, 9 изображены распределения $E_y(M, t)$ для импульса тока, пробегающего по проводу, расположенному над поверхностью земли в предположении ее бесконечной проводимости, что равносильно двум импульсам противоположной полярности, пробегающим по двум проводам, симметрично расположенным относительно поверхности земли.

• **Вывод.** Разработана методика расчета ЭМП, создаваемого импульсами тока, пробегающими по системе тонких прямолинейных проводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Миллер Э. К., Ландт Д. Э.** Прямые временные методы расчета излучения и рассеяния волн проводами в неустановившемся режиме. – ТИИЭР, 1980, т. 68, № 11, с. 44–75.

2. **Говорков В. А.** Электрические и магнитные поля. – М.: Энергоиздат, 1981. – 346 с.

3. **Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В.** Электромагнитные поля и волны. – М.: Сов. радио, 1971. – 664 с.

[19.02.92]

Предельные токи силовых полупроводниковых вентилей

ДАНИЛЕВИЧ О. И., САКАРА Ю. Д.

Харьков

Рекомендуемая методика вычисления одного из основных параметров полупроводниковых вентилей — его максимально допустимого (предельного) среднего или действующего токов вызывает серьезные сомнения в ее достаточной обоснованности. Действительно, максимально допустимый средний ток диода или тиристора при заданной температуре корпуса вентиля определяется в соответствии со стандартом СТ СЭВ 1655–79 [1] как среднее за период при частоте выпрямляемого напряжения 50 Гц значение прямого тока синусоидальной формы с углом проводимости 180°,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

протекающего через вентиль однофазного однотактного выпрямителя с активной нагрузкой, когда при установившемся тепловом режиме работы температура корпуса равна заданному значению, а температура pn-перехода равна максимально допустимой [2].

Значение среднего тока I_{FAVm} диода при протекании через него таких регламентируемых стандартом [1] импульсов тока рекомендуется вычислять по выражению [2]

$$I_{FAVm} = \frac{\sqrt{U_{TO}^2 + 9{,}8 r_T \dfrac{T_{jmax} - T_c}{R_{thjc}}} - U_{TO}}{4{,}9\, r_T}, \quad (1)$$

где U_{TO} — пороговое напряжение диода; r_T — его дифференциальное сопротивление; T_{jmax} — максимально допустимое значение мгновенной температуры T_j перехода; T_c — заданная температура корпуса вентиля; R_{thjc} — тепловое сопротивление системы "переход — корпус" в установившемся режиме работы вентиля, причем значения T_c и R_{thjc} приводятся в соответствующих стандартах или технических условиях, а под мгновенной температурой T_j вследствие использования косвенных методов ее измерения подразумевается усредненное по площади перехода значение температуры в отдельных его точках в данный момент времени.

По выражению (1) можно вычислить и величину максимально допустимого среднего тока I_{TAVm} тиристора, подставляя в (1) соответствующие значения параметров тиристора: $U_{T(TO)}$ — пороговое напряжение; r_T — дифференциальное сопротивление и др.

Выражение (1) получено в [2] из условия равенства средней за период выпрямляемого напряжения мощности потерь P_{Tc} в вентиле в открытом состоянии при протекании через него регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы и средней за период мощности P_o, отводимой от перехода [3].

Мощность P_{Tc} определяется в [2] приближенно по выражению

$$P_{Tc} = U_{TO} I_{FAVm} + 2{,}45 r_T I_{FAVm}^2, \quad (2)$$

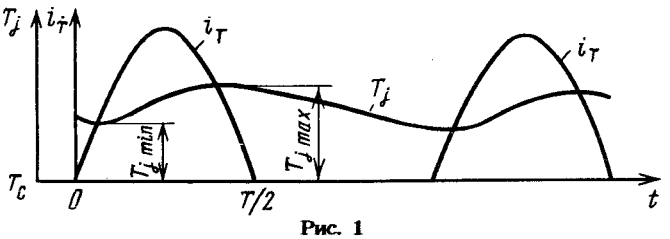


Рис. 1

а мощность

$$P_o = \frac{T_{jAV} - T_c}{R_{thjc}},$$

где T_{jAV} — среднее за период значение мгновенной температуры перехода вентиля.

При протекании через диод или тиристор регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы мгновенная температура T_j перехода в течение периода будет изменяться [4], достигая на интервале проводимости вентиля минимума T_{jmin} в момент времени, близкий к началу импульса тока, и максимума T_{jmax} — в момент, предшествующий его окончанию (рис. 1), причем максимальная температура T_{jmax} будет существенно выше средней за период температуры I_{jAV} перехода.

Отсюда вытекает, что выражение (1), полученное из условия равенства P_{Tc} и P_o, является некорректным, поскольку вместо средней температуры T_{jAV} перехода вентиля содержит его максимально допустимую мгновенную температуру T_{jmax}.

Поэтому при протекании через вентиль регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы, среднее значение которых за период равно величинам I_{FAVm} или I_{TAVm}, вычисленным по выражению (1), реальная максимальная температура перехода вентилей будет существенно выше максимально допустимой T_{jmax}.

Следовательно, определенные по выражению (1) максимально допустимые средние токи вентилей не соответствуют условиям, установленным стандартом СТ СЭВ 1655—79. Кроме того, в реальных вентилях вследствие колебания в течение периода мгновенной температуры T_j перехода будет наблюдаться колебание температуры T_c его корпуса, что приведет к некоторому дополнительному повышению максимальной температуры перехода вентиля. Последний недостаток определения максимально допустимого среднего тока

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

вентиля может быть устранен, если принять, что вентиль установлен на идеальном охладителе. Тогда в установившемся режиме работы вентиля тепловое сопротивление R_{thja} (переход — охлаждающая среда) будет равно тепловому сопротивлению R_{thjc}.

Возможность вычисления максимально допустимых средних токов вентилей по некорректному выражению (1) и аналогичных ему обосновывалась незначительным, как полагают, превышением ΔT_j максимальной мгновенной температуры T_{jmax} перехода над ее средним значением T_{jAV} при протекании через вентиль регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы (рис. 1). Так, в [2] отмечено, что даже при среднем значении тока вентиля, не превышающем двукратного максимально допустимого, превышение ΔT_j максимальной температуры перехода над ее средним значением T_{jAV} составляет 2–3 °С и таким превышением, очевидно, можно пренебречь.

В данной статье показано, что величина ΔT_j при среднем значении тока вентиля, равном паспортному максимально допустимому, может достигать 15 °С и более, и поэтому вычисление предельных токов вентилей по выражению (1) и аналогичных ему недопустимо.

С целью выполнения требований стандарта СТ СЭВ 1655–79 и снижения погрешности вычислений максимально допустимый средний ток вентиля должен быть определен с учетом превышения ΔT_j максимальной температуры T_{jmax} перехода вентиля над ее средним значением T_{jAV} (токи, вычисленные с учетом ΔT_j будем обозначать с индексом "max" в отличие от токов, определяемых по выражению (1) и имеющих индекс "m"). Для этого следует, заменив реальные импульсы мощности p_{Tc}, обусловленные протеканием регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы, эквивалентными прямоугольными импульсами мощности $p_{Tп}$ (рис. 2), воспользоваться выражением для вычисления максимальной температуры T_{jm} перехода вентиля при воздействии на него длинной серии прямоугольных импульсов мощности [2]:

$$T_{jm} = T_a + P_{Tп}\,[\tau R_T / T + (1-\tau/T) Z_{\tau+T} - Z_\tau], \quad (3)$$

где T_a — температура окружающей среды; $P_{Tп}$ — амплитуда прямоугольного импульса мощности; τ — его продолжительность; $R_T = R_{thja}$; T — период выпрямляемого напряжения; $Z_{\tau+T}$, Z_T и Z_τ — переходные тепловые сопротивления переход — окружающая среда вентиля, соответствующие интервалам времени $\tau + T$, T и τ.

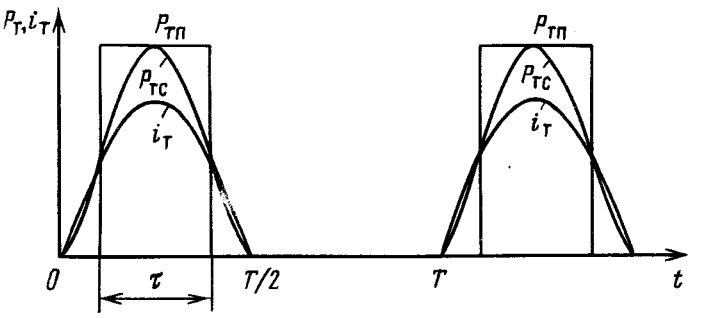


Рис. 2

Амплитуда и среднее за период значение эквивалентного прямоугольного импульса мощности равны соответственно амплитуде и среднему за период значению реального импульса мощности, обусловленного протеканием регламентируемого импульса тока синусоидальной формы [5].

Выражение для максимальной температуры T_{jm} перехода вентиля может быть записано в следующем виде:

$$T_{jm} = T_a + P_{Tп}\frac{\tau}{T} R_T + P_{Tп} A, \quad (4)$$

где $A = (1 - \tau/T)\, Z_{\tau+T} - Z_T + Z_\tau$.

Произведение $P_{Tп}\dfrac{\tau}{T}$ в правой части выражения (4) представляет собой среднюю прямую рассеиваемую мощность в вентиле при воздействии на него прямоугольных импульсов мощности, равную реальной средней прямой рассеиваемой мощности P_{Tc}, обусловленной протеканием через вентиль регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы, т. е.

$$P_{Tп}\frac{\tau}{T} = U_{TO} I_{FAV} + \frac{\pi^2}{4} r_T I^2_{FAV}. \quad (5)$$

Отсюда следует, что второе слагаемое в правой части определяет превышение средней температуры T_{jAV} перехода над температурой охлаждающей среды, а третье — превышение ΔT_j максимальной температуры перехода над ее средним значением, причем

$$P_{Tп} = U_{TO}\pi\, I_{FAV} + \pi^2 r_T I^2_{FAV}. \quad (6)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Подставив в (4) $T_{jm} = T_{j\max}$, $R_T = R_{thjc}$ и $T_a = T_c$, поскольку охладитель вентиля идеальный, P_{Tc} по (5) и P_{Tn} по (6) при $I_{FAV} = I_{FAV\max}$, и решив полученное уравнение относительно $I_{FAV\max}$, получим

$$I_{FAV\max} = \frac{\sqrt{U_{TO}^2(R_T+\pi A)^2+4\pi^2 r_T(R_T/4+A)} \times}{\times \frac{\sqrt{(T_{j\max}-T_c) - U_{TO}(R_T+\pi A)}}{2\pi^2 r_T(R_T/4+A)}}. \qquad (7)$$

Последнее выражение может быть использовано и для вычисления максимально допустимого среднего тока тиристора $I_{TAV\max}$ с учетом ΔT_j при заданной температуре корпуса прибора.

Для вычисления тока $I_{FAV\max}$ по выражению (7) должна быть известна величина A, зависящая от продолжительности τ, которую можно определить, если использовать условия замены реального импульса прямой рассеиваемой мощности в вентиле эквивалентным прямоугольным импульсом мощности. Тогда получим следующее выражение для τ:

$$\tau = \frac{2U_{TO}+0,5\pi^2 r_T I_{FAV\max}}{100\pi(U_{TO}+\pi r_T I_{FAV\max})}. \qquad (8)$$

Из (7) и (8) вытекает, что значение максимально допустимого среднего тока вентиля $I_{FAV\max}$ при заданной температуре корпуса может быть вычислено методом последовательных приближений, поскольку для определения величины τ по выражению (8) должно быть известно значение искомого тока $I_{FAV\max}$ Вместе с тем вычисление максимально допустимого тока $I_{FAV\max}(I_{TAV\max})$ вентиля при заданной температуре его корпуса может быть значительно упрощено практически при сохранении точности расчета.

Действительно, как вытекает из (8), при регламентируемых импульсах тока синусоидальной формы продолжительность τ зависит от величины отношения $r_T I_{FAV\max} / U_{TO}$, которое обозначим буквой μ. При паспортных значениях r_T, I_{FAVm} и U_{TO} отечественных вентилей величина μ изменяется в основном от 0,15 до 0,3, что соответствует изменению продолжительности τ от 0,005928603 до 0,005703327 с.

Отсюда вытекает, что уменьшение величины среднего тока данного вентиля вдвое по сравнению с его паспортным значением и соответственно уменьшение величины μ обусловит увеличение продолжительности τ менее чем на 4 %. Вследствие этого оказывается возможным при определении максимально допустимого среднего тока $I_{FAV\max}$ вентиля предварительное вычисление величины τ с точностью, более чем достаточной для практических расчетов.

Так, можно допустить, что вычисленная с учетом ΔT_j величина максимально допустимого среднего тока $I_{FAV\max}$ вентиля при протекании через него регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы и заданной температуре корпуса на 20 % меньше паспортного значения максимально допустимого среднего тока I_{FAVm}, и определить продолжительность $\tau_{пр}$ при таком предполагаемом токе $(0,8I_{FAVm})$. Затем следует по выражению (7) вычислить при $\tau = \tau_{пр}$ значение тока $I_{FAV\max}$. Отклонение вычисленного тока $I_{FAV\max}$ от предположенной величины $(0,8I_{FAVm})$ даже на ± 10 % приведет к изменению продолжительности τ менее чем на 1 %, значения переходных тепловых сопротивлений Z_τ и $Z_{\tau+T}$ и величина A практически останутся прежними, и уточнение вычисленного при $\tau = \tau_{пр}$ тока не требуется.

По предложенной методике для ряда вентилей были проведены расчеты максимально допустимого среднего тока $I_{FAV\max}$ при протекании через вентили регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы и заданной температуре корпуса.

Так, для диода типа Д161-200 с паспортными параметрами $T_{j\max} = 190$ °С; $U_{TO} = 0,9$В; $r_T = 0,8$ мОм; $R_{thjc} = 15$ °С/Вт при среднем токе вентиля $I_{FAV} = 0,8I_{FAVm} = 160$ А продолжительность $\tau_{пр} = 0,005944285$ с. Переходные тепловые сопротивления $Z_\tau = 0,02$ °С/Вт; $Z_T = 0,032$ °С/Вт; $Z_{\tau+T} = 0,036$ °С/Вт. Величина $A = 0,013316532$ °С/Вт. Вычисленный по выражению (1) при $T_c = 150$ °С ток $I_{FAVm} = 204,9$ А, а рассчитанный по предложенной в статье методике ток $I_{FAV\max} = 166,9$ А, т. е. на 18,5 % меньше тока

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

I_{FAVm}. Для рассчитанного тока $I_{FAV\,max}$ продолжительность $\tau = 0{,}005931875$ с и отличается от принятой продолжительности $\tau_{пр}$ на 0,21 %. При паспортном значении тока диода, равном 200 А, максимальная температура перехода превышает максимально допустимую на 11,7 °С. При токе $I_{FAV\,max} = 166{,}9$ А максимальная температура перехода диода, равная максимально допустимой, превышает среднюю температуру перехода на 9,2 °С.

Результаты аналогичных расчетов, выполненных для других вентилей, приведены в таблице.

Как следует из таблицы, при заданной температуре корпуса и протекании через диод или тиристор тока, среднее значение которого равно паспортному, максимальная температура перехода вентиля будет на 10–20 °С выше максимально допустимой, что противоречит не только стандарту СТ СЭВ 1655–79, но и ГОСТ 25529–82 [6], определяющему, в частности, предельно допустимые значения параметров полупроводникового прибора.

Для выполнения требований стандарта СТ СЭВ 1655–79 вычисление максимально допустимого среднего тока диода или тиристора при заданной температуре корпуса необходимо производить по изложенной в статье методике, что приведет к уменьшению величины тока в среднем на 20 % по сравнению с его паспортным значением и снижению максимальной температуры перехода вентиля до максимально допустимой. Очевидно, что максимально допустимый средний ток диода или тиристора при протекании через него регламентируемых импульсов тока синусоидальной формы и заданных условиях охлаждения [2] следует определять с учетом ΔT_j по выражению

$$I_{FAV\,max} = \frac{\sqrt{U_{TO}^2(R_T+\pi A)^2+4\pi^2 r_T(R_T/4+A)}\times}{\times\,(T_{jmax}-T_a) - U_{TO}(R_T+\pi A)} \over 2\pi^2 r_T(R_T/4+A)}, \qquad (9)$$

где $R_T = R_{thja}$.

Максимально допустимый средний ток диода или тиристора при заданных условиях работы может быть вычислен с учетом ΔT_j, как нетрудно показать, по выражению

$$I_{FAV\,max} = \frac{\sqrt{U_{TO}^2(R_T+k_ф k_а A)^2+4R_T k_ф^2(R_T+k_а^2 A)}\times}{\times\,(T_{jmax}-T_a) - U_{TO}(R_T+k_ф k_а A)} \over 2 r_T k_ф^2(R_T+k_а^2 A)}, \qquad (10)$$

где $k_ф$ – коэффициент формы протекающего через

Тип вентиля	Рассчитанный по (1) ток I_{FAVm} (I_{TAVm}), А	Рассчитанный по предложенной методике ток $I_{FAV\,max}$ × ($I_{TAV\,max}$), А	Снижение тока $I_{FAV\,max}$ относительно тока I_{FAVm}, %	Превышение максимальной температуры перехода над ее максимально допустимым значением при паспортном токе вентиля, °С	Снижение средней температуры перехода относительно ее максимально допустимого значения при токе $I_{FAV\,max}$, °С
Д161-200	204,9	166,9	18,5	11,7	9,2
Д133-400	401,9	352	12,4	7,4	6,1
Д143-800	809,6	683	15,6	11,7	9,4
ДЧ161-160	160,2	124,3	22,4	14,6	10,6
Т132-40	40,26	33,73	16,2	10,5	8,3
Т151-100	102,5	87,6	14,6	12,5	10,4
Т123-200	203,1	147,7	27,3	16,2	10,5
Т143-400	409,7	345,5	16,4	8,4	6,8
Т153-800	834	601,24	27,9	21,0	14,1
Т253-1000	1044,9	906,6	13,2	7,9	6,9
ТЧ-63	60,4	41,99	30,5	19,4	11,9

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

вентиль тока, равный отношению действующего значения тока к среднему, а k_a — коэффициент амплитуды тока, равный отношению амплитуды тока к его действующему значению.

Исходя из аналогичных соображений, максимально допустимый действующий ток $I_{TRMS\,max}$ в открытом состоянии симметричного тиристора при протекании регламентированных импульсов тока в обоих направлениях и заданной температуре корпуса следует определять по формуле [2]

$$I_{TRMSm} = \frac{\sqrt{U^2_{T(TO)} + 4{,}9 r_T \dfrac{T_{jmax} - T_c}{R_{thjc}}} - U_{T(TO)}}{2{,}22\, r_T}, \qquad (11)$$

а по выражению

$$I_{TRMS\,max} = \frac{\sqrt{U^2_{T(TO)}\left[\frac{\sqrt{8}}{\pi} R_T + \sqrt{2A}\right]^2 + \sqrt{+4 r_T (R_T + 2A)\left(T_{jmax} - T_c\right)}} - U_{T(TO)}\left[\frac{\sqrt{8}}{\pi} R_T + \sqrt{2A}\right]}{2 r_T (R_T + 2A)}, \qquad (12)$$

где $U_{T(TO)}$ — пороговое напряжение симметричного тиристора, а $R_T = R_{thjc}$;

при тех же регламентируемых импульсах тока, но заданных условиях охлаждения — по выражению

$$I_{TRMS\,max} = \frac{\sqrt{U^2_{T(TO)}\left[\frac{\sqrt{8}}{\pi} R_T + \sqrt{2A}\right]^2 + \sqrt{+4 r_T (R_T + 2A)\left(T_{jmax} - T_a\right)}} - U_{T(TO)}\left[\frac{\sqrt{8}}{\pi} R_T + \sqrt{2A}\right]}{2 r_T (R_T + 2A)}, \qquad (13)$$

где $R_T = R_{thja}$;

при заданных условиях работы по выражению

$$I_{TRMS\,max} = \frac{\sqrt{U^2_{T(TO)}(R_T + k_ф k_a A)^2 + 4 r_T k^2_ф} \times \sqrt{\times (R_T + k^2_a A)(T_{jmax} - T_a)} - U_{T(TO)}(R_T + k_ф k_a A)}{2 r_T k_ф (R_T + k^2_a A)}. \qquad (14)$$

При вычислении максимально допустимых токов симметричных тиристоров значение величины A необходимо определять по выражению

$$A = (1 - 2\tau/T)\, Z_{\tau+0{,}5T} - Z_{0{,}5T} + Z_\tau, \qquad (15)$$

где $Z_{\tau+0{,}5T}$ и $Z_{0{,}5T}$ — переходные тепловые сопротивления переход — окружающая среда вентиля, соответствующие интервалам времени $\tau + 0{,}5\ T$ и $0{,}5\ T$.

При заданных условиях работы диода, тиристора или симметричного тиристора, когда через вентиль протекает ток произвольной формы, продолжительность τ также находится из условия замены реального импульса мощности эквивалентным прямоугольным импульсом и может быть вычислена по следующему выражению:

$$\tau = \frac{(U_{TO} + r_T k^2_ф\ I_{FAV\,max})\ T}{k_ф k_a (U_{TO} + r_T k_ф k_a I_{FAV\,max}}. \qquad (16)$$

Поскольку в кривой регламентируемых импульсов тока симметричного тиристора отсутствуют промежутки времени, когда ток равен нулю, снижение величины тока, определенного по предложенной методике, относительно его значения, вычисленного по выражению (11), будет меньше, чем аналогичное снижение тока диода или тири-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

стора. Так, для симметричного тиристора типа ТС161-160 вычисленный по выражению (11) ток $I_{TRMSm} = 164{,}7$ А, а рассчитанный по предложенной методике, по выражению (12), ток $I_{TRMS\,max} = 144{,}15$ А, т. е. снижение тока $I_{TRMS\,max}$ относительно тока I_{TRMSm} составляет 12,5 %. Для симметричного тиристора типа ТС171-320 ток $I_{TRMSm} = 328$ А, а ток $I_{TRMS\,max} = 305{,}26$ А меньше тока I_{TRMSm} на 7 %.

• **Выводы**. 1. Рекомендуемая методика определения максимально допустимых токов полупроводниковых вентилей, в основе которой лежит условие равенства средней мощности прямых потерь в вентиле и средней мощности, отводимой от перехода, не позволяет получить значения токов, обеспечивающих выполнение требований стандарта СТ СЭВ 1655–79, поскольку не учитывает колебания температуры перехода вентиля в течение периода выпрямляемого напряжения.

2. Разработана методика вычисления максимально допустимых токов полупроводниковых вентилей, учитывающая превышение максимальной температуры перехода, равной максимально допустимой, над ее средним значением.

3. Рассчитанные по разработанной методике максимально допустимые средние токи для ряда диодов и тиристоров при заданной температуре корпуса прибора примерно на 20 % меньше соответствующих паспортных значений.

4. Аналогичное снижение максимально допустимого действующего тока симметричного тиристора при двухсторонней проводимости составляет около 10 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **СТ СЭВ 1655–79.** Приборы полупроводниковые силовые. Предельно допустимые значения и характеристики.

2. **Силовые** полупроводниковые приборы: Справочник / О. Г. Чебовский, Л. Г. Моисеев, Р. П. Недошивин.– М.: Энергоатомиздат, 1985.

3. **Рабинерсон А. А., Ашкинази Г. А.** Режимы нагрузки силовых полупроводниковых приборов.– М.: Энергия, 1976.

4. **Давидов П. Д.** Анализ и расчет тепловых режимов полупроводниковых приборов.– М.: Энергия, 1967.

5. **Тиристоры** (технический справочник) / Пер. с англ. под ред. В. А. Лабунцова, С. Г. Обухова, А. Ф. Свиридова.– М.: Энергия, 1971.

6. **ГОСТ 25529–82.** Диоды полупроводниковые. Термины, определения и буквенные обозначения параметров.

[10.09.91]

Расчет емкости между двумя длинными прямоугольными оболочками

СТРУНСКИЙ М. Г.,
ГОРБОВ М. М.

При проектировании разнообразных устройств, применяемых в различных областях техники, широко используются расчетные модели, состоящие из электродов, сечение которых показано на рис. 1, *а*. Данная система электродов состоит из двух весьма длинных не охватывающих друг друга прямоугольных оболочек с параллельными сторонами, имеющих общую плоскость симметрии, при произвольных размерах каждой из оболочек и расстояния между ними. В зависимости от практических приложений в этой системе кроме электрической емкости с учетом электростатической аналогии определяются магнитная проводимость, волновое сопротивление, тепловая проводимость, сопротивление растеканию для таких технических средств как преобразователи, электромагниты, электрические машины и аппараты, волноводные системы, приборы, заземляющие устройства.

Поэтому естественно, что число работ, посвященных расчету указанных интегральных параметров даже в системах, являющихся весьма частыми случаями рассматриваемой, исчисляется десятками. Некоторые из характерных работ проанализированы кратко в [1] и [2], где получены точные решения задачи при $c_1 = c_2 = 0$ [1] и $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$.

Настоящая статья имеет целью строгое решение задачи, проведение числовых расчетов и вывод приближенных формул с определением их погрешности.

Примем заштрихованную область на рис. 1, *а* за часть плоскости комплексного переменного z и конформно отобразим на нее верхнюю полуплоскость нового комплексного переменного ξ (рис. 1, *б*) при соответствии точек[1] исходной и отображенной плоскостей, указанном на рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

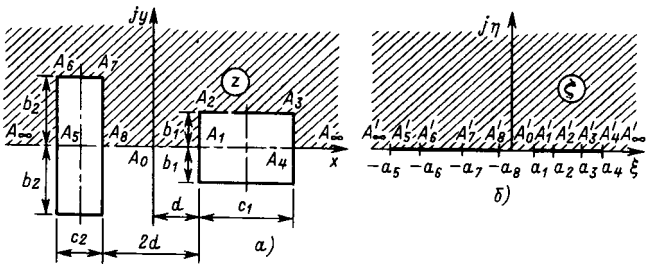


Рис. 1. Прямоугольные оболочки с параллельными сторонами:

а – исходная система электродов;

б – система электродов в отображенной плоскости

Такое отображение осуществляется следующей функцией, полученной путем использования интеграла Кристоффеля – Шварца:

$$z = A \int_0^{\xi} \sqrt{\frac{(\xi-a_2)(\xi-a_3)(\xi+a_6)(\xi+a_7)}{(\xi-a_1)(\xi-\alpha_4)(\xi+a_7)(\xi+a_8)}}\, d\xi, \quad (1)$$

где A – постоянная величина.

Уравнения, связывающие геометрические параметры в отображенной плоскости с исходными размерами, находятся путем учета приращений функции (1), получаемых при движении текущей точки по действительной оси плоскости ξ и соответствующем обходе особых точек:

$$\frac{d}{A} = I_1 \equiv \int_0^{a_1} \sqrt{\frac{(a_2-\xi)(a_3-\xi)(\xi+a_6)(\xi+a_7)}{(a_1-\xi)(a_4-\xi)(\xi+a_5)(\xi+a_8)}}\, d\xi; \quad (2)$$

$$\frac{b_1}{A} = I_2 \equiv \int_{a_1}^{a_2} \sqrt{\frac{(a_2-\xi)(a_3-\xi)(\xi+a_6)(\xi+a_7)}{(\xi-a_1)(a_4-\xi)(\xi+a_5)(\xi+a_8)}}\, d\xi; \quad (3)$$

$$\frac{c_1}{A} = I_3 \equiv \int_{a_2}^{a_3} \sqrt{\frac{(\xi-a_2)(a_3-\xi)(\xi+a_6)(\xi+a_7)}{(\xi-a_1)(a_4-\xi)(\xi+a_5)(\xi+a_8)}}\, d\xi; \quad (4)$$

$$\frac{b_2}{A} = I_4 \equiv \int_{a_6}^{a_5} \sqrt{\frac{(\xi+a_2)(\xi+a_3)(\xi-a_6)(\xi-a_7)}{(\xi+a_1)(\xi+a_4)(a_5-\xi)(\xi-a_8)}}\, d\xi; \quad (5)$$

$$\frac{c_2}{A} = I_5 \equiv \int_{a_7}^{a_6} \sqrt{\frac{(\xi+a_2)(\xi+a_3)(a_6-\xi)(\xi-a_7)}{(\xi+a_1)(\xi+a_4)(a_5-\xi)(\xi-a_8)}}\, d\xi. \quad (6)$$

Систему уравнений (2)–(6) удобно представить в безразмерном виде:

$$b_1 / d = I_2 / I_1; \quad (7)$$

$$c_1 / d = I_3 / I_1; \quad (8)$$

$$b_2 / d = I_4 / I_1; \quad (9)$$

$$c_2 / d = I_5 / I_1, \quad (10)$$

что уменьшит число уравнений на единицу.

Для полного решения геометрической части задачи необходимо выполнение условий

$$I_1 = I_8;\ I_2 = I_6 \text{ и } I_4 = I_7, \quad (11)$$

где

$$I_6 = \int_{a_5}^{a_1} \sqrt{\frac{(\xi-a_2)(\xi-a_3)(\xi+a_6)(\xi+a_7)}{(\xi-a_1)(a_4-\xi)(\xi+a_5)(\xi+a_8)}}\, d\xi; \quad (12)$$

$$I_7 = \int_{a_8}^{a_7} \sqrt{\frac{(\xi+a_2)(\xi+a_3)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}{(\xi+a_1)(\xi+a_4)(a_5-\xi)(\xi-a_8)}}\, d\xi; \quad (13)$$

$$I_8 = \int_0^{a_8} \sqrt{\frac{(\xi+a_2)(\xi+a_3)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}{(\xi+a_1)(\xi+a_4)(a_5-\xi)(a_8-\xi)}}\, d\xi. \quad (14)$$

Очевидно, что пять уравнений (2)–(6) и три условия (11) позволяют однозначно определить координаты всех восьми точек в отображенной плоскости; все входящие в полученные выражения интегралы являются гиперэллиптическими.

Поскольку при конформных преобразованиях емкости сохраняются, для решения поставленной задачи достаточно найти емкость в системе электродов, приведенной на рис. 1, *б*. Эта емкость (на единицу длины) определяется по формуле [3]:

$$C_l = 2\varepsilon \frac{K(k')}{K(k)}, \quad (15)$$

[1] Из рис. 1 непосредственно видно, что $0 \leftrightarrow 0$, $\infty \leftrightarrow \infty$ и, например, $d \leftrightarrow a_1$, т. е. соответствие трех граничных точек установлено.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $K(k)$ и $K(k')$ — полные эллиптические интегралы первого рода с модулями $k = \sqrt{\dfrac{(a_1+a_8)(a_4+a_5)}{(a_1+a_5)(a_4+a_8)}}$, $k' = \sqrt{1-k^2}$; ε — диэлектрическая проницаемость окружающей среды.

Итак, для определения искомой емкости C_l следует при заданных безразмерных отношениях b_1/d, c_1/d, b_2/d, c_2/d решить систему уравнений (7)—(10) с учетом условий (11) и найти численное значение модуля k (а соответственно и k'), после чего непосредственно рассчитать емкость по формуле (15).

Проверим правильность предельных переходов к системам, исследованным в [1 и 2], где, в свою очередь, были выполнены переходы к некоторым последующим частным задачам.

Пусть $c_1 = c_2 = 0$, тогда $a_2 = a_3$, $a_6 = a_7$; при этом уравнения (4) и (6) превращаются в тождества, а гиперэллиптические интегралы в (2), (3), (9), (12)—(14) вырождаются в эллиптические. После приведения последних к нормальной форме получившиеся уравнения и условия в точности совпадают с приведенными в [1].

Если $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$, то $a_8 = a_1$, $a_7 = a_2$, $a_6 = a_3$, $a_5 = a_4$; при этом сохраняются уравнения (2)—(4) и условие $I_2 = I_6$, совпадающие с соответствующими выражениями в [2]; после применения преобразования Ландена к эллиптическим интегралам, содержащимся в (15), совпадают и формулы для емкости между двумя одинаковыми прямоугольными оболочками.

Числовые значения емкостей (с восемью верными цифрами после запятой) были получены по формуле (15) в результате решения на ЭВМ методом последовательных приближений [4] системы уравнений (7)—(10) при учете (11) с применением итерационного метода Ньютона — Котеса [5] и использовании специально разработанных программ для вычисления гиперэллиптических интегралов (см. приложение).

Безразмерные значения емкости между рассматриваемыми электродами представлены в таблице.

В тех случаях, когда геометрические размеры электродов намного меньше расстояния между ними и, кроме того, один размер их сечения существенно меньше другого, могут быть найдены простые приближенные формулы. Их вывод основан на упрощении интегралов, содержащихся в (7)—(11), путем пренебрежения малыми величинами с последующим разложением полученных выражений, а также интегралов в (15) в ряды и отбрасывания в них членов, начиная со второго порядка малости. После несложных, но довольно громоздких преобразований, будем иметь:

$$\frac{C_l}{\varepsilon}\Bigg|_{\substack{b_1/d \ll 1\\ b_2/d \ll 1\\ c_1/b_1 \ll 1\\ c_2/b_2 \ll 1}} \approx \pi(1+\lambda_1+\lambda_2)\times \left[\ln\frac{4d}{\sqrt{b_1b_2}}\right]^{-1}; \qquad (16)$$

$$\frac{C_l}{\varepsilon}\Bigg|_{\substack{c_1/d \ll 1\\ c_2/d \ll 1\\ b_1/c_1 \ll 1\\ b_2/c_2 \ll 1}} \approx \pi(1+\lambda_3+\lambda_4)\times \left[\ln\frac{8d}{\sqrt{c_1c_2}}\right]^{-1}; \qquad (17)$$

где

$$\lambda_1 = \frac{1}{4\pi}\frac{c_1}{b_1}\left[1+\ln\frac{8\pi b_1}{c_1}\right]\left[\ln\frac{4d}{\sqrt{b_1b_2}}\right]^{-1};$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{4\pi}\frac{c_2}{b_2}\left[1+\ln\frac{8\pi b_2}{c_2}\right]\left[\ln\frac{4d}{\sqrt{b_1b_2}}\right]^{-1};$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{\pi}\frac{b_1}{c_1}\left[1+\ln\frac{2\pi c_1}{b_1}\right]\left[\ln\frac{8d}{\sqrt{c_1c_2}}\right]^{-1};$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{\pi}\frac{b_2}{c_2}\left[1+\ln\frac{2\pi c_2}{b_2}\right]\left[\ln\frac{8d}{\sqrt{c_1c_2}}\right]^{-1}.$$

Очевидно, что значения относительных погрешностей $[\delta = (C_{l\ \text{прибл}} - C_{l\ \text{точн}})/C_{l\ \text{точн}}]$ приближенных формул (16) и (17) тем больше, чем значительнее размеры электродов и меньше расстояния между ними.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Так, при $b_1/d = b_2/d = c_1/b_1 = c_2/b_2 = 0{,}1$ погрешность формулы (16) составляет 1,0 %; если же указанные отношения равны 0,3, то $\delta = 2{,}1$ %. Аналогично при одинаковых соотношениях геометрических размеров системы $\left.\begin{array}{l} \dfrac{4b_2}{c_2} = \dfrac{c_1}{2d} = \dfrac{c_2}{2d} = \\ = \dfrac{4b_1}{c_1} = 0{,}1 \end{array}\right\}$ погрешность формулы (17) $\delta = 5{,}9$ %, а при тех же отношениях, равных 0,3, она достигает $\delta = 10{,}3$ %.

При необходимости в конкретных случаях погрешности приближенных формул могут быть уточнены по данным таблицы.

Формулы (16) и (17) являются обобщением полученных ранее приближенных формул: для двух бесконечно тонких пластин разной ширины и для оболочек одинаковых размеров.

Если $c_1 = c_2 = 0$, то $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, и формула (16) переходит в выражение (9) из [1].

Когда $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$, параметры $\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_3 = \lambda_4$; тогда (16) полностью совпадает с формулой п. 4 табл. 3 статьи [2], а (17) — с выражением п. 3 той же таблицы.

С помощью таблицы могут быть установлены общие зависимости емкости от геометрических параметров системы. При постоянных отношениях b_2/d и c_2/d изменение c_1/d влияет на емкость несущественно, когда b_1/d велико, но заметно сказывается в случае малых значений b_1/d. Так, при $b_1/d = b_2/d = c_2/d = 10$ увеличение c_1/d на два порядка приводит к возрастанию емкости лишь на 5 %; в то же время при $b_2/d = c_2/d = 10$, но $b_1/d = 0{,}1$ такое же изменение отношения c_1/d увеличивает емкость в 2,4 раза. Вообще рост b_1/d ведет к увеличению емкости — тем более значительному, чем больше b_2/d и меньше c_1/d; при этом влияние c_2/d проявляется, когда b_2/d мало. Наибольшее возрастание емкости (в 13 раз: от $C_l/\varepsilon \simeq 0{,}988$ до $C_l/\varepsilon \simeq 12{,}760$) в случае изменения безразмерных геометрических параметров от 0,1 до 10 происходит при их равенстве друг другу.

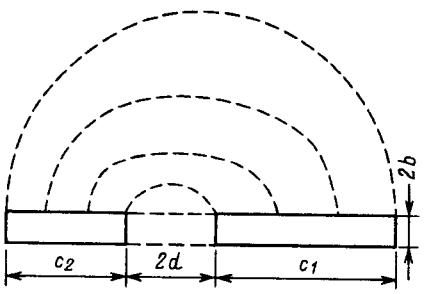


Рис. 2. К расчету магнитной проводимости между длинными прямоугольными призмами (пунктиром показаны условные линии магнитной индукции)

Отмеченные закономерности физически объясняются различным распределением потоков вектора электрической индукции, связанных с отдельными гранями электродов.

Рассмотрим одну задачу по расчету проводимости воздушных путей магнитного потока. Пусть требуется определить удельную магнитную проводимость g между типовыми поверхностями магнитопровода, изображенными на рис. 2. По данным [6] приближенный расчет величины g может быть выполнен по формуле

$$\frac{g_1}{\mu_0} = \frac{2}{\pi} \ln \left[\frac{m^2 - (l+\alpha)^2}{m\,(2d-\alpha)} - \frac{l+\alpha}{m} \right] + \frac{b}{d}, \quad (18)$$

где $l = \dfrac{c_1 - c_2}{2}$; $2m = c_2 + c_1 + 2 \cdot 2d$; $p = m^2 - 4d^2 - l^2$; $\alpha = \dfrac{1}{2l}\left(p - \sqrt{p^2 - 4l^2 \cdot 4d^2}\right)$. [2)]

Примем сначала $c_1/d = 0{,}2$; $c_2/d = 0{,}1$; $b_1/d = b_2/d = b/d = 0{,}004$. Тогда согласно (18) $g_1/\mu_0 = 0{,}04741$. Из формулы (17) с учетом электростатической аналогии следует $g_2/\mu_0 \approx 0{,}80166$. Вычисленное по формуле (15) значение равно $g_2/\mu_0 = 0{,}78709$, где все цифры верные, т. е. погрешность формулы (17) составляет $\delta_2 = 1{,}9$ %. Что касается выражения (18), то, как видно, при подобных значениях параметров оно использоваться не должно, хотя в [6] никаких ограничений на его применение не наложено. Даже в случае $c_1/d = 3$, $c_2/d = 1$, $b/d = 0{,}3$ погрешность (18) превышает 60 %. Если значения отношений $c_1/d = 3$ и $c_2/d = 1$ (оставить как в предыдущем случае), то с погрешностью $|\delta_1| < 15$ % формулой (18) можно воспользоваться лишь при $b/d > 10$.

В заключение следует отметить, что установленная количественная связь между координатами точек исходной и отображенной плоскостей (см. сноску[1], а также приложение, п. 1) позволяет решать задачи по расчету не только конденсаторной емкости, но также частичных и полных емкостей при более сложном задании потенциалов и зарядов в системах электродов той же конфигурации.

Приложение. *Методика расчета числовых значений емкости.* 1. Для определения числовых значений емкости между рассматриваемыми оболочками сначала находилось решение системы семи нелинейных уравнений (7)—(11). При этом учитывая, что интегралы I_1, I_2, I_4, I_6, I_7 и I_8 являются несобственными, имея особенности первого рода в точках a_1, a_1, a_5, a_4, a_8 и a_8 соответственно, эти интегралы были предварительно преобразова-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Характеристики геометрии системы			Значения C_l/ε при c_1/d, равном				
c_2/d	b_2/d	b_1/d	0,1	0,3	1,0	3,0	10,0
0,1	0,1	0,1	0,98848	1,06061	1,17484	1,28109	1,35764
		0,3	1,12845	1,17445	1,25464	1,33562	1,39808
		1,0	1,36120	1,38035	1,41626	1,45649	1,49177
		3,0	1,55866	1,56230	1,56971	1,57937	1,58986
		10,0	1,62459	1,62479	1,62527	1,62605	1,62724
	1,0	0,1	1,36120	1,50435	1,75252	2,01077	2,21475
		0,3	1,64260	1,74499	1,93611	2,14654	2,32099
		1,0	2,20297	2,25693	2,36142	2,48314	2,59351
		3,0	2,82526	2,83794	2,86375	2,89738	2,93398
		10,0	3,06162	3,06234	3,06405	3,06684	3,07103
	10,0	0,1	1,62459	1,84977	2,31352	2,99314	3,88024
		0,3	2,04493	2,22958	2,64011	3,27225	4,11565
		1,0	3,06162	3,20906	3,55291	4,10229	4,84602
		3,0	5,39411	5,51342	5,78985	6,22348	6,78731
		10,0	11,75048	11,79286	11,87881	11,99347	12,13114
1,0	0,1	0,1	1,17484	1,28092	1,46046	1,64487	1,79258
		0,3	1,37859	1,45117	1,58528	1,73309	1,85835
		1,0	1,75252	1,78822	1,85831	1,94209	2,02077
		3,0	2,14382	2,15268	2,17113	2,19582	2,22343
		10,0	2,31352	2,31411	2,31549	2,31775	2,32118
	1,0	0,1	1,41626	1,57451	1,85831	2,17227	2,44053
		0,3	1,72393	1,84042	2,06534	2,32800	2,56239
		1,0	2,36142	2,42834	2,56246	2,72711	2,88566
		3,0	3,16777	3,18724	3,22771	3,28183	3,34249
		10,0	3,55291	3,55423	3,55734	3,56245	3,57016
	10,0	0,1	1,62527	1,85073	2,31549	2,99868	3,90115
		0,3	2,04601	2,23098	2,64263	3,27867	4,13788
		1,0	3,06405	3,21194	3,55734	4,11161	4,87259
		3,0	5,40217	5,52235	5,80163	6,24300	6,82772
		10,0	11,87881	11,92645	12,02433	12,15688	12,31798
10,0	0,1	0,1	1,35764	1,50855	1,79258	2,15087	2,54591
		0,3	1,63827	1,75103	1,98252	2,29438	2,65411
		1,0	2,21475	2,28544	2,44053	2,66555	2,94547
		3,0	3,05803	2,09046	3,16508	3,28183	3,44295
		10,0	3,88024	3,88629	3,90115	3,92693	3,96877
	1,0	0,1	1,49177	1,67369	2,02077	2,46157	2,94547
		0,3	1,83767	1,97764	2,26622	2,65418	3,09755
		1,0	2,59351	2,68569	2,88566	3,17101	3,52018
		3,0	3,76339	3,80567	3,90162	4,04953	4,25156
		10,0	4,84602	4,85372	4,87259	4,90532	4,95846
	10,0	0,1	1,62723	1,85351	2,32118	3,01510	3,96877
		0,3	2,04911	2,23500	2,64995	3,29768	4,20983
		1,0	3,07103	3,22023	3,57016	4,13916	4,95846
		3,0	5,42491	5,54758	5,83502	6,29946	6,95590
		10,0	12,13114	12,19036	12,31798	12,50518	12,75999

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ны (с помощью простых замен переменных) к виду, не имеющему особых точек.

Система уравнений (7)–(11) решалась численно с помощью модификации дискретного метода Ньютона [4]. Матрица Якоби частных производных функций системы аппроксимировалась с помощью первых разностей, причем наименьший возможный шаг изменения данного аргумента функции выбирался с учетом предотвращения потери значимости соответствующей разности.

Определенные интегралы, входящие в функции системы уравнений (7)–(11), вычислялись на каждой итерации численно с помощью квадратурной формулы Ньютона – Котеса 8-го порядка [5].

Одновременно с последующими значениями решения a_1–a_8 на каждой итерации выполнялись также оценки погрешности решений – как их приращения, определяемые при использовании метода Ньютона. Завершение итераций осуществлялось по достижении заданной максимальной погрешности.

2. На основе решения системы уравнений (7)–(11) по формуле (15) вычислялась искомая емкость C_l. Одновременно оценивалась погрешность ее определения δ путем использования выполненных ранее оценок погрешности ε нахождения параметров a_i ($i = 1, 2, ..., 8$):

$$\delta = \sum_{i=1}^{8} \varepsilon \frac{\partial C_l}{\partial a_i}.$$

Частные производные $\frac{\partial C_l}{\partial a_i}$, как и в предыдущем пункте, определялись численно с помощью первых разностей при автоматическом выборе шага изменения a_i.

3. Если полученные в п. 2 погрешности не превышали допустимых значений, то для данных размеров оболочек и расстояний между ними расчет на этом заканчивался.

В противном случае формулировались новые, более жесткие, требования к точности решения системы (7)–(11), исходя из соотношения

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n \frac{\delta_{\text{зад}}}{\delta_{\max}},$$

где ε_{n+1}, ε_n – погрешности $(n + 1)$-го и n-го решения системы уравнений (7)–(11) соответственно; $\delta_{\text{зад}}$, $\delta_{\max}$ – необходимая заданная и максимальная погрешности определения емкости C_l соответственно.

С новыми требованиями повторялось решение системы (7)–(11) согласно п. 1, причем в качестве начальных значений a_l при использовании метода Ньютона брались значения, найденные в предыдущем решении, после чего вычислялась емкость C_l в соответствии с п. 2.

В результате числовых расчетов емкости различие между последним и предыдущим вариантами отмечалось в девятой – десятой цифрах, поэтому можно утверждать, что восемь цифр значения являются верными и, следовательно, точность данных таблицы гарантирована.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Струнский М. Г., Горбов М. М.** Расчет емкости несимметричной полосковой линии с пластинами произвольной ширины.– Радиотехника, 1988, № 10, с. 56–60.

2. **Струнский М. Г., Горбов М. М.** Расчет электрической емкости между двумя длинными прямоугольными оболочками.– Изв. РАН. Энергетика, 1992, № 2, с. 68–76.

3. **Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г.** Расчет электрической емкости, 2-е изд. Л.: Энергоиздат, 1981.– 288 с.

4. **Ортега Дж., Рейнболт В.** Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.– М.: Мир, 1975.– 588 с.

5. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений.– М.: Мир, 1980.– 280 с.

6. **Постоянные** магниты: Справочник / А. Б. Альтман, А. Н. Герберг, П. А. Гладышев и др.; Под ред. Ю. М. Пятина, 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Энергия, 1980.– 488 с.

[19.11.92]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Моментные натяжения в магнитном поле

ФРОЛОВ С. И.

Напряжения и моментные напряжения. 30 сентября 1992 г. исполняется 170 лет со дня представления Парижской академии Огюстеном Коши своих (так и не опубликованных) мемуаров "Исследования относительно равновесия и внутреннего движения тел и жидкостей, упругих и неупругих", в которых знаменитый математик и механик раскрыл основные положения созданной им общей теории напряженного состояния среды. Краткое содержание мемуаров было отражено в [1]. Стержнем новой теории стало столь привычное для наших дней понятие "напряжение".

Развитие механики деформируемых сред и исследования в области новых (более сложных) структур этих сред показали неуниверсальность теории Коши (классической теории упругости). Экспериментально в средах со сложной структурой (например, поликристаллы) были обнаружены явления, удовлетворительного объяснения которым классическая теория дать не могла. Поэтому можно считать закономерным (с позиций сегодняшнего времени) появление 105 лет тому назад нового понятия — "моментного напряжения", введенного Вольдемаром Фойгтом [2] по аналогии с обычным (силовым) напряжением Коши.

Теорию упругости, учитывающую как силовые, так и моментные напряжения (моментную теорию упругости), создали братья Коссера [3] в начале нынешнего столетия. Однако моментная теория была предана забвению и лишь через полвека в связи с очередным всплеском интереса к средам со сложной структурой снова привлекла к себе внимание исследователей.

Моментным напряжениям присущи атрибуты, аналогичные атрибутам силовых напряжений, т. е. тензорность, ориентация деформируемой поверхности и др. Вектор моментного напряжения (аксиальный вектор) определяется как

$$\bar{m}_n = \hat{m}\cdot\bar{n}, \qquad (1)$$

где $\hat{m}$ — несимметричный в общем случае тензор моментных напряжений; $\bar{n}$ — нормаль к поверхности, на которой действует $\bar{m}_n$.

Подчеркнем, что моментные напряжения, как и силовые, считаются *постоянными* в пределах соответствующих им поверхностей элементарного объема.

Деформация элементарного параллелепипеда под действием моментных напряжений показана на рис. 1 (только для одной составляющей тензора моментных напряжений) при условии условного жесткого "закрепления" грани, противоположной той, которая подвержена воздействию моментного напряжения.

Уравнение баланса момента количества движения для среды Коссера в интегральной форме имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt}\int_V (\bar{r}\times\bar{v}+\bar{s})\rho\cdot dV = \oint_S (\bar{r}\times\bar{\sigma}_n+\bar{m}_n)\,dS + \int_V (\bar{r}\times\bar{f}+\bar{c})\,dV, \qquad (2)$$

где $\bar{r}$ — радиус-вектор элемента среды; $\bar{v}$ — скорость элемента среды; $\bar{s}$ — внутренний момент количества движения (спин-аксиальный вектор); ρ — плотность среды; $\bar{f}$ — объемная плотность внешних сил; $\bar{c}$ — объемная плотность внешних моментов (аксиальный вектор); $\bar{\sigma}_n$ — силовое напряжение.

Если поверхность S является поверхностью тела, т. е. поверхностью разрыва, то $\bar{\sigma}_n$ и $\bar{m}_n$ — поверхностные плотности внешних сил и моментов.

В дифференциальной (локальной) форме уравнение (2) можно разделить на два уравнения: уравнение баланса внешнего момента количества движения

$$\rho\frac{d}{dt}(\bar{r}\times\bar{v}) = \bar{r}\times(\bar{f}+\nabla\cdot\hat{\sigma}), \qquad (3)$$

где $\hat{\sigma}$ — несимметричный в общем случае тензор силовых напряжений, и уравнение баланса спина

$$\rho\frac{d\bar{s}}{dt} = \bar{c}+\nabla\cdot\hat{m}+2\bar{d}. \qquad (4)$$

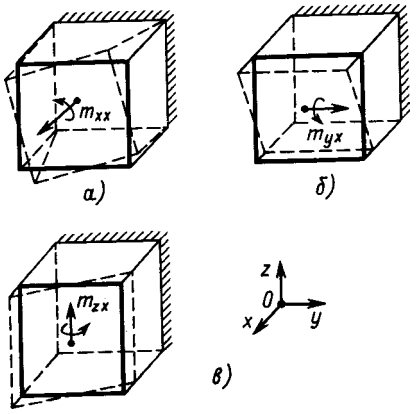


Рис. 1. Деформационное воздействие моментного напряжения на элементарный объем

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $\bar{d}$ — аксиальный вектор, сопутствующий несимметричному тензору $\hat{\sigma}$.

Натяжения и моментные натяжения. Уже спустя неполных четыре десятилетия после своего появления на свет, теория Коши была использована Дж. К. Максвеллом [4] при создании им механической теории силового воздействия магнитного поля. Преломляя сквозь строгую математическую призму классической теории упругости гипотезу М. Фарадея о магнитном поле как упругой среде (эфире), Максвелл ввел понятие "натяжение". Однако при углубленных исследованиях электромеханических явлений, протекающих в средах со сложной структурой, ограничиться рассмотрением только натяжений не представлялось возможным, что и вело к периодическим поискам новых понятий, согласующихся с моментной теорией. Не вдаваясь в историю вопроса, отметим одну из работ в этой области.

Авторы [5] вводят поверхностную силу $\bar{F}$ при определении поверхностного момента $\bar{M} \times \bar{F}$, действующего на спиновый континуум (обозначения оригинала изменены: $\bar{M}$ — намагниченность, $\bar{F}$ — аксиальный вектор с размерностью магнитной индукции, умноженной на длину, зависящий от ориентации поверхности континуума). В плане расчета (формулы) вектор $\bar{F}$ не определен.

В данной статье автором предпринята попытка хотя бы косвенным образом определить силовую характеристику магнитного поля, подобную поверхностному моменту [5].

Введем такое понятие, как "моментное натяжение" $\bar{Q}_n$ — гипотетическую силовую функцию магнитного поля. Используя деформационные свойства моментных напряжений, определим циркуляцию вектора моментного натяжения по контуру площадки dS как магнитную силу $\bar{F}_Q$ (рис. 2), которая при определенных условиях может быть магнитной силой $\bar{F}_T$, вызванной натяжением Максвелла $\bar{T}_n$. Исходя из этого основного положения можно утверждать, что вектор $\bar{Q}_n$, в отличие от вектора $\bar{m}_n$, не будет постоянной величиной на элементарной площадке. Следовательно, уравнение (1) применимо только к *изменениям* моментных натяжений на элементарных площадках (см. п. 3), т. е.

$$\Delta \bar{Q}_n = \Delta \hat{Q} \cdot \bar{n}. \qquad (5)$$

Если моментное натяжение на поверхности неизменно, то силовые и деформационные действия моментных натяжений соседних точек поверхности взаимно компенсируются и магнитная сила $\bar{F}_Q = 0$.

Кроме этого, из основного положения следует, что вектор $\bar{Q}_n$ пространственно располагается в плоскости, касательной к рассматриваемой поверхности, т. е.

$$\bar{Q}_n \cdot \bar{n} = 0. \qquad (6)$$

К этому выводу можно прийти, если применить энергетический метод к определению моментного натяжения. Виртуальный поворот элементарного объема, а точнее, его виртуальная деформация (рис. 1, *а*), не приведет к изменению магнитного потока и тока элементарного контура магнитного поля, т. е. виртуальное изменение энергии магнитного поля параллелепипеда будет равно нулю, а это значит, что тензор моментных натяжений имеет вид:

$$\hat{Q} = \begin{Vmatrix} 0 & Q_{xy} & Q_{xz} \\ Q_{yx} & 0 & Q_{yz} \\ Q_{zx} & Q_{zy} & 0 \end{Vmatrix}. \qquad (7)$$

Моментные натяжения на элементарных площадках координатных поверхностей. Магнитная сила $\bar{F}_{Qx}$ на элементарной площадке $\Delta S_x = \Delta y \cdot \Delta z$ координатной поверхности, параллельной плоскости $y0z$, определяется циркуляцией моментного натяжения $\bar{Q}_x$ (рис. 3):

$$\bar{F}_{Qx} = (Q_{yx} \cdot \Delta y + Q'_{zx} \cdot \Delta z - Q'_{yx} \cdot \Delta y - Q_{zx} \times$$

$$\times \Delta z) \times \bar{q}_x = [\Delta Q_{zx} \cdot \Delta z + (-\Delta Q_{yx}) \Delta y] \bar{q}_x,$$

т. е. магнитная сила определяется силовым действием *изменений* моментных натяжений только на

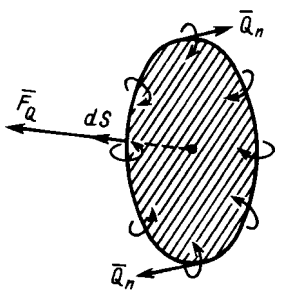


Рис. 2. К постулированию силового действия моментных натяжений

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

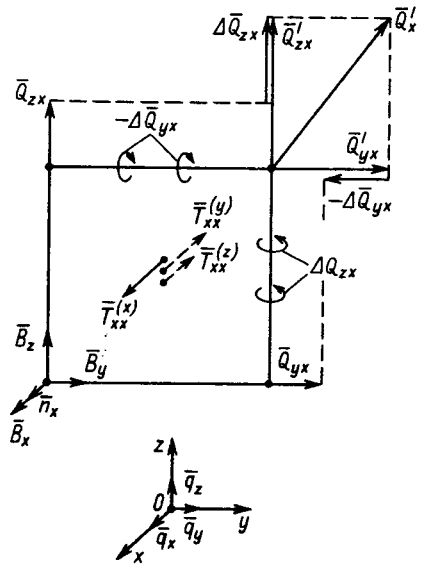


Рис. 3. Силовое действие моментного натяжения на элементарной координатной площадке

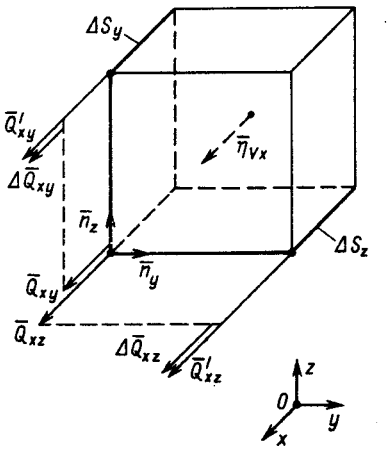


Рис. 4. Силовое воздействие моментных натяжений на элементарный параллелепипед

двух сторонах площадки (показаны круглыми стрелками).

Магнитная сила, обусловленная натяжением Максвелла $\bar{T}_x$, $\bar{F}_{Tx} = T_{xx} \cdot \Delta S_x \cdot \bar{q}_x$.

Величина T_{xx} определяется из тензора натяжений

$$T_{ij} = H_i B_j - 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H})\delta_{ij},$$

где $\bar{H}$ и $\bar{B}$ — напряженность и индукция магнитного поля на площадке ΔS_x; δ_{ij} — символ Кронекера.

Компоненты тензора натяжений T_{xx} от составляющих $\bar{B}_x$, $\bar{B}_y$ и $\bar{B}_z$ соответственно равны

$$T^{(x)}_{xx} = 0{,}5H_xB_x;\quad T^{(y)}_{xx} = -0{,}5H_yB_y;$$
$$T^{(z)}_{xx} = -0{,}5H_zB_z.$$

Объявляя $\Delta S_x \to 0$, из равенств $\bar{F}^{(x)}_{Qx} = \bar{F}^{(x)}_{Tx}$; $\bar{F}^{(y)}_{Qx} = -\bar{F}^{(y)}_{Tx}$; $\bar{F}^{(z)}_{Qx} = -\bar{F}^{(z)}_{Tx}$ получаем

$$\nabla_x \times \bar{Q}^{(x)}_x = 0{,}5H_xB_x;\ \nabla_x \times \bar{Q}^{(y)}_x = 0{,}5H_yB_y;$$
$$\nabla_x \times \bar{Q}^{(z)}_x = 0{,}5H_zB_z.$$

Следовательно, для магнитного поля $\bar{B} = \bar{B}_x + \bar{B}_y + \bar{B}_z \nabla_x \times \bar{Q}_x = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H})$.

Аналогично можно получить подобные выражения для элементарных площадок ΔS_y и ΔS_z, хотя уже из последней формулы ясно, что ротор моментного натяжения одинаков для всех координатных поверхностей:

$$\nabla_x \times \bar{Q}_x = \nabla_y \times \bar{Q}_y = \nabla_z \times \bar{Q}_z = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H}). \quad (8)$$

Воздействие моментных натяжений на элементарный параллелепипед. Изменение моментных натяжений в пространстве среды дает *объемную плотность* электромагнитного момента

$$\bar{\eta}_V = \nabla\cdot\hat{Q}. \quad (9)$$

Так же, как и в п. 3, каждая составляющая вектора $\bar{\eta}_V$ обусловлена действием изменения моментных натяжений только на *двух* элементарных площадках (гранях), т. е. действие (выраженное в повороте объема), например, от составляющей $\bar{\eta}_{Vx}$ (рис. 4) эквивалентно сумме действий от $\Delta\bar{Q}_{xy}$ и $\Delta\bar{Q}_{xz}$. В силу недеформируемости объема $\Delta V = \Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z$ (параллелепипед "вращается" как жесткое образование) угол между гранями $\Delta S_y = \Delta x\cdot\Delta z$ и $\Delta S_z = \Delta x\cdot\Delta y$ должен быть неизменным. А это возможно лишь в случае равенства силовых воздействий $\Delta\bar{Q}_{xy}$ и $\Delta\bar{Q}_{xz}$ на соответствующие грани. Следовательно, справедливо выражение

$$\Delta Q_{xy}\cdot\Delta S_y = \Delta Q_{xz}\cdot\Delta S_z = 0{,}5\eta_{Vx}\cdot\Delta V.$$

Проводя аналогичные выкладки для других составляющих вектора $\bar{\eta}_V$ и объявляя $\Delta V \to 0$, получаем

$$0{,}5\eta_{Vx} = \frac{\partial Q_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial Q_{xz}}{\partial z};\ 0{,}5\eta_{Vy} = \frac{\partial Q_{yz}}{\partial z} =$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$= \frac{\partial Q_{yx}}{\partial x};\ 0{,}5\eta_{Vz} = \frac{\partial Q_{zx}}{\partial x} = \frac{\partial Q_{zy}}{\partial y}. \qquad (10)$$

Моментное натяжение на произвольно ориентированной поверхности. Из уравнения (5) с учетом (7) имеем:

$$\Delta Q_{nx} = \Delta Q_{xy}\, n_y + \Delta Q_{xz}\, n_z;\ \Delta Q_{ny} = \Delta Q_{yx}\, n_x + \Delta Q_{yz}\, n_z;\ \Delta Q_{nz} = \Delta Q_{zx}\, n_x + \Delta Q_{zy}\, n_y.$$

Поделив, например, второе уравнение на Δz, а третье — на Δy, получим:

$$\frac{\Delta Q_{nz}}{\Delta y} - \frac{\Delta Q_{ny}}{\Delta z} = \left[\frac{\Delta Q_{zx}}{\Delta y} - \frac{\Delta Q_{yx}}{\Delta z}\right] n_x + \left[\frac{\Delta Q_{zy}}{\Delta y} n_y - \frac{\Delta Q_{yz}}{\Delta z} n_z\right].$$

Устремим объем элементарного тетраэдра, для которого справедливы (5) — (8), к нулю. После этого составляющими вектора $\bar{\eta}_V$, которые определяются по (10) и присутствуют во вторых скобках последнего выражения, можно пренебречь. Следовательно, учитывая (8), имеем

$$\nabla_x \times \bar{Q}_n = (\nabla_x \times \bar{Q}_x) n_x = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H}) n_x.$$

Аналогично:

$$\nabla_y \times \bar{Q}_n = (\nabla_y \times \bar{Q}_y) n_y = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H}) n_y;$$

$$\nabla_z \times \bar{Q}_n = (\nabla_z \times \bar{Q}_z) n_z = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H}) n_z.$$

Отсюда:

$$\nabla \times \bar{Q}_n = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H})\, n. \qquad (11)$$

Из формулы (11) следует, что ротор моментного натяжения не зависит от направления магнитного поля, но зависит от ориентации поверхности.

Поверхностная плотность электромагнитного момента. Используя классический прием определения электромагнитных величин на поверхности разрыва (метод параллелепипеда), получаем:

$$\nabla \times \bar{\eta}_S = \nabla \times \bar{Q}_{n1} + \nabla \times \bar{Q}_{n2},$$

где $\bar{\eta}_S = \bar{Q}_{n1} + \bar{Q}_{n2}$ — поверхностная плотность электромагнитного момента; $\bar{Q}_{n1}$ и $\bar{Q}_{n2}$ — моментные натяжения, действующие соответственно на среды 1 и 2, разделенные поверхностью разрыва S.

С учетом (11) имеем:

$$\nabla \times \bar{\eta}_S = 0{,}5(\bar{B}_2\cdot\bar{H}_2 - \bar{B}_1\cdot\bar{H}_1)\bar{n}_{12}, \qquad (12)$$

где $\bar{B}_2$ и $\bar{H}_2$ — параметры магнитного поля в среде 2 (соответственно и для среды 1); $\bar{n}_{12}$ — нормаль, направленная от среды 1 к среде 2.

Поверхностная плотность $\bar{\eta}_S$ в уравнении (2) выполняет функции $\bar{m}_n$ при условии, что S — поверхность разрыва.

Объемная плотность электромагнитного момента. Тензор $\nabla \times \hat{Q}$ можно представить в виде суммы двух тензоров. Первый тензор с учетом (8) определяется как

$$\begin{Vmatrix} \nabla_x \times \bar{Q}_x & 0 & 0 \\ 0 & \nabla_y \times \bar{Q}_y & 0 \\ 0 & 0 & \nabla_z \times \bar{Q}_z \end{Vmatrix} = 0{,}5(\bar{B}\cdot\bar{H})\hat{I},$$

где $\hat{I}$ — единичный тензор.

Второй тензор с учетом (10) имеет вид

$$\hat{\eta} = 0{,}5 \begin{Vmatrix} 0 & \eta_{Vz} & -\eta_{Vy} \\ -\eta_{Vz} & 0 & \eta_{Vx} \\ \eta_{Vy} & -\eta_{Vx} & 0 \end{Vmatrix}.$$

Используя тензорные тождества $\nabla\cdot(\nabla \times \hat{Q})^* = 0$; $\hat{I} = \hat{I}^*$; $\nabla\cdot(\varphi\hat{I}) = \nabla\varphi$ ("$*$" обозначает сопряженность тензора) и равенство $\nabla\cdot\hat{\eta}^* = -0{,}5\nabla\cdot\hat{\eta}_V$, получаем:

$$\nabla \times \bar{\eta}_V = \nabla(\bar{B}\cdot\bar{H}). \qquad (13)$$

Объемная плотность $\bar{\eta}_V$ и объемная плотность $\bar{l} = \bar{B} \times \bar{H}$, имеющая место в анизотропных средах, в уравнениях (2) и (4) выполняют функции объемной плотности внешних моментов $\bar{c} = \bar{\eta}_V + \bar{l}$.

Граничные условия. Уравнения (11) — (13), как уравнения дифференциальные, требуют задания граничных условий для однозначного расчета $\bar{Q}_n$, $\bar{\eta}_S$ и $\bar{\eta}_V$. Граничные условия определяются конкретной задачей.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

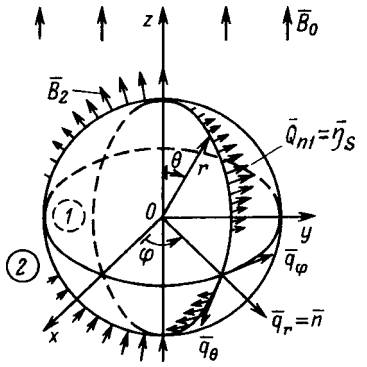


Рис. 5. Моментные натяжения на поверхности ферромагнитного шара, находящегося в однородном магнитном поле

Пример. В качестве простейшего примера рассмотрим шарообразную ферромагнитную частицу радиусом R с магнитной проницаемостью $\mu_1 = \infty$, находящуюся в среде с магнитной проницаемостью μ_2 и в однородном магнитном поле с индукцией $\bar{B}_0 = B_0\bar{q}_z$ (рис. 5). Определим качественную картину распределения поверхностной плотности моментных натяжений $\bar{\eta}_S$ на поверхности частицы.

На внешней стороне поверхности частицы напряженность магнитного поля имеет только нормальную составляющую $\bar{H}_2 = \bar{H}_{2n}(\theta)$, внутри частицы $\bar{H}_1 = 0$. Следовательно, $\bar{\eta}_S = \bar{Q}_{n1}$. Индекс среды 1 далее опускается. Ротор $\bar{\eta}_S$ имеет только одну (радиальную) составляющую:

$$\nabla \times \bar{\eta}_S = (\nabla_r \times \bar{\eta}_S)\bar{q}_r = 0{,}5(\bar{B}_2 \cdot \bar{H}_2)\bar{n}.$$

В силу симметрии магнитной системы моментное натяжение имеет только одну составляющую: $\bar{Q}_n = \bar{Q}_{n\varphi}(\theta)$. Отсюда имеем:

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \theta} + \frac{Q_n}{\operatorname{tg}\,\theta} = 0{,}5\mu_2 H_2^2 R \geqslant 0.$$

Второе слагаемое в левой части уравнения диктует условия $\bar{Q}_n\big|_{\theta=0} = 0$; $\bar{Q}_n\big|_{\theta=\pi} = 0$.

Следовательно, производная как минимум один раз меняет знак на интервале $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$. Но при отрицательном ее значении сумма все равно должна быть неотрицательной, а это может быть только при совпадении знака Q_n со знаком tg θ. В силу симметрии системы изменение знака Q_n (изменение направления вектора $\bar{Q}_n$) происходит при $\theta = \pi/2$, т. е. $\bar{Q}_n\big|_{\theta=\pi/2} = 0$.

Качественная картина распределения $\bar{Q}_{n1} = \bar{\eta}_S$ представлена на рис. 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Cauchy A.** Recherches sur l'equilibre et le mouvement interieur des corps solides ou fluides, elestiques ou non elastiques.– Bulletin de la Societe Philomatique, Paris, 1823.

2. **Voigt W.** Theoretische Studien uber die Elastizitatsverhaltnisse der Kristalle.– Abhanblungen der Koniglichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen, 1887, Bd 34, 1–11.

3. **Cosserat E., Cosserat F.** Theorie des corps deformables.– Paris: A. Herrmann et Fils, 1909.

4. **Maxwell J. C.** Ueber physikalische Kraftlinien. I. Theil. Anwendung der Theorie der Molekularwirbel auf die Erscheinungen des Magnetismus.– Philosophical Magazine, 1861, Bd 21.

5. **Collet B., Maugin G. A.** Sur l'electrodynamique des milieux continus avec interactions.– Comptes Rendus hebdomadaires des seances de l'Academie des sciences, Paris, 1974, vol. 279B, No. 15.

[*17.06.92*]

Обобщенный унисторный граф электронной схемы и его анализ

ФИЛАРЕТОВ В. В.

Ульяновск

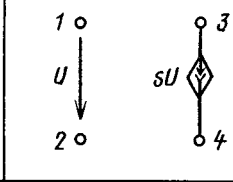
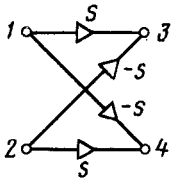
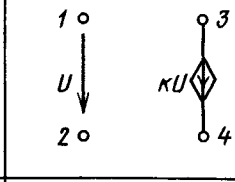
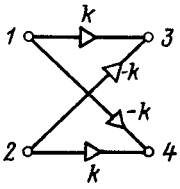
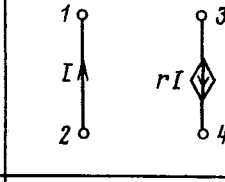
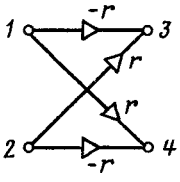
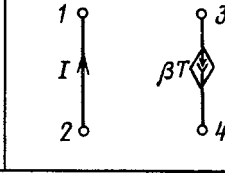
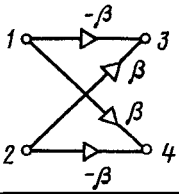
Еще в 1873 г. Максвелл использовал для анализа электрических цепей ненаправленный граф проводимостей, являющийся по существу схемой цепи [1]. Первое обобщение топологической формулы Максвелла, очевидно, опубликовал Персиваль [2], который показал, что определитель графа схемы с источниками тока, управляемыми напряжением (ИТУН), представляет собой сумму величин обычных деревьев, а также деревьев, содержащих передаточные проводимости и принадлежа-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

щих одновременно и графу токов, и графу напряжений. Метод Персиваля весьма тесно примыкает к матричному методу, предусматривает использование вспомогательных графов, и называть его логическим обобщением метода Максвелла было бы преждевременно.

Действительно, вскоре Робишо пришел к понятию двунаправленного графа проводимостей, топология которого для взаимной схемы без взаимоиндуктивностей полностью соответствует ее структуре [3]. Годом спустя Мэйсон (ознакомленный с работой Робишо) опубликовал результаты [4], базирующиеся на понятии однонаправленного элемента — унистора и унисторного графа ИТУН, изображенного в поз. 1 таблицы. Унисторный граф (УГ) схемы получается из двунаправленного графа при эквивалентной замене каждой пары параллельных дуг одинакового веса, но противоположного направления, одной ветвью.

Управляемые источники и их унисторные модели

N°	*Изображение на схеме*	*Унисторный граф*
1		
2		
3		
4		

Топологические формулы Робишо и Мэйсона, подобно формуле Максвелла, предусматривают нахождение деревьев графа схемы, но не всех, а только тех из них, которые включают дуги или унисторы, ориентированные определенным образом по отношению к базисному узлу. Такие деревья называются направленными деревьями. Заметим, что ветви, инцидентные базисному узлу унисторного графа, преобразуются по Мэйсону в пассивные дуги, заходящие в этот узел, а унисторы, исходящие из базисного узла, удаляются из графа. Необходимо подчеркнуть, что возможны четыре разновидности УГ: с направленными деревьями, растущими в корень — базисный узел и из корня (по Робишо), а также с ориентацией унисторов в графе ИТУН по Мэйсона (см. таблицу) и с инверсной ориентацией. Это вытекает из свойств определителя матрицы (строки и столбцы в определителе равноправны).

Метод УГ, существенно более простой в освоении и использовании, по сравнению с методом Персиваля, не требует, в частности, нахождения знаков слагаемых определителя, содержащих параметры ИТУН. Однако анализ УГ сопряжен с генерацией направленных деревьев, которые имеют одинаковую величину, но противоположные знаки. Для практических схем слагаемые-дубликации могут составлять десятки и сотни процентов от числа слагаемых в окончательном выражении определителя.

Избыточность УГ побуждает исследователей неоднократно возвращаться к подходу Персиваля, т. е. исключать использование однонаправленных элементов при обобщении метода Максвелла [5—10]. Вместе с тем, алгоритмы работ [6—8] по существу являются матрично-топологическими, поскольку требуют аналитического вычисления знака слагаемых определителя, содержащих параметры управляемых источников. Методики работ [5], [6] (см. приложение) и [9] недостаточно формализованы и используют некорректные правила для нахождения знака вышеупомянутых слагаемых. Алгоритм работы [10] также не вполне корректен по этой причине. Анализ перечисленных работ путем сопоставления их результатов с методом УГ показывает, что в настоящее время отсутствует сколько-нибудь надежная методика для нахождения знака слагаемых определителя непосредственно по схеме с управляемыми источниками.

Метод УГ прошел апробацию в ряде известных программ символьно-топологического анализа у нас в стране и за рубежом, например [11, 12]. Позднее была предложена методика исключения дубликаций в процессе формирования определителя УГ, основанная на первоочередном выделении пассивных дуг и ветвей [13]. Эта методика при реализации на ЭВМ существенно экономит машинную память и многократно ускоряет получение символьных схемных функций по сравнению с реализацией традиционного подхода [11]. Последний основан на сканировании слагаемых сформированного определителя или сравнении очередного направленного дерева со всеми предыдущими с целью выявления и взаимного уничтожения дубликаций.

При решении задач проектирования электрон-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ных цепей целесообразно иметь граф, в котором, наряду с ИТУН, предусматривается непосредственное отображение других типов управляемых источников, нерегулярных для узлового базиса [14].

Известные приемы отображения нерегулярных управляемых источников: источников напряжения, управляемых напряжением (ИНУН); источников напряжения, управляемых током (ИНУТ) и источников тока, управляемых током (ИТУТ) требуют существенного усложнения УГ путем введения вспомогательных узлов, дуг единичного веса и т. д. [11, 12, 14]. Это приводит к резкому увеличению избыточности графа схемы, а значит, уменьшению сложности анализируемых схем, дополнительным трудностям вывода формул схемных функций. Так, наличие в моделях нерегулярных источников дуг с весом, равным единице, но имеющих противоположные знаки, может в несколько раз увеличить количество дубликаций. Цель данной статьи — обобщение теории УГ на нерегулярные типы управляемых источников, лишенное указанных недостатков.

В качестве основы используем формулы для разложения определителя матрицы узловых проводимостей схемы по параметрам управляемых источников [15], изображения которых приведены в таблице:

$$\Delta = \Delta^{s} + s\Delta_{(1+2)(3+4)}, \qquad (1)$$

где Δ^{s} — определитель матрицы, образованной из исходной матрицы схемы в результате удаления элемента s; $\Delta_{(1+2)(3+4)}$ — суммарное алгебраическое дополнение (с соответствующим знаком) определителя матрицы схемы, образованное путем поэлементного прибавления строки 1 к строке 2, а столбца 3 к столбцу 4 с последующим вычеркиванием строки 1 и столбца 3;

$$\Delta = \Delta^{k} + k\Delta_{(1+2)(3+4)}, \qquad (2)$$

где Δ^{k} — определитель матрицы, образованной из исходной матрицы схемы в результате удаления элемента k (это соответствует на графе схемы объединению узлов 3 и 4);

$$\Delta = \Delta^{r} + r\Delta_{(1+2)(3+4)}, \qquad (3)$$

где Δ^{r} — определитель матрицы, образованной из исходной матрицы схемы в результате удаления элемента r (это соответствует на графе схемы попарному объединению узлов 1 и 2, 3 и 4);

$$\Delta = \Delta^{\beta} + \beta\Delta_{(1+2)(3+4)}, \qquad (4)$$

где Δ^{β} — определитель матрицы, образованной из исходной матрицы схемы в результате удаления элемента β (это соответствует на графе схемы объединению узлов 1 и 2).

Поскольку коэффициенты при параметрах управляемых источников в выражениях (1) — (4) одинаковы ($\Delta_{(1+2)(3+4)}$), то нет препятствий для введения однонаправленных элементов, подобных унисторам и отображающим нерегулярные управляемые источники. Учитывая это, назовем традиционный унистор s-унистором, а другие типы однонаправленных элементов — соответственно k-, r-, β-унистором. Полученные таким образом графы нерегулярных управляемых источников приведены в позициях 2—4 таблицы.

Найдем топологическое выражение определителю $\Delta_{(1+2)(3+4)}$. Для этого рассмотрим унисторный граф ИТУН в составе графа общей линейной пассивной схемы, изображенной на рис. 1, где $s_1 = s_4 = s$, $s_2 = s_3 = -s$. Раскрывая определитель этого графа методом выделения параметров унисторных дуг [13], получаем

$$\Delta = s_1(s_3\Delta_{13} + s_4\Delta_{14} + \Delta_1^{34}) + s_2(s_3\Delta_{23} + s_4\Delta_{24} + \Delta_2^{34}) + s_3\Delta_3^{12} + s_4\Delta_4^{12} + \Delta^{1234}, \qquad (5)$$

где нижние (верхние) индексы при символах Δ обозначают стягивание (удаление) унисторных дуг с соответствующими номерами.

Учитывая свойство билинейности [15] в выражении (5), имеем

$$\Delta = s_1\Delta_1^{34} + s_2\Delta_2^{34} + s_3\Delta_3^{12} + s_4\Delta_4^{12} + \Delta^{1234}. \qquad (6)$$

Выражаем коэффициенты при параметрах унисторных дуг, используя множества 2-деревьев [5]:

$$\Delta_1^{34} = T_{01,3};\ \Delta_2^{34} = T_{20,3};\ \Delta_3^{12} = T_{10,4};\ \Delta_4^{12} = T_{20,4},$$

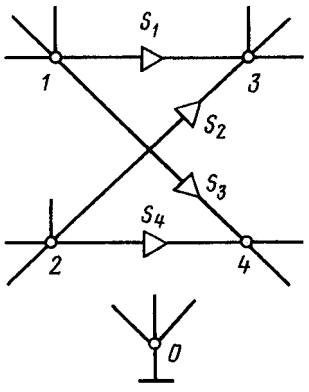


Рис. 1

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где

$$T_{01,3} = T_{0124,3} + T_{012,34} + T_{014,32} + T_{01,324};$$

$$T_{20,3} = T_{2014,3} + T_{201,34} + T_{204,31} + T_{20,314};$$

$$T_{10,4} = T_{1023,4} + T_{102,34} + T_{103,42} + T_{10,423};$$

$$T_{20,4} = T_{2013,4} + T_{201,43} + T_{203,41} + T_{20,413}.$$

Подставляя полученные подвыражения в формулу (6) и учитывая знаки унисторных дуг, получаем

$$\Delta = s(T_{23,41} - T_{24,31}) + \Delta^{1234}$$

Отсюда

$$\Delta_{(1+2)(3+4)} = T_{23,41} - T_{24,31}. \qquad (7)$$

Учитывая выражение (7) в формулах (1) – (4), получаем соответственно

$$\Delta = s(\partial\Delta/\partial s) + \Delta^{s}; \qquad (8)$$

$$\Delta = k(\partial\Delta/\partial k) + \Delta^{k}; \qquad (9)$$

$$\Delta = r(\partial\Delta/\partial r) + \Delta^{r}; \qquad (10)$$

$$\Delta = \beta(\partial\Delta/\partial\beta) + \Delta^{\beta}, \qquad (11)$$

где $\partial\Delta/\partial s$, $\partial\Delta/\partial k$, $\partial\Delta/\partial r$, $\partial\Delta/\partial\beta$ – алгебраические производные [6] от множества слагаемых определителя.

Отличие формул (9) – (11) от формулы (8) состоит в том, что в них первое слагаемое правой части не содержит величин направленных деревьев анализируемого графа. Иными словами, при анализе графа с k–, r–, β–унисторами, т. е. обобщенного УГ, необходимо не только множество направленных деревьев исходного графа, но и множества направленных деревьев производных графов, которые образованы из него путем объединения соответствующих узлов. Следовательно, разложение определителя обобщенного УГ требует дополнительно к анализу исходного графа анализа $2^n - 1$ производных графов, соответствующих схемам, которые образованы в результате удаления всех возможных сочетаний из числа n нерегулярных управляемых источников:

$$\Delta = a_1 a_2 \ldots a_n\,(\partial^n\Delta/\partial a_1\partial a_2\ldots\partial a_n) + \ldots$$

$$\ldots + \sum_{i<j<l} a_i\,a_j\,a_l\,(\partial^3\Delta^{N\setminus\{i,j,l\}}/\partial a_i\,\partial a_j\,\partial a_l) +$$

$$+ \sum_{i<j} a_i\,a_j\,(\partial^2\Delta^{N\setminus\{i,j\}}/\partial a_i\,\partial a_j) +$$

$$+ \sum_{i} a_i\,(\partial\Delta^{N\setminus i}/\partial a_i) + \Delta^{N}, \qquad (12)$$

где a_1, a_2,..., a_n – параметры нерегулярных управляемых источников, отображаемых k–, r–, β–унисторами на обобщенном УГ; $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.

Как видно из формулы (12), знак каждого слагаемого, содержащего параметры управляемых источников, определяется автоматически при взятии алгебраических производных и равен произведению знаков соответствующих унисторов.

Разложение алгебраических дополнений определителя осуществляется по аналогичным формулам. Заметим, что произвольному алгебраическому дополнению, в том числе суммарному, может быть сопоставлен УГ [14]. Это делает процедуру нахождения числителя и знаменателя схемной функции единой. Метод обобщенного УГ иллюстрируется в приложении.

На основе формулы (12) выполнена модернизация программы автоматического вывода формул передаточных функций СИМВОЛ для IBM–совместимых персональных ЭВМ [16]. Одна из новых версий этой программы формирует коэффициенты передаточной функции при произведениях параметров a_1, a_2, ..., a_n. Предельное количество слагаемых в развернутом выражении одного коэффициента – 2500. Вторая версия программы СИМВОЛ обеспечивает единовременный вывод компактной формулы передаточной функции такой же сложности. Здесь указаны характеристики программ, реализованных на языке Фортран–77, при объеме загрузочного модуля, приблизительно равном 400 кбайт.

Среди отечественных программ символьного анализа, которые позволяют непосредственно задавать управляемые источники всех четырех типов, нам известны программы, представленные в [8, 17].

Ограничением программы из [8] является невозможность учета управляемых источников, управляющая и управляемая ветви которых не имеют общего узла. Такие источники используются, например, в моделях операционных усилителей с дифференциальным входом [15]. В программе из [17] реализован метод расширенных узловых уравнений и ему присущи недостатки изоморфных топологических приемов для обобщения узлового базиса [11, 12] – увеличение размерности матрицы или графа и повышение их избыточности. Кроме того, матричному методу свойственна избыточность, обусловленная отображением пассивных

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

элементов в матрице схемы. Этот вид избыточности не возникает при отображении схемы унисторным графом.

Принципиально имеется возможность получать формулы схемных функций для рассматриваемого класса активных цепей без вычислительной избыточности на основе метода обобщенной схемной редукции [14]. Однако это вряд ли целесообразно, поскольку требует весьма сложных преобразований символьных выражений, в том числе включающих выявление и сокращение общих множителей числителей и знаменателей промежуточных результатов.

В заключение отметим, что скудная информация о программах символьного анализа и привычка воспринимать ЭВМ как инструмент для исключительно численных расчетов приводят к тому, что формулы схемных функций часто приходится рассматривать в качестве творческих результатов авторов справочной литературы. Направленность последней не предусматривает использование читателем программ автоматизированного вывода схемных функций. В этой связи настоятельно требуются подобные программы. При этом важно, чтобы форма представления схемных функций не отличалась от алгебраической записи и чтобы не было необходимости в проведении дополнительных преобразований или рутинной перекодировки выдаваемых ЭВМ результатов (что, в частности, обеспечивается программой СИМВОЛ).

Выводы. 1. Теория унисторного графа обобщена на нерегулярные типы управляемых источников (ИНУН, ИНУТ и ИТУТ). В обобщенном унисторном графе, наряду с классическими унисторами, отображающими ИТУН, допускаются однонаправленные элементы, отображающие аналогичным образом другие типы управляемых источников.

2. Реализацию метода обобщенного унисторного графа в известных программах символьно-топологического анализа резко усложняет наличие дубликаций. Исключение их в программе СИМВОЛ на основе методики [13] обеспечивает формирование окончательных выражений для коэффициентов при параметрах управляемых источников.

Приложение. Получение передаточной функции по напряжению для схемы операционного преобразователя на базе составного повторителя тока [18, с. 154].

Соответствующая схема замещения изображена на рис. 2, где β_1 — коэффициент усиления повторителя тока *ПТ1*, k_2 — коэффициент усиления инверсного усилителя напряжения *УН2*, g_1 (g_2) и G_1 (G_2) — входная и выходная проводимости *ПТ1* (*УН2*). Искомая передаточная функция $K_{31} = U_3/U_1 = \Delta_{13}/\Delta_{11}$. Здесь индексы при символе Δ указывают вид алгебраических дополнений определителя графа.

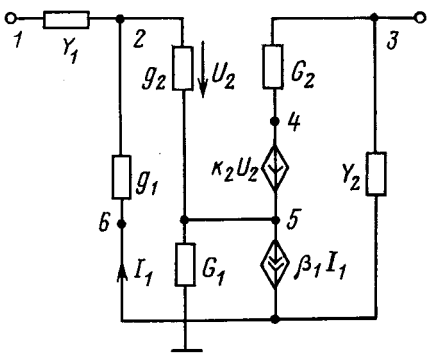


Рис. 2

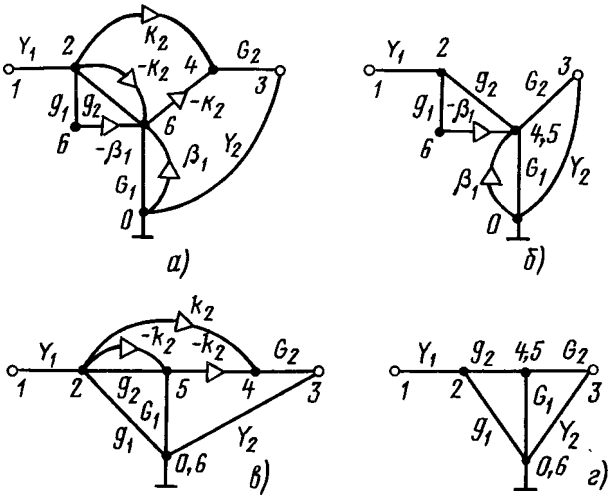


Рис. 3

Обобщенный унисторный граф схемы замещения и его производные графы изображены соответственно на рис. 3. Используя формулу (12), выражаем K_{31} через алгебраические производные от множества направленных 2-деревьев указанных графов:

$$K_{31} = [\beta_1 k_2(\partial^2\Delta_{13}/\partial\beta_1\partial k_2) + \beta_1(\partial\Delta_{13}^{k_2}/\partial\beta_1) +$$

$$+ k_2(\partial\Delta_{13}^{\beta_1}/\partial k_2) + \Delta_{13}^{\beta_1 k_2}] : [\beta_1 k_2(\partial^2\Delta_{11}/\partial\beta_1\partial k_2) +$$

$$+ \beta_1(\partial\Delta_{11}^{k_2}/\partial\beta_1) + k_2(\partial\Delta_{11}^{\beta_1}/\partial k_2) + \Delta_{11}^{\beta_1 k_2}]. \quad (13)$$

Из анализа графов, изображенных на рис. 3, определяем алгебраические производные через множества величин соответствующих направленных 2-деревьев. После приведения подобных членов имеем

$$\partial^2\Delta_{13}/\partial\beta_1\partial k_2 = g_1 Y_1 G_2;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\partial\Delta_{13}^{k_2}/\partial\beta_1 = -\,g_1 Y_1 G_2;$$

$$\partial\Delta_{13}^{\beta_1}/\partial k_2 = Y_1 G_1 G_2;$$

$$\Delta_{13}^{\beta_1 k_2} = g_2 Y_1 G_2;$$

$$\partial^2\Delta_{11}/\partial\beta_1\partial k_2 = 0;$$

$$\partial\Delta_{11}^{k_2}/\partial\beta_1 = g_1 g_2 (G_2 + Y_2);$$

$$\partial\Delta_{11}^{\beta_1}/\partial k_2 = -\,Y_2 G_2 (Y_1 + g_1);$$

$$\Delta_{11}^{\beta_1 k_2} = G_1 (Y_1 + g_1 + g_2)(G_2 + Y_2) + (Y_1 + g_1) \times$$

$$\times [g_2 (G_2 + Y_2) + G_2 Y_2] + g_2 G_2 Y_2.$$

Подставляя найденные подвыражения в формулу (13), получаем выражение искомой передаточной функции, эквивалентное данному в [18, с. 155].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Максвелл Д. К.** Трактат об электричестве и магнетизме. Т. I.– М.: Наука, 1989.– 416 с.

2. **Persival W. S.** The graphs of active networks.– Proc. of IEEE, 1955, vol. 102, Pt. C, No 2, pp. 270–278.

3. **Робишо Л., Буавер М., Робер М.** Направленные графы и их приложения к электрическим цепям и машинам.– М.–Л.: Энергия, 1964.– 248 с.

4. **Mason S. J.** Topological analysis of linear non–reciprocal networks.– Proc. of IRE, 1957, vol. 45, No. 6, pp. 829–838.

5. **Галямичев Ю. П.** Расчет активных схем при помощи деревьев схем. Электросвязь, 1960, т. 14, № 8, с. 48–57.

6. **Беллерт С., Возняцки Г.** Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел.– М.: Мир, 1972.– 334 с.

7. **Калниболотский Ю. М., Рысин В. С.** Топологический анализ электронных схем. Радиотехника, 1969, т. 24, № 4, с. 30–34.

8. **Анисимов В. И., Козьмин Н. Г.** Анализ электронных схем на ЭЦВМ методом к–деревьев. Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1973, т. 16, № 6, с. 54–59.

9. **Hoang S.** Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling.– Archiwum elektrotechniki, 1974, t. 23, z. 2, s. 387–405.

10. **Бондарь В. А.** Вычисление схемных функций по графу схемы с управляемыми источниками тока. Изв. вузов Радиоэлектроника, 1990, т. 33, № 3, с. 90–92.

11. **Debosz J. A.** Structural design and optimization of RC–active filters: Report IT–98 / Technical university of Denmark.– Lyngby, 1986.

12. **Starzyk J. A., Sliwa E.** Upward topological analysis of large circuits using directed graph representation.– IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1984, vol. CAS–31, No. 4, pp. 410–414.

13. **Филаретов В. В.** Унисторно–сигнальный граф электронной схемы и его анализ.– Электричество, 1989, № 9, с. 48–55.

14. **Лаксберг Э. А.** Моделирование электронных цепей на основе схемной редукции.– Таллинн: Валгус, 1990.– 160 с.

15. **Мигулин И. Н., Чаповский М. З.** Интегральные микросхемы в радиоэлектронных устройствах.– Киев: Техника, 1985.– 208 с.

16. **Филаретов В. В.** Программа СИМВОЛ автоматического вывода передаточной функции электронной схемы произвольной структуры.– Алгоритмы и устройства обработки информации и автоматизация проектирования.– Таллинн: Академия наук Эстонии, 1991.

17. **Пуньков И. М.** Матричный метод символьного анализа.– Автоматизация проектирования электротехнических устройств и систем: Тр. Всесоюз. семинара.– М., 1985, с. 22–25.

18. **Волгин Л. И.** Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.

[*06.09.91*]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Аппроксимация макромоделей существенно нелинейных цепей на основе полиномов Вольтерра

ЗОЛОТНИЦКИЙ В. М., канд. техн. наук,
СОЛОВЬЕВА Е. Б., канд. техн. наук

Санкт-Петербург

В условиях развития микроэлектроники возрастание функциональной сложности устройств характеризуется резким увеличением количества компонентов в электронных схемах. Анализ таких схем, осуществляемый на уровне моделей компонентов, связан с неоправданным повышением затрат и в ряде случаев становится невозможным. Выход состоит в использовании макромоделей. Под макромоделью будем понимать нелинейный непрерывный оператор, связывающий множества входных и выходных сигналов и определяющий главные функциональные свойства устройства. В последнее время с целью исследования подобных операторов используются методы, базирующиеся на свойствах нелинейных функционалов и их аппроксимаций в виде функциональных полиномов Вольтерра [1].

Ограничимся рассмотрением полиномов Вольтерра при гармоническом воздействии. Известные достоинства этого аппарата — естественность описания операторов для многих случаев практики, одновременный учет нелинейных и инерционных свойств цепей, возможность простого разделения нелинейных продуктов различных порядков за счет блочного представления преобразования входного сигнала, отсутствие проблемы сходимости — сделали его удобным инструментом анализа существенно нелинейных цепей. Однако несовершенство методики построения полиномов Вольтерра сужает возможности метода исследования нелинейных цепей на основе нелинейных функционалов.

Один из главных недостатков методики — необходимость получения информации о ядре Вольтерра k-го порядка на гармонической составляющей с частотой $\omega_1 + \omega_2 + ... + \omega_k$ спектра функционала k-й степени. Такой подход требует значительных вычислительных затрат для достижения приемлемой точности определения ядра. Кроме того, существует ограничение на выбор частот входного воздействия, связанное с обеспечением отсутствия наложения гармонических составляющих различных линейных комбинаций частот $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k$ на составляющую с частотой $\omega_1 + \omega_2 + ... + \omega_k$ [2].

В связи с вышесказанным возникла необходимость в разработке новой методики построения полиномов Вольтерра. Ее суть заключается в решении задачи аппроксимации функционалов Вольтерра многомерными полиномами в среднеквадратичной метрике. Представим полином Вольтерра в виде

$$y[x(t)] = \sum_{k=1}^{n} V_k[x(\tau),\ t], \qquad (1)$$

где $y[x(t)]$ — реакция устройства на воздействие $x(t)$; $V_k[x(\tau),\ t]$ — однородный функционал Вольтерра степени k; $V_k[x(\tau),\ t] = \int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} h_k(\tau_1, ..., \tau_k) \times \prod_{r-1}^{k} x(t - \tau_r) d\tau_r$; $h_k(\tau_1, ..., \tau_k)$ — симметризованное ядро Вольтерра k-го порядка, и опишем методику его построения, для простоты и наглядности выбрав воздействие $x(t) = A \cos \omega t$ с заданными диапазонами изменения его параметров, положив $n = 3$ в выражении (1).

1. Подадим на вход устройства поочередно воздействия $\alpha_1 x(t)$, $\alpha_2 x(t)$, $\alpha_3 x(t)$, где α_l — вещественные числа, отличные друг от друга и лежащие в диапазоне]0; 1]. Измерим (или вычислим) реакции $y[\alpha_l x(t)]$, $l = 1, ..., 3$. Используя свойство однородности, запишем систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} y[\alpha_1 x(t)] \\ y[\alpha_2 x(t)] \\ y[\alpha_3 x(t)] \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_1^2 & \alpha_1^3 \\ \alpha_2 & \alpha_2^2 & \alpha_2^3 \\ \alpha_3 & \alpha_3^2 & \alpha_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1[x(\tau),\ t] \\ V_2[x(\tau),\ t] \\ V_3[x(\tau),\ t] \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Из указанной системы последовательно выделяем присутствующие в макромодели функционалы, т. е. каждое $V_i[x(\tau),\ t]$ представляем как линейную комбинацию реакций цепи на различные воздействия $\alpha_l x(t)$:

$$V_i[x(\tau),\ t] = \Sigma_{l=1}^{3} a_l y[\alpha_l x(t)],\ i = 1, ..., 3, \qquad (3)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где a_l — коэффициенты, полученные в результате решения системы (2) относительно $V_i[x(\tau), t]$.

2. На основе определения Фурье-изображения ядра Вольтерра разложим выделенные функционалы по гармоническим составляющим. Тогда функционал Вольтерра, например третьей степени, будет иметь вид

$$V_3[x(\tau), t] = \frac{3}{4} A^3 \mathrm{Re} H_3(j\omega, j\omega, -j\omega) \cos \omega t +$$

$$+ \frac{3}{4} A^3 \mathrm{Im} H_3(j\omega, j\omega, -j\omega) \sin \omega t +$$

$$+ \frac{1}{4} A^3 \mathrm{Re} H_3(j\omega, j\omega, j\omega) \cos 3\omega t +$$

$$+ \frac{1}{4} A^3 \mathrm{Im} H_3(j\omega, j\omega, j\omega) \sin 3\omega t.$$

3. Опишем вещественные и мнимые части ядер Вольтерра различных порядков многомерными полиномами. Например,

$$\mathrm{Re} H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) =$$

$$= \sum_{j_1=0}^{m_1} \sum_{j_2=0}^{m_1 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_1 - j_1 - j_2} C_{j_1 j_2 j_3} \times \omega_1^{j_1} \omega_2^{j_2} \omega_3^{j_3};$$

$$\mathrm{Im} H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) =$$

$$= \sum_{j_1=0}^{m_2} \sum_{j_2=0}^{m_2 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_2 - j_1 - j_2} B_{j_1 j_2 j_3} \times \omega_1^{j_1} \omega_2^{j_2} \omega_3^{j_3}.$$

4. Подставим математическое описание ядер Вольтерра в выделенные функционалы и осуществим перегруппировку членов. Тогда

$$V_3\left[x(\tau), t\right] = A^3 \sum_{j_1=0}^{m_1} \sum_{j_2=0}^{m_1 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_1 - j_1 - j_2} C_{j_1 j_2 j_3} \times$$

$$\times \left[\frac{3}{4} \omega^{j_1} \omega^{j_2} (-\omega)^{j_3} \cos \omega t + \frac{1}{4} \omega^{j_1} \omega^{j_2} \omega^{j_3} \cos 3\omega t \right] +$$

$$+ A^3 \sum_{j_1=0}^{m_2} \sum_{j_2=0}^{m_2 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_2 - j_1 - j_2} B_{j_1 j_2 j_3} \times$$

$$\times \left[\frac{3}{4} \omega^{j_1} \omega^{j_2} (-\omega)^{j_3} \sin \omega t + \frac{1}{4} \omega^{j_1} \omega^{j_2} \omega^{j_3} \sin 3\omega t \right].$$

5. По известной правой части выражения (3) с помощью преобразования Фурье на множестве испытательных сигналов с параметрами, выбранными из диапазонов изменения параметров воздействия, вычисляем косинусную $V_i^c[x(\tau), t]$ и синусную $V_i^s[x(\tau), t]$ составляющие спектра выделенного функционала Вольтерра. Полученные значения используем для решения задачи аппроксимации в среднеквадратичной метрике, например

$$\sum_{k=1}^{N} \left[V_3^c[x^{(k)}(\tau), t^{(k)}] - \right.$$

$$- A^3 \sum_{j_1=0}^{m_1} \sum_{j_2=0}^{m_1 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_1 - j_1 - j_2} C_{j_1 j_2 j_3} \times$$

$$\times \frac{3}{4} \left[\omega^{(k) j_1} \omega^{(k) j_2} (-\omega^{(k) j_3}) \cos \omega^{(k)} t^{(k)} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{4} \omega^{(k) j_1} \omega^{(k) j_2} \omega^{(k) j_3} \cos 3\omega^{(k)} t^{(k)} \right] \right]^2 \to \min_{C_{j_1 j_2 j_3}}.$$

$$\sum_{k=1}^{N} \left[V_3^s[x^{(k)}(\tau), t^{(k)}] - \right.$$

$$- A^3 \sum_{j_1=0}^{m_2} \sum_{j_2=0}^{m_2 - j_1} \sum_{j_3=0}^{m_2 - j_1 - j_2} B_{j_1 j_2 j_3} \times$$

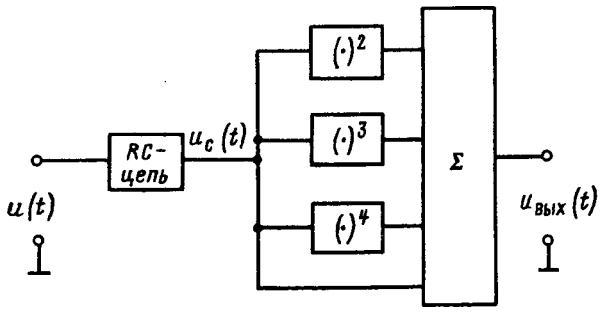
$$\times \left[\frac{3}{4} \omega^{(k) j_1} \omega^{(k) j_2} (-\omega^{(k)})^{j_3} \sin \omega^{(k)} t^{(k)} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{4} \omega^{(k) j_1} \omega^{(k) j_2} \omega^{(k) j_3} \sin 3\omega^{(k)} t^{(k)} \right] \right]^2 \to \min_{B_{j_1 j_2 j_3}}.$$

В результате определяем значения параметров модели функционала Вольтерра третьей степени $C_{j_1 j_2 j_3}$ и $B_{j_1 j_2 j_3}$. Аналогично вычисляются параметры многомерных полиномов, аппроксимирующих функционалы Вольтерра первой и второй степеней. Таким образом, полностью конструируется макромодель, описывающая нелинейный непрерывный оператор цепи.

Для иллюстрации работоспособности методики приведем пример построения макромодели нели-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru



Функциональная схема моделируемой нелинейной системы

нейной системы, функциональная схема которой представлена на рисунке. RC-цепь — последовательное соединение R и C элементов. Параметры цепи $R = 1$, $C = 0{,}005$. Аппроксимируем реакцию устройства полиномом Вольтерра четвертой степени при воздействии $u(t) = \sum_{i=1}^{3} A_i \cos(2\pi f_i t)$, параметры которого лежат в диапазонах $A_i \in]0; 1]$, $f_i \in [1; 3]$, $i = 1, \ldots, 3$, $t \in [0; 2\pi[$. Режим работы устройства существенно нелинейный (коэффициент гармоник может достигать 30 %). Для выделения отдельных членов полинома Вольтерра используем вещественные числа $\alpha_1 = 0{,}25$; $\alpha_2 = 0{,}5$; $\alpha_3 = 0{,}75$; $\alpha_4 = 1$. Проверка гипотезы об адекватности выбранной априорно модели состояла в оценке степени совпадения реакций объекта и макромодели на ряд контрольных сигналов, например на $u_1(t) = 0{,}3\cos(2\pi \cdot 2t) + 0{,}6\cos(2\pi \cdot 2{,}5t) + 0{,}8\cos(2\pi \cdot 3t)$, $u_2(t) = 0{,}2\cos(2\pi t) + 0{,}7\cos(2\pi \times 1{,}5t) + 0{,}9\cos(2\pi \cdot 2t)$. Максимальная относительная погрешность моделирования составляет 10, 12 % для каждого воздействия соответственно.

В заключении отметим: предлагаемая методика построения макромоделей существенно нелинейных цепей, основанная на полиномиальной аппроксимации нелинейного оператора цепи, позволяет избежать определения в явном виде ядер Вольтерра, связанного со значительными вычислительными трудностями, и полностью алгоритмизировать процесс расчета периодического режима реакций нелинейной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Данилов Л. В.** Ряды Вольтерра—Пикара в теории нелинейных электрических цепей.— М.: Радио и связь, 1987.

2. **Данилов Л. В., Соловьева Е. Б.** Макромоделирование существенно нелинейных электрических цепей на основе функциональных полиномов.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1990, № 6.

[13.10.91]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Выбор типа воздушной линии электропередачи по комплексному критерию

(статья Э. Н. Зуева, "Электричество", 1991, № 11)

ШЕРЕНЦИС А. Н.

В обсуждаемой статье описана методика комплексной оценки выбора типа ВЛ по трем критериям, в числе которых: максимум экономической эффективности, максимум технической эффективности, минимум экономического ущерба. Одновременно должны выполняться все технические ограничения и условия работы ВЛ в электрической сети.

Выбор типа ВЛ на основании многокритериального подхода никаких возражений не вызывает и, как правило, в том или ином объеме применялся проектными организациями. В то же время необходимо отметить, что в современных условиях понятие "максимум экономической эффективности" превратилось в неопределенную величину из-за глубокого экономического кризиса, поразившего все участки народного хозяйства страны. По этой причине ввод новых энергетических мощностей сократился до самых низких уровней за весь послевоенный период. Возникла необходимость ограничения энергопотребления в промышленности. В условиях всеобщей либерализации цен государство вынуждено освободить цены на электроэнергию, стоимость которой продолжает увеличиваться.

В связи с изложенным выше приведенные затраты, которые приняты в обсуждаемой статье в качестве общепринятого показателя эффективности, потеряли свое прежнее значение. Они не могут использоваться для сопоставления различных проектных вариантов и определения максимума экономической эффективности, так как рубль утратил свою основную функцию. Этот вывод косвенно подтверждается Э. Н. Зуевым, когда он пишет о невозможности пользоваться усредненными показателями ценности земли при прогрессирующей инфляции и росте цен даже для приближенных оценок.

Экономические соображения влияют и на выбор класса напряжения и сечения проводов ВЛ. Следовательно, натуральную мощность нельзя рассматривать в отрыве от экономической эффективности передачи электрической энергии. Таким образом, к многокритериальному подходу для выбора типа ВЛ и ее параметров можно будет возвратиться только после преодоления кризисного состояния экономики.

Единственным критерием для ВЛ остается требуемая в соответствии с перспективным планом развития электрических сетей величина пропускной способности.

В современных условиях сооружение новой ВЛ в большинстве случаев необходимо для увеличения пропускной способности действующих электрических сетей энергообъединения. Это обстоятельство ограничивает выбор напряжения проектируемой ВЛ диапазоном стандартных напряжений, принятых в электрической сети. Одновременно фиксируется в определенных пределах величина натуральной мощности, которую можно увеличить путем снижения волнового сопротивления проводов расщепленной фазы ВЛ. В случае передачи натуральной мощности ВЛ работает в оптимальном режиме, но этот режим может оказаться не соответствующим максимуму технической эффективности для всей электрической сети с учетом еще нескольких ВЛ, а также генераторов, трансформаторов и различных устройств в приемной системе. Поэтому понятия номинальной мощности и номинального напряжения ВЛ не имеют практического значения и в электрических расчетах не используются. Критерием оптимального режима электрической сети в случае заданного распределения активных мощностей служит минимум потерь активной мощности при учете ограничений по предельно допустимым максимальным и минимальным

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

уровням напряжений, по значениям реактивной мощности генераторов и синхронных компенсаторов и других средств компенсации реактивной мощности. Замена экономических режимов режимами натуральной мощности приводит только к улучшению реактивных параметров ВЛ, что не является оптимальным решением. Необходимо также учитывать, что по ВЛ 35—220 кВ можно передать мощность значительно выше натуральной. Для ВЛ этих классов напряжения наиболее характерны загрузки в диапазоне 0,7—1,2 $P_н$. В то же время ВЛ СВН и УВН для обеспечения устойчивости параллельной работы всегда работают в режимах передачи мощности меньше натуральной.

Результаты расчетов, приведенные в обсуждаемой статье, еще раз подтвердили, что для ВЛ 110—220 кВ определяющим их пропускную способность является допустимый нагрев проводов, а не условие статической устойчивости. В связи с этим в статье сделан правильный вывод о том, что повышение натуральной мощности для ВЛ этих классов напряжений не является первоочередной задачей. Автору следовало только ограничить значения мощностей, допустимые по условиям нагрева, в соответствии с общепринятыми значениями плотности тока в диапазоне 0,5—1 А/мм². В то же время по данным табл. 3 статьи Э. Н. Зуева значения этих мощностей соответствуют плотностям тока от 2,2 до 3,4 А/мм², что приводит к недопустимому увеличению потерь. Кроме того, остается непонятным, на каком основании в конце обсуждаемой статьи сделан противоположный вывод, в котором утверждается, что для ВЛ 110 кВ с 2—4 расщепленными проводами в фазе существенным преимуществом является значительное увеличение натуральной мощности.

Из всего изложенного выше следует, что натуральную мощность нельзя рассматривать как номинальную. Величину натуральной мощности можно использовать в расчетах для сопоставления различных вариантов исполнения и пропускной способности ВЛ СВН и УВН одного и того же класса напряжения, но с различными волновыми сопротивлениями, изменяющимися в зависимости от числа расщепленных проводов в фазе.

Достижение минимума экологического ущерба в рассматриваемой статье сводится только к определению минимально допустимой ширины полосы отчуждения под трассу ВЛ, обеспечивающей охрану окружающей среды. В приведенных затратах автор рекомендует учитывать стоимость отчуждаемой под трассу ВЛ территории и описывает варианты различных конструкций ВЛ, обеспечивающих минимальную ширину полосы отчуждения. Эта рекомендация требует корректив и уточнений. Прежде всего необходимо отметить, что до настоящего времени по нашим нормам, в отличие от зарубежных, полоса отчуждения земли для ВЛ не предусматривается. Постоянному изъятию подлежат только площадки земли под опоры и фундаменты. Размеры этих площадок ограничиваются основанием опоры у поверхности земли плюс полоса земли шириной 2 м в каждую сторону. Кроме постоянного отвода земли под опоры ВЛ на период строительства производится временное изъятие у землепользователей полосы земли вдоль трассы сооружаемой ВЛ. В пределах охранной зоны ВЛ, в том числе и под проводами, могут производиться сельскохозяйственные и другие работы при соблюдении ряда ограничений, установленных в нормативных документах. Учет стоимости полосы отчуждения под трассу ВЛ производится в странах, где имеется частная собственность на землю. Такая перспектива в ближайшем будущем не исключается и в нашей стране.

В соответствии с действующими в разных странах нормами для обеспечения минимума экологического ущерба необходима при проектировании ВЛ разработка мероприятий по ограничению напряженности электрического поля ВЛ СВН и УВН до безопасных для людей, животных и растений значений 10—15 кВ/см на уровне земли в середине пролета. Основными параметрами, определяющими напряженность электрического поля ВЛ, являются число и диаметр проводов расщепленной фазы и расстояния в середине пролета от проводов до земли. Обо всем этом в обсуждаемой статье в разделе "Минимум экологического ущерба" ничего не сказано. Следует также отметить, что пространство, в котором ощущается неблагоприятное действие электрического поля, называемое зоной влияния электропередачи, не является полосой отчуждения, так как в ней только определенным временем ограничивается пребывание людей, занятых сельскохозяйственными и другими работами.

Характеристика современного состояния передачи электрической энергии, которая дана в начале рассматриваемой статьи, только частично соответствует реальным условиям. Автор пишет о многообразии технических решений при проектировании ВЛ, отличающихся по своим техническим, экономическим и экологическим свойствам. В действительности реализуемые на практике технические решения в подавляющем большинстве случаев продолжают оставаться консервативными и, в основном, отличаются только переходом к следующей, более высокой, ступени шкалы напряжений, которая в настоящее время достигла значения, близкого к предельному для ВЛ переменного тока. С повышением рабочего напряжения не увеличивается число цепей на опорах ВЛ, как это утверждается в рассматриваемой статье. По конструктивным соображениям все ВЛ СВН и

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УВН сооружаются одноцепными.

Автор обсуждаемой статьи предполагает, что надежность схемы электроснабжения потребителей и качество электроэнергии обеспечиваются в соответствии с действующими нормативами независимо от рассматриваемых им альтернатив ВЛ. С этим тезисом нельзя согласиться. На надежность электроснабжения в числе прочих факторов в значительной степени влияют конструктивные решения, принятые при проектировании ВЛ (расстояние между фазами, сечение и число проводов в расщепленной фазе, материал, из которого изготовлены опоры, и т. п.).

Для обоснования этого нашего утверждения рассмотрим показанный на рис. 2 статьи Э. Н. Зуева эскиз промежуточной одноцепной опоры 110 кВ, которая по его мнению предназначена для компактной ВЛ. Опора — портального типа с несколькими расщепленными проводами в фазе (варианты от 2 до 4) и расстоянием по горизонтали между вертикально подвешенными фазами 1,4 м. Эта опора не отвечает основному требованию, предъявляемому к компактным ВЛ,— сокращению занимаемой ими площади земли. Сооружение конструкции, показанной на эскизе, привело бы к необходимости отчуждения под фундаменты по крайней мере вдвое большей площади земли, чем для двухцепной одностоечной опоры с одиночными проводами, общепринятой для ВЛ 110 кВ. Две цепи на одной опоре значительно повышают надежность электроснабжения по сравнению с одноцепной ВЛ. Кроме того, двухцепные ВЛ при сокращении затрат материальных ресурсов одновременно упрощают задачу изыскания трасс в стесненных условиях районов промышленной застройки и интенсивного земледелия.

Применение на ВЛ 110 кВ нескольких расщепленных проводов в фазе приведет к усложнению и удорожанию конструкции по следующим причинам:

1. Стоимость монтажа расщепленных проводов в фазе, составляющая значительную часть от стоимости ВЛ, больше, чем одиночного провода. Это объясняется сложностью выполнения работ, так как для получения одинаковой стрелы провеса все расщепленные провода должны монтироваться одновременно и при одинаковом тяжении.

2. Уменьшенные диаметры одиночных проводов (АС 70/11 вместо АС 240/32) в расщепленной фазе увеличат вероятность их повреждения. Анализ опыта эксплуатации показал, что около одной трети всех отключений ВЛ приходится на отказы проводов, причем для класса напряжения 110 кВ эта доля наиболее существенна.

3. Возрастают горизонтальные и вертикальные нагрузки на опоры в связи с действием ветра на увеличенную поверхность проводов и увеличением массы проводов и гололедных отложений на них. Использование, например, двух проводов АС 120/19 вместо одного АС 240/32, как это принято в обсуждаемой статье, приведет к увеличению ветровой нагрузки в 1,5 раза, а весовой нагрузки — в 2,5 раза. Соответственно увеличится масса опор и стоимость ВЛ по сравнению с традиционным исполнением.

4. Возрастание ветровых и гололедных нагрузок приводит также к уменьшению расчетного пролета и увеличению числа опор на единицу длины ВЛ. Сохранить величину расчетного пролета ВЛ в этих условиях можно только при использовании проводов с бóльшим сечением стальной части. Это также приведет к увеличению стоимости ВЛ.

5. Увеличиваются габариты опор. В случае принятого в обсуждаемой статье расщепления на 3 или 4 провода вертикальный размер фазы ВЛ 110 кВ, а следовательно, и высота опоры увеличатся на 2,4—3,6 м. Поэтому вертикальная подвеска расщепленных проводов, а тем более с такими большими шагами расщепления на практике не применяется.

6. Усложняется линейная арматура и возникает необходимость применения распорок, устанавливаемых между проводами расщепленной фазы.

7. Увеличиваются электродинамические усилия при к. з.

Переходя к вопросу о принятых в обсуждаемой статье расстояниях между фазами, прежде всего следует отметить, что эти расстояния приведены по литературным данным, без их обоснования и критического анализа.

Выбор минимально допустимых расстояний между фазами проводится с учетом необходимости выполнения следующих требований:

предотвращение возможности возникновения к. з. на ВЛ при сближении фаз в пролете во время пляски проводов;

обеспечение надежной работы ВЛ при воздействии коммутационных перенапряжений;

ограничение коронного разряда и уменьшение радиопомех и акустического шума до нормированных значений.

Все перечисленные вопросы в статье не рассматривались.

Необходимо учитывать, что сооружение ВЛ 110 кВ с расстоянием между фазами 1,4 м приведет к значительному увеличению числа случаев наиболее тяжелых для эксплуатации междуфазовых к. з. Возрастет число случаев междуфазовых замыканий ветками деревьев при ветре, набросов на провода предметов посторонними лицами. Значительно увеличится число случаев гибели крупных птиц, в первую очередь — в степных районах. Наиболее надежным средством предупреждения

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

перекрытий, вызываемых пляской проводов и другими перечисленными выше причинами, является увеличение расстояния между фазами.

Вместо этого в обсуждаемой статье рекомендуется применение междуфазовых изолирующих распорок, которые действительно являются эффективным средством для предупреждения аварий, возникающих вследствие сближения проводов при ветровых нагрузках и сбросе гололеда. В то же время междуфазовые изолирующие распорки дополнительно усложнят конструкцию ВЛ, на которой установлены металлические распорки между расщепленными проводами. Наличие в каждом пролете через 20—30 м изолирующих распорок приведет к значительному возрастанию числа ослабленных мест на ВЛ и соответственно числа перекрытий. Увеличится также объем профилактических работ. Причем все эти конструктивные усложнения и дополнительные трудности для эксплуатационников не требуются для увеличения пропускной способности ВЛ 110 кВ, которая лимитируется допустимым нагревом проводов, что и было в очередной раз доказано в обсуждаемой статье.

Из изложенного выше следует, что предложенная в обсуждаемой статье методика требует значительных корректив. Неудачно выбран пример для иллюстрации применения комплексного критерия. Выбор типа ВЛ требует сопоставления, в том числе и различных вариантов конструктивных решений, а не только вариации числа проводов в расщепленной фазе и величины натуральной мощности. Поэтому нельзя было ограничиваться опорой описанного типа, а следовало произвести сопоставление с традиционными решениями. Кроме того, класс напряжения 110 кВ позволяет только в очень ограниченных масштабах анализировать все вопросы, относящиеся к передаче электрической энергии. Для ВЛ 110 кВ из-за узкой области их применения нет необходимости в дополнительных мерах по ограничению эффекта коронного разряда, обеспечению устойчивости параллельной работы и экологической безопасности. В то же время ВЛ 110 кВ относятся к категории наиболее распространенных линий в наших электрических сетях. Поэтому для них необходимо принимать наиболее простые и дешевые технические решения. Вместо этого описанная в обсуждаемой статье конструкция аналогична современным ВЛ 330—750 кВ с 2—4 расщепленными проводами в фазе, но оказалась еще более сложной из-за увеличенного до 1,2 м расстояния между расщепленными проводами и значительно менее надежной в эксплуатации из-за уменьшенных расстояний между фазами.

В заключение можно сделать вывод о целесообразности продолжения работы по выбору типа ВЛ для различных классов напряжения с учетом современных условий и ближайшей перспективы.

Проблемы надежности и механики воздушных линий электропередачи

(статья Л. М. Кесельмана, "Электричество", 1991, № 10)

ОТВЕТ АВТОРА

В обсуждаемой статье были изложены основные принципы учета надежности при проектировании ВЛ и приведены основные положения математического аппарата, позволяющего решить эту задачу. Если не повторять достаточно развернутые положения статьи, то можно сформулировать концепцию проблемы формулой "нагрузка—прочность—надежность" применительно к воздушным линиям электропередачи.

К сожалению, в отклике Р. Я. Федосенко [1] отсутствуют как положительные, так и отрицательные мнения по поводу основных положений статьи, ее существа: не выражено мнение относительно целесообразности количественного учета надежности при проектировании и механизма расчета надежности, необходимости разработки соответствующей методики и норм учета надежности, а также исследований изменчивости параметров, влияющих на надежность, и в том числе атмосферных воздействий и нагрузок на элементы ВЛ. Так как автора отклика заинтересовали главным образом терминологические формулировки и обозначе-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ния в формулах, то чтобы разночтения в трактовках не ввели читателя в заблуждение, остановимся на них подробнее.

1. В статье предлагается определить надежность на основании вероятности непревышения нагрузки над прочностью. Автор отклика же считает, что позволительно перейти от задачи "нагрузка—прочность" к задаче "затраты—надежность". Но это совершенно иная концепция учета надежности. В статье о такой концепции нет упоминания. Статья отражает концепцию относительно надежности ВЛ, которая должна быть нормирована и дискретизирована. Автор статьи эту концепцию развил на основании рекомендации МЭК по данному вопросу. Автор отклика ссылается на литературу [1—6], не имеющую никакого конкретного отношения к статье (кроме [5]). В формулах и терминологических обозначениях статьи есть аналогия с таковыми в рекомендациях МЭК.

2. Вероятность отказа — это интеграл в формуле (3) статьи, а не 1/T, как сказано в отклике. В выводе после формулы (1) в статье дается вероятность превышения нагрузки, хотя она и равна вероятности отказа при постоянной прочности элементов.

3. В отклике выражается сомнение в возможности решения интеграла аварийности из-за различной размерности нагрузок и прочностей. Эта проблема решена в рекомендациях МЭК и нами при разработке метода надежности ВЛ. Для понимания решения достаточно ознакомиться с приложениями к рекомендациям МЭК (см., например, [2]).

Суть решения состоит в нормализации переменных в обоих распределениях и уравнении связи определенной точки обеих кривых.

4. "Задачи в области атмосферных нагрузок уже много лет как решены",— утверждает автор отклика, не утруждая себя конкретными ссылками на источники. Между тем автору статьи неизвестны публикации в нашей литературе последних десятилетий, посвященные анализу законов распределения для гололедно-ветровых воздействий с точки зрения их работоспособности в области экстраполяции, а зарубежные исследования и выводы (см. рекомендации МЭК, а также [3]) подлежат проверке в наших условиях.

5. Рекомендации МЭК учитывают в расчетах надежности вероятности как нагрузок, так и прочностей элементов, а не только нагрузок, как у Р. Я. Федосенко. Это легко увидеть из самих рекомендаций МЭК.

6. Статья рассматривает вопросы не только надежности, но и другие, относящиеся к механике ВЛ, как следует из названия статьи. Поэтому автор статьи не может согласиться и с п. 5 отклика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Федосенко Р. Я.** Дискуссии.— Электричество, 1992, № 8.

2. **Guide** for analysis of failure data of overhead lines.— Electra, 1989, No. 126, pp. 66—77.

3. **Симиу, Сканлан.** Воздействие ветра на здания и сооружения.— М.: Стройиздат, 1984.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Информация для авторов и читателей

Премиями редколлегии журнала "Электричество" и издательства "Пергамон Пресс" по итогам 1992 г. отмечены авторы следующих статей:

Анненков В. З., Беляков А. П. (посмертно), **Верещинский С. Ю.** Зависимость удельного электрического сопротивления грунта от напряженности электрического поля (№ 4).

Блоцкий Н. Н. (посмертно) Уравнения многофазной синхронной машины (№ 5).

Литкенс И. В., Филиппова Н. Г., Отморский С. Г. Анализ возможных причин возникновения длительных электромеханических колебаний в объединенной энергосистеме (№ 6).

Бортник И. М., Вольпов Е. К., Филиппов А. А. Методика расчета электрических полей высоковольтных устройств постоянного тока с учетом переходных процессов (№ 6).

Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг (№ 7).

Художественный редактор **Т. А. Дворецкова.** Технический редактор **Г. В. Преображенская**
Корректор **Н. И. Курдюкова**

Сдано в набор 10.03.93. Подписано в печать 19.04.93. Формат 60×88 1/8.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Усл. кр.-отт. 10,28. Уч.-изд. л. 9,45.
Тираж 1068 экз. Заказ 417

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М–114, Шлюзовая наб., 10.

Набрано на ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате
Министерства печати и информации Российской Федерации.
142300, г. Чехов Московской области.
Отпечатано в Подольском филиале. 142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Ершевич В. В., Курочкин В. Ю. Связи энергосистем России с энергосистемами других стран 1

Торшин Ю. В. К проблеме существования лидерного процесса при импульсном электрическом пробое трансформаторных масел 4

Кудрявцев Е. П., Неклепаев Б. Н. Расчет смещений гибких проводников при коротких замыканиях 17

Груздев А. Ю., Саблин А. Д. Динамика синхронной машины кратковременного действия с индуктивным накопителем энергии 26

Абрамкин Ю. В. Поляризация диэлектрической и магнитных сред во внешнем поле с позиции максвелловской теории поля и с позиции электронной теории в интерпретации Эйнштейна—Тамма—Поливанова 33

Нетушил А. В. О двух позициях в изложении физических основ электротехники 40

Колечицкий Е. С., Моисеев В. Н., Плис А. И., Плис В. И. Электромагнитные поля, создаваемые импульсными токами . . 45

Данилевич О. И., Сакара Ю. Д. Предельные токи силовых полупроводниковых вентилей 49

Струнский М. Г., Горбов М. М. Расчет емкости между длинными прямоугольными оболочками 55

Фролов С. И. Моментные натяжения в магнитном поле 61

Филаретов В. В. Обобщенный унисторный граф электронной схемы и его анализ 65

Золотницкий В. М., Соловьева Е. Б. Аппроксимация макромоделей существенно нелинейных цепей на основе полиномов Вольтерра 71

ДИСКУССИИ 74

CONTENS

Yershevich V. V., Kurochkin V. Yu.— Ties Between the Power Systems of Russia and the Power Systems of Other Countries 1

Torshin Yu. V.— On the Existence of Leader Phenomena in Impulse Breakdown of Transformer Oils 4

Kudryavtsev E. P., Neklepaev B. N.— Calculation of Displacements of Flexible Conductors Under Short Circuit Conditions 17

Gruzdev A. Yu., Sablin A. D.— The Dynamics of a Synchronous Machine With Inductive Energy Storage for Short-Time Duty 26

Abramkin Yu. V.— Polarization of Dielectric and Magnetic Media in an External Field from the Position of Maxwell Field Theory and the Position of Electron Theory in the Einstein—Tamm—Polivanov Interpretation . . 33

Netushil A. V.— On Two Positions in the Physical Foundations of Electrical Engineering . . . 40

Kolechitsky E. S., Moiseev V. N., Plees A. I., Plees V. I.— Electromagnetic Fields Created by Current Pulses 45

Danilevich O. I., Sakara Yu. D.— Ultimate Currents in Semiconductor Power Rectifiers 49

Strunsky M. G., Gorbov M. M.— Calculation of the Capacitance Between Two Long Rectangular Sheaths. 55

Frolov S. I.— Moment Stresses in a Magnetic Field 61

Filaretov V. V.— Generalized Unistor Graph for an Electronics Circuit and Analysis of the Graph 65

Zolotnitsky V. M., Solov'eva E. B.— An Approximation of Macro-Models for Essentially Non-Linear Circuits Based on Voltierre Polynomials 71

DISCUSSION 74

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Индекс 71106

ISSN 0013-5380. Электричество. 1993. № 5. 1—80.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru