ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

С Новым годом!

1993

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

1

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ИЗДАЕТСЯ С ИЮЛЯ 1880 ГОДА

1
ЯНВАРЬ
1993

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

МОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

Информация для наших авторов

В "Электричестве", № 9, 1992 г. редакция информировала своих авторов о новом контракте между редколлегией журнала и издательством "Пергамон Пресс" (Великобритания), заключенном на 1992—1996 г.

В соответствии с этим контрактом доля переводимых на английский язык статей будет постепенно увеличиваться. Поэтому редакция обращается к авторам нашего журнала, хорошо знающим английский или имеющим возможность перевести свои статьи, присылать их в редакцию одновременно на русском и английском языках. В случае, если статья будет отобрана редколлегией и издательством "Пергамон Пресс" для включения в английское издание и если качество такого перевода будет отвечать нашим требованиям, перевод, сделанный автором, будет дополнительно оплачен.

На стр. 77 приведены полные списки статей из "Электричества" за 1990 и 1991 гг., переведенных на английский язык и включенных в ежеквартальные сборники "Electric Technology. Электричество", издаваемые "Пергамон Пресс".

Списки переведенных статей за другие годы русского издания "Электричество" будут опубликованы позже.

© Энергоатомиздат, "Электричество", 1993

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Оптимизация конструкции воздушных линий электропередачи повышенной натуральной мощности

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., проф.

Конструкции воздушных линий электропередачи, создаваемых во всем мире, соответствуют их минимальной натуральной мощности. Вариации конструктивных решений [1, 2] не выходят за рамки изменения междуфазовых расстояний, определяемых конструкцией опоры. Опоры охватывающего типа позволяют полностью реализовать высокую электрическую прочность междуфазовых воздушных промежутков [1]. Однако жесткая регламентация конструкции проводов и, в частности, шага расщепления ($d = 0{,}4$ м) определила незначительное увеличение натуральной мощности линии (в пределах 40 %) [2]. При этом возможность дальнейшего увеличения натуральной мощности линии связывается исключительно с предельным уменьшением междуфазовых расстояний с помощью междуфазовых изоляционных распорок [2].

В ряде публикаций [3—6] была показана возможность значительного увеличения натуральной мощности исключительно за счет оптимизации конструкции фазы. Фиксированный шаг расщепления $d = 0{,}4$ м соответствует минимальному числу проводов в фазе n и соответственно минимальной натуральной мощности при заданном междуфазовом расстоянии. Для эффективного использования поверхности проводов необходимо отказаться от фиксированного шага расщепления и при увеличении числа проводов в фазе увеличивать шаг расщепления с тем, чтобы коэффициент использования поверхности проводов был не менее $k_{\text{исп}} \approx 0{,}85$. При этом натуральная мощность линии пропорциональна числу проводов в фазе (см. рис. 1):

$$P_{\text{н}} \approx \frac{1}{20} n r_0 E_{\text{доп}} k_{\text{исп}} U_{\text{ф.ср.эк}}, \qquad (1)$$

где r_0 — радиус составляющих; $E_{\text{доп}}$ — допустимая напряженность на поверхности проводов по условию ограничения коронного разряда; $U_{\text{ф.ср.эк}}$ — среднеэксплуатационное фазовое напряжение.

Однако в этих работах было принято традиционное для отечественных линий сверхвысокого напряжения ограничение: высота проводов всех трех фаз над землей принималась одинаковой. При таком ограничении для повышения $k_{\text{исп}}$ необходимо значительно увеличивать размеры крайних фаз по сравнению со средней [5]. Например, для ВЛ 500 кВ с шестью проводами в фазе при междуфазовом расстоянии 8 м (натуральная мощность $P_{\text{н}} = 1800$ МВт вертикальный размер крайних фаз $h = 6$ м при вертикальном размере средней фазы 2,5 м. Такое большое различие вызывает значительные трудности при выполнении проектов и монтажа подобных линий.

В связи с изложенным целесообразно оптимизировать конструкцию линии в целом, включая положение фаз в пространстве и конструкцию опоры, отказавшись от всех искусственных ограничений.

В качестве исходных данных при выборе конструкции линии принимаются:

максимальная передаваемая мощность на расчетный период P;

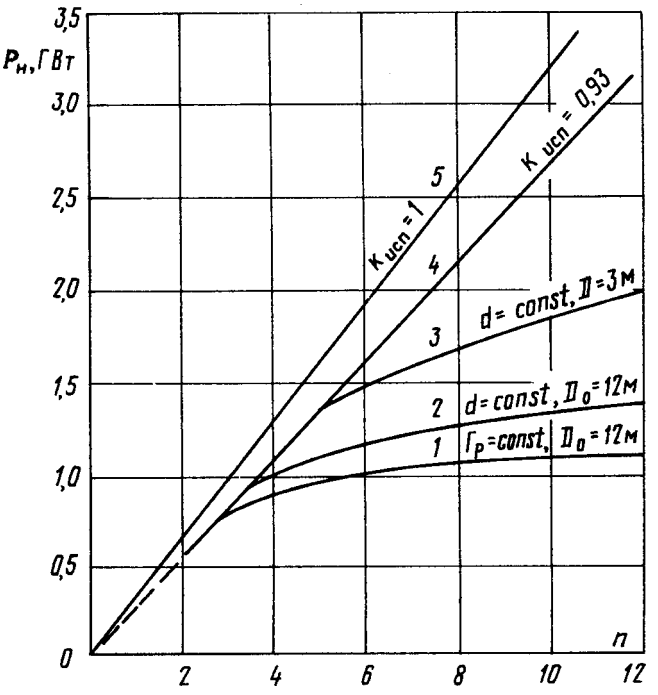


Рис. 1. Зависимости натуральной мощности ВЛ 500 кВ от числа проводов в фазе: *1* — при постоянном радиусе расщепления $r_{\text{р}} = 0{,}25$ м и междуфазовом расстоянии $D_0 = 12$ м; *2* — при постоянном шаге расщепления $d = 0{,}4$ м и $D_0 = 12$ м; *3* — то же, но при $D = 3$ м ($D = D_0 - 2r_{\text{р}}$); *4* — при переменном шаге расщепления, соответствующем $k_{\text{исп}} = 0{,}93$; *5* — при $k_{\text{исп}} = 1$ (абсолютный предел натуральной мощности)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

дальность электропередачи l;

номинальное напряжение между фазами $U_{ном}$;

среднеэксплуатационное напряжение $U_{ср.эк}$;

расстояние между осями соседних фаз D_0, зависящее от уровня воздействующих перенапряжений и конструкции опор;

среднегодовая относительная плотность воздуха δ;

оптимальная плотность тока $J_{опт}$;

отношение передаваемой и натуральной мощности $P/P_н$ для обеспечения устойчивой передачи максимальной мощности при допустимом перепаде напряжения.

Оптимальное активное сечение проводов фазы $F_а$ определяется соотношением

$$F_а = n\pi r_0^2 \varkappa_з = \frac{P}{\sqrt{3}\, U_{ср.эк}\, J_{опт} \cos\varphi}, \qquad (2)$$

где $\varkappa_з$ — коэффициент заполнения сечения провода активным материалом (алюминием), равный $\varkappa_з = 0{,}61 - 0{,}67$; $\cos\varphi$ — отношение активного тока к среднеквадратичному току вдоль линии (с учетом реактивного тока). Обычно выбирается такое расположение компенсирующих устройств, чтобы обеспечить соотношение $\cos\varphi \geqslant 0{,}95$.

Совместное решение системы двух уравнений (1) и (2) позволяет определить два важнейших параметра конструкции фазы: радиус составляющих r_0 и их количество n [6]:

$$r_{0\,опт} = \frac{1}{60\pi} \frac{P}{P_н} \frac{E_{доп}\, k_{исп}}{J_{опт}\, \varkappa_з \cos\varphi}; \qquad (3)$$

$$n_{опт} = 1200\pi \frac{P_н}{U_{ф.ср.эк}} \frac{P_н}{P} \frac{J_{опт}\, \varkappa_з \cos\varphi}{(E_{доп}\, k_{исп})^2} =$$

$$= 3600\pi \frac{U_{ф.ср.эк}}{z} \frac{P_н}{P} \frac{J_{опт}\, \varkappa_з \cos\varphi}{(E_{доп}\, k_{исп})^2}. \qquad (4)$$

Как видно, оптимальный радиус проводов не зависит от рабочего напряжения, а число проводов в фазе пропорционально рабочему напряжению. Оптимальный радиус проводов не зависит и от волнового сопротивления линии, определяющего ее пропускную способность. Оптимальное число проводов в фазе обратно пропорционально волновому сопротивлению линии.

Полученное число проводов в фазе должно быть округлено до ближайшего целого числа $n^*_{опт}$. С учетом этой корректировки необходимо уточнить оптимальный радиус проводов в соответствии с формулой (2):

$$r^*_{0опт} = \sqrt{\frac{F_а}{n^*_{опт}\, \pi\varkappa_з}} = \sqrt{\frac{P}{\sqrt{3}\, U_{ср.эк}\, J_{опт}\, n^*_{опт}\, \pi\varkappa_з \cos\varphi}}.$$

После этого может быть выбрана марка провода в соответствии со шкалой стандартных проводов.

Площадь поверхности проводов на единицу длины линии в соответствии с формулами (3), (4) равна

$$П = 2\pi n r_0 = 120\pi \frac{U_{ф.ср.эк}}{z} \frac{1}{E_{доп}\, k_{исп}} \qquad (5)$$

и при заданных значениях z и $U_{ф.ср.эк}$ обратно пропорциональна $k_{исп}$. Площадь поверхности проводов определяет ветровые нагрузки на опоры, а следовательно, массу и стоимость последних. Поэтому целесообразно обеспечить возможно более высокое значение $k_{исп}$ для получения минимально возможной поверхности проводов и соответственно наименьшей стоимости линии при заданных ее параметрах.

В общем случае коэффициент использования поверхности проводов может быть вычислен по формуле

$$k_{исп} = \frac{E_{max}}{E_{доп}} \frac{1}{k_{н.р}} = \frac{\sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} q_{0ik}}{6\pi\varepsilon_0\, n r_0\, E_{доп}}, \qquad (6)$$

где E_{max} — максимальная напряженность поля на поверхности проводов; $k_{н.р}$ — коэффициент нерав-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

номерности распределения напряженности поля по поверхности проводов; k — порядковый номер фазы; i — порядковый номер проводов в фазе.

При расположении проводов фазы по окружности коэффициент неравномерности может быть вычислен исходя из соотношения

$$k_{\text{н.р}} = k_{\text{н.р1}} k_{\text{н.р2}} k_{\text{н.р3}}. \qquad (7)$$

Первый коэффициент неравномерности определяется различием емкостей фаз и может быть вычислен по формуле

$$k_{\text{н.р1}} = \frac{3q_{\max}}{q_1 + q_2 + q_3} = \frac{3C_{\max}}{C_1 + C_2 + C_3}, \qquad (8)$$

где $q_{\max} = C_{\max} U_{\text{ф.ср.эк}}$ — наибольший заряд фазы; $C_{\max}$ — наибольшая емкость фазы. Минимальный коэффициент неравномерности $k_{\text{н.р1}} = 1$ соответствует симметричной линии с одинаковыми емкостями всех фаз: $C_1 = C_2 = C_3$.

Условие симметрии линии может быть получено в результате решения системы потенциальных уравнений Максвелла при равенстве максимальных значений зарядов всех фаз. В качестве исходной рассмотрим линию с одинаковыми расстояниями проводов всех фаз до земли. В этом случае при одинаковых размерах всех фаз емкость средней фазы больше, чем крайних, из-за более сильной электромагнитной связи средней фазы с двумя остальными. Выравнить емкости трех фаз можно путем увеличения размеров крайних фаз по сравнению со средней фазой, как это рекомендуется в [5]. Однако увеличение размеров крайних фаз приводит к увеличению неравномерности распределения зарядов по проводам фазы, характеризуемой коэффициентом $k_{\text{н.р2}}$:

$$k_{\text{н.р2}} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{n q_{0k\max}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0ik}}, \qquad (9)$$

где $q_{0k\max}$ — максимальный заряд на проводах k-й фазы; q_{0ik} — заряд на i-м проводе k-й фазы. В результате произведение $k_{\text{н.р1}} k_{\text{н.р2}}$ либо сохранится неизменным, либо даже возрастет. Выравнивания распределения зарядов по проводам фазы можно достичь путем отказа от симметрии крайних фаз и расположения проводов фазы по полуэллиптическим поверхностям [4, 5]. При этом размеры крайних фаз увеличиваются еще более.

В связи с изложенным целесообразно рассмотреть другой возможный путь выравнивания емкостей трех фаз, а именно увеличение высоты средней фазы над землей по сравнению с высотой крайних фаз (рис. 2). В этом случае, сохраняя необходимое расстояние между средней и крайними фазами, можно сократить расстояние между крайними фазами:

$$D_{13} = 2\sqrt{D_0^2 - (\Delta H)^2} = 2D_0\sqrt{1 - (\Delta H/D_0)^2}.$$

В предельном случае расположения проводов в вершинах равностороннего треугольника $\Delta H/D_0 = \sin\frac{\pi}{3} = 0{,}866$. В результате сближения крайних фаз их взаимная электромагнитная связь усиливается, и рабочие емкости всех фаз выравниваются. Поэтому увеличение высоты средней фазы по сравнению с высотой крайних фаз (до определенного предела $\Delta H_{\text{пр}} = 0{,}866 D_0$) позволяет сократить размеры крайних фаз вплоть до размеров средней фазы. Относительные размеры крайних и средней фаз линии при расположении фаз согласно рис. 2 могут быть установлены из условия равенства рабочих емкостей крайних и средней фаз [6]:

$$C_1 = C_3 = \frac{\alpha_{11}(\alpha_{22} + 0{,}5\alpha_{12}) + 0{,}5\alpha_{13}(\alpha_{22} - \alpha_{12}) - 1{,}5\alpha_{22}^2}{(\alpha_{11} - \alpha_{13})[\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{13}) - 2\alpha_{12}^2]} = C_2 = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13}}{\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{13}) - 2\alpha_{12}^2}, \qquad (10)$$

где $\alpha_{11} = \alpha_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H_{\text{э1}}}{r_{\text{э1}}}$; $\alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H_{\text{э2}}}{r_{\text{э2}}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H_{\text{э1}}}{r_{\text{э1}}}\left[\frac{r_{\text{э1}}}{r_{\text{э2}}}\right]\left[1 + \frac{\Delta H}{H_{\text{э1}}}\right]$; $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\sqrt{1 + \frac{4H_{\text{э1}}H_{\text{э2}}}{D_0^2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\sqrt{1 + \left[\frac{2H_{\text{э1}}}{D_0}\right]^2\left[1 + \frac{\Delta H}{H_{\text{э1}}}\right]} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln A;$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

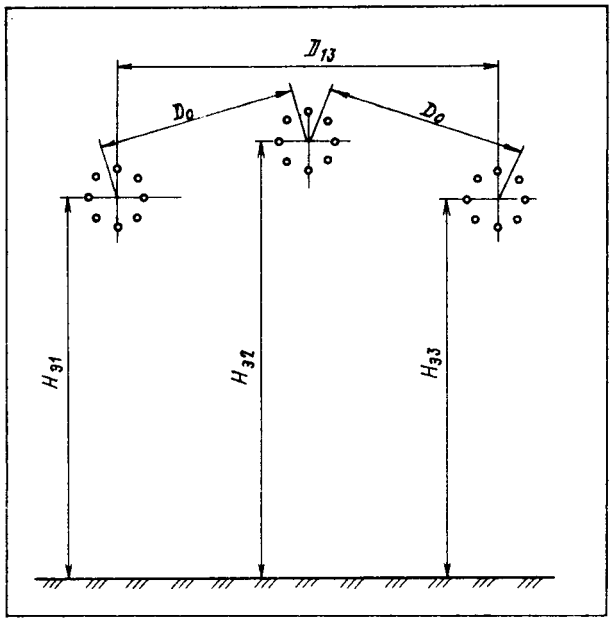


Рис. 2. Расчетная схема расположения фаз трехфазной линии

$$\alpha_{13} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2H_{э1})^2 + (2D_0)^2\left[1 - \left[\frac{\Delta H}{D_0}\right]^2\right]}}{2D_0\sqrt{1 - \left[\frac{\Delta H}{D_0}\right]^2}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \sqrt{1 + \frac{1}{\left[\frac{D_1}{H_{э1}}\right]^2 - \left[\frac{\Delta H}{H_{э1}}\right]^2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln B.$$

В этих формулах эквивалентные высоты крайних и средней фаз над землей $H_{э1} = H_{1\min} + \frac{1}{3} f_1$; $H_{э2} = H_{2\min} + \frac{1}{3} f_2$; f_1 и f_2 — стрелы провеса проводов в пролете; эквивалентные радиусы крайних и средней фаз

$$r_{э1} = \sqrt[n]{n r_0 r_{p1}^{n-1}}\ ;\ r_{э2} = \sqrt[n]{n r_0 r_{p2}^{n-1}}\ . \qquad (11)$$

Уравнение (10) позволяет получить соотношение

$$\alpha_{22} = \frac{(\alpha_{11} - \alpha_{13})(\alpha_{11} + \alpha_{13} + 0{,}5\alpha_{12}) + 1{,}5\alpha_{12}^2}{\alpha_{11} + 0{,}5\alpha_{13}}\ . \qquad (12)$$

Подставляя в него выражения для собственных и взаимных потенциальных коэффициентов, получаем

$$\ln \frac{2H_{э1}}{r_{э1}} \frac{r_{э1}}{r_{э2}} \left[1 + \frac{\Delta H}{H_{э1}}\right] =$$

$$= \frac{\ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}B}\right] \ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}} B\sqrt{A}\right] + 1{,}5(\ln A)^2}{\ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}}\sqrt{B}\right]},$$

откуда

$$\frac{r_{э2}}{r_{э1}} = \frac{2H_{э1}}{r_{э1}} \left[1 + \frac{\Delta H}{H_{э1}}\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}B}\right] \ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}} B\sqrt{A}\right] + 1{,}5(\ln A)^2}{\ln\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}}\sqrt{B}\right]}\right].$$

Анализ полученной формулы показывает, что отношение эквивалентных радиусов средней и крайних фаз является функцией трех переменных:

$$\frac{r_{э2}}{r_{э1}} = f\left[\frac{2H_{э1}}{r_{э1}}; \frac{H_{э1}}{D_0}; \frac{\Delta H}{H_{э1}}\right].$$

Зависимости $r_{э2}/r_{э1} = f(H_{э1}/D_0;\ \Delta H/H_{э1})$ приведены на рис. 3, где отношение $H_{э1}/D_0$ использовано в качестве параметра функции $r_{э2}/r_{э1} = f(\Delta H/H_{э1})$. Как видно, при одинаковых высотах всех проводов над землей ($\Delta H = 0$) эквивалентные радиусы крайних фаз должны быть значительно больше, чем средней при любых возможных отношениях $H_{э1}/D_0 = 1 - 3$. Причем, чем больше отношение $H_{э1}/D_0$, тем больше должно быть различие радиусов $r_{э2}$ и $r_{э1}$ для обеспечения равенства емкостей всех фаз. Однако при увеличении высоты средней фазы по сравнению с крайними различие эквивалентных радиусов уменьшается тем быстрее, чем больше отношение $H_{э1}/D_0$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Полученные зависимости более наглядны, если превышение высоты средней фазы отнести не к высоте крайних фаз, а к высоте равностороннего треугольника со сторонами D_0: $\Delta H_{пр} = 0{,}866 D_0$ (когда расстояние между проводами всех фаз одинаково). При таком представлении этих зависимостей (рис. 4) видно, что именно случай равностороннего треугольника является предельным для трехфазной линии. При этом чем меньше отношение $H_{э1}/D_0$, тем при меньшем отношении $\Delta H/0{,}866 D_0$ достигается равенство размеров всех фаз.

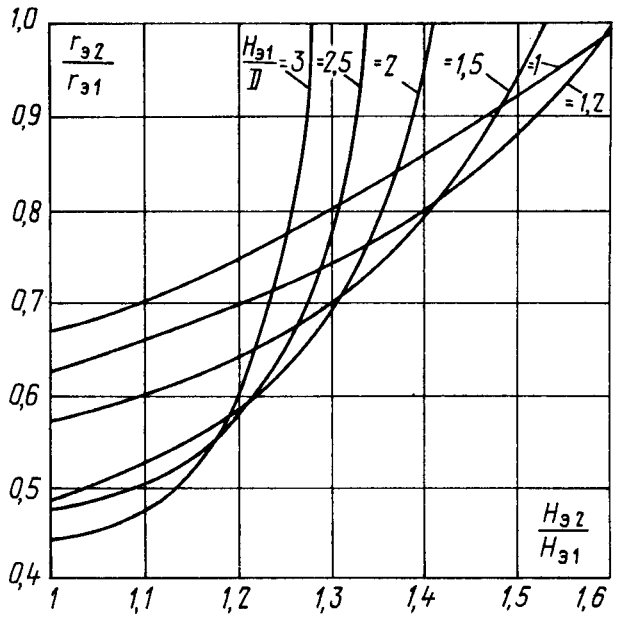


Рис. 3. Зависимости отношения эквивалентных радиусов средней и крайних фаз от отношения их эквивалентных высот при заданных отношениях эквивалентной высоты крайних фаз $H_{э1}$ к расстоянию между осями симметрии средней и крайних фаз D_0

N	1	2	3	4	5	6
$H_{э1}/D$	1	1,2	1,5	2	2,5	3

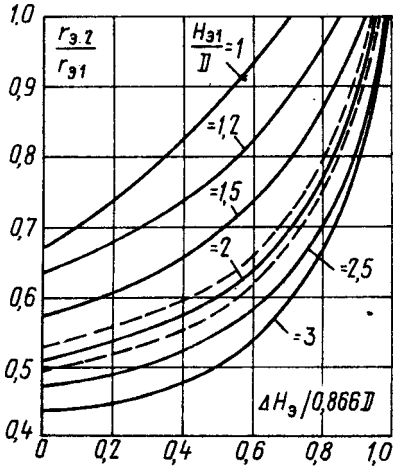


Рис. 4. Зависимости отношения эквивалентных радиусов средней и крайних фаз от отношения превышения средней фазы $\Delta H_э$ к высоте $0{,}866 D_0$ равностороннего треугольника со стороной, равной расстоянию между средней и крайними фазами

Все зависимости $r_{э2}/r_{э1}$ от относительного превышения средней фазы построены при отношении $H_{э1}/r_{э1} = 30$. На практике это отношение может изменяться от 15 до 50. На рис. 4 показаны границы области изменения отношения $r_{э2}/r_{э1}$ при изменении $H_{э1}/r_{э1}$ в этом диапазоне. Как видно, эта область очень узка, что свидетельствует о слабом влиянии параметра $H_{э1}/r_{э1}$ на отношение $r_{э2}/r_{э1}$.

По данным рис. 3 на рис. 5 построены зависимости необходимого превышения среднего провода над крайними от отношения $H_{э1}/D_0$ при $H_{э1}/r_{э1} = 30$. При всех значениях отношения $r_{э2}/r_{э1}$ зависимости $H_{э2}/H_{э1} = f(H_{э1}/D_0)$ имеют максимумы, положение которых относительно оси $H_{э1}/D_0$ смещается в сторону больших значений при уменьшении отношения $r_{э2}/r_{э1}$. При этом чем больше отношение $r_{э2}/r_{э1}$, тем больше необходимое превышение средней фазы над крайними.

Следует отметить, что полученные зависимости необходимо соблюдать для пролета. В зоне опоры необходимо сохранить расстояние между крайними фазами, но превышение средней фазы может быть уменьшено, если это целесообразно для оптимизации конструкции опоры. При этом тяжения проводов крайних и средней фаз должны быть различны. При уменьшении превышения ΔH уменьшается и расстояние между средней и крайними фазами. Это допустимо, поскольку в зоне опоры провода имеют значительно меньшую свободу движения, чем в пролете, что исключает возможность опасного сближения проводов в зоне опоры.

Коэффициент неравномерности распределения напряженности поля по поверхности проводов $k_{н.р3}$ для круглых фаз определяется формулой [6]:

$$k_{н.р3} = 1 + (n-1)\frac{r_0}{r_р}. \qquad (14)$$

Необходимо заметить, что эта формула справедлива как при равномерном, так и при неравномерном расположении проводов по окружности [6]. Эта же формула может быть использована для оценки коэффициента распределения зарядов по

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

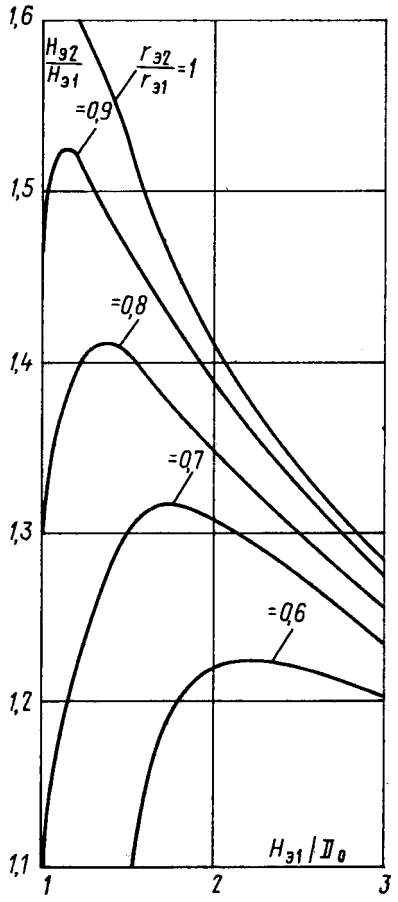


Рис. 5. Зависимости отношения эквивалентных высот средней и крайних фаз от отношения эквивалентной высоты крайних фаз к расстоянию между осями симметрии средней и крайних фаз D_0

проводам расщепленных фаз. Для этого необходимо: вместо радиуса r_0 использовать эквивалентный радиус фазы согласно (11), вместо $r_р$ — радиус окружности, проведенный через оси трех фаз (рис. 6), т. е.

$$R = \frac{D_0^2}{2\Delta H}, \qquad (15)$$

а вместо числа проводов в фазе n — число фаз линии $m_ф = 3$. Поскольку при максимальном заряде на одной из фаз заряды на двух других противоположны по знаку и примерно вдвое меньше, необходимо во втором члене формулы (14) ввести также коэффициент 0,5. В итоге получаем

$$k_{н.р3} \approx 1 + 0{,}5(3-1)\frac{2\Delta H}{D_0^2}\sqrt[n]{n r_0 r_р^{n-1}} =$$

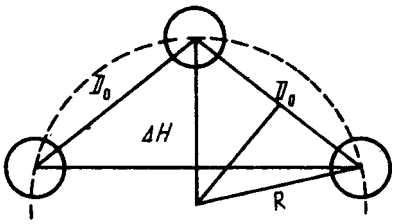


Рис. 6. К вычислению распределения зарядов по проводам, составляющим расщепленную фазу

$$= 1 + \frac{2\Delta H}{D_0^2}\sqrt[n]{n r_0 r_р^{n-1}}. \qquad (16)$$

Коэффициент $k_{н.р2}$ может быть значительно уменьшен, если перераспределить провода по окружности таким образом, что провода, направленные в сторону пересечения всех биссектрис треугольника, образуемого осями симметрии трех фаз линии (рис. 6), сблизить, уменьшив расстояние d между ними в $k'_{н.р2}$ раз, а обращенные в противоположную сторону — удалить друг от друга, увеличив расстояние между ними в $k'_{н.р2}$ раз, где

$$k'_{н.р2} = \left[1 + \frac{2\Delta H r_р}{D_0^2}\sqrt[n]{n r_0 r_р^{n-1}}\right]^2. \qquad (17)$$

Остальные расстояния необходимо изменить пропорционально. При этом коэффициент $k_{н.р2}$ оказывается близким к минимальному значению $k_{н.р2} = 1$ и может быть уточнен по формуле (9).

Таким образом, для вычисления коэффициента $k_{н.р}$ согласно формуле (7) необходимо определить радиусы расщепления фаз $r_{р1}$ и $r_{р2}$.

Необходимый для эффективного использования поверхности проводов радиус расщепления фазы можно определить, приравнивая емкость фазы допустимому значению исходя из условия эффективного использования поверхности проводов:

$$C = \frac{q}{U_{ф.ср.эк}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 n r_0 E_{доп}\, k_{исп}}{U_{ф.ср.эк}}. \qquad (18)$$

Среднюю емкость симметрированной линии (с равными емкостями всех фаз) можно вычислить

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

по приближенной формуле

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \dfrac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}}}{\sqrt[3]{r_{э1}r_{э2}r_{э3}}}} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \dfrac{\sqrt[3]{D_0^2 2\sqrt{D_0^2-(\Delta H)^2}}}{\sqrt[3]{r_{э1}^2 r_{э2}}}} =$$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \dfrac{\sqrt[3]{2}\,D_0}{r_{э1}\sqrt[3]{r_{э2}/r_{э1}}}\sqrt[6]{1-\left[\dfrac{\Delta H}{D_0}\right]^2}}. \qquad (19)$$

Приравнивая выражения (18) и (19), получаем

$$\ln \frac{\sqrt[3]{2}\,D_0}{r_{э1}\sqrt[3]{r_{э2}/r_{э1}}}\sqrt[6]{1-\left[\frac{\Delta H}{D_0}\right]^2} = \frac{U_{ф.ср.эк}}{nr_0 E_{доп} k_{исп}}, \qquad (20)$$

откуда после подстановки эквивалентных радиусов $r_{э1}$ и $r_{э2}$ по формулам (11) и несложных преобразований получаем

$$\frac{r_{р1}}{D_0} = \left[n\sqrt{\frac{D_0}{nr_0}}\sqrt[3]{\frac{2r_{э1}}{r_{э2}}}\sqrt[6]{1-\left[\frac{\Delta H}{D_0}\right]^2} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{U_{ф.ср.эк}}{nr_0 E_{доп} k_{исп}}\right]\right]^{\frac{n}{n-1}};$$

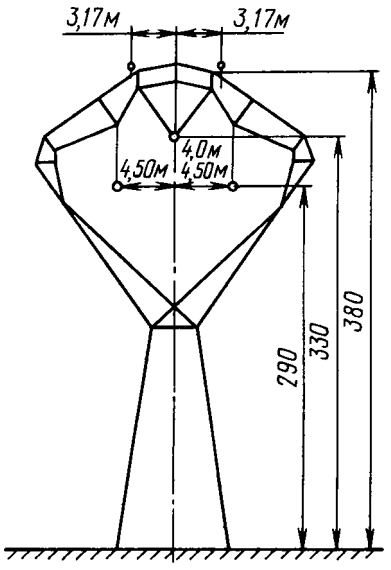


Рис. 7. Схема опоры компактной ВЛ 500 кВ в Бразилии [7]

$$\frac{r_{р2}}{D_0} = \left[n\sqrt{\frac{D_0}{nr_0}}\sqrt[3]{2\left[\frac{r_{э2}}{r_{э1}}\right]^2}\sqrt[6]{1-\left[\frac{\Delta H}{D_0}\right]^2} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{U_{ф.ср.эк}}{nr_0 E_{доп} k_{исп}}\right]\right]^{\frac{n}{n-1}}$$

Расстояние d между соседними составляющими в фазе определяется соотношением

$$d = 2r_р \sin\frac{\pi}{n}.$$

Пять формул (3), (4), (6), (18), (19) представляют собой пять уравнений с пятью неизвестными r_0, n, $k_{исп}$, $r_{р1}$ и $r_{р2}$, что позволяет найти оптимальные значения всех неизвестных.

Все выведенные соотношения определяют параметры проводов в пролете. В зоне опоры напряженность поля на поверхности проводов повышается. Это повышение может быть компенсировано уменьшением размеров фазы. Согласно выполненным в лаборатории сверхвысоких напряжений Санкт-Петербургского технического университета расчетам оценка необходимых в этом случае радиусов расщепления может быть выполнена по формулам (18), (19) с учетом измененных размеров D_0 и ΔH, а также при увеличении на 10 % среднеэксплуатационного напряжения (для учета увеличения емкости проводов относительно земли).

За основу конструирования опор в случае треугольного расположения фаз может быть принята разработанная в Бразилии опора ВЛ 500 кВ (рис. 7) с четырьмя проводами в фазе [7]. Например, при $n = 6$ для ВЛ 500 кВ с расстояниями $D_0 = 7$ м, $\Delta H = 5$ м и при расстоянии между крайними фазами $D_{13} = 9{,}8$ м в случае использования проводов АС 300/48 может быть принят одинаковый размер фаз $r_р = 1{,}1$. При этом натуральная мощность линии $P_н = 1800$ МВт.

• **Выводы.** 1. Компактные трехфазные линии с оптимальным расположением фаз в пространстве (по треугольнику вершиной вверх) позволяют значительно сократить размеры фаз и исключить необходимость создания линий с различными размерами фаз.

2. При оптимальном расположении фаз в пространстве электрические параметры всех фаз одинаковы при одинаковых размерах фаз.

3. При оптимальном расположении фаз в пространстве объем линии минимален при максимально возможной пропускной способности линии.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Paris L.** Die Zukunft der Ultra-Hochspannungsleitungen. — Elektrizitatswirtschaft, 1970, No. 19.

2. **Повышение** эффективности электросетевого строительства / А. А. Зевин, К. П. Крюков, А. И. Курносов и др. — Л.: Энергоатомиздат, 1991.

3. **Александров Г. Н.** Воздушные линии электропередачи повышенной пропускной способности. — Электричество, 1981, № 7.

4. **Новые** средства передачи электроэнергии в энергосистемах / Г. Н. Александров, Г. А. Евдокунин, Т. В. Лисочкина и др. — Л.: Изд-во Ленинг. ун-та, 1987.

5. **Александров Г. Н., Подпоркин Г. В., Селезнев Ю. Г.** Оптимизация конфигурации расщепленных проводов воздушных линий электропередачи. — Электричество, 1988, № 10.

6. **Александров Г. Н.** Установки сверхвысокого напряжения и охрана окружающей среды. — Л.: Энергоатомиздат, 1989.

7. **Camozzato J., Praca J. C. G., Salomao J. C. S.** General aspects of the Brasilian power system. — USSR—Brasil seminar, Leningrad, 1989.

[25.06.92]

Расчет характеристик точечной короны переменного тока на проводе

ТАМАЗОВ А. И.

Фазы линий электропередачи проектируются так, чтобы не допустить общей короны на проводах при хорошей погоде. При этом наблюдается местная корона, которая формируется в результате коронирования отдельных точек [1]. Точечная корона возникает вблизи неровностей или на гладком проводе в местах с повышенным градиентом, что может иметь место вследствие дефектов кристаллической решетки у поверхности проводника. В открытых распределительных устройствах (ОРУ) количество коронирующих точек определяется наличием незакругленных углов в соединениях и проводах. Поэтому уровень потерь мощности и энергии на единицу длины ОРУ выше, чем на линии. В этой связи представляется целесообразным разработать методику расчета характеристик точечной короны, позволяющую определять уровень потерь в ОРУ. Сложность решения поставленной задачи состоит не только в трудностях анализа поля у неоднородности, условия на которой неопределенны, но и в том, что при коронировании не известны граничные условия пространства, занятого объемным зарядом. Поэтому единственно возможным в настоящее время является приближенное решение, опирающееся на экспериментальные данные.

При подаче на провод напряжения заряд на его поверхности распределяется неравномерно и возникают области, где плотность зарядов как больше, так и меньше средней. По мере увеличения напряжения плотность зарядов на поверхности провода растет, пока не начнет коронировать точка, где плотность зарядов наибольшая. После этого в пространстве у поверхности провода с коронирующей точкой начинает образовываться объемный заряд, а плотность заряда у коронирующей точки стабилизируется. Таким образом, в первом приближении модель коронирования точки можно представить проводом, состоящим из участка с коронирующей точкой, где плотность заряда не зависит от напряжения, и двух соседних отрезков, на которых плотность заряда изменяется пропорционально напряжению, а также облаком объемного заряда, распространяющимся от коронирующей точки провода в радиальном направлении. Чтобы рассчитать такую систему, необходимо знать, во-первых, форму объемного заряда и распределение его в объеме, а во-вторых, длину участка провода с коронирующей точкой. Из имеющихся материалов и представлений о поле вблизи неоднородности можно предположить, что форма объемного заряда близка к конусу с вершиной в коронирующей точке, а плотность объемного заряда убывает примерно обратно пропорционально расстоянию от точки до заданного слоя. Это предположение может быть проверено сопоставлением расчетных и опытных данных. Что же касается длины участка провода с коронирующей точкой, заряд которого не меняется после зажигания разряда, то ее также можно определить по результатам измерений.

Пусть на каждом метре длины провода имеется

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

одна точка, начинающая коронировать при напряжении $U_м$. В этом случае распределение напряженности вдоль провода вблизи неоднородности будет иметь вид кривой *1* на рис. 1. При напряжении $U_1 > U_м$ распределение напряженности изобразится кривой *2*, а при $U_2 > U_1$ — кривой *3*. Если при увеличении напряжения U_t, подаваемого на провод, напряженность на неоднородности не меняется, то вблизи нее она увеличивается. Этот процесс имеет место несмотря на то, что образующийся у неоднородности объемный заряд сдерживает поступление поверхностных зарядов к области провода вокруг коронирующей точки. Таким образом, рассматриваемый провод можно разбить на две части: первая длиной Δl — зона коронирующей неоднородности, и вторая длиной $l - \Delta l$ — провод с равномерно распределенным вдоль него зарядом. На рис. 2 представлена зависимость заряда провода длиной l от напряжения U_t при отсутствии неоднородности. Если имеется неоднородность, то при напряжении $U_м$ заряд провода еще будет равен $q_м$. При $U_t > U_м$ заряд провода будет состоять из заряда некоронирующей части провода длиной $l - \Delta l$ (прямая линия *2*) и заряда коронирующей части, определяемого как разность ординат прямых *3* и *2*. Эта разница по мере роста U_t изменяется вследствие увеличения объемного заряда при одновременном уменьшении участка Δl. Если коронирование свободного от неоднородности участка провода наступает при $U_t = U_л$, то заряд провода будет равен $q_л$. При наличии неоднородности заряд провода в этом случае будет равен q_0 (рис. 2). Следовательно,

$$q_0 = \frac{\Delta l}{l} CU_м + \frac{l - \Delta l}{l} CU_л, \qquad (1)$$

где C — емкость провода длиной 1 м.

Если бы неоднородности были распределены по всей поверхности провода так, что коронирование наступало в момент, когда заряд провода равен q_0, то можно определить критическое напряжение

$$U_0 = \frac{1}{C} q_0. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$\frac{\Delta l}{l} = k_v = \frac{U_л - U_0}{U_л - U_м}. \qquad (3)$$

Соотношение (3) позволяет сделать выводы о величине Δl по данным опыта.

На рис. 3 приведены зависимости от напряжения редуцированных потерь мощности на корону для гладкого провода (*1*), для провода с одной неоднородностью на 1 метр (*2*) и с двумя неоднородностями (*3*) [2]. Расчет значения k_v по этим данным показал, что в обоих случаях $k_v = 0{,}09$ и, следовательно, одна неоднородность занимает участок длиной 9 см, что не расходится с зарубежными данными.

Рассмотрим, как создается потенциал при наличии неоднородностей на проводе. Если напряжение ниже $U_м$, то потенциал провода можно представить в виде суммы потенциалов $U_{\Delta l}$ от заряда участка Δl и $U_{l-\Delta l}$ участка $l - \Delta l$, т. е.

$$U_t = U_{l-\Delta l} + U_{\Delta l}. \qquad (4)$$

Когда напряжение достигло $U_м$, то

$$U_м = U_{l-\Delta l} + U_{\Delta lм}. \qquad (5)$$

Из (4) следует, что

$$U_t - U_{l-\Delta l} = U_{\Delta l} = \frac{\Delta l}{l} U_t, \qquad (6)$$

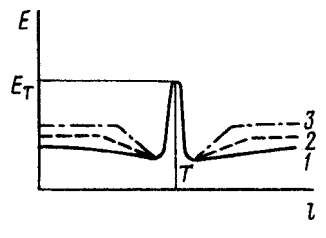


Рис. 1.

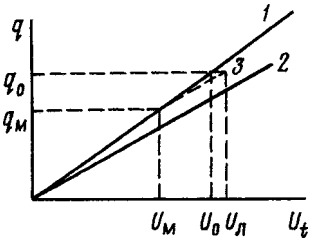


Рис. 2.

Рис. 1. Распределение напряженности вдоль провода у коронирующей точки: *1* — при напряжении начала коронирования точки $U_м$; *2* — при $U_1 > U_м$; *3* — при $U_2 > U_1$

Рис. 2. Кривые зависимости заряда провода q от напряжения U_t: *1* — при отсутствии короны на участке длиной l; *2* — при отсутствии или наличии короны в точке на участке длиной $l - \Delta l$, где нет коронирующих точек; *3* — на участке длиной Δl при наличии на нем точечной короны и $U > U_м$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

поэтому для $U_t = U_м$ имеем

$$U_{\Delta lм} = \frac{\Delta l}{l} U_м. \qquad (7)$$

При $U_t > U_м$, когда коронирует точка, в пространстве появляется объемный заряд q_1, создающий потенциал U_{q1}. Поэтому

$$U_t = U_{l-\Delta l} + \frac{\Delta l}{l} U_м + U_{q1} \qquad (8)$$

или, с учетом (6),

$$\frac{\Delta l}{l} U_t = \frac{\Delta l}{l} U_м + U_{q1}. \qquad (9)$$

После прохождения напряжением U_t своего максимума U_m заряд q_1 стабилизируется, так как коронирование прекращается, и удаляется от провода. Поэтому для момента погасания короны

$$\frac{\Delta l}{l} U_m = \frac{\Delta l}{l} U_м + U_{q1п}. \qquad (10)$$

После погасания короны вследствие уменьшения напряжения будет уменьшаться и величина $U_{\Delta l}$, которую можно определить из соотношения

$$\frac{\Delta l}{l} U_t = U_{\Delta l} + U_{q1}. \qquad (11)$$

После перехода напряжения через нуль величина $U_{\Delta l}$ достигнет значения

$$U_{\Delta lм} = -\frac{\Delta l}{l} U_м, \qquad (12)$$

и корона вновь зажжется. Это приведет к образованию в пространстве отрицательного заряда q_2, потенциал которого U_{q2} будет уравновешивать дальнейшее изменение U_t, т. е.

$$\frac{\Delta l}{l} U_t = -\frac{\Delta l}{l} U_м + U_{q1} + U_{q2}. \qquad (13)$$

Из предложенной схемы делается понятным порядок расчета характеристик коронирующей точки.

Чтобы определить потенциал объемного заряда, необходимо знать его форму и распределение в

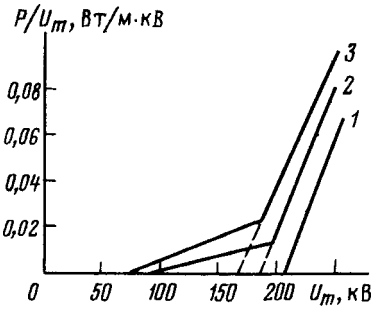


Рис. 3.

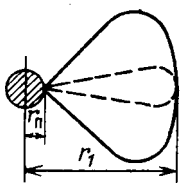


Рис. 4.

Рис. 3. Редупированные потери мощности от короны на проводе длиной 1 м диаметром 20 мм в цилиндре радиусом 1 м: *1* — без неоднородностей; *2* — с одной коронирующей точкой; *3* — с двумя коронирующими точками

Рис. 4. Предполагаемые формы объемного заряда в сечении при коронировании точки на проводе

пространстве. На рис. 4 представлены предполагаемые сечения объемных зарядов, имеющих вид конусов. Конус с большим углом может быть заменен шаром диаметром $r_1 - r_п$, а с малым — цилиндром длиной $r_1 - r_п$ и радиусом r_0. Для предварительной оценки влияния формы объемного заряда на потенциал разделим емкость цилиндра

$$C_ц = \frac{2\pi\varepsilon(r_1 - r_п)}{\ln\dfrac{r_1 - r_п}{r_0}} \qquad (14)$$

на емкость шара

$$C_ш = 2\pi\varepsilon(r_1 - r_п). \qquad (15)$$

Тогда

$$\frac{C_ц}{C_ш} = \frac{1}{\ln\dfrac{r_1 - r_п}{r_0}} = g. \qquad (16)$$

На рис. 5 сплошной линией представлена зависимость $g = f\left[\dfrac{r_1 - r_п}{r_0}\right]$, из которой следует, что $C_ц = C_ш$ при $(r_1 - r_п)/r_0 = e$.

Движение по силовым линиям объемного заряда, образующегося при коронировании точки на проводе, приводит к уменьшению его плотности примерно обратно пропорционально расстоянию его от провода. При этом в силу действия поля самого объемного заряда происходит более интен-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

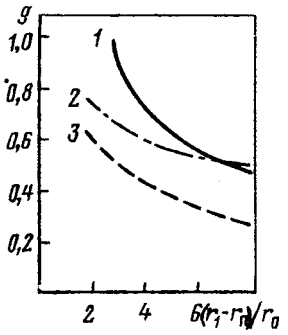


Рис. 5.

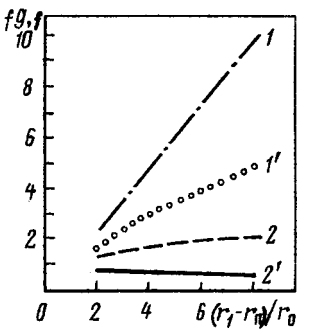


Рис. 6.

Рис. 5. Кривые зависимостей от параметра $\frac{r_1 - r_п}{r_0}$ отношения g: *1* — как отношения емкостей цилиндрического проводника и шара; *2* — как отношения потенциалов цепочки соприкасающихся шаров с одинаковыми зарядами, целое число раз укладывающихся на отрезке $r_1 - r_п$, и шара с равномерным распределением плотности объемного заряда диаметром $r_1 - r_п$; *3* — тех же потенциалов при условии, что заряды малых шаров обратно пропорциональны их расстоянию от провода

Рис. 6. Зависимости от величины $\frac{r_1 - r_п}{r_0}$ отношения f напряженности на фронте цепочки соприкасающихся шаров с одинаковыми зарядами к напряженности на поверхности шара диаметром $r_1 - r_п$ с равномерным распределением его заряда (кривая *1*) и того же отношения, когда заряды соприкасающихся шаров обратно пропорциональны их расстоянию от провода (кривая *2*); *1′* — зависимость произведения gf от $\frac{r_1 - r_п}{r_0}$ для кривых *1* (рис. 6) и *2* (рис. 5); *2′* — то же для кривых *2* (рис. 6) и *3* (рис. 5)

сивное уменьшение плотности. С другой стороны, с течением времени интенсивность коронирования падает, что приводит к выравниванию распределения объемного заряда вдоль направления его движения. Учитывая сказанное, был рассчитан коэффициент g по потенциалу цепочки соприкасающихся шаров, целое число раз укладывающихся на отрезке $r_1 - r_п$, заряды которых обратно пропорциональны расстоянию от провода (кривая *3* на рис. 5), а также при одинаковых их зарядах (кривая *2* на рис. 5).

Получить достоверные данные о форме и распределении объемного заряда можно только экспериментально. Так как экспериментальные данные такого рода отсутствуют, примем для упрощения, что его емкость может быть описана формулой для шара с введением поправочного коэффициента g. Тогда объемный заряд в соответствии с (9) будет равен

$$q_1 = 2\pi\varepsilon(r_1 - r_п)k_v g(U_t - U_м), \qquad (17)$$

где r_1 — радиус фронта объемного заряда; $r_п$ — радиус провода; $U_t = U_m \sin \omega t$ — напряжение на проводе; ω — угловая частота; t — время.

Для расчета q_1 следует знать величину r_1. Движение фронта объемного заряда определяется уравнением

$$\frac{dr_1}{dt} = k(E_п + E_{q1}), \qquad (18)$$

где k — подвижность ионов; E_{q1} — напряженность от объемного заряда; $E_п = \frac{U_t}{r_1 \ln \frac{2H}{r_п}}$ — напряженность от заряда провода; H — эквивалентная высота провода над уровнем земли.

Чтобы оценить влияние формы и распределения объемного заряда на величину E_{q1}, было рассчитано отношение f напряженности на фронте цепочки шаров с одинаковыми зарядами к напряженности на поверхности большого шара, по диаметру которого расположены соприкасающиеся шары (кривая *1* на рис. 6), а также величина f при условии, что заряды в малых шарах обратно пропорциональны расстоянию от провода (кривая *2* на рис. 6). С учетом коэффициента f напряженность на фронте объемного заряда равна

$$E_{q1} = \frac{fq_1}{\pi\varepsilon(r_1 - r_п)^2} = 2k_v fg \frac{U_t - U_м}{r_1 - r_п}, \qquad (19)$$

и уравнение движения фронта (18) примет вид

$$\frac{dr_1}{dt} = k\left[\frac{U_t}{r_1 \ln \frac{2H}{r_п}} + 2k_v fg \frac{U_t - U_м}{r_1 - r_п}\right]. \qquad (20)$$

Пренебрегая величиной $r_п$ и интегрируя (20), можно получить

$$r_1^2 = r_п^2 + 2k\left[\left[\frac{1}{\ln \frac{2H}{r_п}} + 2fgk_v\right]\frac{U_m}{\omega}(\cos \omega t_{з1} - \cos \omega t) - 2k_v fgU_м(t - t_{з1})\right], \qquad (21)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $t_{з1}$ — момент зажигания короны на неоднородности.

Из (21) видно, что на величину r_1 влияет произведение fg, зависимость которого от $\frac{r_1 - r_п}{r_0}$ для неравномерного распределения объемного заряда дана на рис. 6 сплошной линией (кривая *2'*), а для равномерного — точками (1 ').

Зная r_1, можно по (17) определить q_1 и ток короны

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} = 2\pi\varepsilon k_v g \left[\frac{dr_1}{dt}(U_t - U_м) + (r_1 - r_п)\omega U_m \cos \omega t \right]. \quad (22)$$

Если $U_m < U_л$, то коронирует только точка. В момент погасания короны $t_{п1}$, когда $\omega t_{п1}$ близко к $\pi/2$, по выведенным формулам можно определить

$$r_{1п}^2 = r_п^2 + 2k \left[\left[\frac{1}{\ln \frac{2H}{r_п}} + 2fgk_0 \right] \frac{U_m}{\omega} \cos \omega t_{з1} - 2k_v fgU_м (t_{п1} - t_{з1}) \right]; \quad (23)$$

$$q_{1п} = 2\pi\varepsilon k_v g (r_{1п} - r_п)(U_m - U_м). \quad (24)$$

После погасания короны объемный заряд вначале удаляется от провода, а потом приближается к нему. В этом режиме напряженность на фронте объемного заряда равна

$$E_{ф1} = \frac{U_t}{r_1 \ln \frac{2H}{r_п}} + 2k_v fg (r_{1п} - r_п) \frac{U_m - U_м}{(r_1 - r_{в1})^2}, \quad (25)$$

где $r_{в1}$ — радиус внутренней границы объемного заряда.

Отсюда, учитывая, что для периода после $t_{п1}$

$$\frac{dr_1}{dt} = kE_{ф1}, \quad (26)$$

после интегрирования (26) с применением теоремы о среднем получим

$$r_1^2 = r_{1п}^2 + 2k \left[-\frac{U_m \cos \omega t}{\omega \ln \frac{2H}{r_п}} + 2k_v fg (r_{1п} - r_п) \frac{U_m - U_м}{(r_{1с} - r_{в1с})^2} r_{1с}(t - t_{п1}) \right], \quad (27)$$

где с — индекс, определяющий среднее значение величины за период интегрирования от $t_{п1}$ до t.

Уравнение баланса напряжений в соответствии с (11) можно записать в виде

$$k_v U_t = U_{\Delta l} + U_{q1п}, \quad (28)$$

где с учетом (14) и (15)

$$U_{q1п} = \frac{q_{1п}}{2\pi\varepsilon(r_1 - r_{в1})g}. \quad (29)$$

Тогда заряд на участке провода длиной Δl с учетом (11) будет равен

$$q_{\Delta l} = \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln \frac{2H}{r_п}} U_{\Delta l} = \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln \frac{2H}{r_п}} \left[k_v U_t - \frac{q_{1п}}{2\pi\varepsilon(r_1 - r_{в1})g} \right], \quad (30)$$

а ток смещения

$$i_e = \frac{dq_{\Delta l}}{dt} = \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln \frac{2H}{r_п}} \left[k_v \omega U_m \cos \omega t - \frac{q_{1п}}{2\pi\varepsilon(r_1 - r_{в1})^2} \frac{dr_1}{dt} \right]. \quad (31)$$

Согласно [3] средние потери мощности от короны в первом полупериоде определяются за время от $-\pi/2\omega$ до $+\pi/2\omega$ как

$$P_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\pi/2\omega}^{+\pi/2\omega} U_t \, dq_t, \quad (32)$$

где q_t - заряд, состоящий из заряда участка провода с коронирующей неоднородностью и объемного заряда.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

В промежутке времени от $-\pi/2\omega$ до момента зажигания короны $t_{з1}$ заряд системы равен

$$q_{t1} = \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln\dfrac{2H}{r_п}} k_v U_t. \qquad (33)$$

От момента $t_{з1}$ до $+\pi/2\omega$ заряд системы равен сумме изменяющегося объемного заряда q_1 и постоянного заряда участка провода с неоднородностью $q_п$:

$$q_{t2} = q_1 + q_п = 2\pi\varepsilon(r_1 - r_п)gk_v(U_t - U_м) + q_п. \qquad (34)$$

Следовательно [3],

$$P_1 = \frac{\omega}{\pi}\left[\int\limits_{-\pi/2\omega}^{t_{з1}} U_t\, dq_{t1} + \int\limits_{t_{з1}}^{+\pi/2\omega} U_t\, dq_{t2}\right] =$$

$$= \frac{\omega}{\pi}\left[\int\limits_{-\pi/2\omega}^{t_{з1}} U_t\, dq_{t1} + \int\limits_{t_{з1}}^{+\pi/2\omega} U_t\, dq_1\right]. \qquad (35)$$

Величину q_1 можно представить в виде

$$q_1 = q_1 + q_{t1} - q_{t1}. \qquad (36)$$

Тогда, подставляя (36) в (35), получим

$$P_1 = \frac{\omega}{\pi}\int\limits_{t_{з1}}^{\pi/2\omega} U_t\, d(q_1 - q_{t1}) = \frac{\omega}{\pi}\left[U_t(q_1 - q_{t1})\Big|_{t_{з1}}^{\pi/2\omega} - \right.$$

$$\left. - \int\limits_{t_{з1}}^{\pi/2\omega} (q_1 - q_{t1})\, dU_t\right] =$$

$$= \frac{\omega}{\pi}\left\{U_t\left[2\pi\varepsilon(r_1 - r_п)\, qk_v(U_t - U_м) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln\dfrac{2H}{r_п}} k_v U_t\right]\Big|_{t_{з1}}^{\pi/2\omega} - 2\pi\varepsilon(r_{1c} - r_п)\, qk_v \times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{U_t^2}{2} - U_м U_t\right]\Big|_{t_{з1}}^{\pi/2\omega} + \frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln\dfrac{2H}{r_п}}\frac{U_t^2}{2}\Big|_{t_{з1}}^{\pi/2\omega}\right\} =$$

$$= \omega\varepsilon k_v\left[2g(r_{1п} - r_п) - g(r_{1c} - r_п)\left[1 - \frac{U_м}{U_m}\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta l}{\ln\dfrac{2H}{r_п}}\left[1 + \frac{U_м}{U_m}\right]\right] U_m(U_m - U_м). \qquad (37)$$

Зажигание короны во втором полупериоде происходит в момент $t_{з2}$, когда напряженность на неоднородности достигнет критической, т. е. когда

$$k_v U_{t\,з2} = -k_v U_м + U_{q1п.з2}, \qquad (38)$$

где индекс з2 определяет момент зажигания короны второго полупериода. Если определять напряжение зажигания короны по модулю, то

$$U_{з2} = -U_{t\,з2} = U_м - \frac{1}{k_v} U_{q1п.з2}. \qquad (39)$$

Так как потенциал объемного заряда q_1 по (29) в момент $t_{з2}$ равен

$$U_{q1п.з2} = \frac{q_{1п}}{2\pi\varepsilon(r_{1з2} - r_п)g}, \qquad (40)$$

то с учетом (24)

$$U_{з2} = U_м - \frac{r_{1п} - r_п}{r_{1з2} - r_п}(U_m - U_м). \qquad (41)$$

После зажигания короны во втором полупериоде уравнение баланса напряжений (12) будет иметь вид

$$k_v U_t = -k_v U_м + k_v\frac{r_{1п} - r_п}{r_1 - r_п}(U_m - U_м) + U_{q2}. \qquad (42)$$

Величина U_{q2} равна

$$U_{q2} = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon(r_2 - r_п)g}. \qquad (43)$$

Поэтому объемный заряд по (43) и (42) равен

$$q_2 = 2\pi\varepsilon(r_2 - r_п)gk_v\left[U_t + U_м - \right.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)\Big]; \qquad (44)$$

и ток короны

$$i_2=\frac{dq_2}{dt}=2\pi\varepsilon g k_v\left\{\frac{dr_2}{dt}\left[U_t+U_м-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)\right]+(r_2-r_п)\,\omega U_m\cos\omega t\right\}. \qquad (45)$$

Чтобы определить q_2 и i_2, следует рассчитать r_1 и r_2. Для определения изменения радиусов фронтов объемных зарядов рассмотрим схему на рис. 7. Напряженность на фронте объемного заряда q_2 есть сумма напряженностей от заряда провода и объемных зарядов. Тогда

$$E_2=\frac{U_t}{r_2\ln\frac{2H}{r_п}}+E_{q2}+E_{q1}, \qquad (46)$$

где E_2 — напряженность на фронте объемного заряда q_2; E_{q2}, E_{q1} — слагаемые напряженности, определяемые зарядами q_2 и q_1.

В соответствии с (19) и (44)

$$E_{q2}=2k_v fg\frac{1}{r_2-r_п}\left[U_t+U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)\right]. \qquad (47)$$

Напряженность E_{q1} определяется для точки, находящейся внутри объемного заряда q_1 при $r_2<r_1$, и для внешней по отношению к q_1 точки при $r_2>r_1$. Во втором случае по (19) и (24)

$$E_{q1>}=-2k_v fg\frac{1}{(r_1-r_п)^2}(r_{1п}-r_п)(U_m-U_м). \qquad (48)$$

Для $r_2<r_1$ приближенно

$$E_{q1<}=\frac{fq_1\cdot 2^3}{4\pi\varepsilon(r_1-r_п)^3}\left[\frac{r_1+r_п}{2}-r_2\right]=$$

$$=-4k_v fg\frac{r_{1п}-r_п}{(r_1-r_п)^3}\left[\frac{r_1+r_п}{2}-r_2\right](U_m-U_м). \qquad (49)$$

Соотношение (49) завышает значение $E_{q1<}$, однако это не столь существенно для расчета r_2. Следовательно: для $r_2<r_1$

$$\frac{dr_{2<}}{dt}=k\left|\frac{U_t}{r_2\ln\frac{2H}{r_п}}+\right.$$

$$+2k_v fg\left[\frac{U_t+U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)}{r_2-r_п}+\right.$$

$$\left.\left.+2\frac{r_{1п}-r_п}{(r_1-r_п)^3}\left[\frac{r_1+r_п}{2}-r_2\right](U_m-U_м)\right]\right|; \qquad (50)$$

для $r_2>r_1$

$$\frac{dr_{2>}}{dt}=k\left|\frac{U_t}{r_2\ln\frac{2H}{r_п}}+\right.$$

$$+2k_v fg\left[\frac{U_t+U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)}{r_2-r_п}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{r_{1п}-r_п}{(r_1-r_п)^2}(U_m-U_м)\right]\right|. \qquad (51)$$

Аналогично составляется уравнение движения фронта r_1 заряда q_1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для $r_2 < r_1$

$$\frac{dr_{1<}}{dt} = k\left[\frac{U_t}{r_1 \ln\frac{2H}{r_п}} + 2k_v fg\frac{r_{1п}-r_п}{(r_1-r_п)^2}(U_m-U_м)+E_{q21<}\right]. \quad (52)$$

Значение $E_{q21<}$ напряженности на фронте заряда q_1 от заряда q_2 будет равно

$$E_{q21<} = \frac{fq_2}{\pi\varepsilon\left[r_1-\frac{r_2+r_п}{2}\right]^2} = 2k_v fg\frac{r_2-r_п}{\left[r_1-\frac{r_2+r_п}{2}\right]^2}\left[U_t+U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)\right]. \quad (53)$$

Когда $r_2 > r_1$,

$$\frac{dr_1}{dt} = k\left[\frac{U_t}{r_1 \ln\frac{2H}{r_п}} + 2k_v fg\frac{r_{1п}-r_п}{(r_1-r_п)^2}(U_m-U_м)+E_{q21>}\right], \quad (54)$$

где

$$E_{q21>} = \frac{fq_2\cdot 2^3}{4\pi\varepsilon(r_2-r_п)^3}\left[r_1-\frac{r_2+r_п}{2}\right] = 4k_v fg\frac{r_1-\frac{r_2+r_п}{2}}{(r_2-r_п)^2}\left[U_t+U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_1-r_п}(U_m-U_м)\right]. \quad (55)$$

Решая соответствующие системы уравнений, можно определить значения r_1 и r_2. Можно также пойти по пути приближений. Если принять $r_1 = r_{1з2}$, то, так как r_1 меняется незначительно, достаточно будет решить уравнения (50) и (51). В этом случае, пренебрегая $r_п$, с применением теоремы о среднем можно получить для $r_2 < r_1$:

$$r_{2<}^2 = r_{21}^2 + 2k\left|\left[\frac{1}{\ln\frac{2H}{r_п}}+2k_v fg\right]\frac{U_m}{\omega}(\cos\omega t_{r21}-\cos\omega t) + 2k_v fg\left[U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_{1з2}-r_п}(U_m-U_м)+2\frac{r_{1п}-r_п}{(r_{1з2}-r_п)^3}\left[\frac{r_{1з2}+r_п}{2}-r_{2c}\right]\times r_{2c}\times(U_m-U_м)\right](t-t_{r21})\right|, \quad (56)$$

а для $r_2 > r_1$

$$r_{2>}^2 = r_{21}^2 + 2k\left|\left[\frac{1}{\ln\frac{2H}{r_п}}+2k_v fg\right]\frac{U_m}{\omega}(\cos\omega t_{r21}-\cos\omega t) + 2k_v fg\left[U_м-\frac{r_{1п}-r_п}{r_{1з2}-r_п}(U_m-U_м)-\frac{r_{1п}-r_п}{(r_{1з2}-r_п)^2}(U_m-U_м)\right](t-t_{r21})\right|, \quad (57)$$

где r_{21} — радиус фронта r_2 в момент t_{r21}, когда $r_2 = r_1$.

Зная q_2, можно определить средние потери мощности от короны во втором полупериоде напряжения.

После погасания короны заряд ранее коронировавшего провода определяется формулой (30). Учитывая соображения, высказанные при определении потерь мощности на корону в первом полупериоде, можно записать, что

$$P_2 = \frac{\omega}{\pi}\int_{\pi/2\omega}^{3\pi/2\omega} U_t\,dq_t = \frac{\omega}{\pi}\int_{t_{з2}}^{3\pi/2\omega} U_t\,d(q_2-q_{\Delta l}), \quad (58)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где q_2 и $q_{\Delta l}$ определяются формулами (44) и (30).

Тогда

$$P_2 = \frac{\omega}{\pi}\left[U_t(q_2 - q_{\Delta l})\Big|_{t_{з2}}^{3\pi/2\omega} - \int_{t_{з2}}^{3\pi/2\omega}(q_2 - q_{\Delta l})\,dU_t\right] =$$

$$= \omega\varepsilon k_v g\left[1 + \frac{r_{1п} - r_п}{r_{1з2} - r_п}\right] U_m(U_m - U_м)\left\{2(r_{2п} - r_п) - \right.$$

$$- \frac{\Delta l}{g \ln \frac{2H}{r_п}}\left[1 + \frac{U_м}{U_m} - \frac{r_{1п} - r_п}{r_{1з2} - r_п}\left[1 - \frac{U_м}{U_m}\right]\right] -$$

$$\left. - (r_{2с} - r_п)\left[1 - \frac{U_м}{U_m}\right]\left[1 + \frac{r_{1п} - r_п}{r_{1з2} - r_п}\right]\right\}. \quad (59)$$

Чтобы воспользоваться написанными формулами, необходимо знать величины g и fg. Можно ли их определить, не зная распределения объемных зарядов? Если сделать серию расчетов P_2 для различных значений g и fg при равномерном и неравномерном распределениях объемных зарядов, то можно получить такие параметры последних, при которых расчеты дают данные, совпадающие с экспериментальными. Такие расчеты были сделаны для опытов, результаты которых опубликованы в [2]. Оказалось, что расчетные и экспериментальные значения потерь мощности на корону совпадают при $\frac{r_1 - r_п}{r_0} = 4$ ($g = 0{,}6$ и $fg = 3$) для равномерного распределения объемного заряда по его длине. Это означает, что в сечении угол распространения заряда близок к 30°, что в масштабе соответствует рис. 7. Расчеты расширения объемного заряда вблизи его фронта подтверждают справедливость этого.

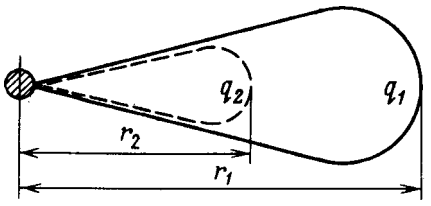


Рис. 7. Схема для расчета движения фронта объемного заряда во втором полупериоде

• **Вывод.** Разработанная методика позволяет оценивать характеристики коронирования точки на проводе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Попков В. И., Тамазов А. И.** Снижение потерь энергии на корону в линиях электропередачи при регулировании напряжения. — Электричество, 1975, № 11.

2. **Богданова Н. Б.** Начальные напряжения короны на проводах. — Электроэнергетика, 1963, вып. 7.

3. **Кравченко Е. В., Попков В. И., Тамазов А. И.** Корона переменного тока на одиночном проводе. — В сб.: Корона на проводах / ЭНИН, 1977, вып. 62.

[10.01.91]

Газоразрядная молниезащита объектов с диэлектрическим корпусом

АВРУЦКИЙ В. А., БИЗЯЕВ А. С., ГУЩИН И. А., ЛЕВИТОВА Л. В.

Одной из разновидностей газоразрядных молниезащитных устройств является секционированный молниеприемник (шина) [1]. Он состоит из диэлектрической полосы, на которой закреплены металлические электроды малого диаметра по пути безопасного отвода тока. Электроды отделены друг от друга небольшими промежутками. При приближении молнии к объекту эти промежутки пробиваются, создается газоразрядный путь отвода тока молнии. Размер металлических электродов должен составлять 1/8—1/10 длины несущей волны радиоаппаратуры. Расстояние между электродами должно быть возможно меньшим, чтобы снизить электрическую прочность молниеприем-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ника и улучшить его функциональные характеристики. Принимаются также меры для исключения коронирования и искрений электродов в электрическом поле грозовых облаков, так как эти процессы могут создать помехи в работе оборудования. Для этого используются полупроводящие покрытия с определенной проводимостью. Эти покрытия оказывают также и экранирующее действие, которое будет рассмотрено ниже.

Газоразрядные средства защиты должны быть устойчивы к тепловым и газодинамическим воздействиям канала молнии. Поэтому технология изготовления секционированных молниеприемников довольно сложна.

В [2] была рассмотрена возможность использования в качестве молниезащиты трековых молниеприемников, получаемых в результате электроискровой обработки поверхности некоторых диэлектрических материалов. Там же приводятся данные о характеристиках композиционных покрытий, состоящих из связующего и наполнителя в виде металлического порошка. Электрическая прочность таких систем лежит в пределах 10^4—10^5 В/м при времени воздействия электрического поля порядка сотен микросекунд. Погонное электрическое сопротивление их нелинейно и уменьшается от 10^6—10^8 Ом/м при малых напряженностях поля (меньше 10^3 В/м) до 10^4—10^5 Ом/м при напряженностях 10^4 В/м и более. Непосредственно перед разрядом это сопротивление может составлять 10^3—10^4 Ом/м. В [2] рассмотрены процессы срабатывания таких устройств в результате термоионизации газа вокруг нагреваемого проводника, приведены критерии термоионизационного вида разряда.

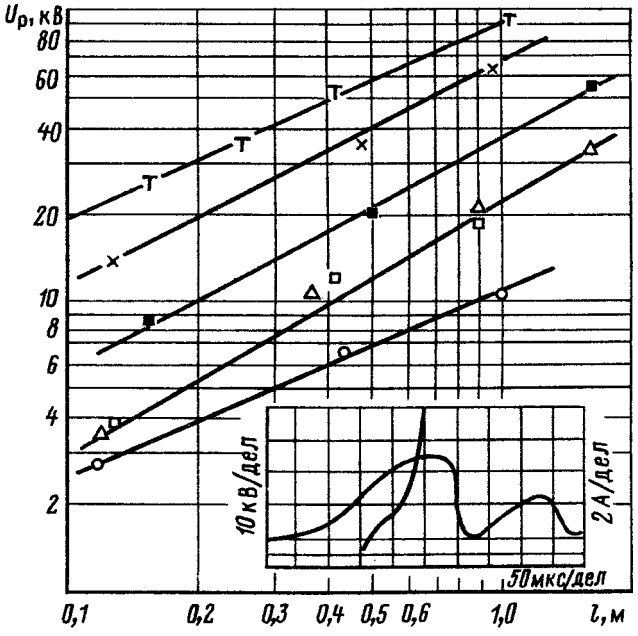


Рис. 1. Зависимости напряжения разряда вдоль молниезащитных покрытий при различных наполнителях от разрядной длины:

• — Cu, □ — бронза; Δ — Ni, □ — Al, X — Zn, T — трековая защита

На рис. 1 представлены разрядные характеристики рассматриваемых видов защиты — зависимости пробивного напряжения молниеприемников от их длины. Зависимости получены при воздействии на объекты импульса напряжения с длительностью фронта 500 мкс. Разряд происходил на фронте импульса. Разрядные характеристики описываются эмпирическим выражением

$$U_р = kl_0^{\varphi},$$

где k — эмпирический коэффициент (k = 10—100 кВ/м$^{\varphi}$); φ — показатель степени (φ = 0,75—0,78), l — длина молниеприемника (если l — в метрах, то $U_р$ — в кВ).

Ниже представлены результаты анализа взаимодействия молнии с объектами, оснащенными газоразрядными средствами молниезащиты. Такой анализ позволяет сформулировать некоторые требования к электрофизическим свойствам молниезащиты и к условиям ее исследований и испытаний.

Одним из последствий воздействия молнии на объекты с диэлектрическим корпусом является сквозной пробой стенки и последующее поражение оборудования, расположенного внутри него, током молнии. Возможно сильное повреждение и разрушение самого корпуса. Разрядные процессы начинаются еще в стадии приближения молнии к объекту, когда у объекта напряженность поля достигает значения, достаточного для возникновения встречного лидера от объекта к приближающемуся лидеру молнии. Именно на этой стадии возникает опасность развития встречного лидера от оборудования внутри корпуса и сквозного пробоя стенки. Для уменьшения этой опасности молниезащита должна выполнять две функции: снижать напряженность поля внутри корпуса (экранировать оборудование) и создавать путь разряда вдоль внешней поверхности для отвода тока молнии. Определим условия выполнения этих двух функций. Распределение напряженности электрического поля от зарядов лидера, движущегося к земле, имеет вид

$$E_{о.н} = q'/\{\pi\varepsilon_0[x/(x^2 - z^2)]\}, \qquad (1)$$

где x — координата лидера, отсчитываемая от земли; z — координата объекта; q' — погонный заряд лидера; $E_{о.н}$ — напряженность поля в точке z (у объекта).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

При движении лидера со скоростью v координата $x = x_0 - vt$ (x_0 — координата, соответствующая времени $t = 0$). Тогда для напряженности поля у наземных объектов ($z = 0$) можно записать

$$E_{\text{о.н}} = q'/(\pi\varepsilon_0 x) = q'/[\pi\varepsilon_0(x_0 - vt)]. \qquad (2)$$

Для летательных аппаратов при условии, что расстояние между лидером и объектом $y = x - z$ много меньше расстояния от земли до лидера ($x - z \ll x$), и с учетом того, что лидер движется, можно записать

$$E_0 = q'/(2\pi\varepsilon_0 y) = q'/[2\pi\varepsilon_0(y_0 - vt)], \qquad (3)$$

где y_0 — расстояние между лидером и объектом в начальный момент времени ($t = 0$).

Видно, что если расстояние от лидера до наземного объекта x равно расстоянию от лидера до летательного аппарата y, то напряженности поля у наземных объектов в 2 раза выше, чем у находящихся на высоте z над землей. На рис. 2 даны примеры зависимостей $E_{\text{о.н}}$ и E_0 от времени. Начальные расстояния до лидера приняты равными $x_0 = y_0 = 500$ м. Погонный заряд лидера $q' = 10^{-3}$ Кл/м, скорость движения лидера $v = 10^6$ м/с. При этих условиях и при $y_0 = 500$ м напряженность поля на объекте составляет (40—70) кВ/м, а при расстояниях от лидера до объекта 50 м напряженность поля достигает значений, достаточных для возникновения встречного лидера: (400—700) кВ/м. Срабатывание молниезащиты должно происходить в этом диапазоне расстояний.

Рассматриваемый вид молниезащиты обладает нелинейной проводимостью, и при возникновении электрического поля от зарядов приближающегося лидера по молниеприемнику протекают токи, выносящие навстречу лидеру заряд, который экранирует (снижает) электрическое поле внутри обтекателя. Этот эффект уменьшает вероятность возникновения встречного лидера от оборудования внутри объекта и, следовательно, сквозного пробоя стенки диэлектрического корпуса. Условия возникновения этого эффекта можно определить, решив дифференциальные уравнения для закона Ома при отсутствии полупроводящей защиты, т. е.

$$j_0 = \varepsilon_0 \frac{dE_0}{dt}, \qquad (4)$$

и при ее наличии, т. е.

$$j_з = \varepsilon_0 \frac{dE_з}{dt} + E_з/(R'S_э). \qquad (5)$$

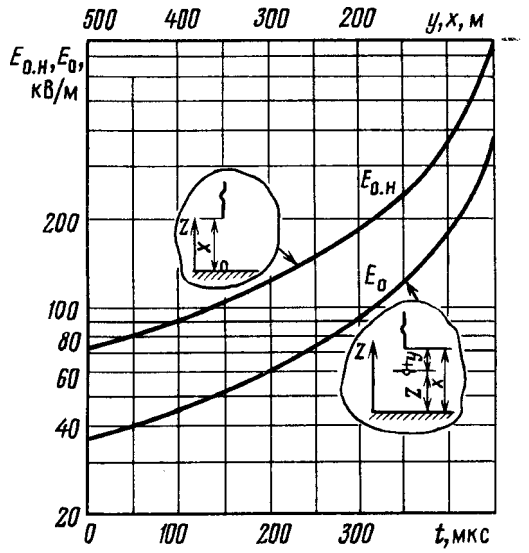


Рис. 2. Зависимости напряженности поля у объекта от времени

Здесь j_0 и $j_з$ — плотность тока смещения в объекте при отсутствии защиты и плотность тока смещения и проводимости в объекте при наличии защиты; E_0 и $E_з$ — напряженность электрического поля в объекте соответственно при отсутствии и наличии защиты; R' — погонное сопротивление молниезащитного покрытия; $S_э$ — эквивалентная площадь поперечного сечения обтекателя ($S_э = V_0/l_0$; V_0 и l_0 — объем и длина обтекателя).

Интерес представляет более простой вариант анализа при сильном экранировании, когда отношение $k_э = E_з/E_0 \ll 1$. В этом случае второе слагаемое в правой части выражения (5) значительно превосходит первое. С учетом этого и при условии, что лидер молнии является источником тока, т. е. $j_0 = j_з$, можно записать

$$\varepsilon_0 \frac{dE_0}{dt} \approx E_з/(R'/S_э). \qquad (6)$$

Из (6) при использовании (3) получим

$$E_з = q'vR'S_э/[2\pi(y_0 - vt)^2]. \qquad (7)$$

Тогда степень ослабления поля (экранирования защитным покрытием) будет равна

$$k_э = \varepsilon_0 vR'S_э(y_0 - vt). \qquad (8)$$

Как видно из (8), при приближении лидера к объекту (уменьшении расстояния $y_0 - vt$) коэффициент ослабления поля растет. Рассмотрим условия перед срабатыванием молниезащиты, когда напряженность электрического поля на объекте и

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

внутри него максимальна и равна разрядной. Преобразуя (8) в виде

$$y_0 - vt = \varepsilon_0 v R' S_э / k_э, \qquad (9)$$

используя выражение (7) и учитывая, что $E_з = E_р$, получим требование к молниезащите из условий достаточного экранирования перед ее срабатыванием:

$$E_р R'_р = k_э^2 q' / (2\pi\varepsilon_0^2 v S_э), \qquad (10)$$

где $E_р$ — напряженность электрического поля при разряде; $R'_р$ — предразрядное сопротивление молниезащиты.

Например, при $q' = 10^{-3}$ Кл/м, $v = 10^6$ м/с, $S_э = 1$ м^2 защита будет снижать напряженность поля в 5 раз, т. е. $k_э = 0{,}2$, если $E_р R'_р < 8 \cdot 10^{10}$ В·Ом/м^2. При $E_р = 5 \cdot 10^5$ В/м предразрядное сопротивление $R'_р$ должно быть менее $1{,}3 \cdot 10^6$ Ом/м. При этом расстояние до лидера, при котором должна срабатывать защита, составляет более 50 м. Для наземных объектов правые части выражений (7), (9) должны быть умножены на 2, а расстояние до лидера, при котором должна срабатывать защита, составит более 100 м. Следует отметить, что для повышения эффективности молниезащиты необходимо стремиться к уменьшению $E_р$ и увеличению ее предпробивного сопротивления $R'_р$ (снижению предразрядного тока). Тогда срабатывание защиты будет происходить на более ранних стадиях — на больших расстояниях от объекта до лидера. Представленные здесь типы молниезащиты обладают достаточно низкими разрядными напряженностями — $E_р = 2 \cdot 10^4$—10^5 В/м, однако их предразрядные сопротивления также низки: $R'_р = 10^3$—10^4 Ом/м. Для их срабатывания необходимы большие предразрядные токи — от единиц до десятков ампер. Анализ показывает, что их срабатывание должно происходить на расстояниях, меньших 50—100 м, уже в стадии появления встречных лидеров, но экранирующее действие такой защиты достаточно, чтобы обеспечить начало встречного лидера от поверхности объекта (молниезащиты), а не от оборудования внутри него. Например, при $R'_р E_р \approx 10^8$ В·Ом/м^2, согласно (10) коэффициент ослабления поля перед срабатыванием защиты должен быть ниже $k_э < 10^{-2}$. В этом случае рост напряженности поля на защите от $0{,}1E_р$ до $E_р$ должен происходить примерно за 100 мкс.

Кроме условий экранирования и надежного срабатывания к молниезащите предъявляются требования радиопрозрачности — сохранения диэлектрических свойств. Это требование должно соблюдаться в нормальных условиях, т. е. при сравнительно малых напряженностях электрического поля, в отсутствие разрядов молнии. Если глубина проникновения электромагнитного поля несущей волны радиоаппаратуры превышает толщину слоя проводящего молниезащитного покрытия примерно в 3 раза, то это условие можно считать выполненным. Условие радиопрозрачности определяется следующим выражением

$$\rho_0 > 10\pi f \mu_0 \delta^2, \qquad (11)$$

где ρ_0 — объемное сопротивление молниезащиты; δ — толщина проводящего слоя; f — несущая частота радиоволны.

Для миллиметровых радиоволн удельное сопротивление покрытий должно превышать 0,05 Ом·м. Не всякое покрытие обладает столь высоким удельным сопротивлением. Например, покрытия с наполнителем в виде порошка из меди или никеля имеют удельное сопротивление ниже 10^{-2}—10^{-3} Ом·м при напряженностях поля 1 кВ/м. Однако можно подобрать такой состав покрытия, чтобы оно обладало необходимой проводимостью. На рис. 1 представлен пример осциллограмм тока и напряжения, полученных на таком молниезащитном покрытии шириной 0,007 м, длиной 0,9 м и толщиной 10^{-4} м. До напряженности поля 10—15 кВ/м тока на уровне 0,01 А не наблюдается, что соответствует $\rho_0 > 1$ Ом·м. Предпробивное погонное сопротивление при напряженностях 20—25 кВ/м составляет $(3$—$5) \cdot 10^3$ Ом/м. Эти характеристики вполне удовлетворяют как условию радиопрозрачности (11), так и условию экранирования (10). Таким образом, проведенный анализ воздействия поля лидера и функционирования молниезащиты позволяют сформулировать ряд требований к методике исследований и испытаний объектов, оснащенных такой защитой.

1. Внешнее поле на объекте перед разрядом должно быть слабонеоднородным и изменяться во времени за несколько сотен микросекунд. Срабатывание защиты должно происходить на фронте импульса напряжения, создающего это поле.

2. Электрическое поле может создаваться электродными системами стержень—плоскость и плоскость—плоскость. В первом случае расстояние между электродами должно быть достаточно большим (5—10 размеров объекта), чтобы обеспечить слабую неоднородность поля у объекта, и напряжение пробоя таких промежутков не всегда достижимо. При использовании системы электродов

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

плоскость—плоскость возможно снижение требуемого для исследований и испытаний напряжения. Однако следует обеспечить достаточное расстояние между высоковольтным плоским электродом и объектом, чтобы область усиления поля вблизи объекта была меньше, чем это расстояние. Например, для объекта в форме полуэллипсоида вращения область усиления поля составляет 0,1—0,5 от аксиального размера объекта при отношениях радиуса основания к аксиальному размеру объекта, соответственно равных 0,1—0,5. На расстояниях, больших указанных, усиление поля не превосходит 10—20 % напряженности внешнего поля.

3. Установки для исследований и испытаний объектов с газоразрядной молниезащитой должны обладать сравнительно малым внутренним сопротивлением. Предразрядное сопротивление газоразрядной молниезащиты может иметь значение 10^3 Ом и менее. Внутреннее сопротивление генераторов импульсов напряжения должно быть на порядок меньше (менее 10^2 Ом). По этой причине для испытаний и исследований рассматриваемых объектов неприемлемы генераторы коммутационных импульсов напряжения, выполненные по схеме Маркса (их внутреннее сопротивление лежит в пределах 10^4—10^5 Ом). После разряда на объект с сопротивлением 10^4 Ом напряжение на выходе генератора может снижаться довольно существенно. При этом появляется эффект ложного несрабатывания молниезащиты.

4. Использование генераторов грозовых импульсов с длительностью фронта/импульса 1,2/50 мкс для испытаний рассматриваемых объектов также некорректно. Крутизна нарастания напряжений и напряженностей поля на объекте при использовании таких генераторов более, чем на 2 порядка, превышает реальные значения. При этом токи смещения $\varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$ — возрастают настолько, что активный ток в защитном покрытии $E_з/(R'S_э)$ становится мал по сравнению с ними. Вид выражений (4), (5) становится одинаков, и защита перестает обладать экранирующим действием. Появляется вероятность развития встречного лидера от оборудования внутри корпуса и сквозного пробоя стенки обтекателя. При таких условиях для срабатывания защиты приходится необоснованно занижать предразрядное сопротивление защиты и ухудшать ее характеристики радиопрозрачности.

5. Для испытаний и исследований газоразрядных средств молниезащиты рекомендуется использовать генераторы, выполненные по схеме Фитча, где используется принцип реверсирования напряжения в активных ступенях. Они полностью удовлетворяют указанным выше требованиям — позволяют получать импульсы напряжения с нужным фронтом (несколько сотен микросекунд) и послеразрядные токи от лидерных (килоамперы) до импульсных (сотни килоампер). Такие генераторы могут имитировать предлидерную, лидерную и импульсную стадии молнии.

Таким образом, проведенный анализ позволил сформулировать требования к параметрам газоразрядных средств молниезащиты и рекомендовать методы и средства их испытаний и исследований. Рассматриваемая газоразрядная молниезащита, пожалуй, является не единственной, к которой сформулированные требования и рекомендации применимы.

Результаты проведенного анализа и его выводы могут быть использованы при разработках и совершенствовании норм и методов испытаний оборудования на молниестойкость с учетом действия предлидерной и лидерной составляющих молнии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **US Patent** No. 4796153. Lightning divorcion strip for aircraft / Amason et al., 1989.

2. **Dielectric** radomes lightning protection means / V. A. Avrutsky, A. S. Bizyaev, V. P. Larionov, et al.- 20-th Int. Conf. on Lightn. Protection, 1990, pp. 1-3.

[13.12.91]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Интенсивность отказов электрооборудования, прошедшего ремонт

ВОЛОДАРСКИЙ В. А.

Известно, что интенсивность отказов (ИО) электрооборудования (ЭО) нельзя принимать постоянной априори, поскольку для кривой зависимости ИО от времени в общем случае можно различать период приработки (снижение ИО), период нормальной работы (слабо меняющаяся ИО) и период старения и износа (рост ИО) [1, 2]. Отказы в период приработки большей частью являются результатом дефектов производства и плохого технического контроля качества. Их число резко сокращается при стабилизации производства и отработке ЭО, а также при внедрении технологического прогона и других мероприятий. При отказах в период приработки отдельного ЭО его часто заменяют аналогичным, но более высококачественным.

Для предупреждения отказов, связанных с износом и старением ЭО, в процессе его эксплуатации проводятся профилактические ремонты и замены. При этом безотказность ЭО за счет снижения ИО существенно повышается. Так как распределение наработки на отказ не подчиняется экспоненциальному закону, представляется целесообразным использовать среднюю ИО за некоторое заданное время, например, за период предупредительного ремонта (ПР) или предупредительной замены (ПЗ). Если принять полученное среднее значение ИО практически постоянным, то можно использовать допущение об экспоненциальном распределении наработки на отказ ремонтируемого ЭО.

В [2, 3] рассмотрен случай проведения идеального ПР, при котором происходит полное восстановление первоначальной безотказности ЭО. Последнее возможно только при замене ЭО на новое. При проведении ПЗ с периодичностью τ интенсивность $\lambda(t)$ отказов, связанных с износом и старением ЭО, изменяется от нуля до $\lambda(\tau)$ (рис. 1). При этом изменяется распределение наработки на отказ, поскольку кривая ИО заменяется на пилообразную с размахом от нуля до $\lambda(\tau)$. Среднее значение интенсивности отказов $\bar{\lambda}$ (пунктир на рис. 1) при проведении ПЗ определяется согласно [2, 3] из выражения

$$\bar{\lambda} = \tau^{-1} \int_0^{\tau} \lambda(t)\,dt = -\ln P(\tau)\tau^{-1}, \qquad (1)$$

где $P(\tau)$ — вероятность безотказной работы ЭО при наработке τ.

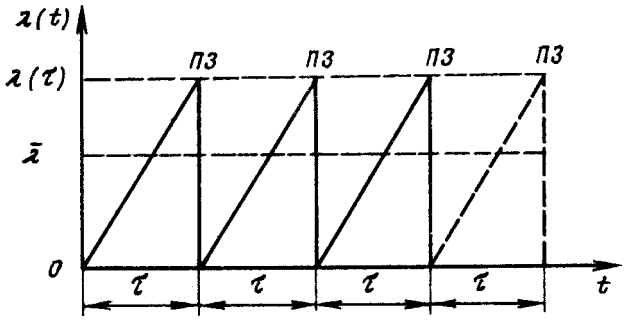


Рис. 1. Изменение интенсивности отказов при предупредительных заменах электрооборудования

На практике как правило ЭО не заменяют, а ремонтируют. При этом не происходит полного восстановления безотказности ЭО. Для учета степени восстановления безотказности предлагается [4] использовать параметр $a > 0$, означающий "возраст" ЭО после проведения ПР. Значение параметра a определяется объемом работ по замене или восстановлению составных частей ЭО при проведении ПР.

В общем случае для восстановления безотказности после проведения n ремонтов осуществляется замена ЭО на новое. Характер изменения интенсивности отказов, связанных с износом и старением ЭО, представлен на рис. 2. После проведения ПР с периодичностью τ ИО снижается до значения $\lambda(a)$, а после проведения ПЗ с периодичностью τ_p — до нуля. ИО в момент проведения ПР и ПЗ составляет $\lambda(\tau + a)$. Таким образом, кривая ИО заменяется на пилообразную с размахом от $\lambda(a)$ до $\lambda(\tau + a)$ при проведении ПР и от нуля до $\lambda(\tau + a)$ при проведении ПЗ. С уменьшением периодичности ПР максимумы пилообразной кривой ИО приближаются к прямой $\lambda(a)$.

В статье предложены выражения для определения средней интенсивности отказов ремонтируемого электрооборудования с учетом степени восстановления безотказности и приведены результаты исследований зависимости средней ИО от количества и периодичности ПР, степени восстановления безотказности и коэффициента вариации распределений, используемых для описания процессов старения и износа электрооборудования.

Средняя интенсивность отказов $\bar{\lambda}$, отмеченная на рис. 2 пунктирной линией, на интервале $0 - \tau_p$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

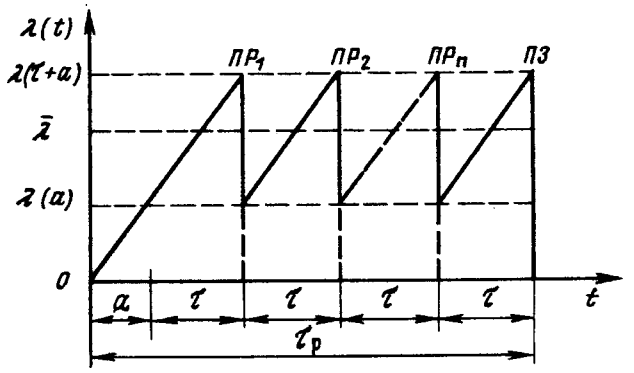


Рис. 2. Изменение интенсивности отказов при предупредительных ремонтах и замене электрооборудования

определяется из выражения:

$$\bar{\lambda} = \tau_p^{-1} \int_0^{\tau_p} \lambda(t)dt, \qquad (2)$$

где $\int_0^{\tau_p} \lambda(t)dt = \int_0^{a} \lambda(t)dt + (n+1)\int_a^{\tau+a} \lambda(t)dt =$ $= n \ln P(a) - (n+1)\ln P(\tau + a)$; $P(a)$ и $P(\tau + a)$ - вероятности безотказной работы соответственно при наработке a и $\tau + a$.

Подставляя значение $\int_0^{\tau_p} \lambda(t)dt$ в выражение (2) и учитывая, что $\tau_p = a + (n+1)\tau$ (см. рис. 2), получим

$$\bar{\lambda} = [n \ln P(a) - (n+1)\ln P(\tau + a)] \times$$
$$\times [a + (n+1)\tau]^{-1}. \qquad (3)$$

Рассмотрим два частных случая:

а) $n = 0$, когда проводятся только ПЗ и $a = 0$, из (3) получим уравнение (1);

б) при $n \to \infty$, когда проводятся только ПР, после раскрытия неопределенности получим

$$\bar{\lambda} = [\ln P(a) - \ln P(\tau + a)]\tau^{-1}. \qquad (4)$$

Для описания отказов, связанных с износом и старением ЭО, как правило используются нормальное распределение, распределение Вейбулла и гамма-распределение [1, 2, 5]. Кроме того, в случае неполноты исходной информации целесообразно использовать распределение косинуса [5].

В случае, когда отказы ЭО описываются распределением Вейбулла, выражение (3) с учетом результатов, полученных в [5], имеет вид

$$\bar{\lambda} = [(n+1)((\tau + a)k_b / T)^b - n(ak_b / T)^b] \times$$
$$\times [a + (n+1)\tau]^{-1}, \qquad (5)$$

где T — наработка ЭО на отказ; b — параметр формы распределения Вейбулла; $k_b = \Gamma(1 + 1/b)$; Γ — гамма-функция.

В случае, когда отказы ЭО описываются гамма-распределением, выражение (3) с учетом результатов, полученных в [5], имеет вид

$$\bar{\lambda} = \left\{ n \left[-ma/T + \ln \left[\sum_0^{m-1} (ma/T)^i / i! \right] \right] - \right.$$
$$- (n+1) \left[-m(\tau + a)/T + \right.$$
$$\left. \left. + \ln \left[\sum_0^{m-1} (m(\tau + a)/T)^i / i! \right] \right] \right\} \times$$
$$\times [a + (n+1)\tau]^{-1}, \qquad (6)$$

где m — параметр формы гамма-распределения.

В случае, когда отказы ЭО описываются распределением косинуса, выражение (3) с учетом результатов, полученных в [5], имеет вид

$$\bar{\lambda} = [n \ln \cos(a/T) - (n+1)\ln \cos((\tau + a/T)] \times$$
$$\times [a + (n+1)/\tau]^{-1}. \qquad (7)$$

В случае, когда отказы ЭО описываются нормальным распределением, значение $\bar{\lambda}$ может быть определено из выражения (3) с применением таблиц.

С помощью выражений (5), (6) и (7) были проведены исследования зависимости средней

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

интенсивности отказов от количества и периодичности ПР, степени восстановления безотказности и коэффициента вариации распределений, используемых для описания процессов старения и износа электрооборудования. Установлено, что с уменьшением количества ПР до замены ЭО значение $\bar{\lambda}$ снижается. Например, в случае распределения Вейбулла при $b = 4$, $T = 1000$ ч; $a = 50$ ч, $\tau = 200$ ч: при $n \to 0$ $\bar{\lambda} = 0{,}131 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; при $n = 3$ $\bar{\lambda} = 0{,}124 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; при $n = 0$ $\bar{\lambda} = 0{,}054 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. При уменьшении периодичности ПР значение $\bar{\lambda}$ снижается, и при $\tau \to 0$ $\bar{\lambda} \to \lambda\,(a)$. Например, в случае распределения Вейбулла при $b = 4$, $T = 1000$ ч, $a = 50$ ч, $n = 3$: при $\tau = 200$ ч $\bar{\lambda} = 0{,}124 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, а при $\tau = 100$ ч $\bar{\lambda} = 0{,}030 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

При уменьшении параметра a (увеличении степени восстановления безотказности) значение $\bar{\lambda}$ снижается, а при $a \to 0$ значение $\bar{\lambda}$ определяется только периодичностью ПЗ. Например, в случае распределения Вейбулла при $b = 2$, $T = 1000$ ч, $\tau = 200$ ч, $n = 3$: при $a = 100$ ч $\bar{\lambda} = 0{,}288 \times 10^{-3}$ 1/ч, а при $a = 50$ ч $\bar{\lambda} = 0{,}224 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Таким образом, уменьшая периодичность или количество ПР до замены ЭО или увеличивая степень восстановления безотказности (путем расширения объема работ по замене или восстановлению составных частей ЭО при проведении ПР), можно обеспечить практически любое заданное значение средней интенсивности отказов ЭО.

С уменьшением коэффициента вариации V (с ростом параметров b и m) значение $\bar{\lambda}$ снижается, и при $V \to 0$ $\bar{\lambda} \to 0$. Например, в случае распределения Вейбулла при $T = 1000$ ч, $a = 50$ ч, $\tau = 200$ ч, $n = 1$: при $b = 2$, $\bar{\lambda} = 0{,}214 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, а при $b = 4$ $\bar{\lambda} = 0{,}117 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Это означает, что для ЭО с более явно выраженными процессами старения и износа повышается эффективность проведения предупредительного ремонта.

• **Выводы**. 1. Для определения средней интенсивности отказов, связанных с износом и старением, целесообразно использовать предложенные выражения, учитывающие степень восстановления безотказности при проведении предупредительного ремонта электрооборудования.

2. Для электрооборудования с более явно выраженными процессами старения и износа эффективность проведения предупредительного ремонта повышается, поскольку при прочих равных условиях для электрооборудования, имеющего распределение наработки на отказ с меньшим значением коэффициента вариации, средняя интенсивность отказов ниже.

3. Значение средней интенсивности отказов с уменьшением периодичности и количества ПР до замены электрооборудования снижается, а с уменьшением степени восстановления безопасности возрастает.

4. Варьируя периодичность и количество предупредительных ремонтов электрооборудования или степень восстановления безотказности, можно обеспечить практически любое заданное значение средней интенсивности отказов, связанных с износом и старением электрооборудования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фокин Ю. А., Туфанов В. А.** Оценка надежности системы электроснабжения.— М.: Энергоиздат, 1981.

2. **Гук Ю. Б.** Анализ надежности электроэнергетических установок.— Л.: Энергоатомиздат, 1988.

3. **Эндрени Дж.** Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

4. **Володарский В. А.** Математические модели оптимизации периодичности плановых ремонтов электрооборудования с учетом глубины восстановления.— Электротехническая промышленность. Сер. Общеотраслевые вопросы, 1983, вып. II.

5. **Володарский В. А.** Определение показателей надежности электрооборудования при неопределенности исходной информации.— Электричество, 1987, № 3.

[18.11.91]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Исследование процессов в бесконтактных регулируемых асинхронных двигателях

ШЛАХТЫНА Е. Г., ПОКЛОНОВ С. В., ПОЛЮГА Л. Н., РЯБОВ В. Н.

ВНИИэлектромаш

В настоящее время возникает все большая потребность создания и внедрения мощных регулируемых электроприводов на основе синхронных и асинхронных машин и тиристорных преобразователей. Применительно к механизмам с малым диапазоном регулирования частоты вращения (30—40 % синхронной) наиболее целесообразным является использование системы с асинхронной регулируемой машиной и непосредственным преобразователем частоты как оптимального варианта с точки зрения массо-габаритных и стоимостных показателей. Применение электромеханической системы такого типа позволяет улучшить качество технологического процесса, повысить экономичность и энергосбережение производственных комплексов.

Необходимым условием проектирования таких электромашинно-вентильных систем (ЭМВС) является всестороннее исследование электромагнитных и электромеханических процессов, протекающих в них. Это позволяет произвести более обоснованный выбор основных элементов ЭМВС, как силовой части, так и параметров систем регулирования, уточнить степень загрузки двигателей, тиристорного устройства, трансформаторно-реакторного оборудования, находящихся в тесной взаимосвязи.

Получение адекватной информации о поведении регулируемых электроприводов в различных режимах работы возможно с помощью экспериментальных исследований и путем математического моделирования. Полное математическое моделирование является наиболее универсальным методом исследования ЭМВС, более приемлемым с точки зрения экономичности в сравнении с методом физического макетирования. В его основу согласно [1] положен модульный принцип, позволяющий использовать при разработке математической модели объекта исследования созданные ранее математические модели структурных элементов и сократить этап программной реализации и проектирования системы.

Рассмотрим в качестве объекта исследования ЭМВС, электрическая схема которой изображена на рис. 1. Она состоит из следующих структурных элементов: асинхронных машин *АМ1*, *АМ2*, непосредственных преобразователей частоты *НПЧ1*, *НПЧ2*, электрической сети *ЭС1* и трансформаторов *ЭС2*, *ЭС3*. Модель каждого структурного элемента представлена совокупностью внешних и внутренних уравнений.

Внешние уравнения в методе узловых потенциалов имеют для всех структурных элементов вид

$$p\vec{i}_{эj} + \check{\Gamma}_{эj}\vec{\varphi}_{эj} + \vec{C}_{эj} = 0, \qquad (1)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования по времени; $\vec{i}_{эj} = (i_{j,1}, \ldots, i_{j,n})^t$, $\vec{\varphi}_{эj} = (\varphi_{j,1}, \ldots, \varphi_{j,n})^t$ — векторы токов внешних ветвей и потенциалы внешних узлов каждого j-го электрического многополюсника, представляющих собой структурные элементы ЭМВС; $\check{\Gamma}_{эj}$, $\vec{C}_{эj}$ — матрица коэффициентов $(n \times n)$ и вектор свободных членов размерности n, определяемые параметрами структурного элемента; n — число полюсов j-го электрического многополюсника, т. е. точек подсоединения этого многополюсника в систему; $j = 1, \ldots, 7$ — номера

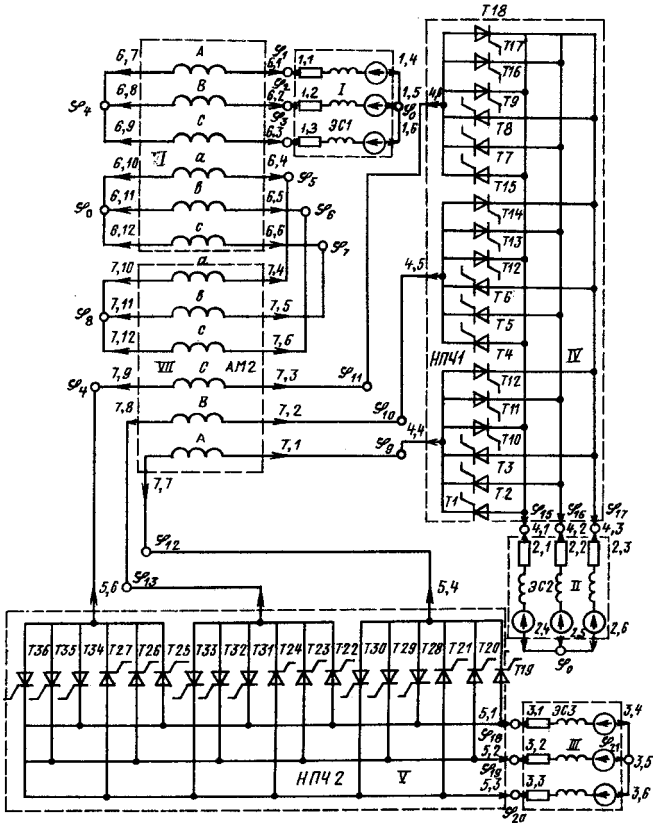


Рис. 1. Электрическая схема ЭМВС на основе бесконтактного регулируемого асинхронного двигателя

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

структурных элементов в ЭМВС "*ЭС1 – ЭС2 –ЭС3 – НПЧ1 – НПЧ2 – АМ1 – АМ2*".

Вид внутренних уравнений каждого структурного элемента определяется его внутренними связями.

Модель *ЭМВС* состоит из уравнений структурных элементов *ЭС1*, *ЭС2*, *ЭС3*, *АМ1*, *АМ2*, *НПЧ1*, *НПЧ2* и узловых уравнений электрического равновесия системы

$$\check{\Gamma}_c \vec{\varphi}_c + \vec{C}_c = 0, \qquad (2)$$

где

$$\check{\Gamma}_c = \sum_{j=1}^{7} \check{\Pi}_j \check{\Gamma}_{эj} \check{\Pi}_{\varphi j};$$

$$\vec{C}_c = \sum_{j=1}^{7} \check{\Pi}_j \vec{C}_{эj}. \qquad (3)$$

Здесь $\check{\Pi}_j$ — матрица соединения j-го структурного элемента в *ЭМВС*; $\check{\Pi}_{\varphi j}$ — матрица, транспонированная по отношению к $\check{\Pi}_j$; $\vec{\varphi}_c$ — вектор потенциалов независимых узлов — точек соединений структурных элементов в *ЭМВС*.

Векторы $\vec{\varphi}_{эj}$ и $\vec{\varphi}_c$ связаны соотношением

$$\vec{\varphi}_{эj} = \check{\Pi}_{\varphi j} \vec{\varphi}_c. \qquad (4)$$

Применительно к схеме (рис. 1) обозначим структурные элементы системы следующими индексами: электрическую сеть и трансформаторы — 1, 2, 3; непосредственные преобразователи частоты — 4, 5; электрические машины — 6, 7, соответственно.

Матрица соединения структурного элемента *ЭС1* в *ЭМВС* и вектор $\vec{\varphi}_c$ имеют вид:

$$\check{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{6}{c}{\dots\dots} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad (5)$$

$$\vec{\varphi}_c = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{21})_t.$$

Число столбцов матрицы равно числу внешних ветвей многополюсника, а число строк — числу независимых узлов системы. Расположение единицы обозначает присоединение соответствующей ветви структурного элемента к узлу системы.

В программной реализации матрицы представляются номерами тех элементов, которые являются единицами. Элементы массива, соответствующего этим матрицам, определяются по формуле $(l-1)N_1 + k$, где l и k — номера строки и столбца матрицы $\check{\Pi}_j$ $(j = 1, \dots, 7)$, конкретизирующие расположение рассматриваемого элемента; N_1 — число столбцов матрицы. Так $\check{\Pi}_1$ представляется массивом чисел 1, 8, 15; $\check{\Pi}_2$ — 85, 92, 93; $\check{\Pi}_3$ — 103, 110, 117, 121, 125, 126; $\check{\Pi}_4$ — 52, 85, 92, 99; $\check{\Pi}_5$ — 70, 77, 84, 103, 110, 117; $\check{\Pi}_6$ — 1,14, 27, 43, 44, 45, 52, 65, 78; $\check{\Pi}_7$ — 52, 66, 77, 94, 95, 96, 97, 110, 123, 133, 152, 165.

Рассмотрим содержание переменных и коэффициентов уравнений (1) и (2) применительно к схеме рис. 1.

Электрическую сеть (*ЭС1*) представим системой электродвижущих ЭДС e с включенными в каждой фазе активно-индуктивными R, L сопротивлениями. При обозначениях, показанных на схеме (рис. 1), с учетом того, что векторы токов и узлов внешних ветвей структурных элементов обозначены только цифрами над соответствующей стрелкой на рис. 1, имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{i}_{э1} = (i_{1,1}, \dots, i_{1,6})_t; \ \vec{\varphi}_{э1} = (\varphi_{1,1}, \dots, \varphi_{1,6})_t; \\ &\check{\Gamma}_{э1} = \begin{bmatrix} \check{L}_1^{-1} & -\check{L}_1^{-1} \\ -\check{L}_1^{-1} & \check{L}_1^{-1} \end{bmatrix}; \ \vec{C}_{э1} = \begin{bmatrix} \check{L}_1^{-1} \\ -\check{L}_1^{-1} \end{bmatrix} \times \\ &\times (R_{s1} i_{s1} - e_{s1}), \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где $\check{L}_1 = \mathrm{diag}\,(L_A, L_B, L_C)$; $\vec{e}_{s1} = (e_A, e_B, e_C)$; $\vec{i}_{s1} = (i_A, i_B, i_C)_t$; $\check{R}_{s1} = \mathrm{diag}\,(R_A, R_B, R_C)$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Индексы A, B, C обозначают принадлежность величины соответствующей фазе. Поскольку сеть представлена электрической цепью, не имеющей внутренних соединений, то внутренние уравнения этого структурного элемента отсутствуют.

Вектор интегрирования для сети имеет вид $\vec{p\varphi}_1 = (pi_A, pi_B, pi_C)_t$, а вектор интегральных переменных $\vec{\varphi}_1 = (i_A, i_B, i_C)_t$. Исходной информацией для данного структурного элемента являются индуктивности, активные сопротивления, ЭДС фаз сети и начальные значения вектора интегральных переменных.

Для непосредственного преобразователя частоты (*НПЧ1*) согласно [1] $\vec{i}_{э4} = (i_{4,1}, ..., i_{4,6})$; $\vec{\varphi}_{э4} = (\varphi_{4,1}, ..., \varphi_{4,6})_t$;

$$\check{\Gamma}_{э4} = \begin{bmatrix} \check{\Gamma}_{ИИ} & \check{\Gamma}_{ИП} \\ \check{\Gamma}_{ПИ} & \check{\Gamma}_{ПП} \end{bmatrix}; \vec{C}_{э4} = \begin{bmatrix} \vec{C}_{И} \\ \vec{C}_{П} \end{bmatrix}. \qquad (7)$$

Входящие в матрицу $\Gamma_{И}$ и вектор $C_{И}$ элементы имеют следующее содержание:

$$\check{\Gamma}_{ИИ} = \mathrm{diag}\left[\sum_{j=1}^{6} G_{3_j-2}, \sum_{j=1}^{6} G_{3_j-1}, \sum_{j=1}^{6} G_{3_j}\right];$$

$$\check{\Gamma}_{ПП} = \mathrm{diag}\left[\sum_{j=1}^{3} G_j + \sum_{j=10}^{12} G_j, \sum_{j=4}^{6} G_j + \sum_{j=13}^{15} G_j, \sum_{j=7}^{9} G_j + \sum_{j=16}^{18} G_j\right];$$

$$\check{\Gamma}_{ИП} = -\begin{array}{|c|c|c|} \hline G_1+G_{10} & G_4+G_{13} & G_7+G_{16} \\ \hline G_2+G_{11} & G_5+G_{14} & G_8+G_{17} \\ \hline G_3+G_{12} & G_6+G_{15} & G_9+G_{18} \\ \hline \end{array};$$

$\check{\Gamma}_{ПИ}$ — матрица, транспонированная по отношению к $\Gamma_{ИП}$;

$$\vec{C}_{И} = \begin{array}{|c|} \hline -\sum_{j=1}^{3} G_{3_j-2} r_{3_j-2} i_{t(3_j-2)} + \sum_{j=4}^{6} G_{3_j-2} r_{3_j-2} i_{t(3_j-2)} \\ \hline -\sum_{j=1}^{3} G_{3_j-1} r_{3_j-1} i_{t(3_j-1)} + \sum_{j=4}^{6} G_{3_j-1} r_{3_j-1} i_{t(3_j-1)} \\ \hline -\sum_{j=1}^{3} G_{3_j} r_{3_j} i_{t(3_j)} + \sum_{j=4}^{6} G_{3_j} r_{3_j} i_{t(3_j)} \\ \hline \end{array}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$C_{\text{П}} = \begin{array}{|c|}\hline \sum_{j=1}^{3} G_j r_j i_{tj} - \sum_{j=10}^{12} G_j r_j i_{tj} \\ \hline \sum_{j=4}^{6} G_j r_j i_{tj} - \sum_{j=13}^{15} G_j r_j i_{tj} \\ \hline \sum_{j=7}^{9} G_j r_j i_{tj} - \sum_{j=16}^{18} G_j r_j i_{tj} \\ \hline \end{array}$$

В (8) r_j, $G_j = 1/L_j$, i_{tj} $(j = 1, ..., 18)$ обозначают активные сопротивления и обратные индуктивности, моделирующие тиристоры, и токи, протекающие в них. Величины r_j, L_j являются функциями режима работы трансформаторов.

Вектор интегрирования *НПЧ1* имеет вид $\vec{y}_4 = (i_{t1}, ..., i_{t18})_t$.

Для асинхронного двигателя (*АМ1*) в соответствии с рис. 1, где буквами *A*, *B*, *C*, *a*, *b*, *c* обозначены фазы статора и ротора, имеем:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{i}_{\text{э6}} = (i_{6,1}, ..., i_{6,12})_t;\ \vec{\varphi}_{\text{э6}} = (\varphi_{6,1}, ..., \varphi_{6,12})_t; \\ \check{\Gamma}_6 = \begin{bmatrix} \check{L}_6^{-1} & -\check{L}_6^{-1} \\ -\check{L}_6^{-1} & \check{L}_6^{-1} \end{bmatrix};\ C_6 = \begin{bmatrix} \check{L}_6^{-1} \\ -\check{L}_6^{-1} \end{bmatrix} \vec{E}_{\text{д1}}, \end{array}\right\} \quad (9)$$

где

$$\vec{E}_{\text{д1}} = p_{\text{0д1}} \vec{\psi}^{\gamma}_{\text{д1}} \omega_{R\text{д1}} + \check{R}_{\text{д1}} \vec{i}_{\text{д1}}, \quad (10)$$

L_6 — матрица индуктивностей асинхронного двигателя в фазных координатах, представлена в [3] с соответствующим индексом;

$$\vec{\psi}^{\gamma}_{\text{д1}} = \check{L}^{\gamma}_6 \vec{i}_{\text{д1}} - \quad (11)$$

вектор производных потокосцеплений обмоток по углу $\gamma_{\text{д1}}$, равный произведению матрицы $\check{L}_6$ по этому же углу на

$$\vec{i}_{\text{д1}} = (i_{A\text{д1}}, i_{B\text{д1}}, i_{C\text{д1}}, i_{a\text{д1}}, i_{b\text{д1}}, i_{c\text{д1}})_t - \quad (12)$$

вектор токов двигателя;

$$R_{\text{д1}} = \text{diag}\,(r_{A\text{д1}}, r_{B\text{д1}}, r_{C\text{д1}}, r_{a\text{д1}}, r_{b\text{д1}}, r_{c\text{д1}}) - \quad (13)$$

диагональная матрица активных сопротивлений обмоток электрической машины; $p_{0\text{д1}}$, $\omega_{R\text{д1}}$ — число пар полюсов и угловая скорость ротора, соответственно.

Вектор интегрирования асинхронного двигателя

$$\vec{py}_6 = (\vec{pi}_{\text{д1}}, p\gamma_{\text{д1}}, p\omega_{R\text{д1}})_t. \quad (14)$$

Элементы этого вектора $p\omega_{R\text{д1}}$ и $p\gamma_{\text{д1}}$ определяются по формулам

$$p\omega_{R\text{д1}} = (M_{\text{д1}} - M_{\text{н}})/J_{\text{д1}};\ p\gamma_{\text{д1}} = \omega_{R\text{д1}}, \quad (15)$$

где $J_{\text{д1}}$ — момент инерции ротора, $M_{\text{н}}$ — момент, приложенный к валу ротора с внешней стороны; $M_{\text{д1}}$ — электромагнитный момент, являющийся функцией токов и угла $\gamma_{\text{д1}}$.

Исходной информацией для работы модели асинхронного двигателя являются численные значения индуктивностей, активных сопротивлений, коэффициента приведения обмотки ротора к статору, момент инерции маховых масс вращающихся частей ротора и начальные значения вектора интегральных переменных, который имеет вид $\vec{y}_6 = (\vec{i}_{\text{д1}}, \gamma_{\text{д1}}, \omega_{R\text{д1}})_t$.

Математические модели *ЭС2* и *ЭС3*, *НПЧ2*, *АМ2* аналогичны моделям *ЭС1*, *НПЧ1*, *АМ1* с учетом индексов в векторах токов и узлов внешних ветвей, в матрице коэффициентов и векторе свободных членов, соответствующих нумерации данного структурного элемента.

Вектор интегрирования *ЭМВС* "*ЭС1 — ЭС2 — ЭС3 — НПЧ1 — НПЧ2 — АМ1 — АМ2*" имеет вид:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\vec{py} = (\vec{py}_1, \vec{py}_2, \vec{py}_3, \vec{py}_4, \vec{py}_5, \vec{py}_6, \vec{py}_7, 1)_t, \quad (16)$$

а вектор интегральных переменных -

$$\vec{y} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3, \vec{y}_4, \vec{y}_5, \vec{y}_6, \vec{y}_7, t)_t, \quad (17)$$

где t — время (аргумент).

Таким образом, уравнения (1) — (17) образуют замкнутую систему, позволяющую моделировать электромагнитные и электромеханические процессы.

Алгоритм решения уравнений на ЦВМ следующий:

вводятся исходные данные структурных элементов;

определяются матрицы коэффициентов уравнений для каждого структурного элемента (они вычисляются с учетом алгоритма работы системы управления тиристорами);

формируется векторное уравнение (2) и решается относительно $\vec{\varphi}_c$;

находятся векторы интегрирования структурных элементов, которые служат для определения векторов интегральных переменных. Эти векторы являются составными частями вектора интегрирования и вектора интегральных переменных данной *ЭМВС*.

С помощью математической модели *ЭМВС* в фазных координатах наиболее целесообразным, с точки зрения затраты времени на ЦВМ, является расчет электромагнитных установившихся процессов в системе. Результатами расчета являются мгновенные значения основных параметров системы — токов, напряжений, электромагнитного момента, их гармонический состав, а также интегральные характеристики — коэффициент мощности привода и машины, электромагнитный момент и другие показатели.

Для проектирования и разработки *ЭМВС* на основе асинхронной машины, работающей совместно с регуляторами и обратными связями, целесообразно также исследование электромеханических процессов в системе и анализ ее статических характеристик. Поскольку расчет такого вида процессов на модели *ЭМВС* в фазных координатах занимает сравнительно много времени (на ЕС-1036 один период по частоте питающей сети — 2÷3 мин), целесообразным является использование математической модели *ЭМВС* во вращающихся координатах d, g, 0, что позволяет значительно увеличить быстродействие (на ЕС-1036 один период по частоте питающей сети — 0,2÷0,3 мин). При этом начальными условиями для работы модели в фазных координатах служат результаты, полученные на модели во вращающихся координатах d, g, 0. Эффективно сочетание этих моделей в зависимости от задачи исследования. Для выполнения режимных расчетов применяются модели во вращающихся координатах d, g, 0, а для получения мгновенных значений параметров системы и уточнения результатов — модели в фазных координатах.

Рассмотрим математическую модель системы во вращающихся координатах d, g, 0. Модели электрических машин, входящих в *ЭМВС*, описываются уравнениями Парка — Горева. Модели непосредственных преобразователей частоты представлены уравнениями электрического равновесия через токи и потенциалы в соответствии с [1, 2]. Запишем эти уравнения.

Обозначим токи, протекающие в статоре *АМ2*, через $i_{x\text{м}}$, $i_{y\text{м}}$, а токи, протекающие в *ЭС2* и *ЭС3* — через i_{x2c}, i_{y2c}, i_{x3c}, i_{y3c}. Потенциалы в сравнении с электрической схемой *ЭМВС* в фазных координатах (рис. 1) назовем соответственно $\varphi_{x\text{мн}}$, $\varphi_{y\text{мн}}$ вместо φ_9, φ_{10}, φ_{11}; $\varphi_{x\text{м}k}$, $\varphi_{y\text{м}k}$ — φ_{12}, φ_{13}, φ_{14}; φ_{x2c}, φ_{y2c} — φ_{15}, φ_{16}, φ_{17}; φ_{x3c}, φ_{y3c} — φ_{18}, φ_{19}, φ_{20}.

Система уравнений, описывающая соотношение между потенциалами внешних узлов и токами внешних ветвей непосредственного преобразователя частоты *НПЧ2*, исходя из [2] выглядит следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} H_{dd}\varphi_{x3c} + H_{gd}\varphi_{y3c} &= \varphi_{x\text{м}k};\\ H_{dg}\varphi_{x3c} + H_{gg}\varphi_{y3c} &= \varphi_{y\text{м}k};\\ H_{dd}i_{x\text{м}} + H_{dg}i_{y\text{м}} &= i_{x3c};\\ H_{gd}i_{x\text{м}} + H_{gg}i_{y\text{м}} &= i_{y3c}, \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

где H_{dd}, H_{dg}, H_{gd}, H_{gg} — удельные проводимости циклоконвертера; для нулевой составляющей они определяются по формулам:

$$H_{dd} = (1/\pi)\int_0^{2\pi} H_{d0}\cos(\gamma_B)d\gamma_B;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$H_{dg} = (1/\pi)\int_0^{2\pi} H_{d0}\sin(\gamma_B)d\gamma_B;$$

$$H_{gd} = (1/\pi)\int_0^{2\pi} H_{g0}\cos(\gamma_B)d\gamma_B;$$

$$H_{gg} = (1/\pi)\int_0^{2\pi} H_{g0}\sin(\gamma_B)d\gamma_B, \qquad (19)$$

где γ_B — угол поворота системы координат d, g, 0.

Выражения для H_{d0} и H_{g0} в соответствии с [1]:

$$H_{d0} = (3/2\pi)[\sin(\alpha + (2\pi/3)) - \sin(\alpha)];$$

$$H_{g0} = (3/2\pi)[\cos(\alpha) - \cos(\alpha + (2\pi/3))]. \qquad (20)$$

Углы α и γ_B — функции времени.

Отсюда следует, что угол α можно представить как

$$\alpha = \alpha(\gamma_B). \qquad (21)$$

Эта функция зависит от закона управления вентильными группами и определяется на основе функциональной зависимости от времени управляющего напряжения циклоконвертера $U_{упр}$, вырабатываемого системой управления. Управляющее напряжение $U_{упр}$ связано с напряжением на вторичных обмотках трансформаторов (*ЭС2*, *ЭС3*) U_{2c} коэффициентом ν:

$$\nu = U_{упр} / U_{2c}. \qquad (22)$$

Конкретизируем зависимость угла α от γ_B при арккосинусоидальном законе управления тиристорами:

$$\alpha = \arccos(-\nu\sin(\gamma_B - \varphi)) + (\pi/6), \qquad (23)$$

где φ — угол сдвига между первыми гармоническими составляющими напряжения циклоконвертера $U_м$ и питающей сети.

Подставив (20) в (19) с учетом (22) и (23), соответственно [2] имеем

$$H_{dd} = (-3\sqrt{3}/2\pi^2)\int_0^{2\pi} \sin[\arccos(-\nu\sin(\gamma_B - \varphi)\times \text{sign}(i_{xм}\cos(\gamma_B) + i_{yм}\sin(\gamma_B))]\cos(\gamma_B)d\gamma_B;$$

$$H_{dg} = (-3\sqrt{3}/2\pi^2)\int_0^{2\pi} \sin[\arccos(-\nu\sin(\gamma_B - \varphi)\times \text{sign}(i_{xм}\cos(\gamma_B) + i_{yм}\sin(\gamma_B))]\sin(\gamma_B)d\gamma_B;$$

$$H_{gd} = (3\sqrt{3}/2\pi)\nu\sin(\varphi);$$

$$H_{gg} = (-3\sqrt{3}/2\pi)\nu\cos(\varphi). \qquad (24)$$

Напряжение на обмотке статора *AM2* равно разности потенциалов

$$U_{xм} = \varphi_{xмн} - \varphi_{xмk};$$

$$U_{yм} = \varphi_{yмн} - \varphi_{yмk}. \qquad (25)$$

С учетом (21) и (18) уравнения (25) имеют вид

$$U_{xм} = -(3\sqrt{3}/\pi)\nu\sin(\varphi)U_{2c};$$

$$U_{yм} = (3\sqrt{3}/\pi)\nu\cos(\varphi)U_{2c}. \qquad (26)$$

Следовательно, при известном напряжении на обмотке статора *AM2*, соединенной с циклоконвертером, можно на основе (18) найти токи во всех ветвях системы. Для этого надо расписать уравне

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

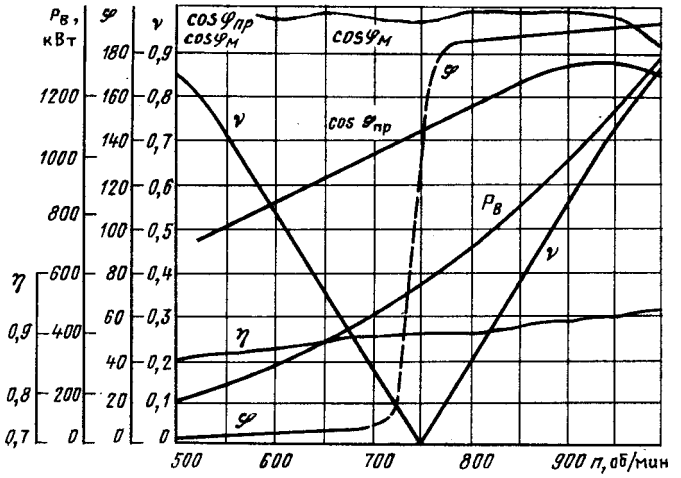


Рис. 2. Зависимость величин P_b, η, $\cos(\varphi_{пр})$, $\cos(\varphi_м)$, ν, φ от частоты вращения

ния Парка — Горева для электрических машин с учетом их соединений в *ЭМВС* и с учетом (18).

Таким образом, с помощью математических моделей *ЭМВС* на основе регулируемой бесконтактной асинхронной машины с непосредственным преобразователем частоты в фазных и во вращающихся координатах d, g, 0 можно эффективно выполнить исследование.

На рис. 2 в качестве примера исследования рассматриваемой ЭМВС (асинхронная машина мощностью 1000 кВт) приведены расчетные зависимости коэффициента полезного действия $\eta_{пр}$, $\cos(\varphi_{пр})$ привода, $\cos(\varphi_м)$ машины, ν, φ от скорости вращения ротора и в полном диапазоне регулирования частоты вращения. При этом учитываются заданная нагрузка на валу P_B, требования оптимального закона регулирования системы и допустимости тепловых потерь двигателя.

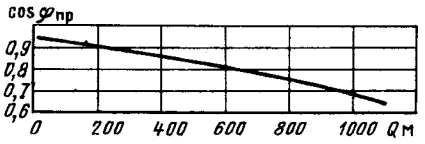


Рис. 3. Зависимость $\cos(\varphi_{пр})$ от $Q_м$

В реальной установке максимальный $\cos(\varphi_{пр})$ с учетом заданных требований достигается реактивной мощностью машины $Q_м$ и частотой вращения ротора n. Зависимость $Q_м$ от $\cos(\varphi_{пр})$ для $n = 1000$ об/мин показана на рис. 3.

Проверка результатов исследований сравнением с экспериментальными зависимостями для *ЭМВС* такого типа подтверждает адекватность математических моделей оригиналу. Это позволяет реализовать приведенный выше математический аппарат для проектирования и исследования данного вида электромеханических комплексов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Плахтына Е. Г.** Математическое моделирование электромашинно-вентильных систем.– Львов: Вища школа, 1986.

2. **Плахтына Е. Г.** Уравнения и результаты исследований асинхронно-вентильного каскада с циклоконвертером в цепи ротора в прямоугольных координатах, вращающихся с частотой сети.— Тезисы Всес. научн.-техн. конф. к 100-летию изобретения трехфазного асинхронного двигателя.— М.: МЭИ, 1989, т. 1.

3. **Плахтына Е. Г.** Топологический метод анализа процессов и характеристик электромашинно-вентильных систем в фазном, d, g, 0 и гармоническом координатных базисах и его приложения: Автореф. дисс. на соискание степени докт. техн. наук — Л.: ВНИИЭлектромаш, 1988.

[23.04.92]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Определение индуктивного сопротивления лобового рассеяния трехфазной кольцевой обмотки методом гармонического анализа

ЛОПУХИНА Е. М., канд. техн. наук,
ЭЛЬ-ХАЛАБИ ГАЗИ, инж.

В электромеханических преобразователях энергии наряду с барабанными обмотками переменного тока находят применение кольцевые обмотки, например, в поворотных трансформаторах, торцевых машинах, трансформаторах тока и др. Перспективным является применение кольцевых полюсно-переключаемых обмоток в многоскоростных асинхронных двигателях. В настоящее время важной задачей является обеспечение этими двигателями такого массового изделия, как автоматические бытовые стиральные машины. Сейчас для этих целей применяются асинхронные конденсаторные двигатели с двумя раздельными барабанными обмотками, чаще всего мощностью 60/180 Вт (75/250 Вт) с числом полюсов 16/2 (реже 12/2). Такое соотношение чисел полюсов может быть с лучшим эффектом получено в двигателях с кольцевой полюсно-переключаемой обмоткой. При этом удается реализовать симметричную обмотку [1] с хорошими обмоточными коэффициентами, рациональным соотношением электромагнитных нагрузок для разных частот вращения, с меньшей затратой обмоточной меди за счет сокращения длины лобовых частей (при $2p = 2$) и полного использования меди на обеих скоростях [2].

В многоскоростных асинхронных конденсаторных двигателях предлагается выполнить трехфазную кольцевую обмотку так, что рабочая часть катушки (создающая поток в воздушном зазоре) находится в пазах статора, а другие ее части располагаются на наружной поверхности статора (главным образом) и по торцам. Для проектирования этих машин можно использовать многоуровневую математическую модель асинхронных микродвигателей, разработанную в МЭИ [3], с заменой в ней блоков, связанных с расчетом параметров обмотки статора.

Статья посвящена определению индуктивного сопротивления лобового рассеяния трехфазной кольцевой обмотки — важнейшего показателя для двигателей этого типа. Используется аналитический метод гармонического анализа условной плотности тока. Рассмотрим поле слоя гармонического тока в области, образованной двумя коаксиальными ферромагнитными цилиндрическими телами, и на основе найденных соотношений выведем расчетную формулу искомого индуктивного сопротивления.

Магнитное поле, создаваемое слоем гармонического тока в области, образованной двумя коаксиальными ферромагнитными цилиндрами при $\mu_{ст} = \infty$ (*рис. 1*). Ток протекает в области $r_2 \leqslant r \leqslant r_3$. Гармоническая плотность тока в слое

$$j_c = J\cos(n\gamma - \varphi) \text{ или } j_c = J\sin(n\gamma - \varphi), \quad (1)$$

где J — амплитуда гармонической плотности тока; n — число периодов; γ — угловая координата по отношению к оси X. Ось Z направлена перпендикулярно плоскости чертежа рис. 1.

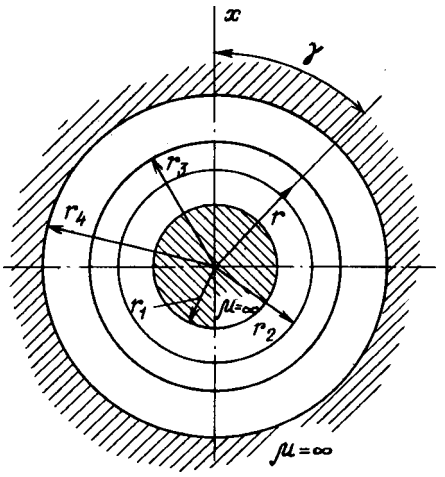


Рис. 1. Области магнитного поля, создаваемого слоем гармонической плотности тока

Уравнения Лапласа и Пуассона для векторного потенциала A в трех рассматриваемых областях в полярных координатах $r\gamma$ при условии $j_c = J\cos(n\gamma - \varphi)$:

в первой $(r_1 \leqslant r \leqslant r_2)$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial A_{1n}}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_{1n}}{\partial \gamma^2} = 0; \quad (2)$$

во второй $(r_2 \leqslant r \leqslant r_3)$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial A_{2n}}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_{2n}}{\partial \gamma^2} = -\mu_0 J\cos(n\gamma - \varphi); \quad (3)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

в третьей ($r_3 \leqslant r \leqslant r_4$)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial A_{3n}}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_{3n}}{\partial \gamma^2}=0. \qquad (4)$$

Решение дифференциальных уравнений (2) — (4) дает:

$$A_{1n}=(C_1 r^n + C_2 r^{-n})\cos(n\gamma-\varphi); \qquad (5)$$

$$A_{2n}=\left[C_3 r^n + C_4 r^{-n} - \frac{\mu_0 J r^2}{(4-n^2)}\right]\cos(n\gamma-\varphi); \qquad (6)$$

$$A_{3n}=(C_5 r^n + C_6 r^{-n})\cos(n\gamma-\varphi). \qquad (7)$$

В уравнениях (5) — (7) $C_1 - C_6$ — постоянные интегрирования, их значения определены с помощью граничных условий:

при $r = r_4$

$$\frac{\partial A_{3n}}{\partial r}=0; \qquad (8)$$

при $r = r_3$

$$A_{2n}=A_{3n} \text{ и } \frac{\partial A_{2n}}{\partial r}=\frac{\partial A_{3n}}{\partial r}; \qquad (9)$$

при $r = r_2$

$$A_{1n}=A_{2n} \text{ и } \frac{\partial A_{1n}}{\partial r}=\frac{\partial A_{2n}}{\partial r}; \qquad (10)$$

при $r = r_1$

$$\frac{\partial A_{1n}}{\partial r}=0. \qquad (11)$$

Значения констант соответственно равны:

$$C_2=\frac{\mu_0 J}{2n(4-n^2)(r_1^{-2n}-r_4^{-2n})}\times$$

$$\times\left[(2-n)(r_3^{n+2}-r_2^{n+2})+(2+n)(r_3^{-n+2}-r_2^{-n+2})\right]; \qquad (12)$$

$$C_1 = C_2 r_1^{-2n}; \qquad (13)$$

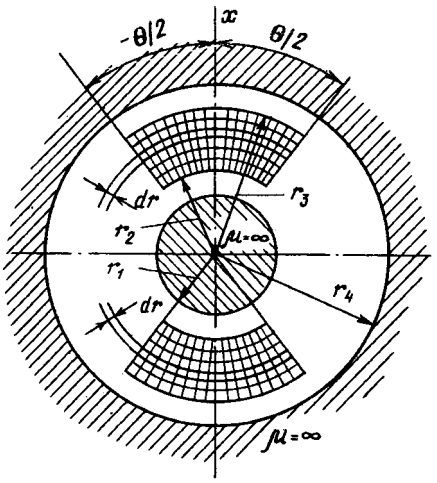


Рис. 2. Расположение катушки с диаметральным шагом

$$C_3=\frac{\mu_0 J(2+n)}{2n(4-n^2)} r_2^{-n+2} + C_2 r_1^{-2n}; \qquad (14)$$

$$C_4=\frac{\mu_0 J(n-2)}{2n(4-n^2)} r_2^{n+2} + C_2; \qquad (15)$$

$$C_5=\frac{\mu_0 J(2+n)}{2n(4-n^2)}(r_2^{-n+2}-r_3^{-n+2}) + C_2 r_1^{-2n}; \qquad (16)$$

$$C_6=\frac{\mu_0 J(n-2)}{2n(4-n^2)}(r_2^{n+2}-r_3^{n+2}) + C_2. \qquad (17)$$

Определение индуктивного сопротивления диаметральной катушки, расположенной в немагнитном зазоре между двумя коаксиальными цилиндрическими ферромагнитными телами при $\mu_{ст}=\infty$. Расположение катушки в немагнитном зазоре показано на рис. 2. Полагаем, что краевой эффект мал и его можно не учитывать.

Плотность тока в сечении катушки

$$J_к=\frac{2iW_к}{\theta(r_3^2-r_2^2)}, \qquad (18)$$

где $W_к$ — число витков в катушке; i — ток в проводе; θ — угол, характеризующий зону, занимаемую катушкой.

Таким образом используется понятие условной (усредненной) плотности тока на квадратный метр сечения катушки. Плотность тока (рис. 3) являет-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

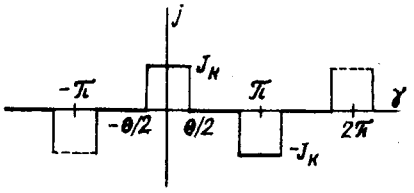


Рис. 3. Распределение плотности тока катушки

ся периодической функцией угла (с периодом 2π), и ее можно разложить в ряд Фурье:

$$j_k(\gamma) = \sum_n \frac{4J_к}{n\pi} \sin\frac{n\theta}{2} \cos n\gamma = \sum_n J_n \cos n\gamma, \qquad (19)$$

где $J_n = \dfrac{8iW_к \sin\dfrac{n\theta}{2}}{n\pi\,\theta\,(r_3^2 - r_2^2)}$, $n = 2k+1$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Магнитное поле этой катушки эквивалентно создаваемому бесконечным числом слоев гармонических токов.

Векторный потенциал в области $r_2 \leqslant r \leqslant r_3$

$$A = \frac{\mu_0}{2} \sum_n \frac{J_n}{n(4-n^2)} (C_3' r^n + C_4' r^{-n} - 2nr^2) \cos n\gamma = \frac{4iW_к\mu_0}{\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{\sin\dfrac{n\theta}{2}}{n(4-n^2)} \times (C_3' r^n + C_4' r^{-n} - 2nr^2) \cos n\gamma. \qquad (20)$$

Здесь

$$C_3' = (2+n) r_2^{-n+2} + C_2' r_1^{-2n};$$

$$C_4' = (n-2) r_2^{n+2} + C_2',$$

где

$$C_2' = \frac{1}{r_1^{-2n} - r_4^{-2n}} [(2-n)(r_3^{n+2} - r_2^{n+2}) \times r_4^{-2n} + (2+n)(r_3^{-n+2} - r_2^{-n+2})]. \qquad (21)$$

Рассмотрим два бесконечно тонких диаметрально расположенных слоя с радиусом $r(r_2 \leqslant r \leqslant r_3)$ и толщиной dr (рис. 2).

Потокосцепление

$$d\Psi_k = 2\alpha\theta r dr \int_{\theta/2}^{\pi/2} dA + 4\alpha r dr \int_0^{\theta/2} \gamma dA = 2\alpha r dr \times \left[\theta \int_{\theta/2}^{\pi/2} \frac{\partial A}{\partial\gamma} d\gamma + 2 \int_0^{\theta/2} \gamma \frac{\partial A}{\partial\gamma} d\gamma \right] = 2\alpha r dr\,(\theta R_1 + 2R_2), \qquad (22)$$

где $\alpha = \dfrac{2W_к}{\theta(r_3^2 - r_2^2)}$ — число витков на единицу сечения катушки;

$$R_1 = \int_{\theta/2}^{\pi/2} \frac{\partial A}{\partial\gamma} d\gamma = \frac{-2iW_к\mu_0}{\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{\sin\dfrac{n\theta}{2}}{n^2(4-n^2)} \times (C_3' r^n + C_4' r^{-n} - 2nr^2),$$

$$R_2 = \int_0^{\theta/2} \gamma \frac{\partial A}{\partial\gamma} d\gamma = \frac{4iW_к\mu_0}{\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{1}{n^2(4-n^2)} \times \left[\frac{\theta}{4} \sin n\theta - \frac{1}{n} \sin^2\frac{n\theta}{2} \right] \times (C_3' r^n + C_4' r^{-n} - 2nr^2).$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таким образом, искомое потокосцепление

$$d\Psi_k = \frac{-16\alpha i W_к \mu_0}{\theta\pi(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{\sin^2 \frac{n\theta}{2}}{n^3(4-n^2)} \times$$

$$\times (C_3' r^{n+1} + C_4' r^{-n+1} - 2nr^3)\,dr.$$

В результате интегрирования получаем выражение для потокосцепления катушки.

Индуктивность катушки

$$L_к = \frac{\int_{r_2}^{r_3} d\Psi_k}{i} = \frac{-32 W_к^2 \mu_0}{\theta^2\pi(r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\sin^2 \frac{n\theta}{2}}{n^3(4-n^2)} \times$$

$$\times \left[\frac{C_3' r_3^{n+2} - r_2^{n+2}}{n+2} + \frac{C_4' r_3^{-n+2} - r_2^{-n+2}}{-n+2} - \frac{n}{2} \times \right.$$

$$\left. \times (r_3^4 - r_2^4) \right]. \qquad (23)$$

Определение индуктивности лобового рассеяния кольцевой обмотки. Рассмотрим определение индуктивности рассеяния прямолинейной части катушки кольцевой обмотки, расположенной на наружной поверхности сердечника статора и не участвующей в создании потока в воздушном зазоре. Эту индуктивность в первом приближении можно считать индуктивностью лобового рассеяния, так как доля торцевых частей катушки в ее образовании мала (коэффициенты увеличения индуктивности найдем опытным путем, для нашего примера $K_т = 1{,}3$).

Приведем исходные данные для нашего примера. Рассматривается машина, имеющая на статоре число пазов $Z_S = 48$ и двухскоростную трехфазную кольцевую обмотку с числом полюсов $2p = 16$ и $2p = 2$. На рис. 5 показана схема и способ соединения фаз трехфазной кольцевой обмотки для обоих чисел полюсов; распределение плотности тока для одной фазы при $2p = 16$ показано на рис. 4.

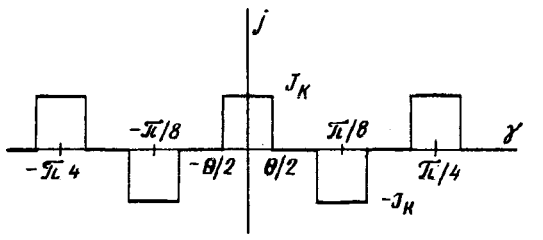


Рис. 4. Распределение плотности тока фазы при $2p = 16$

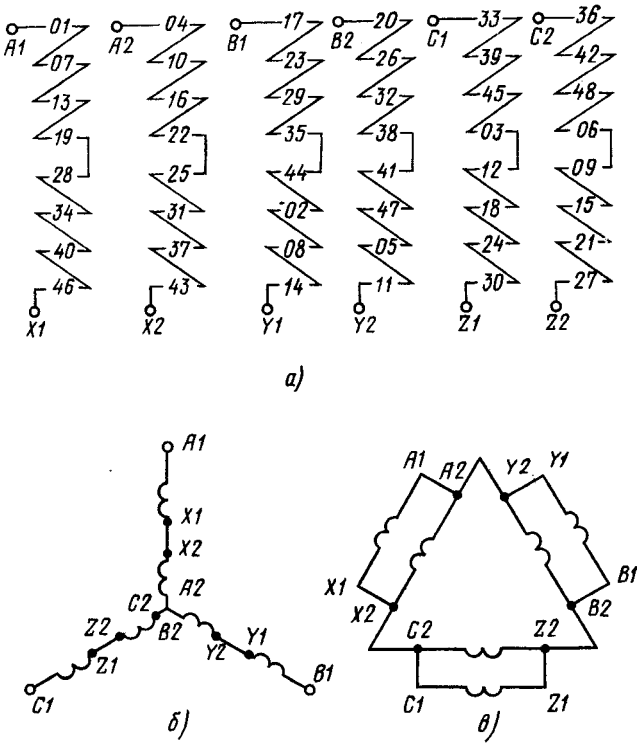


Рис. 5. Схема кольцевой обмотки (*а*) и схема соединения фаз: при $2p = 16$ — звезда (*б*), при $2p = 2$ — двойной треугольник (*в*)

Разлагая плотность тока фазы в ряд Фурье, получаем

$$j_k(\gamma) = \sum_n \frac{4 J_к}{n\pi} \sin 4n\theta \cos 8n\gamma =$$

$$= \sum_n \frac{8 i W_к}{n\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sin 4n\theta \cos 8n\gamma, \qquad (24)$$

где n — нечетное число.

В нашем примере $r_4 = \infty$, так как внешняя ферромагнитная поверхность отсутствует. Для $2p = 16$ удобно сделать замену переменных, подставив $8n$ вместо n. Тогда векторный потенциал по (20) принимает вид:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$A = \frac{i_A W_к \mu_0}{8\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{\sin 4n\theta}{n^2(1-16n^2)} \times$$

$$\times (C_3' r^{8n} + C_4' r^{-8n} - 16nr^2) \cos 8n\gamma, \qquad (25)$$

где

$$C_3' = 2(1+4n) r_2^{-8n+2} + C_2' r_1^{-16n};$$

$$C_4' = 2(4n-1) r_2^{8n+2} + C_2';$$

$$C_2' = 2(1+4n) r_1^{16n} (r_3^{-8n+2} - r_2^{-8n+2}).$$

Вначале находим потокосцепление бесконечно тонкого слоя катушки:

$$d\Psi_A = 2\alpha r dr \int_0^{\theta/2} \gamma \frac{\partial A}{\partial \gamma} d\gamma + \alpha\theta r dr \int_{\theta/2}^{\pi/16} \frac{\partial A}{\partial \gamma} d\gamma =$$

$$= \alpha r dr (2R_1 + \theta R_2),$$

где

$$R_1 = \int_0^{\theta/2} \gamma \frac{\partial A}{\partial \gamma} d\gamma = \frac{i_A W_к \mu_0}{32\pi(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{1}{n^2(1-16n^2)} \times$$

$$\times (\sin 8n\theta - \frac{1}{2\theta n} \sin^2 4n\theta)(C_3' r^{8n} + C_4' r^{-8n} - 16nr^2);$$

$$R_2 = \int_{\theta/2}^{\pi/16} \frac{\partial A}{\partial \gamma} d\gamma = \frac{-i_A W_к \mu_0}{16\pi\theta(r_3^2 - r_2^2)} \sum_n \frac{\sin 8n\theta}{n^2(1-16n^2)} \times$$

$$\times (C_3' r^{8n} + C_4' r^{-8n} - 16nr^2).$$

Потокосцепление всей обмотки (фазы) статора

$$\Psi_A = 2p \int_{r_2}^{r_3} d\Psi_A = \frac{-W_к^2 \mu_0 i_A}{\pi\theta^2 (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\sin^2 4n\theta}{n^3(1-16n^2)} \times$$

$$\times \frac{C_3'(r_3^{8n+2} - r_2^{8n+2})}{8n+2} + \frac{C_4'(r_3^{-8n+2} - r_2^{-8n+2})}{-8n+2} -$$

$$- 4n (r_3^4 - r_2^4), \qquad (26)$$

где p — число пар полюсов.

Собственное индуктивное сопротивление лобового рассеяния фазы

$$X_A = 2\pi f \left| \frac{\Psi_A}{i_A} \right| \qquad (27)$$

Так как на статоре расположены еще две фазы B и C, сдвинутые в пространстве на два паза ($\pi/12$ рад) и на четыре паза ($\pi/6$ рад), то необходимо учесть их влияние на исследуемое индуктивное сопротивление.

Потокосцепление бесконечно тонкого слоя катушки фазы A при протекании тока i_B в фазе B

$$d\Psi_{AB} = \alpha\theta r dr \int_{\theta/2}^{\pi/48} dA_B + \alpha r dr \int_{-\theta/2}^{\theta/2} \left[\gamma + \frac{\theta}{2}\right] dA_B,$$

где A_B — векторный потенциал фазы B.

Потокосцепление взаимной индукции фаз A и B

$$\Psi_{AB} = 2p \int_{r_2}^{r_3} d\Psi_{AB} = \frac{-i_B W_к^2 \mu_0}{\theta^2 \pi (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\cos \frac{4\pi n}{3}}{n^3(1-16n^2)} \times$$

$$\times \sin^2 4n\theta \left[\frac{C_3'(r_3^{8n+2} - r_2^{8n+2})}{8n+2} + \right.$$

$$\left. + \frac{C_4'(r_3^{-8n+2} - r_2^{-8n+2})}{-8n+2} - 4n (r_3^4 - r_2^4) \right]. \qquad (28)$$

Потокосцепление бесконечно тонкого слоя катушки фазы A при протекании тока i_C в фазе C

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$d\Psi_{AC} = \alpha\theta r dr \int_{-\theta/2}^{-\pi/48} dA_C - \alpha r dr \int_{\theta/2}^{-\theta/2} \left[\gamma - \frac{\theta}{2}\right] dA_C,$$

где A_C — векторный потенциал фазы C.

Потокосцепление взаимной индукции A и C

$$\Psi_{AC} = 2p \int_{r_2}^{r_3} d\Psi_{AC} = \frac{-i_C W_к^2 \mu_0}{\pi\theta^2 (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\cos\frac{2\pi n}{3}}{n^3(1-16n^2)} \times$$

$$\times \sin^2 4n\theta \left[\frac{C_3'(r_3^{8n+2} - r_2^{8n+2})}{8n+2} + \right.$$

$$\left. + \frac{C_4'(r_3^{-8n+2} - r_2^{-8n+2})}{-8n+2} - 4n(r_3^4 - r_2^4)\right]. \quad (29)$$

Учитывая, что обмотка питается от трехфазной сети и $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, получаем полное потокосцепление и индуктивность фазы:

$$\dot{\Psi}_L = \sum \dot{\Psi} = \dot{\Psi}_A + \dot{\Psi}_{AB} + \dot{\Psi}_{AC} = 1{,}5\dot{\Psi}_A; \quad (30)$$

$$L = \left|\frac{\dot{\Psi}_L}{\dot{I}_A}\right| = 1{,}5\left|\frac{\dot{\Psi}_A}{\dot{I}_A}\right| =$$

$$= \left| \frac{1{,}5 W_к^2 \mu_0}{\pi\theta^2 (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\sin^2 4n\theta}{n^3(1-16n^2)} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{C_3'(r_3^{8n+2} - r_2^{8n+2})}{8n+2} + \frac{C_4'(r_3^{-8n+2} - r_2^{-8n+2})}{-8n+2} - \right.$$

$$\left.\left. - 4n(r_3^4 - r_2^4)\right]\right|, \quad (31)$$

где n — нечетное и некратное трем число.

Для первой гармоники плотности тока при $n = 1$ сопротивление лобового рассеяния на единицу длины при $2p = 16$:

$$X_L = \frac{125{,}66 \cdot 10^{-7} W_к^2 \sin^2 4\theta}{\theta^2 (x^2 - 1)^2} \left[3x^4 + 2x^{-6} + \frac{5}{3} y^{-16} \times \right.$$

$$\left. \times (x^{-6} - 1)^2 - 5\right], \quad (32)$$

где $x = r_3/r_2$; $y = r_2/r_1$.

Аналогичным образом определяем все потокосцепления фазы A при $2p = 2$:

$$\Psi_A = \frac{64 i_A W_к^2 \mu_0}{\pi\theta^2 (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\sin\frac{n\pi}{2} \sin^2\frac{n\theta}{2}}{n^3(4-n^2)} \xi(n) \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{3} \cos n(2k+1)\frac{\pi}{16} \times$$

$$\times \left[\frac{C_3'(r_3^{n+2} - r_2^{n+2})}{n+2} + \frac{C_4'(r_3^{-n+2} - r_2^{-n+2})}{-n+2} - \right.$$

$$\left. - \frac{n}{2}(r_3^4 - r_2^4)\right]; \quad (33)$$

$$\frac{\Psi_{AB}}{i_B} = \frac{\Psi_{AC}}{i_C} = \frac{-64 W_к^2 \mu_0}{\pi\theta^2 (r_3^2 - r_2^2)^2} \sum_n \frac{\sin\frac{n\pi}{2} \sin^2\frac{n\theta}{2}}{n^3(4-n^2)} \xi(n) \times$$

$$\times \left[\sin\frac{5\pi n}{48} \sum_{k=0}^{2} \sin\frac{n\pi(k+1)}{8} + \cos\frac{7\pi n}{48}\cos\frac{\pi n}{4}\right] \times$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\times\left[\frac{C_3'(r_3^{n+2}-r_2^{n+2})}{n+2}+\frac{C_4'(r_3^{-n+2}-r_2^{-n+2})}{-n+2}-\right.$$

$$\left.-\frac{n}{2}(r_3^4-r_2^4)\right]; \qquad (34)$$

где n - нечетное число; $\xi(n)=\sum_{k=0}^{7}\sin\frac{n(2k+1)\pi}{16}$;

C_3', C_4' — те же самые константы, что в (20).

Для первой гармоники плотности тока при $n=1$ сопротивление лобового рассеяния на единицу длины при $2p=2$

$$X_L=\frac{2{,}681\cdot10^{-3}W_к^2\left[\sin^2\frac{\theta}{2}\right]\xi(1)}{\theta^2(x^2-1)^2}\times$$

$$\times\left[\sum_{k=0}^{3}\cos(2k+1)\frac{\pi}{16}+\sin\frac{5\pi}{48}\sum_{k=0}^{2}\sin(k+1)\frac{\pi}{8}+\right.$$

$$\left.+\cos\frac{7\pi}{48}\cos\frac{\pi}{4}\right]\left[\frac{1}{2}x^4-2x+\right.$$

$$\left.+3y^{-2}(x-1)^2+\frac{3}{2}\right]. \qquad (35)$$

Сравнение расчетных и опытных значений индуктивного сопротивления лобового рассеяния кольцевой обмотки для двигателя ДАК-163. При расчете индуктивного сопротивления лобового рассеяния кольцевой обмотки по формулам (32) и (35) мы ограничиваемся только первой гармонической плотностью тока, так как действие высших гармоник относительно невелико. Исходные данные для расчета индуктивностей кольцевой обмотки в макете двигателя ДАК-163:

длина пакета статора $l_S=0{,}055$ м;

зубцевые деления статора $t_1=6{,}22$ мм;

ротора $t_2=5{,}39$ мм;

коэффициент заполнения пакета статора статью $k_c=0{,}97$;

число витков в катушке обмотки статора $W_к=90$.

Геометрические размеры: $r_1=80{,}5\cdot10^{-3}$ м; $r_2=80{,}75\cdot10^{-3}$ м; $r_3=84\cdot10^{-3}$ м; $\theta=0{,}13$ рад.

По формулам (32) и (35) определяем индуктивное сопротивление лобового рассеяния:

при $2p=16$

$$X_{LS}=K_TK_CK_SX_L=2{,}474\text{ м};$$

при $2p=2$

$$X_{LS}=K_TK_CK_SX_L=10{,}9\text{ м}.$$

Экспериментальное значение полного индуктивного сопротивления рассеяния фазы кольцевой обмотки, найденное с помощью опытов холостого хода и короткого замыкания, составило:

при $2p=16$

$$X_S=13{,}45\text{ м};$$

при $2p=2$

$$X_S=21{,}45\text{ м}.$$

Для нахождения индуктивного сопротивления лобового рассеяния необходимо вычесть из X_S составляющие пазового (для полуовального паза в нашем случае) и дифференциального рассеяния, которые определялись по формулам [5]:

$$X_{LS}=X_S-X_п-X_д, \qquad (36)$$

Индуктивное сопротивление пазового рассеяния $X_п=7{,}41$ м. Индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния: при $2p=16$ — $X_д=3{,}11$ м; при $2p=2$ — $X_д=5{,}32$ м.

Таким образом, опытное значение индуктивного сопротивления лобового рассеяния согласно (36): при $2p=16$ — $X_{LS}=2{,}9$ м; при $2p=2$ — $X_{LS}=8{,}72$ м.

Расчетные значения индуктивного сопротивления лобового рассеяния кольцевой обмотки отличаются от опытных соответственно для $2p=16$ на — 14,7 %, при $2p=2$ на 25 %, что свидетельствует о правомерности разработанного аналитического метода расчета.

Оценивая отдельные составляющие индуктивного сопротивления рассеяния фазы, следует отметить, что при $2p=16$ пазовое рассеивание

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

составляет 55 %, дифференциальное 23 % и лобовое 22 %, а при $2p = 2$ соответственно 37 %, 27 % и 36 %. Полученные результаты свидетельствуют о заметной роли лобового рассеяния в кольцевых обмотках, особенно при малом числе полюсов.

• **Выводы**. 1. Для расчета индуктивного сопротивления лобового рассеяния кольцевой обмотки с учетом специфики индуктивных связей и расположения обмотки по отношению к ферромагнитным поверхностям предлагается использовать аналитический метод — метод гармонического анализа условной плотности тока.

2. Экспериментальное определение индуктивного сопротивления лобового рассеяния кольцевой обмотки макета с $2p = 16$ и $2p = 2$, выполненное на базе двигателя ДАК-163, показало удовлетворительное совпадение расчетных и опытных данных, что позволяет рекомендовать полученные выражения для расчета этого типа машин.

3. Роль лобового рассеяния в кольцевых обмотках зависит от взаимного расположения катушек, принадлежащих разным фазам, и сильно отличается при различных числах полюсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Губенко Т. П., Гаврилюк Р. Б., Онышко Е. А.** Симметричные схемы обмоток машин переменного тока.— Сб. научн. трудов. Асинхронные микромашины.— Каунас: Каунаск. политехн. ин-т, 1969.

2. **Лопухина Е. М., Эль-Халаби Гази.** Направления совершенствования электродвигателей для бытовых стиральных машин.— Тр. моск. энерг. ин-та, 1992, № 657.

3. **Лопухина Е. М., Семенчуков Г. А.** Многоуровневая математическая модель и перспективы развития САПР асинхронных микродвигателей бытового назначения.— Электротехника, 1988, № 9.

4. **Иванов-Смоленский А. В.** Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование.— М.: Энергия, 1969.

5. **Лопухина Е. М., Семенчуков Г. А.** Проектирование асинхронных микродвигателей с применением ЭВМ.— М.: Высш. школа, 1980.

[28.05.92]

Определение параметров трехфазного асинхронного двигателя из опыта несимметричного питания

МОЩИНСКИЙ Ю. А., канд. техн. наук,
ОСИН И. Л., доктор техн. наук

При испытаниях асинхронных двигателей (АД) большое практическое значение имеет опытное определение параметров схем замещения, поскольку по ним рассчитываются пусковые, рабочие и механические характеристики, а также энергетические показатели АД.

Известные методы определения параметров по данным опытов холостого хода и короткого замыкания АД [1] обладают определенной недостаточной информацией для непосредственного определения параметров схемы замещения. Поэтому вводятся допущения о равенстве индуктивных сопротивлений рассеяния статора и ротора, о пренебрежении сопротивлениями цепи намагничивания при расчетах в опытах короткого замыкания. Для расширения информации используются данные нагрузочных режимов, что заставляет вводить новые предположения и разрабатывать итеративные методы расчета. Известны также методы расчета параметров схемы замещения, основанные на записи переходных процессов асинхронного двигателя [2], но они требуют дорогостоящей записывающей аппаратуры и специальных методов обработки снятых осциллограмм.

В связи с этим актуальна задача разработки таких методов испытаний АД, которые не требовали бы сложных измерительных комплексов, но данных испытаний было бы достаточно для расчета параметров схемы замещения. К числу таких методов относится способ определения параметров трехфазного АД по данным испытаний в несимметричном двухфазном режиме. На рис. 1 приведена схема включения фаз АД и измерительных приборов.

В режиме несимметричного питания производится измерение напряжений токов и активных мощностей фаз A и B. Третья свободная фаза C используется для измерения величины ЭДС и ее

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

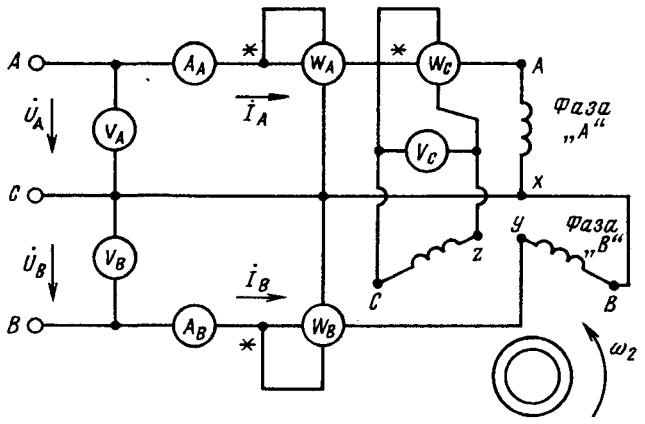


Рис. 1. Схема включения в сеть фаз асинхронного двигателя и измерительных приборов

фазового угла φ_C относительно тока I_A. Кроме этого производится измерение угловой скорости вращения ротора ω_2 (или скольжения s), а также величин активных сопротивлений фаз A и B статора.

Отметим, что использование третьей фазы для регистрации величины и фазы э.д.с. является одним из достоинств предложенной схемы испытания АД, поскольку не нужно размещать измерительные витки в воздушном зазоре для измерения э.д.с., что связано с нежелательной разборкой АД.

Анализ приведенной на рис. 1 схемы включения АД в трехфазную сеть показывает [3], что магнитные оси фаз сдвинуты в пространстве на угол $\theta = 60°$, а напряжения U_A и U_B, приложенные соответственно к зажимам "A" и "Y", во времени на угол $\alpha = 60°$.

Вопросы расчета АД с фазами, смещенными в пространстве на произвольный угол θ, с помощью метода симметричных составляющих рассмотрены в [4, 5]. Вследствие несимметричного питания в воздушном зазоре АД образуется эллиптическое вращающее магнитное поле как результат наложения прямого и обратного круговых вращающихся полей. Токи в фазах I_A и I_B могут быть разложены на две системы токов, одна из которых создает прямое круговое вращающееся поле, а другая — обратное.

Токи симметричных составляющих в этих фазах связаны соотношениями:

$$\dot{I}_{B1} = \dot{I}_{A1} e^{j(180-\theta)}; \quad (1)$$

$$\dot{I}_{B2} = \dot{I}_{A2} e^{j(180+\theta)} \quad (2)$$

и могут быть выражены через суммарные токи фаз, как

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_B e^{-j\theta}}{2 \sin \theta} e^{-j(90-\theta)}. \quad (3)$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_B e^{j\theta}}{2 \sin \theta} e^{j(90+\theta)}. \quad (4)$$

Схемы замещения АД для токов прямой и обратной последовательностей для фаз A и B показаны на рис. 2. Здесь обозначено: R_1 и X_1 — активное и индуктивное сопротивления рассеяния фазы статора: $X_м$, $R_м$ — сопротивления контура намагничивания; R_2 и X_2 — приведенные активное и индуктивное сопротивления рассеяния ротора. При $\theta = 90°$ имеем известные схемы замещения АД для токов прямой и обратной последовательностей двухфазного АД.

Отметим, что при питании двух фаз от трехфазной сети сопротивления $X_м$, R_2, X_2 на схемах замещения рис. 2 будут меньше в 2/3 раза, чем соответствующие сопротивления Т-образной схемы замещения при симметричном питании всех трех фаз АД [6].

Раскладывая напряжения, приложенные к фазам A и B, на две системы напряжений, одна из которых $\dot{U}_{A1}$ и $\dot{U}_{B1}$ создает поля прямой последовательности, а другая $\dot{U}_{A2}$ и $\dot{U}_{B2}$ — поля обратной последовательности, получим следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z_{A1} + \dot{I}_{A2} Z_{A2}; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} = \dot{I}_{B1} Z_{B1} + \dot{I}_{B2} Z_{B2}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$Z_{A1} = Z_1 + Z_{12} \sin \theta e^{j(90-\theta)};$$

$$Z_{A2} = Z_1 + Z_{21} \sin \theta e^{-j(90-\theta)};$$

$$Z_{B1} = Z_1 + Z_{12} \sin \theta e^{-j(90-\theta)};$$

$$Z_{B2} = Z_1 + Z_{21} \sin \theta e^{j(90-\theta)};$$

$$Z_{12} = Z_2' Z_м/(Z_м + Z_2'); \; Z_{21} = Z_2' Z_м/(Z_м + Z_2''); \quad Z \wedge '),$$

$$Z_2' = R_2/s + jX_2; \; Z_м = R_м + jX_м;$$

$$Z_2'' = R_2/(2 - s) + jX_2. \quad (6)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

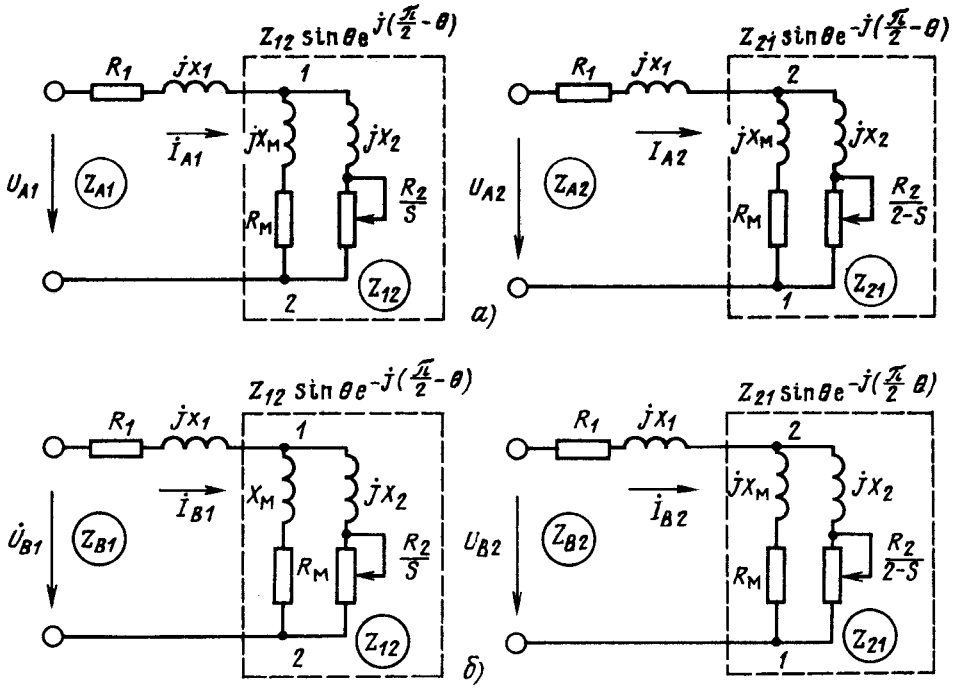


Рис. 2. Схемы замещения для прямой и обратной последовательностей АД при сдвиге фаз в пространстве на угол θ

В фазе C ЭДС $\dot{E}_C$ также создается двумя полями — прямым и обратным $\dot{E}_C = \dot{E}_{C1} + \dot{E}_{C2}$ и может быть выражена через ЭДС, наведенную в фазе A:

$$\dot{E}_C = -\dot{I}_{A1}Z_{12}e^{+j(90-\theta)}\sin\theta e^{j120} - \\ - \dot{I}_{A2}Z_{21}e^{-j(90-\theta)}\sin\theta e^{-j120}, \qquad (7)$$

так как фаза C смещена в пространстве относительно фазы A на 120°.

Система уравнений (5)—(7) после замены $\dot{I}_{B1}$ и $\dot{I}_{B2}$ на $\dot{I}_{A1}$ и $\dot{I}_{A2}$ из (1) и (2) и группировки членов системы относительно неизвестных комплексных сопротивлений Z_1, Z_{12} и Z_{21} может быть записана в виде

$$\left.\begin{aligned} &\dot{U}_A = \dot{I}_A Z_1 + j\dot{I}_{A1}e^{j(90-\theta)}\sin\theta Z_{12} + \\ &+ \dot{I}_{A2}e^{-j(90-\theta)}\sin\theta Z_{21}; \\ &\dot{U}_B = \dot{I}_B Z_1 + j\dot{I}_{A1}\sin\theta Z_{12} - j\dot{I}_{A2}\sin\theta Z_{21}; \\ &\dot{E}_C = -\dot{I}_{A1}\sin\theta e^{j(90-\theta)}e^{j120}Z_{12} - \\ &- \dot{I}_{A2}\sin\theta e^{-j(90-\theta)}e^{-j120}Z_{21}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Решив систему (8) с комплексными коэффициентами при $\theta = 60°$, найдем величины Z_1, Z_{12} и Z_{21}:

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= \frac{\dot{U}_A e^{j60} - \dot{E}_C}{\dot{I}_A - \dot{I}_B} = R_1 + jX_1; \\ Z_{12} &= \frac{\dot{U}_A + \dot{E}_C e^{j120} - \dot{I}_{A1}Z_1}{1{,}5\dot{I}_{A1}e^{j60}}; \\ Z_{21} &= \frac{-2\dot{E}_C e^{j150} - \sqrt{3}\,\dot{I}_{A1}Z_{12}e^{-j60}}{\sqrt{3}\,\dot{I}_{A2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Комплексы токов, входящие в коэффициенты решений системы (9) находятся следующим образом. Модули и фазовые углы токов $\dot{I}_A$ и $\dot{I}_B$ определяются по показаниям амперметров и ваттметров в соответствующих фазах, причем за фазу A принимается та фаза, активная мощность в которой наименьшая:

$$\varphi_A = -\arccos\left[\frac{P_A}{U_A I_A}\right]; \\ \varphi_B = -\arccos\left[\frac{P_B}{U_B I_B}\right] + 60. \qquad (10)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Токи прямой и обратной последовательности фазы A I_{A1} и I_{A2} рассчитываются согласно (3) и (4). Фаза ЭДС E_C находится как

$$\varphi_C = \arccos\left[\frac{P_C}{U_C I_C}\right] + \varphi_A , \qquad (11)$$

где P_C — показания ваттметра W_C; U_C — напряжение на фазе C.

Найдя комплексные сопротивления Z_{12} и Z_{21}, можно составить систему из четырех нелинейных уравнений для дальнейшего определения сопротивлений $R_м$, $X_м$, R_2 и X_2.

Однако нахождение этих величин упрощается, если провести опыт идеального холостого хода (х.х.), в котором АД вращается посторонним двигателем с синхронной скоростью. Тогда найденные решения системы (9) $Z_{12} = R_м + jX_м$, а $Z_{21}Z_{12}/(Z_{12} - Z_{21}) = R_2/2 + jX_2$.

С целью проверки предложенного метода были проведены испытания асинхронного двигателя АИР56В4 мощностью 180 Вт и угловой скоростью вращения 1350 об/мин. Измерения сопротивлений фаз в нагретом состоянии согласно [1] показали $R_1 = 65{,}1$ Ом.

В табл. 1 приведены результаты исследований при включении фаз АД по схеме рис. 1 в режимах идеального холостого хода и короткого замыкания (к.з.)

Для упрощения вычислений все расчеты проводились только для идеального холостого хода. По данным измерений токи в фазах, симметричные составляющие токов и ЭДС равны.

Таблица 1

Измеряемая величина	Численное значение	
	режим идеального х.х.	режим к.з.
Напряжение на фазе А(В)	220	90
Напряжение на фазе В(В)	$220e^{j60}$	$90e^{j60}$
Ток фазы А(А)	0,8	0,82
Ток фазы А(А)	0,7	0,76
Напряжение (В)	178,5	13,4
Показания ваттметров		
в фазе А (Вт)	21,5	53,5
в фазе В (Вт)	55	60,5
в фазе С (Вт)	112,5	11
Скорость вращения ротора (об/мин)	1500	0

Векторная диаграмма токов, напряжений и ЭДС показана на рис. 3.

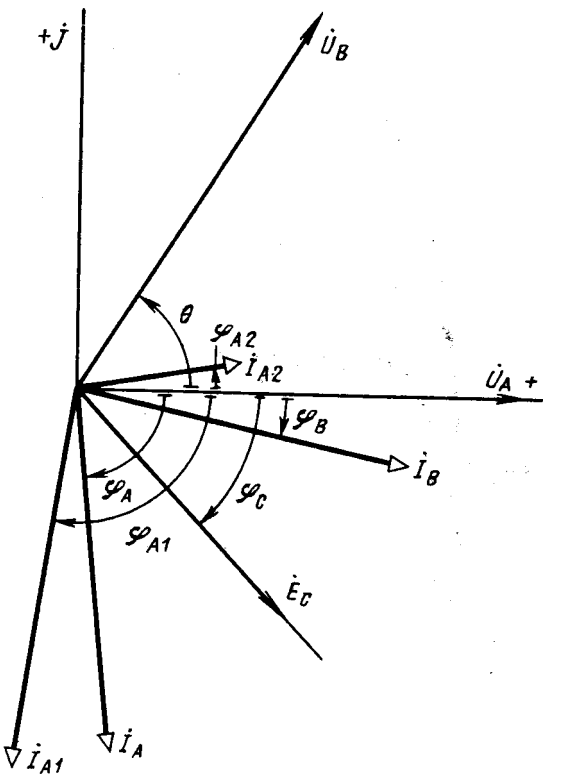


Рис. 3. Векторная диаграмма токов, напряжений и ЭДС

В результате решения системы (8) с комплексными коэффициентами, рассчитанными по данным измерений, получены следующие параметры схемы замещения (табл. 2).

Таблица 2

Режим	Параметры схемы замещения, Ом					
	R_1	X_1	$R_м$	$X_м$	R_2	X_2
Эксперимент	65,5	32,3	25,8	250,8	29,0	30,9
Расчет	60,8	26,9	24,1	237,0	27,4	26,7

В табл. 2 приведены расчетные значения параметров исследуемой машины, пересчитанные на двухфазный режим включения. Наблюдаемое расхождение $R_м$ и $X_м$ объясняется различной степенью насыщения в опыте и расчетах, поскольку расчет проводился при симметричном фазном напряжении 220 В. При этом ЭДС фазы C от прямого поля — как мера индукции в воздушном зазоре — равнялась $E_{C1(3)} = 216{,}3$ В, а при двухфазном питании — $E_{C1(2)} = 186$ В. Различие в индуктивных сопротивлениях объясняется различием гармонического состава МДС при двухфазном и трехфазном питании и соответственно различием составляющих дифференциального рассея-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

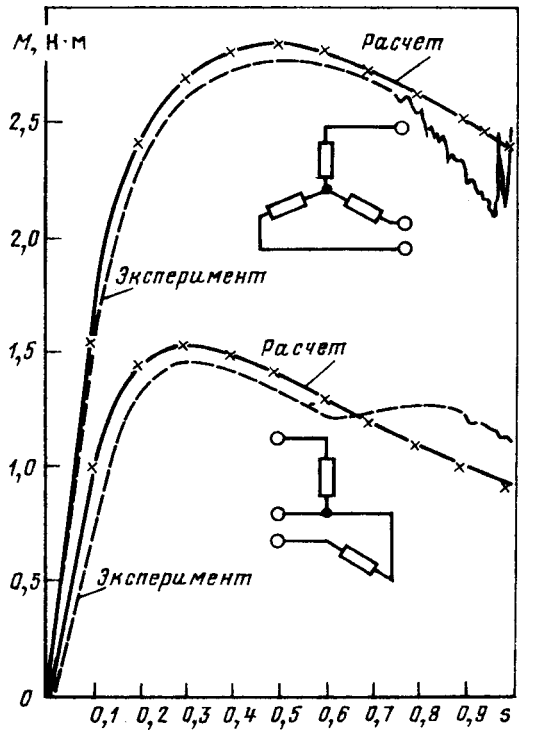


Рис. 4. Механические характеристики АД

ния, которые можно скорректировать, если известна схема выполнения обмотки АД.

На рис. 4 представлены механические характеристики АД при симметричном и несимметричном питании, снятые на специальной измерительной установке в МЭИ. Здесь же нанесены пунктирными линиями зависимости моментов, рассчитанные по определенным из эксперимента параметрам табл. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных кривых без учета влияния высших гармонических дает удовлетворительное совпадение.

● **Выводы.** 1. Эффективность предложенного метода подтверждена экспериментально по результатам сравнения механических характеристик при различных схемах включения.

2. Объединение методов испытаний АД при холостом ходе и коротком замыкании с данным методом увеличивает объем информации для определения параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коварский Е. М., Янко Ю. И.** Испытание электрических машин. — М.: Энергоатомиздат, 1990.

2. **Совпель В. Б., Галкин В. Д.** Определение роторных параметров асинхронного короткозамкнутого двигателя по пусковым характеристикам. — Сб. научн. трудов ВНИИВЭ. Взрывозащищенные электрические машины. — Донецк, 1982.

3. **Костенко М. П.** Электрические машины. Специальная часть. — М.; Л.: ГЭИ, 1949.

4. **Совмещенные** электрические машины для автоматики / Ю. М. Келим, И. П. Копылов, Д. В. Свечарник, Л. Х. Шидлович. — М.: Энергия, 1969.

5. **Осин И. Л., Колесников В. П., Юферов Ф. М.** Синхронные микродвигатели с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1976.

6. **Беркович В. Н.** Соотношение параметров схемы замещения однофазных и трехфазных двигателей. — Известия вузов. Электромеханика, 1969, № 12.

[16.04.92]

Оптимизация управления инверторами напряжения в асинхронном электроприводе

ХАЛАС Ш., проф.

Технический университет, Будапешт

Инверторы напряжения (транзисторные, на запираемых и на обычных тиристорах) становятся обычным оборудованием в регулируемых системах асинхронного электропривода в широком диапазоне мощности (от нескольких ватт до десятков мегаватт). Они широко используются, например, в общем, в станкостроительном и других видах электропривода, а в последнее время становятся основными системами городского и магистрального тягового электропривода.

Оптимизация управления инверторов производится обычно в целях минимализации потерь в двигателе от токов высших гармонических или же исключения из спектра напряжения двигателя

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

гармоник низкого порядка для достижения плавного вращения двигателя (что особенно важно на пониженных скоростях). Реализация оптимального управления сегодня не встречает особых трудностей, тем более, что в последнее время появились уже серийные интегральные элементы, специально разработанные для управления инверторами напряжения.

На рис. 1, *а* представлен обычный инвертор напряжения, где фазы двигателя могут быть подключены к шинам постоянного тока $2^3 = 8$ различными методами. Это дает, однако, только семь различных векторов напряжения Парка — Горева (рис. 1, *б*), так как $\bar{u}_{VII} = 0$ вектор получается при подключении всех фаз двигателя как к положительному, так и к отрицательному полюсу.

Сложнее обстоит дело в инверторах с тремя уровнями напряжения (рис. 2, *а*), которые применяются при повышенных напряжениях и мощностях. Здесь каждая фаза двигателя может быть подключена к положительному, нулевому и отрицательному полюсу, поэтому число различных подключений всех фаз равно $3^3 = 27$, но число различных векторов напряжения (рис. 2, *б*) будет только 19 (так как вектору $|\bar{u}^{II}| = \frac{1}{3} U_п$ соответствуют два варианта подключений, а вектору $\bar{u}^{IV} = 0$ — три).

При питании двигателя от трех однофазных инверторов каждая фаза двигателя с двумя выводами может быть подключена к шинам постоянного тока $2^2 = 4$ вариантами, поэтому число возможных вариантов подключений трех фаз равно $4^3 = 64$. Однако число возможных 19 векторов напряжения соответствует рис. 2, *б*. Если при этом применяются меры для подавления токов нулевых составляющих (например общий сердечник с тремя обмотками), то эта схема включения по качеству практически соответствует схеме рис. 2, *а*.

Для расчета используется схема замещения двигателя, представленная на рис. 3, *а*, в которой L' обозначает переходную индуктивность статора и при расчете токов высших гармонических пренебрегают активными сопротивлениями статора и ротора [1—3]. Вектор напряжения $u = Ue^{j\omega_1 t}$ содержит только основную гармонику и вводится в схему замещения для того, чтобы схема была справедлива и для основной частоты; таким образом $\bar{u}'$ зависит от скольжения и параметров двигателя. Для высших гармоник справедлив рис. 3, *б*, где вектор потока $\bar{\psi}$ является полным потоком статора двигателя, который создается напряжением двигателя $\bar{u}$, а вектор потока $\bar{\psi}_1$ является основной гармоникой потока $\bar{\psi}$. Соответственно: $\bar{i}$ — вектор тока статора, $\bar{i}_1$ — его основная гармоника.

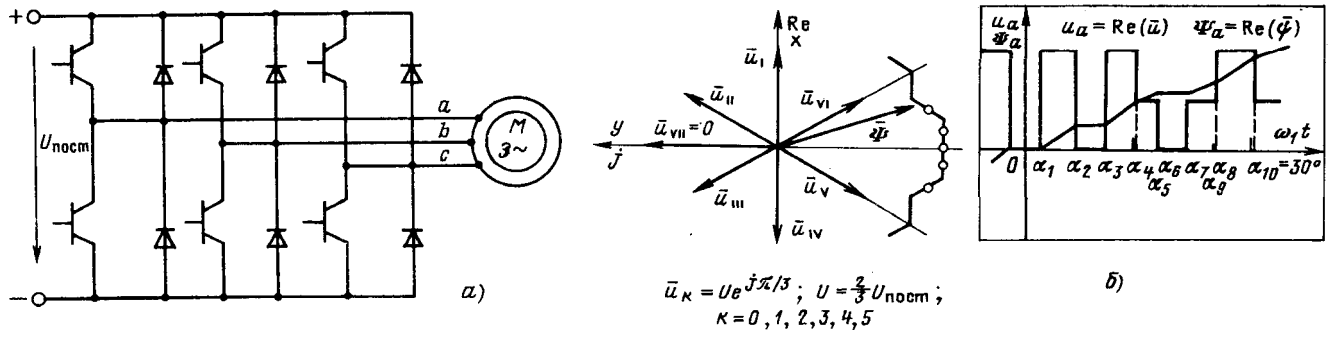


Рис. 1

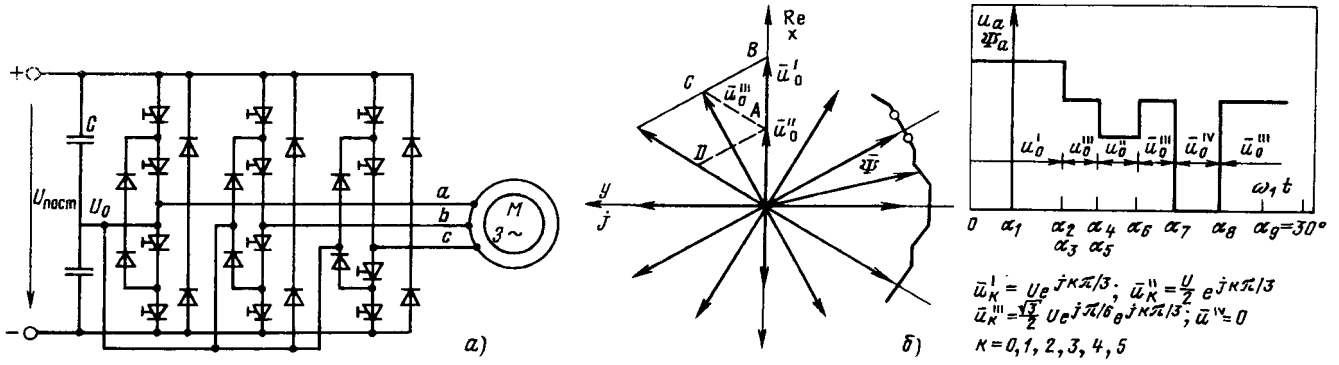


Рис. 2

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

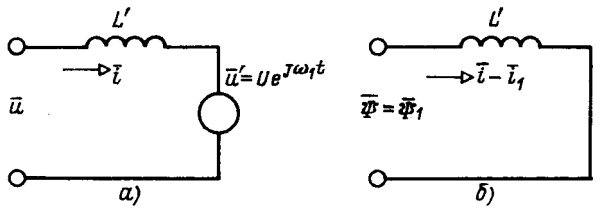


Рис. 3

Один из удобных методов расчета оптимального режима основывается на использовании уравнения Лагранжа:

$$F = \psi^2 - \psi_1^2 + \lambda_1(u_1^2 - \nu_1^2) + \lambda_2 \sum_{v_{\min}}^{v_{\max}} u_v^2, \qquad (1)$$

где ψ^2 и ψ_1^2 — квадрат эффективного значения векторов потоков $\bar{\psi}$ и $\bar{\psi}_1$; $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ — переменные Лагранжа; u_1; v_1 — амплитуды действительного и желаемого значений основной гармоники напряжения; v — порядок гармоники.

В формуле (1) член $\psi^2 - \psi_1^2$ при пренебрежении поверхностным эффектом пропорционален потерям в обмотках двигателя от токов высших гармоник (рис. 3, *б*), а последний член содержит те гармоники, которые необходимо исключить из спектра напряжения. При этом предполагается, что из спектра удаляется меньшее число гармоник, чем это математически возможно, в результате чего можно минимализировать потери в двигателе для желаемого значения напряжения основной гармоники v_1.

Расчет производится методом Ньютона — Рэпсома. Формулы для определения $\bar{\psi}_1$ и $\bar{u}_v$, а также их первых и вторых производных общеизвестны (см. приложение 1), требуется лишь вывести формулу для определения ψ^2. В неподвижной системе координат x, y, предполагая 60°-ю симметрию годографа вектора $\bar{\psi}$ (рис. 1, *б*):

$$\psi^2 = \frac{6}{\pi} \int_0^{\pi/6} (\psi_x^2 + \psi_y^2)\, d\alpha, \qquad (2)$$

где $\alpha = \omega_1 t$ — время, измеряемое по углу основной гармоники.

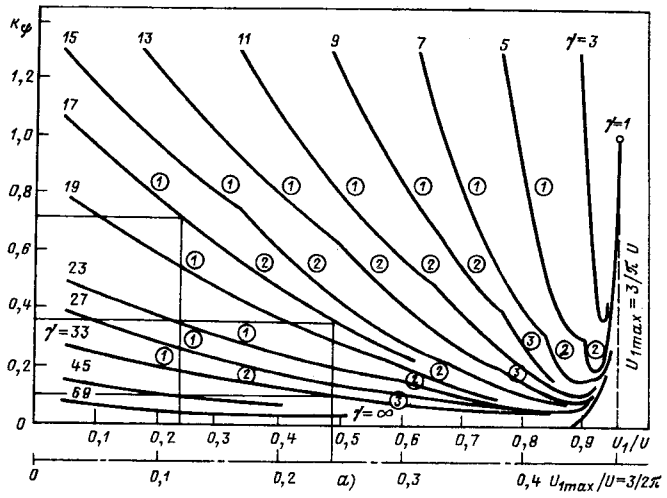
Формула для ψ^2 приведена в приложении 2. Зная формулу ψ^2, легко определить необходимые для расчета первые и вторые частные производные по углам переключения α_i, а также по λ_1 и λ_2. Порядок расчета следующий: к выбранной частоте коммутации инвертора задаются порядком следования векторов $\bar{u}$ на угол 0—30° (т. е. порядком подключения фаз двигателя к шинам постоянного тока) и начальными значениями углов переключения α_i и, естественно, предполагаются те же углы переключения и для периода $-30° \leqslant \alpha \leqslant 0$ (рис. 1, *б*). В ходе расчета определяются углы переключения, обеспечивающие минимум функции F при принятой последовательности векторов $\bar{u}$. При заданной частоте коммутации инвертора задаются различными последовательностями векторов $\bar{u}$ и абсолютный минимум находится путем сравнения результатов расчета.

В результате расчетов строятся кривые потерь двигателя в функции основной гармоники напряжения; параметром кривых является число коммутаций инвертора (обычно на 60° основной гармоники). Если число коммутаций на угол 60° основной гармоники обозначим через γ, то для обычных инверторов число свободных параметров равно $(\gamma - 1)/2$, один свободный параметр тратится на условие $u_1 = v_1$, так как число гармоник, которые математически могут быть исключены из спектра, не может превысить $(\gamma - 1)/2 - 1$.

На рис. 4 приведены результаты расчета для обычных инверторов (рис. 1), когда минимализируются только потери в обмотках двигателя; рис. 4, *а* дает значение потерь, а рис. 4, *б* — вид фазных напряжения. Известно, что при $u_1 = \frac{2}{\pi} U_{\text{п}}$, т. е. при полном напряжении на двигателе, $\Delta\psi^2 = 0{,}00215$. На рис. 4 потери даны в относительном виде: $K_\psi = \Delta\psi^2/0{,}00215$.

Оптимизация простых инверторов напряжения. Под простыми инверторами понимаются инверторы с регулируемым напряжением постоянного тока на входе $u_{\text{п}}$. При работе на номинальной частоте и с $\gamma = 1$ потери от высших гармонических в статоре (с учетом поверхностного эффекта в роторе) обычно равны примерно 10—13 %, в роторе — 50 % потерь в соответствующей обмотке при номинальном синусоидальном режиме. Поэтому имеет смысл снизить эти потери улучшением формы напряжения на двигателе с помощью добавочных коммутаций, при этом места добавочных коммутаций рассчитываются по минимуму потерь согласно (1) с $\lambda_2 = 0$. При этом максимально достигаемое напряжение на двигателе снижается лишь на 2—4 %. Результаты расчетов приведены на рис. 5, где показаны также расчетные потери в роторе с учетом поверхностного эффекта для двигателя *VZ* 112 М4 (4,0 кВт, 1470 1/мин). Так, например, при $\gamma = 7$ и обычном инверторе потери в обмотках от токов высших гармонических снижаются в 3—4 раза, перегрев статорной обмотки (по экспериментальным данным) практически становится равным перегреву при синусоидальном режиме; перегрев же роторной клетки при этом на 5—7 °С превыша-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru



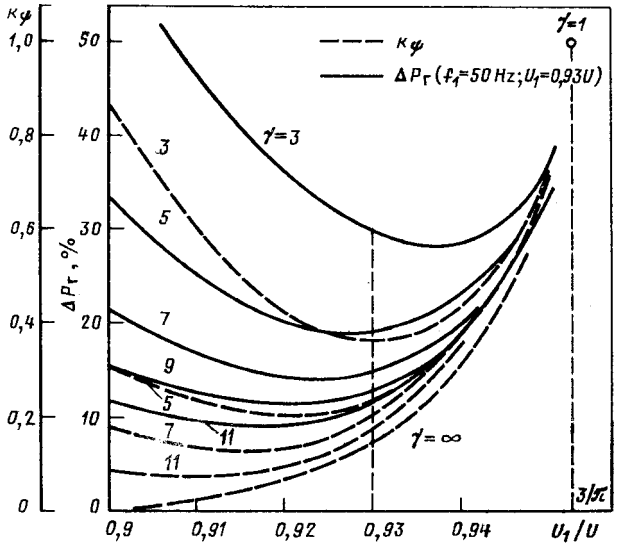


Рис. 5

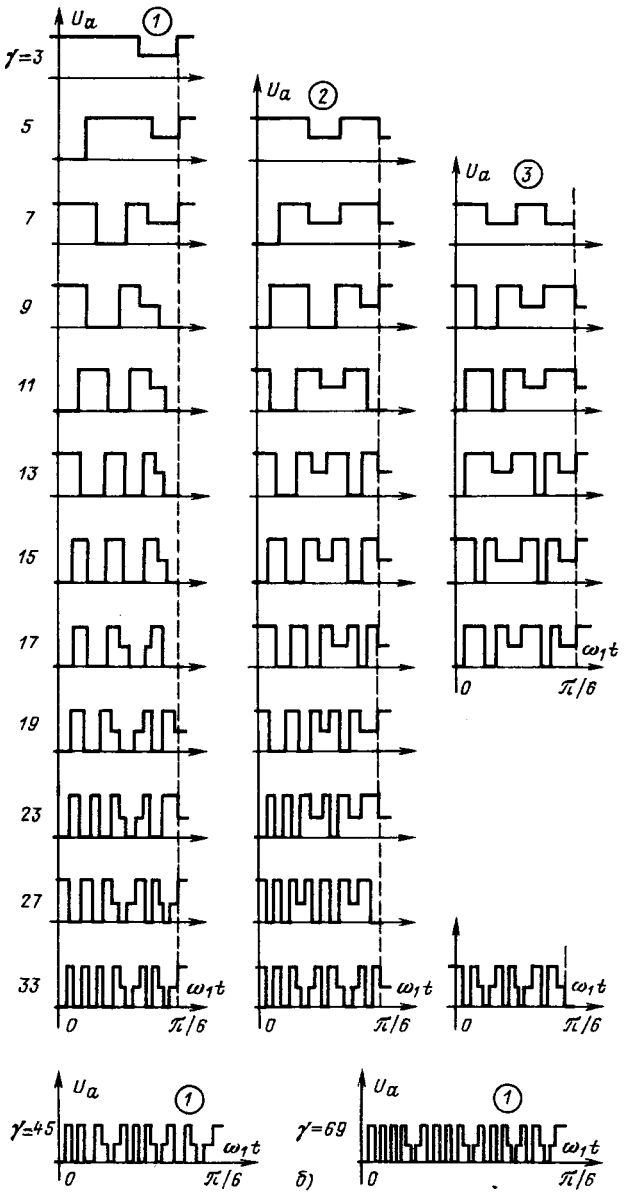


Рис. 4

ет перегрев при синусоидальном напряжении, в результате чего температура подшипниковых щитов и оси двигателя также выше, чем при номинальном режиме. С помощью повышения числа коммутаций при $U_1 > 0{,}91U$, однако, невозможно значительно снизить пульсации момента двигателя, которые остаются равными приблизительно 10 % даже при $\gamma \to \infty$ [4].

В инверторе рис. 2 вектор $\bar{u}^{\text{III}} = \frac{\sqrt{3}}{2} U e^{jk\pi/3} e^{j\pi/6}$ дает дополнительные возможности. Применение этого вектора в окрестности $\omega_1 t = 30°$, как это понятно из рис. 2, *б*, не требует коммутации на границах зон симметрии ($\omega_1 t = -30°$ и $\omega_1 t = 30°$), в результате чего γ становится четным числом. Отметим, что при $\gamma = 2$ потери от токов высших гармонических в обмотках двигателя меньше, чем в обычном инверторе при $\gamma \approx 11$.

Дальнейшее уменьшение потерь достигается увеличением γ. Так, при $\gamma = 6$ потери в статоре уменьшаются до 1 %, а в роторе до 6 %. Этот же результат можно получить в обычном инверторе при $\gamma > 19$, т. е. частота коммутации каждого из 12 полупроводников инвертора уменьшается в инверторе с тремя уровнями напряжения приблизительно в 6 раз.

Отметим, что в инверторах с ШИМ при приближении к зоне максимального выходного напряжения часто не имеет смысла выдавать максимально возможное напряжение на двигатель, следует использовать описанные управления с добавочными коммутациями.

Оптимизация инверторов с ШИМ. Результаты оптимизации обычных инверторов (только по потерям) представлены на рис. 4, из них следует, что при $\gamma = \text{const}$ требуются по крайней мере три

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

различных порядка следования векторов напряжения, которые минимализируют потери в обмотках двигателей от токов высших гармонических при изменении напряжения основной гармоники от нуля до максимального значения $\frac{2}{\pi} u_{\text{п}}$. На рис. 6 представлены типичные кривые потерь обмотки статора и ротора при максимальной частоте коммутации инвертора около 4,5 кГц. Потери от высших гармоник обычно имеют наибольшее значение в зоне 0,5—0,7 номинальной скорости: при меньших скоростях поверхностный эффект в роторе выражен слабее, а при больших скоростях улучшается форма кривой напряжения на двигателе. В зоне ослабления потока ($f > 50$ Гц, рис. 6) потери при $\gamma = \text{const}$ уменьшаются с увеличением частоты, так как уменьшается ψ^2 и $\psi^2 - \psi_1^2$. Потери в статоре всегда меньше, так как поверхностный эффект резко выражен только в роторе.

На рис. 4 приведена также кривая для $\gamma = \infty$ [4]. До $u_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} U$ потери при $\gamma = \infty$ равны нулю, т. е. на двигателе в результате бесконечно большой частоты коммутации в среднем формируется синусоидальное напряжение. При $\gamma < \infty$ спектральный состав напряжения (по сравнению с $\gamma = \infty$) может содержать только частоты, связанные с частотой модуляции, т. е. в спектре практически будут отсутствовать составляющие низкого порядка. В результате (это подтверждается и измерениями) составляющие низкого порядка отсутствуют и в спектре момента двигателя.

Для инвертора с тремя уровнями приближения до половинной скорости имеет смысл применять только векторы $\bar{u}_k^{\text{II}} = \frac{1}{3} u_{\text{п}} e^{jk60^\circ}$ и $\bar{u}_{\text{IV}} = 0$. Поэтому рис. 4, *а* и *б* справедливы и теперь, но с половинным масштабом по абсциссе (штрихпунктир на рис. 4). В результате, например, в обычном инверторе при $u_1 = 0{,}25 u_{1\max}$ и $\gamma = 17$ имеем $K_\gamma = 0{,}7$, а коммутационная частота одного управляемого элемента $0{,}25 \gamma f_{1\text{ном}} = 0{,}25 \times 17 \times 50 = 215{,}5$ Гц. В случае же инвертора с тремя уровнями имеем $K_\psi = 0{,}4$, но из-за 12 элементов частота коммутации одного элемента падает в 2 раза. Если же поднять частоту до прежнего значения, то будем иметь $K_\psi \approx 0{,}1$ (см. рис. 4). Поверхностный эффект в последнем случае несколько снизит преимущество инвертора с тремя уровнями, но разница останется все же значительной.

В зоне выше $0{,}5 n_{\text{ном}}$ в инверторе с тремя уровнями следует применять векторы $\bar{u}^{\text{I}}$, $\bar{u}^{\text{II}}$, $\bar{u}^{\text{III}}$ и $\bar{u}^{\text{IV}}$. Так например, в зоне $\omega_1 t = 0$—30° желаемый

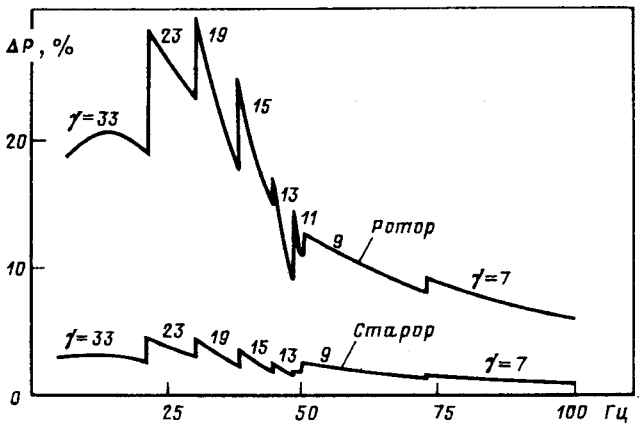


Рис. 6

вектор основной гармоники $\bar{u}_1$ (рис. 2) проходит треугольник ABC, т. е. здесь желательно применить векторы $\bar{u}_0^{\text{I}}$, $\bar{u}_0^{\text{II}}$ и $\bar{u}_0^{\text{III}}$; затем вектор $\bar{u}_1$ попадает в треугольник ACD, где желательно применить векторы $\bar{u}_0^{\text{II}}$, $\bar{u}_0^{\text{III}}$ и $\bar{u}^{\text{IV}}$. Синтез усложняется еще и тем, что переход, например, с вектора $\bar{u}_0^{\text{I}}$ на $\bar{u}^{\text{IV}}$ требует коммутации минимум двух элементов, а с $\bar{u}_0^{\text{I}}$ на $\bar{u}_0^{\text{III}}$ — только одного элемента.

Вообще говоря, при оптимальном методе ШИМ не удается избежать одновременной коммутации двух элементов (например переход с вектора $\bar{u}^{\text{III}}$ на $\bar{u}^{\text{IV}}$ и обратно). Несмотря на это, в инверторе с тремя уровнями частота коммутации управляемого элемента (при тех же потерях в обмотках) обычно падает в 5—6 раз [5]. Отметим еще один важный фактор: так как вектор $\bar{u}_0^{\text{III}}$ может быть создан векторами $\bar{u}_0^{\text{I}}$ и $\bar{u}_1^{\text{I}}$, если их "перемешивать" с бесконечной частотой и с (50—50 %)-ной долями времени, то случай $\gamma = \infty$ на рис. 4 справедлив и для инверторов с тремя уровнями, т. е. ограничения по потерям и по значению пульсации момента, относящиеся к случаю $\gamma = \infty$ в зоне $u_1 > \frac{\sqrt{3}}{2} u$, остаются в силе.

Изложенный метод расчета можно применить и для исключения из спектра напряжения двигателя гармонических низкого порядка. Однако расчеты показывают, что при этом потери в обмотках могут значительно возрасти в результате значительного повышения амплитуд оставшихся гармоник (обычно следующих сразу за исключенными). Поэтому этот метод управления следует применять очень осторожно.

Таким образом, инверторы с оптимизированной по потерям ШИМ приводят к наименьшим поте-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

рям в обмотках двигателей от токов высших гармонических по сравнению с другими методами ШИМ. Так, по сравнению с синусоидальной модуляцией [5] потери в обмотках двигателей от высших гармоник при том же значении γ меньше на 15—20 %. В то же время в спектре момента и при оптимальном ШИМ практически отсутствуют составляющие низкого порядка, а колебания скорости привода часто даже меньше, чем при синусоидальной модуляции.

Приложение 1. Амплитуда гармоники ν-го порядка ряда Фурье

$$\bar{u} = \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=\infty} \bar{U}_\nu e^{j\nu\alpha}$$

определяется по формуле

$$\bar{U}_\nu = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \bar{u} e^{-j\nu\alpha} d\alpha.$$

После интегрирования имеем:

$$\bar{U}_\nu = \frac{6}{\pi\nu} U \sum_{i=2}^{\gamma+1} [\sin(\nu\alpha_i - \alpha^*) - \sin(\nu\alpha_{i-1} - \alpha^*)],$$

где $\alpha^* = 0$, если $\bar{u} = U$; $\alpha^* = \pi/3$, если $\bar{u} = Ue^{j\pi/3}$, и суммирование производится по углам в диапазоне $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/6$ (рис. 1).

При $\nu = 1$ получаем U_1 или, принимая $w_1 = 1$, имеем ψ_1 (т. е. измеряем поток в масштабе напряжения).

Приложение 2. Интегрируя 2 раза по частям и принимая $\omega_1 = 1$, получаем

$$\psi^2 = \psi^2\left[\frac{\pi}{6}\right] - \frac{6}{\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ i=2j}}^{j_{\max}} [-\psi_{x,j} U_{x,j} + \psi_{y,j} U_{y,j}]\alpha_i^2 +$$

$$+ \frac{6}{\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ i=2j}}^{j_{\max}} [-\psi_{x,j-1} U_{x,j} + \psi_{y,j-1} U_{y,j}]\alpha_{i-1}^2 +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_i (\alpha_i^3 - \alpha_{i-1}^3) U^2,$$

где α_i, α_{i-1} - углы коммутации инвертора (рис. 1, *б*); $U_{x,j}$, $U_{y,j}$ - составляющие вектора напряжения $\bar{u}$ в j-м такте; $\psi_{x,j} = \sum_1^j U_{x,j}(\alpha_i - \alpha_{i-1})$;

$$\psi_{x,j} = \sum_1^{j_{\max}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} U_{x,j} + U_{y,j}\right](\alpha_i - \alpha_{i-1}) - \sum_1^j U_{y,j}(\alpha_i - \alpha_{i-1}); \quad \psi\left[\frac{\pi}{6}\right] = 2\sum_1^{j_{\max}} U_{x,j}(\alpha_i - \alpha_{i-1}).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Racz I.** Betrachtungen zu oberwellenproblemen an Asynchronmotoren bei Stromrichterspeisung. - Periodica Polytechnica, Electrical Engineering, 1967, vol. 11, No. 1-2.

2. **Buja G., Indri G.** Optimal pulsewidth modulation for feeding AC Motors. - IEEE Trans. on IA, 1977, vol. 13, No. 1.

3. **Halasz S.** Optimal control of PWM inverters for a given number of commutations. - ICEM, 1982, Budapest.

4. **Halasz S.** Selection of reasonable commutation frequency of inverters for AC drives. - ICEM, 1986, Munchen.

5. **Halasz S., Racz I.** Optimal PWM strategy for three level inverter supplied AC drives. - 6-th Conf. on Power Electronics and Motion Control. - Budapest, 1990.

[27.02.92]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

К экспериментальному определению параметров схемы замещения асинхронной машины

ПОПОВ В. И., доктор техн. наук,
МАКАРОВ Л. Н., канд. техн. наук

Н. Новгород — Ярославль

В числе задач современной электромеханики до настоящего времени остается актуальной задача точного экспериментального определения параметров схемы замещения асинхронной машины [1, 2], особенно индуктивных сопротивлений рассеяния x_1 и x_2' фаз обмоток статора и ротора, соответствующих режиму работы под нагрузкой реально насыщенной машины. Исследования в этой области [3—7] привели к разработке различных способов экспериментального определения параметров x_1 и x_2', связанных с использованием специальных измерительных обмоток, укладываемых на статоре или роторе [4—6]. Такие способы требуют специальной подготовки асинхронной машины к эксперименту, что усложняет процессы измерений, но вместе с этим не обеспечивают высокой точности определения искомых параметров, так как не в полной мере учитывают факторы влияния на потоки рассеяния как основного магнитного потока, так и токов обмоток статора и ротора.

Предлагаемый в статье метод экспериментального определения параметров x_1 и x_2' позволяет выполнять измерения на серийной трехфазной асинхронной машине с короткозамкнутым ротором (без применения измерительных обмоток) с использованием результатов опытов холостого хода и нагрузки и базируется на Т-образной схеме замещения (рис. 1), как наиболее точно отражающей физические условия работы асинхронной машины [1]. Обоснование такого метода следует из рассмотрения преобразованной векторной диаграммы асинхронной машины. Если статорный и приведенный роторный токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2'$ разложить на активную и реактивную составляющие в виде

$$\dot{I}_1 = I_{1a} - jI_{1p} \text{ и } \dot{I}_2' = I_{2a}' - jI_{2p}', \qquad (1)$$

то известные уравнения напряжений первичного и вторичного контуров схемы замещения (рис. 1)

$$\dot{U}_1 - \dot{I}_1(r_1 + jx_1) = \dot{E}_1 \text{ и } \dot{I}_2'(R_s' + jx_2') = \dot{E}_2'$$

запишутся после преобразований в виде

$$\dot{U}_1 - I_{1a}r_1 - jI_{1a}x_1 + jI_{1p}r_1 - I_{1p}x_1 = \dot{E}_1 \text{ и}$$

$$I_{2a}'R_s' + jI_{2a}'x_2' - jI_{2p}'R_s' + I_{2p}'x_2' = \dot{E}_2', \qquad (2)$$

где обозначения параметров соответствуют схеме замещения рис. 1.

Уравнениям (2) соответствует преобразованная векторная диаграмма (рис. 2) для рабочего режима асинхронного двигателя, где вектор первичного напряжения $\dot{U}_1 = U_1$ совмещен с вещественной вертикальной осью (+), а по (1), (2) построены векторы токов $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2'$ и ЭДС $\dot{E}_1' = \dot{E}_2$, равные ЭДС $\dot{E}_н$ намагничивающей ветви нагруженной машины. При построениях на рис. 2 принято, что угол ψ_e между векторами $\dot{U}_1$ и $\dot{E}_н$ равен углу $\psi_м$ между током холостого хода I_0 (совпадает с горизонтальной мнимой осью — j) и его реактивной составляющей $I_{0р}$, при этом выполняются соотношения: $I_{2a}' = I_{1a}$ и $I_{2p}' = I_{1p} - I_0$. Значения токов I_0, I_1 и угла φ_1 на диаграмме определяются из опытов холостого хода (I_0) и нагрузки (I_1 и φ_1), а значения $E_н$, I_2' и φ_2 определяются в результате расчетов по построениям. Активное сопротивление фазы обмотки статора r_1 определяется измерением, а приведенное активное сопротивление фазы обмотки ротора $R_s' = r_2'/s$ определяется известными способами [2] по значению электрических потерь в обмотке ротора $P_{э2}$: $r_2' = P_{э2}/3I_2'^2$ для трехфазной асинхронной машины. При указанных условиях из векторной диаграммы следует, что вещественные составляющие в уравнениях (2) $U_1 - I_{1a}r_1 - I_{1p}x_1$ и $I_{2a}'R_s' + I_{2p}'x_2'$ определяют собой активную составляющую ЭДС $E_н$ намагничивающей ветви нагруженной машины.

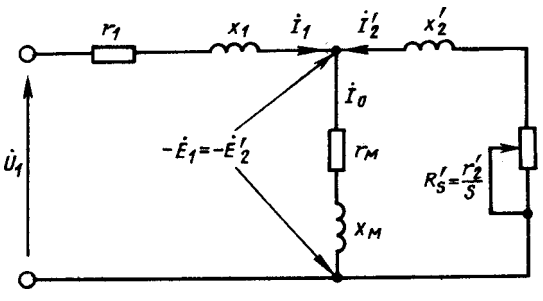


Рис. 1

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Приравнивая левые части уравнений в (2) и выделяя из них по отдельности вещественные и мнимые слагаемые, получаем:

$$\left.\begin{aligned} I_{1p}x_1 + I'_{2p}x'_2 &= U_1 - I_{1a}r_1 - I'_{2a}R'_s = \Delta U; \\ I_{1a}x_1 + I'_{2a}x'_2 &= I_{1p}r_1 + I'_{2p}R'_s = K_U, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где

$$\Delta U = U_1 - I_{1a}(r_1 + R'_s) \text{ и } K_U = I_{1p}r_1 + I'_{2p}R'_s . \quad (4)$$

Определители системы уравнений (3) равны:

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} I_{1p} & I'_{2p} \\ I_{1a} & I'_{2a} \end{vmatrix} = I'_{2a}(I_{1p} - I_{1a}\operatorname{tg}\varphi_2) = I'_{2a}I_0; \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} \Delta U & I'_{2p} \\ K_U & I'_{2a} \end{vmatrix} = I'_{2a}(\Delta U - K_U \operatorname{tg}\varphi_2); \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} I_{1p} & \Delta U \\ I_{1a} & K_U \end{vmatrix} = I_{1a}(K_U \operatorname{tg}\varphi_1 - \Delta U), \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где $\operatorname{tg}\varphi_1 = I_{1p}/I_{1a}$, $\operatorname{tg}\varphi_2 = I'_{2p}/I'_{2a}$ и $I_{1p} - I_{1a} \times \operatorname{tg}\varphi_2 = I_0$.

Из (5) определяются значения x_1 и x'_2:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \Delta_1/\Delta = (\Delta U - K_U \operatorname{tg}\varphi_2)/I_0 ; \\ x'_2 &= \Delta_2/\Delta = (K_U \operatorname{tg}\varphi_1 - \Delta U)/I_0 . \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

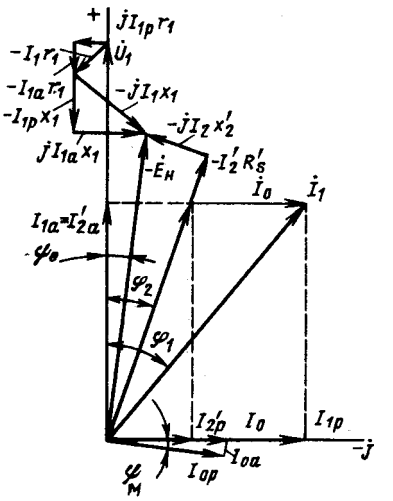


Рис. 2

После вычислений параметров по (6) определяются значения ЭДС намагничивающей ветви для режимов холостого хода E_0 и нагрузки $E_н$ по выражениям:

$$\left.\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{(U_1 - I_{0p}x_1)^2 + (I_{0a}r_1)^2} \approx U_1 - I_0x_1 ; \\ E_н &= \sqrt{[U_1 - (I_{1a}r_1 + I_{1p}x_1)]^2 + (I_{1p}r_1 - I_{1a}x_1)^2}. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

При переходе от режима холостого хода машины к режиму нагрузки ЭДС намагничивающей ветви схемы замещения уменьшается от значения

Тип двигателя	Параметр							
	Номинальная мощность P_2, кВт	Ток статора I_1, А	К.п.д., %	cos φ_1	Потери, Вт			
					в стали $P_{ст}$	электрические		механические $P_{мех}$
						$P_{э1}$	$P_{э2}$	
АИР160М6	15,0 / 15,0; 15,0	31,1 / 31,4; 31,4	89,4 / 88,9; 89,1	0,82 / 0,82; 0,81	400 / 474; 436	840 / 845; 845	410 / 415; 420	55 / 50; 70
АИР160М4	18,5 / 18,5; 18,5	35,0 / 35,2; 35,1	90,9 / 90,9; 90,8	0,89 / 0,88; 0,88	377 / 359; 390	755 / 776; 754	512 / 511; 495	130 / 120; 130
АИР160М2	18,5 / 18,5; 18,5	34,6 / 34,5; 34,7	90,7 / 90,7; 90,7	0,90 / 0,90; 0,89	405 / 425; 410	716 / 725; 740	374 / 354; 356	300 / 300; 290

Примечания. 1. В числителе — расчет, в знаменателе — данные эксперимента (двух машин). 2. Номинальное ГОСТ 183—74) для практически холодного состояния машины (20 °С). 4. Электрические потери $P_{э1}$ и $P_{э2}$ соответствуют температура принята за 75 °С). 5. Суммарные потери ΣP указаны с учетом добавочных нагрузочных потерь, принятых (согласно

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

E_0 до значения $E_н$ по (7), что приводит к уменьшению основного магнитного потока и намагничивающего тока I_0 до значения I_0', определяемого приближенно выражением

$$I_0' = I_0(E_н/E_0)^2. \quad (8)$$

Для учета изменения намагничивающего тока нагруженной машины расчет параметров x_1 и x_2' проводится в следующей последовательности. В начале расчета задаются значением тока I_0 из опыта холостого хода при номинальном напряжении $U_1 = U_н$, используя результаты опыта холостого и опыта номинальной нагрузки (при номинальном напряжении $U_н$ и скольжении s) определяют (см. рис. 2) активные и реактивные составляющие токов статора и ротора, после чего по (4), (6), (7) вычисляют сопротивления x_1 и x_2', ЭДС E_0 и $E_н$, а по (8) определяют новое значение тока I_0'. Повторяют расчет для нового значения тока холостого хода и расчет ведут до тех пор, пока не сравняются значения ЭДС на предыдущем и последующем шагах; обычно на третьем — четвертом шаге итерации достигается равенство ЭДС и заканчивается расчет.

Экспериментальная проверка предлагаемого метода определения индуктивных сопротивлений рассеяния проводилась на асинхронных двигателях серии АИР160. Параметры машин с числами полюсов $2p = 2$, 4, 6 определялись расчетом по данным эксперимента и сравнивались со значениями, полученными из электромагнитного расчета. Результаты расчета и эксперимента приведены в таблице для двух машин (указаны их заводские номера) каждой полюсности.

Результаты таблицы иллюстрируют хорошую сходимость опытных и расчетных параметров схемы замещения для электродвигателей с числами полюсов $2p = 4$ и 6. Для двигателей двухполюсных ($2p = 2$) расхождение расчетных и экспериментальных параметров составляет 20 %, что может объясняться недостаточной точностью электромагнитных расчетов, поскольку двухполюсные двигатели серии АИР160 выполняются с относительно большим размером мостика паза ротора, проводимость рассеяния которого рассчитывается аналитически с большой погрешностью. Из таблицы виден также малый разброс параметров, определяемых экспериментально у машин, изготовленных в одной партии.

Таким образом, предлагаемый метод позволяет с достаточной точностью определять параметры схемы замещения асинхронной машины по данным экспериментальных исследований без применения специальных измерительных обмоток. Это дает возможность:

проверять правильность расчетных параметров машины по результатам электромагнитных расчетов;

сделав расчет большой выборки испытаний, с высокой степенью достоверности определять значения параметров схемы замещения серийно выпускаемых машин;

проверять правильность проведенных испытаний серийных машин.

Суммарные ΣP	Ток х.х. I_0	Номинальное скольжение s, %	Сопротивления схемы замещения, Ом					
			r_1	r_2'	x_1	x_2'	$r_м$	$x_м$
1800 / 1865; 1856	13,5 / 14,8; 14,5	2,6 / 2,68; 2,67	0,239 / 0,234; 0,234	0,194 / 0,205; 0,202	0,655 / 0,700; 0,600	1,05 / 1,00; 1,18	0,732 / 0,721; 0,691	15,61 / 14,13; 14,54
1800 / 1845; 1870	11,0 / 11,1; 11,1	2,65 / 2,63; 2,58	0,170 / 0,169; 0,168	0,169 / 0,166; 0,164	0,520 / 0,511; 0,515	0,850 / 1,955; 0,905	1,039 / 0,971; 1,055	19,44 / 19,27; 19,26
1900 / 1906; 1900	9,8 / 9,7; 9,4	1,80 / 1,84; 1,80	0,167 / 0,167; 0,168	0,117 / 0,116; 0,117	0,52 / 0,60; 0,61	0,810 / 0,980; 1,00	1,406 / 1,506; 1,547	21,87 / 22,02; 22,73

линейное напряжение обмотки статора $U_{1л}$ = 380 В (соединение Y). 3. Активные сопротивления r_1 и r_2' приведены (согласно установившейся температуре (превышения температуры обмотки статора не превышают 80 °С, и согласно ТУ расчетная рабочая

ГОСТ 183—74) 0,5 % подведенной активной мощности.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Разработанный метод экспериментального определения параметров схемы замещения асинхронных машин позволяет автоматизировать процесс расчетов по экспериментальным данным путем применения ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иванов-Смоленский А. В.** Электрические машины: Учебник для вузов. — М.: Энергия, 1980.

2. **Жерве Г. К.** Промышленные испытания электрических машин. — Л.: Энергоатомиздат, 1984.

3. **Мураховская М. А.** К расчету индуктивных сопротивлений асинхронных машин. — Электротехника, 1966, № 7.

4. **Новиков Ю. Д., Гептковски З., Бабин Ю. В.** Экспериментальное определение индуктивностей рассеяния асинхронных двигателей. — Электротехника, 1982, № 3.

5. **А.с. 513327 (СССР).** Способ определения активного и индуктивного сопротивлений ротора индукционной электрической машины / В. М. Куцевалов, Л. А. Ковалюк, В. Н. Кантер. Опубл. в Б.И., 1976, № 20.

6. **А.с. 565353 (СССР).** Способ определения индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора электрической машины / Ф. К. Макаров, М. С. Недорезова, Ю. А. Кремешный. Опубл. в Б.И., 1977, № 26.

7. **ГОСТ 7217 (СТ 168—85).** Машины электрические вращающиеся. Двигатели асинхронные. Методы испытаний. — М., 1987.

[04.07.91]

Условия эффективного использования емкостного накопителя энергии в системах тягового электроснабжения железных дорог

ПУПЫНИН В. Н., НИКИТИН В. Л.

МИИТ

В последнее время энергетики всего мира уделяют большое внимание крупномасштабному аккумулированию энергии в энергосистемах с помощью различного типа накопителей энергии (НЭ), призванных выполнять несколько функций: спрямление суточных, недельных, годовых графиков нагрузки, обеспечение динамической и статической устойчивости энергосистемы, стабилизацию частоты и напряжения в ней, повышение качества электроэнергии, повышение пропускной способности межсистемных связей и т. д. Предполагается, что в будущем значительное количество электроэнергии будет доходить до потребителя через НЭ.

Анализируя принципы действия и энергоемкость всего многообразия НЭ (гидроаккумулирующие, воздухоаккумулирующие газотурбинные, магнитогидродинамические, инерционные, электрические и т. д.), можно сделать вывод, что для электрифицированных железных дорог наиболее подходят накопители электрической энергии, в частности емкостные накопители энергии (ЕНЭ) и сверхпроводящие индуктивные накопители (СПИН) [1].

Применение НЭ в системе тягового электроснабжения (СТЭ) позволило бы:

уменьшить пиковые нагрузки и провалы нагрузки тяговых подстанций, что способствовало бы лучшему использованию установленной мощности подстанций при увеличении размеров движения и весов поездов:

уменьшить температуру проводов подвески контактной сети и полупроводниковых агрегатов;

повысить напряжение на токоприемниках электровозов, идущих в тяговом режиме;

лучше использовать энергию рекуперации, т. е. уменьшить потери энергии в тяговой сети от рекуперированных токов и, одновременно, обеспечить необходимые тормозные моменты на валу двигателей электровозов;

использовать энергию рекуперативного торможения моторовагонных секций пригородных поездов для последующего разгона их при трогании.

Проведенные исследования показали, что на магистральном участке железной дороги для выравнивания графика нагрузки тяговой подстанции, при ее среднесуточном расходе энергии до 120 МВт·ч, часовая потребная энергия НЭ должна быть до 5 МВт·ч ($1{,}8 \cdot 10^{10}$ Дж) при мощности НЭ в 5 МВт.

Для пригородного участка железной дороги

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

были проведены многовариантные расчеты с использованием модели [2], которая имитировала движение реальных электропоездов по реальному графику. В результате расчетов была оценена энергоемкость НЭ, расположенного вблизи остановочного пункта. Она должна находиться в пределах от 10 до 50 кВт·ч (0,36 ÷ 1,8·10⁸ Дж). Причем, значение энергоемкости определяется не только размерами избыточной энергии рекуперирующего перед остановкой состава (средний ток рекуперирующего электропоезда $I_{ср.рек} = 1650$ А, среднее напряжение на токоприемнике $U_{ср.рек} = 3800$ В, средняя продолжительность рекуперативного торможения на рассматриваемом участке $t_{ср.рек} = 6$—8 с., тогда избыточная энергия — если рядом нет электропоезда в тяге — может составить $W_{изб.рек} = I_{ср.рек} U_{ср.рек} t_{ср.рек} = 1650 \cdot 3800 \cdot 8 = 0{,}5 \cdot 10^8$ Дж), но и количеством энергии, необходимой для сглаживания графика нагрузки тяговой подстанции, что наиболее актуально для пригородных подстанций, так как их график нагрузки характеризуется резкими набросами и спадами, а это неблагоприятно сказывается на оборудовании.

В [3] был проведен сравнительный анализ капитальных вложений на создание СПИН и ЕНЭ, на основе которого был сделан вывод, что НЭ энергоемкостью до 10^9 Дж выгодно выполнять емкостными, а большей энергоемкости — индуктивными.

Рассмотрим возможность применения ЕНЭ в СТЭ пригородного участка железной дороги.

Как известно, энергия накопления в конденсаторе (Дж) определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2_{Сн}}{2},$$

где C — емкость конденсатора, Ф; $U_{Сн}$ — номинальное напряжение заряженного конденсатора, В.

Подключенный к тяговой сети на разряд ЕНЭ не сможет разрядиться полностью, а только лишь до уровня напряжения в тяговой сети, определяемого нагрузкой и ее расположением. Поэтому в ЕНЭ будет оставаться некоторое количество энергии, так называемый "мертвый объем". Таким образом, полная энергия ЕНЭ

$$W = W_р + W_0,$$

где $W_р$ — энергия обмена, Дж; W_0 — энергия "мертвого объема", Дж.

Исходя из того, что на железных дорогах постоянного тока диапазон рабочих напряжений в контактной сети может быть определен в пределах от 2700 до 4000 В, можно принять, что ЕНЭ будет заряжаться и разряжаться в диапазоне 3000—4000 В, тогда

$$W_р = \frac{C(U^2_{Сн} - U^2_{С0})}{2},$$

где $U_{С0}$ — напряжение "мертвого объема" (здесь $U_{С0} = 3000$ В).

Если $W_р = 1{,}8 \cdot 10^8$ Дж, то

$$C = \frac{2W_р}{U^2_{Сн} - U^2_{Сн}} = \frac{2 \cdot 1{,}8 \cdot 10^8}{16 \cdot 10^6 - 9 \cdot 10^6} = 50 \text{ Ф}.$$

Необходимо еще раз отметить, что приведенные цифры являются оценочными для рассмотренного участка. На участках, где рекуперативное торможение применяется в большей мере, значение избыточной энергии может быть в 2—3 раза выше, и тогда в 2—3 раза может увеличиться электрическая емкость ЕНЭ.

Параметры тяговой сети одной фидерной зоны можно принять следующими (рис. 1): $r_0 = 0{,}04$ Ом/км (контактная подвеска М—120+2МФ—100+2А—185), $l_1 = l_2 = 10$ км; $l_э = 0{,}5$ км; $\rho_1 = \rho_2 = 0{,}1$ Ом; $E_1 = E_2 = U_{х.х} = 3600$ В, $C = 50$ Ф.

Перед дальнейшими рассуждениями следует принять некоторые допущения.

1. Подавляющее большинство выпрямительных агрегатов электрифицированных железных дорог постоянного тока работает по шестипульсовой схеме выпрямления. Выпрямленное напряжение, кроме постоянной составляющей, содержит пульсирующую составляющую с частотой пульсаций 300 Гц. При заряде и разряде ЕНЭ переходные процессы будут протекать в течение секунд, при этом трехсотгерцовые пульсации не будут влиять на процессы заряда и разряда ЕНЭ, поэтому можно считать, что напряжение в контактной сети не имеет пульсирующей составляющей.

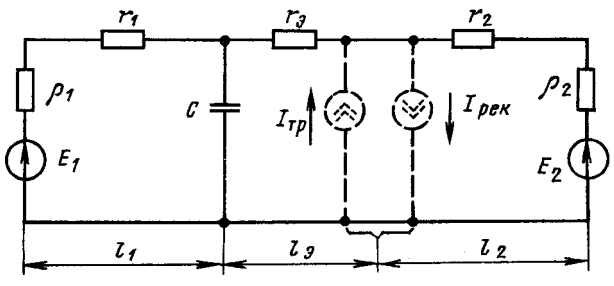


Рис. 1. Схема замещения одной фидерной зоны с ЕНЭ и трогающимся или рекуперирующим электропоездом

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

2. Ток, потребляемый электровозом, зависит от многих параметров: профиля пути, типа электровоза, веса поезда, напряжения на токоприемнике, квалификации машиниста и т. д. На каждом конкретном участке железной дороги тип электровоза и расчетный вес поезда известны. При напряжении в контактной сети от 2700 до 4000 В ток электровоза, идущего в тяговом режиме, в основном зависит от профиля пути. Поэтому, имея результаты тягового расчета для конкретного участка железной дороги, можно с достаточной степенью точности замещать тяговую нагрузку источником тока, т. е. источником, не зависящим от схемы соединения СТЭ и напряжения в контактной сети. Подобные рассуждения корректны и для рекуперирующего электровоза, с той лишь разницей, что при напряжении на токоприемнике электровоза больше 4000 В рекуперативное торможение прекращается.

Таким образом, электровоз, потребляющий или генерирующий ток, в схеме замещения можно представлять источником тока с тем или иным направлением тока.

Для выполнения ЕНЭ всех поставленных выше целей его схема должна обеспечивать возможность:

заряда напряжением тяговой сети, что эквивалентно заряду от источника напряжения;

заряда током рекуперирующего электропоезда, что эквивалентно заряду от источника тока;

разряда на электропоезд, работающий в режиме тяги (тяговую нагрузку), что эквивалентно разряду на источник тока.

Режим заряда ЕНЭ от напряжения тяговой сети. При анализе возможности использования для заряда ЕНЭ ключевых схем [4] была выбрана схема "звенящего дросселя" (рис. 2) [5]. Подзаряд емкостного накопителя C происходит поочередно при разряде дозирующих реакторов $L1$ и $L2$ (ключи $K1$, $K3$ замкнуты, а ключи $K2$, $K4$ — разомкнуты), которые предварительно заряжаются

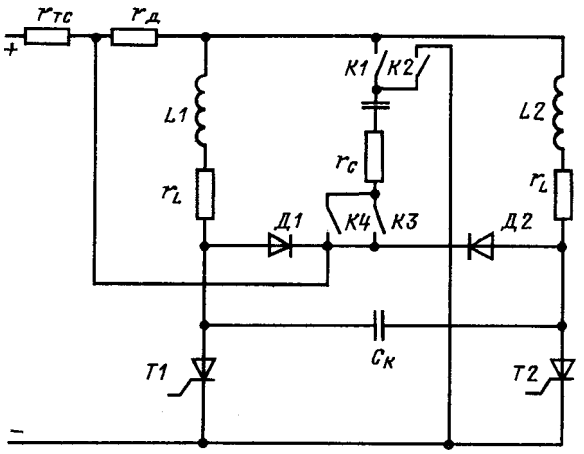


Рис. 2. Схема заряда накопительного конденсатора при помощи двух дозирующих реакторов

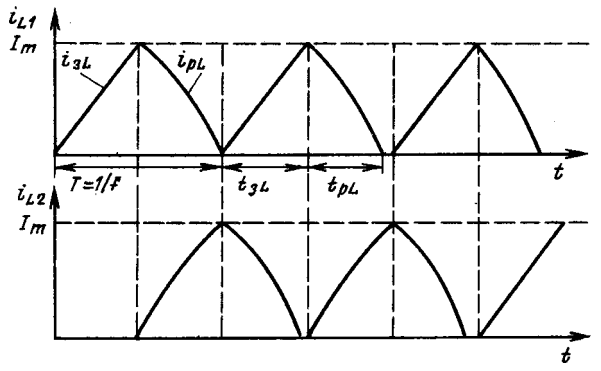


Рис. 3. Диаграммы токов дозирующих реакторов *L1* и *L2*

от контактной сети через соответствующие тиристоры $T1$ и $T2$, которые, в свою очередь, поочередно включаются с частотой f, задаваемой блоком управления. Строго говоря, разряд реактора осуществляется одновременно на два конденсатора C и $C_к$, но обычно $C \gg C_к$, поэтому можно принять, что вся энергия реактора передается накопительному конденсатору. На рис. 3 показаны кривые токов i_{L1}, i_{L2} дозирующих реакторов $L1$, $L2$, соответственно. Процесс заряда и разряда дозирующих реакторов может повторяться до тех пор, пока напряжение на батарее не достигнет заданного номинального значения $U_{Cн}$.

Одним из условий работы данной схемы заряда является то, что вся энергия дозирующего реактора должна передаваться в емкость. Другими словами, время заряда реактора до I_m должно быть не меньше времени разряда реактора на батарею конденсатора C:

$$t_{зL} \geqslant t_{pL}. \qquad (1)$$

Ток заряда дозирующего реактора описывается формулой

$$i_{зL} = \frac{U_{х.х}}{r_{т.с} + r_L}(1 - e^{-t/\tau}), \qquad (2)$$

где $\tau = \dfrac{L}{r_{т.с} + r_L}$; $r_{т.с}$ — приведенное сопротивление тяговой сети, Ом; L — индуктивность дозирующего реактора, Гн; r_L — активное сопротивление дозирующего реактора, Ом.

Приняв $i_{зL} = I_m$, можно найти $t_{зL}$ — время заряда индуктивности до максимального тока I_m:

$$t_{зL} = \frac{L}{r_{т.с} + r_L} \ln \frac{U_{х.х}}{U_{х.х} - I_m(r_{т.с} + r_L)}. \qquad (3)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Ток разряда дозирующего реактора и напряжение на конденсаторе описываются формулами:

$$i = \frac{I_m \omega_0}{\omega} e^{-at} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{U_{C0} + I_m(r_L + r_C)}{L\omega} \times$$

$$\times e^{-at} \sin \omega t; \qquad (4)$$

$$u_C = \frac{(U_{C0} + I_m(r_L + r_C))\omega_0}{\omega} e^{-at} \sin(\omega t + \alpha) -$$

$$- \frac{I_m}{\omega} e^{-at} \sin(\omega t + 2\alpha), \qquad (5)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; $a = (r_L + r_C)/(2L)$; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2}$; $\alpha = \operatorname{arctg}(\omega/a)$; r_C — активное сопротивление ошиновки модульной конструкции ЕНЭ.

Из условия, что ток дозирующего реактора в конце разряда равен нулю, определим продолжительность разряда реактора:

$$t_{pL} = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg}\left[\frac{L\omega I_m}{U_{C0} + 0{,}5 I_m(r_L + r_C)}\right]. \qquad (6)$$

Для простоты, не сделав большой ошибки, можно принять, что $(r_L + r_C) \longrightarrow 0$, тогда формула (6) примет вид:

$$t_{pL} = \sqrt{LC} \operatorname{arctg}\left[\frac{I_m}{U_{C0}}\sqrt{L/C}\right]. \qquad (7)$$

Если принять ориентировочно $I_m = 1000$ А; $U_{C0} = 3000$ В; $C = 50$ Ф; $L < 1$ Гн, то в формуле (7)

$$\operatorname{arctg}\left[\frac{I_m}{U_{C0}}\sqrt{L/C}\right] \approx \frac{I_m}{U_{C0}}\sqrt{L/C} \qquad (8)$$

и

$$t_{pL} = LI_m/U_{C0}. \qquad (9)$$

Запишем выражение (1) учитывая (2), (9) и $r_L \longrightarrow 0$:

$$\frac{L}{r_{т.с}} \ln \frac{U_{х.х}}{U_{х.х} - I_m r_{т.с}} \geqslant L \frac{I_m}{U_{C0}} \qquad (10)$$

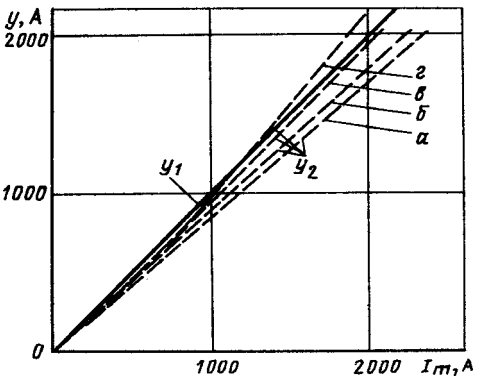


Рис. 4. Соотношения y_1 и y_2 при различных параметрах $U_{х.х}$, U_{C0}, $r_д$

или

$$I_m \leqslant \frac{U_{C0}}{r_{т.с}} \ln \frac{U_{х.х}}{U_{х.х} - I_m r_{т.с}}. \qquad (11)$$

Таким образом, для того, чтобы зарядное устройство рис. 2 работало в условиях реальной СТЭ железных дорог постоянного тока необходимо, чтобы выполнялось неравенство (11), которое было получено с оговоренными выше допущениями, что $C \gg C_к$ и $(r_L + r_C) \longrightarrow 0$. Из (11) видно, что для достижения условия (1) мы можем изменять только лишь величины I_m, $U_{х.х}$, $r_{т.с}$, U_{C0}.

На рис. 4 изображены графики функций $y_1(I_m) = I_m$ и $y_2 = (I_m) = \frac{U_{C0}}{r_{т.с}} \ln \frac{U_{х.х}}{U_{х.х} - I_m r_{т.с}}$.

Кривая *а* построена при $U_{C0} = 3000$ В, $U_{х.х} = 3600$ В, $r_{т.с} = 0{,}15$ Ом. Отсутствие точек пересечения функций y_1 и y_2 говорит о том, что в данном диапазоне I_m зарядная схема работать не будет. Кривая *б* отличается от *а* тем, что $U_{C0} = 3200$ В, но по-прежнему пересечения функций в диапазоне $I_m = 1000$ А нет. Далее увеличивать U_{C0} нецелесообразно, так как коэффициент использования ЕНЭ будет слишком низок. Теперь, если снизить напряжение холостого хода $U_{х.х}$ до 3400 В (кривая *в*), то точка пересечения приблизится, но ток I_m будет все еще велик, да и не всегда удастся снизить $U_{х.х}$ на тяговых подстанциях, так как от его уровня зависит скорость поездов. Остается еще возможность: использовать добавочное сопротивление $r_д$ (см. рис. 2). Кривая *г*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

построена при $r_д = 0{,}45$ Ом; $U_{х.х} = 3600$ В, $U_{C0} = 3200$ В.

Добавочное сопротивление включается между $r_{т.с}$ и общей точкой дозирующих реакторов (см. рис. 2) с тем, чтобы уменьшить скорость нарастания тока в дозирующих реакторах, увеличивая тем самым время заряда реакторов до I_m. Значение добавочного сопротивления будет зависеть от значения $r_{т.с}$, причем при достаточно большом сопротивлении $r_{т.с}$ необходимость в $r_д$ отпадает.

Наличие добавочного сопротивления отрицательно скажется на к. п. д. зарядного устройства, однако, если в процессе заряда уменьшать значение добавочного сопротивления (а это возможно из-за того, что по мере заряда конденсатора длительность импульса тока i_{pL}, разряжающего дозирующий реактор, уменьшается), то к концу заряда к. п. д. будет максимальным.

При работе зарядного устройства (рис. 2) в тяговой сети протекает пилообразный ток с частотой $2f$. Наличие высших гармонических составляющих в токе может негативно отразиться на работе цепей СЦБ, которые на дорогах постоянного тока работают на промышленной частоте 50 Гц. При частоте пилообразного тока $2f = 13$ Гц частоты третьей, пятой и седьмой гармоник будут соответственно равны 39, 65 и 91 Гц.

Из рис. 3 видно, что $2f = 1/t_{зL}$ или

$$t_{зL} = 1/2f. \qquad (12)$$

Учитывая (3), разрешим (12) относительно L

$$L = \frac{r_{т.с} + r_д}{2f \ln \dfrac{U_{х.х}}{U_{х.х} - I_m(r_{т.с} + r_д)}}. \qquad (13)$$

Подставляя $r_{т.с} + r_д = 0{,}6$ Ом; $U_{х.х} = 3600$ В; $I_m = 1000$ А; $2f = 13$ Гц, получим $L = 0{,}25$ Гн.

Рассмотрим к. п. д. зарядного устройства в диапазоне заряда НЭ от U_{C0} до $U_{Cн}$. Как известно, к. п. д. определяется отношением накопленной конденсатором энергии к энергии, затраченной источником $\eta_{з.у} = W_{НЭ}/W_и$.

Выражение для к. п. д. зарядного устройства, изображенного на рис. 2, можно записать:

$$\eta_{з.у} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \eta_i}{n}, \qquad (14)$$

где n — число импульсов; η_i — к. п. д. i-го импульса конденсаторного зарядного тока, равный $\eta_i = W_{Li}/W_{иi}$.

Здесь $W_{Li} = \dfrac{LI_m^2}{2}$; W_{Li} — количество энергии, передаваемой из дозирующего реактора в конденсатор за один импульс, Дж (при $I_m = \text{const}$ W_{Li} не изменяется в процессе всего заряда); $W_{и\,i}$ — количество энергии, затрачиваемой источником для заряда дозирующего реактора до W_{Li}, Дж: $W_{иi} = U_{х.х}\, i_{иi}\, t_{зL}$, где

$$i_{иi}\, t_{зL} = \int_0^{t_{зL}} i_{зL}\, dt = \int_0^{t_{зL}} \frac{U_{х.х}}{r_{т.с} + r_д}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) dt. \qquad (15)$$

Проинтегрировав (15), получим $i_{и\,i}\, t_{зL} = \dfrac{U_{х.х}}{r_{т.с} + r_д}\, t_{зL} - I_m \tau$, где $\tau = \dfrac{L}{r_{т.с} + r_д}$.

Определяя к. п. д. зарядного устройства в начале и конце заряда по формуле (14), получим $\eta_1 = 0{,}89$, $\eta_n = 0{,}97$.

Таким образом, к. п. д. зарядного устройства, изображенного на рис. 2 с $r_д = 0{,}45$ Ом, будет лежать в пределах от 0,89 до 0,97.

Режим заряда ЕНЭ от рекуперирующего электропоезда. При прямом подключении накопительного конденсатора к контактной сети (для этого необходимо, чтобы ключи $K1$, $K3$ были разомкнуты, а ключи $K2$, $K4$ замкнуты, см. рис. 2) на фидерной зоне образуется схема, изображенная на рис. 1 (источник тока $I_{рек}$). Здесь возможны два варианта стартового состояния накопительного конденсатора. Первый: напряжение конденсатора меньше напряжения холостого хода тяговой подстанции, тогда зарядный ток и напряжение на конденсаторе будут изменяться в соответствии с соотношениями:

$$i_C = \left[(E - U_{C0}) \frac{r_1 + r_2 + r_э}{r_1(r_2 + r_э)} + \right.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$+ I_{\text{р}} \frac{r_2}{r_2 + r_{\text{э}}} \Bigg] e^{-a/t}; \qquad (16)$$

$$u_C = U_{C0} e^{-a/t} + \left[E + I_{\text{р}} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_{\text{э}}} \right] \times$$

$$\times (1 - e^{-a/t}), \qquad (17)$$

где $a = \dfrac{r_1 + r_2 + r_{\text{э}}}{C r_1 (r_2 + r_{\text{э}})}$.

Заряд в этом случае будет протекать с довольно низким к. п. д., так как в заряде будут участвовать источники постоянного напряжения, подключенные к конденсатору только лишь через активные сопротивления, а, как известно из ТОЭ, такой заряд конденсатора протекает с к. п. д. = 0,5.

Второй вариант: напряжение подключаемого к контактной сети накопительного конденсатора равно или выше напряжения холостого хода тяговых подстанций. В этом случае тяговые подстанции запираются, зарядный ток конденсатора становится равным току рекуперирующего электровоза, при этом напряжение на конденсаторе будет возрастать по линейному закону: $u_C = U_{\text{х.х}} + \dfrac{I_{\text{рек}}}{C} t_{\text{р}}$, где $t_{\text{р}}$ — продолжительность рекуперации, с.

При этом к. п. д. заряда будет максимальным [6]. На основании изложенного можно предложить следующий режим заряда ЕНЭ.

На первом этапе, от напряжения U_{C0} до напряжения $u_C = U_{\text{х.х}}$, ЕНЭ заряжать при помощи зарядного устройства (рис. 2). Время заряда можно определить по формуле

$$t_{\text{з1}} = \frac{1}{2f} \frac{W_C}{W_{L\,i}} = \frac{1}{2f} \frac{C(U_{C\text{н}}^2 - U_{C0}^2)}{LI_m^2}. \qquad (18)$$

Подставляя в (18) определенные ранее параметры, получим $t_{\text{з1}} = 42$ с.

На втором этапе, при повышении напряжения в контактной сети сверх $U_{\text{х.х}}$, а это произойдет при появлении рекуперирующего электропоезда и отсутствии разгоняющегося электропоезда, продолжить заряд ЕНЭ рекуперированным током. При $I_{\text{рек}} = 330 \times 5 = 1650$ А (330 А — ток рекуперации одной секции, 5 — число секций в электропоезде) и $t_{\text{р}} = 6$ с $u_C = 3800$ В (при появлении сразу двух рекуперирующих электропоездов зарядный ток будет в 2 раза больше и u_C поднимется до 4000 В).

На третьем этапе, если необходимо, можно дозарядить конденсатор до 4000 В с помощью зарядного устройства рис. 2. Подставляя в (18) $U_{C0} = 3800$, $U_{C\text{н}} = 4000$ В, получим $t_{\text{з3}} = 24$ с. Тогда общее время заряда ЕНЭ будет $t_{\text{з}} = t_{\text{з1}} + t_{\text{р}} + t_{\text{з3}} = 42 + 6 + 24 = 72$ с.

Режим разряда ЕНЭ на тяговую нагрузку. При этом режиме подключать ЕНЭ целесообразно напрямую к контактной сети (ключи $K1$, $K3$ на рис. 2 разомкнуты, а ключи $K2$, $K4$ — замкнуты).

При трогании электропоезда с остановочного пункта им потребляется довольно большой пусковой ток $I_{\text{тр}} = 260 \times 5 = 1300$ А (260 А — пусковой ток одной секции), что вызывает резкое уменьшение напряжения в контактной сети. Это может служить сигналом подключения заряженного ЕНЭ к тяговой сети. В силу того, что напряжение ЕНЭ больше $U_{\text{х.х}}$, выпрямительные тяговые подстанции запираются. Ток разряда ЕНЭ будет равен тяговому току $I_{\text{тр}}$, напряжение на конденсаторе будет уменьшаться по линейному закону: $u_C = U_{C\text{н}} - \dfrac{I_{\text{тр}}}{C} t_{\text{р1}}$.

Этот режим будет длиться до тех пор, пока напряжение на токоприемнике электропоезда не снизится до $U_{\text{х.х}}$; $t_{\text{р1}} = (U_{C\text{н}} - U_{\text{х.х}}) \dfrac{C}{I_{\text{тр}}}$, учитывая ранее принятые параметры, $t_{\text{р1}} = 15$ с.

Как только подстанции включатся (строго говоря, включение подстанций происходит не одновременно, а через малый промежуток времени, которым можно пренебречь), ток разряда и напряжение на конденсаторе будут изменяться в соответствии с соотношениями:

$$i_C = I_{\text{тр}} \frac{r_2}{r_2 + r_{\text{э}}} e^{-at};$$

$$u_C = E - I_{\text{тр}} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_{\text{э}}} (1 - e^{-at}),$$

где $a = \dfrac{r_1 + r_2 + r_{\text{э}}}{C r_1 (r_2 + r_{\text{э}})}$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Этот этап будет длиться до тех пор, пока ЕНЭ не разрядится до $U_{C\,\min} = E - I_{\text{тр}} \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_{\text{э}}} \approx$ $\approx U_{\text{х.х}} - I_{\text{тр}} r_{\text{т.с}} = 3400$ В через $t_{\text{р2}} = 4/a = 4Cr_{\text{т.с}} = 30$ с, тогда общее время разряда будет $t_{\text{р}} = t_{\text{р1}} + t_{\text{р2}} = 45$ с.

В заключение оценим массо-габаритные характеристики предлагаемого ЕНЭ.

Достижения зарубежной и отечественной науки в области создания конденсаторов нового типа значительны. Уже сейчас созданы конденсаторы с удельной емкостью 20 МДж/м^3, а в ближайшей перспективе — 64 МДж/м^3 [7]. Так, при суммарной энергоемкости ЕНЭ в 400 МДж объем блока конденсаторов уже сейчас может составить 20—25 м^3, а в ближайшей перспективе — 6—8 м^3.

Объем зарядного устройства в основном будет определяться объемом дозирующих реакторов. Как показали оценочные расчеты, на базе одной ячейки стандартного воздушного реактора РБФА—У, применяемого на железнодорожных подстанциях, можно создать дозирующий реактор на средний ток 400—500 А с индуктивностью 0,2—0,3 Гн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Астахов Ю. М., Веников В. А., Тер-Газарян А. Г.** Накопители энергии в электрических системах.— М.: Высшая школа, 1989.

2. **Никитин В. А.** Эффективность использования накопителей энергии на пригородных участках электрифицированных железных дорог / Моск. ин-т инж. ж.-д. трансп.— М., 1990.—14 с.— Деп. в ЦНИИ ТЭИ МПС ноябрь 1990, № 5403.

3. **Тер-Газарян А. Г.** Массо-габаритные параметры накопителей электрической энергии / Моск. энерг. ин-т.— М., 1982.— 16 с.— Деп. в Информэнерго 15.10.82, № 1103 Эн-Д82.

4. **Пазеев Г. Ф.** О некоторых ключевых схемах для заряда емкости от источника постоянного напряжения.— Проблемы технической электродинамики, 1969, вып. 19.

5. **Пентегов И. В.** Основы теории зарядных цепей емкостных накопителей энергии.— Киев: Наукова думка, 1982.

6. **Волков И. В., Пентегов И. В.** Оптимальные процессы заряда емкостных накопителей энергии.— Изв. вузов. Энергетика.— 1967, № 4.

7. **IEEE Transactions on Magnetics,** 1989, vol. 25, No. 1, pp. 324-330.

[*25.03.92*]

Памяти Владимира Максимовича Алехина

Скин-эффект в параллельных проводах. Метод энергетического баланса

КОЛЕСНИКОВ Э. В., доктор техн. наук

Волгоградский политехнический институт

Рассматривается система параллельных немагнитных проводов кругового сечения (рис. 1), несущих синусоидальные токи с комплексными амплитудами $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$,..., $\dot{I}_N$. Необходимо найти распределение комплексных амплитуд плотности тока $\dot{\delta}$ по сечению каждого провода. Задача решается в квазистационарном приближении: предполагается, что длины проводов значительно меньше длины волны, а размеры поперечного сечения системы много меньше ее длины.

Известны два основных подхода к расчету скин-эффекта в проводах. Первый исходит из уравнения Гельмгольца для плотности тока, его частных решений и краевых условий для магнитного поля. Этим способом легко найти распределение тока в уединенном проводе, токи, индуцированные в нем поперечным полем [1] или параллельной осью с током [2]. Для двух и более массивных проводов предложены различные способы вычисления поправок магнитного поля и возбуждаемых им вихревых токов [1, 3—5]. Недостаток этого подхода — громоздкость, трудно формализуемые итерационные процедуры.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Второй подход основан на использовании интегрального уравнения скин-эффекта с численным [3, 6, 7] либо численно-аналитическим [8, 9] решением. Для систем из многих проводов при существенно двумерном распределении тока (не резкий скин-эффект) он приводит к обширным алгебраическим системам и трудностям с представлением и анализом численных результатов. Поэтому остается привлекательным и практически важным поиск аналитических (формульных) решений, хотя бы и приближенных.

Путь к этому открывает, как нам кажется, предлагаемый ниже метод энергетического баланса. Он объединяет три классических приема — разделение переменных, интегральное уравнение скин-эффекта и метод Галеркина [10]. Разделение переменных дает набор гармоник, линейные комбинации которых приближают функцию плотности тока в каждом проводе. Интегральное уравнение заменяет краевые условия и вместе с известной процедурой метода Галеркина дает простой и естественный способ формирования системы уравнений для констант в линейных комбинациях гармоник. Обычно достаточно использовать лишь несколько первых гармоник для каждого провода, что приводит к небольшим системам. Более того, условия симметрии в ряде важных случаев позволяют свести дело к одному — двум уравнениям и получить замкнутые решения.

Основы метода энергетического баланса требуют большой аналитической проработки, чему в основном и посвящена статья. Ее результатами служат простые формулы для матриц расчетной системы, выражение для плотности тока. Статья имеет продолжения, в которых рассмотрены параметры системы как многополюсника, потери, электродинамические силы, примеры применения метода.

Основные обозначения:

$\dot{\delta}(r,\ \alpha)$ — продольная компонента плотности тока как функция связанных с круговым сечением полярных координат r, α;

N — число проводов системы;

$k,\ s = 1,\ 2,\ldots,\ N$ — номера проводов (нижние индексы);

$\dot{\delta}_k(r,\ \alpha)$ — плотность тока на сечении k-го провода;

$S_k,\ a_k,\ \gamma_k$ — сечение, радиус и электропроводность k-го провода;

$z,\ \zeta$ — комплексные координаты точек в поперечном сечении системы;

z_k — комплексная координата центра k-го сечения;

$r_{ks} \equiv |z_s - z_k|$ — расстояние между центрами k-го и s-го сечений;

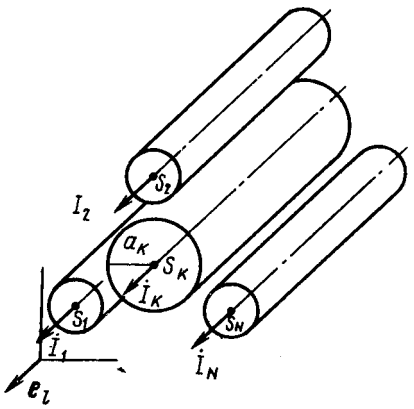


Рис. 1. Система параллельных проводников с токами $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$,..., $\dot{I}_n$

$\alpha_{ks} \equiv \arg\,(z_s - z_k)$ — угловая координата положения пары проводов;

ω — круговая частота токов;

$\Omega = \omega\gamma\mu_0 a^2$ — параметр относительной резкости скин-эффекта в проводе радиуса a;

$\Omega_k = \Omega$ — для k-го провода;

$p^2 \equiv -j\omega\gamma\mu_0$ — квадрат коэффициента распространения поля в проводящей немагнитной среде;

$p_k = p$ — для k-го провода;

$n,\ m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ldots$ — номера пространственных гармоник плотности тока (верхние индексы);

$\psi^n(r,\ \alpha)$-я гармоника плотности тока — частное решение уравнения Гельмгольца (см.(4));

$\overset{n}{\psi}_k(r,\ \alpha)$ — то же для k-го сечения;

$F^n(r)$ — функция радиального изменения n-й гармоники (см. (4));

$f^n(\Omega) \equiv F^n(a)$ — основная частотная функция для n-й гармоники (рис. 2);

$\mathbf{e}_l$ — орт продольной оси провода (рис. 1);

$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{e}_l\mu_0\dot{A}$ — векторный потенциал поля $\mathbf{B}$;

$\dot{A}$ — продольная компонента векторного потенциала поля $\mathbf{H}$ (см. (15));

R — масштабный линейный размер (см. (15));

$\overset{n}{A}_k$ — потенциал поля n-й гармоники k-го провода (см. (16));

$\langle \overset{n}{A}_k \rangle_s$ — среднее значение потенциала $\overset{n}{A}_k$ на сечении s-го провода;

$\langle A \rangle$ — кусочно-постоянная на сечении системы функция, равная $\langle A \rangle_k$ на S_k;

$(\overset{n}{\psi}_k,\ \overset{m}{A}_s) \equiv \overset{nm}{w}_{ks}$ — скалярные произведения гармоник плотности и потенциала — энергии взаимодействия;

$*$ — знак комплексного сопряжения (независимо от места расположения индекса);

$\cdot$ — точка над символом функции — комплекснозначность;

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$\overset{n}{x}_k$ — коэффициенты разложения плотности тока по гармоникам: $\dot{\delta}_k = \sum_n \overset{n}{x}_k \overset{n}{\psi}_k$;

$G\mathbf{x} = \mathbf{g}$ — система для вычисления неизвестных $\overset{n}{x}_k$;

$\mathbf{x}_k$ — столбец чисел $\overset{n}{x}_k$ ($n = ..., -2, -1, 1, 2, ...$);

$\mathbf{x}$ — столбец столбцов $\mathbf{x}_k$ ($k = 1, 2, ..., N$) — столбец неизвестных;

G — клеточная матрица системы;

G_{ks} — квадратная клетка матрицы G в ее k-й строке и s-м столбце;

$\overset{nm}{G}_{ks}$ — элемент клетки G_{ks} в ее k-й строке и s-м столбце (см. (44)) и (45));

$\mathbf{g}_k$ — столбец чисел $\overset{n}{g}_k$ (см. (46));

$\mathbf{g}$ — столбец столбцов $\mathbf{g}_k$ — свободный член системы.

1. Круговые гармоники уравнения Гельмгольца. Известно, что комплексные амплитуды плотности тока $\dot{\delta}(r, \alpha)$ в сечении каждого однородного провода удовлетворяют уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2\dot{\delta} + p^2\dot{\delta} = \frac{1}{r}\frac{1}{\partial r}\left[r\frac{\partial\dot{\delta}}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\dot{\delta}}{\partial\alpha^2} + p^2\dot{\delta} = 0. \quad (1)$$

Комплексное число p удобно связать с безразмерным вещественным параметром $\Omega \equiv \omega\gamma\mu_0 a^2$:

$$p \equiv \sqrt{-j\omega\gamma\mu_0} \equiv \frac{j-1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{\Omega}}{a} = j\sqrt{j}\frac{\sqrt{\Omega}}{a}. \quad (2)$$

Метод расчета, изложенный ниже, основан на аппроксимации функции $\dot{\delta}(r, \alpha)$ в сечении каждого провода линейными комбинациями некоторых функций $\psi^n(r, \alpha)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ (гармоник плотности тока). Последние выбираются как частные решения уравнения (1). Будучи зависящими от параметра Ω, они изменяются с его ростом так же, как само решение $\dot{\delta}$ (концентрируются у поверхности). В результате нужное для некоторой точности число гармоник не зависит от Ω, а определяется лишь взаимным расположением проводов. Вид гармоник $\psi^n(r, \alpha)$ можно получить, находя периодические по α и ограниченные решения уравнения (1). При каждом значении r такое решение можно представить суммой ряда Фурье:

$$\dot{\delta}(r, \alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n(r)e^{jn\alpha}.$$

Подстановка ряда в (1) дает:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{dR_n}{dr}\right] + \left[p^2 - \frac{n^2}{r^2}\right]R_n\right]e^{jn\alpha} = 0.$$

Ввиду линейной независимости функций $\exp(jn\alpha)$ коэффициенты при них [квадратные скобки] равны нулю. Это дает для $R_n(r)$ уравнение Бесселя n-го порядка (при $p \neq 0$) либо уравнение Эйлера (при $p = 0$). Их ограниченные в круге решения имеют вид

$$R_n(r) = A_n J_{|n|}(rp) \text{ при } p \neq 0;$$

$$R_n(r) = B_n r^{|n|} \text{ при } p = 0,$$

где A_n, $B_n = \text{const}$. Оба случая можно объединить, записав $R_n(r)$ в виде

$$R_n(r) = x^n ap J_{|n|}(rp)/2J_{|n|+1}(ap),$$

где x^n — произвольные числа. При $p \neq 0$ знаменатель в нуль не обращается, так как ap комплексно, а все нули функции Бесселя $J_{|n|+1}$ вещественны (13). При $p \to 0$, пользуясь асимптотикой функций Бесселя, получаем

$$R_n(r) \to x^n \frac{ap}{2}\left[\frac{rp}{2}\right]^{|n|}\frac{1}{|n|!}\left[\frac{2}{ap}\right]^{|n|+1}(|n|+1)! = x^n(|n|+1)\left[\frac{r}{a}\right]^{|n|},$$

что имеет форму решения $B_n r^{|n|}$. Таким образом, любое решение уравнения (1) представим в виде следующего ряда:

$$\boxed{\dot{\delta}(r, \alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^n F^n(r)e^{jn\alpha} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^n\psi^n(r, \alpha)}, \quad (3)$$

где

$$\boxed{F^n(r) \equiv \frac{apJ_{|n|}(rp)}{2J_{|n|+1}(ap)}},$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\boxed{\psi^n(r,\ \alpha) \equiv F^n(r)e^{jn\alpha}} \qquad (4)$$
$$n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots$$

Поскольку числа x^n произвольны, функции $\psi^n(r, \alpha)$ есть частные решения уравнения (1). Будем называть их *гармониками плотности тока*. В дальнейшем дополнительным индексом отмечается номер кругового сечения $k = 1, 2, \ldots, N$, к которому относится разложение (3), (4): a_k, p_k, Ω_k, F_k^n, ψ_k^n, x_k^n, $\delta_k(r, \alpha)$ и т. д.

2. Вычисление и свойства гармоник плотности. Вычислять внутренние значения гармоник $\psi^n(r, \alpha)$ обычно не приходится, так как важнейшие интегральные эффекты связаны с поверхностными значениями поля (при $r = a$). Поэтому укажем рациональный способ вычисления значений $F^n(a)$.

2.1. Вычисление $F^n(a)$. Используем функции Кельвина и быстро сходящиеся ряды для их произведений [11]. Из (4) и (2) получаем, что $F^n(a)$ зависит лишь от параметра Ω:

$$F^n(a) = \frac{j\sqrt{j}\,\sqrt{\Omega}\,J_{|n|}\left[j\sqrt{j}\,\sqrt{\Omega}\right]}{2J_{|n|+1}\left[j\sqrt{j}\,\sqrt{\Omega}\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{\Omega}{8}}(j-1)\left[\frac{\mathrm{ber}_{|n|} + j\,\mathrm{bei}_{|n|}}{\mathrm{ber}_{|n|+1} + j\,\mathrm{bei}_{|n|+1}}\right]\sqrt{\Omega} \equiv f^n(\Omega),$$

где все функции ber и bei здесь и далее берутся при аргументе, равном $\sqrt{\Omega}$.

Разделяя вещественную и мнимую части, получаем:

$$f^n(\Omega) = -\sqrt{\frac{\Omega}{8}}\frac{\mathrm{ber}_{|n|}(\mathrm{ber}_{|n|+1} - \mathrm{bei}_{|n|+1}) +}{\mathrm{ber}^2_{|n|+1} +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+\,\mathrm{bei}_{|n|}(\mathrm{ber}_{|n|+1} + \mathrm{bei}_{|n|+1})}{+\,\mathrm{bei}^2_{|n|+1}} +$$

$$+ j\sqrt{\frac{\Omega}{8}}\frac{\mathrm{ber}_{|n|}(\mathrm{ber}_{|n|+1} + \mathrm{bei}_{|n|+1}) -}{\mathrm{ber}^2_{|n|+1} +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-\,\mathrm{bei}_{|n|}(\mathrm{ber}_{|n|+1} - \mathrm{bei}_{|n|+1})}{+\,\mathrm{bei}^2_{|n|+1}}. \qquad (5)$$

Используем рекуррентные формулы [12]:

$$\mathrm{ber}_{|n|+1} + \mathrm{bei}_{|n|+1} = \sqrt{2}\left(\mathrm{ber}'_{|n|} - \frac{|n|}{\sqrt{\Omega}}\mathrm{ber}_{|n|}\right);$$
$$\mathrm{ber}_{|n|+1} - \mathrm{bei}_{|n|+1} = \sqrt{2}\left[\frac{|n|}{\sqrt{\Omega}}\mathrm{ber}_{|n|} - \mathrm{bei}'_{|n|}\right], \qquad (6)$$

где $\mathrm{ber}'_{|n|}$, $\mathrm{bei}'_{|n|}$ — значения производных при том же аргументе $\sqrt{\Omega}$.

Подстановка (6) в (5) дает:

$$f^n(\Omega) = \sqrt{\frac{\Omega}{4}}\frac{(\mathrm{ber}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|} - \mathrm{bei}_{|n|}\mathrm{ber}'_{|n|})}{(\mathrm{ber}^2_{|n|+1} + \mathrm{bei}^2_{|n|+1})} +$$

$$+ j\sqrt{\frac{\Omega}{4}}\frac{(\mathrm{ber}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|} + \mathrm{bei}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|}) -}{(\mathrm{ber}^2_{|n|+1} +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-(\mathrm{ber}^2_{|n|} + \mathrm{bei}^2_{|n|})|n|/\sqrt{\Omega}}{+\,\mathrm{bei}^2_{|n|+1})}. \qquad (7)$$

Смысл проделанного состоит в том, что получены комбинации функций Кельвина (скобки), выражаемые быстро сходящимися рядами [11]:

$$(\mathrm{ber}^2_{|n|} + \mathrm{bei}^2_{|n|})\sqrt{\Omega} =$$

$$= \left[\frac{\sqrt{\Omega}}{4}\right]^{|n|}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\Omega/4)^{2k}}{(|n|+k)!\,(|n|+2k)!k!};$$

$$(\mathrm{ber}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|} - \mathrm{bei}_{|n|}\mathrm{ber}'_{|n|})\sqrt{\Omega} =$$

$$= \frac{\sqrt{\Omega}}{2}\left[\frac{\sqrt{\Omega}}{4}\right]^{|n|}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\Omega/4)^{2k}}{(|n|+k)!\,(|n|+k+1)!k!};$$

$$(\mathrm{ber}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|} + \mathrm{bei}_{|n|}\mathrm{bei}'_{|n|})\sqrt{\Omega} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Omega}}\left[\frac{\Omega}{4}\right]^{|n|}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\Omega/4)^{2k}}{(|n|+k)!\,(|n|+2k-1)!k!}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Подставив эти равенства в (7), найдем окончательно, что

$$f^n(\Omega) = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \Omega^{2k}/2^{4k}(|n|+k)!(|n|+2k+1)!k!}{\sum_{k=0}^{\infty} \Omega^{2k}/2^{4k}(|n|+k+1)!(|n|+2k+1)!k!} + j\frac{\Omega}{4}\frac{\sum_{k=0}^{\infty} \Omega^{2k}/2^{4k}(|n|+k+1)!(|n|+2k+2)!k!}{\sum_{k=0}^{\infty} \Omega^{2k}/2^{4k}(|n|+k+1)!(|n|+2k+1)!k!}. \quad (8)$$

Сходимость рядов характеризуется следующим. При $\Omega = 1000$ необходимое число членов равно 20. Вообще можно, например, показать, что если ряд, стоящий в знаменателе, заменен суммой $m-1$ члена и при том число

$$q \equiv \frac{(\Omega/4)^2}{(n+m+1)(n+2m+1)^2 m} \leqslant \frac{1}{2},$$

то погрешность вычисления суммы ряда не превосходит удвоенного первого отброшенного (т. е. m-го) члена ряда. Значения вещественной и мнимой частей функции (8) при $n = 0, 1, \ldots, 7$ приведены на рис. 2. С их помощью для любого номера провода k найдем

$$F_k^n(a_k) = F_k^{-n}(a_k) = f^n(\Omega_k).$$

2.2. Нормы гармоник. Нормой $\|\psi_k^n\|$ функции ψ_k^n назовем вещественное положительное число

$$\|\psi_k^n\| \equiv + \sqrt{\int_{S_k}\int |\psi_k^n|^2 dS} = + \sqrt{\int_{S_k}\int \psi_k^n \overset{*}{\psi}{}_k^n dS}.$$

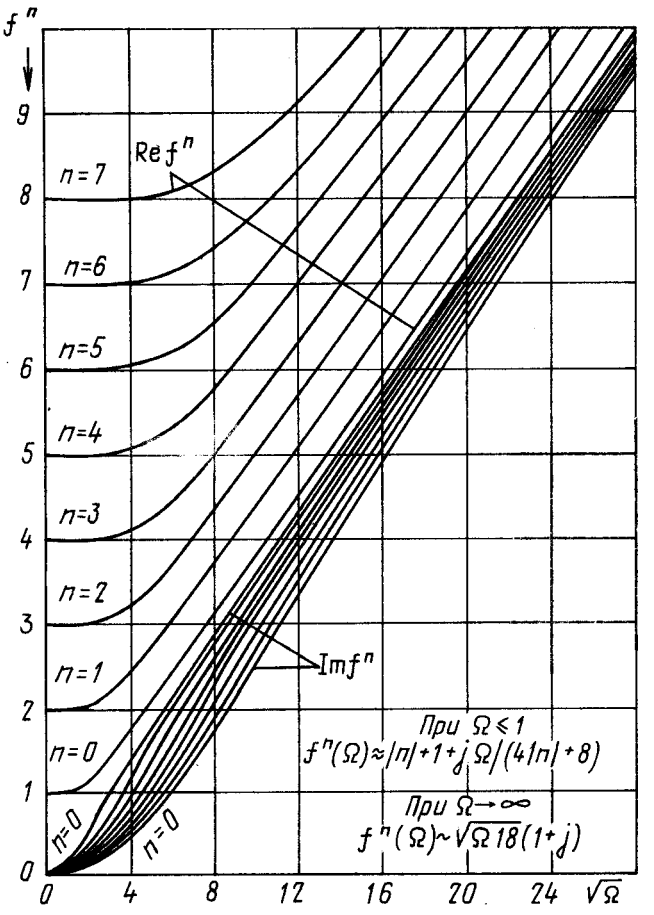


Рис. 2. Графики действительных и мнимых частей функции $F^n(\Omega)$, выраженных формулой (8) (как функции корня $\sqrt{\Omega}$, графики асимптотически линейны)

Для гармоник вида (4) получим

$$\left\|\psi_k^n\right\|^2 = 2\pi\int_0^{a_k} \left|F_k^n(r)\right|^2 r dr =$$

$$= \frac{\pi a_k^2}{2}\frac{p_k^2}{|J_{|n|+1}(a_k p_k)|^2}\int_0^{a_k} \left|J_{|n|}(rp_k)\right|^2 r dr. \quad (9)$$

При $p_k = j\sqrt{j}\sqrt{\Omega_k}/a_k$ интеграл сводится к табличному [12]:

$$\int_0^{a_k} \left|J_{|n|}(j\sqrt{j}\sqrt{\Omega_k}\frac{r}{a_k})\right|^2 r dr = \int_0^{a_k} \left[\mathrm{ber}_{|n|}^2\left[\sqrt{\Omega_k}\frac{r}{a_k}\right] +\right.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$+\operatorname{bei}^2_{|n|}\left[\sqrt{\Omega_k}\,\frac{r}{a_k}\right]\Bigg]rdr=\frac{a_k^2}{\Omega_k}\int_0^{\sqrt{\Omega_k}}[\operatorname{ber}^2_{|n|}\xi+$$

$$+\operatorname{bei}^2_{|n|}\xi]\xi d\xi=\frac{a_k^2}{\Omega_k}[\operatorname{ber}_{|n|}\operatorname{bei}'_{|n|}-\operatorname{bei}_{|n|}\operatorname{ber}'_{|n|}]\sqrt{\Omega_k}.$$

Подставив в (9), сравним полученный результат с равенством (7). Находим, что

$$\boxed{\left\|\overset{n}{\psi}_k\right\|^2=\pi a_k^2\,\operatorname{Re} f^n(\Omega_k).} \qquad (10)$$

2.3. Ортогональность гармоник. Скалярным произведением двух определенных на сечении S_k комплекснозначных функций $\overset{n}{\psi}_k(r,\alpha)$ и $\overset{m}{\psi}_k(r,\alpha)$ назовем число

$$(\overset{n}{\psi}_k,\overset{m}{\psi}_k)=\int\int_{S_k}\overset{n}{\psi}_k\overset{*m}{\psi}_k dS.$$

Тогда для гармоник (4) с разными номерами ($n\neq m$) получим:

$$(\overset{n}{\psi}_k,\overset{m}{\psi}_k)=\int_0^{a_k}\overset{n}{F}_k(r)\overset{*m}{F}_k(r)rdr\int_0^{2\pi}e^{j(n-m)\alpha}d\alpha=0. \qquad (11)$$

Это свойство характеризуется как *ортогональность* гармоник.

2.4. Интегрирование функции $\overset{n}{F}_k(r)r^{|n|+1}$. Дальше неоднократно используется следующее равенство [12]:

$$\int_0^{a_k}\overset{n}{F}_k(r)r^{|n|+1}dr=\frac{a_k p_k}{2J_{|n|+1}(a_k p_k)}\int_0^{a_k}J_{|n|}(rp_k)r^{|n|+1}dr=$$

$$=\frac{1}{2}a_k^{|n|+2} \qquad (12)$$

Отметим, что интеграл вещественен и не зависит от значения p_k (или Ω_k).

2.5. Средние значения гармоник. При $n\neq 0$ (n — целое) среднее по сечению S_k значение гармоники ψ^n равно нулю, благодаря множителю $\exp(jn\alpha)$:

$$\langle\overset{n}{\psi}_k\rangle\equiv\frac{1}{\pi a_k^2}\int\int_{S_k}\overset{n}{\psi}_k dS=0\quad(\text{при } n\neq 0).$$

При $n=0$, т. е. для гармоники $\overset{0}{\psi}_k(r,\alpha)$ по формуле (12) находим:

$$\langle\overset{0}{\psi}_k\rangle\equiv\frac{1}{\pi a_k^2}2\pi\int_0^{a_k}\overset{0}{F}_k(r)rdr=1. \qquad (13)$$

2.6. Запись гармоник с помощью комплексных координат. Свяжем с сечением S_k комплексную плоскость, направив вещественную ось параллельно линии отсчета углов α (рис. 3). Тогда, если z_k — комплексная координата центра сечения S_k, а ζ — координата точки (r,α), то

$$\zeta-z_k=re^{j\alpha}\Rightarrow e^{jn\alpha}=\left[\frac{\zeta-z_k}{r}\right]^n=\left[\frac{\zeta-z_k}{r}\right]^{-n}_*.$$

Поэтому гармоники (4) можно переписать в одной из следующих комплексных форм:

$$\overset{n}{\psi}_k(r,\alpha)\equiv\overset{n}{\psi}_k(\zeta)=\overset{n}{F}_k(r)r^{-n}(\zeta-z_k)^n=$$

$$=\overset{n}{F}_k(r)r^n(\zeta-z_k)^{-n}_*. \qquad (14)$$

3. Магнитное поле гармоник плотности тока. Векторный потенциал токов в проводах системы определим равенствами:

$$\dot{\mathbf{B}}=\operatorname{rot}\dot{\mathbf{A}};\quad\dot{\mathbf{A}}(z)=\mathbf{e}\mu_0\dot{A}(z),$$

$$\dot{A}(z)=\frac{1}{2\pi}\int\int_S\dot{\delta}(\zeta)\ln\frac{R}{|z-\zeta|}dS_\zeta, \qquad (15)$$

где R — имеющая размерность длины константы, конкретное значение которой важно лишь в вопросе определения параметров системы.

Поле отдельной n-й гармоники плотности в сечении k-го провода

$$\dot{A}^n_k(z)=\frac{1}{2\pi}\int\int_{S_k}\overset{n}{\psi}_k(\zeta)\ln\frac{R}{|z-\zeta|}dS_\zeta. \qquad (16)$$

Поскольку при $n\neq 0$ среднее значение $\langle\overset{n}{\psi}_k\rangle=0$, от постоянной R зависит лишь значение $\dot{A}^0_k$.

Вычисление потенциалов существенно упрощается, если интегрирование по S_k свести к контурному на комплексной плоскости и воспользоваться известными интегральными формулами Коши [13]. Пусть l_r — окружность радиуса r с центром z_k, $d\zeta$ — комплексное смещение вдоль нее в указанном стрелкой направлении (рис. 3). Применим повторное интегрирование по окружностям и радиусу,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

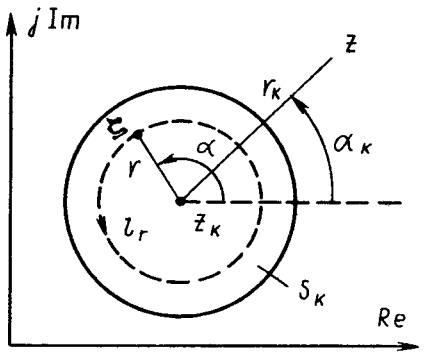


Рис. 3. К вычислению потенциалов A_k^n путем контурного интегрирования на комплексной плоскости

положив

$$dS_\zeta = rdrd\alpha = rdr\frac{d\zeta}{j(\zeta - z_k)} = rdr\left[\frac{d\zeta}{j(\zeta - z_k)}\right]^*. \quad (17)$$

Применяя комплексное представление (14) для гармоник ψ_k^n и разложение

$$\ln|z-\zeta| = \frac{1}{2}\ln(z-\zeta) + \frac{1}{2}[\ln(z-\zeta)]^*,$$

получаем

$$A_k^n(z) = -\int_0^{a_k} F_k^n(r)r^{1-n}dr\frac{1}{4\pi j}\oint_{l_r}\frac{\ln(z-\zeta)}{(\zeta - z_k)^{1-n}}d\zeta -$$

$$-\int_0^{a_k} F_k^n(r)r^{1+n}dr\left[\frac{1}{4\pi j}\oint_{l_r}\frac{\ln(z-\zeta)}{(\zeta - z_k)^{1+n}}d\zeta\right]^* +$$

$$+\frac{a_k^2}{2}\langle\psi_k^n\rangle\ln R. \quad (18)$$

Рассмотрим поле вне сечения S_k ($z \notin S_k$). При этом функция $\ln(z-\zeta)$ аналитична внутри l_r (как функция ζ). Поэтому по формулам Коши [13]:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2\pi j}\oint_{l_r}\frac{\ln(z-\zeta)}{(\zeta-z_k)^{1-n}}d\zeta &= \begin{cases}0 & \text{при } n>0;\\ \ln(z-z_k) & \text{при } n=0;\\ 1/n(z-z_k)^{-n} & \text{при } n<0;\end{cases}\\ \frac{1}{2\pi j}\oint_{l_r}\frac{\ln(z-\zeta)}{(\zeta-z_k)^{1+n}}d\zeta &= \begin{cases}-1/n(z-z_k)^n & \text{при } n>0;\\ \ln(z-z_k) & \text{при } n=0;\\ 0 & \text{при } n<0.\end{cases}\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Подставляя (19) в (18) и применяя равенство (12), найдем

$$A_k^0(z) = \frac{a_k^2}{2}\ln\frac{R}{|z-z_k|} = \frac{a_k^2}{2}\ln\frac{R}{r_k};$$

$$A_k^n(z) = \begin{cases}\dfrac{a_k^{|n|+2}}{4|n|}(z-z_k)_*^{-n}, & (n>0)\\ (z-z_k)^n, & (n<0)\end{cases} = \quad (20)$$

$$= \frac{a_k^2}{4_{|n|}}\left[\frac{a_k}{r_k}\right]^{|n|}e^{jn\alpha_k}.$$

Вычислим потенциалы гармоник внутри Z_k ($z \in S_k$). Функция $\ln(z-\zeta)$ при этом не является аналитической внутри S_k и формулы Коши не применимы. Поэтому вместо прямого интегрирования в (16) используем вытекающее из этого равенства дифференциальное уравнение $\nabla^2 A_k^n + \psi_k^n = 0$. Поскольку ψ_k^n удовлетворяет уравнению Гельмгольца $\nabla^2\psi_k^n + p_k^2\psi_k^n = 0$, то $\nabla^2(\psi_k^n - p_k^2 A_k^n) = 0$, т. е. $A_k) =$ разность

$$u_k^n \equiv \psi_k^n - p_k^2 A_k^n$$

есть гармоническая на S_k функция. Чтобы найти ее, вычислим граничные значения $u_k^n(a_k, \alpha_k)$. Считая потенциалы A_k^n непрерывными на границе круга S_k, найдем $A_k^n(a_k, \alpha_k)$ из равенств (20). Получаем

$$u_k^0(a_k, \alpha_k) = f^0(\Omega_k) + \frac{p_k^2 a_k^2}{2}\ln\frac{a_k}{R} = \text{const};$$

$$u_k^n(a_k, \alpha_k) = \left[f^n(\Omega_k) - \frac{p_k^2 a_k^2}{4|n|}\right]e^{jn\alpha_k}, \quad n = \pm1, \pm2, \ldots$$

Единственными гармоническими функциями внутри s_k с такими граничными значениями являются

$$u_k^0(z) = f^0(\Omega_k) + \frac{p_k^2 a_k^2}{2}\ln\frac{a_k}{R} = \text{const};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\overset{n}{u}_k(z) = \left[f^n(\Omega_k) - \frac{p_k^2 a_k^2}{4_{|n|}} \right] \left[\frac{r_k}{a_k} \right]^{|n|} e^{jn\alpha_k}.$$

Поэтому внутри $S\,(r \leqslant a_k)$ потенциалы $\overset{n}{A}_k = (\overset{n}{\psi}_k - \overset{n}{u}_k)/p_k^2$ равны

$$\begin{aligned}
&\overset{0}{A}_k(z) = \frac{a_k^2}{j\Omega_k} \left[-\overset{0}{\psi}_k(z) + f^0(\Omega_k) + \right. \\
&\left. + \frac{j\Omega_k}{2} \ln \frac{R}{a_k} \right]; \\
&\overset{n}{A}_k(z) = \frac{a_k^2}{j\Omega_k} \left[-\overset{n}{\psi}_k(z) + \left[f^n(\Omega_k) + \right. \right. \\
&\left. \left. + \frac{j\Omega_k}{4\,|n|} \right] \left[\frac{r_k}{a_k} \right]^{|n|} e^{jn\alpha_k} \right], \quad n = \pm 1, \pm 2, \ldots
\end{aligned} \tag{21}$$

В дальнейшем используются также средние значения потенциалов $\langle \overset{n}{A}_k \rangle_k$ по сечению возбуждающего провода S_k и $\langle \overset{n}{A}_k \rangle_S$ — по сечениям других проводов. Из формул (21) с учетом равенства $\langle \overset{0}{\psi}_k \rangle_k = 1$, $\langle \overset{n}{\psi}_k \rangle_k = 0$ получаем

$$\begin{aligned}
&\langle \overset{0}{A}_k \rangle_k = \frac{a_k^2}{j\Omega_k} f^0(\Omega_k) - 1 + \frac{j\Omega_k}{2} \ln \frac{R}{a_k}; \\
&\langle \overset{n}{A}_k \rangle_k = 0 \quad \text{при } n = \pm 1, \pm 2, \ldots
\end{aligned} \tag{22}$$

Вне круга S_k функции $\overset{n}{A}_k$ являются гармоническими, и поэтому по известной теореме их средние значения по любой окружности либо кругу S_s, не содержащему внутри себя сечение S_k, равны значению потенциала в центре z_s (рис. 4):

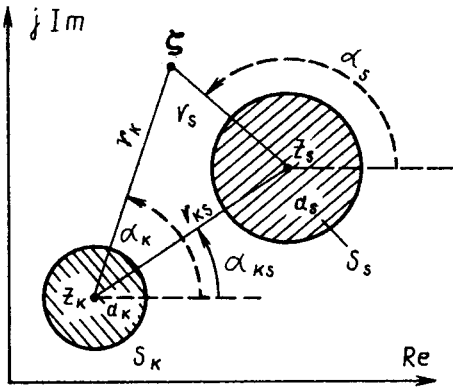


Рис. 4. Геометрические параметры взаимного расположения двух круговых сечений S_k, S_s и точки ζ

$$\begin{aligned}
&\langle \overset{0}{A}_k \rangle_s = \overset{0}{A}_k(z_s) = \frac{a_k^2}{2} \ln \frac{R}{r_{ks}}; \\
&\langle \overset{n}{A}_k \rangle_s = \overset{n}{A}_k(z_s) = \frac{a_k^2}{4\,|n|} \left[\frac{a_k}{r_{ks}} \right]^{|n|} e^{jn\alpha_{ks}},
\end{aligned} \tag{23}$$

где $r_{ks} \equiv |z_s - z_k|$, $\alpha_{ks} \equiv \arg(z_s - z_k)$.

4. Энергии взаимодействия гармоник. Дальше в рамках математического формализма метода Галеркина [10] возникают числа $\overset{nm}{w}_{ks}$, которые назовем **энергиями взаимодействия гармоник.** Это интегралы вида

$$\overset{nm}{w}_{ks} \equiv (\overset{n}{\psi}_k, \overset{m}{A}_s) \equiv \int\limits_{S_k} \int \overset{n}{\psi}_k(z) \overset{m}{A}{}^*_s(z)\, dS_z. \tag{24}$$

Вычислим их для всех возможных сочетаний номеров проводов k, s и гармоник n, m. Подставив в (24) выражения (14) для $\overset{n}{\psi}_k$ и (17) для dS_z, получим два эквивалентных представления:

$$\overset{nm}{w}_{ks} = \begin{cases}
\displaystyle\int_0^{a_k} \overset{n}{F}_k(r) r^{-n+1}\, dr \frac{1}{j} \oint\limits_{l_r} \frac{\overset{m}{A}{}^*_s(z)\, dz}{(z - z_k)^{-n+1}}; & (25) \\
\displaystyle\int_0^{a_k} \overset{n}{F}_k(r) r^{n+1}\, dr \left[\frac{1}{j} \oint\limits_{l_r} \frac{\overset{m}{A}_s(z)\, dz}{(z - z_k)^{n+1}} \right]^*. & (26)
\end{cases}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Энергии взаимодействия гармоник одного и того же провода (при $s = k$) назовем *собственными*, а энергии разных проводов ($s \neq k$) — *взаимными*.

Собственные энергии вычислим по формуле (24), подставив в нее выражения (4) и (21). Легко видеть, что при $n \neq m$ результат будет нулевым ввиду ортогональности тригонометрической системы $\exp(jn\alpha_k)$, $n = 0, \pm 1, \ldots$ Таким образом, энергии взаимодействия разных гармоник одного и того же провода равны нулю:

$$\boxed{\overset{nm}{w}_{kk} = 0 \quad \text{при} \quad n \neq m.} \tag{27}$$

Для гармоник с равными номерами ($n = m$) получаем отдельно для случаев $n = m = 0$ и $n = m \neq 0$:

$$\overset{00}{w}_{kk} = \frac{a_k^2}{j\Omega_k} \left\| \overset{0}{\psi}_k \right\|^2 + \pi a_k^4 \left[-\frac{1}{j\Omega_k} \overset{*}{f}{}^0(\Omega_k) + \frac{1}{2} \ln \frac{R}{a_k} \right];$$

$$\overset{nm}{w}_{kk} = \frac{a_k^2}{j\Omega_k} \left\| \overset{n}{\psi}_k \right\|^2 + \pi a_k^4 \left[-\frac{1}{j\Omega_k} \overset{*}{f}{}^n(\Omega_k) + \frac{1}{4|n|} \right].$$

Подставив сюда равенства (10) для норм, получим окончательно:

$$\boxed{\begin{aligned} \overset{00}{w}_{kk} &= \pi a_k^4 \left[\frac{1}{\Omega_k} \operatorname{Im} f^0(\Omega_k) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \ln \frac{R}{a_k} \right]; \\ \overset{nn}{w}_{kk} &= \pi a_k^4 \left[\frac{1}{\Omega_k} \operatorname{Im} f^n(\Omega_k) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{4|n|} \right]. \end{aligned}} \tag{28}$$

Вычислим взаимные энергии ($s \neq k$). При $m = 0$ из (24) и (20) находим

$$\overset{00}{w}_{ks} = \int_{S_k} \int \overset{n}{\psi}_k(z) \frac{a_s^2}{2} \ln \frac{R}{|z - z_s|} \, dS_z = \pi a_s^2 \overset{n}{A}_k(z_s).$$

Отсюда по формуле (20) получаем:

$$\overset{00}{w}_{ks} = \frac{\pi a_s^2 a_k^2}{2} \ln \frac{R}{|z_s - z_k|}; \tag{29}$$

$$\overset{n0}{w}_{ks} = \frac{\pi a_s^2 a_k^{|n|+2}}{4|n|} \begin{cases} (z_s - z_k)_*^n & \text{при } n > 0, \\ (z_s - z_k)^n & \text{при } n < 0. \end{cases}$$

При $m \neq 0$ используем выражения (25) и (26), подставив в них равенство вида (20):

$$\overset{m}{A}_s(z) = \frac{a_s^{|m|+2}}{4|m|} \begin{cases} (z - z_s)_*^{-m} & \text{при } m > 0, \\ (z - z_s)^m & \text{при } m < 0. \end{cases}$$

При $m > 0$ используем (25), а при $m < 0$ - (26). Получаем

$$\overset{nm}{w}_{ks} = \frac{a_s^{|m|+2}}{4|m|} \begin{cases} \displaystyle\int_0^{a_k} F_k^n(r) r^{-n+1} dr \frac{1}{j} \oint_{l_r} \frac{(z - z_s)^{-m}}{(z - z_k)^{-n+1}} \, dz, \\ \qquad m > 0; \\ \displaystyle\int_0^{a_k} F_k^n(r) r^{n+1} dr \left[\frac{1}{j} \oint_{l_r} \frac{(z - z_s)^m}{(z - z_k)^{n+1}} \, dz \right]^*, \\ \qquad m < 0. \end{cases} \tag{30}$$

Функции $(z - z_s)^{\pm m}$ на сечении S_k (т. е. внутри контура l_r) аналитические. Поэтому по известной теореме Коши верхний интеграл по l_r равен нулю при $n > 0$, а нижний — при $n < 0$. Таким образом, *взаимные энергии взаимодействия гармоник одного знака равны нулю.*

Далее, при $m > 0$ и $n \leqslant 0$ либо $m < 0$ и $n \geqslant 0$ интегралы по l_r в (30) одинаковы и равны (по формуле Коши):

$$\frac{1}{j} \oint_{l_r} \frac{(z - z_s)^{-|m|}}{(z - z_k)^{|n|+1}} \, dz = \frac{2\pi}{|n|!} \left[\frac{d}{dz} \right]^{|n|} (z - z_s)^{-|m|}_{|z=z_k} =$$

$$= \frac{2\pi}{|n|!} \frac{(-1)^n (|m| + |n| - 1)!}{(|m| - 1)! (z_k - z_s)^{|n|+|m|}}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Поэтому при $nm \leqslant 0$, $m \neq 0$ с учетом (12) получаем

$$\overset{nm}{w}_{ks} = \pi a_k \, a_s^{|n|+2\ |m|+2} \frac{(-1)^n(|m| + |n| - 1)!}{4|m|!\,|n|!} \times$$

$$\times \begin{cases} (z_k - z_s)^{-|n|-|m|}, & m > 0; \\ (z_k - z_s)_*^{-|n|-|m|}, & m < 0. \end{cases}$$

Хотя вывод требовал условия $m \neq 0$, результат формально "работает" и при $m = 0$, давая ранее найденное выражение (29).

Все полученные для взаимных энергий формулы можно объединить следующими равенствами:

$$\boxed{\begin{aligned} &\overset{nm}{w}_{ks} = 0 \ \text{ при } \ nm > 0; \\ &\overset{00}{w}_{ks} = \frac{\pi a_k^2 a_s^2}{2} \ln \frac{R}{r_{sk}}; \\ &\overset{nm}{w}_{ks} = \pi a_k^2 a_s^2 \frac{(-1)^n(|m| + |n| - 1)!}{4|m|!\,|n|!} \times \\ &\times \left[\frac{a_k}{r_{sk}}\right]^{|n|} \left[\frac{a_s}{r_{sk}}\right]^{|m|} e^{j(n-m)\alpha_{sk}} \\ &\text{при } nm \leqslant 0, \ |n| + |m| \neq 0. \end{aligned}} \qquad (31)$$

Здесь легко увидеть *свойство эрмитовости*, связанное с одновременной переменой мест номеров проводов и гармоник:

$$\boxed{\overset{nm}{w}_{ks} = (\overset{mn}{w}_{sk})^*}. \qquad (32)$$

Отметим, что взаимные энергии (31) зависят только от геометрических параметров сечения системы, а собственные энергии (28) — от радиусов a_k и чисел Ω_k.

Вычислим, наконец, энергии взаимодействия гармоник $\overset{n}{\psi}_k$ k-го провода с *внешним полем*. Пусть последнее характеризуется в поперечном сечении системы потенциалом $\dot{A}_0(z)$ так, что $\operatorname{rot} \mathbf{e}_l \dot{A}_0 = \mathbf{H}$ есть комплексная амплитуда внешнего плоскопараллельного поля. Энергию взаимодействия гармоники $\overset{n}{\psi}_k$ с внешним полем определим аналогично (24): $\overset{n}{w}_{k0} \equiv (\overset{n}{\psi}_k, \dot{A}_0)$. В частности, если внешнее поле создается осью с током $\dot{I}_0$, проходящей через точку z_0, то $\dot{A}_0(z) = -\dot{I}_0 \ln |z - z_0|/2\pi$, и аналогично последнему равенству (31) находим

$$\boxed{\overset{n}{w}_{k0} = \frac{\dot{I}_0 a_k^2}{4|n|} \left[\frac{a_k}{r_{k0}}\right]^{|n|} e^{jn\alpha_{k0}}}.$$

В общем случае можно использовать комплексные потенциалы внешнего поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + j\,\mathbf{H}_2$. Его источники лежат вне сечений проводов системы, поэтому вещественные поля $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_2$ — гармонические. Их можно описать аналитическими на сечении комплексными потенциалами $\dot{V}_1(z)$ и $\dot{V}_2(z)$ так, что

$$\operatorname{Re} \dot{V}_1(z) = \operatorname{Re} \dot{A}_0(z); \ \operatorname{Re} \dot{V}_2(z) = \operatorname{Im} \dot{A}_0(z).$$

Отсюда следует выражение $\dot{A}_0(z)$ через две аналитические функции: $\dot{V}_1(z) + j\dot{V}_2(z)$ и $\dot{V}_1(z) - j\dot{V}_2(z)$:

$$\dot{A}_0(z) = \frac{1}{2}\left[(\dot{V}_1 + j\dot{V}_2) + (\dot{V}_1 - j\dot{V}_2)^*\right].$$

Воспользуемся далее выражением (25), заменив в нем $\overset{m}{A}_s$ на $(\dot{V}_1 - j\dot{V}_2)/2$, и выражением (26) с заменой $\overset{m}{A}_s$ на $(\dot{V}_1 + j\dot{V}_2)/2$. Сложив результаты, найдем:

$$\overset{n}{w}_{k0} = \int_0^{a_k} \overset{n}{F}_k(r) r^{-n+1} dr \, \frac{1}{2j} \oint_{l_r} \frac{\dot{V}_1(z) - j\dot{V}_2(z)}{(z - z_k)^{-n+1}} dz +$$

$$+ \int_0^{a_k} \overset{n}{F}_k(r) r^{n+1} dr \left[\frac{1}{2j} \oint_{l_r} \frac{\dot{V}_1(z) + j\dot{V}_2(z)}{(z - z_k)^{n+1}} dz\right]^*.$$

При $n = 1, 2, \ldots$ — первый, а при $n = -1, -2, \ldots$ — второй интегралы по l_r обращаются в нуль, а оставшийся выражается через $|n|$-ю производную числителя в точке z_k. Поэтому с учетом (12) имеем

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\overset{n}{w}_{k0} = \frac{\pi a_k^{|n|+2}}{2|n|!} \begin{cases} \left[V_1^{\cdot(n)}(z_k) + jV_2^{\cdot(n)}(z_k) \right]^*, \\ n = 1, 2, \ldots; \\ V_1^{\cdot(-n)}(z_k) - jV_2^{\cdot(-n)}(z_k), \\ n = -1, -2, \ldots, \end{cases} \quad (33)$$

где $V_{1,2}^{(n)}(z_k)$ означает n-ю производную функции в точке z_k.

5. Метод энергетического баланса. Перейдем непосредственно к расчету скин-эффекта в проводах рассматриваемой системы. Магнитный потенциал поля всех источников в квазистационарном плоскопараллельном приближении равен

$$\dot{A}(z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \dot{\delta}(\zeta) \ln \frac{R}{|z-\zeta|} dS_\zeta + \dot{A}_0(z), \quad (34)$$

где $S \equiv S_1 + S_2 + \ldots + S_N$ — полное сечение системы проводов; $\dot{A}_0$ — внешнее поле.

Положив $\dot{\mathbf{H}} = \operatorname{rot} \mathbf{e}_l \dot{A}$, получим $\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = -\nabla^2 \dot{A} \mathbf{e}_l = \dot{\delta}$, т. е. первое уравнение Максвелла в квазистационарном приближении выполняется. Второе уравнение Максвелла в объеме проводов требует, чтобы

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mathbf{B}} \Leftrightarrow \operatorname{rot} (\dot{\delta} + j\omega\gamma\mu_0 \dot{A}) \mathbf{e}_l = 0.$$

Однонаправленное безвихревое поле однородно, поэтому в сечении каждого отдельного провода

$$\dot{\delta} + j\omega\gamma\mu_0 \dot{A} = \text{const}.$$

Если задан ток провода или, что все равно, средняя плотность $\langle \dot{\delta} \rangle$, то $\text{const} = \langle \dot{\delta} \rangle + j\omega\gamma\mu_0 \langle \dot{A} \rangle$. Следовательно плотность $\dot{\delta}$ и потенциал $\dot{A}$ кроме равенства (34) должны удовлетворять соотношению

$$\dot{\delta}(z) - p^2[\dot{A}(z) - \langle \dot{A} \rangle] = \langle \dot{\delta} \rangle, \quad (35)$$

где p^2, $\langle \dot{A} \rangle$, $\langle \dot{\delta} \rangle$ — кусочно-постоянные на S функции: $p^2 = p_k^2$, $\langle \dot{A} \rangle = \langle \dot{A} \rangle_k$, $\langle \dot{\delta} \rangle = \langle \dot{\delta} \rangle_k$ на S_k.

Уравнения (34) и (35) лежат в основе метода энергетического баланса. Подстановка (34) в (35) дает интегральное уравнение, используемое обычно при численном расчете скин-эффекта.

Дальнейшее связано с разложением плотности $\dot{\delta}$ и потенциала $\dot{A}$ на сумму вкладов отдельных гармоник всех проводов. Для этой громоздкой процедуры важно выбрать рациональную матричную символику.

Прежде всего доопределим гармоники плотности $\overset{n}{\psi}_k(z)$ нулем вне сечения S_k, чтобы все используемые функции можно было считать определенными на всем сечении системы S. Скалярным произведением любых таких функций назовем интеграл

$$(\varphi, \psi) \equiv \iint_S \varphi(z) \overset{*}{\psi}(z) dS_z. \quad (36)$$

Дальше используются также вектор-функции $\boldsymbol{\varphi}(z)$, $\boldsymbol{\psi}(z)$,... с конечным или бесконечным числом компонент..., $\varphi^{-2}(z)$, $\varphi^{-1}(z)$, $\varphi^1(z)$, $\varphi^2(z)$,..., расположенных в форме матрицы-столбца. Индексом "т" отметим транспонированные столбцы, т. е. матрицы-строки:

$$\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}} \equiv [\ldots, \varphi^{-2}, \varphi^{-1}, \varphi^1, \varphi^2, \ldots].$$

Матрично-скалярное произведение вектор-функций $\boldsymbol{\varphi}$ и $\boldsymbol{\psi}$ образует квадратную числовую матрицу, называемую матрицей Грама [40]:

$$(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}) \equiv [(\overset{\rightarrow n}{\varphi}, \overset{m}{\psi})]_n^{\downarrow}, \quad n, m = \ldots, -2, -1, 1, 2. \quad (37)$$

Обратимся к разложению плотности на гармоники (3). Его можно записать сразу для всего сечения системы в виде двойной суммы по номерам гармоник и проводов:

$$\dot{\delta}(z) = \sum_{s=1}^{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overset{n}{\psi}_s(z) \overset{n}{x}_s.$$

В режиме заданных токов числа $\overset{0}{x}_s$ вычисляются сразу из условий (13): $\langle \dot{\delta} \rangle_s = \langle \overset{0}{\psi}_s \rangle \overset{0}{x}_s = \overset{0}{x}_s$. Выделив

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

из суммы нулевые гармоники, получим, что

$$\dot{\delta}(z) = \sum_{s=1}^{N} {\sum_{n=-\infty}^{\infty}}' \overset{n}{\psi}_s(z)\overset{n}{x}_s + \overset{0}{\psi}_s(z)\langle\dot{\delta}\rangle_s , \qquad (38)$$

где Σ' не включает членов с $n = 0$.

Перейдем к матричной записи. Объединим неизвестные $\overset{n}{x}_s$ ($n = \pm1, \pm2,\ldots, s = 1, 2,\ldots, N$) в N числовых столбцов $\mathbf{x}_s$, введем вектор-функции гармоник $\overset{n}{\psi}_s$ и соответствующих им по формуле (15) потенциалов $\overset{n}{A}_s$:

$$\mathbf{x}_s \equiv \begin{bmatrix} \vdots \\ \overset{-2}{x}_s \\ \overset{-1}{x}_s \\ \\ \overset{1}{x}_s \\ \overset{2}{x}_s \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_s(z) \equiv \begin{bmatrix} \vdots \\ \overset{-2}{\psi}_s(z) \\ \overset{-1}{\psi}_s(z) \\ \\ \overset{1}{\psi}_s(z) \\ \overset{2}{\psi}_s(z) \\ \vdots \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_s(z) \equiv \begin{bmatrix} \vdots \\ \overset{-2}{A}_s(z) \\ \overset{-1}{A}_s(z) \\ \\ \overset{1}{A}_s(z) \\ \overset{2}{A}_s(z) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Тогда равенства (38) можно переписать в форме суммы матричных произведений строк $\boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}}(z)$ на столбцы $\mathbf{x}_s$:

$$\dot{\delta}(z) = \sum_{s=1}^{N} \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(z)\mathbf{x}_s + \overset{0}{\psi}_s(z)\langle\dot{\delta}\rangle_s . \qquad (39)$$

Подставив разложение (39) в (34), получим с учетом (15):

$$\left.\begin{aligned} \dot{A}(z) &= \sum_{s=1}^{N} \mathbf{A}_s^{\mathrm{T}}(z)\mathbf{x}_s + \overset{0}{A}_s(z)\langle\dot{\delta}\rangle_s + \dot{A}_0(z); \\ \langle\dot{A}\rangle &= \sum_{s=1}^{N} \langle\mathbf{A}_s^{\mathrm{T}}\rangle\mathbf{x}_s + \langle\overset{0}{A}_s\rangle\langle\dot{\delta}\rangle_s + \langle\dot{A}_0\rangle. \end{aligned}\right\} \qquad (40)$$

Функции (39), (40) должны удовлетворять также уравнению (35), поэтому

$$\sum_{s=1}^{N} \{\boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}} - p^2\mathbf{A}_s^{\mathrm{T}} + p^2\langle\mathbf{A}_s^{\mathrm{T}}\rangle\}\mathbf{x}_s = \langle\dot{\delta}\rangle + p^2(\dot{A}_0 - \langle\dot{A}_0\rangle) -$$

$$- \sum_{s=1}^{N} \{\overset{0}{\boldsymbol{\psi}}_s - p^2\overset{0}{A}_s + p^2\langle\overset{0}{A}_s\rangle\}\langle\dot{\delta}\rangle_s.$$

Применим теперь прием, называемый методом Галеркина [10]. Умножим обе части этого равенства скалярно на столбец $\boldsymbol{\psi}_k$ (слева). Ввиду ассоциативности умножения матриц имеем:

$$(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}}\mathbf{x}) = (\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{x}_s ;$$

$$(\boldsymbol{\psi}_k, \mathbf{A}_s^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s) = (\boldsymbol{\psi}_k, \mathbf{A}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{x}_s .$$

Далее, поскольку $\langle\boldsymbol{\psi}_k\rangle = 0$, то при кусочно-постоянном втором сомножителе

$$(\boldsymbol{\psi}_k, \langle\mathbf{A}_s^{\mathrm{T}}\rangle) = 0, \quad (\boldsymbol{\psi}_k, \langle\dot{\delta}\rangle) = 0;$$

$$(\boldsymbol{\psi}_k, \langle\overset{0}{\mathbf{A}}_s\rangle) = 0, \quad (\boldsymbol{\psi}_k, \langle\dot{A}_0\rangle) = 0.$$

Наконец, ввиду ортогональности гармоник $(\boldsymbol{\psi}_k, \overset{0}{\psi}_s) = 0$. Учтем еще, что множитель $p^2 = \overset{2}{p}_k$ выносится из скалярного произведения с сопряжением, а $(\overset{2}{p}_k)^* = -\overset{2}{p}_k$. В результате получаем:

$$\sum_{s=1}^{N} [(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}}) + \overset{2}{p}_k(\boldsymbol{\psi}_k, A_s^{\mathrm{T}})]\mathbf{x}_s =$$

$$= -\overset{2}{p}_k \sum_{s=1}^{N} (\boldsymbol{\psi}_k, \overset{0}{A}_s)\langle\dot{\delta}\rangle_s - \overset{2}{p}_k(\boldsymbol{\psi}_k, \dot{A}_0). \qquad (41)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Полагая здесь $k = 1, 2,..., N$, приходим к системе из N линейных алгебраических уравнений с векторными неизвестными $\mathbf{x}_s$, такими же свободными членами $\mathbf{g}_k$ и матричными коэффициентами G_{ks}:

$$\boxed{\sum_{s=1}^{N} G_{ks}\mathbf{x}_s = \mathbf{g}_k} \quad (k = 1, 2,..., N), \qquad (42)$$

где

$$G_{ks} \equiv \boldsymbol{\psi}_{ks} - \overset{2}{p_k}\overset{*}{W_{ks}}; \quad \boldsymbol{\psi}_{ks} \equiv (\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_s^{\mathrm{T}}); \quad W_{ks} \equiv (\boldsymbol{\psi}_k, A_s^{\mathrm{T}});$$

$$\mathbf{g}_k \equiv \overset{2}{p_k}\sum_{s=1}^{N} (\boldsymbol{\psi}_k, \overset{0}{\mathbf{A}_s})^{*}\langle\dot{\delta}\rangle_s + \overset{2}{p_k}(\boldsymbol{\psi}_k, \dot{A}_0)^{*}. \qquad (43)$$

Матрицы гармоник $\boldsymbol{\psi}_{ks}$ и матрицы энергий W_{ks} имеют вид (37), т. е. являются матрицами Грама, а все их элементы вычислены в пп. 3 и 4.

Систему (42) следует рассматривать как клеточную запись обычной линейной системы

$$\boxed{G\mathbf{x} = \mathbf{g}}$$

с матрицей G, столбцом неизвестных $\mathbf{x}$ и столбцом свободных членов $\mathbf{g}$, составленными из клеток G_{ks}, $\mathbf{x}_s$, $\mathbf{g}_k$:

$$G \equiv \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdot & G_{1N} \\ G_{21} & G_{22} & \cdot & G_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{N1} & G_{N2} & \cdot & G_{NN} \end{vmatrix}; \qquad \mathbf{x} \equiv \begin{vmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N \end{vmatrix}; \quad \mathbf{g} \equiv \begin{vmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_N \end{vmatrix}$$

Соотношения (42), (43) являются итоговыми *уравнениями энергетического баланса*. Выпишем формулы для вычисления элементов $\overset{nm}{G_{ks}}$ матриц G_{ks} (n — номер строки, m — номер столбца; n, $m = ..., -2, -1, 1, 2,...$):

$$\overset{nm}{G_{ks}} = (\overset{n}{\psi_k}, \overset{m}{\psi_s}) - \overset{2}{p_k}(\overset{n}{\psi_k}, \overset{m}{A_s})^{*}.$$

При $s = k$, т. е. для диагональных клеток G_{kk}, с помощью формул (10), (11), (27), (28) и равенства $\overset{2}{p_k}\overset{2}{a_k} = -j\Omega_k$ находим: $\overset{nm}{G_{kk}} = 0$ при $m \neq n$ и

$$\boxed{\overset{nn}{G_{kk}} = \pi\overset{2}{a_k}\left\{f^n(\Omega_k) + \frac{j\Omega_k}{4|n|}\right\}}, \qquad (44)$$

т. е. диагональные клетки G_{kk} являются диагональными матрицами:

$$G_{kk} = \begin{array}{c} m \to \cdot\ -2\ -1\ 1\ 2\ \cdot \\ \left[\begin{array}{ccccc} \blacksquare & & & & \\ & \blacksquare & & 0 & \\ & & \blacksquare & & \\ & 0 & & \blacksquare & \\ & & & & \blacksquare \end{array}\right] \begin{array}{c} n \\ \cdot \downarrow \\ -2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \\ \cdot \end{array} \end{array}$$

При $s \neq k$ имеем $(\overset{n}{\psi_k}, \overset{m}{\psi_s}) = 0$ и поэтому $\overset{nm}{G_{ks}} = -\overset{2*nm}{p_k w_{ks}}$. Взаимные энергии гармоник разных проводов $\overset{nm}{w_{ks}}$ выражаются формулами (31) (первой и третьей). Поэтому $\overset{nm}{G_{ks}} = 0$ при $nm > 0$, а при $nm < 0$

$$\boxed{\overset{nm}{G_{ks}} = \pi\overset{2}{a_s}j\Omega_k \frac{(-1)^n(|m| + |n| - 1)!}{4|m|!|n|!} \times \left[\frac{a_k}{r_{sk}}\right]^{|n|}\left[\frac{a_s}{r_{sk}}\right]^{|m|} e^{j(m-n)\alpha_{sk}}}. \qquad (45)$$

Клетки G_{ks} имеют следующую структуру:

$$G_{ks} = \begin{array}{c} m \to \cdot\ \cdot\ -2\ -1\ 1\ 2\ \cdot\ \cdot \\ \left[\begin{array}{cc} 0 & \blacksquare \\ \blacksquare & 0 \end{array}\right] \begin{array}{c} n \\ \vdots \downarrow \\ -2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \end{array} \end{array}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Выпишем формулу для вычисления элементов $\overset{n}{g}_k$ свободных столбцов g_k в системе (42). Согласно последнему равенству системы (43), а также ввиду (27) и (31)

$$\overset{n}{g}_k = p_k^2 \sum_{s=1}^{N} \overset{*n0}{w}_{ks} \langle \dot{\delta} \rangle_s + p_k^2 (\dot{\psi}_k, \dot{A}_0)^* = \frac{-j\Omega_k}{4|n|} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^{N} \dot{I}_s \left[\frac{a_k}{r_{ks}}\right]^{|n|} e^{-jn\alpha_{ks}} + p^2 \overset{*n}{w}_{k0} \quad (46)$$

На общем исследовании невырожденности матрицы G останавливаться не будем. В частных примерах она легко подтверждается прямым решением системы.

• **Выводы.** 1. Расчет скин-эффекта в параллельных проводах кругового сечения можно свести к решению относительно небольшой системы линейных алгебраических уравнений для коэффициентов разложения плотности тока по частным решениям уравнения Гельмгольца.

2. Система может быть сформирована методом энергетического баланса на основе выведенных в статье формул для прямого вычисления ее коэффициентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ламмеранер И., Штафль М.** Вихревые токи. - М.: Энергия, 1967.

2. **Dwight H. B.** Electrical coils and conductors. – New York–London: McGraw–Hill Book Company, 1945.

3. **Алехин В. М.** Краевые задачи в курсе теоретических основ электротехники. – Изв. вузов. Электромеханика, 1958, № 4.

4. **Меерович Э. А., Чальян К. М.** Расчет методом последовательных приближений распределения тока в токопроводах с учетом эффекта близости. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1963, № 3.

5. **Чальян К. М.** Методы расчета электромагнитных параметров токопроводов. – М.: Энергоатомиздат, 1990.

6. **Тозони О. В., Колерова Т. Я.** Многофазные промышленные токопроводы. –Киев: Наукова думка, 1966.

7. **Гримальский О. В.** Расчет матрицы импедансов и плоского электромагнитного поля методом граничных интегральных уравнений. – Изв. вузов. Электромеханика, 1990, № 9.

8. **Колесников Э. В., Саввин Д. Д.** Переходные режимы токопроводов. – Изв. вузов. Электромеханика, 1968, № 8.

9. **Колесников Э. В.** Квазистационарные электромагнитные поля в системах с однонаправленным полем тока. – Изв. вузов. Электромеханика, 1970, № 12.

10. **Математическая** энциклопедия. – М.: Физматгиз, 1977.

11. **Справочник** по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана – М.: Физматгиз, 1979.

12. **Двайт Г. В.** Таблицы интегралов. – М.: Физматгиз, 1973.

13. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Физматгиз, 1973.

[*05.08.92*]

Расчет взаимодействия шин, линейных проводов и экранов с учетом эффекта близости

СЕГАЛЬ А. М., канд. техн. наук

Санкт-Петербург

В задачу настоящей работы входит определение сил взаимодействия между шинами, между шинами и линейными проводами, а также расчет сил, действующих на экраны прямоугольной формы.

Предполагается, что ток переменный, поле плоскопараллельное, магнитные силовые линии направлены по касательной к поверхности токоведущих элементов (ТЭ), что наблюдается при идеальной проводимости ($\gamma \to \infty$) или весьма высокой частоте.

В отличие от [1], где также рассматривается взаимодействие провода и экрана, здесь за основу взят расчет сил, действующих на линейные провода, а для определения сил, действующих на шины и экраны, используется третий закон Ньютона.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Это позволяет упростить выражения и избежать трудностей, связанных с интегрированием квадрата индукции по поверхности экрана.

Полученные здесь формулы для расчета электродинамических усилий (ЭДУ) при произвольном расположении любого числа проводов дают возможность определить силы взаимодействия с экраном катушек сложной формы при любом их расположении. А это может помочь проектировщикам специальных индукционно-динамических механизмов с прямоугольной формой экрана выбирать рациональные параметры катушки-индуктора и экрана.

Приведенные здесь формулы позволяют рассчитать ЭДУ при произвольных значениях токов. Принимая в этих формулах $n = 1$, -1 или 0, где $n = I_2/I_1$, а I_1 и I_2 — токи в ТЭ, можно найти силы, действующие в параллельных ТЭ, однофазных системах и экранах.

Иногда удобнее идти от частного к общему: сначала найти ЭДУ $F(-1)$ и $F(1)$, соответствующие $n = -1$ и $n = 1$, а затем определять $F(n)$ — ЭДУ при произвольном значении n. Так, например, при симметричном расположении шин картина поля при $n = -1$ и $n = 1$ также оказывается симметричной, что позволяет рассчитать ЭДУ $F(n)$ при произвольном n, если воспользоваться формулой

$$F(n) = 0{,}25[(1-n)^2 k_\phi(-1) - (1+n)^2 k_\phi(1)]F_{00}, \quad (1)$$

где $F_{00} = \mu_0 I_1^2/(2\pi d)$ — сила взаимодействия между линейными проводами, лежащими на осях шин, т. е. на расстоянии d друг от друга при токе I_1 в каждом проводе; $k_\phi(-1) = F(-1)/F_{00}$ и $k_\phi(1) = F(1)/F_{00}$ — коэффициенты формы, соответствующие $n = -1$ и $n = 1$; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Если в (1) подставить $n = 0$, то получится выражение для ЭДУ, действующего со стороны шины на экран, которым при $n = 0$ является другая шина.

Покажем это на примере. В [2] для двух одинаковых плоских шин, лежащих в параллельных плоскостях симметрично относительно плоскости $x = 0$ (см. рисунок, *а*), получены выражения для коэффициентов $k_\phi(-1)$ и $k_\phi(1)$:

$$k_\phi(-1) = 0{,}5\pi^2(E - qK)/(E'K'RQ);$$

$$k_\phi(1) = \varkappa k_\phi(-1), \quad (2)$$

где $\varkappa = 8(K')^2E'QR[1 - 0{,}5\pi/(QK'R)]/\pi^3$; $R = d/c$; $Q = q^{1/2}(1 - k^2E'/K')^{1/2}$; $q = 1 - E'/K'$; K, E, K', E' — полные эллиптические интегралы первого и второго родов соответственно от модуля k и дополнительного модуля $k' = \sqrt{1-k^2}$, определяемых по методике, приведенной в [1, 2]; c и d — высота шин и расстояние между их осями.

Пусть, например, $R = 0{,}5$; $n = 0$. Подставив значение R в (2), получим $k_\phi(-1) = 0{,}6655$; $\varkappa = 0{,}9369$; $k_\phi(1) = 0{,}6235$. Из (1), учитывая, что $n = 0$, получим:

$$F(n) = F(0) = 0{,}25[k_\phi(-1) - k_\phi(1)]F_{00} =$$

$$= 0{,}25[0{,}6655 - 0{,}6235]F_{00} = 0{,}00168F_{00}.$$

$$\varkappa = 0{,}9369;\ k_\phi(1) = 0{,}6235;$$

$$F = 0{,}25(0{,}6655 - 0{,}6235)F_{00} = 0{,}00168F_{00}.$$

Использование формулы Максвелла и теоремы о вычетах позволило получить выражение для комплексной силы $\dot F = F_x - jF_y$ [2], действующей на линейный провод *1* с током $I_1 = I$, расположенный в поле шины *0* с током $I_ш = nI = -I$ (рисунок, *б*):

$$\dot F = F_1[-\operatorname{res} f(t_0)], \quad (3)$$

где $\operatorname{res} f(t_0)$ — вычет в точке t_0 функции $f(t)$, характеризующей данную систему; $\operatorname{res} f(t_0) = [0{,}25(2t_0 + t_0 - \overset{*}{t}_0)(1 + t_0^2)t_0^{-2}(t - \overset{*}{t}_0)^{-1} - 1](1 + t_0^2)$; $F_1 = \mu_0 I^2/(4\pi a)$; $t_0 = j(z_0 - 1)^{1/2}(z_0 + 1)^{-1/2}$; $z_0 = x_0 + jy_0 = (x + jy)/a$; x и y — координаты следа линейного провода; $2a$ — ширина шины.

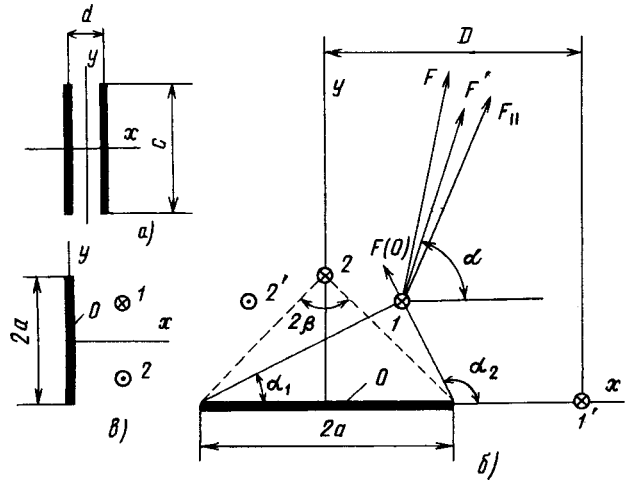
Приведенные здесь формулы справедливы для любых значений x_0 и y_0. Проиллюстрируем их применение, приняв $x_0 = 0{,}6$ и $y_0 = 0{,}8$.

При этих x_0 и y_0 величина $\operatorname{res} f(t_0) = -0{,}375 + j1{,}750$; $F_x = \operatorname{Re}\dot F = 0{,}375F_1$; $F_y = -\operatorname{Im}\dot F = 1{,}750F_1$; $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1{,}790F_1$.

При произвольном $n = I_ш/I$ ЭДУ $F(n)$ определяется по формуле

$$F(n) = \sqrt{F_x^2(n) + F_y^2(n)}. \quad (4)$$

Здесь $F_x(n) = F_x - (n+1)F'_x$; $F_y(n) = F_y - (n+1)F'_y$; F_x и F_y определены выше; $F'_x =$



Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$= F' \cos\alpha$; $F'_y = F' \sin\alpha$; $F' = 2F_1/\sqrt{\rho_1\rho_2}$; $\rho_1 = y_0\sqrt{\eta_1^2+1}$; $\rho_2 = y_0\sqrt{\eta_2^2+1}$; $\eta_1 = (x_0+1)/y_0$; $\eta_2 = (x_0-1)/y_0$; $\alpha = 0{,}5(\alpha_1+\alpha_2)$; $\alpha_1 = \operatorname{arcctg}\eta_1$; $\alpha_2 = \operatorname{arcctg}\eta_2$.

При $n = 0$; $x_0 = 0{,}6$; $y_0 = 0{,}8$ $F_x(n) = F_x(0) = 0{,}375F_1 - 0{,}500F_1 = -0{,}125F_1$; $F_y(n) = F_y(0) = 1{,}750F_1 - 1{,}500F_1 = 0{,}250F_1$.

При постоянном токе $F_{\parallel x} = F_1 \ln(\rho_1/\rho_2)$; $F_{\parallel y} = F_1(\alpha_2 - \alpha_1)$.

При $n = -1$; $x_0 = 0{,}6$; $y_0 = 0{,}8$ $F_x = 0{,}6931F_1$; $F_y = 1{,}571F_1$. На рисунке *б* показаны силы F, F', $F_{\parallel}$, $F(0)$ и углы α, α_1, α_2.

Рассмотрим частные случаи. Пусть $y = 0$; $x = D$; $x_0 = D/a = 1/\varepsilon$. Тогда ЭДУ F, действующее на линейный провод 1 (см. рисунок *б*) со стороны шины O, может быть определено из соотношения:

$$F = F' + F'' + F_0 = [(1+n)/\sqrt{1-\varepsilon^2} - 1/(1-\varepsilon^2)]F_{00}/n,$$

где $F' = -\mu_0 II'/(2\pi r')$; $F'' = -\mu_0 II''/(2\pi r'')$; $F_0 = -\mu_0 II_0/(2\pi r_0)$; $r' = D(1-\varepsilon)$; $r'' = D(1+\varepsilon)$; $r_0 = D\sqrt{1-\varepsilon^2}/(n+1)$; $F_{00} = -\mu_0 \dot{I}^2 n/(2\pi D)$.

Указанные силы F', F'' и F_0 могут рассматриваться как силы, действующие на данный провод со стороны воображаемых линейных проводов с токами $I' = I'' = -0{,}5I$ и $I_0 = I$, расположенными соответственно на краях шины и в точке, где напряженность поля равна нулю. Если $n+1 = 1/\sqrt{1-\varepsilon^2}$, то $F = 0$. Вихревые токи в шине полностью уравновешивают действие основного тока, что наблюдается, например, при $n = 1$ и $\varepsilon = 0{,}866$.

При $n+1 < 1/\sqrt{1-\varepsilon^2}$ ТЭ отталкиваются, при $n+1 > 1/\sqrt{1-\varepsilon^2}$ ТЭ притягиваются.

Пусть $x_0 = 0$; $y_0 = p$ (провод *2* на рисунке *б*). Тогда при $n_ш = I_ш/I = -1$ на провод *2* со стороны шины действует ЭДУ $F = F_0 + F'' + F''' = F_1(1/p + p/R^2) > 0$; при $n = 0$ на провод действует ЭДУ $F(0) = F - F'$, а при постоянном токе ЭДУ $F_{\parallel} = 2\beta F_1$. Здесь $F_0 = -\mu_0 II_0/(2\pi r_0)$; $F' = 2F_1 R$; $R = \sqrt{1+p^2}$; $F'' = -\mu_0 II''\cos\beta/(2\pi r'') = F''' = -\mu_0 II'''\cos\beta/(2\pi r''')$; $r_0 = pa$; $r'' = r''' = Ra$; $\cos\beta = p/R$; $\beta = \operatorname{arcctg} p$.

Указанные силы F_0, F'', F''' могут рассматриваться как силы, действующие на данный провод со стороны воображаемых линейных проводов с токами $I_0 = -0{,}5I$; $I'' = I''' = -0{,}25I$, расположенных соответственно на оси и по краям шины. При замене шины стальной полосой на линейный провод *2* с током I действует ЭДУ $F_п = F_1(-1/p + p/R^2) < 0$ и $I_0 = 0{,}5I$; $I'' = I''' = -0{,}25I$.

При $p = 1$ $F_{\parallel} = 1{,}5708F_1$; $F'' = F''' = 0{,}2500F_1$; $F_0 = 1{,}000F_1$; $F = 1{,}000F_1 + 2\cdot 0{,}250F_1 = 1{,}500F_1$; $F_п = -1{,}000F_1 + 2\cdot 0{,}250F_1 = -0{,}500F_1$; $F' = 1{,}4142F_1$; $F(0) = 1{,}5000F_1 - 1{,}4142F_1 = 0{,}0858F_1$.

Сила F_0 определяется методом зеркальных изображений [1], $F = F_0$ тогда, когда $a \to \infty$, $p \to 0$. Силы F', F'', F''' определяют поправки, связанные с параметром p, учитывающим конечную ширину шины (стальной полосы).

При произвольном расположении ТЭ и произвольных токах I и I_k в линейных проводах и $I_ш$ в шине задача усложняется.

Пусть $n_k = I_k/I_1$; $n_ш = I_ш/I_1$. Тогда ЭДУ, действующее на линейный провод *1* с током I_1 со стороны шины и остальных $m-1$ линейных проводов с токами $I_k (k = 2, \ldots, m)$, вычисляется по соотношению

$$F(N) = \sqrt{F_x^2(N) + F_y^2(N)},$$

где $F_x(N) = F_x - NF'_x$; $F_y(N) = F_y - NF'_y$; $N = 1 + n_ш + \sum_{k=2}^{m} n_k$; $F_x = F_{11x} + \sum_{k=2}^{m} n_k F_{1kx}$; $F_y = F_{11y} + \sum_{k=2}^{m} n_k F_{1ky}$; $F_{11x} = \operatorname{Re}\dot{F}_{11}$; $F_{11y} = -\operatorname{Im}\dot{F}_{11}$; $F_{1kx} = \operatorname{Re}\dot{F}_{1k}$; $F_{1ky} = -\operatorname{Im}\dot{F}_{1k}$; $\operatorname{res} f_{11}(t_1) = [(2t_1 + t_1 - \overset{*}{t}_1)(1+t_1^2)/[4t_1^2(t_1 - \overset{*}{t}_1)] - 1](1+t_1^2)$; $\operatorname{res} f_{1k}(t_1) = (\overset{*}{t}_k - t_k)(1+t_1^2)^2/[(t_1 - \overset{*}{t}_k)(t_1 - t_k)4t_1]$.

В пояснениях к формулам (3) и (4) описаны F'_x и F'_y и приведены соотношения для определения z_0 и t_0, по которым находят z_1, z_k, t_1, t_k.

Аналогично определяются силы, действующие на остальные линейные провода. Сила, действующая на шину, определяется из условия равенства нулю суммы внутренних сил.

В качестве примера определим ЭДУ $F(N)$, действующее на линейный провод *1* со стороны провода *2* и шины *0* (см. рисунок, *б*). Пусть $z_1 = 0{,}6 + j0{,}8$; $z_k = z_2 = j$; $n_ш = 1$; $n_k = n_2 = -1$.

Тогда $m = 2$; $t_1 = (j-1)/2$; $t_k = t_2 = (j-1)/\sqrt{2}$; $N = 1$; $F_{11x} = 0{,}375F_1$; $F_{11y} = 1{,}750F_1$; $n_2F_{12x} = (-1)(-2{,}394F_1)$; $n_2F_{12y} = (-1)(2{,}532F_1)$; $F_x = 2{,}769F_1$; $F_y = -0{,}782F_1$; $F_x(N) = 2{,}769F_1 - 0{,}500F_1 = 2{,}269F_1$; $F_y(N) = -0{,}782F_1 - 0{,}150F_1 = -0{,}632F_1$.

В [1] приводится пример расчета электродина-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ХРОНИКА

Всероссийская конференция "Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере"

(6—9 июля 1992 г., Ярославль)

Конференция, прошедшая в Ярославском госуниверситете, была посвящена физическим проблемам линейной и шаровой молний. В работе конференции приняли участие 43 человека из 17 городов России и стран СНГ. Было заслушано 32 доклада.

В 1986 г. в Ярославле на первом Всесоюзном совещании, посвященном физической природе шаровой молнии, организованном по инициативе И. П. Стаханова, было принято решение о регулярном (каждые два года) проведении конференций по физике шаровой молнии. В 1992 г. такая встреча ученых была уже четвертой. За истекшее время отчетливо выделились четыре основных направления шаровой молнии:

— изучение этого природного феномена на основе статистического анализа данных наблюдений в естественных условиях по результатам сбора информации у населения. Исследования в этом направлении в разное время проводились И. М. Имянитовым, И. П. Стахановым, М. Т. Дмитриевым. В настоящее время в России имеются два банка данных: в Ярославле (ЯрГУ) — около 6000 описаний и в Москве (ИВТ РАН) — примерно 2500. За рубежом интенсивная работа в этом направлении ведется в Японии (Токио,

---

мических сил, действующих на обесточенную шину *0* (см. рисунок, *в*) со стороны линейных проводов *1* и *2*, расположенных симметрично относительно оси x. Тот же результат можно получить, как частный случай, из приведенных выше соотношений. Для этого следует принять $m = 2$; $n_2 = -1$; $n_ш = 0$; $z_1 = 0{,}6 + j0{,}8$; $z_2 = -\overset{*}{z}_1 = -0{,}6 + j0{,}8$ (провода *1* и *2* на рисунке *б*). Тогда $t_1 = (j-1)/2$; $t_2 = j - 1$; $N = 0$; $F_{11x} = 0{,}375F_1$; $F_{11y} = 1{,}750F_1$; $n_2F_{12x} = 0{,}900F_1$; $n_2F_{12y} = -1{,}300F_1$; $F_x(N) = F_x = 0{,}375F_1 + 0{,}900F_1 - 0 = 1{,}275F_1$; $F_y(N) = F_y = 1{,}750F_1 - 1{,}300F_1 - 0 = 0{,}450F_1$.

Такой же результат достигается и другим способом. Для этого ориентируем шину иначе (см. рисунок, *в*), приняв $z_1 = 0{,}8 + j0{,}6$; $z_2 = \overset{*}{z}_1 = 0{,}8 - j0{,}6$; $I_1 = I$; $I_2 = -I$, и получим по сравнению с [1] более простые соотношения для составляющих ЭДУ:

$$F_x = \operatorname{Re} \dot{F} = 0{,}450F_1;\ F_y = -\operatorname{Im} \dot{F} = 1{,}275F_1,$$

где $\dot{F} = F_1[-\operatorname{res} f(s_1)] = (0{,}450 - j\,1{,}275)F_1$; $\operatorname{res} f(s_1) = 1/z_1 - (z_1/s_1^2)\,[2s_1/(s_1 - \overset{*}{s}_1) + 1] = -0{,}450 + j\,1{,}275$; $s_1 = \sqrt{1 + z_1^2} = 0{,}4(3 + j)$; $F_1 = \mu_0 I^2/(4\pi a)$.

Если вместо обесточенной идеально проводящей шины поместить стальную полосу, у которой $\mu \to \infty$ и принять $I_1 = I_2 = I$, то получим $z_1 = 0{,}8 + j0{,}6$; $s_1 = 0{,}4(3 + j)$; $\operatorname{res} f(s_1) = 1/z_1 - z_1/s_1^2 + 2z_1/[s_1(s_1 - \overset{*}{s}_1)] = 0{,}425 - j1{,}350$; $F_x = -0{,}425F_1$; $F_y = -1{,}350F_1$.

Сила, действующая на шину $F_ш$ или стальную полосу $F_п$, определяется с учетом действия обоих проводов и третьего закона Ньютона: $F_ш = -2F_x = -2 \cdot 0{,}45F_1 = -0{,}90F_1$; $F_п = +0{,}85F_1$.

• **Вывод.** Получены выражения, позволяющие рассчитать силы взаимодействия при резко выраженном поверхностном эффекте для тонкостенных шин, экранов и линейных проводов при различном их расположении и произвольных значениях токов в них.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кузнецов И. Ф., Цицикян Г. Н.** Электродинамические усилия в токоведущих частях электрических аппаратов и токопроводах. — Л.: Энергоатомиздат, 1989.

2. **Сегаль А. М.** Электродинамические силы в шинах с учетом эффекта близости. — Электричество, 1990, № 6.

[15.04.92]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

университет "Васеда") — около 2500 описаний и в Венгрии (Будапешт) — около 500 описаний;

— экспериментальное изучение долгоживущих энергоемких плазменных образований как возможных аналогов шаровой молнии. В настоящее время выделилось три направления исследований: эрозионный капиллярный разряд, в котором создается низкотемпературная (~ 1000 К) энергоемкая (~ 10 Дж/см^3) неидеальная неравновесная плазма (НИИТП, МРТИ, МИФИ, ИФ ЛГУ); магнитогидродинамическое формирование тороидальных плазменных вихрей со временем жизни около 1–2 с (Владимирский политехнический институт); исследование долгоживущих светящихся объектов при интенсивных подводных электрических разрядах (Луганский машиностроительный институт). За рубежом уже несколько лет подряд ведутся работы по получению шаровой молнии при интенсивных дуговых и искровых разрядах, в которых при эрозии электродов получается плазма с характеристиками, близкими к вышеупомянутым (Нидерланды);

— теоретическое и экспериментальное моделирование отдельных свойств шаровой молнии на основе наиболее общих представлений о природе ее вещества (ГОИ, Орехово-Зуевский педагогический институт, ЯрГУ);

— гипотетическое теоретическое моделирование шаровой молнии как природного феномена. Наиболее тщательно проработанными представляются фрактальные (ИВТ РАН) и кластерная (И. П. Стаханов) модели. За рубежом гипотетическое моделирование шаровой молнии более популярно, чем в нашей стране, но чаще всего предлагаются плазменные модели шаровой молнии на основе гипотетических трехмерных солитонных решений системы уравнений Максвелла.

Из докладов, представленных на конференции, хотелось бы отметить обстоятельный и аргументированный анализ особенностей формирования кластерных ионов в атмосфере (ИЭМ, г. Обнинск) в связи с проверкой кластерной модели шаровой молнии И. П. Стаханова.

Вызвало удовлетворение также и то обстоятельство, что результаты экспериментальных исследований долгоживущей плазмы капиллярного эрозионного разряда, выполненных тремя независимыми группами исследователей (ИФ, ЛГУ, МРТИ, МИФИ), хорошо согласовались друг с другом, а также с результатами исследований плазмы устойчивых магнитогидродинамических тороидальных вихрей (Владимирский политехнический институт).

Результаты статистического анализа данных наблюдений шаровой молнии в естественных условиях, проведенного независимо в ЯрГУ и в ИВТ РАН, также хорошо коррелируют между собой, что свидетельствует о когнитивной обоснованности данного метода исследования.

Интересны и полезны для понимания природы шаровой молнии экспериментальные исследования по визуализации электрических полей искрового пробоя атмосферы (ГОИ, Санкт-Петербург).

На конференции отмечено:

1. В деле изучения таких форм естественных электрических разрядов в атмосфере, как линейная и шаровая молнии, к настоящему времени сложились три различных слабо коррелирующих между собой подхода: а) наблюдательный, развиваемый в основном представителями метеорологической науки; б) технический, развиваемый в связи с проблемами обеспечения грозобезопасности; в) физический, исследующий и трактующий все формы разрядов в терминах физики плазмы. Представителями каждого из этих направлений накоплены значительные объемы фактической информации, но обмен этой информацией между учеными, работающими в смежных направлениях, осуществляется весьма не эффективно.

2. В отечественной науке существенно сократился объем исследований процессов естественного макро- и микроразделения зарядов в грозовых облаках, что представляется достойным сожаления.

3. Среди отечественных научных журналов отсутствует специализированный журнал, посвященный проблемам атмосферного грозового электричества, который принимал бы статьи по всем вопросам атмосферного электричества, включая теоретические и экспериментальные исследования по лабораторному моделированию различных форм естественных электрических разрядов в атмосфере.

4. Необходимо: а) интенсифицировать экспериментальные и теоретические исследования всех форм естественных электрических разрядов в атмосфере; б) продолжить сбор фактического материала по наблюдениям редких форм естественных электрических разрядов в атмосфере; в) организовать изучение процессов накопления, переноса и преобразования электрической энергии в атмосфере, включая процессы накопления и переноса электрических зарядов в облаках; г) повысить внимание к изучению роли ионизационных процессов в грозовых облаках для выявления их влияния на микрофизические процессы.

ГРИГОРЬЕВ А. И.,
доктор физ.-мат. наук

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Соломон Абрамович Совалов

(К 85-летию со дня рождения)

Исполнилось 85 лет со дня рождения доктора технических наук, заслуженного деятеля науки и техники Российской Федерации, лауреата Государственной премии Соломона Абрамовича Совалова.

Инженерная деятельность С. А. Совалова началась в Московской энергосистеме после окончания в 1929 г. Государственного электромашиностроительного института. С 1953 г. С. А. Совалов работал начальником службы режимов — заместителем главного диспетчера ОДУ Центра. В этой же должности он продолжал работать и после преобразования ОДУ Центра в ОДУ Единой энергосистемы Европейской части СССР. С 1971 по 1985 гг. С. А. Совалов работал заместителем главного инженера Центрального диспетчерского управления Единой энергосистемы СССР.

В 1946 г. С. А. Совалов защитил кандидатскую диссертацию, в 1956 г. Президиум АН СССР присвоил ему ученое звание старшего научного сотрудника. С 1962 г. в течение ряда лет без отрыва от основной работы С. А. Совалов вел научную работу в ЭНИН им. Г. М. Кржижановского. В 1969 г. он защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук, в 1972 г. ему присвоено звание "Заслуженный деятель науки и техники РСФСР".

С. А. Совалов — один из наиболее крупных специалистов в области режимов работы мощных энергообъединений. Он явля-

ется автором более 250 печатных трудов, сыгравших важную роль в создании теории управления нормальными и аварийными режимами Единой энергосистемы, в том числе монографий: "Режимы электропередач 400–500 кВ ЕЭС" (1967 г.), "Автоматизация управления энергообъединениями" (1979 г.), "Режимы Единой энергосистемы" (1983 г.), "Управление мощными энергообъединениями" (1984 г.), "Экспериментальные исследования режимов энергосистем" (1985 г.), "Противоаварийное управление энергосистемами" (1988 г.), "Режимы энергосистем: методы анализа и управления" (1990 г.). Его труды сыграли важную роль в создании и развитии Единой энергосистемы. С. А. Совалов является основателем новой области науки и техники — противоаварийной автоматики мощных энергообъединений, пионером использования вычислительной техники в энергосистемах. Внедренный под его руководством комплекс математических программ успешно применяется при решении оптимизационных и электротехнических задач.

Под руководством С. А. Совалова проведен ряд уникальных экспериментов: опытная работа полуволновой электропередачи 500 кВ, во время которой впервые в истории была устойчиво передана мощность 1000 МВт на расстояние 3000 км; испытание параллельной работы ЕЭС СССР с объединением энергосистем "Мир"; исследование устойчивости параллельной работы дальних электропередач 500 кВ и др.

В течение многих лет С. А. Совалов был членом научно-технических советов Минэнерго СССР, ЭНИН им. Г. М. Кржижановского, национального комитета СИГРЭ и др. Он активно работает в составе редколлегии журнала "Электричество".

За работы по оптимизации режимов энергосистем С. А. Совалов удостоен звания лауреата премии Совета Министров Эстонской ССР, а в 1986 г. за разработку теории и практическое внедрение АСДУ в Единой энергосистеме СССР ему присуждена Государственная премия СССР. Многолетняя научно-производственная деятельность С. А. Совалова отмечена орденами и медалями. Он является Почетным энергетиком.

Группа товарищей, редакция и редколлегия журнала "Электричество"

ПОПРАВКА

В "Электричестве", № 7, 1992 допущена опечатка. Автор статьи "Анализ перенапряжений относительно земли в тиристорных пусковых устройствах" — Тарасов А. Н.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Список статей из "Электричества" 1990 и 1991 гг., переведенных на английский язык и включенных в ежеквартальные сборники, выпускаемые издательством "Пергамон Пресс"

1990 г.

Баринов В. А., Совалов С. А. Развитие методов управления режимами электроэнергетических систем

Касилов В. П. Определение механических характеристик волновых электрических машин

Джендубаев З. Р. Основные управления асинхронного двигателя с двумя статорными обмотками

Чабан В. И., Харченко Е. В., Козубаш В. И. Алгоритм расчета виброактивности ротора асинхронного двигателя

Бургсдорф В. В. Параметры токов молнии и выбор их расчетных значений

Титко А. И. Электромагнитные процессы в концевых зонах мощных турбогенераторов при различных условиях экранирования

Левиуш А. И., Ужегов В. Т., Катунян В. И. Математическое моделирование реле направления мощности обратной последовательности для исследования его поведения при параметрическом резонансе в сети СВН

Кириевский Е. В., Михайлов В. В., Ханжиев А. С. Перспективы построения гибких релейных защит с перестраиваемой архитектурой для автономных энергосистем

Чуприков В. С. Управление статическим тиристорным компенсатором для линий электропередач

Воронин С. Г. Синхронизация вращения роторов вентильных двигателей

Лутидзе Ш. И., Игнатов В. Е., Карлаш И. В., Носков В. Н. Экспериментальная модель трехфазного криотронного преобразователя на 50 Гц

Тарасов В. И., Слободской А. М. Расчет установившихся режимов электроэнергетических систем методом минимизации

Карпов Г. В. Экспериментальное определение характеристик гидрогенераторов при нагрузке

Казарян С. Л. О выборе однослойных цепных обмоток

Данилевич Я. Б., Счастливый Г. Г., Титко А. И., Федоренко Г. М. Контроль и прогнозирование нагрузочных возможностей генераторов по реактивной мощности

Антипов В. Н., Луткин Е. М. Коммутационные ограничения широкорегулируемых двигателей постоянного тока

Аджиев А. Х., Богаченко Е. М. Применение радиотехнических средств для оценки используемых в грозозащите параметров разрядов молнии

Борцов Ю. А. Разработка и перспективы широкого внедрения адаптивных электроприводов

Глинка Т. Электромагнитная связь обмоток якоря и возбуждения двигателей постоянного тока в переходных режимах

Александров Г. Н., Иванов В. Л., Афанасьев А. И. Разрядные характеристики опорных изоляционных конструкций ОРУ сверхвысокого напряжения

Талышинский И. Т., Хоборкова З. Ц. Метод расчета электромагнитных полей и сил, действующих на лобовые части обмоток неявнополюсных синхронных машин

Бибер Л. А., Любарский Ю. Я., Надточий В. М., Цейтлин А. С. Экспертная система вибрационного контроля гидрогенератора

Поляков Н. П., Синенко В. В. Увеличение удельной энергии, коммутируемой магнитным звеном сжатия

Сохранский А. С. О потерях мощности на местную корону в линиях электропередачи переменного тока

Фильц Р. В. Численный метод алгебраизации уравнений Максвелла при расчетах полей в электрических машинах методом конечных разностей

Никитин А. А., Поляков В. Е. Повышение динамической устойчивости работы защиты конденсаторной батареи

Ваксер Б. Д., Коган В. О., Решко Б. А. Снижение неравномерности электрического поля в межфазных зонах статорных обмоток высоковольтных электрических машин

Лубсанов А. А. К тепловому расчету погружных двигателей постоянного тока

Клецель М. Я., Мусин В. В., Симонов С. Н., Поляков В. Е. Защита электродвигателей с фазочувствительной мажоритарной схемой и функциональным диагностированием

Зельвянский А. Я., Мамошин Р. Р. Расчет средних потерь мощности в системе электроснабжения со стабилизатором напряжения

Петров Ю. П., Ярв Э. А. Оптимизация электроприводов с гибкими связями с учетом трения

Баринов В. А., Гуров А. А., Корчан В. Ю., Маневич А. С., Митин Ю. В. Питание потребителей энергии с резкопеременной нагрузкой от электроэнергетических систем

Бушуев В. В., Калюжный А. Х., Кречмер Л. В., Шушуев А. А. Применение фазоповоротных уст-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ройств для упрощения потокораспределением в энергосистемах

Лупкин В. М. Вопросы теории и расчет высокомоментных электромагнитных тормозов

Петленко Б. И., Дергачев А. Е. Оптимизация комбинированного электромагнитного экрана по массе

Строев В. А., Чехов В. И., Асланян С. К. Управление режимами электроэнергетических систем с помощью дискретных источников реактивной мощности

Андерс В. И., Грапонов В. Г., Лопатин В. А., Аналитический расчет электромагнитных процессов в тяговом приводе переменного тока

Зубренков Б. И., Каплин А. И., Малышев В. С., Манюков М. Ф. Расчет вибраций асинхронного двигателя при пуске

1991 г.

Любарский Ю. Я., Надточий В. М., Рабинович Р. С., Орнов В. Г., Портной М. Г. Экспертные системы для энергетики

Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А. Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы

Шилин Н. В. Воздействие токов короткого замыкания с медленно затухающими апериодическими составляющими на электротехническое оборудование

Чабан В. И., Маслий И. В. Вариационный алгоритм расчета вытеснения тока в пазах электрических машин

Куликов Н. И., Елизарова Т. А. Исследование влияния конструктивных параметров и геометрии активной зоны на удельные показатели вентильных двигателей

Данилевич Я. Б., Яковлев В. И. Местные потери, нагревы и механические напряжения в нажимном узле сердечника статора турбогенератора

Быков Ю. М., Гуткин Б. М., Шароян Т. А. Анализ тока, потребляемого непосредственным преобразователем частоты

Грюнер А. И. Электрические параметры короткозамкнутых роторов асинхронных машин с нетрадиционным магнитопроводом

Ясаков Г. С. Модель и алгоритмы решения уравнений связи автономной энергосистемы произвольной структуры

Жуков С. Ф., Ляшко А. А. Алгоритм синтеза тестов микроэлектронных устройств релейной защиты

Перцев А. А., Рыльская Л. А., Чулков В. В. Повторные пробои соединенных последовательно вакуумных дугогасительных камер

Герасимович А. Н. Определение электромагнитных сил, действующих на плоские проводники, расположенные вблизи проводящих тел

Белкин Г. С. Закономерности среза тока в вакуумных выключателях

Тищенко В. Н., Ковалев В. Н. Исследование режима автоколебаний асинхронного электропривода с релейным тиристорным регулятором тока ротора

Огарков Е. М., Коротаев А. Д. Поперечный эффект линейных асинхронных двигателей с учетом анизотропии вторичного элемента

Карлинский Ю. Г., Эпштейн И. И. Расчет токов двигателя при питании от тиристорного регулятора напряжения

Глинтерник С. Р. Электромагнитная совместимость мощных вентильных преобразователей и электрических систем

Набока Б. Г., Беспрозванных А. В., Гладченко В. Я. Диагностика высоковольтной изоляции с помощью многоканальных анализаторов

Ковалев Ю. З., Горюнов В. Н., Ходько Д. Г. Расчет трехмерного магнитного поля в электрических машинах с редкоземельными магнитами

Жуловян В. В., Майник И. Ф. К расчету магнитного поля в зубцовой зоне электрической машины на основе вариационного метода

Казанчян Г. П., Казанчян А. П., Гаспарян М. С. Влияние барьеров на распределение электрического поля в изоляции

Карташев И. И., Фокин Ю. А. Методы оценки надежности сложных электрических систем

Данцис Я. Б., Жилов Г. М., Брегман С. З., Короткин С. В. О форме кривых напряжения и тока дуги в руднотермических электропечах

Лопухина Е. М., Семенчуков Г. А., Машкин В. Г. Расчеты электромагнитных моментов и вибровозмущающих сил несимметричных асинхронных двигателей методом индуктивных коэффициентов

Петров Ю. П. Некоторые возможности систем управления и автоматизированного электропривода

Семенов В. А. Совершенствование управления энергосистемами (по материалам СИГРЭ)

Александров В. А., Клещенко В. Г., Морозкин В. П., Цгоев Р. С., Шакарян Ю. Г. Микропроцессорный автоматический регулятор возбуждения для асинхронизированных электромеханических преобразователей частоты

Бородулин М. Ю. Искажения апериодических составляющих свободного процесса при численном моделировании линейных электрических цепей

Дубовский В. В. Расчет переходных процессов в линейных звеньях на базе новой математической модели сигнала

Казаков О. И. Линейные соотношения в нелинейных резистивных цепях

Надточий В. М. Экспертные системы диагностики электрооборудования

Петрова Т. Е., Фигурнов Е. П. Защита от перегрузки по току проводов воздушных линий электропередачи

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Иерусалимов М. Е., Соколовский С. А., Радченко С. Г., Романенко Ю. В., Лапач С. Н. Многофакторная математическая модель термонапряженной электроизоляции

Маврычев Ю. С. Об условиях ресинхронизации генераторов

Бургин Б. Ш. Быстродействие динамических электромеханических систем стабилизации скорости с ограниченным числом измеряемых координат

Трещев И. И., Копылов А. И., Прохоров В. А. Анализ динамических процессов синхронных машин по переходным функциям

Задорожный Н. А., Дрыга А. И. Анализ амплитудно-частотной характеристики двухмассовой системы электропривода по обобщенным показателям электромеханического взаимодействия

Гефле О. С., Лопаткин С. А. Влияние предварительной электризации полиэтилена на его ресурс в импульсном электрическом поле

Кощеев Л. А., Окин А. А., Мошкин Е. А. Адаптивная централизованная система противоаварийной автоматики

Чесаченко В. Ф., Малышев А. В. Математическая модель передачи постоянного тока для расчета электромеханических переходных процессов

Кесельман Л. М. Проблемы надежности и механики воздушных линий электропередачи

Жуков В. В., Георгиади В. Х., Меджахед А. Расчет токов коротких замыканий синхронных генераторов автономных систем электроснабжения 6—10 кВ

Асанов Т. К., Петухова С. Ю. Математическая модель трехпроводной электротяговой сети переменного тока

Терзян А. А., Джавадян А. Д., Рымша В. В., Бородина Е. И. Трехмерное магнитное поле линейного индукторного двигателя постоянного тока

Бабаев М. Б., Голубев А. Н., Королев А. Н. Особенности применения многофазных асинхронных двигателей в регулируемом приводе

Карибов С. И., Пичхадзе И. П., Путкарадзе Г. В., Балашвили Д. Н. О самовозбуждении тяговых электродвигателей в схемах с полупроводниковыми вентилями

Губкин И. А. Метод оператора проектирования в теории линейных электрических цепей

Плахтына Е. Г., Шакарян Ю. Г., Пиковский А. В., Плотникова Т. В., Рудый Т. В. Математическая модель для исследования динамических режимов ветроэнергетической установки

Пампуро В. И. Управление надежностью электроэнергетических объектов

Дмитренко А. М. Отстройка дифференциальных защит трансформаторов от токов небаланса при внешних коротких замыканиях

Овчаренко Н. И. О быстродействии и относительном уровне сигнала измерительных преобразователей мощности

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), **Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А.** (главный редактор), **Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.**

Адреса редакции: *103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.*
Телефон 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648
Адрес для телеграмм: *МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО*

Редакторы по направлениям тематики:
Евсеев Б. Н. (*электрические машины, электропривод, электрический транспорт*); **Макаршин Б. Д.** (*ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы*); **Прилуцкий А. Л.** (*электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты*)

Художественный редактор **Т. А. Дворецкова.** Технический редактор **Г. В. Преображенская.**
Корректор **З. Б. Драновская**

Сдано в набор 16.11.92. Подписано в печать 10.12.92. Формат 60×88$^1/_8$. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 9,8. Усл. кр.-отт. 10,4. Уч.-изд. л. 10,33. Тираж 1174 экз. Заказ 63

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.
Набрано на ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате
Министерства печати и информации Российской Федерации.
142300 г. Чехов Московской области
Отпечатано в Подольском филиале, 142110 г. Подольск, ул. Кирова, 25.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Александров Г. Н. Оптимизация конструкции воздушных линий электропередачи повышенной натуральной мощности 2

Тамазов А. И. Расчет характеристик точечной короны переменного тока на проводе 9

Авруцкий В. А., Бизяев А. С., Гущин И. А., Левитова Л. В. Газоразрядная молниезащита объектов с диэлектрическим корпусом 17

Володарский В. А. Интенсивность отказов электрооборудования, прошедшего ремонт 22

Плахтына Е. Г., Поклонов С. В., Полюга Л. Н., Рябов В. Н. Исследование процессов в бесконтактных регулируемых асинхронных двигателях 25

Лопухина Е. М., Эль-Халаби Гази. Определение индуктивного сопротивления лобового рассеяния трехфазной кольцевой обмотки методом гармонического анализа 32

Мощинский Ю. А., Осин И. Л. Определение параметров трехфазного асинхронного двигателя из опыта несимметричного питания 39

Халас Ш. Оптимизация управления инверторами напряжения в асинхронном электроприводе 43

Попов В. И., Макаров Л. Н. К экспериментальному определению параметров схемы замещения асинхронной машины 49

Пупынин В. Н., Никитин В. Л. Условия эффективного использования емкостного накопителя энергии в системах тягового электроснабжения железных дорог 52

Колесников Э. В. Скин-эффект в параллельных проводах. Метод энергетического баланса 58

Сегаль А. М. Расчет взаимодействия шин, линейных проводов и экранов с учетом эффекта близости 71

ХРОНИКА 74

CONTENTS

Aleksandrov G. N.— Optimization of the Design of Overhead Transmission Lines of Extra-High Characteristic Capacity 2

Tamazov A. I. — Calculation of the Characteristics of AC Corona Spots on a Conductor . 9

Avrutsky V. A., Bizyaev A. S., Gushchin I. A., Levitova L. V. — The Gas-Discharge Lightning Protection of Installations Having a Dielectric Body 17

Volodarsky V. A. — The Failure Rate of Electrical Equipment After Repairs 22

Plakhtyna E. G., Poklonov S. V., Polyuga L. N., Ryabov V. N. — Phenomena in Contactless Controlled Induction Motors . . 25

Lopukhina E. M., El-Khalabi Gazi. — Finding the Induction Reactance of End-Turn Leakage in a Three-Phase Ring Winding Using the Method of Harmonic Analysis 32

Moshchinsky Yu. A., Osin I. L. — Finding the Parameters of a Three-Phase Induction Motor From the Unbalanced Supply Test . . 39

Khalas Sh. — Optimization of the Control of the Voltage Inverters in an Asynchronous Electric Drive 43

Popov V. I., Makarov L. N. — Finding the Parameters of the Equivalent Circuit of an Asynchronous Machine Experimentally 49

Pupynin V. N., Nikitin V. L. — The Conditions for Effective Utilization of Capacitive Energy Storage in Electrified Railway System 52

Kolesnikov E. V. — Skin-Effect in Parallel Conductors. The Energy Balance Method . . 58

Segal A. M. — Calculation of the Interaction of Buses, Line Conductors and Screens With Account Taken of the Proximity Effect 71

CHRONICLE 74

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Индекс 71106

Глобальная Коммерческая Телеинформационная сеть

СИТЕК

СРЕДСТВО ПЕРВОЙ НЕОБХОДИМОСТИ КАЖДОГО ДЕЛОВОГО ЧЕЛОВЕКА

ПРЕДЛАГАЕТ КОММУНИКАЦИОННЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ УСЛУГИ:

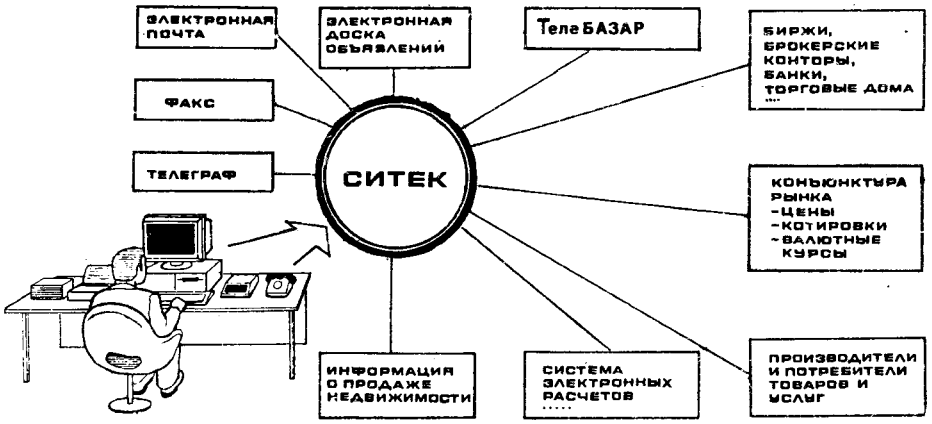
- электронная почта, факсимильная, телексная связь
- ТелеБАЗАР – торговля без ПОСРЕДНИКОВ
- ценовая конъюнктура в СНГ и за рубежом
- моментальные электронные расчеты
- защита средств от инфляции
- базы данных деловых партнеров
- сотни коммерческих сведений в повседневной работе: курс доллара, где и как купить валюту, информация о продаже квартир, электронные издания по экономике, финансам, юриспруденции, маркетингу, рекламе

ГКТС СИТЕК – ИДЕАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ ВАШЕГО БИЗНЕСА

Став абонентом СИТЕК, Вы сможете делать свой бизнес не выходя из офиса или квартиры, используя лишь ПЭВМ, модем и обычную телефонную линию

РЕГИСТРАЦИЯ В СИТЕК – 1 ДЕНЬ

ОКУПАЕМОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ В СИТЕК – 1 НЕДЕЛЯ



Мы вернем Ваши затраты за регистрацию, если Вы в течение месяца не получите ожидаемую прибыль

ПОПРОБУЙТЕ – УБЕДИТЕСЬ САМИ!

К ВАШИМ УСЛУГАМ "ГОСТЕВОЙ" HAYES – МОДЕМНЫЙ ВХОД (095) 963–3101 GUEST ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ БЕСПЛАТНОЙ ОБЗОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Запрашивайте бюллетень услуг ГКТС СИТЕК

ПРИГЛАШАЕМ ДИЛЕРОВ И АГЕНТОВ ДЛЯ ВЗАИМОВЫГОДНОГО СОТРУДНИЧЕСТВА

МАСТАК

Научно-производственная фирма "МАСТАК"
111020, Москва, а/я 100. Факс: (095) 360–7874
Тел: (095) 360–8527, 360–8638
Эл. почта: secret @mastak. msk. su

МАСТАК

ISSN 0013–5380. Электричество. 1993. № 1. 1–80

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru