КОММУНИЗМ — ЭТО ЕСТЬ СОВЕТСКАЯ ВЛАСТЬ
ПЛЮС ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ВСЕЙ СТРАНЫ (Ленин)

ЖУРНАЛ
ОСНОВАН
в 1880 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

7
1977
ИЮЛЬ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК [621.311.4:621.316.1].064.1.001.24

Экономически целесообразные значения токов короткого замыкания на шинах 10(6) кВ понижающих подстанций — центрах питания городских электрических сетей

Кандидаты техн. наук ГЛАЗУНОВ А. А., ШЕВЧЕНКО Ж. И.

Москва, Краснодар

Задача определения целесообразной величины токов короткого замыкания в электрических сетях среднего напряжения была сформулирована как проблема, требующая технико-экономического разрешения, И. А. Сыромятниковым [Л. 1]. В дискуссии в журнале «Электричество» [Л. 2—5] публиковались материалы, освещающие разные стороны этой проблемы, но до настоящего времени отсутствуют достаточно полные и общие технико-экономические проработки этого вопроса для конкретных областей электроснабжения. В частности, для городских распределительных сетей решение задачи ограничилось определением целесообразного способа снижения токов короткого замыкания. При этом вопрос рассматривался без учета технико-экономических показателей сети, т. е. без связи с оптимизацией параметров (сечения жил кабелей, напряжения короткого замыкания трансформаторов и т. д.), находящихся в технико-экономической зависимости от величины тока короткого замыкания [Л. 7 и 8].

Как показал анализ работ по определению целесообразной величины тока короткого замыкания на шинах центра питания, поставленная задача решалась без учета вероятностных характеристик величины тока короткого замыкания.

Между тем наиболее полная оптимизация построения систем электроснабжения достигается при комплексной многопараметрической оптимизации, при учете вероятностного характера параметров режима системы. Наконец, имея в виду тесную связь решения задачи оптимизации величины тока короткого замыкания на шинах источника питания с выбором целесообразного способа ограничения токов короткого замыкания, может быть обращено внимание на целесообразность дополнительного изучения технико-экономической оправданности повышения напряжения короткого замыкания ($u_к$) понижающих трансформаторов, как средства ограничения токов короткого замыкания.

В статье изложены основные результаты оптимизации величины тока короткого замыкания на шинах вторичного напряжения понижающих подстанций в совокупности с оптимизацией некоторых основных параметров сетей среднего напряжения, питающих преимущественно коммунально-бытовых потребителей [1]. Технико-экономические модели оптимизируемой сети получены с учетом вероятностного характера величины тока короткого замыкания [Л. 6].

Задача решается применительно к существующим структурам городских электрических сетей среднего напряжения (схемы с распределительными пунктами и без них) и при применяемых выдержках времени релейной защиты.

Технико-экономической моделью анализируемой сети являются приведенные затраты на рассматриваемую сеть в функции оптимизируемых параметров. Для решаемой задачи суммарные приведенные затраты:

$$З_{\Sigma} = З_{ЦП} + З_{ПЛ} + З_{РП} + З_{РЛ}, \qquad (1$$

где $З_{ЦП}$, $З_{ПЛ}$, $З_{РП}$, $З_{РЛ}$ — соответственно приведенные затраты по центру питания, питающим линиям, распределительным пунктам, распределительным линиям среднего напряжения (рис. 1).

[1] Работа выполнена на кафедре электрических систем МЭИ.

Издательство «Энергия», «Электричество», 1977 г.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

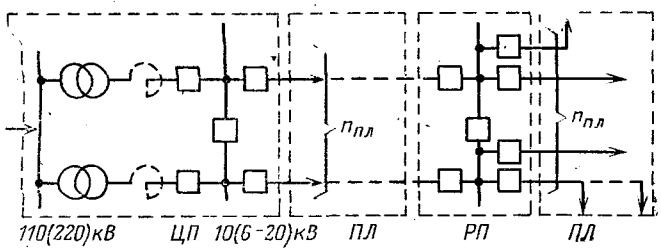


Рис. 1. Структурная схема оптимизируемой городской электрической сети среднего напряжения.

ЦП — центр питания; *ПЛ* — питающие линии; *РП* — распределительный пункт; *РЛ* — распределительные линии.

При рассмотрении схемы электроснабжения без распределительных пунктов приведенные затраты имеют вид:

$$З_{\Sigma} = З_{ЦП} + З_{РЛ};$$

в свою очередь,

$$\left.\begin{aligned} З_{ЦП} &= З_{ТР} + З_{ТО} + З_{КУ} + З_{в\,(ЦП)};\\ З_{РП} &= З_{в\,(РП)}, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $З_{ТР}$, $З_{ТО}$, $З_{КУ}$, $З_{в\,(ЦП)}$ и $З_{в\,(РП)}$ — соответственно приведенные затраты на устанавливаемые на подстанции трансформаторы, на устройства, ограничивающие токи короткого замыкания, на средства компенсации потерь реактивной мощности в трансформаторах и устройствах ограничения токов коротких замыканий, на ячейки выключателей среднего напряжения центра питания *ЦП* и распределительных пунктов *РП*.

Оптимизировались следующие параметры системы электроснабжения города: величина тока короткого замыкания на шинах *ЦП* $I_{к\,(ЦП)}$ сечение токоведущих жил питающих линий $F_{П}$; сечение токоведущих жил распределительных линий $F_{Р}$; длина питающих линий $l_{П}$. Оптимизация параметра $l_{П}$ определяется затратами на питающие линии и значением тока короткого замыкания на шинах *РП*, следовательно, от этого параметра зависят затраты на ячейки выключателей *РП* и распределительные линии.

Дополнительно анализировалась целесообразность увеличения напряжения короткого замыкания трансформатора для ограничения токов короткого замыкания.

Предварительный анализ подтвердил экономическую целесообразность отказа от реакторов и использования в качестве средств ограничения токов короткого замыкания на шинах понижающих подстанций трансформаторов с расщепленной обмоткой низшего напряжения и трансформаторов с увеличенным значением $u_{к}$. В связи с этим при определении затрат на трансформаторы и средства ограничения токов короткого замыкания в математическую технико-экономическую модель вводится составляющая приведенных затрат на трансформаторы в зависимости от значения $u_{к}$. Таким образом решается задача определения оптимального значения этого параметра трансформаторов понижающих подстанций с учетом технико-экономических показателей сетей среднего напряжения.

Аналитические зависимости составляющих функций затрат оптимизируемых параметров получены на основании выявления стоимостных показателей элементов оптимизируемой системы (выключателей, кабельных линий, конденсаторов), ущерба от термически нестойких к токам короткого замыкания кабелей питающих и распределительных линий, зависимости затрат на трансформаторы от величины $u_{к}$. В затратах на питающие и распределительные линии учитывались капиталовложения, стоимость потерь электроэнергии, а также составляющая ущерба на реконструкцию соответствующего участка кабельной линии при термической нестойкости кабелей к токам короткого замыкания. Последняя составляющая определялась с учетом вероятностных характеристик величины тока короткого замыкания для разных законов распределения точки короткого замыкания по длине питающих и распределительных линий и для различных значений времени отключения короткого замыкания [Л. 6].

Учитывая, что задача решается применительно к сетям с преимущественно коммунально-бытовыми потребителями, затраты на ячейки выключателей *ЦП* и *РП* принимались в зависимости от их отключающей способности, т. е. на выбор выключателей не накладывались дополнительные ограничения по условиям динамической стойкости.

Затраты на компенсацию потерь реактивной мощности определялись по стоимости конденсаторных батарей среднего напряжения с установленной мощностью, соответствующей потерям реактивной мощности в трансформаторах и устройствах ограничения токов короткого замыкания, а также по стоимости потерь электроэнергии в конденсаторах.

При составлении математических моделей учитывались ограничения по допустимому нагреву кабелей в нормальных и послеаварийных режимах.

Ниже приведены частные технико-экономические модели составляющих функции затрат для городской электросети с *РП* при заданном числе питающих и распределительных линий.

Приведенные затраты на трансформаторы

$$З_{тг} = n_{тр}\left\{ e_{тр}\left[K_{тр\,(0)} + b\left(100\frac{I_{тр\,(н)}}{I_{к\,(ЦП)}} - u_{к\,(0)}\right)^2\right] + \right.$$
$$\left. + з_{0\,(тр.к.з)}\left(\Delta P_{к.з} + d\,100\frac{I_{тр\,(н)}}{I_{к\,(ЦП)}}\right) + з_{0\,(тр.х.х)}\Delta P_{х.х}\right\}, \qquad (3)$$

где $n_{тр}$ — число трансформаторов на понижающей подстанции; $e_{тр}$ — суммарный коэффициент отчислений от капиталовложений на трансформаторы (включая нормативные отчисления); $K_{тр(0)}$ — составляющая стоимости трансформаторов, не зависящая от его номинальной мощности; b, d, $u_{к(0)}$ — коэффициенты аппроксимирующего выражения затрат на трансформатор в функции его $u_{к}$; $з_{0(тр.к.з)}$, $з_{0(тр.х.х)}$ — постоянные составляющие удельных затрат на потери электроэнергии соответственно в активном сопротивлении и стали трансформатора; $I_{тр(н)}$ — номинальный ток трансформатора понижающей подстанции.

Приведенные затраты на компенсацию потерь реактивной мощности в трансформаторах установкой в сети среднего напряжения статических кон-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

денсаторов (при этом $u_к$ трансформаторов рассматривается как средство ограничения тока короткого замыкания):

$$З_{к\,у} = \sqrt{3} n_{тр} \beta^2_{тр} U_н \frac{I^2_{тр\,(н)}}{I_{к\,(ЦП)}} (e_к K_{к\,(0)} + c_{0\,(к)} \Delta P_к T_к), \quad (4)$$

где $e_к$ — суммарный коэффициент отчислений от капиталовложений; $K_{к(0)}$ — удельная стоимость установки конденсаторов; $\beta_{тр}$ — коэффициент загрузки трансформатора при максимальной нагрузке в нормальных режимах работы; $c_{0(к)}$, $\Delta P_{к(0)}$ — удельная стоимость потерь электроэнергии и удельные потери мощности в конденсаторах; $T_к$ — время работы конденсаторов.

Приведенные затраты на ячейки выключателей *ЦП*

$$З_{в\,(ЦП)} = n_{в\,(ЦП)} e_в (K_{в\,(ЦП)(0)} + K_{в\,(ЦП)\,(I)} I_{к\,(ЦП)}), \quad (5)$$

где $n_{в\,(ЦП)}$ — число учитываемых выключателей; $e_в$ — суммарный коэффициент отчислений от капиталовложений на ячейки выключателей; $K_{в\,(ЦП)\,(0)}$, $K_{в\,(ЦП)\,(I)}$ — коэффициенты математической аппроксимации стоимости выключателей соответственно независящий и зависящий от отключающей способности выключателя.

Приведенные затраты на ячейки выключателей *РП*

$$З_{в\,(РП)} = n_{в\,(РП)} e_в (K_{в\,(РП)\,(0)} + K_{в\,(РП)\,(I)} h I_{к\,(РП)} F^{\beta_1}_п l^{-\gamma_1}_п), \quad (6)$$

где h, β_1, γ_1 — коэффициент и показатели степени аппроксимирующего выражения тока короткого замыкания на шинах *РП*.

Приведенные затраты на питающие кабельные линии состоят соответственно из затрат на сооружение кабельных линий, стоимости потерь электроэнергии в этих линиях и ущерба при термически нестойких кабелях к току короткого замыкания:

$$З_{ПЛ} = n_{ПЛ} \left[e_{к.л} (K_{к.л\,(0)} + K_{к.л\,(F)} F_п) l_п + 3c_{0\,(R)} I^2_{р\,(ПЛ)} \frac{\rho}{F_п} l_п \tau + m_п \frac{I^{\delta}_{к\,(ЦП)}}{F^{\beta_2}_п} \right]. \quad (7)$$

Обозначения в выражении (7) аналогичны предыдущим. $K_{к.л(0)}$, $K_{к.л(F)}$ — коэффициенты (постоянный и пропорциональный F) аппроксимации стоимости кабельных линий; $I_{р\,(ПЛ)}$ — максимальный рабочий ток кабеля питающей линии; τ — время максимальных потерь; $c_{0(R)}$ — удельная стоимость потерь электроэнергии в активных сопротивлениях сети; $m_п$, δ, β_2 — коэффициент и показатели степени аппроксимации ущерба при термически нестойких к току короткого замыкания кабелях питающих линий.

Приведенные затраты на распределительные линии

$$З_{РЛ} = n_{РЛ} \left[e_{к.л} (K_{к.л\,(0)} + K_{к.л\,(F)} F_р) l_р + 3c_{0\,(R)} I^2_{р\,(РЛ)} \frac{\rho}{F_р} l_р \tau + з_{у\,(РЛ)} + m_р I_{к\,(ЦП)} \frac{F^{\beta_3}_п}{F_р l^{\gamma_2}_п} \right], \quad (8)$$

где $I_{р\,(РЛ)}$ — максимальный рабочий ток, распределительной линии; $з_{у\,(РЛ)}$, $m_р$, β_3, γ_2 — коэффициенты и показатели степени аппроксимации ущерба при термически нестойких кабелях распределительной линии.

Результирующая технико-экономическая модель получена на основе уравнений (1) или (2) в зависимости от структуры рассматриваемой электрической сети среднего напряжения с учетом частных моделей (3)—(8). Как видно из этих уравнений, технико-экономическая модель анализируемой сети имеет вид полинома типа

$$З_Σ = \sum_{i=1}^{m_0} A_i \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ij}}.$$

Оптимизационные решения на основе полиномов такого типа (с положительными членами) целесообразно выявлять методом критериального анализа [Л. 10 и 11] с учетом ограничений в форме:

$$g_к = \sum_{i=m_{k-1}}^{m_k} A_i \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ij}},$$

где x_j — оптимизируемый параметр; A_i — константы, определяемые исходными данными (стоимостные характеристики, число линий и т. д.); α_{ij} — показатели степени оптимизируемых параметров; m_0 — число составляющих функции затрат; n — число оптимизируемых параметров.

После дополнительных преобразований исходная функция (1) с учетом (3)—(8) приобретает вид целевой функции:

$$З'_Σ = A_0 + A_1 I^{\alpha_{11}}_{к\,(ЦП)} + A_2 I^{\alpha_{21}}_{к\,(ЦП)} + A_3 l^{\alpha_{32}}_п F^{\alpha_{33}}_п + A_4 I^{\alpha_{41}}_{к\,(ЦП)} F^{\alpha_{43}}_п + A_5 l^{\alpha_{52}}_п F^{\alpha_{53}}_р + A_6 F^{\alpha_{63}}_р l^{\alpha_{62}}_п I^{\alpha_{61}}_{к\,(ЦП)} + A_7 I^{\alpha_{71}}_{к\,(ЦП)} l^{\alpha_{72}}_п F^{\alpha_{73}}_р. \quad (9)$$

При ограничениях по допустимому нагреву кабелей питающих и распределительных линий

$$g_1 = A_8 F^{\alpha_{83}}_п \leqslant 1, \quad g_2 = A_9 F^{\alpha_{94}}_р \leqslant 1. \quad (10)$$

В выражении (9) составляющие последовательно записаны: постоянная составляющей функции затрат, затраты на ограничение токов короткого замыкания и компенсацию потерь реактивной мощности в реактивном сопротивлении токоограничивающих устройств (например, в реактивном сопротивлении трансформаторов), затраты на ячейки выключателей *ЦП*, затраты на питающие линии, ущерб при термически нестойких кабелях питающих линий, затраты на распределительные линии, ущерб при термически нестойких кабелях распределительных линий, затраты на выключатели *РП*.

Коэффициенты A_i и показатели степени α_{ij} функции (9) зависят от номинального напряжения распределительной сети, числа питающих и распределительных линий, статистических характеристик распределения точки короткого замыкания по дли-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Номинальная мощность трансформатора, МВ·А	Значения параметров							
	$I_{к(ЦП)}$, кА	$l_п$, км	$F_п$, мм²	$F_р$, мм²	$u_к$, %	$I_{к(ЧП)}$, кА	$F_р$, мм²	$u_к$, %
	Сеть с РП					Сеть без РП		
40	12,0	2,9	240	70	18,0	15,0	95	14,5
63	15,0	2,95	240	70	24,0	18,0	95	20,0
80	17,0	3,0	240	70	26,0	20,0	95	22,0

Таблица 2

Номинальная мощность трансформатора, МВ·А	Значения параметров			
	$I_{к(ЦП)}$, кА	$u_к$, %	$I_{к(ЧП)}$, кА	$u_к$, %
	Сеть с РП		Сеть без РП	
40	10,0	12,0	12,0	10,0
63	12,0	17,5	15,0	14,5
80	13,6	17,5	17,0	14,5

не кабельных линий, времени отключения короткого замыкания, режима работы питающих линий (параллельная, раздельная), стоимостных показателей элементов сети.

Результаты оптимизационного анализа получены для городских электросетей 10 кВ, питающихся от подстанции с понижающими трансформаторами 110/10 кВ мощностью 40—80 МВ·А (при их раздельной работе на стороне 10 кВ), а также с учетом технико-экономических показателей и зависимостей [Л. 12].

В табл. 1 приведены результаты минимизации функции (8) для трансформаторов без расщепления обмотки вторичного напряжения

В табл. 2—экономически целесообразные значения $I_{к\,(ЦП)}$ и $u_к$ трансформаторов с расщепленной обмоткой 10 кВ. Коэффициент расщепления взят в пределах от 3,34 до 3,64.

Данные таблиц соответствуют раздельной работе питающих линий, равномерному закону распределения точки короткого замыкания по длине питающих и распределительных линий и времени отключения короткого замыкания в питающих линиях 1,8 с. Число питающих и распределительных линий принималось исходя из максимально допустимых по условиям длительного нагрева токов и применения кабелей с алюминиевыми жилами сечением 240 мм² для питающих и 70 мм² и 95 мм² для распределительных линий.

Анализ результатов минимизации функции затрат показывает, что экономические значения токов короткого замыкания на шинах *ЦП* 110/10 кВ при трансформаторах мощностью от 40 до 80 МВ·А находятся в пределах 12—18 кА.

Экономическое значение $I_{к\,(ЦП)}$ увеличивается с возрастанием номинальной мощности трансформаторов понижающей подстанции. В городской электрической сети 10 кВ без *РП* экономическое значение $I_{к\,(ЦП)}$ выше, чем в сети с *РП*, что объясняется снижением времени отключения короткого замыкания.

Расщепление обмотки низшего напряжения приводит к уменьшению экономического значения $I_{к\,(ЦП)}$ на 15—20% сравнительно с отсутствием расщепления обмоток. При учете технико-экономических показателей сети экономические значения $u_к$ трансформаторов значительно выше осуществляемых в настоящее время и установленных с учетом только затрат на трансформаторы [Л. 7 и 8].

Исследование устойчивости технико-экономической модели [Л. 10] производится для определения диапазона экономических значений оптимизируемых параметров (области равноэкономичности), соответствующих некоторой точности (E, %) определения функции затрат. Применительно к настоящему исследованию анализ экономической устойчивости необходим также для выбора оптимальных параметров внутри областей равноэкономичности с учетом дополнительных технико-экономических

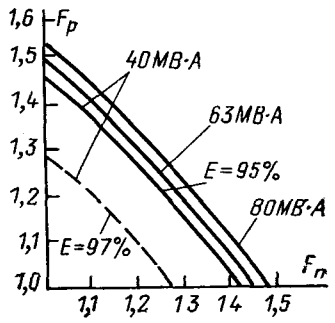


Рис. 2. Области экономической устойчивости оптимизируемых сечений алюминиевых жил кабелей питающих $F_п$ и распределительных $F_р$ линий 10 кВ.

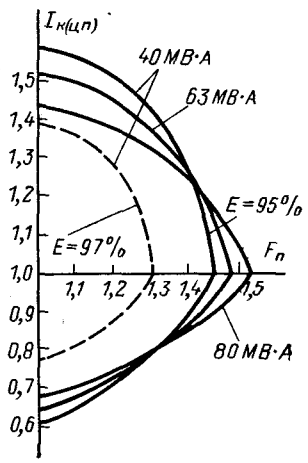


Рис. 3. Области равноэкономичности оптимизируемых тока короткого замыкания на шинах центра питания ($I_{к(ЦП)}$) и сечений алюминиевых жил кабелей питающих линий ($F_п$).

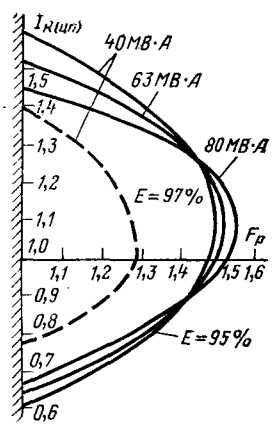


Рис. 4. Области экономической устойчивости оптимизируемых токов коротких замыканий на шинах центра питания $I_{к\,(ЦП)}$ и сечений алюминиевых жил кабелей $F_р$ распределительных линий 10 кВ.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

показателей сравниваемых вариантов и в сочетании с возможностью технической реализации оптимальных параметров при применении стандартного электрооборудования.

Анализ устойчивости функции затрат проводился в форме определения областей равноэкономичности по всем сочетаниям двух параметров при $E=$ $=95$ и 97% (рис. 2—6). Здесь по осям отложены значения оптимизируемых параметров в относительных единицах, причем за единицу принимаются значения экономических параметров по табл. 1 и 2.

При построении областей равноэкономичности учтены только ограничения по допустимому нагреву кабелей токами нормального и послеаварийного режимов. Вместе с тем величина тока короткого замыкания на шинах *ЦП* характеризует сопротивление электрической цепи схемы электроснабжения в нормальном режиме. Увеличение сопротивления (уменьшение тока короткого замыкания на шинах *ЦП*) влечет за собой ухудшение качества напряжения по отклонениям, колебаниям и форме кривой, ухудшение условий пуска и самозапуска электродвигателей и др. Поэтому на область определения оптимального значения должен накладываться ряд дополнительных ограничений по перечисленным выше условиям. В связи с этим был проведен дополнительный анализ влияния всех указанных выше ограничений на предельные значения тока короткого замыкания на шинах *ЦП* с учетом требований [Л. 13].

Анализ полученных ранее экономически целесообразных решений с учетом ограничений по качеству напряжения позволил сделать выводы о том, что для городских электрических сетей с преимущественно коммунально-бытовой нагрузкой ограничения по качеству напряжения у потребителей не изменяют граничных значений областей равноэкономичности найденных без учета этих ограничений. Вместе с тем по условиям качества напряжения предпочтительны те решения, которые соответствуют меньшим значениям сопротивлений подстанции и линий, т. е. бо́льшим значениям токов короткого замыкания. Анализ результатов исследования экономической устойчивости функции затрат по рис. 2—6 и иным аналогичным результатам позволяет сделать вывод о том, что исследуемые технико-экономические модели обладают большой экономической устойчивостью по всем оптимизируемым параметрам. Так при точности 95% равноэкономичными будут все решения выбора $I_{к\,(цп)}$ в пределах от 7 до 24 кА.

Выбор оптимальных параметров внутри области равноэкономичности может определяться дополнительными технико-экономическими показателями и ограничениями в связи с применением стандартного электрооборудования. Такими дополнительными показателями являются расход цветного металла, потери реактивной мощности в трансформаторах, возможности регулирования и качество напряжения на шинах ЦП, удобство эксплуатации сети, номинальные параметры выпускаемого электрооборудования.

В зависимости от конкретных условий те или иные ограничения могут оказывать решающее влияние, и это будет определять выбор оптимальных

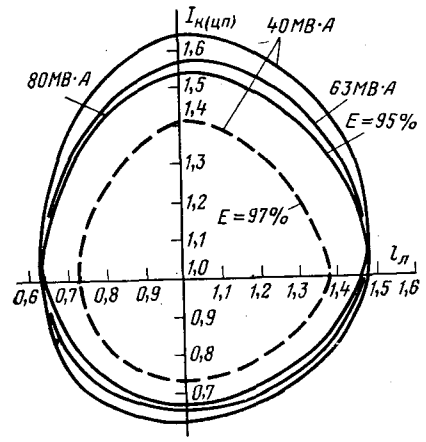


Рис. 5. Области экономической устойчивости оптимизируемых токов коротких замыканий на шинах центра питания $I_{к(ЦП)}$ и длины питающих линий $l_п$ 10 кВ.

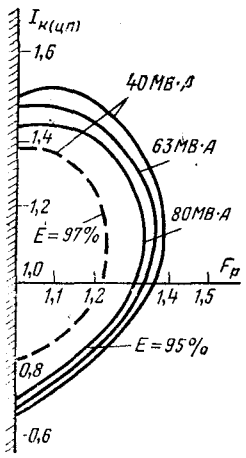


Рис. 6. Области экономической устойчивости оптимизируемых (для схемы без РП) токов коротких замыканий на шинах центра питания $I_{к(ЦП)}$ и сечений алюминиевых жил кабелей распределительных линий $F_п$.

параметров из числа находящихся в областях равноэкономичности. Следует дополнительно подчеркнуть, что использование результатов работы подразумевает выбор не одного оптимального параметра, а оптимальной совокупности параметров системы электроснабжения (города), соответствующих некоторым конкретным условиям анализа. Так, если требование минимума ущерба от термически нестойких кабелей является определяющим, то оптимальным является снижение величины тока короткого замыкания на шинах *ЦП* и увеличение сечения жил кабелей до значений, удовлетворяющих требованию термической стойкости. При этом оказывается экономически целесообразным использование сечений кабелей 10 кВ бо́лее 240 мм².

Во всех случаях оптимальные значения $u_к$ трансформаторов определяются исходя из оптимальных значений $I_{к\,(ЦП)}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Сыромятников И. А.** К вопросу о целесообразных значениях токов короткого замыкания в распределительных сетях. — «Электричество», 1966, № 1.

2. **Баркан Я. Д., Рогов Л. Д., Черновец А. К.** К вопросу о целесообразных значениях токов коротких замыканий в распределительных сетях. — «Электричество», 1967, № 12.

3. **Борисов Р. Н., Козырев В. Д.** К вопросу о целесообразных значениях токов коротких замыканий в распределительных сетях. — «Электричество», 1967, № 5.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

4. **Грейсух М. В.** К вопросу о целесообразных значениях токов коротких замыканий в распределительной сети. — «Электричество», 1967, № 10.

5. **Балашов К. К., Плотницкий А. Э.** К вопросу о целесообразных значениях токов коротких замыканий в распределительных сетях. — «Электричество», 1967, № 12.

6. **Шевченко Ж. И., Власова Т. А., Глазунов А. А.** Вероятностные характеристики токов коротких замыканий в городских электрических сетях 6—10 кВ. — «Электрические станции», 1972, № 11.

7. **Балашов К. К.** О выборе напряжения короткого замыкания трансформатора. — «Вестник электропромышленности», 1963, № 5.

8. **Крайз А. Г., Хубларов Н. Н., Якуб Ю. А.** Оптимальные исполнения силовых двухобмоточных трансформаторов и схемы крупных понижающих подстанций 110 кВ. — «Электричество», 1970, № 5.

9. **Плотницкий А. Э.** Исследование оптимальной величины напряжения короткого замыкания трансформаторов распределительных электрических сетей. Автореф. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Одесса, 1971 (ОПИ).

10. **Критериальный** анализ технико-экономических задач в энергетике. — В кн.: Кибернетику — на службу коммунизму. Т. 7. Под ред. А. И. Берга и В. А. Веникова. М., «Энергия», 1973, т. 7. Авт.: Ю. Н. Астахов, И. Г. Гордиевский, Д. Д. Карасев и др.

11. **Электрические** системы. Кибернетика электрических систем. Под ред. В. А. Веникова. М., «Высшая школа», 1974.

12. **Электротехнический** справочник. Под общ. ред. М. Г. Чиликина, П. Г. Грудинского, Г. Н. Петрова и др. М., «Энергия», 1972, т. 2, книга вторая.

13. **ГОСТ 13109-67.** Нормы качества электрической энергии у ее приемников, присоединенных к электрическим сетям общего назначения.

[16.3.1977]

УДК [621.311-5].004.13

О применении систем с переменной структурой для управления режимами электроэнергетических систем

Чл.-корр. АН СССР ЕМЕЛЬЯНОВ С. В., доктор техн. наук, проф. ВЕНИКОВ В. А., канд. техн. наук СУХАНОВ О. А., инженеры ГОЛЕМБО Б. З., ГОЛОВ В. П.

Москва

Современный период развития электроэнергетики характеризуется большим вниманием к проблемам управления и синтеза сложных электроэнергетических систем. Энергетические проблемы и, в особенности, проблемы развития электроэнергетических систем (ЭЭС) все в большей степени рассматриваются как важнейшие для развития отдельных отраслей промышленности и народного хозяйства в целом. В то же время быстрое развитие информационно-вычислительной техники, средств связи и автоматизации, а также создание АСУ ЭЭС существенно расширяют возможности этих систем.

Основными задачами управления сложными электрическими системами являются задача управления развитием и задача управления режимами. Эти задачи принципиально тесно связаны между собой, хотя обычно рассматриваются и решаются отдельно. Ниже мы остановимся только на второй из них.

Характеризуя эту задачу, укажем, что основное назначение больших ЭЭС связано с их функционированием в установившихся режимах, при которых должно быть обеспечено высокоэкономичное производство электроэнергии при достаточно высоком ее качестве. Что касается переходных процессов электрических систем, то основными условиями, которые должны выполняться здесь, являются обеспечение устойчивости динамических переходов и ограничений на значения ряда переменных (например, ток и напряжение). Это отличает ЭЭС от ряда других систем автоматического управления, основное назначение которых связано с их функционированием в динамике. На первый план для ЭЭС выступают такие критерии качества, как запас устойчивости и результирующая устойчивость,

Важнейшей особенностью задач анализа и управления электрическими системами является их большая размерность. Существующее здесь положение характеризуется противоречием между необходимостью учета громадного числа факторов, определяющих процессы, происходящие в этих системах, и требованием быстрого получения ответа на интересующие исследователя вопросы, притом в обозримой и наглядной форме. Именно «проклятие большой размерности» приводит к тому, что многие из важных задач анализа и управления электрическими системами, которые являются принципиально разрешимыми, до сих пор не находят удовлетворительного практического решения.

Наконец, значительные трудности при решении рассматриваемых задач управления обусловлены тем, что электрические системы являются существенно нелинейными, имеют переменную структуру и параметры и, кроме того, подвергаются многочисленным, заранее неизвестным воздействиям, т. е. имеют характерные свойства нестационарных систем.

Преодоление указанных выше трудностей при решении задач управления режимами и регулирования электрических систем возможно с помощью применения принципов и алгоритмов кибернетического (функционального) моделирования [Л. 1]. Использование такого подхода в принципе снимает трудности, обусловленные высокой размерностью решаемых задач.

Другой подход заключается в использовании систем регулирования и управления с переменной структурой и адаптивных систем. Применение таких систем позволяет разрешить ряд проблем, связанных с нестационарностью и неавтономностью электрических систем, необходимостью считаться с ограничениями переменных и неконтролируемыми внешними и внутренними возмущениями (помехами и аппаратурными шумами).

Применение методов систем с переменной структурой (СПС) и, в частности, преднамеренное вве-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

дение в них скользящих режимов с желаемыми динамическими свойствами часто позволяет добиться инвариантности к внешним возмущениям и изменяющимся в широком диапазоне параметрам объекта, наделить систему свойствами селективной инвариантности (независимость частей компонент вектора состояния друг от друга), достаточно просто решать задачи управления системами с запаздыванием, эффективно решать задачи адаптивного и оптимального управления.

На основе методов СПС удалось также решить ряд задач оптимальной адаптивной фильтрации, оценки состояния системы и многократного высококачественного дифференцирования [Л. 2—4]. Последнее особенно важно, так как отсутствие методов качественного многократного дифференцирования сдерживало практическое использование различных алгоритмов экстремального и адаптивного регулирования и алгоритмов с использованием производных, применяемых в задачах управления электрическими системами.

Разработанные методы многократного дифференцирования дают возможность достаточно просто, с точки зрения их реализации, и эффективно решать и задачу ограничения некоторых координат объекта управления, так как позволяют получить оценки с ограниченными производными и производные с переменными «весами» [Л. 2 и 3].

Отметим, что и здесь методы СПС могут успешно применяться как при идентификации динамических объектов, так и при моделировании (оптимизация параметров модели при наличии ограничений, помехозащищенное дифференцирование при моделировании на АВМ).

В качестве примера рассмотрим применение методов СПС в задаче управления переходным электромеханическим процессом в электрической системе при «больших» возмущениях исходного режима. Предлагаемая система управления с переменной структурой обеспечивает синхронную динамическую устойчивость генераторов и требуемое качество переходного процесса при изменении параметров системы в широком диапазоне, а также позволяет исключить перемежающийся синхронно-асинхронный режим, когда генератор после восстановления синхронизма вновь переходит в асинхронный режим.

Для простоты рассмотрим случай работы генератора на шины бесконечной мощности. Движение ротора генератора при скорости, близкой к синхронной, приближенно описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= s; \\ \frac{ds}{dt} &= \frac{1}{T_j} P_т - \frac{EU}{T_j x} \sin\delta - \frac{1}{T_j} P_d s. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Все величины в (1) соответствуют обозначениям, принятым в [Л. 5]. Обозначим в (1):

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= \Delta\delta(t) = \delta(t) - \delta_y; \\ x_2(t) &= s(t); \\ \Delta E &= E - E_y, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где δ_y, E_y — параметры установившегося режима.

В соответствии с (2) уравнения (1) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= a_0 - a_1 \sin(\delta_y + x_1) - a_2 x_2 - b \sin(\delta_y + x_1) u, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{T_j} P_т;\ a_1 = \frac{E_y U}{T_j x};\ a_2 = \frac{1}{T_j} P_d;\ b = \frac{U}{T_j x};\ u = \Delta E,$$

причем коэффициенты a_0 и a_2 постоянны, а a_1 и b могут меняться непредвиденным образом в заданном диапазоне их изменения:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_1 \leqslant a_1 \leqslant \gamma_2; \\ \gamma_3 \leqslant b \leqslant \gamma_4, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

где γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 — известные постоянные числа.

Требуется выбрать управление $u=\Delta E$, переводящее систему (3) из некоторого начального состояния $x_i(0)=x_{i0}$ в начало координат $x_i=0$ ($i=1, 2$).

В соответствии с методами СПС выберем управление u в виде:

$$\left.\begin{aligned} u &= \psi(x_1); \\ \psi &= \begin{cases} \alpha(x_1) \text{ при } S > 0; \\ \beta(x_1) \text{ при } S < 0;\ \alpha(x_1) > \beta(x_1), \end{cases} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где $S=0$ — линия переключения;

$$S = cx_1 + x_2,\ c > 0. \quad (6)$$

Если при попадании из любого начального состояния или из заданной области начальных состояний [1] на прямую $S=0$ управление (5) обеспечит движение изображающей точки на фазовой плоскости (x_2, x_1) по этой прямой (прямой скольжения), то согласно (6) движение системы (3) будет описываться линейным дифференциальным уравнением вида:

$$cx_1 + x_2 = 0 \text{ или } cx_1 + \dot{x}_1 = 0. \quad (7)$$

В этом случае поведение системы (3) определяется коэффициентом c и не зависит от параметров a_1 и b, которые могут меняться. Условия существования скользящего режима имеют вид [Л. 7]:

$$\lim_{S \to +0} \dot{S} < 0,\ \lim_{S \to -0} \dot{S} > 0. \quad (8)$$

Выберем функции $\alpha(x_1)$ и $\beta(x_1)$ в (5) такими, чтобы в любой точке прямой $S=0$ выполнялись соотношения (8). Производная $\dot{S}$ в силу системы (3) равна:

$$\dot{S} = c\dot{x}_2 + \ddot{x}_2. \quad (9)$$

Учитывая (3) и (5) и тот факт, что в скользящем режиме $S=0$ (и, следовательно, $x_2=-cx_1$, равенство (9) перепишем в виде:

$$\dot{S} = \left[\frac{a_0}{x_1} - \frac{a_1 \sin(\delta_y + x_1)}{x_1} + a_2 c - c^2 - \frac{b \sin(\delta_y + x_1)\psi(x_1)}{x_1}\right] x_1.$$

[1] Условия попадания для различных типов СПС приведены в [Л. 6—8].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Тогда неравенства (8) могут быть записаны следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\frac{a_0}{x_1}-\frac{a_1\sin(\delta_y+x_1)}{x_1}+a_2c-c^2-\right.\\&\left.-\frac{b\sin(\delta_y+x_1)\,\psi(x_1)}{x_1}\right]x_1<0 \text{ при } S>0;\\&\left[\frac{a_0}{x_1}-\frac{a_1\sin(\delta_y+x_1)}{x_1}+a_2c-c^2-\right.\\&\left.-\frac{b\sin(\delta_y+x_1)\,\psi(x_1)}{x_1}\right]x_1>0 \text{ при } S<0.\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

При $S>0$ согласно (5) $\psi(x_1)=\alpha(x_1)$ и для выполнения первого неравенства в системе (10) необходимо выбрать:

$$\alpha(x_1)>\Phi(x_1,\ c), \quad (11)$$

где

$$\Phi(x_1,\ c)=\frac{a_0-a_1\sin(\delta_y+x_1)+a_2cx_1-c^2x_1}{b\sin(\delta_y+x_1)}.$$

Аналогично при $S<0$ получим:

$$\beta(x_1)<\Phi(x_1,\ c). \quad (12)$$

Условия (11) и (12) гарантируют, таким образом, существование скользящего режима на прямой $S=0$ после попадания изображающей точки на эту прямую.

Рассмотрим случай, когда функция $\sin(\delta_y+x_1)$ знакопостоянна, т. е. выполняются неравенства:

$$\left.\begin{aligned}&-\delta_y<x_1(t)<\pi-\delta_y,\ \delta_y>0;\\&\delta_y=\arcsin\frac{P_\tau x}{E_y U}\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

для любого момента времени t, что необходимо для обеспечения знакопостоянства переменного коэффициента при u в (3).

Заметим, что достаточно потребовать выполнения неравенства (13) лишь в момент времени $t_п$ — момент попадания на прямую скольжения, в то время как фактически необходимо обеспечить попадание не просто на $S=0$, а на отрезок этой прямой, заданный неравенством (13). Тогда согласно (7) и (8) $x_1(t)<x_1(t_п)$ при $t>t_п$, $\lim\limits_{t\to\infty}x_1(t)=0>-\delta_y$ и условие (13) выполняется для всех $t\geqslant t_п$.

Если знак функции $\sin(\delta_y+x_1)$ меняется, то объект управления имеет знакопеременный коэффициент. Задача управления такими объектами в классе СПС решалась при построении экстремальных систем. Данными в [Л. 8] принципами можно воспользоваться и в нашем случае.

Для обеспечения независимости движения от возмущений параметров a_1 и b выберем функции $\alpha(x_1)$, $\beta(x_1)$ в выражениях (5) в виде:

$$\left.\begin{aligned}&\alpha(x_1)=\max_{a_1,\ b}\Phi(x_1,\ c)+\alpha_0;\\&\beta(x_1)=\min_{a_1,\ b}\Phi(x_1,\ c)-\alpha_0,\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

где постоянная $\alpha_0>0$ и a_1, b удовлетворяют ограничениям (4). Тогда при любых изменениях a_1 и b в пределах ограничений (4) движение системы будет асимптотически устойчиво и определяться согласно (7) коэффициентом c.

Эффективность и практическая ценность системы управления увеличится, если предусмотреть возможность ее использования при нефиксированных режимных параметрах. Это достигается изменением положения линии переключения в соответствии с изменением параметров установившегося режима электрической системы, например, параметра δ_y, что может быть осуществлено в классе адаптивных СПС [Л. 7].

В реальных системах управление обычно ограничено, т. е.

$$|u(t)|\leqslant K,\ K=\text{const},\ K>0, \quad (15)$$

либо согласно (5)

$$\max_{\geqslant t_п}[|\alpha(x_1)|,\ |\beta(x_1)|]\leqslant K. \quad (16)$$

Если с учетом (11) и (12) при $t\geqslant t_п$ существует

$$\max[|\alpha(x_1)|,\ |\beta(x_1)|]=M(c)$$

и существует множество (быть может состоящее из одного элемента) параметров $c_м$, для которых $M(c_м)\leqslant K$, то условие (15) всегда можно выполнить. Если при этом остается возможность дополнительного варьирования коэффициента c, то он может быть выбран, например, исходя из оценки степени устойчивости, минимума времени регулирования[2] [в этом случае $c=\max(c_м)$], минимума интегрального среднеквадратичного критерия качества и т. д.

Отметим, что реализация алгоритма (5) часто достаточно сложна. Если множество $c_м$ не пусто, можно выбрать релейное, просто реализуемое управление в виде

$$u=\begin{cases}K \text{ при } S>0;\\-K \text{ при } S<0.\end{cases} \quad (17)$$

Тогда согласно (16) условия существования скользящего режима (8) будут выполнены на отрезке прямой $S=0$, задаваемом неравенством (13) и условием (8), которое в данном случае представимо в виде

$$|\Phi(x_1,\ c)|<K.$$

В заключение примера приведем для наглядности фазовые портреты системы (3) при релейном алгоритме управления вида (17). Фазовые портреты при $u=K$ изображены на рис. 1, а при $u=-K$ на рис. 2. Фазовый портрет системы (3) при управлении (17) изображен на рис. 3.

В окрестностях отрезка ab прямой $S=0$ фазовые траектории системы направлены встречно, и движение к началу координат будет происходить в скользящем режиме (с бесконечно большой частотой переключения) по прямой скольжения. Из рассмотрения фазового портрета следует, что попадание на отрезок ab всегда имеет место, если начальное положение фазовой точки принадлежит заштрихованной области (области притяжения состояний равновесия), рис. 3.

В действительности законы управления (5) и (17) (так же как и уравнение (1)) являются идеализацией, поскольку, с одной стороны, невозмож-

[2] Согласно (7) система асимптотически стремится к началу координат. Однако время достижения любой его ε окрестности конечно и может быть минимизировано.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

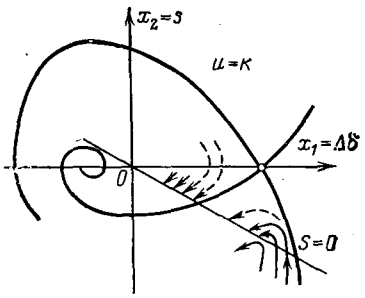


Рис. 1.

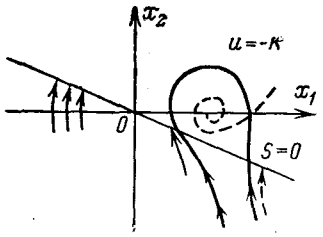


Рис. 2.

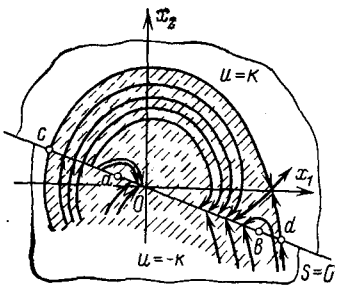


Рис. 3.

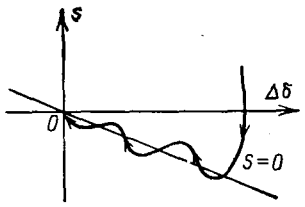


Рис. 4.

но реализовать идеальные характеристики релейного типа, а с другой стороны, э. д. с. E (и, следовательно, управление u), определяющаяся потокосцеплением обмотки возбуждения, не может изменяться мгновенно.

Для реализации управления, максимально приближенного к (17), необходимо использовать специальные устройства, позволяющие осуществлять быстрое изменение э. д. с. синхронного генератора или быстрое изменение дополнительной э. д. с. К ним относятся устройства подмагничивания синхронных машин [Л. 9], а также быстродействующие вентильные источники реактивной мощности.

Реальная траектория движения (на фазовой плоскости) при использовании этих устройств изображена на рис. 4. Заметим, что для реализации алгоритмов (5) и (17) необходимо иметь информацию о производной $x_2=\dot{x}_1$, которая часто не может быть замерена непосредственно (так как представляет собой скольжение). Для высококачественного дифференцирования сигналов, наблюдаемых в шумах с неизвестными и меняющимися статистическими характеристиками, могут быть также использованы принципы СПС.

Цель данной статьи в том, чтобы показать на конкретном и наглядном примере принципиальную возможность и преимущества использования принципов СПС для управления режимами электрических систем.

Как видно из приведенного примера, обращение к принципам СПС при решении задач управления переходными процессами электрических систем позволяет получить ряд принципиально новых качеств. Наиболее важное из них то, что характер переходного процесса при такой системе управления оказывается независимым от изменений параметров и структуры системы. Это открывает большие возможности для построения эффективных алгоритмов управления, обеспечивающих высокие динамические свойства электрических систем в широком диапазоне, имеющих место при эксплуатации. В то же время требуется проведение исследований, определяющих наиболее целесообразные области и пути применения СПС в энергосистемах. Несомненно, что в ходе этой работы должно произойти дальнейшее развитие теории СПС, отражающее особые свойства автоматически управляемых ЭЭС как класса объектов управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веников В. А., Суханов О. А.** Принципы кибернетического моделирования электрических систем. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1974, № 3.

2. **Применение** методов СПС в задачах адаптивной фильтрации и дифференцирования. — «ДАН СССР», 1976, № 5, т. 226. Авт.: Б. З. Голембо, С. В. Емельянов, В. И. Уткин, А. М. Шубладзе.

3. **Голембо Б. З.** Построение адаптивного фильтра с переменной структурой. — В кн.: Труды 5-й Всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем. Ташкент, 1975, вып. 1.

4. **Применение** кусочно-непрерывных динамических систем в задачах фильтрации. — «Автоматика и телемеханика», 1976, № 3. Авт.: Б. З. Голембо, С. В. Емельянов, В. И. Уткин, А. М. Шубладзе.

5. **Веников В. А.** Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М., «Высшая школа», 1970.

6. **Емельянов С. В.** Системы автоматического управления с переменной структурой. М., «Наука», 1967.

7. **Теория** систем с переменной структурой. Под ред. Емельянова С. В. М., «Наука», 1970.

8. **Уткин В. И.** Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой. М., «Наука», 1974.

9. **Регулируемое** подмагничивание синхронной машины как средство управления режимами и улучшения устойчивости электрических систем. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1967, № 4. Авт.: Н. Д. Анисимова, В. А. Веников, И. П. Копылов и др.

[28.3.1977]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.311.016.35.001.24

Выявление нарушения устойчивости в сложных энергосистемах

МАНСВЕТОВ В. Л.

Ижевск

Обеспечение устойчивости параллельной работы энергосистем и энергообъединений становится одной из основных проблем повышения надежности [Л. 1]. Это предъявляет новые требования к устройствам противоаварийной автоматики. Среди устройств автоматики, фиксирующих нарушение устойчивости, особое положение занимают устройства, реагирующие на взаимный угол δ между эквивалентными э. д. с. частей энергосистемы и его производные по времени. В [Л. 2] показано, что такие устройства, реагирующие на местные параметры режима энергосистемы, являются разновидностью реле сопротивления. При этом проведен анализ поведения таких устройств для двухмашинной энергосистемы в случае жесткой связи между генерирующими источниками внутри каждой из частей энергосистемы. Современные энергосистемы характеризуются объединением большого числа генерирующих источников, связи между которыми часто не жесткие, в них возможно одновременное нарушение устойчивости по нескольким направлениям.

В статье дан анализ поведения и оценены погрешности реле сопротивления, используемого для выявления угла δ и его производных по времени $d\delta/dt$, $d_2\delta/dt^2$ при многократном нарушении устойчивости, рассмотрены способы построения выявительных устройств, обладающих минимальными погрешностями для энергосистем радиальной и кольцевой структуры, исследуется блок-схема устройства передачи информации о фазе и частоте по высокочастотным каналам связи. Параметры схемы замещения электропередачи при анализе предполагаются линейными.

На рис. 1 показана схема электропередачи с тремя э. д. с., которые в общем случае не совпадают по фазе и частоте. В устройстве реле сопротивления из тока и напряжения ($\dot{U}'_1$) в месте его подключения к электропередаче формируются две вспомогательные э. д. с., одна из которых совпадает по фазе с э. д. с. E_1, а другая — с эквивалентной э. д. с. $\dot{E}_э$, образованной э. д. с. $\dot{E}_2$ и $\dot{E}_3$.

Сравнение вспомогательных э. д. с. в устройстве реле сопротивления по фазе позволяет получить на выходе величину, пропорциональную углу δ, сравнение по частоте — величину, пропорциональную $d\delta/dt$, а дополнительное дифференцирование последней со сглаживанием—величину, пропорциональную второй производной угла δ по времени. При этом предполагается, что уставки моделирующего устройства соответствуют схеме замещения электропередачи [Л. 2]. Тогда погрешности моделирования будут определяться лишь несовпадением по фазе э. д. с. $\dot{E}_э$ и $\dot{E}_2$.

Из соотношения

$$\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_1}=\frac{\dot{E}_2}{\dot{E}_1}\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_2} \qquad (1)$$

выразим угол $\delta_{э1}$, выявляемый устройством реле сопротивления, через действительный угол δ_{12} между э. д. с. $\dot{E}_1$ и $\dot{E}_2$ и угловую погрешность $\Delta\delta$, определяемую несовпадением по фазе эквивалентной э. д. с. $\dot{E}_э$ и э. д. с. $\dot{E}_2$:

$$\delta_{э1}=-\delta_{12}+\Delta\delta. \qquad (2)$$

Эквивалентную э. д. с. для частей энергосистемы *2* и *3* определяем в соответствии с методом наложения как напряжение в точке примыкания этих частей при отключенной ветви с четырехполюсниками *1* и *4*:

$$\dot{E}_э=\dot{m}_1\dot{E}_2+\dot{m}_2\dot{E}_3 \qquad (3а)$$

или

$$\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_2}=\dot{m}_1\left(1+\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}\frac{\dot{E}_3}{\dot{E}_2}\right). \qquad (3б)$$

Комплексные коэффициенты $\dot{m}_1$ и $\dot{m}_2$ определяются параметрами четырехполюсников *2* и *3* (рис. 1). Тогда

$$\frac{\dot{E}_э}{E_2}=\frac{1}{\dot{B}_2\left(\frac{\dot{A}_2}{\dot{B}_2}+\frac{\dot{A}_3}{\dot{B}_3}\right)}\left(1+\frac{\dot{B}_2}{\dot{B}_3}\frac{\dot{E}_3}{\dot{E}_2}\right). \qquad (4)$$

Подставляя (4) в (1), получим отношение эквивалентной э. д. с. к э. д. с. $\dot{E}_1$, выявляемое устройством реле сопротивления, в зависимости от углов δ_{23} и δ_{12}:

$$\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_1}=K\left[1+Me^{j(\beta-\delta_{23})}\right]e^{j(\gamma-\delta_{12})}, \qquad (5)$$

где

$$K=\left|\frac{\dot{E}_2}{\dot{E}_3}\frac{1}{\dot{B}_2\left(\frac{\dot{A}_2}{\dot{B}_2}+\frac{\dot{A}_3}{\dot{B}_3}\right)}\right|=\left|\frac{\dot{E}_2}{\dot{B}_2}\frac{Z_э}{\dot{E}_1}\right|;$$

$M=\left|\frac{\dot{E}_3}{\dot{B}_3}\cdot\frac{\dot{B}_2}{\dot{E}_2}\right|=\left|\frac{\dot{I}_{L3}}{\dot{I}_{L2}}\right|$ — отношение взаимных токов от узловой точки L до соответствующей э. д. с. $\dot{E}_3$ и $\dot{E}_2$;

$$\beta=\arg\frac{\dot{B}_2}{\dot{B}_3};\quad \gamma=\arg\frac{Z_э}{\dot{B}_2}.$$

При $|\dot{E}_2|=|\dot{E}_3|$ величина M означает отношение величины взаимных проводимостей от узловой точки L до э. д. с. $\dot{E}_3$ и $\dot{E}_2$. Так как при нарушении устойчивости относительные частоты ω_{12} и ω_{23} являются функциями времени, то в общем случае углы δ_{12} и δ_{23} в уравнении (5) являются интегральными функциями времени:

$$\left.\begin{aligned}\delta_{12}&=\int_0^t\omega_{12}(t)\,dt+\delta_{120};\\ \delta_{23}&=\int_0^t\omega_{23}(t)\,dt+\delta_{230},\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где δ_{120} и δ_{230} — соответствующие взаимные углы в начальный момент времени.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

В частном случае, когда $\omega_{12}=\text{const}$ и $\omega_{23}=\text{const}$, уравнение (5) в параметрической форме имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Im}\left(\frac{\dot E_э}{\dot E_1}\right)&=-[K\sin(\omega_{12}t+\delta_{120}-\gamma)+\\&+KM\sin(\omega_{12}t+\omega_{23}t+\delta_{120}+\delta_{230}-\beta-\gamma)];\\\operatorname{Re}\left(\frac{\dot E_э}{\dot E_1}\right)&=K\cos(\omega_{12}t+\delta_{120}-\gamma)+\\&+KM\cos(\omega_{12}t+\omega_{23}t+\delta_{120}+\delta_{230}-\beta-\gamma).\end{aligned}\right\}\qquad(7)$$

Уравнения (7) аналогичны уравнениям сигнала, модулированного по углу [Л. 3], имеющего несущую частоту ω_{12}, а модулирующую — ω_{23}.

Как и при угловой модуляции, результирующий вектор $\dot E_э/\dot E_1$ может быть представлен суммой двух векторов, один из которых $Ke^{i(\delta_{120}-\gamma)}$ вращается с угловой скоростью ω_{12}, а другой $-KMe^{i(\delta_{230}-\beta)}$ — со скоростью ω_{23}. При различных соотношениях величин и направлений угловых скоростей образующих векторов годограф вектора $\dot E_э/\dot E_1$ описывает (рис. 2) в плоскости $\dot E_э/\dot E_1$ циклоидальные кривые четвертого или второго порядка (кардиоида, эллипс, астроида, трохоида и т. п. [Л. 4]. Несмотря на разную форму кривых при различных соотношениях частот они имеют общее свойство: все они находятся внутри кольца, образованного двумя окружностями с центром в начале координат. Радиус внешней окружности $r_{\max}=K(1+M)$, внутренней — $r_{\min}=K(1-M)$.

Для получения годографов центров качаний в плоскости полного сопротивления Z необходимо отношение $\dot E_э/\dot E_1$ умножить [Л. 2] на вектор $\dot A_1/\dot A_э$, где $\dot A_э$ — коэффициент эквивалентного четырехполюсника со стороны э. д. с. $\dot E_2$ и $\dot E_3$ по отношению к месту установки реле сопротивления. Циклоидальной кривой (рис. 2) в плоскости $\dot E_э/\dot E_1$ соответствует ее конформное дробно-линейное отображение на плоскость полного сопротивления Z (рис. 3), представляющее собой годографы центров качаний на зажимах реле сопротивления при многочастотном асинхронном ходе для схемы электропередачи рис. 1.

Если для двухмашинной схемы годограф центра качаний в плоскости полного сопротивления представляет собой окружность, центр и радиус которой при изменении угла δ остаются неизменными [Л. 5 и 6], то для трехмашинной схемы радиус (R) и координаты центра (OC) являются переменными величинами, изменяющимися в зависимости от углов δ_{12}, δ_{23}, M и K [Л. 6]:

$$\frac{R}{z_\Sigma}=\frac{\left|\frac{\dot E_э\dot A_1}{\dot E_1\dot A_э}\right|}{1-\left(\frac{\dot E_э\dot A_1}{\dot E_1\dot A_э}\right)^2};\qquad(8)$$

$$\frac{OC}{z_\Sigma}=0{,}5\,\frac{1+\left(\frac{\dot E_э\dot A_1}{\dot E_1\dot A_э}\right)^2}{1-\left(\frac{\dot E_э\dot A_1}{\dot E_1\dot A_э}\right)^2},\qquad(9)$$

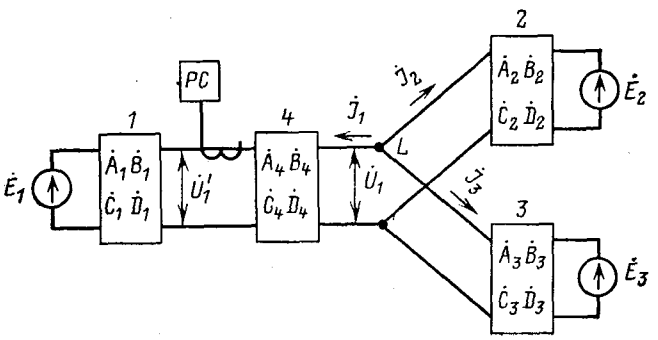


Рис. 1.

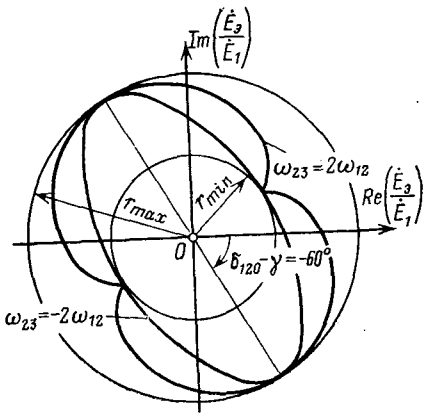


Рис. 2.

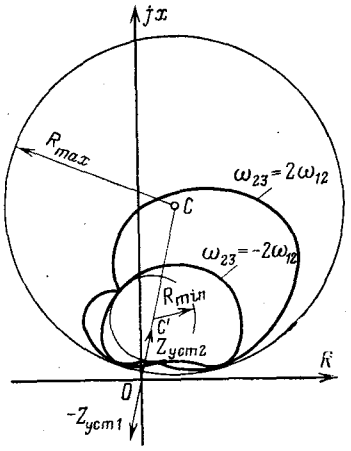


Рис. 3.

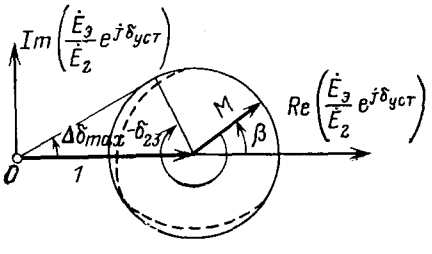


Рис. 4.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $\left|\frac{\dot{E}_э \dot{A}_1}{\dot{E}_1 \dot{A}_э}\right|$ — определяется уравнением (5); z_Σ — суммарное сопротивление электропередачи относительно места включения реле.

Кривая (рис. 3) построена графо-аналитически при $K=0{,}565$, $M=0{,}333\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_э}=1$, $\delta_{120}-\gamma=-60°$ $\delta_{230}-\beta=0$ с учетом (8) и (9). Так же как и в плоскости $\dot{E}_э/\dot{E}_1$, циклоидальные годографы центрой качаний в плоскости Z ограничены несимметричным кольцом, максимальный и минимальный радиусы окружностей которого соответствуют максимальному и минимальному радиусам окружностей в плоскости $\dot{E}_э/\dot{E}_1$:

$$R_{max}=\frac{K(1+M)}{1-K^2(1+M)^2};\quad R_{min}=\frac{K(1-M)}{1-K^2(1-M)^2}. \qquad (10)$$

Ширина ограничивающего кольца, в котором могут находиться центры качаний, определяется отношением взаимных проводимостей до узловой точки M и углом δ_{23}. Наибольший интерес представляет фазовая погрешность, вносимая несоответствием по фазе эквивалентной э. д. с. и э. д. с. одного из наиболее мощных источников ($\dot{E}_2$):

$$\Delta\delta=\arg\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_2}=\arg\left[1+Me^{j(\beta-\delta_{23})}\right]+\gamma. \qquad (11)$$

Из (11) видно, что статические погрешности устройства реле сопротивления, выявляющие угол δ и его производные по времени для трехмашинной схемы (рис. 1), определяются величиной угла $\beta-\delta_{23}$, отношением взаимных проводимостей M до узловой точки, а также углом $\gamma=\arg\frac{z_э}{\dot{B}_2}$. При $\delta_{23}=0$ величина погрешности по углу $\Delta\delta$ определяется углом коэффициента эквивалентного четырехполюсника $\dot{A}_э$ ($\Delta\delta=-\arg\dot{A}_э$), образованного при параллельном соединении четырехполюсников *2* и *3* (рис. 1), однако эта погрешность учитывается при выборе уставки по углу $\delta_{уст}$ моделирующего устройства [Л. 2]. Поэтому анализ влияния угла между эквивалентными э. д. с. $\dot{E}_2$ и $\dot{E}_3$ на погрешность целесообразно проводить в плоскости $\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_1}e^{j\delta_{уст}}$ (рис. 4).

Вектор $\frac{\dot{E}_э}{\dot{E}_2}e^{j\delta_{уст}}$ при изменении угла δ_{23} движется по окружности. В случае учета неодинаковых законов регулирования возбуждения генерирующих источников $\dot{E}_2$ и $\dot{E}_3$ годограф отличается от окружности (показано пунктиром). Максимальная погрешность по углу $\Delta\delta_{max}$, вызванная расхождением по фазе э. д. с. $\dot{E}_2$ и $\dot{E}_3$, определяется следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\delta_{max}=\arcsin M \text{ при } M\leqslant 1;\\ &|\Delta\delta_{max}|=180° \text{ при } M>1.\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

В случае $M>1$ максимальные погрешности по углу (рис. 4) превышают 90° и могут достигать 180°. Тогда целесообразно перейти к рассмотрению погрешностей по углу эквивалентной э. д. с. по отношению к э. д. с. более мощного источника, т. е. $\dot{E}_3$.

Из (12) следует, что для оценки максимальной погрешности по углу, вызванной нарушением устойчивости в эквивалентируемой системе, необходимо определить отношение M взаимных токов до узловой точки L и вычислить по (12) максимальную погрешность. Из (12) следует, что при $M\leqslant 0{,}17$ максимальная погрешность не превышает 10°, т. е. можно не учитывать нарушение устойчивости маломощной дефицитной части энергосистемы генерирующего источника с э. д. с. $\dot{E}_3$ (рис. 1).

Погрешность при выявлении первой производной в относительных единицах (отнесена к ω_{23}) для схемы рис. 1 в зависимости от угла δ_{23} определяется как

$$\Delta s=\frac{\cos(\delta_{23}-\beta)+M}{1+2M\cos(\delta_{23}-\beta)+M^2}M, \qquad (13)$$

а погрешность в выявлении второй производной, также отнесенная к частоте ω_{23}, как

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2}=M\sin(\delta_{23}-\beta)\frac{1-M^2}{[1+2M\cos(\delta_{23}-\beta)+M^2]^2}. \qquad (14)$$

Из выражений (13) и (14) следует, что минимальные погрешности в выявлении производных угла δ по времени так же, как и в случае выявления угла δ имеют место при минимальных величинах M. Исключение составляет вторая производная угла δ по времени, погрешность в выявлении которой минимальна при $M=1$. Однако следует заметить, что незначительные отклонения M от единицы вызывают большие погрешности в выявлении второй производной, особенно при углах $\delta_{23}=130-230°$ т. е. при асинхронном ходе частей *2* и *3* относительно друг друга. Средняя погрешность в выявлении производных угла δ по времени за период асинхронного хода частей *2* и *3* равна нулю.

Соотношение (12) дает представление лишь о максимально возможной угловой погрешности устройства при $\omega_{12}\approx\omega_{23}$. При $\omega_{23}\ll\omega_{12}$ погрешность $\Delta\delta$ может оказаться значительно меньше максимальной, определенной по (12), если используется устройство релейного действия для выявления угла δ с граничными углами срабатывания δ_1 и δ_2. В общем случае ω_{23} и ω_{12} являются функциями времени, и погрешность по углу $\Delta\delta$, вызванную нарушением устойчивости частей *2* и *3*, можно определить следующим образом. По результатам расчета устойчивости определяется время t_1, за которое угол δ_{12} изменится от начального угла δ_{120} до граничного угла срабатывания устройства δ_1.

Затем также на основании расчетов устойчивости определяем угол δ_{23}, возникший за время t_1, и полученное значение δ_{23} подставим в (11). Результат вычисления погрешности $\Delta\delta$ будет несколько завышен из-за того, что $\delta_{12}\neq\delta_{э1}=\delta_1$. Учет реальных частот ω_{12} и ω_{23} с их знаками позволит использовать устройство при $M>0{,}17$.

В частном случае при равномерном возрастании разностных частот ($\omega_{12}=\alpha_1 t$, $\omega_{23}=\alpha_2 t$) с учетом (6) получим $\delta_{23}=\frac{\alpha_2}{\alpha_1}(\delta_1-\delta_{120})$. Отсюда следует, что по-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

грешность по углу, определенная по (11), будет тем меньше, чем меньше скорость изменения частоты ω_{23} по сравнению со скоростью изменения частоты ω_{12}, т. е. чем меньше α_2/α_1. Для цепной структуры энергосистемы [Л. 7], которую можно рассматривать как разновидность трехмашинной структуры, характеризующейся подключением к одной электропередаче промежуточных энергосистем, не исключено, что устройство для выявления угла δ и его производных, включенное на головном участке электропередачи, может ложно сработать, если возникнет асинхронный ход одной из промежуточных энергосистем по связям, подключенным к магистральной электропередаче вблизи головного участка, так как в этом случае возможны большие величины M.

Для оценки возможности ложной работы устройства необходимо произвести вычисления (или замеры на модели) величин M для каждой из подключаемых энергосистем и тем самым оценить влияние нарушения устойчивости этих энергосистем на точность выявительного устройства. В некоторых случаях (при $M>0{,}17$) целесообразно оценить частоты относительного движения.

Развитие энергосистем приводит к кольцевой структуре иногда с большим количеством генерирующих источников. Если кольцевая схема (рис. 5) аварийно разделяется, например по связи LP, и вследствие этого возникает нарушение устойчивости по оставшимся в работе связям, то схема приводится к уже рассмотренной выше цепной структуре.

Для уяснения принципов выявления угла δ и его производных по времени в кольцевой схеме сети при нарушении устойчивости отдельных ее частей без разрыва кольцевых связей вернемся к трехмашинной схеме (рис. 1). При этом, не теряя общности, исключим для упрощения из схемы рис. 1 четырехполюсник *4*, т. е. положим $\dot{A}_4=1$, $\dot{B}_4=0$, $\dot{C}_4=0$, $\dot{D}_4=1$. Для такой схемы можно записать уравнение:

$$\left\|\begin{matrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix}\dot{m}_1 & \dot{m}_2 & \dot{m}_3\\ \dot{m}_4 & \dot{m}_5 & \dot{m}_6\\ \dot{m}_7 & \dot{m}_8 & \dot{m}_9\end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix}\dot{E}_1\\ \dot{E}_2\\ \dot{E}_3\end{matrix}\right\|. \qquad (15)$$

Коэффициенты матрицы $\|\dot{m}\|$ определяются в (15) коэффициентами четырехполюсников *1*, *2*, *3*, образующих схему энергосистемы. Отношение эквивалентной э. д. с. $\dot{E}_1$ к $\dot{E}_2$ определяется из (15) с учетом взаимосвязи между коэффициентами $\|\dot{m}\|$ и четырехполюсников *1*, *2*, *3* в форме $\|\dot{A}\|$:

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{\dot{A}_1\dot{U}_1+\dot{B}_1\dot{I}_1}{\dot{A}_2\dot{U}_1+\dot{B}_2\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_1+\dfrac{\dot{B}_1}{\dot{A}_1}\dot{I}_1}{\dot{U}_1+\dfrac{\dot{B}_2}{\dot{A}_2}\dot{I}_2}\,\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2}, \qquad (16)$$

где $\dot{A}_1$, $\dot{B}_1$, $\dot{A}_2$, $\dot{B}_2$ — коэффициенты соответственно четырехполюсников *1* и *2*.

Числитель и знаменатель (16) в отдельности выражают взаимосвязь входных ($\dot{E}_1$, $\dot{E}_2$) и выходных ($\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$) параметров режима эквивалентных четырехполюсников *1* и *2* с учетом их коэффициентов ($\dot{A}$ и $\dot{B}$). Учитывая эту взаимосвязь, можно распространить уравнение (16) на случай четырехполюсников разных направлений, имеющихся в энергосистеме с различными напряжениями в конце этих направлений:

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{\dot{U}_1+\dfrac{\dot{B}_1}{\dot{A}_1}\dot{I}_1}{\dot{U}_2+\dfrac{\dot{B}_2}{\dot{A}_2}\dot{I}_2}\,\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2}. \qquad (17)$$

Для справедливости уравнений (16) и (17) должны отсутствовать обходные связи, шунтирующие четырехполюсник, у которого по току $\dot{I}$, напряжению $\dot{U}$ и коэффициентам $\dot{A}$ и $\dot{B}$ определяется фаза эквивалентной э. д. с.

Исходя из уравнений (16) и (17) могут быть получены устройства для выявления угла δ_{12} и его производных по времени:

$$\delta_{12} = \arg\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \arg\frac{\dot{U}_1+Z_{\text{уст}1}\dot{I}_1}{\dot{U}_2-Z_{\text{уст}2}\dot{I}_2} + \delta_{\text{уст}1} - \delta_{\text{уст}2}; \qquad (18а)$$

$$\frac{d\delta_{12}}{dt} = \frac{d\arg(\dot{U}_1+Z_{\text{уст}1}\dot{I}_1)}{dt} - \frac{d\arg(\dot{U}_2-Z_{\text{уст}2}\dot{I}_2)}{dt} = k(\omega_1-\omega_2); \qquad (18б)$$

$$\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = k\frac{d\Delta\omega}{dt}; \qquad (18в)$$

$$Z_{\text{уст}1} = \frac{\dot{B}_1}{\dot{A}_1};$$

$$Z_{\text{уст}2} = -\frac{\dot{B}_2}{\dot{A}_2};\ \delta_{\text{уст}1} = \arg\dot{A}_1;\ \delta_{\text{уст}2} = \arg\dot{A}_2, \qquad (18г)$$

где $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ — напряжения на выходах четырехполюсников *1* и *2*; $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ — выходные токи четырехполюсников *1* и *2*.

Для снижения погрешностей устройств по углу δ_{12} и его производным в несимметричных режимах предполагается включение устройств на ток и напряжение прямой последовательности [Л. 2]. Несмотря на структурное сходство уравнения (18а) с уравнением реле сопротивления, используемым для той же цели в двухмашинной схеме [Л. 2] энергосистемы, анализ поведения устройства, построенного по (18а) нельзя проводить в одной плоскости комплексного сопротивления Z, так как уравнения (18а) и (17) выражают отношение эквивалентных э. д. с. $\dot{E}_1/\dot{E}_2$ как функция двух независимых переменных $Z_1=\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$ и $Z_2=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$, которые могут принимать различные значения:

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{Z_1+Z_{\text{уст}1}}{Z_2-Z_{\text{уст}2}}\,\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\,\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2}. \qquad (19)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Из уравнений (16) и (17), полученных из (15), следует принцип, который в дальнейшем будем называть принципом независимости. Он заключается в том, что несмотря на зависимость каждого из моделирующих напряжений $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ и токов $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ от фаз и частот всех действующих в энергосистеме э. д. с., фазы моделирующих напряжений $(\dot{U}_1+Z_{уст1}\dot{I}_1$; $\dot{U}_2-Z_{уст2}\dot{I}_2)$ определяются только фазами моделируемых э. д. с. $\dot{E}_1$ и $\dot{E}_2$ и не зависят от фаз и частот других э. д. с., действующих в энергосистеме, а также от параметров смежных частей энергосистемы.

Такая независимость соблюдается при равенстве уставок моделирующего устройства по сопротивлениям выходным сопротивлениям четырехполюсников, включенным между трансформаторами тока, через которые моделирующее устройство подключено к энергосистеме, и эквивалентной э. д. с. Уставки по углу определяются неоднородностью продольных и поперечных сопротивлений каждого из четырехполюсников (18г), а четырехполюсники линейны. Устройства, построенные по уравнениям (18), производят своеобразную фильтрацию необходимых углов и частот в энергосистеме.

Неэффективно использовать напряжение в узловой точке энергосистемы при многократном нарушении устойчивости, так как величина и фаза этого напряжения определяются параметрами четырехполюсников всех направлений и фазами всех э. д. с. энергосистемы, а при многократном асинхронном ходе оно является несинусоидальным. В соответствии с (15) можно записать:

$$\dot{U}_1=\frac{1}{\frac{\dot{A}_1}{\dot{B}_1}+\frac{\dot{A}_2}{\dot{B}_2}+\frac{\dot{A}_3}{\dot{B}_3}}\left(\frac{\dot{E}_1}{\dot{B}_1}+\frac{\dot{E}_2}{\dot{B}_2}+\frac{\dot{E}_3}{\dot{B}_3}\right). \qquad (20)$$

Отсюда следует, что напряжение $\dot{U}_1$ для выявления фазы одной из э. д. с., например $\dot{E}_1$, можно использовать лишь при $\frac{1}{\dot{B}_1}\gg\frac{1}{\dot{B}_2}$ и $\frac{1}{\dot{B}_1}\gg\frac{1}{\dot{B}_3}$. Однако даже в этом случае фаза $\dot{U}_1$ определяется фазами и величинами коэффициентов четырехполюсников $\dot{A}_1$, $\dot{A}_2$, $\dot{A}_3$, которые характеризуют степень шунтирования каждого направления поперечными сопротивлениями. При коротких замыканиях в одной из частей энергосистемы значение $\dot{A}$ может оказаться настолько значительным, что напряжение $\dot{U}_1$ стремится к нулю, а выявления фазы соответствующей эквивалентной э. д. с. и нарушений динамической устойчивости становятся невозможными.

Для двухмашинной схемы использование напряжения в узловой точке также вносит погрешность по фазе. Использование напряжения без токовой компенсации по заданному направлению эквивалентно случаю, когда $Z_{уст}=0$ и $\delta_{уст}=0$, а возникающая при этом погрешность равна погрешности устройства, вызванной несоответствием уставок устройства схеме замещения электропередачи.

На рис. 5 показан принцип построения устройства для выявления нарушения устойчивости по углу δ_{12} и его производным по времени для кольцевой схемы сети по уравнениям (18). При этом части энергосистемы *1* и *2* могут находиться на значительном расстоянии друг от друга. Поэтому для передачи информации о фазе используется высокочастотный канал связи.

Устройство состоит из схемы *1* формирования вспомогательного напряжения $(\dot{U}_1+Z_{уст1}\dot{I}_1)e^{j\delta_{уст1}}$ манипулятора *2*, в качестве которого можно использовать триггер Шмитта, высокочастотного передатчика *3*, приемника *4*, детектора и порогового устройства *5*, формирователя *6* вспомогательного напряжения $(\dot{U}_2-Z_{уст2}\dot{I}_2)e^{j(\delta_{уст2}-\delta_l)}$ и схемы сравнения (по фазе или частоте) *7*.

Угол δ_l определяется конечной скоростью распространения сигналов по высокочастотному каналу связи между местами L и Q установки формирователей вспомогательных напряжений, а также запаздыванием в селективных элементах приемника и передатчика.

Сдвиг по фазе δ_l целесообразно осуществлять на приемном конце, что дает возможность использовать информацию о фазе напряжения $(\dot{U}_1+Z_{уст1}\dot{I}_1)e^{j\delta_{уст1}}$ в нескольких пунктах электропередачи, находящихся на различных расстояниях от части энергосистемы с э. д. с. $\dot{E}_1$, а $\delta_{уст}$, определяемый неоднородностью продольных и поперечных сопротивлений, осуществлять при формировании соответствующего вспомогательного напряжения, так как формирователи могут находиться в различном оперативном и административном подчинении. Схема сравнения *7* должна давать на выходе сигнал, не зависящий от амплитуд сравниваемых напряжений, иначе появится дополнительная погрешность по углу.

Использование манипулятора *2*, формирующего прямоугольные импульсы из напряжения $(\dot{U}_1+Z_{уст1}\dot{I}_1)e^{j\delta_{уст1}}$ позволяет осуществить фазово-импульсную модуляцию несущей высокой частоты. При этом для уменьшения запаздывания сигнала в селективных системах канала связи и уменьшения искажений формы импульсов необходимо иметь широкую полосу пропускания канала связи

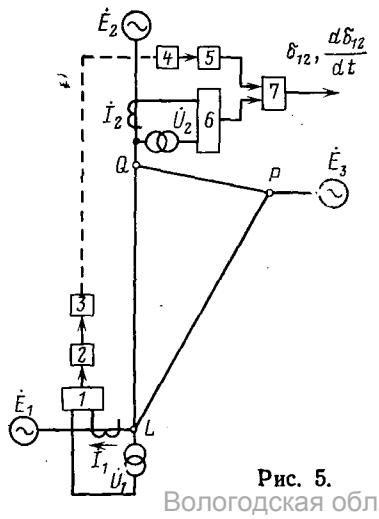


Рис. 5.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

(порядка 1,5 кГц). Расширение полосы канала связи позволит также увеличить помехоустойчивость канала [Л. 3], особенно при частотном методе модуляции. По сравнению с известными системами телеизмерения вектора напряжения противоположного конца электропередачи метод фазово-импульсной модуляции требует меньшей емкости высокочастотного канала связи, так как не используется передача излишней информации об амплитуде сигнала. При этом выигрыш в емкости канала связи по сравнению с передачей информации об N уровнях амплитуды получается в $\log_2 N$ раз [Л. 3].

Отсутствие избыточности при указанном методе по сравнению с системами телеизмерения дает выигрыш в емкости канала связи. Уменьшение же требуемой емкости канала связи позволяет повысить быстродействие устройства в целом, т. е. ликвидировать значительное отставание по фазе, получающееся при использовании систем телеизмерения, а также несколько уменьшить требуемую полосу высокочастотного канала связи. Однако при этом должно быть уделено серьезное внимание повышению помехоустойчивости высокочастотного канала связи (использование широкополосной системы частотной модуляции, временная селекция импульсов, использование системы ШОУ, ограничение минимального уровня сигнала и т. п.) [Л. 3 и др.].

Фазово-импульсный метод модуляции требует более простой аппаратуры по сравнению с методом телемеханики и поэтому должен обеспечить более высокий уровень надежности.

Из принципа независимости следует, что точность выявления угла δ_{12} не зависит от параметров четырехполюсников, расположенных между четырехполюсниками *1* и *2*. Это означает, что отключение отдельных линий связи в промежуточных энергосистемах, колебания величин нагрузок, короткие замыкания в промежуточных энергосистемах любого вида не сказываются на точности выявления угла δ_{12} и его производных. На точность моделирования углов влияет лишь несоответствие уставок схеме замещения в частях *1* и *2* [Л. 2]. Однако повышение определенности информации о взаимных углах требует усложнения аппаратуры. Поэтому такой способ выявления угла целесообразно применять при особо сложной структуре энергосистем или если переменная величина отборов мощности и изменения схемы электропередачи оказывают существенное влияние на точность моделирования.

Для исключения влияния местных нагрузок или электростанций, не влияющих на устойчивость объединения в целом, моделирование эквивалентных э. д. с. можно производить по уравнению (16) с использованием одного напряжения в узловой точке и токов различных направлений. При этом можно обойтись без высокочастотных каналов связи, а точность моделирования будет повышена. Для выбора какого-либо направления для моделирования достаточно предварительно установить жесткость связей внутри группы эквивалентных генерирующих источников или отсутствие нарушения устойчивости внутри группы станций данного направления в условиях, когда автоматика по взаимному углу должна действовать.

Следует отметить, что информация о второй производной взаимного угла между эквивалентными э. д. с. частей энергосистемы по времени может оказаться в энергосистемах сложной структуры более полной, чем информация об изменении активных мощностей по многим сечениям энергосистемы, так как вторая производная угла позволяет выявлять аварийный небаланс активной мощности между частями энергосистемы:

$$\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = -\frac{\Delta P}{T_{J_2\,\text{экв}12}}. \qquad (21)$$

При этом одни и те же конструктивные элементы, формирующие вспомогательные э. д. с., могут быть использованы как для выявления нарушения устойчивости по углу δ_{12}, так и для дозировки управляющих воздействий на энергосистему с помощью производных угла δ_{12} по времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Совалов С. А.** Надежность работы объединенных энергосистем и требования к противоаварийной режимной автоматике. — В кн.: Опыт эксплуатации и проектирования устройств противоаварийной режимной автоматики. М., «Энергия», 1973, с. 3—46.

2. **Мансветов В. Л.** О точности выявления угла расхождения эквивалентных э. д. с. частей энергосистемы и его производных по времени. — «Электричество», 1974, № 6, с. 10—16.

3. **Латхи Б. П.** Системы передачи информации. М., «Связь», 1971. 320 с.

4. **Савелов А. А.** Плоские кривые. М., Физматгиз, 1960. 293 с.

5. **Федосеев А. М.** Основы релейной защиты. М., Госэнергоиздат, 1961. 440 с.

6. **Атабеков Г. И.** Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей. М., Госэнергоиздат, 1957. 343 с.

7. **Веников В. А., Портной М. Г.** Теория оптимального управления электрическими системами и задачи повышения их устойчивости. — «Электричество», 1974, № 3, с. 9—15.

[29.4.1976]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.3.088:621.311.001.57

Применение метода факторного планирования экспериментов для оценки влияния погрешностей на результаты математического моделирования

ПУГО В. И., СЫРОМЯТНИКОВ С. Ю.

При проектировании электроэнергетических систем и исследовании протекающих в них процессов широко используется математическое моделирование. Возрастающие требования к эффективности функционирования систем и к качеству проектных разработок приводят к необходимости повышения точности результатов, получаемых с помощью математических моделей.

Для решения некоторых задач, возникающих при оценке точности моделирования, рекомендуется применить метод факторного планирования экспериментов, позволяющий оценить степень влияния отдельных параметров и требующий проведения относительно небольшого числа расчетов.

Требования к точности создаваемой математической модели любого объекта должны определяться с учетом назначения модели [Л. 1] на основе технико-экономической оценки окупаемости средств, затрачиваемых на исследование (или создание) данного объекта. В этих требованиях должны быть указаны возможные ошибки в определении основных показателей изучаемых процессов и соответствующие этим ошибкам доверительные вероятности.

Погрешность результатов, получаемых с помощью математической модели, в общем случае складывается из следующих составляющих:

$$\Sigma\delta = \delta_{мат} + \delta_{реал} + \delta_{исх}, \qquad (1)$$

где $\delta_{мат}$ — погрешность, обусловленная приближенностью математического описания; $\delta_{реал}$ — погрешность, связанная с реализацией модели на вычислительной машине; $\delta_{исх}$ — погрешность, обусловленная неточностью исходной информации.

Погрешности $\delta_{реал}$ и $\delta_{исх}$ складываются из составляющих, которые можно разделить на систематические и случайные или вероятностные (в дальнейшем обозначениям вероятностных погрешностей будем приписывать индекс «вер»). Для погрешности $\delta_{реал}$ можно записать:

$$\delta_{реал} = \delta_{мет} + \delta_{инстр} + \delta_{вер}, \qquad (2)$$

где $\delta_{мет}$ — методическая ошибка; $\delta_{инстр}$ — инструментальная ошибка; $\delta_{вер}$ — погрешность, связанная со случайными факторами при проведении серии однотипных опытов на модели.

При детерминированном моделировании процессов в системе, состоящей из серийно изготавливаемых элементов, как правило, используются либо опытные значения параметров исходной информации, определенные на основе ограниченного количества экспериментов (параметры головного образца), либо расчетные значения параметров [Л. 2]. В первом случае выражение для погрешности $\delta_{исх}$ имеет вид:

$$\delta_{исх} = \delta^{мет}_{исх} + \delta^{вер1}_{исх} + \delta^{вер2}_{исх} + \delta^{воспр}_{исх}, \qquad (3)$$

где $\delta^{мет}_{исх}$ — погрешность, обусловленная систематическими ошибками экспериментальных методов определения параметров конкретного образца элемента системы; $\delta^{вер1}_{исх}$ — погрешность, связанная со случайными ошибками при экспериментальном определении параметров конкретного образца элемента системы; $\delta^{вер2}_{исх}$ — погрешность, связанная со случайным технологическим разбросом параметров и характеристик различных образцов элемента определенной серии и мощности; $\delta^{воспр}_{исх}$ — погрешность, связанная с неточностью воспроизведения исходной информации в модели.

Выражение (3) справедливо и при использовании значений параметров исходной информации, полученных расчетным путем. В этом случае $\delta^{вер1}_{исх} = 0$, а погрешность $\delta^{мет}_{исх}$ обусловлена систематическими ошибками выбранных расчетных методов.

Величину погрешности результатов математического моделирования $\Sigma\delta$ нельзя определить путем простого суммирования отдельных слагаемых в выражениях (1)—(3). Эти выражения позволяют произвести анализ отдельных составляющих погрешности $\Sigma\delta$ и наметить подход к оценке точности результатов моделирования.

Наличие в уравнениях (2) и (3) погрешностей $\delta_{вер}$, $\delta^{вер1}_{исх}$ и $\delta^{вер2}_{исх}$, обусловленных стохастическими факторами, показывает, что даже полное совпадение результатов детерминированного моделирования и единичного натурного эксперимента не может служить критерием высокой точности математической модели, так как это совпадение является случайным. Поэтому оценка точности моделирования должна проводиться на основе сопоставления результатов статистического модельного и статистического натурного экспериментов [Л. 1 и 2].

Однако наличие указанных погрешностей часто приводит к несоответствию модельных и натурных результатов.

В таких случаях необходимо, чтобы способ оценки точности моделирования давал одновременно возможность выявления существенных причин погрешности модельных результатов, в связи с чем целесообразно проведение оценки достоверности результатов математического моделирования в два этапа.

На первом этапе для сопоставления модельных и натурных результатов требуется:

минимизировать погрешности, связанные с реализацией модели, и погрешность $\delta^{воспр}_{исх}$; для модели, реализованной на ЦВМ, $\delta_{инстр} = 0$, $\delta_{вер} = 0$, $\delta^{воспр}_{исх} = 0$, погрешность $\delta_{мет}$ может быть уменьшена выбором соответствующего метода расчета; для модели, реализованной на АВМ, минимизация указанных погрешностей требует тщательного проведения специальной работы по отладке схемы моделирования;

экспериментальным путем определить параметры и характеристики тех образцов элементов кон-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

кретной натурной системы, на которых проводится исследование изучаемых процессов. Тогда погрешность $\delta_{исх}^{вер2}$ будет равна нулю;

натурный эксперимент и определение параметров элементов системы желательно провести на стенде, где при тщательном проведении опытов можно существенно уменьшить случайные ошибки в значениях параметров и тем самым минимизировать погрешность $\delta_{исх}^{вер1}$.

Из выражений (1)—(3) следует, что при соблюдении перечисленных условий погрешность результатов математического моделирования $\Sigma\delta$ будет складываться только из двух составляющих: $\delta_{мат}$ и $\delta_{исх}^{мет}$. Для оценки влияния этих составляющих результаты эксперимента на натурном стенде необходимо сопоставить с границами Y_{max} и Y_{min} значений показателя качества изучаемых процессов Y, полученными на модели при детерминированных вариациях параметров системы в диапазонах, соответствующих систематическим ошибкам экспериментальных методов определения параметров.

Если эти границы настолько широки, что не имеют практического смысла (погрешность $\delta_{исх}^{мет}$ слишком велика), следует выявить наиболее существенные параметры исходной информации, погрешность определения которых требуется уменьшить. Если же погрешность $\delta_{исх}^{мет}$ мала, но результаты натурного эксперимента находятся за пределами полученных на модели границ, необходимо уточнить математическое описание изучаемых процессов с целью уменьшения $\delta_{мат}$. Таким образом, первый этап позволяет оценить, насколько погрешности экспериментальных методов определения параметров системы и погрешности математического описания изучаемых процессов удовлетворяют заданным требованиям к точности создаваемой модели.

На втором этапе в любой последовательности может быть оценено влияние погрешностей $\delta_{исх}^{вер1}$, $\delta_{исх}^{вер2}$, связанных со случайными факторами, а также погрешностей реализации модели. При учете влияния всех погрешностей моделирования должен быть получен доверительный интервал модельных результатов, в который с заданной доверительной вероятностью p должны попадать результаты n натурных испытаний.

Для оценки точности математической модели можно воспользоваться также предложенным в [Л. 2] методом направленного статистического моделирования.

Использование при реализации этого метода автоматизированного измерительного комплекса в сочетании с ЦВМ позволяет минимизировать погрешности $\delta_{реал}$, $\delta_{исх}^{воспр}$ и $\delta_{исх}^{вер1}$. Для оценки величины погрешности $\delta_{мат}$ необходимо сопоставить результаты статистического натурного эксперимента с полученными на модели доверительными интервалами, учитывающими влияние погрешности $\delta_{исх}^{вер.2}$. Правда, в том случае, когда погрешность $\delta_{исх}^{мет} \neq 0$ (что может быть связано, например, с большими систематическими ошибками методов определения среднерасчетных значений параметров элемента системы, несущественно зависящих от режима), эта погрешность $\delta_{исх}^{мет}$ также окажет влияние на доверительные интервалы модельных результатов и может затруднить оценку величины $\delta_{мат}$.

Для определения поля допуска δ погрешностей, обусловленных случайными факторами, необходимо провести обработку статистического материала, причем от размера выборки зависит точность определения поля допуска $\varepsilon^*_\delta = \varepsilon_\delta/\delta$ согласно [Л. 3] выражению: $\varepsilon^*_\delta = t_p/\sqrt{2n}$, где t_p — квантиль распределения Стьюдента при вероятности p и числе опытов n.

В процессе создания математической модели с высокой точностью результатов необходимо, во-первых, провести ряд самостоятельных исследований по оценке размеров систематических и случайных погрешностей в значениях параметров исходной информации и, во-вторых, изучить влияние этих погрешностей на основные показатели качества моделируемых процессов. Рассмотрим вопросы, касающиеся исследования влияния погрешностей, обусловленных детерминированными и стохастическими факторами, на результаты моделирования.

Метод факторного планирования экспериментов, благодаря своим достоинствам [Л. 4] по сравнению с другими методами исследования систем при детерминированных вариациях их параметров, нашел широкое применение в подобных задачах. В сочетании с предложенным в [Л. 5] методом получения числовых характеристик распределения функции отклика метод факторного планирования экспериментов может использоваться также для оценки влияния случайных факторов на показатели качества изучаемых процессов в системе.

Идея применения метода планирования экспериментов для исследования влияния погрешностей на результаты математического моделирования состоит в следующем. Вначале на ЦВМ или АВМ по определенному плану проводятся эксперименты (расчеты), обработка результатов которых по методике [Л. 6] дает возможность получить значения коэффициентов полинома (обычно не выше второго порядка), аппроксимирующего целевую функцию:

$$Y = b^*_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \bar{X}_i + \sum_{i<j}^{n} b_{ij} \bar{X}_i \bar{X}_j + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} \bar{X}^2_i, \qquad (4)$$

где Y — значение показателя качества моделируемых процессов; $\bar{X}$ — нормированное значение варьируемого параметра исходной информации.

Далее, если исследуется влияние на функцию Y детерминированных вариаций параметров, для определения граничных значений Y_{max} и Y_{min} необходимо решить систему алгебраических уравнений,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

полученных путем дифференцирования выражения (4) по варьируемым параметрам.

Если же исследуется влияние случайных вариаций параметров на функцию Y, необходимо вычислить математическое ожидание и дисперсию этой функции по выражениям:

$$M(Y)=b^*_0+\sum_{i=1}^{n} b_{ii}D(\bar{X}_i), \qquad (5)$$

$$D(Y)=D(b^*_0)+\sum_{i=1}^{n}[b^2_i+D(b_i)]D(\bar{X}_i)+$$
$$+\sum_{i<j}^{n}[b^2_{ij}+D(b_{ij})]D(\bar{X}_i)D(X_j)+$$
$$+2\sum_{i=1}^{n}[b^2_{ii}+D(b_{ii})]D^2(\bar{X}_i). \qquad (6)$$

При выводе этих выражений принято, что $\bar{X}_i$ — нормально распределенные случайные величины[1]; тогда $D(\bar{X}_i)=1/9$.

Значения случайной величины Y будут с вероятностью p попадать в доверительный интервал:

$$[M(Y)-k_{p1}\sqrt{D(Y)},\ M(Y)+k_{p2}\sqrt{D(Y)}]. \qquad (7)$$

Полагая в соответствии с центральной предельной теоремой, что случайная величина Y распределена по нормальному закону, получим:

$$k_{p1}=k_{p2}=\arg\Phi[(1+p)/2],$$

где Φ — функция нормального распределения.

Если распределение величины Y нельзя считать нормальным, то следует вычислить третий и четвертый центральные моменты $\mu_3(Y)$ и $\mu_4(Y)$ и, подобрав подходящий эмпирический закон распределения, определить значения k_{p1} и k_{p2}.

Аналогично можно получить доверительный интервал для случайной функции $Y(t)$, рассматривая ее как серию случайных величин $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ для заданных временных сечений $t_1, t_2, \ldots, t_m$. При этом функция $Y(t)$ должна быть достаточно гладкой, с большой корреляцией между сечениями.

В классической теории статистических методов планирования экспериментов [Л. 6] обычно принимается, что при проведении опытов на объекте флуктуации неуправляемых и неконтролируемых входных переменных создают на выходе объекта определенный уровень «шума». Этот «шум», в свою очередь, приводит [Л. 7] к наличию дисперсии $D(b)$ в определении коэффициентов полинома (4), к необходимости проведения дублирующих серий опытов и статистической проверки значимости коэффициентов аппроксимирующего полинома (уравнения регрессии) и его адекватности.

В этом смысле применение метода планирования экспериментов для исследования влияния погрешностей на результаты математического моделирования имеет ряд особенностей. Эти особенности связаны с тем, что эксперименты (расчеты) проводятся на математической модели объекта, а полученные на модели граничные значения целевой функции или доверительные интервалы сопоставляются с результатами исследования процессов на натурном объекте.

На первом этапе оценки точности результатов моделирования минимизируется уровень «шума» математической модели, характеризуемый погрешностью $\delta_{вер}$. Для модели, реализованной на АВМ, это достигается тщательной отладкой схемы моделирования. Для модели, реализованной на ЦВМ, $\delta_{вер}=0$. Если к тому же натурные эксперименты проводятся на стенде, можно считать, что и в натурном объекте «шум» практически отсутствует.

В этих условиях при реализации экспериментов на модели не требуется проведения дублирующих серий опытов и проверки статистической значимости коэффициентов полинома (4). Вместо этого следует исходя из заданных требований к точности математической модели выбрать значение допустимой погрешности аппроксимации поверхности отклика $\delta_{доп}$ [Л. 8] и проверить выполнение условия

$$\delta_1=\max_l|Y_l-\hat{Y}_l|\leqslant\delta_{доп}, \qquad (8)$$

где δ_1 — максимальная погрешность аппроксимации поверхности отклика в граничных точках факторного пространства ($|\bar{X}_i|=1$, $i=1, 2, \ldots, n$); Y_l — значение целевой функции, полученное на модели при реализации эксперимента, соответствующего l-й строке плана; $\hat{Y}_l$ — значение целевой функции в той же точке факторного пространства, предсказанное полиномом (4).

Аналогичную проверку необходимо провести для центральной точки факторного пространства:

$$\delta_0=|Y_0-\hat{Y}_0|\leqslant\delta_{доп}. \qquad (9)$$

Если аппроксимирующий полином получен в результате проведения дробного факторного или полного факторного экспериментов [Л. 7] и потому не содержит квадратичных членов, то невыполнение условия (9) говорит о необходимости перехода к планированию второго порядка.

На втором этапе оценки достоверности результатов моделирования следует получить в модели доверительный интервал (7), обусловленный влиянием случайного технологического разброса параметров исходной информации. Поскольку и в этом случае «шум» в модели и в натурном объекте отсутствует, выражение (6) для определения дисперсии целевой функции упрощается:

$$D(Y)=\sum_{i=1}^{n} b^2_i D(\bar{X}_i)+\sum_{i<j}^{n} b^2_{ij}D(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+$$
$$+2\sum_{i=1}^{n} b^2_{ii}D^2(\bar{X}_i). \qquad (10)$$

Далее, если математическая модель реализована на АВМ, следует снова получить доверительный интервал (7), соответствующий случайному технологическому разбросу параметров системы, но при менее тщательной отладке схемы моделирования исследуемых процессов на АВМ. При этом необ-

[1] Для параметров асинхронного двигателя, рассматриваемых как случайные величины, значения которых меняются вследствие технологических допусков производства, нормальность закона распределения показана в [Л. 3].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ходимо учитывать «шум» АВМ; провести дублирующие серии опытов, статистическую проверку значимости коэффициентов полинома (4) и его адекватности, вычислить дисперсию целевой функции по полному выражению (6). Полученный доверительный интервал будет учитывать влияние погрешностей моделирования $\delta_{исх}^{вер2}$ и $\delta_{вер}$.

Ранее предполагалось, что натурные эксперименты реализуются на стенде. Если же такие эксперименты проводятся в реальной натурной системе, следует смоделировать «шум» натурной системы и определить дисперсии коэффициентов полинома (4) $D(b)$ с учетом этого «шума» [Л. 9]. При этом «шум» собственно математической модели (АВМ) необходимо минимизировать.

Отмечая широкие возможности метода факторного планирования экспериментов и его модификаций, необходимо указать, что, как показал опыт, для получения практически важных результатов при использовании этого метода в задачах оценки точности моделирования требуется выполнение следующих условий.

Изучаемая область многомерного пространства параметров, для которой определяется поверхность отклика, не должна быть слишком большой, чтобы не получить очень широкого доверительного интервала модельных результатов, не имеющего практического смысла, и большой погрешности аппроксимации поверхности отклика.

При изучении влияния погрешности на результаты моделирования необходимо проводить вначале отсеивающий эксперимент по линейному плану (или учитывать ранжирование факторов) с тем, чтобы только наиболее существенные погрешности этого вида учитывались далее при определении граничных значений целевой функции или размеров доверительного интервала. При наличии случайного «шума» несущественными будут являться те факторы, которым соответствуют статистически незначимые коэффициенты линейного уравнения регрессии. При отсутствии «шума» о допустимости отбрасывания тех или иных членов линейного полинома можно судить по величине приращения $\Delta\delta_1$, которое получает максимальная погрешность аппроксимации поверхности отклика в граничных точках факторного пространства в результате отбрасывания части членов полинома.

Получаемые выводы и результаты (ранжирование факторов, выражение для функции отклика и т. д.) имеют в нелинейной системе частный характер, распространяющийся только на изучаемую область многомерного пространства параметров системы, в связи с чем особо важное значение приобретает точность определения погрешностей в значениях параметров исходной информации.

Необходимо минимизировать дополнительную погрешность, которую вносит метод факторного планирования экспериментов в исследование влияния погрешностей на результаты моделирования. Эта дополнительная погрешность складывается из погрешности, связанной с отсеиванием несущественных факторов, и погрешности, обусловленной неточностью аппроксимации полученным полиномом функции отклика Y.

При изучении влияния погрешностей вероятностного характера к указанным двум составляющим прибавляется погрешность аппроксимации распределения случайной величины Y выбранным законом распределения.

Рассмотрим задачу исследования влияния погрешностей значений одного из элементов электрической системы, обусловленных случайным технологическим разбросом, на результаты математического моделирования.

Разработанная математическая модель [Л. 10] переходных процессов в автономной системе (рис. 1) в режиме пуска асинхронного двигателя (АД) от синхронного генератора (СГ) соизмеримой мощности, снабженного регулятором возбуждения, основана на записи полных уравнений Парка-Горева для АД и СГ. Модель отражает особенности системы возбуждения СГ (бесщеточная, высокочастотная, с наличием выпрямительных мостов) и содержит ряд нелинейных характеристик. Зависимость, учитывающая насыщение СГ, получена из характеристики холостого хода, нелинейный участок которой занижен в соответствии с [Л. 11]. Процессы в регуляторе возбуждения описаны уравнением апериодического звена с двумя нелинейными функциями. Модель реализована на ЦВМ БЭСМ-4. Расчет процесса пуска АД занимает 10—12 мин машинного времени.

Задача состоит в определении доверительного интервала для случайной функции $U_г(t)$ (где $U_г$ — напряжение на зажимах генератора, изменяющееся в процессе пуска АД соизмеримой мощности), обусловленного технологическими допусками производства асинхронного двигателя. Технологические разбросы параметров АД были приняты в соответствии с данными [Л. 12]

$$(\delta_{x_1} = \pm 9\%;\ \delta_{r'_2} = \pm 18{,}5\%;\ \delta_{x'_2} = \pm 9\%;$$
$$\delta_{x_\mu} = \pm 14\%;\ \delta_{T_j} = \pm 16{,}5\%).$$

Определенный в модели доверительный интервал для $U_г(t)$ предполагалось сопоставить с осциллограммой пуска АД от СГ, полученной на натурном стенде. Таким образом, в рассматриваемом случае отсутствовал «шум» как в математической модели, так и в натурном объекте. Поэтому при реализации экспериментов на ЦВМ не требовалось проводить дублирующие серии опытов и проверку статистической значимости коэффициентов аппроксимирующего полинома, а для оценки адекватности этого полинома было выбрано значение допустимой погрешности аппроксимации $\delta_{доп}$, равное 10% от номинального напряжения генератора.

Вначале был проведен отсеивающий эксперимент. На основе дробного факторного эксперимента типа $N=2^{5-1}=16$ при генерирующем соотношении $\bar{X}_5=\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3$ для пяти независимых переменных

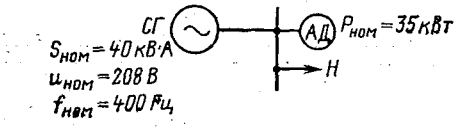


Рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

($\bar{X}_1=\bar{X}'_2$; $\bar{X}_2=\bar{r}'_2$; $\bar{X}_3=\bar{X}_1$; $\bar{X}_4=\bar{T}_J$; $\bar{X}_5=\bar{X}_\mu$) был составлен план эксперимента. Затем на ЦВМ в соответствии с планом было проведено 16 расчетов функций $U_\Gamma(t)$ в процессе пуска АД, а также расчет функции $U_\Gamma(t)$ при базовых значениях независимых переменных, и для серии временных сечений $t=\bar{t}$ (0; 0,02; 0,12; 0,24; ...; 0,74 с) были определены коэффициенты полиномов вида

$$Y=U_\Gamma(\bar{t})=b_0+\sum_{i=1}^{5} b_i\bar{X}_i. \qquad (11)$$

Анализ полученных полиномов показал, что вариация параметров X'_2 и X_μ в заданных диапазонах не оказывает существенного влияния на значения целевой функции $U_\Gamma(\bar{t})$. При отбрасывании членов $b_1\bar{X}_1$ и $b_5\bar{X}_5$ полиномов (11), соответствующих этим параметрам, наибольшее приращение погрешности аппроксимации (при $\bar{t}=0{,}12$ сек) составило:

$$\Delta\delta_1=1{,}7\%<\frac{1}{5}\delta_{\text{доп}}=2\%.$$

Приближенная проверка на отсутствие квадратичных членов в выражении для целевой функции по условию (9) показала, что для ряда временных сечений $\bar{t}$ необходимо переходить к планированию второго порядка.

На основе ортогонального центрального композиционного планирования второго порядка [Л. 7] для трех независимых переменных ($\bar{X}_1=\bar{r}'_2$; $\bar{X}_2=\bar{X}_1$; $\bar{X}_3=\bar{T}_J$) был составлен план эксперимента, в котором к полному факторному эксперименту типа $N_c=2^3=8$ добавляются звездные точки $N_\alpha=6$ и центральная точка $N_0=1$. Расчеты на ЦВМ ($N=N_c+N_\alpha+N_0=15$ расчетов) кривой $U_\Gamma(t)$ при пуске АД дали возможность аппроксимировать случайную величину $U_\Gamma(\bar{t})$ в различных временных сечениях ($\bar{t}=0$; 0,02; 0,12; ..., 0,74 с) полиномами второго порядка:

$$Y=U_\Gamma(\bar{t})=b^*_0+\sum_{i=1}^{3} b_i\bar{X}_i+\sum_{i<j}^{3} b_{ij}\bar{X}_i\bar{X}_j+\sum_{i=1}^{3} b_{ii}\bar{X}^2_i. \qquad (12)$$

Коэффициенты полиномов (12), а также значения погрешностей аппроксимации этими полиномами поверхности отклика, рассчитанные по выражениям (8) и (9), приведены в таблице.

Данные таблицы показывают, что функция $U_\Gamma(t)$ существенно зависит от технологического разброса параметров в период $\Delta t\approx 0{,}24$—$0{,}74$ с (с момента запуска АД), причем для некоторых значений $\bar{t}$ напряжение U_Γ является квадратичной функцией исследуемых параметров. Для временных сечений $\bar{t}=0{,}5$ и $\bar{t}=0{,}54$ с погрешность аппроксимации поверхности отклика в центральной точке факторного пространства δ_0 превышает 10% даже для полинома второго порядка.

На основании данных таблицы по выражениям (5) и (10) были рассчитаны математические ожидания $M(Y)$ и дисперсии $D(Y)$ случайных величин $Y=U_\Gamma(\bar{t})$. Для того чтобы можно было подобрать подходящий эмпирический закон распределения случайной величины $Y=U_\Gamma(\bar{t})$, были выведены выражения для третьего и четвертого центрального моментов этой величины:

$$\mu_3(Y)=8\sum_{i=1}^{3} b^3_{ii}D^3(\bar{X}_i)+6\sum_{i=1}^{3} b_{ii}b^2_{ij}D^2(\bar{X}_i)+$$
$$+6\sum_{i<j}^{3} b_ib_jb_{ij}D(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+6\sum_{i\neq j}^{3} b_{ii}b^2_{ij}D^2(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+$$
$$+6b_{12}b_{13}b_{23}D(\bar{X}_1)D(\bar{X}_2)D(\bar{X}_3); \qquad (13)$$

$$\mu_4(Y)=3\sum_{i=1}^{3} b^4_iD^2(\bar{X}_i)+6\sum_{i<j}^{3} b^2_ib^2_jD(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+$$
$$+18\sum_{i\neq j}^{3} b^2_ib^2_{ij}D^2(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+6\sum_{i\neq j\neq k}^{3} b^2_ib^2_{jk}D(\bar{X}_i)\times$$
$$\times D(\bar{X}_j)D(\bar{X}_k)+48\sum_{i\neq j}^{3} b_{ii}b_ib_jb_{ij}D^2(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+$$
$$+60\sum_{i=1}^{3} b^2_ib^2_{ii}D^3(\bar{X}_i)+12\sum_{i\neq j}^{3} b^2_ib^2_{jj}D(\bar{X}_i)D^2(\bar{X}_j)+$$
$$+9\sum_{i<j}^{3} b^4_{ij}D^2(\bar{X}_i)D^2(\bar{X}_j)+$$
$$+18\sum_{i\neq j\neq k}^{3} b^2_{ij}b^2_{ik}D^2(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)D(\bar{X}_k+$$
$$+60\sum_{i\neq j}^{3} b^2_{ii}b^2_{ij}D^2(\bar{X}_i)D(\bar{X}_j)+12\sum_{i\neq j\neq k}^{3} b^2_{ii}b^2_{jk}D^2(\bar{X}_i)\times$$
$$\times D(\bar{X}_j)D(\bar{X}_k)+48\sum_{i<j}^{8} b_{ii}b_{jj}b^2_{ij}D^2(\bar{X}_i)D^2(\bar{X}_j)+$$
$$+60\sum_{i=1}^{3} b^4_{ii}D^4(\bar{X}_i)+24\sum_{i<j}^{3} b^2_{ii}b^2_{jj}D^2(\bar{X}_i)D^2(\bar{X}_j). \qquad (14)$$

При выводе этих выражений принято, что случайный «шум» отсутствует, т. е. $D(b)=0$, а входные переменные $\bar{X}_i$ — нормально распределенные случайные величины.

На основании значений $\mu_3(Y)$ и $\mu_4(Y)$, рассчитанных по выражениям (13) и (14), вычислены коэффициент асимметрии $\gamma_1=\frac{\mu_3(Y)}{(\sqrt{D(Y)})^3}$ и коэффициент эксцесса $\gamma_2=\frac{\mu_4(Y)}{D^2(Y)}-3$. Значения этих коэффициентов для ряда временных сечений существенно отличаются от значений $\gamma_1=0$ и $\gamma_2=0$, соответствующих нормальному распределению величины Y:

t, с	0	0,02	0,12	0,24	0,32	0,44	0,5	0,54	0,64	0,74
γ_1	0	0,06	0,08	0,26	0,68	0,46	—1,32	—1,59	—1,92	1,52
γ_2	—0,01	0,17	0,05	0,06	0,67	0,33	2,18	3,52	6,53	2,98

На рис. 2 приведены границы доверительного интервала для случайной функции $U_\Gamma(t)$ (кривые *1*, *1'*), полученные по данным расчета при доверительной вероятности $p=99{,}7\%$ на основе распределений Пирсона [Л. 13]. Для сравнения на том же рисунке показаны границы доверительного интервала (*2*, *2'*), полученные в предположении нормального распределения случайных величин $Y=U_\Gamma(\bar{t})$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$\bar{t}$, с	Коэффициенты полиномов										Погрешности аппроксимации, %	
	b_0*	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{11}	b_{22}	b_{33}	δ_1	δ_0
0	0,462	0,013	0,008	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0
0,02	0,228	0,007	0,008	0	0	0	0	0,001	0	0,001	0,1	0,1
0,12	0,504	0,020	0,016	—0,001	0	—0,001	0	0,002	0	0,002	0,3	0,3
0,24	0,554	0,034	0,017	—0,009	—0,002	—0,006	0	0,005	0,001	0,004	0,3	0,2
0,32	0,580	0,068	0,014	—0,035	—0,004	—0,029	0,003	0,018	0,004	0,014	1,0	0,6
0,44	0,840	0,228	0,005	—0,153	—0,007	—0,068	0,001	0,033	—0,086	0,041	7,7	9,5
0,5	1,117	0,199	—0,015	—0,122	0,007	0,163	0,012	—0,124	0,103	—0,087	8,1	12,5
0,54	1,109	0,137	0,006	—0,117	—0,002	0,192	0,003	—0,124	0,098	—0,053	2,8	11,1
0,64	1,156	—0,011	0	—0,012	0,004	0,099	—0,004	—0,038	—0,048	—0,051	8,9	5,0
0,74	1,0	—0,057	0,001	0,045	—0,001	—0,057	0	0,045	—0,015	0,018	1,1	1,5

Для приближенной оценки влияния погрешности аппроксимации функции отклика на точность определения границ доверительного интервала рассчитаны коэффициенты полиномов первого порядка:

$$Y = U_г(\bar{t}) = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i \bar{X}_i + \sum_{i<j}^{3} b_{ij} \bar{X}_i \bar{X}_j. \qquad (15)$$

При этом не потребовалось проводить на ЦВМ новые расчеты процессов пуска АД, поскольку матрица ортогонального планирования второго порядка содержит полный факторный эксперимент типа 2^3. Погрешности аппроксимации функции отклика полиномами первого порядка оказались существенно большими, чем соответствующие погрешности, указанные в таблице. В частности, для полиномов первого порядка при $\bar{t}$=0,5 с δ_0=22%, а при $\bar{t}$=0,54 с δ_0=19%.

На рис. 2 показаны границы доверительного интервала (*3,3'*), полученные при аппроксимации случайных величин $y=U_г(\bar{t})$ полиномами первого порядка на основе распределений Пирсона. На том же рисунке представлены кривые (*4*, *5*, *6*) изменения напряжения $U_г(t)$ в процессе пуска АД, рассчитанные с учетом экспериментально определенных параметров трех натурных образцов исследуемого двигателя. Причем значения этих параметров входят в поля допусков $\delta_п$, принятых при определении доверительного интервала. Кривая *7* получена на натурном стенде при запуске АД (параметры которого специально не определялись) от СГ.

Анализ кривых, приведенных на рис. 2, показывает, что натурная кривая *7* и кривые *4*, *5*, *6*, соответствующие реальным параметрам АД, хорошо согласуются с границами *1,1'* доверительного интервала случайной функции $U_г(t)$, полученными при аппроксимации случайных величин $y=U_г(\bar{t})$ полиномами второго порядка на основе распределений Пирсона. Максимальная ошибка от неправильного выбора закона распределения для аппроксимации $y=U_г(\bar{t})$, характеризуемая величиной расхождения между границами доверительных интервалов *1,1'* и *2,2'*, составляет 15%. Погрешность аппроксимации функции отклика также оказывает существенное влияние на точность определения границ доверительного интервала.

Величина расхождения между границами интервалов, полученными при аппроксимации случайных

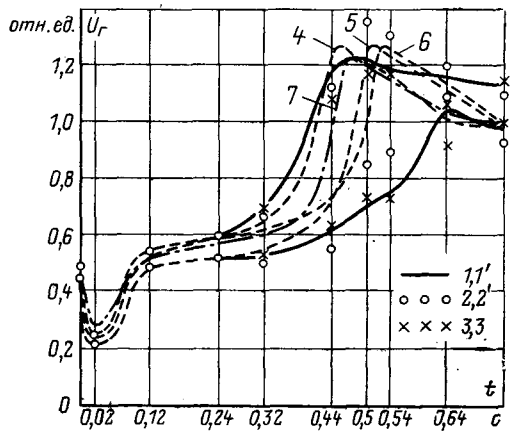


Рис. 2.

величин $y=U_г(\bar{t})$ полиномами второго порядка (*1,1'*) и полиномами первого порядка (*3,3'*), достигает 12%.

Рассмотренный пример свидетельствует о необходимости минимизации дополнительной погрешности, вносимой методом факторного планирования экспериментов. Для этого следует проводить контроль приращения погрешности аппроксимации поверхности отклика y при отбрасывании несущественных факторов, должна быть обеспечена адекватность аппроксимирующего полинома, выбор эмпирического закона распределения случайной величины y должен быть обоснован путем вычисления значений коэффициентов асимметрии и эксцесса.

Выводы. 1. Предложенный способ оценки точности моделирования, основанный на использовании натурного стенда и применении метода факторного планирования экспериментов, позволяет провести раздельную оценку влияния каждой погрешности и выявить наиболее существенные из них.

2. Для получения практически важных выводов при использовании метода планирования экспериментов в задаче оценки точности моделирования необходимо выполнить ряд условий, важнейшими из которых являются точность определения размеров погрешностей в значениях параметров исходной информации и минимизация дополни-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тельной погрешности, которую вносит метод планирования экспериментов в исследование влияния погрешностей на результаты моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веников В. А.** Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., «Высшая школа», 1966. 487 с.

2. **Веретенников Л. П.** Исследование процессов в судовых электроэнергетических системах. Теория и методы. Л., «Судостроение», 1975. 375 с.

3. **Муравлев О. П.** Исследование влияния точностных характеристик техпроцесса на качество и надежность асинхронных электродвигателей. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Томск, 1966. 150 с.

4. **Пуго В. И., Ярных Л. В.** Некоторые методологические вопросы оценки достоверности результатов исследований режимов работы автономных электрических систем (АЭС). — В кн.: Вопросы управления в автономных электрических системах. Труды семинара «Кибернетика электрических систем». Челябинск, 1974, вып. 1, с. 140—144.

5. **Круг Н. К., Коренева А. Д., Ярных Л. В.** К анализу режимов электрических систем в условиях вероятностного задания исходных данных. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1971, № 5, с. 52—56.

6. **Налимов В. В., Чернова Н. А.** Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965. 340 с.

7. **Круг Г. К.** Лабораторный практикум по курсу «Теоретические основы планирования экстремальных исследований. М., МЭИ, 1969. 215 с.

8. **Филаретов Г. Ф.** О так называемом планировании расчетов. Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции по планированию и автоматизации эксперимента в научных исследованиях (21—23 ноября 1973 г.). Ч. I. М., МЭИ, 1973, с. 66—69.

9. **Анисимова Н. Д., Веников В. А., Круг Н. К.** Оценка пропускной способности протяженных электропередач в условиях неточности задания схемных и режимных параметров системы. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1970, № 3, с. 3—11.

10. **Автоматический** выбор параметров автономной электрической системы. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1976, № 5, с. 55—63. Авт.: Ю. М. Горский, И. В. Литкенс, М. А. Новожилов, В. И. Пуго.

11. **Петров Г. Н.** Электрические машины. Ч. 2. Асинхронные и синхронные машины. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963. 416 с.

12. **Кравченко Ю. И., Билан В. Н., Вакуленко К. Н.** Влияние технологических отклонений параметров асинхронного двигателя на процесс разгона. — «Электричество», 1974, № 10.

13. **Митропольский А. К.** Техника статистических вычислений. М., «Наука», 1971. 576 с.

[23.12.1976]

УДК 537.523.4

Об оценке выдерживаемых напряжений длинных воздушных промежутков

БАЗЕЛЯН Э. М.

Лидерный процесс является основой наиболее универсального механизма пробоя длинных воздушных промежутков. По имеющимся представлениям [Л. 1—3] его сущность заключается в формировании термоионизованного канала высокой проводимости, который в определенной степени переносит высокий потенциал электрода в глубину разрядного промежутка. Благодаря этому лидер может сохранять способность к развитию в весьма слабых внешних электрических полях вплоть до сотен вольт на сантиметр.

Энергия, необходимая для развития лидера, поставляется током, который проходит через головку и канал лидера. Неснижающийся ток можно считать внешним показателем устойчивости лидерного процесса.

По условиям формирования тока лидер нужно отнести к тому же классу газоразрядных явлений, что и корону. Существует некоторая аналогия между зоной ионизации короны у поверхности анода и зоной в области головки канала лидера, откуда стартуют стримеры. Стримерная зона, которую они образуют, может считаться аналогом внешней зоны короны в том смысле, что она заполнена зарядом, произведенным в головке канала лидера и перенесенным стримерами. Ток лидера, как и ток короны, ограничивается этим зарядом. С рассматриваемых позиций различается лишь скорость транспортировки заряда. В стримерной зоне она определяется не подвижностью ионов, а значительно более высокой скоростью перемещения стримерных головок, которая в атмосферном воздухе не ниже 10^7 см/с [Л. 2].

Из приведенных соображений следует однозначная зависимость между током лидера и такими параметрами стримерной зоны, как ее длина, плотность заполнения стримерами, скорость стримеров.

Частичное удаление объемного заряда из промежутка стримерами, достигшими катода, является причиной падающей вольт-амперной характеристики лидера в сквозной фазе, впервые выявленной при стандартном импульсном напряжении [Л. 4 и 5]. Благодаря такой характеристике лидерный процесс в сквозной фазе устойчив и безусловно завершается пробоем промежутка, если только не нарушить его ход каким-либо внешним возмущением, например, отсечкой напряжения [Л. 2].

В начальной фазе весь заряд, переносимый стримерами, остается в разрядном промежутке и снижает напряженность электрического поля в области головки канала лидера тем более значительно, чем больше заряд перед головкой и чем ближе к ней граница стримерной зоны, в объеме которой этот заряд расположен. Для компенсации ослабления поля объемным зарядом и снижения потенциала головки лидера за счет падения напряжения в лидерном канале, требуется увеличить напряжение на разрядном промежутке.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Есть основание считать, что в многометровых промежутках при времени формирования разряда 10^1—10^2 мкс и выше погонная проводимость канала лидера подобно проводимости канала стационарной дуги возрастает по мере увеличения тока. Это обстоятельство вместе с анализом баланса энергии в канале лидера и его головке приводит к представлению о наличии некоторого оптимального тока лидера $i_{л.опт}$, при котором формирование лидера будет обеспечено при минимальном напряжении.

Наличие минимума у вольт-временных характеристик длинных промежутков хорошо известно [Л. 6]. Пробою при минимальном напряжении соответствует оптимальная скорость удлинения лидера $v_{л.опт}$, равная 10^6 см/с [Л. 2]; для обеспечения оптимального тока стримерная зона должна достичь некоторой вполне определенной длины $l_{ст.опт}$.

Целесообразно выделить два этапа развития лидера в начальной фазе. На первом этапе происходит удлинение стримерной зоны лидера, рост тока и соответствующее ему увеличение скорости формирования лидерного канала. В результате увеличения тока и длины стримерной зоны идет постоянное накопление заряда перед головкой канала лидера, стремящееся снизить напряженность электрического поля в области головки. На этом этапе начальной фазы лидерный процесс не является устойчивым. Чтобы формирование лидера не прекратилось, необходим подъем напряжения на промежутке, достаточный для обеспечения роста стримерной зоны и компенсации ослабления поля в области головки канала.

На втором этапе начальной фазы длина стримерной зоны, ток и скорость удлинения лидерного канала достигают оптимальных значений. Теперь объемный заряд лидера перед головкой канала лидера перестает расти, а процесс разряда может стать устойчивым и не будет нуждаться в обязательном подъеме напряжения, если падение напряжения в удлиняющемся канале лидера удастся скомпенсировать сокращением непробитой части промежутка и ослаблением экранирующего действия объемного заряда стримерной зоны, приближающейся к катоду.

Как известно, при прочих равных условиях электрическая прочность многометровых промежутков зависит от их конфигурации и скорости подъема напряжения. В соответствии с изложенным для пробоя промежутка длиной S_0 потребуется напряжение большее, чем минимальное выдерживаемое напряжение

$$U_{выд\,min}=E_{ст}l_{ст.опт}+E_к(S_0-l_{ст.опт}), \qquad (1)$$

где $E_{ст}$ — средняя напряженность в стримерной зоне.

Выражение (1) представляет интерес при известной функции $l_{ст.опт}=f(S_0)$.

Длина стримерной зоны устанавливается на первом этапе начальной фазы, когда лидерный процесс в многометровых промежутках занимает лишь некоторую ограниченную область межэлектронного пространства в окрестностях анода. Расположение катода может повлиять на длину стримерной зоны только посредством изменения структуры электрического поля прианодной области. В многометровых промежутках подобное влияние несущественно и в первом приближении может не приниматься во внимание. Поэтому в ориентировочных оценках допустимо считать значение $l_{ст.опт}$ постоянным.

Если высказанные соображения справедливы, то следствием выражения (1) в области больших межэлектродных расстояний должно быть соотношение

$$\frac{dU_{выд\,min}}{dS_0}=E_к, \qquad (2)$$

которое подается экспериментальной проверке.

До настоящего времени не предпринималось специальных исследований, ставящих своей задачей подбор формы импульса напряжения и конфигурации промежутка, отвечающих наименьшей прочности воздуха. В этом смысле экспоненциальная форма импульсов генерируемых ГИН, является случайной. К тому же, при испытаниях обычно определяется 50%-ное разрядное, а не выдерживаемое напряжение. Последнее оценивается весьма приближенно по соотношению

$$U_{выд}=U_{50\%}-3\sigma, \qquad (3)$$

где σ — стандарт кривой эффекта.

При экспоненциальных импульсах минимальные пробивные напряжения отмечались в промежутке «стержень — плоскость» при длительности фронта импульса напряжения $\tau_ф$=100—1100 мкс в зависимости от межэлектродного расстояния [Л. 6 и 7]. На основе этих данных по выражению (3) построена зависимость $U_{выд}(S_0)$ (рис. 1), которая, вероятно, должна рассматриваться как некоторый верхний предел теоретической кривой $U_{выд\,min}(S_0)$.

Обращает внимание то обстоятельство, что при $S_0>12$ м напряжение $U_{выд}$ действительно увеличивается линейно с ростом межэлектродного расстояния. Это наиболее заметно по характеру изменения производной $dU_{выд}/dS_0$ (рис. 1), которая в интервале 0,5—12 м падает от 325 до 50 кВ/м, а затем от 12 до 25 м изменяется не более, чем на 2,5 кВ/м. Минимальное значение $dU_{выд}/dS_0$ равно 47,5 кВ/м и не очень сильно отличается от средней продольной напряженности в канале лидера, оцениваемой приблизительно в 30 кВ/м [Л. 2]. Во всяком случае, различие между рас-

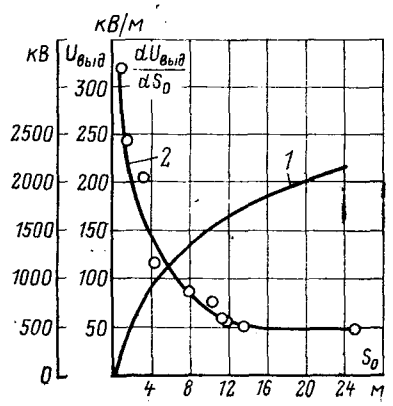


Рис. 1. Зависимость выдерживаемого напряжения $U_{выд}$ (1) и значения $\frac{dU_{выд}}{dS}$ (2) от длины промежутка „стержень — плоскость".

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

сматриваемыми величинами вполне сопоставимо с суммарной погрешностью их определения.

Из выражения (1) следует, что оптимальная длина стримерной зоны может быть определена по средней напряженности в ней, равной $E_{ст}$=5 кВ/см и напряжению $U_{ст}=l_{ст.опт}E_{ст}$, которое задает точка пересечения асимптоты к кривой $U_{выд\,min}(S_0)$ с осью ординат. Если подобную операцию выполнить с экспериментальной кривой $U_{выд}(S_0)$ (рис. 1), то будет получено заведомо заниженное значение $l_{ст.опт}$=2,1 м; явно преувеличенное значение $l_{ст.опт}$= =3,3 м следует из предположения $dU_{выд}/dS_0=0$ для линейного участка той же кривой. По-видимому, для фактической длины $l_{ст.опт}$ справедливо соотношение

$$2{,}1\ \text{м}<l_{ст.опт}<3{,}3\ \text{м}.$$

Если принять усредненное значение $l_{ст.опт}$= =2,7 м, неопределенность в оценках теоретического минимума электрической прочности воздушной изоляции при нормальной плотности воздуха составит ±300 кВ:

$$U_{выд\,min}\approx(1350\pm300)+30(S_0-2{,}7), \qquad (4)$$

где $U_{выд\,min}$ — в кВ, $S_0>12$ м.

Подводя итог качественным оценкам, можно заключить, что минимальное напряжение, требуемое для поддержания лидерного процесса в многометровом промежутке, должно быть достаточным для формирования стримерной зоны длиной $l_{ст.опт}$ и компенсации падения напряжения в лидерном канале длиной $(S_0-l_{ст.опт})$. Увеличение напряжения по сравнению с минимальным является следствием «нерациональной» формы импульса напряжения или «излишне» равномерного распределения поля в разрядном промежутке. В этом случае лидер уже в начальной фазе частично формируется с вынужденным перенапряжением, что проявляется в постоянном удлинении стримерной зоны и соответствующем росте лидерного тока.

Влияние начального распределения электрического поля на пробивное напряжение многометровых воздушных промежутков с плоским катодом нетрудно учесть, если в первом приближении допустить независимость $l_{ст.опт}$ от радиуса кривизны анода. Основанием к этому служит то обстоятельство, что величина $l_{ст.опт}$ связана с током лидера и по существу обусловливается напряженностью электрического поля в области головки, а радиус головки и плотность объемного заряда в ее окрестностях не зависят сколько-нибудь существенно от конфигурации анода.

Разряд при импульсном напряжении начинается вспышкой короны на аноде. Напряжение возникновения лидера $U_л$ в промежутках с резко неоднородным полем всегда выше начального напряжения короны $U_к$ на некоторую величину ΔU, необходимую для компенсации ослабления электрического поля у анода объемным зарядом короны [Л. 8]. Имея в виду выдерживаемые напряжения длинных промежутков, можно приравнять напряжение зажигания короны начальному напряжению стационарной короны $U_н$ и принять ΔU=0, поскольку при слабых коронных вспышках снижение напряженности у анода не превышает нескольких киловольт на сантиметр [Л. 8]. Тогда $U_{л\,min}=U_н$ и может быть вычислено из условий самостоятельности разряда, а для простейших промежутков оценено по формуле Пика.

Для пробоя промежутка необходимо, чтобы после возникновения лидера напряжение оказалось достаточным для формирования стримерной зоны длиной $l_{ст.опт}$ и компенсации падения напряжения в удлиняющемся лидерном канале. При этом должно учитываться то обстоятельство, что часть напряжения $\Delta U_{вн}$ ложится на внешнюю зону промежутка, свободную от разрядных процессов и оказывается «бесполезной» для формирования лидера. Напряжение на промежутке безусловно достаточно для формирования стримерной зоны оптимальной длины, когда

$$U\geqslant E_{ст}l_{ст.опт}+\Delta U_{вн}. \qquad (5)$$

Величина $\Delta U_{вн}$, как и начальное напряжение $U_н$, зависит от конфигурации и радиуса кривизны анода.

С рассматриваемых позиций многометровые воздушные промежутки с резко неоднородным полем целесообразно разбить на три группы.

К первой группе относятся промежутки с настолько сильной неравномерностью электрического поля, что при $U=U_н$

$$\int_{r_a}^{l_{ст.опт}+r_a} E(r)\,dr<E_{ст}l_{ст.опт}, \qquad (6)$$

а при

$$U=E_{ст}l_{ст.опт}+\Delta U_{вн};$$

$$\Delta U_{вн}=\int_{r_a+l_{ст.опт}}^{S_0+r_a} E(r)\,dr<E_к(S_0-l_{ст.опт}), \qquad (7)$$

где r_a — радиус кривизны анода.

В таких промежутках длина стримерной зоны у возникшего лидера меньше оптимальной, а его развитие не только на первом, но и частично на втором этапе начальной фазы может происходить только при увеличивающемся напряжении на промежутке, которое должно возрасти, по крайней мере, до значения $U_{выд\,min}$, определяющегося выражением (4). Понятно, что в этом случае пробивное напряжение безразлично к радиусу кривизны анода. Если $\Delta U_{вн}\ll E_к(S_0-l_{ст.опт})$, а напряжение на промежутке растет с недостаточной скоростью, лидерный процесс может затормозиться практически в любой момент начальной фазы. Отсюда большая длина незавершенных лидеров вплоть до $(S_0-l_{ст.опт})$. Вольт-временная характеристика промежутков, отнесенных к первой группе, имеет явно выраженную U-образную форму.

Во вторую группу попадают промежутки, для которых при $U=E_{ст}l_{ст.опт}+\Delta U_{вн}$, справедливо соотношение

$$\Delta U_{вн}\geqslant E_к(S_0-l_{ст.опт}). \qquad (8)$$

Здесь для завершения пробоя не требуется дополнительного подъема напряжения на втором этапе начальной фазы, а величина выдерживаемого напряжения, зависящая от радиуса кривизны

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

анода, будет тем в большей степени отличаться от теоретического минимума, предсказанного выражением (4), чем значительнее доля напряжения, приходящаяся на $\Delta U_{вн}$.

Радиус кривизны анода $r'_{а.кр}$, при котором выполняется неравенство (8), зависит от типа разрядного промежутка. Например, для промежутков «шар — плоскость» и «провод — плоскость» нетрудно получить приближенные соотношения:

$$r'_{а.кр}(ш-п) \geqslant \frac{1}{2}\frac{E_к}{E_{ст}}(2S_0 - l_{ст.опт}), \qquad (9)$$

$$r'_{а.кр}(пр-п) \geqslant \frac{2l_{ст.опт}S_0}{2S_0 - l_{ст.опт}}\left(\frac{l_{ст.опт}}{2S_0 - l_{ст.опт}}\right)^b, \qquad (10)$$

где $$b = \frac{E_{ст}l_{ст.опт}}{E_к(S_0 - l_{ст.опт})}.$$

Если неравенство (8) выполнено и обеспечено условие самостоятельности разряда на аноде, оценка минимальных выдерживаемых напряжений многометровых промежутков может быть произведена по выражению (5). Например, для промежутка «шар — плоскость»:

$$U_{выд} = \frac{2S_0(l_{ст.опт} + r_а)}{2S_0 + r_а}E_{ст}, \qquad (11)$$

«провод — плоскость»:

$$U_{выд} = \frac{\ln\frac{2S_0 + r_а}{r_а}}{\ln\frac{l_{ст.опт} + r_а}{r_а}}l_{ст.опт}E_{ст}. \qquad (12)$$

Из (11) и (12) следует, что влияние радиуса кривизны анода на пробивные напряжения промежутков второй группы весьма незначительно.

Устойчивость лидерного процесса в воздушных промежутках второй группы всегда обеспечена до перехода к сквозной фазе, а потому длина незавершенных лидеров в них заведомо меньше $(S_0 - l_{ст.опт})$.

Правая ветвь U-образной кривой $U_{50\%}$ $(\tau_ф)$ начинает выпрямляться, поскольку дополнительные потери энергии из канала лидера при замедленных темпах его развития удается компенсировать не только форсировкой напряжения на промежутке, но и частично за счет внутренних резервов напряжения, «запасенных» во внешней области межэлектродного пространства.

Наконец, третью группу составляют промежутки, у которых условие (3) выполняется раньше, чем условие самостоятельности разряда на аноде, т. е.

$$U_н \geqslant E_{ст}l_{ст.опт} + E_к(S_0 - l_{ст.опт}). \qquad (13)$$

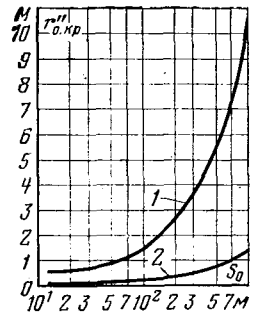
Неравенство (13) справедливо, когда радиус анода превышает второе критическое значение $r''_{а.кр}$, рассчитываемое для промежутков «шар — плоскость» и «провод — плоскость» длиной больше 12 м по выражениям:

$$r''_{а.кр}(ш-п) = \frac{2S_0[E_{ст}l_{ст.опт} + E_к(S_0 - l_{ст.опт})]}{2S_0E_н - E_{ст}l_{ст.опт} - (S_0 - l_{ст.опт})E_к}; \qquad (14)$$

$$r''_{а.кр}\ln\left(\frac{2S_0 + r''_{а.кр}}{r''_{а.кр}}\right) = \frac{E_{ст}l_{ст.опт} + E_к(S_0 - l_{ст.опт})}{E_н}. \qquad (15)$$

Кривые $r''_{а.кр} = f(S_0)$ построены на рис. 2.

Рис. 2. Зависимость критического радиуса $r''_{о.кр}$ от длины промежутка «шар — плоскость» (*1*) и «провод — плоскость» (*2*).



Понятие о критическом радиусе $r''_{а.кр}$ можно распространить и на более короткие промежутки, где $l_{ст.опт}$ не остается постоянной величиной, если учесть, что

$$E_{ст}l_{ст.опт} + E_к(S_0 - l_{ст.опт}) = U_{выд\,min}.$$

Если для промежутка с радиусом кривизны анода больше, чем $r''_{а.кр}$ при $U = U_н$, выполняется условие

$$\int_{r_а}^{l_{ст.опт}+r_а} E(r)\,dr > E_{ст}l_{ст.опт}, \qquad (16)$$

то возникает парадоксальное на первый взгляд явление: выдерживаемое напряжение многометровых воздушных промежутков с высокой степенью неоднородности электрического поля подобно промежуткам со слабо неоднородным полем определяется условием самостоятельности на аноде ($U_{выд\,min} = U_н$). Расчет $U_{выд\,min}$ может быть произведен по формулам, хорошо известным из теории стационарной короны. Подобное положение, например, имеет место в многометровых промежутках «шар — плоскость», где условие (16) выполняется при меньших радиусах анода, чем $r''_{а.кр}$. В этом случае выдерживаемое напряжение

$$U_{выд} \approx \frac{2r_аS_0}{2S_0 + r_а}E_н \qquad (17)$$

почти линейно зависит от радиуса анода и медленно изменяется в зависимости от межэлектродного расстояния. Ниже приведены значения выдерживаемых напряжений в киловольтах, рассчитанные по выражению (17) для $r_а = 0{,}5$ м и оцененные по усредненным данным [Л. 9] как $U_{выд} = U_{50\%} - 3\sigma$. При выполнении расчетов учитывалось искажение поля у анода за счет подвеса шара, на которое обращают внимание авторы [Л. 9].

S_0, м	4	6	8	9	10
Расчет	1550	1620	1670	1705	1730
Эксперимент	1590	1690	1740	1730	1780

Удовлетворительное совпадение результатов расчета и эксперимента подтверждает основные принципы произведенного анализа.

Нетрудно указать радиус кривизны анода, превышение которого вообще исключит возможность существования незавершенных лидеров в разрядном промежутке. Его величина получается из выражения для $r''_{а.кр}$ при замене значения $U_{выд\,min}$ на $(U_{выд\,min} + 6\sigma)$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Из (14) и (15) следует, что величина $r''_{а.кр}$, определяющая принадлежность воздушного промежутка к третьей группе, изменяется непропорционально межэлектродному расстоянию S_0: с увеличением S_0 отношение $r''_{а.кр}/S_0$ заметно снижается. С этим обстоятельством связано несовпадение характеристик геометрически подобных промежутков различной длины.

Пробивные напряжения промежутков третьей группы подобно промежуткам со слабой степенью неоднородности электрического поля должны зависеть от состояния поверхности анода. Случайные неоднородности на его поверхности, например, капли дождя, уменьшая напряжение зажигания короны, вызовут соответствующее снижение пробивного напряжения. При $r_а < r''_{а.кр}$ эффект должен отсутствовать. Высказанные соображения подтверждаются данными [Л. 9], где при дожде средней интенсивности в промежутке «шар—плоскость» длиной 10 м ($r_а$=0,5 м$\approx r''_{а.кр}$) наблюдалось снижение пробивного напряжения приблизительно на 14%. В промежутке вдвое меньшей длины несмотря на сохранение геометрического подобия эффект дождя не проявлялся.

Равенство значений $U_{выд}$ и $U_н$ для воздушных промежутков третьей группы исключает возможность подъема пробивных напряжений при увеличении длительности фронта ($\tau_ф$) в правой ветви вольт-временных характеристик $U_р(\tau_ф)$, поскольку начальное напряжение короны определенно сохраняется постоянным, когда $\tau_ф > 100$ мкс.

Спрямление вольт-временной характеристики промежутка «шар — плоскость» (S_0=10 м, $r_а$=0,5 м) в диапазоне 75—1220 мкс наблюдали авторы [Л. 9]. Характерно, что при этом для геометрически подобного промежутка с параметрами S_0=5 и $r_а$=0,25 м ими было отмечено классическое очертание кривой $U_р(\tau_ф)$ с явно выраженным минимумом. Наличие минимума в этом последнем случае вполне понятно, поскольку при S=5 м критический радиус $r''_{а.кр}$=0,4 м значительно больше радиуса анода.

В области малых длительностей фронта при неограниченной длине импульса увеличение пробивных напряжений воздушных промежутков, относящихся к третьей группе, может происходить только за счет изменения параметров короны, предшествующей лидеру. Это должно иметь место, когда скорость подъема напряжения в момент вспышки короны превысит значение

$$A_U(U_н) = U_{ст\,min} \cdot E_{ст} \approx 50 \text{ кВ/мкс}, \qquad (18)$$

где $U_{ст\,min} \approx 10^7$ см/с — минимальная скорость стримеров в длинных воздушных промежутках.

Таким образом, используя существующие представления о лидерном процессе и опираясь на начальное распределение электрического поля в межэлектродном пространстве, можно произвести достаточно подробные оценки разрядных характеристик многометровых воздушных промежутков. Следует отметить, что подход, использовавшийся в произведенном анализе, давно и успешно применялся в теории стационарной короны, а об общности подхода к расчету начального и пробивного напряжений уже упоминалось в [Л. 10]. Впервые влияние «слабого» поля во внешней области разрядного промежутка рассмотрено в [Л. 11 и 12].

В заключение остановимся на оценке формы импульса напряжения, обеспечивающей минимум пробивных напряжений. Для того чтобы добиться минимальной прочности многометрового промежутка ($S_0 > 12$ м) с анодом очень малого радиуса ($r_а \ll r'_{а.кр}$ и $r''_{а.кр}$), необходимо, чтобы во время удлинения стримерной зоны до значения $l_{ст.опт}$ напряжение нарастало с приблизительно постоянной скоростью

$$A'_U = U_{ст.з} \cdot E_{ст}, \qquad (19)$$

где $U_{ст.з}$ — скорость удлинения стримерной зоны.

На втором этапе начальной фазы при неизменной длине стримерной зоны крутизна импульса напряжения должна снизиться до величины

$$A''_U = U_л E_к, \qquad (20)$$

достаточной для компенсации падения напряжения в канале лидера.

По данным [Л. 2] оптимальному режиму лидерного процесса отвечает $U_{ст.з} \approx U_л = 10^6$ см/с; тогда $A'_{U1} \approx 5$ кВ/мкс и $A''_U = 0{,}3$ кВ/мкс, причем длительность крутого начального участка фронта независимо от S_0 приблизительно равна

$$t_{ф1} = \frac{l_{ст.опт}}{U_{ст.з}} \approx 270 \text{ мкс},$$

а длительность второго пологого участка составляет

$$t_{ф2} = \frac{S_0 - l_{ст.опт}}{U_к}.$$

Полная длительность фронта «двойного» косоугольного импульса, отвечающего оптимальному режиму лидера,

$$\tau_ф = t_{ф1} + t_{ф2}, \qquad (21)$$

увеличивается по мере роста межэлектродного расстояния.

В [Л. 2] предполагается существование некоторой средней крутизны фронта импульса напряжения, отвечающей минимуму $U_р$. Выражение (21) противоречит подобному предположению. Средняя крутизна A_U должна снижаться при увеличении S_0 от предельного значения 5 кВ/мкс до минимального значения 0,3 кВ/мкс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Комельков В. С.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках. — «Изв. АН СССР. ОТН», 1950, № 6, с. 851—865.

2. **Горин Б. Н., Шкилев А. В.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности — «Электричество», 1974, № 2, с. 28—37.

3. **Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И.** Некоторые задачи исследования лидерного пробоя в воздухе. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1975, № 5, с. 30—37.

4. **Пулавская И. Г., Стекольников И. С.** Исследование природы длинной искры. — «Изв. АН СССР, ОТН», 1956, № 10, с. 64—76.

5. **Акопян А. А., Ларионов В. П., Торосян А. С.** К вопросу о влиянии формы волны напряжения на электрическую прочность воздушных промежутков. — «Электричество», 1956, с. 15—20.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

6. **Базелян Э. М., Браго Е. Н., Стекольников И. С.** Существенное снижение средних пробивных градиентов в длинных промежутках на косоугольной волне напряжения — «Доклады АН СССР», 1960, № 3, т. 133, с. 500—553.

7. **Sarnes H. C., Winters D. E.** UHV Transmission desing requirements-switching surge flashover characteristics of extra long air gaps. — «IEEE Trans. Power Appar. and Syst.», 1971, vol. 90, № 4, p. 1—8.

8. **Базелян Э. М.** Роль заряда короны в формировании длинной положительной искры. — «ЖТФ, 1966, № 2, т. XXXVI, с. 365—368.

9. **Schneider H. M., Turner F. J.** Switching-surge flashover characteristics of long sphere-plane gaps for UHV station design. — «IEEE Trans. Power Appar. and Syst.», 1975, № 2, p. 551—559.

10. **Базелян Э. М.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности. Выступление в дискуссии. — «Электричество», 1975, № 10, с. 81—82.

11. **Александров Г. Н.** Особенности развития искрового разряда в длинных воздушных промежутках. — «ЖТФ», 1969, № 4, с. XXXIX, с. 744—747.

12. **Александров Г. Н.** Особенности развития искрового разряда в длинных воздушных промежутках изоляционных конструкций. — «Электричество», 1975, № 8, с. 15—18.

[11.6.1976]

УДК 621.313.32.001.24

Определение и использование в расчетах типовых характеристик и параметров демпферных контуров турбогенераторов

ЛУКАШОВ Э. С., КАЛЮЖНЫЙ А. Х., ГАММ Б. З.

Новосибирск

Замещение множества магнитосвязанных контуров, расположенных по каждой из осей симметрии ротора генератора, одним эквивалентным с постоянными параметрами принципиально невозможно. Применение выражений для операторных сопротивлений:

$$\left.\begin{aligned} X_d(p) &= \frac{p^2 T_D T_f \sigma_{Df} \cdot X''_d + p(T_D + T_f) X'_d + X_d}{p^2 T_D T_f \sigma_{Df} + p(T_D + T_f) + 1}; \\ X_q(p) &= \frac{pT_Q X''_q + X_q}{T_Q p + 1}, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

полученных при таком замещении, может привести к недопустимо большим погрешностям при исследовании переходных процессов. Особенно велики погрешности в случае упрощенного замещения массива ротора турбогенератора. Уточнение математической модели турбогенераторов является актуальным еще и потому, что машины этого типа вырабатывают около 80% всей электроэнергии.

Наиболее полно многообразие демпферных контуров генератора учитывается его экспериментально снятыми частотными характеристиками. Существующие методы [Л. 1—3] позволяют определить эти характеристики с достаточной точностью.

К настоящему времени ВНИИ Электромаш (Ленинград), ВНИИЭ (Москва), Донецким политехническим институтом и другими организациями определены экспериментально частотные характеристики многих крупных турбогенераторов мощностью 100—800 МВт.

Сравнение показало, что у всех высокоиспользованных турбогенераторов мощностью 200—800 МВт снятые характеристики $X_d(jv)$ и $X_q(jv)$ идентичны [Л. 4]. Наибольшие расхождения, имеющие место в зоне малых частот $v<0{,}05$ Гц, обусловлены различием синхронных реактивностей X_d, X_q. Идентичность частотных характеристик различных турбогенераторов объясняется тем, что геометрия их роторов и магнитные характеристики материалов, из которых они выполнены, практически одинаковы. Величины воздушных зазоров учитываются синхронными сопротивлениями машин. На основе изложенного представляется возможным, использовав имеющиеся экспериментальные частотные характеристики, создать унифицированные зависимости, пригодные для любого крупного турбогенератора.

Типовые зависимости целесообразно применять для анализа переходных процессов в тех случаях, когда отсутствуют экспериментальные частотные характеристики, например для проектируемых турбогенераторов.

Любую экспериментально полученную частотную характеристику генератора можно аппроксимировать отношением двух полиномов степени n:

$$X_k(p) = \frac{A_{kn}p^n + A_{k,n-1}p^{n-1} + \ldots + A_{k1}p + X_k}{a_{kn}p^n + a_{k,n-1}p^{n-1} + \ldots + a_{k1}p + 1}, \quad (2)$$

где X_k — синхронное индуктивное сопротивление по соответствующей оси $k=d, q$.

Порядок полиномов в выражении (2) равен числу контуров, которыми замещается ротор генератора по оси k [Л. 5], это же следует и из (1). В общем случае число эквивалентных контуров по осям d и q может быть различным. По продольной оси целесообразно особо выделить контур обмотки возбуждения (индекс f). С учетом сказанного на рис. 1 представлены схемы замещения ротора по каждой из осей симметрии.

Во многих случаях можно ограничиться замещением массива ротора тремя эквивалентными контурами по оси d и тремя по оси q, тогда в (2) для обеих осей $n=3$. Аппроксимировав таким образом экспериментальные частотные характеристики крупных турбогенераторов, удалось получить единые выражения для операторных сопротивле-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ний $X_d(p)$ и $X_q(p)$, которые названы типовыми [Л. 4]:

$$\left.\begin{aligned} X_d(p) &= \frac{1{,}14X''_d a_{3d}p^3 + 0{,}67(X'_d + \\ &\quad + a_{3d}p^3 + a_{2d}p^2 + a_{1d}p + 1 \\ &\quad + X''_d)a_{2d}p^2 + 1{,}5X'_d a_{1d}p + X_d \\ X_q(p) &= \frac{1{,}14X''_q a_{3q}p^3 + 0{,}27(X_q + \\ &\quad + a_{3q}p^3 + a_{2q}p^2 + a_{1q}p + 1 \\ &\quad + X''_q)a_{2q}p^2 + 0{,}58(X_q + X''_q)a_{1q} + X_q, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $a_{3d} = 10^6$; $a_{2d} = 1{,}9 \cdot 10^5$; $a_{1d} = 1900$;

$$a_{3q} = 2{,}27 \cdot 10^6; \; a_{2q} = 2 \cdot 10^5; \; a_{1q} = 1380.$$

Выражения (3) следует использовать в тех случаях, когда отсутствуют параметры обмотки возбуждения и известны лишь X_d, X_q, X'_d, X''_d и X''_q. Эти сопротивления генератора определены с достаточной точностью уже в начальной стадии его проектирования. Выражения (3) намного точнее, чем (1), моделируют массив ротора и обеспечивают большую достоверность результатов.

Если известны параметры обмотки возбуждения турбогенератора X_f, T_f, то возможно применить типовые характеристики массива ротора. Исключив из операторного сопротивления $X_d(p)$ контур обмотки возбуждения и величины X_σ, X_d, а из $X_q(p)$ — сопротивления X_σ, X_q, можно выделить некоторые операторные сопротивления $X_{\sigma D}(p)$, $X_{\sigma Q}(p)$, учитывающие лишь демпферные контуры массива ротора (см. рис. 1). Удобнее использовать величины, обратные сопротивлениям $X_{\sigma D}(p)$, $X_{\sigma Q}(p)$, которые назовем операторными проводимостями демпферной системы и обозначим $Y_{\sigma D}(p)$, $Y_{\sigma Q}(p)$. Частотные характеристики $Y_{\sigma D}(j\nu)$ и $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ рассчитываются по известным характеристикам турбогенератора $X_{d0}(j\nu)$ и $X_q(j\nu)$:

$$\left.\begin{aligned} Y_{\sigma D}(j\nu) &= \frac{1}{X_{\sigma D}(j\nu)} = \frac{1}{X_{d0}(j\nu) - X_\sigma} - \frac{1}{X_d - X_\sigma}; \\ Y_{\sigma Q}(j\nu) &= \frac{1}{X_{\sigma Q}(j\nu)} = \frac{1}{X_q(j\nu) - X_\sigma} - \frac{1}{X_q - X_\sigma}, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

где $X_{d0}(j\nu)$ — частотная характеристика синхронной машины по оси d при разомкнутой обмотке возбуждения.

Зависимость $X_{d0}(j\nu)$ может быть определена экспериментально или рассчитана по известной частотной характеристике $X_d(j\nu)$ путем исключения контура обмотки возбуждения [Л. 6]:

$$X_{d0}(j\nu) = X_\sigma + \frac{(X_f + j\nu T_f X_{\sigma f})[X_d(j\nu) - X_\sigma]}{(X_f + j\nu T_f X_{\sigma f}) - j\nu T_f [X_d(j\nu) - X_\sigma]}. \quad (5)$$

Таким образом по экспериментальным частотным характеристикам $X_d(j\nu)$ или $X_{d0}(j\nu)$ и $X_q(j\nu)$ ряда турбогенераторов мощностью 200 — 500 МВт были определены операторные проводимости $Y_{\sigma D}(j\nu)$ и $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ их демпферных систем. В результате сравнения и анализа этих зависимостей получены типовые характеристики $Y_{\sigma D}(j\nu)$ и $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ массива ротора, пригодные для любого крупного турбогенератора (рис. 2). Типовые характеристики, построенные для диапазона частот 0—10 Гц, обеспечивают удовлетворительную точность расчетов переходных процессов, если скольжение ротора не превышает 15—20%.

Для использования типовых частотных характеристик при анализе переходных процессов следует по $Y_{\sigma D}(j\nu)$ и $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ определить $X_{d0}(j\nu)$, $X_q(j\nu)$, а затем и $X_d(j\nu)$. Эти частотные характеристики турбогенератора могут быть найдены, если известны его парамет-

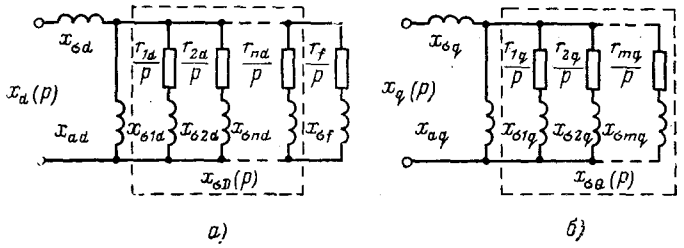


Рис. 1. Схемы замещения ротора синхронной машины по осям симметрии d (*а*) и g (*б*).

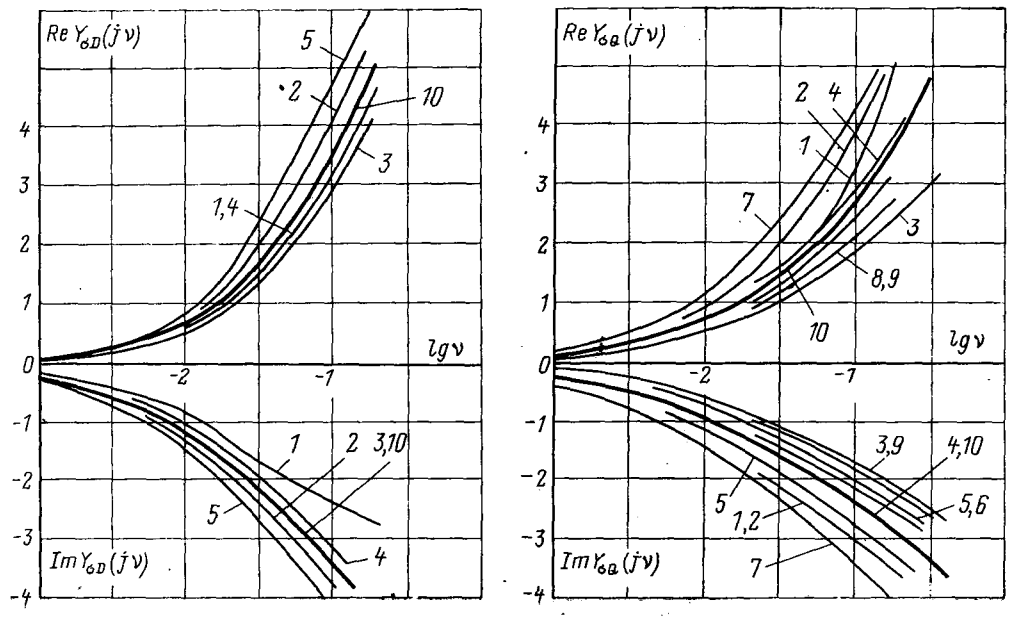


Рис. 2. Экспериментально-расчетные и типовые характеристики массивов роторов мощных турбогенераторов по осям симметрии d (*а*) и q (*б*).

1 — ТГВ-200М; *2* — ТГВ-200; *3* — ТВВ-800; *4* — ТВВ-320; *5* — ТВВ-300; *6* — ТВВ-200; *7* — ТВ-2-100; *8* — ТГВ-500; *9* — ТВВ-500; *10* — типовые.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ры X_σ, X_d, X_q, $X_{\sigma f}$, T_f:

$$X_{d_0}(j\nu)=X_\sigma+\frac{X_d-X_\sigma}{1+(X_d-X_\sigma)Y_{\sigma D}(j\nu)}; \quad (6)$$

$$X_d(j\nu)=\frac{[X_{d_0}(j\nu)-X_\sigma][j\nu T_f(X_\sigma+X_{\sigma f})+X_f]+}{[X_{d_0}(j\nu)-X_\sigma][j\nu T_f+(X_f+j\nu T_f X_{\sigma f})]}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{+X_\sigma(j\nu T_f X_{\sigma f}+X_f)}{}; \quad (7)$$

$$X_q(j\nu)=X_\sigma+\frac{X_q-X_\sigma}{1+(X_q-X_\sigma)Y_{\sigma Q}(j\nu)}. \quad (8)$$

Применение типовых характеристик массива ротора $Y_{\sigma D}(j\nu)$ и $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ является, очевидно, более строгим, чем типовых операторных сопротивлений, так как позволяет более полно учесть особенности каждого генератора, его параметры X_σ, X_{ad}, X_{aq}, $X_f=X_{\sigma f}+X_{ad}$ и T_f. Если же эти параметры неизвестны, то следует использовать типовые операторные сопротивления согласно (3).

Некоторым недостатком применения операторных проводимостей $Y_{\sigma D}(j\nu)$, $Y_{\sigma Q}(j\nu)$ является отсутствие физической наглядности. В этом смысле более предпочтительно массив ротора по каждой из осей заместить одним эквивалентным контуром, параметры которого зависят от частоты. Если неизвестны данные об обмотке возбуждения, то эквивалентный контур по продольной оси может учитывать и эту обмотку. В общем случае согласно схемам замещения (см. рис. 1), имеем:

$$X_d(p)=\frac{p[X_{ad}X_\sigma+X_dX_{э\sigma}(p)]+X_dr_э(p)}{p[X_{ad}+X_{э\sigma}(p)]+r_э(p)}; \quad (9)$$

$$X_{d_0}(p)=\frac{p[X_{ad}X_\sigma+X_dX_{D\sigma}(p)]+X_dr_D(p)}{p[X_{ad}+X_{D\sigma}(p)]+r_D(p)}; \quad (10)$$

$$X_q(p)=\frac{p[X_{aq}X_\sigma+X_qX_{Q\sigma}(p)]+X_qr_Q(p)}{p[X_{aq}+X_{Q\sigma}(p)]+r_Q(p)}. \quad (11)$$

Используя выражения (9)—(11), можно по экспериментальным частотным характеристикам рассчитать зависимости параметров эквивалентных контуров ротора генератора от частоты. При этом для каждой из осей $k=d$, q:

$$r_k(\nu)=-\frac{\nu X^2_{ak}X_{k2}(\nu)}{[X_k-X_{k1}(\nu)]^2+X^2_{k2}(\nu)}; \quad (12)$$

$$X_{k\sigma}(\nu)=\frac{X^2_{ak}[X_k-X_{k1}(\nu)]}{[X_k-X_{k1}(\nu)]^2+X^2_{k2}(\nu)}-X_{ak}, \quad (13)$$

где $X_{k1}(\nu)$ и $X_{k2}(\nu)$ — соответственно вещественная и мнимая составляющие экспериментальных частотных характеристик $X_d(j\nu)$, $X_{d0}(j\nu)$ и $X_q(j\nu)$.

По выражениям типа (12) и (13) рассчитаны зависимости от частоты активного сопротивления $r_э(\nu)$ и сопротивления рассеяния $X_{э\sigma}(\nu)$ эквивалентного контура по оси d ротора, учитывающего обмотку возбуждения, а также эквивалентных демпферных контуров $r_Q(\nu)$, $X_{D\sigma}(\nu)$ и $r_Q(\nu)$, $X_{Q\sigma}(\nu)$, замещающих массив по обеим осям. Эти зависимости, полученные для целого ряда крупных турбогенераторов, оказались

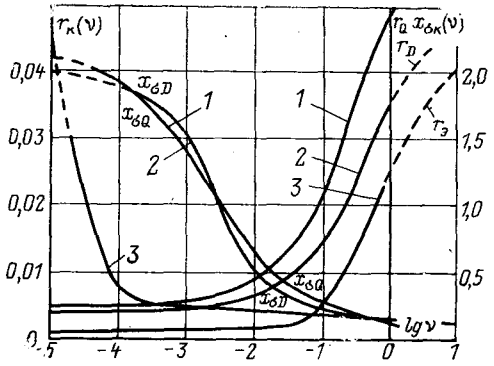


Рис. 3. Зависимости эквивалентных параметров демпферных контуров мощных турбогенераторов от частоты.
1 — ось q; *2* — ось d при разомкнутой ОВ; *3* — ось d при замкнутой ОВ.

идентичными для всех высокоиспользованных машин. Приведенные на рис. 3 типовые зависимости $r_э(\nu)$, $X_э(\nu)$, $r_D(\nu)$, $X_{D\sigma}(\nu)$, $r_Q(\nu)$ и $X_{Q\sigma}(\nu)$ свидетельствуют о резком увеличении эквивалентных активных и уменьшении индуктивных сопротивлений рассеяния с ростом частоты токов в массиве ротора, что обусловлено вытеснением токов в поверхностные слои бочки ротора. Применяя эти типовые зависимости, можно рассчитать частотные характеристики любого турбогенератора, если для него известны лишь X_d, X_q и X_σ, при этом

$$X_d(j\nu)=\frac{X_dr_э(\nu)+j\nu[X_{ad}X_\sigma+X_dX_{э\sigma}(\nu)]}{r_э(\nu)+j\nu[X_{ad}+X_{э\sigma}(\nu)]}; \quad (14)$$

$$X_q(j\nu)=\frac{X_qr_Q(\nu)+j\nu[X_{aq}X_\sigma+X_qX_{Q\sigma}(\nu)]}{r_Q(\nu)+j\nu[X_{aq}+X_{Q\sigma}(\nu)]}. \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) являются более строгими, чем типовые частотные характеристики, полученные из (3) при $p=j\nu$. Если дополнительно известны параметры обмотки возбуждения, то определение частотной характеристики $X_d(j\nu)$ можно уточнить. В этом случае предварительно с использованием $r_D(\nu)$ и $X_{D\sigma}(\nu)$ рассчитывается частотная характеристика при разомкнутой обмотке возбуждения:

$$X_{d_0}(j\nu)=\frac{X_dr_D(\nu)+j\nu[X_{ad}X_\sigma+X_dX_{D\sigma}(\nu)]}{r_D(\nu)+j\nu[X_{ad}+X_{D\sigma}(\nu)]}. \quad (16)$$

Затем по (7) вычисляется $X_d(j\nu)$. Использование типовых зависимостей $r_D(\nu)$, $X_{D\sigma}(\nu)$ и $r_Q(\nu)$, $X_{Q\sigma}(\nu)$ для расчета частотных характеристик по (15) и (16) эквивалентно применению типовых проводимостей $Y_{D\sigma}(j\nu)$, $Y_{Q\sigma}(j\nu)$. Число зависимостей, задаваемых таблично или графически, в обоих случаях одинаково.

Типовые характеристики и зависимости возможно использовать при исследовании устойчивости переходных процессов. При их расчете методами численного интегрирования необходимо заместить массив ротора конечным числом эквивалентных демпферных контуров с постоянными параметрами. Для этого следует аппроксимировать частотные характеристики по обеим осям выраже-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Тип турбогенератора	Номера контуров	Параметры контуров по оси d (ОВ замкнута)				Параметры контуров по оси q			
		$r_{id}\cdot10^2$, отн. ед.	$X_{\sigma id}$, отн. ед.	X_{id}, отн. ед.	T_{id}, рад	$r_{kq}\cdot10^2$, отн. ед.	$X_{\sigma kq}$, отн. ед.	X_{kq}, отн. ед.	T_{kq}, рад
ТВВ-200	1	0,12	0,244	2,06	1722	0,35	2,834	4,73	1357
	2	1,87	0,629	2,45	130,6	1,28	0,712	2,61	204
	3	6,02	0,127	1,95	32,3	5,32	0,245	2,14	40,4
ТГВ-200М	1	0,09	0,209	1,86	2090	0,54	3,320	4,85	896
	2	1,88	1,177	2,83	151	1,32	0,739	2,29	172
	3	5,86	0,160	1,81	30,9	3,42	0,179	1,71	50
ТВВ-320	1	0,15	0,205	1,75	1145	0,56	4,010	5,41	966
	2	6,13	0,861	2,40	39,2	1,53	0,908	2,30	150
	3	4,27	0,094	1,64	38,3	5,68	0,317	1,71	30,1
ТГВ-500	1	0,20	0,757	2,90	1424	0,5	5,148	7,34	1467
	2	0,35	0,399	2,54	721	1,46	0,787	2,98	204
	3	10,10	0,304	2,45	24,2	6,5	0,244	2,44	37,5
ТВВ-200	1	4,07	19,690	21,50	528	0,37	3,208	5,11	1392
	2	0,12	0,241	2,06	1660	1,70	1,868	3,77	221
	3	1,99	0,628	2,45	122,6	2,58	0,707	2,61	100,9
	4	6,25	0,117	1,94	31,0	7,27	0,230	2,13	29,3
ТГВ-200М	1	0,60	4,031	5,56	928	0,58	3,758	5,28	923
	2	1,73	1,972	3,50	202	1,79	1,680	3,26	178
	3	2,59	0,795	2,32	89,6	2,99	0,858	2,38	79,7
	4	3,98	0,182	1,71	42,8	4,0	0,182	1,71	42,7
ТГВ-500	1	0,23	0,911	3,06	1314	0,51	5,520	7,71	2220
	2	0,23	0,383	2,53	863	1,67	1,289	3,48	208
	3	11,19	1,460	3,60	32,2	4,59	0,734	2,93	63,8
	4	16,15	0,132	2,27	14,1	11,70	0,150	2,34	20,1

Таблица 2

Эквивалентные параметры контуров	Ось d*	Ось q	
	3 контура	4 контура	3 контура
X_{σ_1} R_1	1,9 $0{,}6\cdot10^{-2}$	4,0 $0{,}53\cdot10^{-2}$	3,3 $0{,}52\cdot10^{-2}$
X_{σ_2} R_2	0,36 $1{,}0\cdot10^{-2}$	0,9 $1{,}4\cdot10^{-2}$	0,54 $1{,}5\cdot10^{-2}$
X_{σ_3} R_3	0,1 $3{,}5\cdot10^{-2}$	0,44 $5{,}8\cdot10^{-2}$	0,16 $8{,}9\cdot10^{-2}$
X_{σ_4} R_4	—	0,14 $18\cdot10^{-2}$	—
$Y''_{\sigma}=Y_{\sigma k}(\infty)$	13	11	

* Обмотка возбуждения разомкнута.

ниями типа (2), а затем, руководствуясь схемой замещения (см. рис. 1), определить в каждом случае параметры эквивалентных демпферных контуров r, X, T [Л. 4].

Разработана программа [Л. 7] определения параметров эквивалентных контуров по частотной характеристике или аналитическому выражению типа (2), которая применима в случае любой машины переменного тока. В частности, эта программа позволяет по паспортным данным асинхронного двигателя рассчитать параметры двух эквивалентных контуров его ротора. Как показали расчеты, массив ротора турбогенератора можно с достаточной точностью заместить тремя-четырьмя эквивалентными контурами по каждой из осей симметрии. Погрешности такого замещения обычно не превышают (5—7)%. Параметры эквивалентных демпферных контуров некоторых крупных турбогенераторов, для которых известны экспериментальные частотные характеристики, приведены в табл. 1.

При отсутствии экспериментальных частотных характеристик параметры демпферных контуров можно рассчитать по типовым операторным сопротивлениям (3). Возможно также использовать параметры типовых эквивалентных демпферных контуров, замещающих приближенно массив ротора по осям d и q. Эти параметры определены в результате анализа типовых проводимостей массива ротора и приведены в табл. 2.

По данным табл. 2 нетрудно определить параметры X_{Di} и X_{Qi} эквивалентных демпферных контуров конкретного турбогенератора, если известны X_d, X_q и X_σ:

$$\left.\begin{aligned} X_{Di} &= X_{\sigma Di}+(X_d-X_\sigma);\\ X_{Qi} &= X_{\sigma Qi}+(X_q-X_\sigma). \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 3

Параметры асинхронного хода	Эксперимент	Способ моделирования демпферных контуров		
		по частотным характеристикам	по типовым параметрам	по справочным данным
S_{min}, %	0,26	0,11	0,16	0,26
S_{max}, %	1,37	1,47	1,51	0,5
P_{min}, мВт	160	113	117	180
P_{max}, мВт	235	235	237	195
T_s, с	2,4	2,75	2,81	4,8

Если сопротивление рассеяния обмотки статора X_σ конкретного турбогенератора неизвестно, то его можно приближенно определить из выражений:

$$\left.\begin{aligned} Y''_{\sigma d} &= \frac{1}{X''_d - X_\sigma} - \frac{1}{X_d - X_\sigma}; \\ Y''_{\sigma q} &= \frac{1}{X''_q - X_\sigma} - \frac{1}{X_q - X_\sigma}. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Приведенные в табл. 2 значения величин $Y''_{\sigma d} = 13$ и $Y''_{\sigma q} = 11$ получены из типовых частотных зависимостей $Y_{\sigma k}(j\nu)$ при $\nu \to \infty$.

Параметры эквивалентных демпферных контуров ротора, рассчитанные по экспериментальным частотным характеристикам (см. табл. 1) и полученные с использованием параметров типовых контуров (см. табл. 2), имеют некоторые расхождения. Однако применение параметров типовых эквивалентных контуров при исследовании переходных процессов дает погрешности, не превышающие 10—15%.

Возможность моделирования массива ротора турбогенератора с помощью типовых параметров показана на примере асинхронного хода турбогенератора типа ТВВ-200-2, для которого демпфирующее влияние массива очень существенно. Результаты расчетов асинхронного хода при моделировании массива ротора типовыми параметрами (см. табл. 2), а также при замещении его парой эквивалентных демпферных контуров, параметры которых $X_D = X_Q = 1{,}706$ отн. ед.; $R_D = R_Q = 0{,}284 \times 10^{-2}$ отн. ед. определялись из справочных данных, сравнивались с результатами эксперимента [Л. 8]. В качестве примера в табл. 3 приведены результаты расчета асинхронного хода турбогенератора типа ТВВ-200-2 при замыкании обмотки возбуждения на трехкратное гасительное сопротивление и предшествующей активной нагрузке $P = 0{,}95 P_{ном}$, а также данные соответствующего эксперимента.

Из табл. 3 видно, что по всем показателям асинхронного хода (колебаниям скольжения s, броскам активной мощности P, времени одного проворота ротора T_s) моделирование массива ротора по экспериментальным частотным характеристикам и типовыми параметрами дает практически одинаковые результаты, удовлетворительно совпадающие с данными эксперимента. Моделирование массива ротора парой эквивалентных демпферных контуров с параметрами, определенными из справочных данных, приводит к качественно неверным результатам расчетов асинхронного хода.

Выводы. 1. На базе экспериментальных частотных характеристик составлены аналитические выражения типовых операторных сопротивлений, применимые для любого крупного турбогенератора. Получены типовые зависимости, учитывающие массив ротора и позволяющие рассчитать частотные характеристики турбогенераторов с учетом параметров их обмоток возбуждения.

Массив ротора турбогенератора можно по каждой из осей симметрии заместить эквивалентным контуром, параметры которого зависят от частоты. Установленные типовые зависимости параметров $X_{\sigma D}$, $X_{\sigma Q}$, r_D, r_Q от частоты также позволяют рассчитать частотные характеристики турбогенераторов.

Приведенные в работе типовые зависимости могут быть использованы при исследовании устойчивости электрической системы, содержащей крупные турбогенераторы, экспериментальные частотные характеристики которых отсутствуют.

2. При расчете переходных процессов массив ротора турбогенератора следует моделировать конечным числом контуров с постоянными параметрами. С достаточной точностью массив ротора по каждой оси симметрии может быть замещен тремя-четырьмя контурами, параметры которых могут быть определены по экспериментальным частотным характеристикам с помощью разработанной программы. Если экспериментальные частотные характеристики отсутствуют, можно воспользоваться параметрами предлагаемых типовых эквивалентных контуров, позволяющих моделировать массив ротора любого крупного турбогенератора.

3. Применение в расчетах типовых зависимостей или типовых эквивалентных контуров, учитывающих демпфирующее влияние массива ротора турбогенератора, обеспечивает достаточную точность результатов. Об этом свидетельствует сравнение результатов расчета переходного процесса при использовании предложенных математических моделей с данными эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Казовский Е. Я.** Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. — М.—Л., Изд. АН СССР, 1962. 624 с.

2. **Соколов Н. И., Киркин Б. И.** Определение частотных характеристик синхронных машин. — «Электричество», 1962, № 1, с. 29—35.

3. **Рогозин Г. Г., Горин В. Я.** Определение частотных характеристик крупных турбогенераторов. — «Электрические станции», 1971, № 2, с. 64—69.

4. **Калюжный А. Х.** Типовые частотные характеристики и определение параметров контуров на роторе крупных турбогенераторов. — «Труды СибНИИЭ. Применение частотных методов в электроэнергетическом исследовании». Новосибирск, 1972, вып. 21, ч. 1, с. 118—132.

5. **Сидельников А. В.** О синтезе схем замещения электрических машин переменного тока по заданным частотным характеристикам. — В кн.: Теория, расчет и исследование высокоиспользованных электрических машин. М.—Л., «Наука», 1965, с. 67—78.

6. **Гамм Б. З., Калюжный А. Х., Лукашов Э. С.** Некоторые модификации операторных уравнений синхронного гене-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.313.333:621.316.726

Допустимая частота включений асинхронного двигателя при частотном управлении

Доктор техн. наук, проф. САНДЛЕР А. С., канд. техн. наук СЕРОВ А. Е.

Московский энергетический институт

Одним из главных направлений технического прогресса является совершенствование технологических процессов и повышение производительности механизмов и машин на базе автоматизированного электропривода.

Широкое применение в народном хозяйстве нашел электропривод с асинхронным короткозамкнутым двигателем, к которому по мере развития техники предъявляются все более высокие требования в отношении эффективного автоматического управления, обеспечивающего, в частности, большое число включений в час, что обусловлено работой, например, подъемно-транспортных установок, механизмов металлургической промышленности, некоторых металлорежущих станков и т. п.

Определяющими допустимую частоту включений асинхронного короткозамкнутого двигателя являются потери энергии за время переходных процессов (при пуске и торможении); уменьшением этих потерь можно увеличить частоту включений.

Как известно, значительного снижения потерь энергии при переходных процессах в асинхронном короткозамкнутом двигателе можно добиться частотным его управлением.

Оптимальное частотное управление электроприводом механизмов с напряженным графиком повторно-кратковременного режима наиболее просто реализуется с помощью статического преобразователя частоты с инвертором тока. При этом перспективным является частотно-токовое управление, где заданному току статора отвечает необходимое абсолютное скольжение.

В статье представлена методика расчета максимально допустимой частоты включения асинхронного короткозамкнутого двигателя при частотно-токовом управлении. Пуск и рекуперативное торможение двигателя в этом случае осуществляется при неизменной величине тока статора и соответствующем неизменном абсолютном скольжении с учетом насыщения. Выявляется также влияние электромагнитных процессов и несинусоидальности напряжения на выходе инвертора на допустимое число включений.

Допустимое число включений асинхронного двигателя может быть определено из уравнения теплового баланса по формуле [Л. 1]:

$$h_Q = 3600\frac{(\Delta P_н - \Delta P_у)\varepsilon + k_\beta \Delta P_н(1-\varepsilon)}{Q_п + Q_т - (\Delta P_у + k_\alpha \Delta P_н - \Delta P_н)(t_п + t_т)}, \qquad (1)$$

где $Q_п$, $Q_т$ — потери энергии при пуске и торможении, Дж; $t_п$, $t_т$ — времена пуска и торможения, с; k_α, k_β — коэффициенты ухудшения теплоотдачи соответственно при переходных процессах и паузе; $\Delta P_н$ — мощность номинальных потерь в двигателе, Вт; $\Delta P_у$ — мощность потерь при работе двигателя с установившейся скоростью, Вт; ε — относительная продолжительность включения двигателя.

Формула (1) может быть использована при любом способе управления асинхронным двигателем и, в частности, для расчета допустимой частоты включений при частотном управлении.

Если установившаяся скорость двигателя, до которой осуществляется разгон и начинается торможение, отличается от номинальной, то в (1) должны быть учтены соответствующие изменения условий теплоотдачи.

Потери энергии и времена переходных процессов определяются вначале без учета электромагнитных переходных процессов, а затем оценивается их влияние.

Потери энергии в общем случае

$$Q = \int_0^{T_с} \Delta P\, dt, \qquad (2)$$

где ΔP — мощность потерь; $T_с$ — время переходного процесса.

Мощность потерь в асинхронном двигателе можно представить в виде суммы мощностей потерь в меди статора и ротора, в стали статора от гистерезиса и вихревых токов и механических потерь:

$$\Delta P = \Delta P_{м1} + \Delta P_{м2} + \Delta P_{ст.г} + \Delta P_{ст.в.т} + \Delta P_{мех}. \qquad (3)$$

Указанные потери являются определяющими для асинхронного двигателя, возникают еще поверхностные и пульсационные потери в стали статора и ротора, а также добавочные потери, но в сумме эти дополнительные потери в среднем не более 1% от потребляемой двигателем мощности [Л. 2].

Мощность потерь в асинхронном двигателе при частотном управлении можно представить в виде функции электромагнитного момента, абсолютного скольжения и параметров асинхронного двигателя [Л. 3]:

$$\Delta P = M f_p + c_5 \Delta P_н \left(\frac{\omega}{\omega_{1н}}\right)^n, \qquad (4)$$

где

$$f_p = \left[c_1\beta + c_2\left|\beta + \alpha\left(1 + \alpha\frac{a_{ст.в.т}}{a_{ст.г}}\right)\left(c_3\beta + c_4\left|\beta\right.\right)\right]\omega_{1н};$$

ратора и их использование в расчетах электромеханических переходных процессов. — «Труды СибНИИЭ. Переходные процессы и режимы работы электроэнергетических систем». М., «Энергия», 1973, вып. 24, с. 3—11.

7. **Калюжный А. Х., Соколов Ю. В.** Аппроксимация частотных характеристик отношением заданных полиномов и определение параметров эквивалентных контуров ротора синхронных и асинхронных машин. — «Труды СибНИИЭ. Математическое обеспечение задач автоматизированных систем управления в энергетике», «Энергия», 1974, вып. 28, с. 18—29.

8. **Коган Ф. Л.** Особенности асинхронного режима высокоиспользованных турбогенераторов. — «Электричество», 1974, № 1, с. 38—43.

[1.4.1975]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$c_1 = 1 + \frac{R_1}{R'_2}(1+\tau_2)^2;\ c_2 = \left(\frac{\tau_1}{X_1}\right)^2 R_1 R'_2;$$

$$c_3 = \frac{\Delta P_н X'_2}{E^2_н m_1 R'_2} a_{ст.г};\ c_4 = \frac{\Delta P_н R'_2}{E^2_н m_1} a_{ст.г};$$

c_5 — коэффициент механических потерь;

R_1; R'_2; X_1; X'_2; $\tau_1 = \frac{X_1}{X_0}$; $\tau_2 = \frac{X'_2}{X_0}$ — параметры асинхронного двигателя; $\alpha = f_1/f_{1н}$ — частота напряжения, питающего двигатель; $\beta = f_2/f_{1н}$ — параметр абсолютного скольжения; $a_{ст.г} a_{ст.в.т}$ — коэффициенты потерь в стали от гистерезиса и от вихревых токов.

Если в (2) подставить выражение ΔP из (4) и dt из уравнения движения, то в результате преобразования

$$Q = \int_0^{\omega_c} J f_\rho \frac{M}{M - M_c} d\omega + c_5 \int_0^{T_c} \omega\, dt. \qquad (5)$$

Следовательно, потери энергии при переходных процессах представляются суммой двух интегралов: первый характеризует электромагнитные потери энергии (в обмотках и стали), а второй — механические.

При частотном управлении пуск и торможение асинхронного двигателя целесообразно производить при токе статора выше номинального значения и абсолютном скольжении ниже критического, что сопровождается насыщением магнитной цепи машины. Отсутствие учета насыщения магнитной цепи асинхронного двигателя приводит к значительному завышению электромагнитного момента и ошибочной оценке потерь энергии.

Ниже приводится методика расчета потерь энергии и времени переходных процессов в асинхронном двигателе при частотном управлении с учетом насыщения магнитной цепи машины, для чего используется универсальная кривая намагничивания в виде зависимости потока в машине от тока намагничивания при идеальном холостом ходе. В расчете не учитывается влияние электромагнитных процессов.

По универсальной кривой намагничивания найдем величину X_0 как отношение потока к н. с. Зависимость между током статора, потоком и параметрами машины

$$I_1 = k_1 f_{1н} \Phi \frac{1}{X_0} \sqrt{\frac{(X_0 + X'_2)^2 + R'^2_2/\beta^2}{1 + X'^2_2 \beta^2 / R'^2_2}} \frac{\beta}{R'_2}, \qquad (6)$$

или в относительных единицах

$$i_1 = k_\varphi f_\varphi \beta \frac{\varphi}{X_0}, \qquad (7)$$

где

$$k_\varphi = \frac{1}{\beta_н} \sqrt{\frac{1 + X'^2_2 \beta^2_н / R'^2_2}{(X_{0н} + X'_2)^2 + R'^2_2/\beta^2_н}};\ f_\varphi = \sqrt{\frac{(X_0 + X'_2)^2 + R'^2_2/\beta^2}{1 + X'^2_2 \beta^2 / R'^2_2}};$$

$$i_1 = I_{1н}/I_{1н};\ \varphi = \Phi/\Phi_н;\ X_0 = X_0/X_{0н}.$$

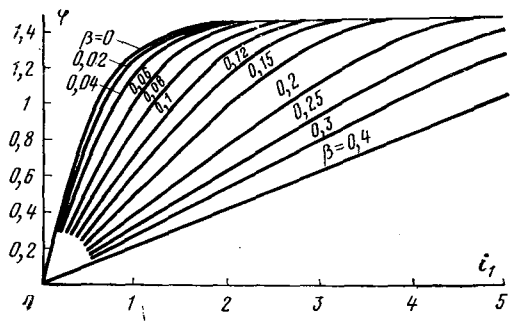


Рис. 1.

Если по заданному потоку найти величину X_0 и подставить ее в (7), можно получить зависимость потока от тока для фиксированных значений β. На рис. 1 приведены зависимости $\varphi = f(i)$ при различных β, рассчитанные для двигателя АО-32-4. Электромагнитный момент выражается через ток статора и параметры асинхронного двигателя следующей формулой:

$$M = \frac{m_1}{\omega_{1н}} X^2_0 I^2_1 \frac{R'_2/\beta}{(X_0 + X'_2)^2 + R'^2_2/\beta} \qquad (8)$$

или в относительных единицах

$$\mu = i^2_1 X^2_0 f_M k_M, \qquad (9)$$

где

$$k_M = \frac{(X_{0н} + X'_2)^2 + R^2_2/\beta^2_н}{R'_2/\beta_н};\ f_M = \frac{R'_2/\beta}{(X_0 + X'_2)^2 + R'^2_2/\beta^2}.$$

Формула (9) связывает момент с квадратом тока и может быть использована во всех областях кривой намагничивания машины, кроме той, где X_0 с ростом тока не изменяется. В последнем случае э. д. с. и ток ротора, а следовательно, и момент, соответствующие данному значению скольжения, неизменны и принимают свое наибольшее значение. Для этой области момент, выраженный через квадрат потока равен:

$$\mu = \varphi^2 \frac{\beta}{\beta_н} \frac{1 + X'^2_2 \beta^2_н / R'^2_2}{1 + X'^2_2 \beta^2 / R'^2_2}. \qquad (10)$$

На рис. 2 для двигателя АО-32-4 приведены зависимости $\mu = f(\beta)$ при фиксированных значениях тока статора с учетом насыщения магнитной цепи машины, из которых видно, что каждому значению тока статора соответствует определенная величина $\beta_{опт}$, отвечающая максимуму электромагнитного момента.

Для расчета потерь мощности с учетом насыщения магнитной цепи необходимо при определении f_p учитывать изменение X_0 с ростом тока статора

$$f_p(X_0) = \left[c_{12}\beta + \alpha\left(1 + \alpha \frac{a_{ст.в.т}}{a_{ст.г}}\right)(c_3\beta + c_4/\beta)\right]\omega_{1н}, \qquad (11)$$

где

$$c_{12} = 1 + [(X_0 + X'_2) + R'^2_2/\beta^2] \frac{R_1}{R'_2 X^2_0}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

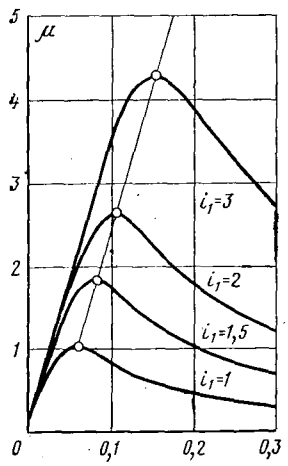


Рис. 2.

Следует иметь в виду, что дальнейшее увеличение тока не приводит к росту момента. Поэтому выражение (4) должно быть скорректировано дополнительной составляющей потерь мощности, которая с увеличением тока статора возрастает, при этом время переходных процессов, определяемой величиной электромагнитного момента, не сокращается.

Необходимо подчеркнуть, что при питании асинхронного двигателя от инвертора тока потери мощности, энергии а также время переходных процессов рассчитываются из условия постоянства тока статора двигателя. Параметр абсолютного скольжения также поддерживается постоянным и таким, чтобы отношение момента к квадрату тока статора было бы максимальным. Абсолютное скольжение, соответствующее максимальному отношению момента к квадрату тока статора, может быть найдено по характеристикам для различных типов двигателей, представленным на рис. 3. Как показали расчеты, проведенные для асинхронных двигателей разных типов и мощностей, зависимости $\beta_{опт}=f(i_1)$ и $\mu=f_1(i_1)$ прямолинейны (рис. 3), и для получения $\beta_{опт}=f_1(i_1)$ достаточно определить абсолютное скольжение для двух-трех значений тока и провести прямую, соединяющую эти точки.

Подстановкой $\beta_{опт}$ в выражения (6)—(11) находятся величины тока, момента и потерь мощности с учетом насыщения магнитной цепи при максимальном отношении момента к квадрату тока.

Если ток статора и $\beta_{опт}$ постоянны в переходных процессах, то усредненные значения момента и потока также будут постоянными. Поэтому потери энергии в переходных процессах легко определяются по формуле:

$$Q_{п(т)}=\frac{J\omega^2_{1н}}{M\mp M_с}M\int_{\alpha_0}^{\alpha=1} f_p d\alpha. \qquad (12)$$

При $\alpha_0\approx 0$ и $a_{ст.в.т}/a_{ст.г}\approx 0{,}5$

$$Q_{п(т)}=\frac{\omega^2_{1н}}{M\mp M_с}Mf'_p, \qquad (13)$$

где

$$f'_p=c_{12}\beta_{опт}+\frac{2}{3}c_3\beta_{опт}+\frac{2}{3}c_4/\beta_{опт},$$

а время

$$t_{п(т)}=J\frac{\omega_{1н}}{M\mp M_с}. \qquad (14)$$

В формулах (12) и (13) знак «плюс» при моменте сопротивления относится к режиму торможения.

Зная величины потерь и времени в переходных процессах, по формуле (1) можно найти допустимое число включений асинхронного двигателя.

На рис. 4 приведена кривая допустимой частоты включений асинхронного двигателя типа АО-32-4, рассчитанная для номинального момента сопротивления, при $\varepsilon=0{,}25$, $\beta=\beta_{опт}$, и токе статора $i_1=1{,}6$, одинаковом при частотном пуске и частотном торможении.

Допустимая частота включения ограничена условиями нагрева и динамическими возможностями асинхронного двигателя. При нагреве допустимая частота включения определяется из формул (1). Динамические возможности двигателя накладывают ограничения вида

$$h_t\leqslant\frac{3600}{T_ц}, \qquad (15)$$

где время цикла $T_ц=t_п+t_у+t_т+t_0$; $t_п$, $t_т$, $t_у$, t_0 — соответственно время пуска, торможения, установившегося режима и паузы.

Для сравнительно малых токов статора при пуске и торможении, меньших $I_1=(1{,}3\div 1{,}4)I_н$, величина h_Q оказывается большой, однако при этом динамический момент двигателя невелик, вследствие чего время переходного процесса, а следовательно, и время цикла большие, что значительно снижает величину h_t.

Наибольшая допустимая частота включений асинхронного двигателя может быть определена графически — в месте пересечения кривых ограничения по времени переходного процесса и по нагреву, т. е. когда $h_Q=h_t=h_{max}$.

Из рис. 4 следует, что по этому условию при $\varepsilon=0{,}25$ для двигателя АО-32-4 и $M_с=M_н$ значение $h_{max}=496$ вкл/ч.

Таким образом, может быть предложен следующий порядок расчета допустимой частоты включений асинхронного двигателя при частотном управлении с учетом насыщения его магнитной цепи: по универсальной кривой намагничивания находят $X_0=f(\varphi)$; затем наносят семейство характеристик $\varphi=f(i_1)$ при заданных значениях параметра β; для двух-трех значений тока статора строят кривые $\mu=f(\beta)$ и по ним получают зависимости $\mu=f(i_1)$ и

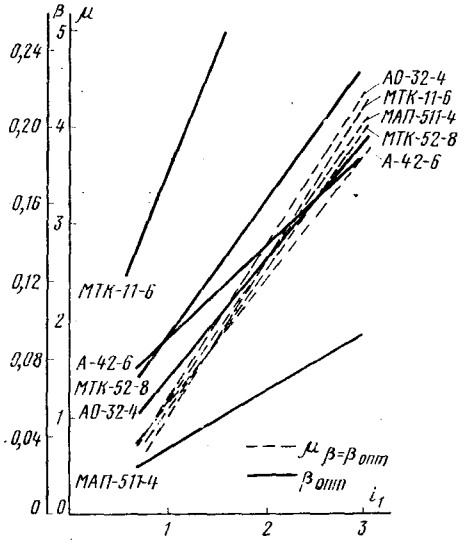


Рис. 3.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

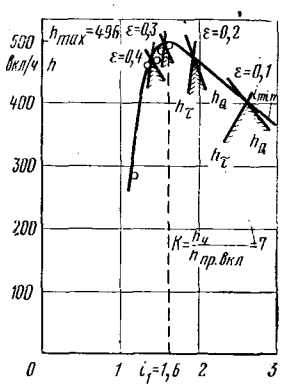


Рис. 4.

$\beta_{опт}=f(i_1)$; по найденным значениям электромагнитного момента и функции потерь f'_P рассчитывают потери энергии при пуске и торможении $Q_л$ и $Q_т$; по величине электромагнитного момента определяют времена пуска и торможения $t_п$ и $t_т$; для разных значений тока статора в соответствии с величинами потерь энергии и временем переходных процессов по формуле (1) находят допустимую частоту включений h_Q; располагая величиной ε и полученным временем переходного процесса определяют частоту включений h_t; по точке пересечения зависимостей h_Q и h_t фиксируют число включений в час асинхронного электропривода и оптимальную при этом величину тока статора.

Представляет интерес определение влияния электромагнитных переходных процессов в асинхронном двигателе на допустимую частоту включений. Для этого необходимо исследовать систему дифференциальных уравнений асинхронного двигателя, питаемого от инвертора тока [Л. 4].

С помощью аналоговых вычислительных машин были исследованы системы дифференциальных уравнений для асинхронных двигателей АО-32-4 и МАП-511-4. В результате моделирования были найдены токи, моменты, потери энергии и значения времени при частотных пусках и торможениях с номинальной и равной нулю нагрузками и моментами инерции ΣJ, равными для двигателя АО-32-4 $2J_д$ и $13{,}5J_д$, а для МАП-511-4 $3{,}6J_д$.

Величины момента, потерь энергии и длительности переходных процессов при различных значениях тока статора, полученные в результате моделирования, сравнивали с аналогичными величинами, определенными без учета влияния электромагнитных переходных процессов по произведенным выше формулам.

На рис. 5 построены кривые, полученные расчетным путем (сплошные линии), и по результатам моделирования (показаны пунктиром) с учетом влияния электромагнитных переходных процессов расчетные значения потерь энергии несколько выше. Однако расхождение незначительно, и им можно пренебречь при определении допустимой частоты включений асинхронного двигателя.

Допустимые частоты включений были аналитически найдены для двигателей: АО-32-4, $P_н$=1 кВт; А-42-6, $P_н$=1,7 кВт; МТК-11-6, $P_н$=2,2 кВт; МТК-52-8, $P_н$=28 кВт; МАП-511-4, $P_н$=45 кВт при частотных пусках и частотных торможениях с рекуперацией энергии в сеть. Эти рассчитанные значения сравнивали с величинами допустимых частот включения для тех же двигателей при прямых пусках и торможениях противовключением. В результате применения частотного управления допустимая частота включений увеличилась для двигателей:

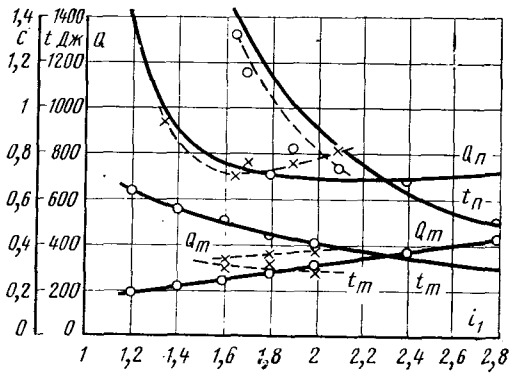


Рис. 5.

АО-32-4 в 7, А-42-6 в 7,2, МТК-11-6 в 2,7 МТК-52-8 в 5 и МАП-511-4 в 6,4 раза.

Как было указано выше, ток при частотном торможении принимался равным току при частотном пуске. Если ток при пуске асинхронного двигателя взять из условия минимума пусковых потерь (по рис. 5), а ток при торможении — близким к номинальному, то допустимая частота включений может быть несколько повышена.

На рис. 4 для двигателя типа АО-32-4 показана кривая допустимого числа включений асинхронного двигателя, рассчитанная по предложенным формулам, и отмечена точками частота включения, полученная на экспериментальной установке для различных токов статора, при которых асинхронный двигатель нагревался до допустимой для данного класса изоляции температуры.

Результаты эксперимента подтвердили правомерность предложенных выше аналитических выражений по определению допустимой частоты включений асинхронного двигателя.

Выводы. 1. Исследования на аналоговых вычислительных машинах электромагнитных процессов при питании асинхронного двигателя от инвертора тока показывают практическую возможность расчета потерь энергии и времени переходных процессов без учета влияния электромагнитных процессов.

2. В результате частотного управления допустимое число включений асинхронного двигателя значительно увеличивается.

3. Несинусоидальность напряжения, питающего двигатель, существенно не сказывается на допустимой частоте включения, что подтверждено экспериментально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петров И. И., Мейстель А. М.** Специальные режимы работы асинхронного электропривода. М., «Энергия», 1968. 263 с.

2. **Сандлер А. С., Сарбатов Р. С.** Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. М., «Энергия», 1974. 328 с.

3. **Булгаков А. А.** Частотное управление асинхронными электродвигателями. Изд. АН СССР, 1955. 215 с.

4. **Сандлер А. С., Серов А. Е.** Дифференциальные уравнения асинхронного двигателя при частотном управлении с учетом насыщения магнитной цепи. — «Труды Ташкентского политехнического института», 1973, вып. 101.

[13.9.1974]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.314.26

Первичные токи и энергетические соотношения преобразователя частоты с непосредственной связью

Канд. техн. наук ЖЕМЕРОВ Г. Г., КОЛЯНДР И. Л.

Харьков

Электромагнитные процессы в преобразователе частоты с непосредственной связью при допущении бесконечно большого числа пульсаций в кривой выходного напряжения рассмотрены в [Л. 1]. Это позволило установить ряд общих закономерностей, присущих преобразователям частоты с непосредственной связью. Однако такое допущение вносит определенную погрешность при расчетах. В статье дается анализ первичных токов и энергетических соотношений в преобразователе частоты с непосредственной связью при конечном числе пульсаций, причем основное внимание уделяется двум вопросам: справедливости закономерностей, полученных при допущении бесконечно большого числа пульсаций применительно к преобразователю с конечным числом пульсаций; уточнению расчетных формул и кривых.

Принимаются следующие допущения:

тиристоры идеальны;

уравнительный ток между вентильными группами равен нулю;

ток нагрузки синусоидален;

активное сопротивление обмоток трансформатора равно нулю.

Будем рассматривать преобразователь частоты, снабженный фазосмещающим устройством с арккосинусоидальной фазовой характеристикой:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arcsin e^*_y, \qquad (1)$$

где α — угол управления; e^*_y — напряжение управления в долях амплитуды опорного напряжения.

Напряжение управления принимаем синусоидальным:

$$e^*_y = \nu \sin\left(\frac{\omega_0}{p} t + \varphi_2\right), \qquad (2)$$

где $\nu \leqslant 1$ — амплитуда напряжения управления в долях амплитуды опорного напряжения; $\omega_0 = 2\pi f_0$ — круговая частота питающей сети; φ_2 — угол сдвига тока нагрузки относительно кривой напряжения управления.

Параметр p равен отношению частоты сети к частоте на выходе преобразователя, т. е.

$$p = \frac{f_0}{f_2} = \frac{\omega_0}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_0}, \qquad (3)$$

где f_0, ω_0, T_0 — соответственно частота, круговая частота и период напряжения сети; f_2, ω_2, T_2 — то же на выходе преобразователя.

На рис. 1 приведена эквивалентная схема, к которой приводятся реальные схемы преобразователей. Число пульсаций за период напряжения сети равно числу вентильных обмоток m, а число фаз на выходе m_2. Индуктивность рассеяния питающего трансформатора заменена индуктивностью x^*, включенной последовательно с вентильной обмоткой.

Базисные величины. За базисный ток принимаем амплитуду номинального значения синусоидального тока нагрузки $I_{m2н}$. Амплитуда основной гармоники выходного напряжения в режиме холостого хода при $p \to \infty$ из [Л. 2]

$$U_{120\,max} = \frac{\sin\frac{\pi}{m}}{\pi/m} E_{ma}\nu, \qquad (4)$$

где $E_{m\,a}$ — амплитуда анодного напряжения.

За базисное напряжение примем амплитуду напряжения холостого хода преобразователя при $\nu = 1$ E_{d0}.

Коэффициент трансформации определяем следующим образом:

$$k_{тр} = U_{m1}/E_{m\,a}, \qquad (5)$$

где U_{m1} — амплитуда фазного напряжения питающей сети.

В общем случае коэффициент трансформации схемы не равен отношению чисел витков первичной и вторичной обмоток питающего трансформатора, хотя для эквивалентной схемы (рис. 1) такое равенство справедливо.

Индуктивное сопротивление рассеяния также целесообразно выразить в относительных единицах. Известно, что

$$x = e_к \frac{U_{2ф}}{I_{2ф.н}}, \qquad (6)$$

где $U_{2ф}$ — фазное напряжение вентильной обмотки; $I_{2ф.н}$ — номинальный ток вентильной обмотки; $e_к$ — напряжение короткого замыкания в относительных единицах.

Разделив обе части равенства (6) на $E_{d0}/I_{m2н}$, получим:

$$x^* = e_к \frac{U^*_{2ф}}{I^*_{2ф.н}}. \qquad (7)$$

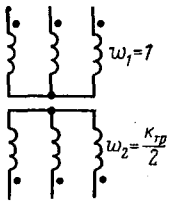
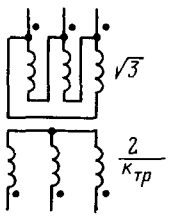
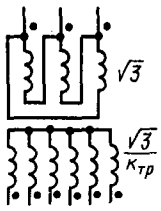
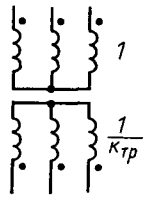
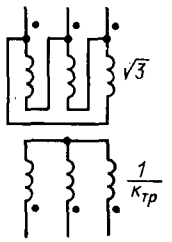
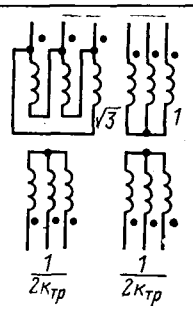
В таблице приведены параметры, необходимые при переходе от реальной схемы к эквивалентной, а также некоторые параметры, входящие в расчетные формулы, причем амплитуда напряжения холостого хода преобразователя при $\nu = 1$ принята одинаковой для всех силовых схем, что учитывается $k_{тр.э}$.

Связь между первичными и вторичными токами трехфазно- и m_2-фазного преобразователя описывается уравнениями, аналогичными полученным при бесконечно большом числе пульсаций [Л. 1]:

$$\left.\begin{aligned} i^{(m_2)}_{1A} &= \frac{2}{3k_{тр.э}} \sum_{n=1}^{m_2} |i_{2n}| \cos\sigma_k; \\ i^{(m_2)}_{1B} &= \frac{2}{3k_{тр.э}} \sum_{n=1}^{m_2} |i_{2n}| \cos\left(\sigma_k - \frac{2\pi}{3}\right); \\ i^{(m_2)}_{1C} &= \frac{2}{3k_{тр.э}} \sum_{n=1}^{m_2} |i_{2n}| \cos\left(\sigma_k - \frac{4\pi}{3}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

где i_1, i_2 — мгновенное значение соответственно первичного тока и тока нагрузки преобразователя;

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Номер п/п.	Тип вентильной группы преобразователя	Схема соединения обмоток трансформатора	Параметр, необходимый для перехода от реальной к эквивалентной схеме							
			$\frac{w_1}{w_2}$	$k_{тр.э}$	$I^*_{2ф.н}$	$U^*_{2ф.н}$	x^*	σ_0	$E^*_{ma}=\frac{E_{ma}}{E_{d_0}}$	b
1.	$m=3$ нулевая		$\frac{k_{тр}}{2}$	$\frac{k_{тр}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$	$\frac{2\pi}{3}e_к$	0 (полож.) $\frac{\pi}{3}$ (отриц.)	$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$	$\frac{2\pi}{3}$
2.	$m=3$ нулевая		$\frac{\sqrt{3}k_{тр}}{2}$	$\frac{k_{тр}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$	$\frac{2\pi}{3}e_к$	$-\frac{\pi}{6}$ (полож.) $\frac{\pi}{6}$ (отриц.)	$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$	$\frac{2\pi}{3}$
3.	$m=6$ нулевая		$k_{тр}$	$\frac{k_{тр}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{\sqrt{3}}e_к$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
4.	$m=6$ мостовая		$k_{тр}$	$\frac{k_{тр}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{6}}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}e_к$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$
5.	$m=6$ мостовая		$\sqrt{3}k_{тр}$	$\frac{k_{тр}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{6}}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}e_к$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$
6.	$m=12$ два моста последовательно		$2\sqrt{3}k_{тр}$ $2k_{тр}$	$\frac{4\sin\frac{\pi}{12}k_{тр}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\pi}{6\sqrt{6}}$	$\frac{\pi}{6\sqrt{2}}e_к$	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12\sin\frac{\pi}{12}}$	$\frac{\pi}{6\sqrt{2}}$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

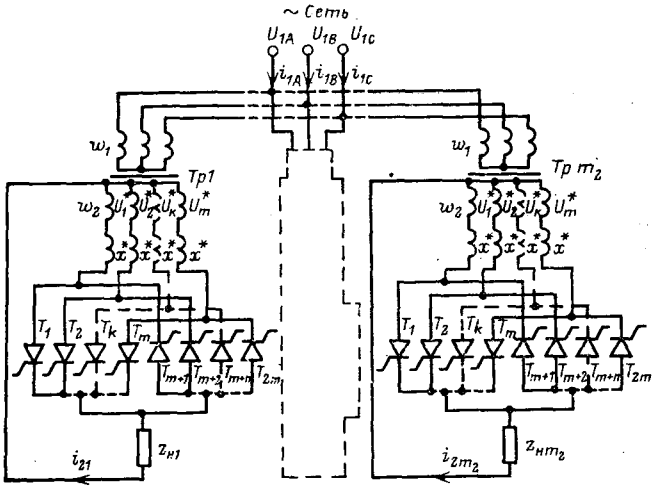


Рис. 1. Эквивалентная схема преобразователя частоты.

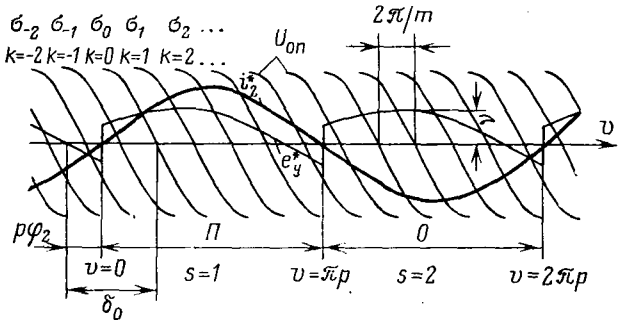


Рис. 2. К определению текущего значения угла.

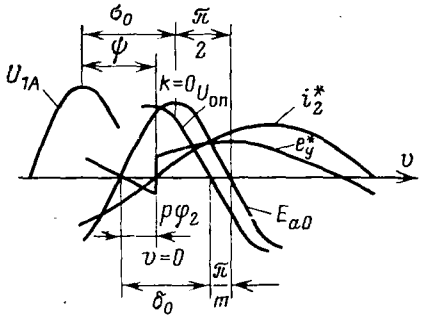


Рис. 3. Сдвиг начала отсчета относительно максимума фазы питающей сети.

σ_k — угол сдвига анодного напряжения проводящего ток вентиля, соответствующего k-му опорному напряжению, относительно напряжения фазы A питающей сети.

В отличие от преобразователя с бесконечно большим числом пульсаций, в котором текущее значение σ изменяется монотонно, в преобразователе с конечным числом пульсаций угол σ принимает лишь некоторые фиксированные значения. Скачкообразное изменение угла σ соответствует моментам включений тиристоров и моментам окончаний коммутаций тока.

Определение текущих значений угла σ при включении тиристоров иллюстрируется рис. 2, где значения всех углов даны при сетевой частоте. На рис. 2 принято, что опорная синусоида с номером $k=0$ соответствует анодному напряжению, сдвинутому относительно напряжения фазы A питающей сети на угол σ_0. Значение угла σ, соответствующие другим опорным синусоидам, определяем из соотношения

$$\sigma_k = \sigma_0 + \frac{2\pi}{m} k. \qquad (9)$$

Начало оси абсцисс на рис. 2 совпадает с нулем тока нагрузки. Напряжение управления опережает ток нагрузки на угол φ_2, что соответствует углу $p\varphi_2$ при частоте сети. Угол сдвига нуля напряжения управления относительно нуля опорной синусоиды с номером $k=0$ обозначен через δ_0. Этот угол может принимать произвольные значения в диапазоне от 0 до 2π.

Кривые, представленные на рис. 2, строго говоря, справедливы при четном числе пульсаций в кривой выходного напряжения. При $m=3$ опорные напряжения в положительном и отрицательном полупериодах выходного напряжения не совпадают, вследствие чего значения угла σ_0 для них также отличаются (см. табл. 1).

При построении кривых мгновенных значений первичных токов необходимо знать угол сдвига нуля оси абсцисс относительно максимума напряжения фазы A питающей сети. Учитывая, что анодное напряжение отстает от соответствующей опорной синусоиды на π/m, определим этот угол по рис. 3:

$$\psi = \delta_0 - p\varphi_2 + \frac{\pi}{m} - \frac{\pi}{2} - \sigma_0. \qquad (10)$$

Положительному значению угла ψ соответствует отставание максимума кривой U_{1A} от начала оси абсцисс.

Основные этапы анализа первичных токов и энергетических соотношений при конечном числе пульсаций: определение периода повторяемости первичных токов; расчет абсцисс включения тиристоров; определение мгновенных значений первичных токов; расчет средних, действующих значений и значений основных гармоник первичных токов; расчет составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов.

Наиболее сложную задачу представляет собой определение мгновенных значений первичных токов. Сложность связана с тем, что соотношения для мгновенных значений токов изменяются в зависимости от состояния силовой схемы: внекоммутационный период, интервал с одной коммутацией, интервал с двумя коммутациями. Кроме этого, в преобразователе с многофазным выходом первичный ток имеет m_2 составляющих, каждая из которых создается одной из фаз нагрузки и изменяется независимо от других, поскольку влияние фаз друг на друга через питающую сеть не учитывается.

Получение математических выражений для первичных токов в общем виде затруднено. В связи с этим расчеты целесообразно выполнять с помощью ЦВМ.

При четном числе пульсаций вентильной группы период повторяемости определяется по соотношениям и алгоритмам, приведенным в [Л. 1]. Если m

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

нечетное, то положительный и отрицательный полупериоды тока нагрузки становятся неэквивалентными, и период повторяемости удлиняется.

В трехфазно-однофазном и трехфазно-двухфазном преобразователях

$$r^{(m_2)}=q/p, \tag{11}$$

где $r^{(m_2)}$ — число периодов тока нагрузки, содержащееся в периоде повторяемости; q — число периодов напряжения питающей сети, содержащееся в периоде повторяемости.

В трехфазно-трехфазном преобразователе

$$r^{(3)}=3q/p, \tag{12}$$

где r — число периодов повторяемости тока нагрузки.

В соответствии с рис. 2 абсциссы включения тиристоров трехфазно-однофазного преобразователя могут быть получены как корни трансцендентного уравнения

$$\nu\sin\left[\frac{\vartheta}{p}+\varphi_2-\pi(s-1)\right]= =-\sin\left(\vartheta-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k\right); \tag{13}$$

для трехфазно-двухфазного

$$\nu\sin\left[\frac{\vartheta}{p}+\varphi_2+\frac{\pi}{2}n_2-\pi(s-1)\right]= =-\sin\left(\vartheta-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k\right); \tag{14}$$

для трехфазно-трехфазного

$$\nu\sin\left[\frac{\vartheta}{p}+\varphi_2+\frac{2\pi}{3}n_2-\pi(s-1)\right]= =-\sin\left(\vartheta-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k\right), \tag{15}$$

где k — номер опорной синусоиды; s — номер полупериода тока нагрузки;

$$n_2=\begin{cases}0-\text{для фазы } 1 \text{ нагрузки};\\ 1-\text{для фазы } 2;\\ 2-\text{для фазы } 3.\end{cases}$$

Разработка алгоритмов определения периода повторяемости и абсциссы включения при гладкой кривой напряжения управления не представляет трудностей. Специальный алгоритм необходим для определения абсцисс включения в моменты скачкообразного изменения напряжения управления (рис. 2), так как в эти моменты кривая напряжения управления может одновременно пересекать несколько опорных синусоид. Если в момент включения вентильной группы напряжение управления меньше, чем напряжение опорной синусоиды (такой случай показан на рис. 2) принимаем, что в интервале от момента включения вентильной группы до очередной k-й абсциссы включения проводит тиристор, соответствующий $(k-1)$-й опорной синусоиде.

Угол коммутации тока, соответствущий абсциссе включения тиристора ϑ_k, определяется из следующего соотношения:

$$\int_{\vartheta_k}^{\vartheta_k+\gamma_k}(u^*_k-u^*_{k-1})\,d\vartheta=2x^*\frac{|i^*_{2(\vartheta_k)}|+|i^*_{2(\vartheta_k+\gamma_k)}|}{2}, \tag{16}$$

где u^*_k, u^*_{k-1} — анодные напряжения тиристоров.

Из рис. 2

$$u^*_k=E^*_{ma}\sin\left(\frac{m-1}{m}\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta\right), \tag{17}$$

где E^*_{ma} — из табл. 1.

Подставив в (16) значение u^*_k из (17) и значение тока нагрузки

$$i^*_2=I^*_{m2}\sin\frac{\vartheta}{p}, \tag{18}$$

получим расчетную формулу для определения угла коммутации:

$$2\sin\frac{\pi}{m}\left[\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta_k\right)-\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta_k+\gamma_k\right)\right]= =I^*_{m2}be_k\left(\left|\sin\frac{\vartheta_k}{p}\right|+\left|\sin\frac{\vartheta_k+\gamma_k}{p}\right|\right), \tag{19}$$

где b — из табл. 1.

Перейдем к определению мгновенных значений первичных токов. Из (8), (9) и (18)

$$i^*_{1A,\,B,\,C}=\frac{2}{3k_{\text{тр.э}}}I^*_{m2}\left|\sin\frac{\vartheta}{p}\right|\cos\left(\sigma_0+\frac{2\pi}{m}k-\frac{2\pi}{3}n_1\right), \tag{20}$$

где

$$n_1=\begin{cases}0-\text{для фазы } A \text{ сети};\\ 1-\text{для фазы } B;\\ 2-\text{для фазы } C.\end{cases}$$

Соотношение (20) справедливо для значений ϑ, лежащих во внекоммутационном интервале $(\vartheta_k+\gamma_k,\ \vartheta_{k+1})$. Мгновенное значение первичного тока в интервале с одной коммутацией определяется как сумма токов, создаваемых токами тиристоров с номерами k и $k-1$. Эти токи находим, решив уравнения коммутации:

$$i^*_{k-1}+i^*_k=i^*_2; \tag{21}$$

$$u^*_k-u^*_{k-1}=x^*\frac{di^*_k}{d\vartheta}-x\frac{di^*_{k-1}}{d\vartheta}. \tag{22}$$

Из (17), (18), (21) и (22)

$$i^*_{k\vartheta}=\frac{E^*_{ma}}{x^*}\sin\frac{\pi}{m}\left[\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta_k\right)-\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta\right)\right]+ +\frac{(-1)^{s-1}}{2}I^*_{m2}\left(\sin\frac{\vartheta}{p}-\sin\frac{\vartheta_k}{p}\right); \tag{23}$$

$$i^*_{1A,\,B,\,C}=\frac{2}{3k_{\text{тр.э}}}\left\{(-1)^{s-1}I^*_{m2}\sin\frac{\vartheta}{p}\cos\left[\sigma_0+\frac{2\pi}{m}(k-1)-\frac{2\pi}{3}n_1\right]-\sin\frac{\pi}{m}\sin\left(\sigma_0+\frac{2\pi}{m}k-\frac{\pi}{m}-\frac{2\pi}{3}n_1\right)\left[\frac{E^*_{ma}}{x^*}\sin\frac{\pi}{m}\left[\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta_k\right)-\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta\right)\right]+ +\frac{(-1)^{s-1}}{2}I^*_{m2}\left(\sin\frac{\vartheta}{p}-\sin\frac{\vartheta_k}{p}\right)\right]\right\}. \tag{24}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Полученное соотношение является расчетным.

Первичный ток в интервале с двумя коммутациями

$$i^*_{1A,B,C\text{II}}=\frac{2}{3k_{\text{тр.э}}}\left\{i^*_{k-2}\cos\left[\sigma_0-\frac{2\pi}{m}(k-2)-\frac{2\pi}{3}n_1\right]+\right.$$
$$+i^*_{k-1}\cos\left[\sigma_0-\frac{2\pi}{m}(k-1)-\frac{2\pi}{3}k_1\right]+$$
$$\left.+i^*_k\cos\left(\sigma_0-\frac{2\pi}{m}k-\frac{2\pi}{3}n_1\right)\right\}, \qquad (25)$$

где i^*_k определяется по (23):

$$i^*_{k-1}=\frac{(-1)^{s-1}}{2}I^*_{m2}\left(\sin\frac{\vartheta_k}{p}-\sin\frac{\vartheta_{k-1}}{p}\right)+$$
$$+\frac{E^*_{ma}\sin\frac{\pi}{m}}{x^*}\left\{\sin\left[\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}(k-1)+\right.\right.$$
$$\left.+\vartheta_{k-1}\right]-\sin\left[\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}(k-1)+\vartheta\right]-$$
$$-\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta_k\right)+$$
$$\left.+\sin\left(\pi-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}k+\vartheta\right)\right\}; \qquad (26)$$

$$i^*_{k-2}=(-1)^sI^*_{m2}\sin\frac{\vartheta}{p}-\frac{E^*_{ma}}{x^*}\sin\frac{\pi}{m}\left\{\sin\left[\pi-\right.\right.$$
$$\left.-\delta_0+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}(k-1)+\vartheta_{k-1}\right]-\sin\pi-\delta_0+$$
$$\left.+p\varphi_2-\frac{2\pi}{m}(k-1)+\vartheta\right\}-$$
$$-\frac{(-1)^{s-1}}{2}I^*_{m2}\left(\sin\frac{\vartheta}{p}-\sin\frac{\vartheta_{k-1}}{p}\right). \qquad (27)$$

Расчет мгновенных значений первичных токов производится в следующей последовательности: для заданного значения определяем тип интервала и значение k в каждой из фаз нагрузки; в зависимости от типа интервала по одной из формул (20), (24) и (25) определяем составляющие первичных токов, создаваемые каждой из фаз нагрузки, причем для второй и третьей фаз должен быть учтен сдвиг тока нагрузки на угол $\frac{\pi}{m_2}n_2$; просуммировав составляющие, получаем мгновенные значения первичных токов.

По мгновенным значениям нетрудно рассчитать средние и действующие значения:

$$I^{(m_2)}_{\text{ср1}A,B,C}=\frac{m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}i^{(m_2)*}_{1A,B,C}\,d\vartheta; \qquad (28)$$

$$I^{(m_2)*}_{\text{д1}A,B,C}=\sqrt{\frac{m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}i^{(m_2)*2}_{1A,B,C}\,d\vartheta}. \qquad (29)$$

Действующее значение основной гармоники первичного тока

$$I^{(m_2)*}_{11A,B,C}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{a^{(m_2)*2}_{1A,B,C}+b^{(m_2)*2}_{1A,B,C}} \qquad (30)$$

где

$$a^{(m_2)*}_{1A,B,C}=\frac{2m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}i^{m_2*}_{1A,B,C}\cos\vartheta d\vartheta; \qquad (31)$$

$$b^{(m_2)*}_{1A,B,C}=\frac{2m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}i^{(m_2)*}_{1A,B,C}\sin\vartheta d\vartheta. \qquad (32)$$

При конечном числе пульсаций точная формула для активной мощности может быть получена через мгновенное значение первичного тока

$$P_{\text{a1}A,B,C}=\frac{m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}u_{1A,B,C}i^{(m_2)}_{1A,B,C}d\vartheta. \qquad (33)$$

Разделив обе части (33) на $E_{d0}I_{m2\text{п}}$ с учетом угла сдвига между напряжением сети и нулем оси абсцисс (10), получим выражение для активной мощности (в отн. ед.):

$$P^*_{\text{a1}A,B,C}=\frac{m_2}{p\pi r^{(m_2)}}\int_0^{p\frac{\pi}{m_2}r^{(m_2)}}\frac{\pi k_{\text{тр.э}}}{m\sin\frac{\pi}{m}}\cos\left(\vartheta-\psi-\right.$$
$$\left.-\frac{2\pi}{3}n_1\right)i^{(m_2)*}_{1A,B,C}d\vartheta, \qquad (34)$$

где $k_{\text{тр.э}}$ — коэффициент трансформации эквивалентной схемы; ψ определяется по (10).

Суммарная активная мощность

$$P_{\text{a1}\Sigma}=\sum_{ABC}P^*_{\text{a1}A,B,C}. \qquad (35)$$

Кажущаяся мощность на первичной стороне

$$S^*_1=\frac{\sqrt{3}\pi k_{\text{тр.э}}}{m\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{m}}\sqrt{\sum_{ABC}I^{(m_2)*2}_{11A,B,C}}. \qquad (36)$$

Полная мощность

$$P^*_{\text{п}}=\frac{\sqrt{3}\pi k_{\text{тр.э}}}{m\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{m}}\sqrt{\sum_{ABC}I^{(m_2)*2}_{\text{д1}A,B,C}}, \qquad (37)$$

где $P^*_{\text{п}}=\sqrt{S^{*2}_1+P^{*2}_{\text{и}}}$ ($P^*_{\text{и}}$ — мощность искажения).

Коэффициент искажения первичного тока каждой из фаз

$$k_{\text{и}A,B,C}=\frac{I^{(m_2)*}_{11A,B,C}}{I^{(m_2)*}_{\text{д1}A,B,C}}. \qquad (38)$$

Мощность искажения в фазах питающей сети

$$P_{\text{и1}A,B,C}=\frac{\sqrt{1-k^2_{\text{и}A,B,C}}}{k_{\text{и}A,B,C}}S^*_{1A,B,C}. \qquad (39)$$

Реактивную мощность находим через кажущуюся и активную мощности:

$$P_{\text{p1}}=\sqrt{S^{*2}_1-P^{*2}_{\text{a1}}}. \qquad (40)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Коэффициент сдвига

$$k_c = \frac{P^*_{a1}}{S^*_1}. \quad (41)$$

Коэффициент мощности

$$k_м = \frac{P^*_{a1}}{P^*_{п1}}. \quad (42)$$

В тех случаях, когда первичные токи несимметричны, значения реактивной мощности, коэффициентов искажения и сдвига должны быть рассчитаны как для отдельных фаз сети, так и суммарные для всех трех фаз.

Суммарный коэффициент искажения

$$k_{и1} = \frac{S^*_1}{\sqrt{S^{*2}_1 + P^{*2}_{и1}}}. \quad (43)$$

Анализ результатов расчетов. Первичные токи преобразователя с конечным числом пульсаций, как следует из расчетов, искажены в большей степени, чем при бесконечно большом числе пульсаций. Кривые, иллюстрирующие изменение коэффициента искажения первичных токов трехфазно-однофазного преобразователя представлены на рис. 4. Характер зависимости коэффициента искажения от параметров ν и φ_2 такой же, как в преобразователе с бесконечно большим числом пульсаций [Л. 1], однако коэффициент искажения меньше. С достаточно высокой точностью кривые, представленные на рис. 4, могут быть получены путем умножения значений коэффициента искажения преобразователя с бесконечно большим числом пульсаций на значение коэффициента искажения первичного тока выпрямителя с таким же числом пульсаций. При $e_к=0$ коэффициенты искажения первичных токов трех-, шести- и двенадцатипульсного выпрямителей соответственно равны 0,827; 0,955; 0,989. Кривые (рис. 4) рассчитаны по соотношению (43) и справедливы для любого p. Коэффициенты искажения первичных токов отдельных фаз при значениях p, кратных двум, отличаются от полученных значений, причем наибольшее отличие (до 15%) при $p=2$.

Суммарный коэффициент искажения шестипульсного трехфазно-двухфазного преобразователя находится в пределах от 0,95 до 0,98, а шестипульсного трехфазно-трехфазного — от 0,96 до 0,99.

Так же, как и при бесконечно большом числе пульсаций, при $m \neq \infty$ средние значения первичных токов отличны от нуля в том случае, если $p=2km_2$, где $k=1, 2, 3, \ldots$, причем значения и закон изменения средних значений не зависят от m (с точностью до 5%). Условием равенства средних значений первичных токов при различных значениях является равенство параметров p, ν, φ_2 и углов ψ, которые определяются по (10), а также равенство коэффициентов трансформации эквивалентных схем. Анализ расчетов показывает, что действующие значения первичных токов трехфазно-однофазного преобразователя не зависят от параметров m, ν, φ_2, σ, δ и определяются из соотношения

$$I_{д1} = \frac{1}{3k_{тр.э}} I_{max2} = \frac{0{,}4714}{k_{тр.э}} I_{д2}, \quad (44)$$

p — дробное число.

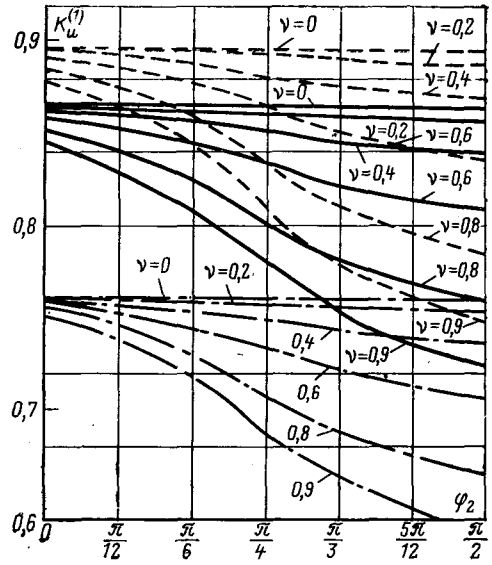


Рис. 4. Коэффициент искажения первичного тока.
– – – – m=12; ——— m=6; — · — · — · — m=3.

Точность соотношения (44) при m=3, 6, 12; $e_к \leqslant 0{,}1$ не хуже 5%.

Если p — целое число, появляется асимметрия действующих значений первичных токов, причем характер асимметрии при различных значениях m одинаков для совпадающих значений p, ν, φ_2, ψ. Сумма квадратов действующих значений первичных токов связана соотношением

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{I^2_{д1A} + I^2_{д1B} + I^2_{д1C}} = \frac{1}{3k_{тр.э}} I_{max}, \quad (45)$$

(p — целое число).

В преобразователях с многофазным выходом характер зависимости действующих значений первичных токов от параметров ν, φ_2 и условия появления асимметрии в фазах сети такие же, как при бесконечно большом числе пульсаций. На рис. 5 приведены кривые, иллюстрирующие зависимость действующих значений первичных токов шестипульсного преобразователя при значениях p, не кратных m_2. Если p кратно m_2, то действующие значения разных фаз неодинаковы и связаны между собой соотношением

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{I^2_{д1A} + I^2_{д1B} + I^2_{д1C}} = I_{д1}. \quad (46)$$

ν, φ_2, $p = km_2$

Полная мощность пропорциональна действующему значению первичного тока преобразователя. В трехфазно-однофазном преобразователе в соответствии с (37), (44) и (45)

$$P^*_{п1} = \frac{\pi}{\sqrt{2m} \sin \frac{\pi}{m}}. \quad (47)$$

Полная мощность трехфазно-трехфазного преобразователя определяется по кривым рис. 5.

При $e_к=0$ суммарный коэффициент сдвига преобразователя с конечным числом пульсаций практически совпадает с коэффициентом сдвига преобразователя с бесконечно большим числом пульсаций

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

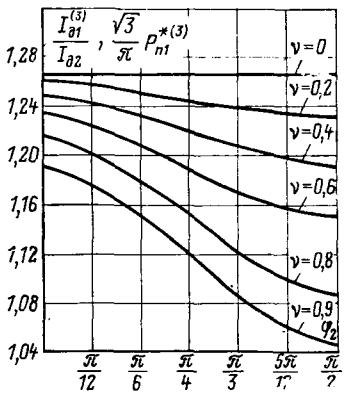


Рис. 5. Действующие значения первичных токов и полная мощность шестипульсного трехфазно-трехфазного преобразователя.

[Л. 1]. При увеличении напряжения короткого замыкания трансформатора коэффициент сдвига падает.

Таким образом, присущие преобразователю с бесконечно большим числом пульсаций закономерности остаются в силе и для преобразователя с конечным числом пульсаций. Более того, ряд величин, характеризующих работу преобразователя: средние и действующие значения первичных токов, полная мощность, не зависят от числа пульсаций вентильной группы. Число пульсаций вентильной группы существенно влияет лишь на коэффициент искажения и мощность искажения, причем мощность искажения увеличивается при уменьшении числа пульсаций. Необходимо учитывать зависимость коэффициента сдвига и реактивной мощности от величины напряжения короткого замыкания питающего трансформатора. Приведенные в статье кривые позволяют выполнить точный расчет преобразователя частоты с конечным числом пульсаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Жемеров Г. Г.** Влияние преобразователей частоты с непосредственной связью на питающую сеть. — «Электричество», 1968, № 4, с. 24—30.

2. **Жемеров Г. Г.** Метод анализа кривой выходного напряжения преобразователей частоты с непосредственной связью. — «Электричество», 1970, № 8, с. 71—76.

[10.8.1976]

УДК 62-83:621.314.632

Принудительное выключение тиристоров с управляемой коммутационной способностью

Канд. техн. наук ОСТРЕРОВ В. М., инж. ГОЛЬЦ М. Е., канд. техн. наук ШЕВЧЕНКО Б. П.

УкрНИИСИП, Одесса

Устройства принудительного выключения тиристоров с трансформаторной либо дроссельной связью между цепями рабочего и коммутирующего тиристоров находят широкое применение в различных устройствах автоматики. Выключение рабочего тиристора в этих устройствах по классификации [Л. 1] осуществляется подключением предварительно заряженного конденсатора параллельно реактору, соединенному последовательно с выключаемым тиристором. Двухступенчатая последовательная коммутация характеризуется наименьшим дополнительным влиянием на процессы в рабочих цепях [Л. 2 и 3].

В импульсных усилителях мощности широтно-импульсных преобразователей электроприводов широко применяются устройства этой группы, предназначенные для неодновременной коммутации двух нагрузочных цепей [Л. 4].

Характеристикой, определяющей качественные показатели устройства, является коммутационная способность, под которой понимается значение наибольшего тока в нагрузочной цепи I_{max} с источником напряжения $U_{раб}$, который устройство способно отключить. Коммутационная способность рассматриваемых устройств, которая пропорциональна амплитуде напряжения на коммутирующем конденсаторе $U_c[n]$, может быть неизменной и независимой от значения коммутируемого тока нагрузки I либо может увеличиваться с ростом тока нагрузки.

Эффект возрастания коммутационной способности устройства под влиянием тока нагрузки можно использовать для снижения коммутационных потерь и для уменьшения габаритных размеров элементов преобразователя. При определенных параметрах устройства режим работы выбирается так, чтобы обеспечивалось выполнение меняющихся от такта к такту условий выключения рабочих тиристоров при наибольших скоростях роста тока нагрузки. Минимальными потерями на коммутацию обладают устройства выключения, динамические характеристики которых соответствуют динамическим характеристикам нагрузки. Значительный эффект от согласования динамических свойств нагрузки и устройства выключения может быть обеспечен при коммутации нагрузок с большим отношением максимального значения тока к номинальному (6—10), к которым относятся электроприводы с малоинерционными или высокомоментными двигателями.

Однозначный характер зависимости установившегося значения амплитуды напряжения на коммутирующем конденсаторе $U_c[n]$ от тока нагрузки I или, точнее, от произведения $I\rho$, где ρ — характеристическое сопротивление коммутирующего контура, $\rho = \sqrt{L/C}$, а L и C — значения индуктивности и емкости соответствующих элементов коммутирующего контура и, следовательно, однозначный характер изменения $U_c[n]$ в переходных режимах значительно ограничивают возможности варьирования параметров устройства для уменьшения коммутационных потерь.

Известные методы управления коммутационной способностью устройств выключения рассматриваемой группы заключается либо в установке дополнительной обмотки на сердечнике коммутирующего дросселя или трансформатора и подключении этой обмотки через дополнительный диод или тиристор параллельно источнику [Л. 5 и 6], либо в шунтировании одного из коммутирующих элементов цепочкой из последовательно соединенных резистора и дополнительного тиристора [Л. 7]. Регулирование коммутационной способности осуществляется выбором соответствующего момента времени для включения дополнительного тиристора.

Недостатками этих методов являются ограниченное регулирование из-за влияния индуктивного сопротивления рассеяния и низкий к. п. д. устройства из-за потерь в дополнительном резисторе.

Для создания устройств с регулируемой коммутационной способностью и высоким к. п. д. была разработана группа схем, в которых регулирование осуществляется дозированием энергии, поступающей в коммутирующий контур от источника питания, а также за счет создания режимов, при которых

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

энергия коммутирующего контура рекуперирует в источник питания. Схема одного из устройств этой группы изображена на рис. 1 сплошными линиями.

Устройство работает следующим образом. Тиристоры *Т1* и *Т2* включаются поочередно через равные промежутки времени. При подаче первого импульса, например на тиристор *Т1*, конденсатор *С* с зарядным дросселем $Др_{зар}$ и коммутирующим дросселем *Др1* образуют последовательный колебательный контур, подключенный к источнику с напряжением U_1, так как емкости конденсаторов фильтра $C_{ф1}$ и $C_{ф2}$ равны и достаточно велики, так что U_1=const.

Собственная частота колебательного контура в этом режиме определяется суммарным значением индуктивностей зарядного и коммутирующего дросселей. Колебательный процесс в контуре продолжается до тех пор, пока ток не начнет менять направление. При этом тиристор *Т1* выключится, а напряжение на конденсаторе *С* достигнет значения, примерно равного $2U_1$.

В каждом из последующих тактов коммутации можно выделить два интервала. При втором такте, когда включается тиристор *Т2*, конденсатор *С* перезаряжается сначала через тиристор *Т2*, дроссель *Др2* и диод *Д2*. При этом диод *Д2* смещается в прямом направлении, зарядный дроссель оказывается подключенным параллельно конденсатору $C_{ф2}$, и ток нарастает в нем по экспоненциальному закону. Таким образом, можно считать, что в течение первого интервала периода коммутации через диод *Д2* протекают два тока: в прямом направлении — изменяющийся по синусоиде ток колебательного контура, в обратном — ток зарядного дросселя, возрастающий по экспоненте.

В момент, когда возрастающий ток зарядного дросселя станет равным току колебательного контура, диод *Д2* оказывается смещенным в обратном направлении и отключается. В этот же момент возникает цепь тока зарядного дросселя, которая замыкается через диод *Д1*, причем ток зарядного дросселя направлен встречно по отношению к напряжению источника, роль которого в этом интервале выполняет конденсатор фильтра $C_{ф1}$. Из-за того, что диод *Д1* при этом смещен в прямом направлении, положительный полюс источника питания оказывается подключенным непосредственно к обкладке конденсатора *С* (на рис. 1 — к верхней обкладке).

Во втором интервале периода коммутации после переключения тока дросселя с диода *Д1* на *Д2* последовательный колебательный контур, содержащий коммутирующие конденсатор *С* и дроссель *Др2*, оказывается подключенным к источнику с напряжением $2U_1$. Направление тока в колебательном контуре в этом интервале совпадает с направлением э. д. с. источника питания, поэтому амплитуда напряжения на конденсаторе по окончании процесса перезаряда будет больше, чем она была перед началом этого такта. Ток колебательного контура в течение второго интервала достигает нуля ранее, чем ток зарядного дросселя, поэтому диод *Д2* будет проводить в течение всего времени протекания тока в коммутирующем контуре.

В описанном процессе исключено из рассмотрения влияние обратных токов диодов и тиристоров. В реальном устройстве переключение тока дросселя с одного диода на другой происходит не в момент равенства токов коммутирующего контура и диода, а несколько позже, когда ток через диод поменяет направление и достигнет определенного значения. В этот момент ток зарядного дросселя будет превышать ток коммутирующего контура на значение обратного тока диода. Поэтому прямой ток диода, вступающего в работу, в момент переключения скачком достигает значения, равного обратному току диода, выходящего из работы. В данной статье анализ процессов производится без учета влияния обратного тока на процессы в устройстве.

Характер протекания процесса во всех последующих тактах точно такой же, как описан выше. В течение пяти—десяти тактов амплитуда напряжения на коммутирующем конденсаторе достигает установившегося значения, при этом возросшие потери в контуре будут уравновешены тем притоком энергии, который обеспечивается подключением источника к колебательному контуру. На рис. 2 показан характер изменения токов зарядного дросселя и коммутирующего контура.

Основной целью анализа работы устройства является нахождение его статической характеристики $U_c[n]=f(I\rho)$, которая необходима как для расчета параметров устройства, так и для определения их оптимальных значений. Эквивалентные схемы для анализа процессов в устройстве на указанных интервалах приведены на рис. 3. При идентичных параметрах коммутирующих контуров интервал дискретности, необходимый для анализа установившегося режима работы устройства, может быть выбран равным длительности протекания тока через коммутирующий контур, которая в общем случае является величиной переменной, определяемой значением напряжения на коммутирующем конденсаторе в предыдущий $(n-1)$ такт коммутации $U_c[n-1]$ и значением $I\rho$. Найти аналитическое выражение зависимости $U_c[n]=f(I\rho)$ не представляется возможным, так как импульсные процессы с переменным интервалом дискретности нельзя описать с помощью аппарата разностных уравнений. Вместе с тем можно вычислить установившее значение $U_c[n]$, соответствующее определенному значению $I\rho$, если учесть, что при установившемся процессе $U_c[n]=U_c[n+1]=\ldots=U_c[n+m]$. Период дискретности состоит из двух интервалов t_1 и t_2, каждый из которых является величиной переменной. Система уравнений для определения статической зависимости $U_c[n]=f(I\rho)$ должна содержать по меньшей мере три уравнения. Эти уравнения могут быть получены на основе анализа переходных процессов в каждом из интервалов, из условий, определяющих длительность каждого из интервалов, и условия равенства амплитуды напряжения на конденсаторе в начале и в конце n-го такта. Дифференциальные уравнения для первого интервала

$$LC\frac{d^2U_c}{dt^2}+r_1C\frac{dU_c}{dt}+U_c=0; \qquad (1)$$

$$i_c=C\frac{dU_c}{dt}. \qquad (2)$$

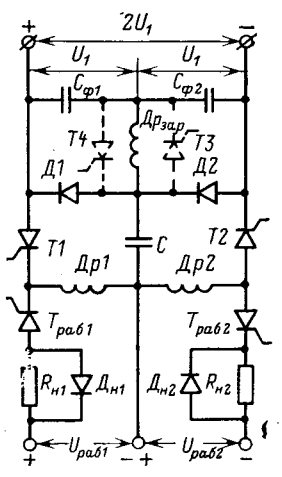
Здесь r_1 — эквивалентное сопротивление контура, существующего в течение первого интервала.

При длительности первого интервала t_1 найдем значения $U_c(t_1)$ и $U_c(t_2)$ в виде решения уравнений (1) и (2) (здесь и далее отсчет времени на каждом интервале производится с момента образования соответствующей цепи):

$$U_c(t_1)=-\frac{U_c[n]\,e^{-bt_1}\cos(\omega t_1-\varphi)}{\cos\varphi}+\frac{I\rho e^{-bt_1}\sin\omega t_1}{\cos\varphi}; \qquad (3)$$

$$i_c(t_1)=\frac{U_c[n]\,e^{-bt_1}\sin\omega t_1}{\rho\cos\varphi}+\frac{Ie^{-bt_1}\cos(\omega t_1+\varphi)}{\cos\varphi}. \qquad (4)$$

Здесь $\varphi=\arccos\frac{\sqrt{4Q^2-1}}{2Q}$; $b=\frac{r_1}{2L}$; $Q_1=\frac{\rho}{r_1}$ — добротность коммутирующего контура; $\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{r_1}{4L}}$ — собственная частота коммутирующего контура.



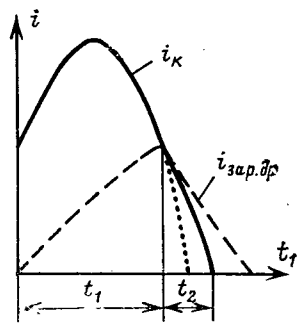


Рис. 2. Осциллограммы токов коммутирующего контура i_c и зарядного дросселя $i_{зар.др}$ на первом и втором интервалах периода коммутации.

Рис. 1. Устройство выключения тиристоров с зарядным дросселем в двух нагрузочных цепях с источниками рабочего напряжения $U_{раб1}$ и $U_{раб2}$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

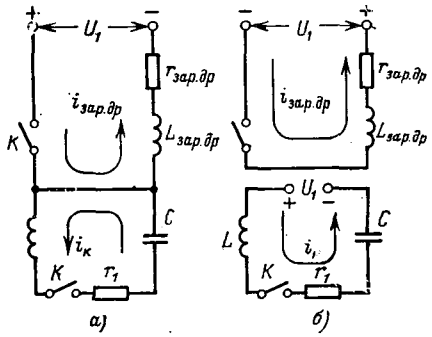


Рис. 3. Эквивалентные схемы для анализа процессов в устройстве выключения тиристоров с зарядным дросселем.
а — на первом интервале; *б* — на втором интервале.

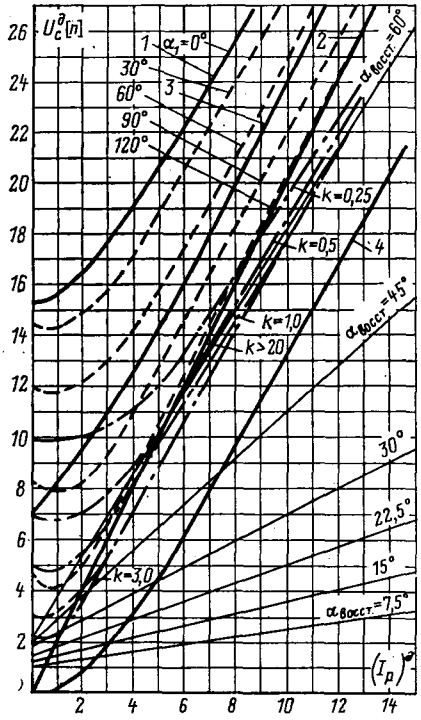


Рис. 4. Характеристики $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ устройств выключения тиристоров при $Q=12$.

Характер изменения U_c на втором интервале определяется решением дифференциального уравнения:

$$LC\frac{d^2U_c}{dt^2}+r_1C\frac{dU_c}{dt}+U_c=2U_1. \tag{5}$$

При длительности второго интервала t_2 запишем значение напряжения $U_c(t_2)=U_c[n+1]=U_c[n]$ в виде решения уравнения (5):

$$U_c[n]=U_1\left[2-\frac{e^{-bt_2}\cos(\omega t_2-\varphi)}{\cos\varphi}\right]+$$
$$+U_c(0)\frac{e^{-bt_2}\cos(\omega t_2-\varphi)}{\cos\varphi}+i_c(0)\rho\frac{e^{-bt_2}\sin\omega t_2}{\cos\varphi}. \tag{6}$$

При подстановке в уравнение (6) начальных значений $U_c(0)$ и $i_c(0)$, которые определены соответственно выражениями (3) и (4), получим уравнение, в которое входят $U_c[n]$, t_1 и t_2:

$$U_c[n]=U_1\left[1-\frac{e^{-bt_1}\cos(\omega t_1-\varphi)}{\cos\varphi}\right]+$$
$$+U_c[n]\frac{e^{-b(t_1+t_2)}}{\cos^2\varphi}[\sin\omega t_1\sin\omega t_2-\cos(\omega t_1-\varphi)\times$$
$$\times\cos(\omega t_2-\varphi)]+I\rho\frac{e^{-b(t_1+t_2)}}{\cos^2\varphi}[\sin\omega t_1\cos(\omega t_2-\varphi)+$$
$$+\cos(\omega t_1+\varphi)\sin\omega t_2]. \tag{7}$$

Второе уравнение находим из условия равенства нулю тока коммутирующего контура в момент t_2. Продифференцировав решение уравнения (5), получаем выражение, которое приравниваем нулю и решаем относительно t_2:

$$t_2=\frac{1}{\omega}\operatorname{arcctg}\left\{\frac{U_c(0)-2U_1}{\cos\varphi i_c(0)\rho}+\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right\}. \tag{8}$$

Здесь $U_c(0)$ и $i_c(0)$ — значения напряжения и тока конденсатора в начале второго интервала, т. е. значения, определяемые выражениями (3) и (4).

Третье уравнение может быть получено из условия равенства токов коммутирующего контура и зарядного дросселя в момент времени t_1, когда один из диодов (*Д1* или *Д2*) запирается, а через другой начинает протекать ток:

$$i_c(t_1)=i_{зар.др}(t_1). \tag{9}$$

Для записи уравнения по условию (9) необходимо ввести следующие допущения:

значение индуктивности зарядного дросселя равно
$$L_{зар.др}=kL; \tag{10}$$

добротность фиктивного колебательного контура с дросселем, индуктивность которого kL, и конденсатором, емкость которого равна емкости коммутирующего конденсатора, равна добротности коммутирующего контура, т. е.

$$Q_1=\frac{\sqrt{L/C}}{r_1}=Q_2=\frac{\sqrt{kL/C}}{r_2}=Q; \tag{11}$$

активное сопротивление зарядного дросселя равно некоторой части эквивалентного сопротивления фиктивного колебательного контура $r_{зар.др}=ar_2$ $(a<1)$.

С учетом этих допущений третье уравнение будет иметь вид:

$$\frac{e^{-bt_1}}{\cos\varphi}[\sin\omega t_1U_c[n]+I\rho\cos(\omega t_1+\varphi)]=$$
$$=\frac{Q_1}{a\sqrt{k}}\left(1-e^{-\frac{at_1}{\sqrt{k}\sqrt{LC}}}\right). \tag{12}$$

Исследуемые характеристики устройств выключения будут иметь универсальное выражение, если напряжение $U_c[n]$ и произведение $I\rho$ определять в относительных единицах, используя в качестве единицы напряжения напряжение источника питания U_1, а времена существования интервалов t_1 и t_2 выражать в угловых единицах периода собственных колебаний коммутирующего контура, т. е.

$$\left.\begin{aligned}U_c^{\partial}[n]&=\frac{U_c[n]}{U_1};\quad (I\rho)^{\partial}=\frac{I\rho}{U_1};\\ \alpha_1&=\omega t_1=t_1\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{r_1}{4L^2}};\\ \alpha_2&=\omega t_2=t_2\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{r_1}{4L^2}}.\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

В соответствии со сказанным полученные уравнения будут иметь вид:

$$U_c^{\partial}[n]=2-\frac{e^{-\frac{\alpha_2}{\sqrt{4Q^2-1}}}\cos(\alpha_2-\varphi)}{\cos\varphi}+$$
$$+U_c^{\partial}(\alpha_1)\frac{e^{-\frac{\alpha_2}{\sqrt{4Q^2-1}}}\cos(\alpha_2-\varphi)}{\cos\varphi}+$$
$$+\frac{[i_C(\alpha_1)\rho]^{\partial}e^{-\frac{\alpha_2}{\sqrt{4Q^2-1}}}\sin\alpha_2}{\cos\varphi}; \tag{14}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\alpha_2 = \operatorname{arcctg} \frac{U_c^{\partial}(\alpha_1) - 2}{[i_c(\alpha_1)\rho]^{\partial}\cos\varphi} + \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}; \quad (15)$$

$$U_c^{\partial}[n]\, e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{4Q^2-1}}} \sin\alpha_1 + (I\rho)^{\partial} e^{-\frac{\alpha_2}{\sqrt{4Q^2-1}}} \cos(\alpha_1+\varphi) = \frac{Q\cos\varphi}{a\sqrt{k}}\left(1 - e^{-\frac{2a\alpha_1}{\sqrt{k}\sqrt{4Q^2-1}}}\right), \quad (16)$$

где

$$U_c^{\partial}(\alpha_1) = \frac{-U_c^{\partial}[n]\, e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{4Q^2-1}}} \cos(\alpha_1-\varphi)}{\cos\varphi} + \frac{(I\rho)^{\partial} e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{4Q^2-1}}} \sin\alpha_1}{\cos\varphi};$$

$$[i_c(\alpha_1)\rho]^{\partial} = \frac{U_c^{\partial}[n]\, e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{4Q^2-1}}} \sin\alpha_1}{\cos\varphi} + \frac{(I\rho)^{\partial} e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{4Q^2-1}}} \cos\alpha_1}{\cos\varphi}.$$

Совместное решение уравнений (14)—(16) определит зависимость $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$. Полученная система из трех трансцендентных уравнений была решена на ЦВМ. Результаты выполненных расчетов представлены на рис. 4 в виде семейства кривых. Как видно из рис. 4, рост коммутационной способности в представленном устройстве происходит менее интенсивно, чем в бездроссельных схемах, а значение параметра k (т. е. индуктивности зарядного дросселя) позволяет в некоторых пределах изменять характер зависимости $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$. Определенному сочетанию параметров соответствует конкретная однозначная зависимость $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$. Большим значениям индуктивности зарядного дросселя соответствуют меньшие значения $U_c^{\partial}[n]$, так как второй интервал при больших значениях k меньше и источник питания включен в контур перезаряда на меньшее время. Шунтирование зарядного дросселя тиристорами *T3*, *T4*, показанными на рис. 1 пунктиром [Л. 8], позволяет увеличить коммутационную способность устройства. При одновременном включении тиристоров *T1*, *T3* или *T2*, *T4* зарядный дроссель не участвует в работе, и в течение всего такта коммутации перезаряд коммутирующего конденсатора происходит только по одной цепи — через источник питания напряжением U_1, роль которого выполняет соответственно конденсатор фильтра $C_{\Phi 1}$ или $C_{\Phi 2}$, пару тиристоров *T1*, *T3* или *T2*, *T4* и коммутирующий дроссель *Др1* или *Др2*. Такой режим работы абсолютно аналогичен режиму работы устройства, проанализированному в [Л. 4]. Статическая характеристика для этого режима, вычисленная по приведенным в [Л. 4] выражениям, представлена на рис. 4 кривой *1*.

В схеме устройства выключения тиристоров, приведенной на рис. 5,*а*, также можно осуществить независимое управление коммутационной способностью, используя несколько режимов работы. Если при работе одного коммутирующего контура одновременно включать тиристоры *T1*, *T3*, а при работе другого контура — *T2*, *T4*, то в течение каждого такта коммутации в цепь перезаряда коммутирующего конденсатора будет включен источник питания. Этот режим аналогичен описанному выше режиму работы устройства (см. рис. 1) при одновременном включении тиристоров *T1*, *T3* при работе одного контура коммутации и тиристоров *T2*, *T4* при работе другого контура. Статическая характеристика устройства $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ этого режима — кривая *1* на рис. 4. После запуска устройства и длительной коммутации тока нагрузки можно осуществить режим работы, при котором будут включаться тиристоры *T1* и *T2*. При этом вся энергия поступает в коммутирующий контур из нагрузочной цепи, потребление энергии от источника питания отсутствует. Зависимость $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ для этого случая приведена на рис. 4 (кривая *2*). Описанные выше режимы характеризуются симметричной формой напряжения на конденсаторе, так как контуры перезаряда конденсатора, существующие в течение всего такта коммутации, одинаковы. В схеме на рис. 5,*а* может быть осуществлен также несимметричный режим работы, при котором перезаряд конденсатора в одном из коммутирующих контуров происходит через источник питания (работают, например, тиристоры *T1*, *T3*), а в другом — без источника (работает только тиристор *T2*). Этот режим работы аналогичен режиму работы бездроссельного несимметричного устройства выключения тиристоров, подробно проанализированному в [Л. 3]. Зависимость $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ для этого режима представлена кривой *3* на рис. 4; она определена в соответствии с алгоритмом, изложенным в [Л. 3].

Чередование описанных двух режимов позволяет обеспечить среднее промежуточное значение амплитуды напряжения на конденсаторе $U_c^{\partial}[n]$ между соответствующими характеристиками. Режим поддержания среднего промежуточного значения $U_c^{\partial}[n]$ между двумя установившимися характеризуется значительными пульсациями амплитуды напряжения, а точность поддержания определяется параметрами релейного регулятора.

Кроме того, в схеме может быть осуществлен режим управления, при котором амплитуда напряжения на конденсаторе точно соответствует любому промежуточному значению между характеристиками разных режимов работы. В этом режиме каждый период работы коммутирующего контура состоит из двух интервалов: первого, в течение которого включается только один тиристор *T1* или *T2* и в цепь перезаряда коммутирующего конденсатора не включен источник питания, и второго, в котором включается еще один тиристор *T3* или *T4* и в коммутирующий контур входит источник питания. Включение второго тиристора приводит к автоматическому смещению в обратном направлении и соответственно к выключению диода *Д1* или *Д2*. Плавным изменением временного интервала между моментом включения тиристоров *T1*, *T2* и *T3*, *T4* можно регулировать $U_c^{\partial}[n]$.

В рассматриваемом устройстве так же, как и в проанализированном выше, каждый такт работы коммутирующего контура состоит из двух интервалов: первого, длительность которого определяется дополнительным регулятором и в течение которого коммутирующий конденсатор перезаряжается через индуктивность коммутирующего дросселя, и второго, в течение которого в цепь коммутирующего контура включен источник питания U_1. Так как длительность второго интервала изменяется в зависимости от начального значения напряжения на коммутирующем конденсаторе, все рассуждения относительно определения зависимости $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ для устройства на рис. 1 могут быть отнесены и к рассматриваемому устройству. Отличие только в том, что в этом устройстве длительность первого интервала задается, и поэтому отпадает необходимость в использовании уравнения (16). Статические характеристики устройства при каком-либо конкретном значении $\alpha_1=\text{const}$ вычисляются путем решения уравнений (14) и (15) на ЦВМ.

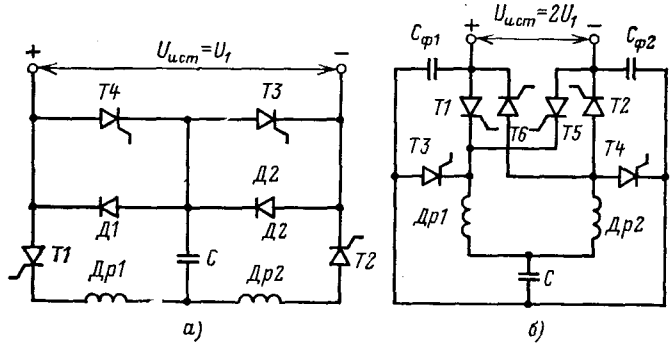


Рис. 5. Схема устройства выключения тиристоров.
а — с плавно регулируемой коммутационной способностью; *б* — с расширенными возможностями регулирования коммутационной способности.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

На рис. 4 приведено семейство характеристик описанных режимов для различных значений α_1. Из полученных характеристик видно, что амплитуда напряжения на коммутирующем конденсаторе может плавно изменяться путем регулирования временного интервала между включением тиристоров коммутирующих контуров. Характеристика при $\alpha_1=0$ совпадает с упомянутой кривой *1* рис. 4. На рис. 5,*б* приведена схема устройства выключения с расширенными возможностями регулирования $U_c^{\partial}[n]$. В этой схеме каждый из двух коммутирующих контуров может замыкаться с помощью различных групп тиристоров:

без источника питания; для этого включаются тиристоры *T3* и *T4*;

через источник питания, включенный согласно с напряжением на конденсаторе; включаются тиристоры *T1* и *T2*;

через источник питания, включенный встречно с напряжением на конденсаторе; включаются тиристоры *T5*, *T6*.

В зависимости от того, какая из групп тиристоров работает, режим работы устройства определяется различными кривыми на рис. 4. При работе первой группы тиристоров, когда источник питания не включен в коммутирующий контур, режим работы соответствует кривой 2*; при работе второй группы (источник включается в контур согласно с напряжением на конденсаторе) — кривой *1*; при работе третьей группы (источник включен навстречу напряжению на конденсаторе) — кривой *4*.

В рассматриваемом устройстве, как и в ранее описанных, возможно как чередование режимов работы, при которых коммутирующий контур в течение всего интервала коммутации неизменен, так и последовательное изменение контура коммутации. Порядок включения тиристоров должен обеспечивать возрастание энергии в контуре, т. е. сначала включают тиристоры, при работе которых часть энергии рекуперирует в источник, затем тиристоры, при которых энергия почти неизменна (за исключением активных потерь в элементах контура), и, наконец, тиристоры, при которых амплитуда напряжения на конденсаторе растет за счет энергии источника.

Условие выключения рабочего тиристора выполняется в том случае, когда обратное напряжение прикладывается к тиристору в течение времени, превышающего время восстановления $t_{вос}$. Это условие для рассматриваемой группы устройств можно выразить аналитически:

$$U_p \leqslant \{U_c[n]\cos(\omega t_{вос}-\varphi) - I\rho\sin\omega t_{вос}\}\, e^{-bt_{вос}}.$$

Переходя к относительным единицам и заменяя временные угловыми единицами периода собственной частоты коммутирующего контура, получим:

$$1 \leqslant \{U_c^{\partial}[n]\cos(\alpha_{вос}-\varphi) - (I\rho)^{\partial}\sin\alpha_{вос}\}\, e^{-\frac{\alpha_{вос}}{\sqrt{4Q^2-1}}}.$$

Протабулировав приведенную функцию для ряда значений $\alpha_{вос}$, получим семейство кривых $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ (рис. 4). Точки каждой из полученных кривых характеризуются одинаковым углом действия обратного напряжения. Оптимальными параметрами с точки зрения обеспечения статических режимов будет обладать устройство включения, характеристика которого $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$ полностью совпадает с характеристикой, обеспечивающей постоянный угол приложения обратного напряжения.

В разработанной группе устройств выключения тиристоров есть возможность видоизменять однозначную характеристику $U_c^{\partial}[n]=f(I\rho)^{\partial}$, обеспечивая наилучшее согласование ее с параметрами нагрузочной цепи при наиболее экономичном регулировании в широких пределах коммутационной способности устройства.

Выводы. 1. Разработанная группа устройств и предложенные способы регулирования коммутационной способности характеризуются широкими пределами регулирования амплитуды напряжения на коммутирующем конденсаторе и высоким к. п. д.

2. В анализируемых устройствах выключения тиристоров с зарядным дросселем путем изменения индуктивности зарядного дросселя достигается варьирование в широких пределах отношения амплитуды напряжения на коммутирующем конденсаторе к напряжению источника питания.

3. Использование разработанных устройств коммутации и способа управления ими позволит осуществить наиболее полное согласование динамических характеристик нагрузки и устройства выключения тиристоров и тем самым повысить к. п. д. импульсного усилителя мощности и снизить его масо-габаритные показатели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бусалаев Г. Н., Шварц Г. К.** Оценка конденсаторных устройств запирания тиристоров.— «Электричество», 1968, № 6, с. 43—50.

2. **Лабунцов В. А., Обухов С. Г., Смирнов В. П.** Виды коммутации в вентильных преобразователях.— «Электротехника», 1968, № 11.

3. **Бунаков В. Л., Гаспаров Р. Г.** Полупроводниковые регуляторы напряжения и частоты электрических машин. М.— Л., «Энергия», 1966.

4. **Остреров В. М., Гольц М. Е.** Исследование устройств искусственной коммутации тиристоров для электроприводов постоянного тока с широтно-импульсными преобразователями.— «Электричество», 1971, № 12, с. 66—72.

5. **Глазенко Т. А., Герман-Галкин С. Г., Томасов В. С.** Анализ электрических процессов и расчет характеристик тиристорных широтно-импульсных преобразователей с последовательным гашением.— «Электричество», 1970, № 12.

6. **Weiss T.** Disregard load impedance in SCR inverter desing.— «Electron. Desing», 1967, № 11.

7. **Глазенко Т. А., Синицын В. А., Герман-Галкин С. Г.** Тиристорные широтно-импульсные преобразователи с регулируемым запасом энергии в коммутирующих контурах.— «Электричество», 1975, № 7.

8. **Гольц М. Е., Остреров В. М., Шевченко Б. П.** Устройство для коммутации тиристоров. А. С. № 479252 (СССР). Опубл. в бюл.— «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1975, № 28.

[9.9.1976]

* Для того чтобы режимы работы устройств в относительных единицах могли быть выражены одними и теми же кривыми, напряжения источников питания этих схем обозначены по-разному.

УДК 621.313.083.8

Магнитоупругие датчики крутящего момента

РЫБАЛЬЧЕНКО Ю. И.

Киев

Магнитоупругие датчики крутящего момента благодаря присущим им достоинствам уже получили распространение в ряде отраслей промышленности, однако их теория и методика расчета развиты еще недостаточно, что часто приводит к проектированию нерациональных конструкций и затрудняет их применение. Настоящая статья посвящена анализу работы двух наиболее популяр-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ных типов таких датчиков: тордуктора и кольцевого датчика с двойным числом измерительных полюсов, который для краткости будем называть дифдуктором (дифференциальным тордуктором).

На рис. 1 показана схема магнитопровода двухполюсного тордуктора. Переменный магнитный поток возбуждения $\Phi_{в\delta}$ через воздушные зазоры проходит в вал, при этом картина магнитного поля в поверхностном слое вала выглядит так, как показано на рис. 2. При $M=0$ магнитные сопротивления участков вала $R_{и.д}=1/G_{и.д}$ равны между собой, магнитные потенциалы под торцами обоих измерительных полюсов $И_1$ и $И_3$ равны, и поэтому магнитный поток в каждом из них равен нулю. При $M\neq 0$ в направлении действия главных растягивающих напряжений в валу сопротивление $R_{и.д}$ уменьшается, а в направлении сжимающих — увеличивается. При этом магнитные потенциалы на поверхности вала под измерительными полюсами окажутся неравными друг другу и в измерительных полюсах появятся магнитные потоки $\Phi_{и.п}$, которые будут индуктировать в полюсных катушках переменные э. д. с.

Будем считать, что магнитный поток рассеяния учтен с помощью коэффициента рассеяния как некоторая доля потока полюса $\Phi_{в.п}$. На основе электрической схемы замещения магнитной цепи (рис. 3) мгновенное значение падения магнитного потенциала на сопротивлении $R_{и.д}$ при $M=0$:

$$f_{и.д}=\frac{i_{в.п}w_{в.п}R_{в.в}R_{и.д}}{2R_{в.в}(2R_{и\delta}+R_{в.ст})+(2R_{в\delta}+R_{в.ст}+R_{в.в})R_{и.д}}, \qquad (1)$$

где $i_{в.п}$, $w_{в.п}$ — соответственно мгновенное значение тока возбуждения в полюсной катушке обмотки возбуждения и число витков этой катушки; $R_{в.в}$, $R_{и.д}$ — магнитные сопротивления участков вала (рис. 2); $R_{в\delta}$, $R_{и\delta}$ — магнитные сопротивления воздушных зазоров под полюсами возбуждения и измерительными соответственно; $R_{в.ст}$ — магнитное сопротивление стали магнитопровода возбуждения.

В предположении, что приращения магнитных сопротивлений на участках растяжения и сжатия при $M\neq 0$ одинаковы и равны соответственно $-\Delta R_{и.д}$ и $+\Delta R_{и.д}$:

$$f'_{и.д}=\frac{i_{в.п}w_{в.п}(R_{и.д}+\Delta R_{и.д})R_{в.в}}{2R_{в.в}(2R_{и\delta}+R_{в.ст})+(2R_{в\delta}+R_{в.ст}+R_{в.в})(R_{и.д}+\Delta R_{и.д})}, \qquad (2)$$

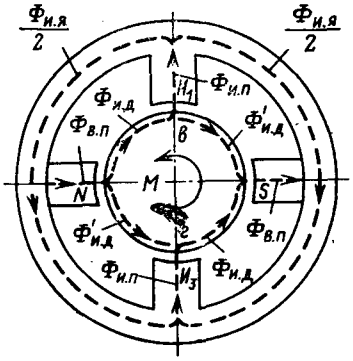


Рис. 1. Схема одного из измерительных магнитопроводов двухполюсного тордуктора и распределение магнитных потоков при $M=0$ (потоки рассеяния $\Phi_{в.р}$ не показаны).

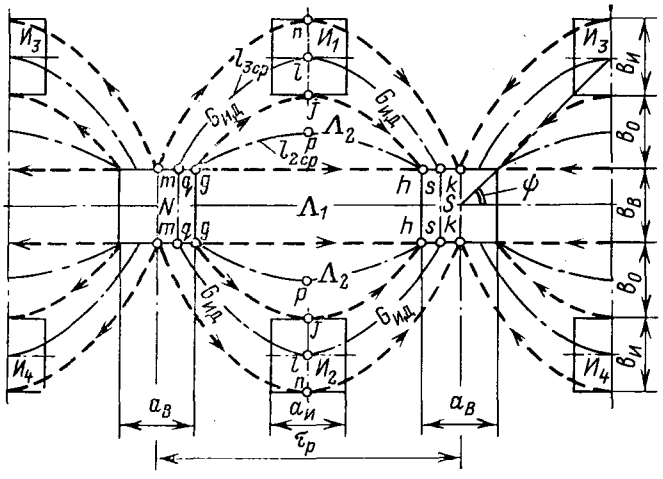


Рис. 2. Картина магнитного поля на поверхности вала для двухполюсного тордуктора.

N, *S* — проекции полюсов возбуждения; $И_1$, ..., $И_4$ — проекции измерительных полюсов.

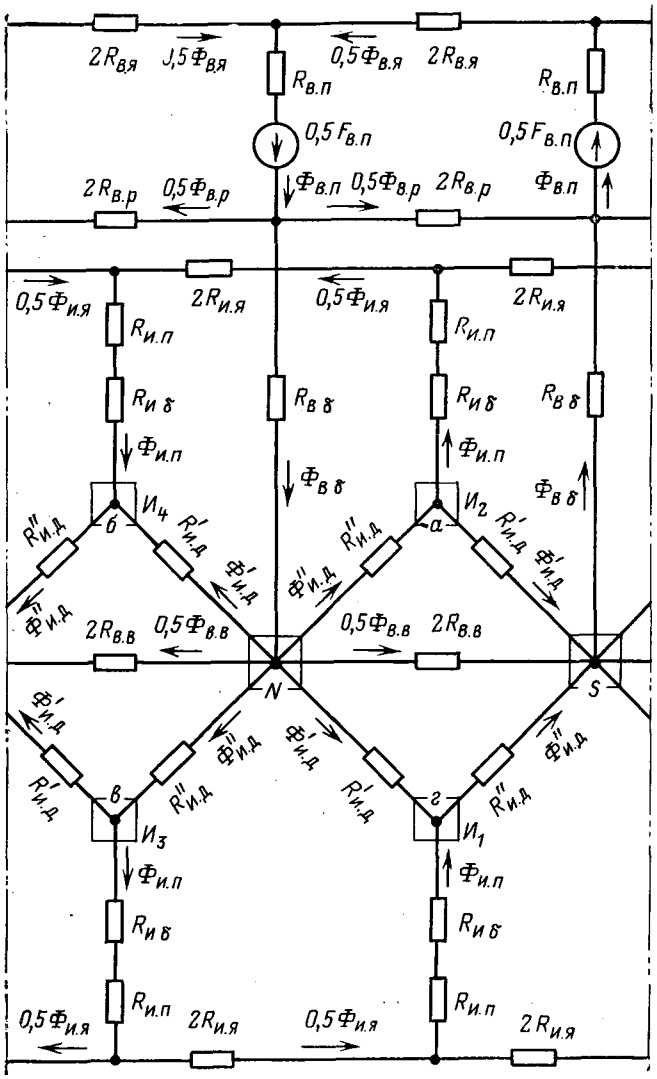


Рис. 3. Электрическая схема замещения магнитной цепи двухполюсного тордуктора (пути магнитных потоков рассеяния $\Phi_{в.р}$ показаны упрощенно).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

а выражение для $f''_{и.д}$ отличается лишь знаком при $\Delta R_{и.д}$.

Между точками $в$ и $г$ магнитной цепи тордуктора возникает разность магнитных потенциалов $f'_{и.д}-f''_{и.д}$, а в измерительных полюсах появится переменный магнитный поток, мгновенное значение которого с учетом упрощающих допущений по малости величин магнитных сопротивлений:

$$\varphi_{и.п}=\frac{f'_{и.д}-f''_{и.д}}{2R_{вδ}+R_{и.ст}}\approx\frac{w_{в.п}i_{в.п}R^2_{в.в}\Delta R_{и.д}}{2R_{вδ}R_{иδ}(2R_{в.в}+R_{и.д})^2}, \quad (3)$$

где $R_{и.ст}$ — магнитное сопротивление измерительного магнитопровода.

Магнитное сопротивление воздушных зазоров под полюсами возбуждения и измерительными соответственно:

$$R_{вδ}=\frac{\delta_в}{\mu_a a_в b_в}=\frac{\delta_в}{\mu_a s_в}; \quad (4)$$

$$R_{иδ}=\frac{\delta_и}{\mu_a a_и b_и}=\frac{\delta_и}{\mu_a s_и}, \quad (5)$$

где $\delta_в$, $\delta_и$ — односторонний воздушный зазор под полюсом возбуждения и измерительным полюсом; $s_в$, $s_и$ — площадь проекции торца полюса возбуждения и измерительного полюса соответственно на поверхности вала; μ_a — магнитная постоянная.

Допуская, что глубина проникновения магнитного потока в тело вала одинакова на всех его участках и равна средней величине $h_в$, магнитные сопротивления

$$R_{в.в}=\frac{l_{в.в}}{\mu_{в.в}h_в b_{в.в}}=\frac{\alpha}{\mu_{в.в}h_в}, \quad (6)$$

$$R_{и.д}=\frac{l_{и.д}}{\mu_{и.д}h_в b_{и.д}}=\frac{\beta}{\mu_{и.д}h_в}, \quad (7)$$

где $\mu_{в.в}$, $\mu_{и.д}$ — исходные значения абсолютной магнитной проницаемости вала на участках магнитного сопротивления вала $R_{в.в}$ и $R_{и.д}$ соответственно; $l_{в.в}$, $l_{и.д}$, $b_{в.в}$, $b_{и.д}$ — некоторая средняя длина и ширина участков-магнитного сопротивления $R_{в.в}$ и $R_{и.д}$ соответственно.

Приращение магнитного сопротивления

$$\Delta R_{и.д}=\frac{\Delta\mu_{и.д}}{\mu_{и.д}}R_{и.д}. \quad (8)$$

Приращение магнитной проницаемости

$$\Delta\mu_{и.д}=K_\mu|\sigma_{max}|=K_\mu\tau, \quad (9)$$

где $|\sigma_{max}|=|\sigma_{min}|$ — модуль главных напряжений на поверхности вала; K_μ — магнитоупругая чувствительность; τ — максимальные касательные напряжения в валу:

$$\tau=M/W_p \quad (10)$$

(W_p — момент сопротивления поперечного сечения вала).

Мгновенное значение потокосцепления полюсной катушки измерительной обмотки с учетом выражений (3)—(10)

$$\psi_{и.п}=w_{и.п}\varphi_{и.п}=\frac{\mu^2_a K_\mu w_{в.п}w_{и.п}s_в s_и\alpha^2\beta M i_{в.п}}{h_в\delta_в\delta_и(2\alpha\mu_{и.д}+\beta\mu_{в.в})^2 W_p}, \quad (11)$$

где $w_{и.п}$ — число витков полюсной катушки измерительной обмотки.

Полагая ток возбуждения в катушке возбуждения

$$i_{в.п}=\sqrt{2}I_{в.п}\cos 2\pi f_1 t \quad (12)$$

и учитывая, что э. д. с. равна производной от потокосцепления по времени, а число пар полюсов возбуждения в общем случае равно $2p_в$, действующее значение э. д. с. измерительной обмотки тордуктора

$$E_и=\frac{8\pi\mu^2_a K_\mu w_{в.п}w_{и.п}p_в s_в s_и\alpha^2\beta f_1 I_{в.п}M}{h_в W_p\delta_в\delta_и(2\alpha\mu_{и.д}+\beta\mu_{в.в})^2}, \quad (13)$$

где $I_{в.п}$ — действующее значение тока в полюсной катушке обмотки возбуждения; f_1 — частота тока возбуждения.

С учетом выпрямления напряжения измерительной обмотки с помощью мостовой схемы выпрямленное напряжение на сопротивлении нагрузки $r_н$

$$U=S_т M, \quad (14)$$

где $S_т$ — чувствительность тордуктора;

$$S_т=\frac{22{,}5\mu^2_a K_\mu w_{в.п}w_{и.п}p_в s_в s_и\alpha^2\beta f_1 I_{в.п}r_н}{h_в\sqrt{r^2_н+x^2_и}W_p(2\alpha\mu_{и.д}+\beta\mu_{в.в})^2}; \quad (15)$$

$x_и$ — индуктивное сопротивление измерительной обмотки.

Положим, что материал вала магнитоизотропен, а вращающийся эксцентриситет вала отсутствует, т. е. $\mu_{в.в}=\mu_{и.д}=\mu_в=\text{const}$, $\delta_в=\delta_и=\delta=\text{const}$. Чувствительность тордуктора при этом

$$S_т=\frac{22{,}5\mu^2_a K_\mu w_{в.п}w_{и.п}p_в s_в s_и y_т f_1 I_{в.п}r_н}{\mu^2_в h_в\delta^2 W_p\sqrt{r^2_н+x^2_и}}, \quad (16)$$

где

$$y_т=\frac{\alpha^2\beta}{(2\alpha+\beta)^2}. \quad (17)$$

Из выражения (14) следует, что при $S_т=\text{const}$ выходное напряжение тордуктора пропорционально крутящему моменту. В действительности имеется начальное напряжение при $M=0$ и нелинейность характеристики $U(M)$ в начальной ее части за счет неуравновешенности по 3-й гармонике магнитного потока в магнитопроводе и наличия выпрямительной схемы, элементы которой имеют нелинейность вольт-амперной характеристики в начальной части.

Зависимость чувствительности от тока возбуждения $I_в$ нелинейна: $S_т$ сначала возрастает, достигая максимума, а затем следует ее уменьшение. Зависимость $S_т$ от частоты f_1 является сложной, так как от частоты зависят такие параметры, как $x_и$, $R_{в.ст}$, $R_{и.ст}$, $R_{в.в}$, $R_{и.д}$. Из экспериментально снятых характеристик $U(f_1)$ видно, что рост чувствительности замедляется с ростом частоты.

Чувствительность тордуктора прямо пропорциональна магнитоупругой чувствительности вала K_μ и обратно пропорциональна квадрату магнитной проницаемости материала вала $\mu_в$. Очевидно, что $S_т$ зависит от отношения этих величин, так как, например, высокой магнитной проницаемости могут соответствовать плохие магнитоупругие свойства.

Выражение (16) указывает также на то, что для увеличения чувствительности следует брать более высокую частоту тока возбуждения, при которой глубина проникновения магнитного потока в вал $h_в$ имеет меньшее значение.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Исследуем величину $y_т$ по выражению (17). Участки магнитных сопротивлений вала можно представить в виде простых геометрических фигур, средняя длина и ширина которых может быть выражена аналитически.

Считая, что магнитная проводимость $G_{в.в}$ состоит из двух параллельно включенных участков проводимости, ограниченных отрезками прямых линий qs, и четырех участков, ограниченных отрезками квадратичных парабол gjh и отрезками прямых gh (рис. 2), а также полагая, что средние магнитные линии этих участков также представляют собой отрезки параболы, получаем:

$$\alpha = \frac{1}{\frac{4b_в}{2\tau_р - a_в} + \frac{4b_{2ср}}{l_{2ср}}} = \frac{1}{4\left\{\frac{b_в}{2\tau_р - a_в} + \frac{32b^3_0(\tau_р - a_в)}{3\left[2b_0\sqrt{4b^2_0 + (\tau_р - a_в)^2} + (\tau_р - a_в)^2 \ln\frac{2b_0 + \sqrt{4b^2_0 + (\tau_р - a_в)^2}}{\tau_р - a_в}\right]^2}\right\}}. \quad (18)$$

Считая, что участок магнитной проводимости $G_{и.д}$ ограничен отрезками парабол mn и gj и средняя магнитная линия — также отрезок параболы (рис. 2), получаем:

$$\beta = \frac{3\left[4(2b_0 + b_и)\sqrt{16(2b_0 + b_и)^2 + (2\tau_р - a_в)^2} + (2\tau_р - a_в)^2 \ln\frac{4(2b_0 + b_и) + \sqrt{16(2b_0 + b_и)^2 + (2\tau_р - a_в)^2}}{2\tau_р - a_в}\right]^2}{1024(\tau_р b_и + a_в b_0)(2b_0 + b_и)^2}. \quad (19)$$

Как следует из формул (17)—(19), функция $y_т$ зависит от пяти переменных: $\tau_р$, b_0, $a_в$, $b_в$, $b_и$, из которых можно исключить b_0, выразив ее через другие величины в том случае, когда средняя магнитная линия участка проводимости $G_{и.д}$ совпадает с направлением главных напряжений в валу σ_{max} и σ_{min}. Нормальные напряжения в любой элементарной площадке на поверхности скручиваемого вала

$$\sigma = \tau \sin 2\psi, \quad (20)$$

где ψ — угол между образующей вала и направлением, по которому определяется величина σ.

Как следует из выражения (20) $\sigma = \sigma_{max} = |\sigma_{min}|$ при $\psi = 45°$, поэтому тордуктор следует проектировать таким образом, чтобы

$$b_0 \approx \frac{\tau_р - b_а - b_и}{2}. \quad (21)$$

Если это условие не выдерживается, то в формулу для чувствительности следует ввести множитель $\sin 2\psi$, где

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{2b_0 + b_в + b_и}{\tau_р}. \quad (22)$$

Исследования показали, что функция $y_т$ уменьшается с ростом полюсного деления [Л. 1], поэтому $\tau_р$ следует выбирать минимально возможным. Значение $y_т$ меняется несущественно при изменении $a_в$ и $b_в$ в довольно широких пределах (от $0{,}15\tau_р$ до $0{,}4\tau_р$) и существенно возрастает с увеличением размера измерительного полюса $b_и$ [Л. 1].

Положим, что материал вала магнитоанизотропен и имеется вращающийся эксцентриситет вала, т. е. $\mu_{в.в} \neq \text{const}$, $\mu_{и.д} \neq \text{const}$, $\delta_в \neq \text{const}$, $\delta_и \neq \text{const}$. Магнитная проницаемость в функции окружности вала может изменяться произвольным образом, но это изменение носит периодический характер. Воздушные зазоры под полюсами по окружности вала в общем случае также могут изменяться произвольным образом из-за наличия эксцентриситета, овальности вала и расточки статора датчика и других факторов.

При допущении, что в осевом направлении магнитные свойства вала и воздушный зазор в зоне установки тордуктора неизменны, выражение для чувствительности примет вид:

$$S_{т1} = \frac{5{,}63\mu^2 a K_\mu \omega_{в.п}\omega_{и.п} s_в s_и \alpha^2 \beta f_1 I_{в.п} r_н}{h_в W_р \sqrt{r^2_н + x^2_н}} |\Upsilon_т|, \quad (23)$$

где

$$\Upsilon_т = \sum_{i=1}^{2p_в} [(\pm \nu'_{тi}) + (\pm \nu''_{тi})]; \quad (24)$$

$$\nu'_{тi} = \frac{1}{\delta_{вi}\delta_{иi}(2\alpha\mu'_{и.дi} + \beta\mu_{в.вi})^2}; \quad (25)$$

$$\nu''_{т.i} = \frac{1}{\delta_{вi}\delta_{иi}(2\alpha\mu''_{и.дi} + \beta\mu_{в.вi})^2}. \quad (26)$$

Воздушные зазоры $\delta_{вi}$, $\delta_{иi}$ и магнитная проницаемость соответствующих участков поверхности вала $\mu_{в.вi}$, $\mu'_{и.дi}$, $\mu''_{и.дi}$, являясь периодическими функциями текущего угла поворота вала $\omega_2 t$, могут быть представлены с помощью тригонометрических рядов Фурье с учетом местоположения центров участков магнитной проводимости и центров воздушных зазоров по отношению к началу отсчета.

Перейдем к рассмотрению дифдуктора. На рис. 4,*а* показана схема магнитопровода двухполюсного дифдуктора при $M = 0$, а на рис. 4,*б* — то же при $M \neq 0$. Переменный магнитный поток возбуждения $\Phi_{вб}$ через воздушные зазоры проходит в вал, при этом картина магнитного поля в поверхностном слое вала выглядит так, как показано на рис. 5. При $M = 0$ магнитные сопротивления $R_{и.д} = 1/G_{и.д}$ равны между собой и поэтому магнитные потоки во всех измерительных полюсах $\Phi_{и.п}$ также равны между собой. При $M \neq 0$ $R'_{и.д} > R''_{и.д}$ происходит перераспределение магнит-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

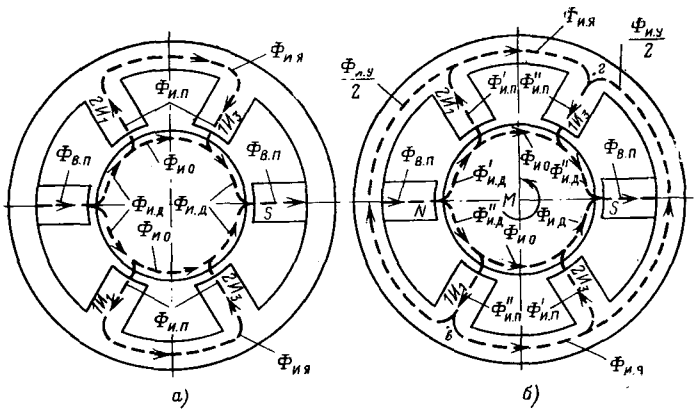


Рис. 4. Схема одного из измерительных магнитопроводов двухполюсного дифдуктора.

а — распределение магнитных потоков при $M=0$ (потоки рассеяния $\Phi_{в.р}$ не показаны); *б* — при $M\neq 0$.

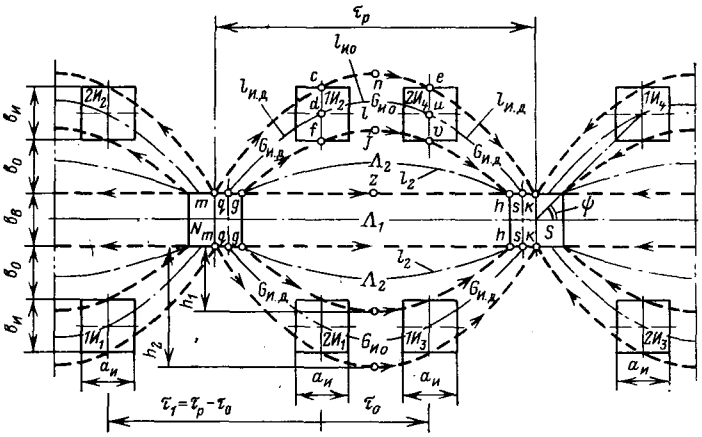


Рис. 5. Картина магнитного поля на поверхности вала для двухполюсного дифдуктора.

N, *S* — проекции полюсов возбуждения; $1И_1$, ..., $1И_4$, $2И_1$, ..., $2И_4$ — проекции измерительных полюсов.

ных потенциалов на поверхности вала под измерительными полюсами, в результате чего магнитные потоки в измерительных полюсах изменяются: $\Phi'_{и.п}<\Phi''_{и.п}$. При этом появляется уравнительный магнитный поток $\Phi_{и.у}$ в ярмах измерительных магнитопроводов.

Изменение магнитных потоков в измерительных полюсах приводит к изменению э. д. с., индуктируемых в измерительных обмотках. Поскольку выходы обеих измерительных обмоток включены в дифференциальную измерительную схему, на сопротивлении нагрузки появится разность напряжений, зависящая от значения приложенного крутящего момента.

Так же, как и в случае тордуктора, будем считать, что магнитный поток рассеяния учтен с помощью коэффициента рассеяния как некоторая доля потока полюса $\Phi_{в.п}$. С учетом этого на основе электрической схемы замещения магнитной цепи дифдуктора (рис. 6) мгновенное значение магнитного потока в измерительном полюсе при допущении, что

$$2R_{вδ}+R_{в.ст}\approx 2R_{вδ},\quad 2R_{иδ}+R_{и.ст}\approx 2R_{иδ},\quad 2R_{вδ}+$$
$$+R_{в.ст}+R_{в.в}\approx 2R_{вδ},$$

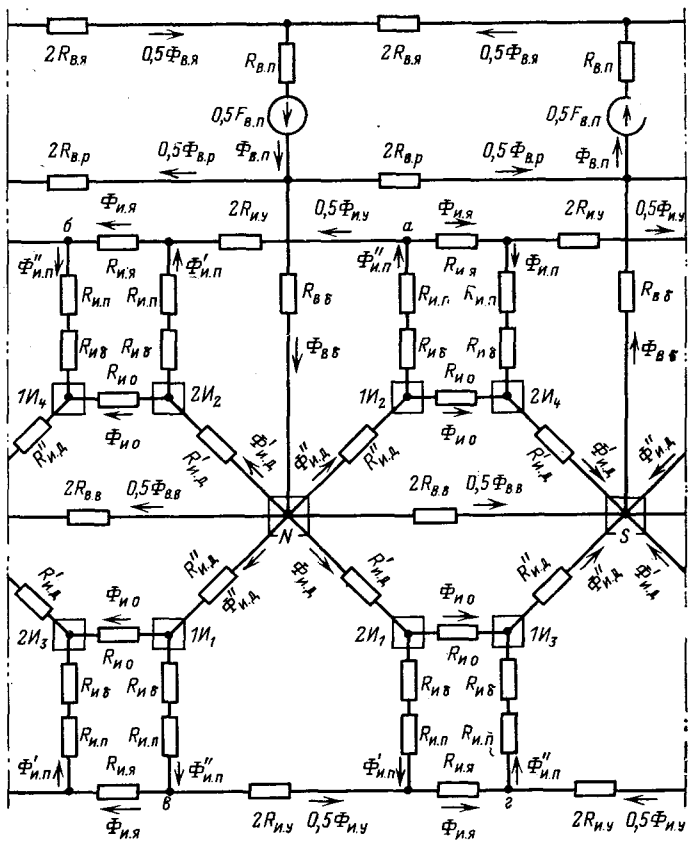


Рис. 6. Электрическая схема замещения магнитной цепи двухполюсного дифдуктора (пути магнитных потоков рассеяния $\Phi_{в.р}$ показаны упрощенно).

$$\varphi_{и.п}=\frac{w_{в.п}i_{в.п}R_{в.в}R_{и0}}{2R_{вδ}R_{иδ}(4R_{в.в}+2R_{и.д}+R_{и0})}, \tag{27}$$

где $R_{и0}$ — магнитное сопротивление вала на участке между проекциями измерительных полюсов (рис. 5).

Магнитные сопротивления:

$$R_{в.в}=\frac{l_{в.в}}{\mu_{в.в}h_а b_{в.в}}=\frac{\alpha}{\mu_{в.в}h_а}; \tag{28}$$

$$R_{и.д}=\frac{l_{и.д}}{\mu_{и.д}h_в b_{и.д}}=\frac{\beta}{\mu_{и.д}h_в}; \tag{29}$$

$$R_{и0}=\frac{l_{и0}}{\mu_{и0}h_в b_{и0}}=\frac{\gamma}{\mu_{и0}h_в}, \tag{30}$$

где $\mu_{и0}$ — абсолютная магнитная проницаемость материала вала на участке магнитного сопротивления $R_{и0}$; $l_{и0}$, $b_{и0}$ — длина средней магнитной линии и средняя ширина этого участка.

С учетом формул (4), (5) и (27)—(30) потокосцепление полюсной катушки измерительной обмотки

$$\psi_{и.п}=w_{и.п}\varphi_{и.п}=\frac{\mu^2_а w_{в.п}w_{и.п}s_в s_и\alpha\gamma i_{в.п}\mu_{и.д}}{2h_в\delta_в\delta_и\xi}, \tag{31}$$

где

$$\xi=4\alpha\mu_{и.д}\mu_{и0}+2\beta\mu_{в.в}\mu_{и0}+\gamma\mu_{в.в}\mu_{и.д}. \tag{32}$$

Определяем ток возбуждения по выражению (12). Полагаем также, что материал вала магни-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тоизотропен, а вращающийся эксцентриситет отсутствует. С учетом этого действующее значение э. д. с. измерительной обмотки дифдуктора с $2p_в$ полюсами возбуждения

$$E_и = \frac{4\pi\mu^2_a w_{в.п} w_{и.п} p_в S_в S_и \alpha\gamma f_1 I_{в.п}}{h_в \delta^2} \left| \pm \frac{\mu_{и.д}}{\xi} \right|. \quad (33)$$

Выпрямленное напряжение на сопротивлении сравнения r с учетом выпрямления мостовой схемой

$$U_0 = \frac{K\mu_{и.д}}{(4\alpha\mu_{и0} + \gamma\mu_{в.в})\mu_{и.д} + 2\beta\mu_{в.в}\mu_{и0}}, \quad (34)$$

где

$$K = \frac{8\sqrt{2}\,\mu^2_a w_{в.п} w_{и.п} p_в S_в S_и \alpha\gamma f_1 I_{в.п} r}{h_в \delta^2 \sqrt{r^2 + x^2_и}}. \quad (35)$$

Выходы измерительных обмоток включены между собой встречно последовательно, поэтому при $M=0$ $U'_0 - U''_0 = 0$. При $M \neq 0$ магнитная проводимость $G_{и.д}$ изменяется за счет изменения магнитной проницаемости $\mu_{и.д}$ соответствующих участков вала на величины $+\Delta\mu_{и.д}$ и $-\Delta\mu_{и.д}$, что вызовет соответствующие изменения напряжений на сопротивлениях r:

$$U'_0 = \frac{K(\mu_{и.д} + \Delta\mu_{и.д})}{(4\alpha\mu_{и0} + \gamma\mu_{в.в})(\mu_{и.д} + \Delta\mu_{и.д}) + 2\beta\mu_{в.в}\mu_{и0}}, \quad (36)$$

а выражение U''_0 отличается лишь знаком при $\Delta\mu_{и.д}$.

Разность напряжений на выходе дифдуктора с учетом упрощений по малости величин

$$\Delta U = \frac{K 4\beta\mu_{в.в}\mu_{и0}\Delta\mu_{и.д}}{(4\alpha\mu_{и.д}\mu_{и0} + 2\beta\mu_{в.в}\mu_{и0} + \gamma\mu_{в.в}\mu_{и.д})^2}. \quad (37)$$

Поскольку вал считается магнитоизотропным, то можно считать $\mu_{в.в} = \mu_{и.д} = \mu_{и0} = \mu_в$. С учетом выражения (9), а также с учетом того, что $r_н \neq \infty$, напряжение на сопротивлении нагрузки

$$U = \frac{r_н}{r + r_н}\Delta U = S_{дфд} M, \quad (38)$$

где $S_{дфд}$ — чувствительность дифдуктора;

$$S_{дфд} = \frac{45\mu^2_a K_\mu w_{в.п} w_{и.п} p_в S_в S_и y_{дфд} f_1 I_{в.п} r r_н}{\mu^2_в h_в \delta^2 W_p (r + r_н)\sqrt{r^2 + x^2_и}}; \quad (39)$$

$$y_{дфд} = \frac{\alpha\beta\gamma}{(4\alpha + 2\beta + \gamma)^2}. \quad (40)$$

Из выражения (40) следует, что при $S_{дфд} = \text{const}$ выходное напряжение пропорционально M, что подтверждается экспериментально снятыми характеристиками. Сравнение выражений (16) и (39) показывает, что при прочих равных условиях чувствительность дифдуктора вдвое выше чувствительности тордуктора. Зависимость чувствительности от остальных параметров (за исключением функции $y_{дфд}$) такая же, как и у тордуктора.

Исследование функции $y_{дфд}$ в соответствии с (40) произведем аналогично тому, как это сделано у тордуктора. Участки магнитных сопротивлений вала $R_{в.в}$, $R_{и.д}$ и $R_{и0}$ представлены в виде геометрических фигур, ограниченных отрезками прямых и отрезками парабол (рис. 6), в соответствии с чем

$$\alpha = \frac{1}{\frac{4b_в}{2\tau_р - a_в} + \frac{4b_{2ср}}{l_{2ср}}} = \frac{1}{4\left\{\frac{b_в}{2\tau_р - a_в} + \right.} \rightarrow$$
$$\rightarrow + \frac{32h^3_1(\tau_р - a_в)}{3\left[2h_1\sqrt{4h^2_1 + (\tau_р - a_в)^2} + \right.} \rightarrow$$
$$\rightarrow \left. \left. + (\tau_р - a_в)^2 \ln\frac{2h_1 + \sqrt{4h^2_1 + (\tau_р - a_в)^2}}{\tau_р - a_в}\right]\right\}; \quad (41)$$

$$\beta = \frac{3\tau^2_р(\tau_р - a_в)^2\left\{8h_3[q_1(2\tau_р - a_в)^2 - 2q_2\tau_0] + \right.}{2048\,[h_2 q_3(\tau_р - a_в)^2 - h_1 q_4 \tau^2_р]\,h^2_3(2\tau_р - a_в)^4} \rightarrow$$
$$\rightarrow \left. + (2\tau_р - a_в)^4 \ln\frac{(8h_3 + q_1)(2\tau_р - a_в)}{16h_3\tau_0 + q_2}\right\}^2; \quad (42)$$

$$\gamma = \frac{3\tau^2_р(\tau_р - a_в)^2\left[16h_3 q_2\tau_0 + (2\tau_р - a_в)^4 \ln\frac{16h_3\tau_0 + q_2}{(2\tau_р - a_в)^2}\right]^2}{1024\,(h_2 q_5 - h_1 q_6)\,h^2_3(2\tau_р - a_в)^4}, \quad (43)$$

где

$$h_1 = \frac{2b_0(\tau_р - a_в)^2}{2(\tau_р - a_в)^2 - \tau^2_0}; \quad (44)$$

$$h_2 = \frac{(b_0 + b_и)\tau^2_р}{\tau^2_р - \tau^2_0}; \quad (45)$$

$$h_3 = 0{,}5(h_1 + h_2); \quad (46)$$

$$q_1 = \sqrt{64h^2_3 + (2\tau_р - a_в)^2}; \quad (47)$$

$$q_2 = \sqrt{256h^2_3\tau^2_0 + (2\tau_р - a_в)^4}; \quad (48)$$

$$q_3 = 2\tau^3_р - 3\tau^2_р\tau_0 + \tau^3_0; \quad (49)$$

$$q_4 = 2(\tau_р - a_в)^3 - 3(\tau_р - a_в)^2\tau_0 + \tau^3_0; \quad (50)$$

$$q_5 = \tau_0(3\tau^2_р - \tau^2_0)(\tau_р - a_в)^2; \quad (51)$$

$$q_6 = \tau^2_р\tau_0[3(\tau_р - a_в)^2 - \tau^2_0]. \quad (52)$$

Как следует из формул (40)—(52) $y_{дфд}$ является функцией шести переменных: $\tau_р$, τ_0, $a_в$, $b_в$, $b_и$, b_0, из которых можно исключить b_0 аналогично тому, как это сделано для тордуктора. Это соответствует случаю, когда

$$b_0 = \frac{\tau_р - \tau_0 - b_в - b_и}{2}. \quad (53)$$

Если условие (53) при проектировании дифдуктора не выдержано, то чувствительность будет ниже. Уменьшение чувствительности следует учесть введением в выражение (39) множителя $\sin 2\psi$, где для дифдуктора

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{2b_0 + b_в + b_и}{\tau_1}. \quad (54)$$

Исследования выражения (40) показали, что функция $y_{дфд}$ возрастает с ростом заднего полюсного шага τ_0 [Л. 2]. Физически это можно объяснить увеличением магнитного сопротивления $R_{и0}$ из-за возрастания его длины, что приводит к уве-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

личению магнитного потока $\Phi_{и.п}$, ответвляющегося из вала в измерительные полюса. Исследование функции $y_{дфд}(\tau_1)$ (где τ_1 — передний полюсный шаг) при $\tau_0=\text{const}$ показало, что функция $y_{дфд}$ имеет максимум [Л. 2]. Для каждого бо́льшего значения τ_0 график $y_{дфд}(\tau_1)$ лежит выше предыдущего, а максимум функции сдвигается в сторону бо́льших значений τ_1.

Исследование зависимостей $y_{дфд}(a_в)$ при $b_в=b_и=\text{const}$ и $y_{дфд}(b_в)$ при $a_в=b_и=\text{const}$ и при $\tau_0=\text{const}$ показывает, что $y_{дфд}$ мало зависит от размеров полюсов возбуждения [Л. 2]. Зависимости $y_{дфд}(b_и)$ указывают на значительный рост $y_{дфд}$ при уменьшении $b_и$ [Л. 2].

Положим, что материал вала магнитоанизотропен, а также имеется вращающийся эксцентриситет вала относительно расточки статора: $\mu_{в.в}\neq\text{const}$, $\mu_{и.д}\neq\text{const}$, $\mu_{и0}\neq\text{const}$, $\delta_в\neq\text{const}$, $\delta_и\neq\text{const}$. При допущении, что в осевом направлении в зоне установки дифдуктора магнитная проницаемость и воздушные зазоры неизменны, выражение для чувствительности будет выглядеть следующим образом:

$$S_{дфд1}=\frac{11{,}25\mu^2_д K_\mu w_{в.п} w_{и.п} s_в s_и \alpha\beta\gamma f_1 I_{в.п} r r_н}{h_в W_р (r+r_н)\sqrt{r^2+x^2_и}}\,|\Upsilon_{дфд}|, \quad (55)$$

где

$$\Upsilon_{дфд}=\sum_{i=1}^{2p_в}(\nu'_{дфдi}+\nu''_{дфдi}), \quad (56)$$

$$\nu'_{дфдi}=\pm\frac{\mu_{в.вi}\mu_{иoi}}{\delta_{вi}\delta'_{иi}(4\alpha\mu'_{и.дi}\mu_{иoi}+2\beta\mu_{в.вi}\mu_{иoi}+\gamma\mu_{в.вi}\mu'_{и.дi})^2}, \quad (57)$$

$$\nu''_{дфдi}=\pm\frac{\mu_{в.вi}\mu_{иoi}}{\delta_{вi}\delta''_{иi}(4\alpha\mu''_{и.дi}\mu_{иoi}+2\beta\mu_{в.вi}\mu_{иoi}+\gamma\mu_{в.вi}\mu''_{и.дi})^2}. \quad (58)$$

Значения воздушных зазоров $\delta_{вi}$, $\delta'_{иi}$, $\delta''_{иi}$ и магнитная проницаемость соответствующих участков поверхности вала $\mu_{в.вi}$, $\mu'_{и.дi}$, $\mu''_{и.дi}$, $\mu_{иoi}$ также являются периодическими функциями текущего угла поворота вала $\omega_2 t$. Выражение (56) представляет собой уравнение огибающей частоты выходного напряжения. Рассмотренная выше картина магнитного поля в допущении, что воздушные зазоры и магнитная проводимость вала неизменны в осевом направлении, является упрощенной. В действительности μ и δ меняются и в осевом направлении, на форму огибающей влияют также неточности изготовления магнитопроводов. Осциллографирование напряжения датчика при вращающихся валах показало, что огибающая представляет собой сложную гармоническую кривую, содержащую постоянную составляющую (средневыпрямленное напряжение), первую гармонику с частотой $f_2=n/60$ и гармонику с частотой $f_3=np_в/30$ Гц (n — скорость вращения вала, об/мин).

Паразитные пульсации могут быть сведены до весьма малого значения термообработкой вала. В случае невозможности отжига вала из-за снижения его прочности в качестве чувствительного элемента может быть применен соответственно термообработанный стальной стакан, установленный концентрично с валом [Л. 3].

Проведенные теоретические исследования подтверждаются экспериментальными данными, позволяют оценить степень влияния различных факторов на значение и форму выходного напряжения и осуществлять более рациональное проектирование рассмотренных магнитоупругих датчиков момента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Богаенко И. Н., Рыбальченко Ю. И.** Анализ работы магнитоупругого измерительного преобразователя крутящего момента — В кн.: Автоматизация прокатных станов. М., «Металлургия», 1976, с. 212—224.

2. **Богаенко И. Н., Рыбальченко Ю. И.** Анализ работы магнитоупругого измерительного преобразователя крутящего момента с двойным числом измерительных полюсов.— В кн.: Приборы и средства автоматики. Киев, «Техника», 1976, с. 21 — 29.

3. **Мосевич Э. В., Рыбальченко Ю. И.** К вопросу об измерении крутящего момента вала магнитоупругим измерительным преобразователем. — —В кн.: Автоматизация прокатных станов. М., «Металлургия», 1974, с. 240 — 250.

[18.11.1976]

УДК 621.3.011.2.001.24:519.25

Исследование статистических характеристик переходной электропроводимости в контактирующих областях некоторых электротехнических устройств

Канд. техн. наук ЖОХ В. П.

Харьковский институт инженеров железнодорожного транспорта

Для описания статистических распределений переходного сопротивления в контактирующих областях применяется множество законов. Например, распределение сопротивления изоляции рельсовых цепей описывается логарифмически нормальным законом [Л. 1], а переходное сопротивление контактов электромагнитных реле нормальным, экспоненциальным, Вейбулла, гамма-распределением и т. д. [Л. 2 и 3]. Такое же разнообразие наблюдается в исследованиях распределения сопротивления изоляции воздушных, кабельных и трубопроводных линий.

Конечно, статистические (апостериорные) распределения переходных сопротивлений или проводимостей различных видов контактов, находящихся в разных условиях, могут быть самые разные. Однако объективно существующий априорный закон распределения, определяемый физической сущностью контакта двух токоведущих частей, может быть единым для

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

группы разных электротехнических устройств с разным механизмом переходной электропроводности.

Согласно современным воззрениям площадь контакта можно представить суммой большого числа малых контактирующих площадок, соединенных параллельно. В таком случае естественно в качестве параметра принять проводимость, равную сумме проводимостей элементарных площадок [Л. 4]. По аналогии общую проводимость изоляции уединенной двухпроводной электрической линии можно представить суммой проводимостей изоляции участков этой линии.

Покажем, что распределение переходной проводимости контакта двух тел приближается к нормальному. Используя центральную предельную теорему Ляпунова [Л. 5, с. 110], можно утверждать, что если число контактирующих площадок в контакте достаточно велико, размеры их малы, а проводимости их слабо зависимы, то распределение проводимости контакта приближенно подчиняется нормальному закону.

С повышением степени шлифовки и полировки поверхности контакта и с увеличением числа контактирующих площадок переходная проводимость контакта будет стремиться к нормальному закону распределения. По аналогии с повышением степени однородности уединенной двухпроводной электрической линии проводимость изоляции ее также будет стремиться к нормальному закону распределения.

Рассмотрим ряд примеров. Характерным примером электрических линий с неравномерно-распределенной проводимостью изоляции является рельсовая цепь. При нормальной подрезке балласта ток с рельса стекает только через шпалы и проводимость изоляции рельсовой линии равна сумме проводимостей шпал [Л. 6 и 7].

В однородной группе новых шпал с исправной изоляцией разброс проводимости изоляции невелик. При фиксированных температуре и влажности окружающей среды случайное изменение проводимости изоляции в данной шпале практически не вызывает изменения проводимости изоляции в соседних, тем более удаленных шпалах. Появление заводских дефектов в процессе производства шпал носит случайный характер. Поэтому проводимости изоляции шпал практически не коррелированы.

Таким образом выполняются все три условия для нормального распределения проводимости изоляции нормальной рельсовой линии: большое число слагаемых, малый их разброс и слабая взаимозависимость.

Если статистическое распределение проводимостей изоляции группы однотипных рельсовых цепей отклоняется от нормального, это говорит о наличии в них шпал с поврежденной изоляцией или о неоднородности шпал по электрическим свойствам.

На рис. 1 представлены распределение сопротивления изоляции $f_1(r)$ группы станционных рельсовых цепей, заимствованное из [Л. 1], и полученное из него распределение проводимости $f_2(g)$.

Переход от $f_1(r)$ к $f_2(g)$ произведен по правилу нахождения распределения функции $g=1/r$ по известному распределению аргумента r [Л. 5]

$$f_2(g) = f_1(r)\left|\frac{dr}{dg}\right| = f_1(r)\frac{1}{g^2} = f_1(r)\,r^2. \qquad (1)$$

Распределение $f_2(g)$ заметно ближе к нормальному, чем $f_1(r)$, хотя имеет некоторую положительную асимметрию.

Из распределения $f_1(r)$ на рис. 1 видно, что около 20% рельсовых цепей имеет сопротивление изоляции в 2 раза и более ниже допустимой нормы: 0,5 Ом·км. Поэтому появление положительной асимметрии в распределении $f_2(g)$ можно объяснить наличием в группе ненормальных по изоляции рельсовых цепей с загрязненным балластом и со шпалами с поврежденной изоляцией.

Следовательно, по значению положительной асимметрии распределения $f_2(g)$ можно судить о степени отклонения электроизоляционного состояния рельсовых цепей от нормального. Под нормальным состоянием понимается такое, при котором балласт не загрязнен и подрезан и нет шпал с явным повреждением изоляции (например, железобетонных с электрическим соединением рельса с арматурой или деревянных, пропитанных проводящим составом).

Нами проведена статистическая обработка результатов измерения в сухую погоду сопротивления изоляции 90 отрезков рельсовых цепей на железобетонных шпалах. Длина отрезка 150—200 м, шпалы и балласт новые, к моменту измерений пролежали 4 года, балласт подрезан. Состояние изоляции рельсовых цепей относительно нормальное, средняя проводимость их в 5 раз меньше, чем вышерассмотренных станционных.

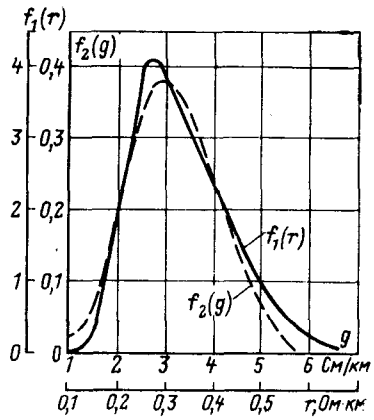


Рис. 1. Распределения сопротивления и проводимости изоляции станционных рельсовых цепей.

Распределение проводимости изоляции этих отрезков ближе к нормальному, чем изображенное на рис. 1. Это подтверждает наличие связи между отклонениями от нормы в распределении проводимости и в состоянии изоляции рельсовых цепей.

При статистическом анализе переходной проводимости в контактах электрических аппаратов уже нельзя пренебрегать корреляцией соседних элементарных площадок. В замкнутом контакте реле ток проходит через очаги проводимости — a-пятна, число которых в отполированных контактах доходит до 1000 шт. на 1 мм² суммарной площади соприкосновения [Л. 8, с. 59]. Проводимость контакта равна сумме проводимостей a-пятен [Л. 4, с. 33].

Линии токов, стягивающиеся к a-пятнам, влияют друг на друга, поэтому проводимости соседних a-пятен зависимы. В контактах с большой поверхностью касания (больше 10 мм²) проводимость данного a-пятна не зависит от состояния абсолютного большинства других a-пятен, удаленных от него.

Для подтверждения гипотезы о нормальном распределении переходной проводимости контакта мысленно разделим его поверхность на ячейки пересекающимися полосами, ширина которых равна расстоянию заметного взаимодействия a-пятен. Расстояние между полосами примем таким, чтобы число ячеек было достаточным (больше десяти) для выполнения первого условия теоремы Ляпунова.

При заданной ширине полос взаимодействие между соседними ячейками окажется весьма слабым. Если общая поверхность контакта достаточно велика, общая проводимость ячеек будет много больше общей проводимости полос, и последней можно пренебречь. Но в таком случае слагаемые суммы — проводимости ячеек, окажутся слабо зависимыми, что необходимо и достаточно для выполнения второго условия теоремы Ляпунова.

Если число a-пятен в каждой из ячеек достаточно велико, то согласно закону больших чисел проводимости ячеек не будут резко отличаться друг от друга, благодаря чему выполнится третье условие теоремы Ляпунова — слабое влияние отдельного слагаемого на сумму.

В реальных условиях из-за некачественной обработки поверхностей, окисления, подгорания могут появиться аномальные по проводимости площадки. В этом случае в статистическом распределении появятся аномальные отклонения от Гауссовой кривой, которые укажут на отступления от норм в производстве или эксплуатации контактов.

В [Л. 2] показано, что при больших токах (несколько ампер) и сильных сжатиях аппроксимирование распределения проводимости контактов нормальным законом в ряде случаев дает хорошее приближение. Однако часто, из-за отклонений от норм параметров контактов, распределения по проводимости сильно отличались от нормального, имели длинные «хвосты» и несколько мод.

Поскольку такие распределения не описываются математически, то невозможно теоретически определить вероятность исправности контакта по заданному предельному значению сопротивления. Поэтому в дальнейшем предпринима-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

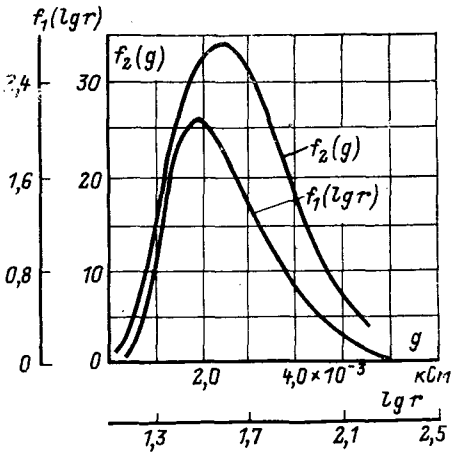


Рис. 2. Распределения логарифма сопротивления и проводимости контактов реле РЭС-10.

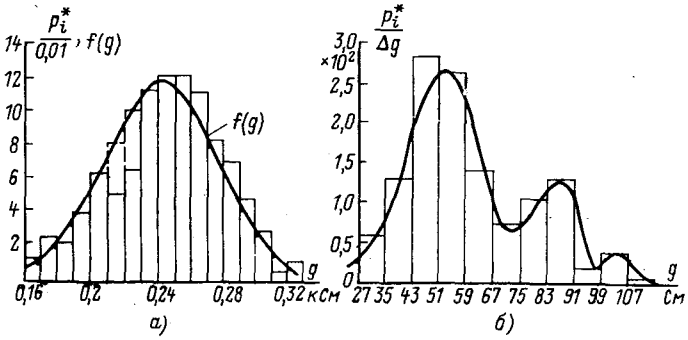


Рис. 3. Распределение проводимости контактов.
а — реле КДРТ; *б* — реле ТР-3В.

ются попытки аппроксимировать распределение сопротивления одним из известных законов.

Так, например, в [Л. 3] предлагается аппроксимировать распределение логарифма сопротивления контактов гамма-распределением.

На рис. 2 представлены распределение логарифма сопротивления $f_1(\lg r)$ платино-иридиевых контактов реле РЭС-10 при токе 2 А, заимствованное из [Л. 3], и полученное из него распределение проводимости $f_2(g)$.

На графике $f_2(g)$ правее моды распределение проводимости подчиняется нормальному закону, а левее наблюдается небольшая выпуклость кривой (см. приложение 1).

Если принять гипотезу о нормальном законе распределения проводимостей, эту выпуклость можно объяснить наличием в опытной выборке контактов с ненормально низкой проводимостью, например, загрязненных осадками органических летучих, выделяемых изоляционными деталями [Л. 2].

Таким образом, по характеру отклонения опытного распределения от Гауссовой кривой можно судить о качестве производства или эксплуатации контактов.

Результаты проведенной статистической обработки по проводимости контактов реле КДРТ приведены на рис. 3,*а*, из которого видно, что имеются только случайные уклонения гистограммы от Гауссовой кривой, построенной по параметрам распределения проводимости: математическое ожидание m_g=0,243 кСм; среднее квадратическое отклонение σ_g= =0,0337 кСм. Остальные параметры распределения проводимости: асимметрия Sk=0,29; эксцесс Ex=—0,34; расхождение статистического и теоретического распределений χ^2= =23,866; вероятность правдоподобия выдвинутой гипотезы по критерию Пирсона $P_П$=0,05.

Большое значение χ^2 и малое $P_П$ объясняется случайными уклонениями гистограммы в разрядах 0,21—0,22 и 0,22—0,23 кСм от прослеживаемой закономерности. Если, следуя этой закономерности, выровнять гистограмму, как показано пунктиром, вероятность правдоподобия принятой гипотезы увеличится до $P_П$=0,7.

Номер варианта	Исходные данные, мСм				Результаты вычислений			
	a_1	σ_1	a_2	σ_2	a, мСм	σ, мСм	Sk	Ex
6-й	4	1,5	10	2	2,373	0,683	0,935	—0,489
7-й	4	1,5	15	3	3,014	0,840	0,413	—0,336

На рис. 3,*б* представлены гистограмма и ее огибающая по проводимости контактов реле ТР-3В, где явно заметно трехмодальное распределение. Из сравнения рис. 3,*а* и *б* видно, что при малых токах резче проявляется неоднородность испытуемой группы, о чем говорится и в [Л. 2].

При анализе технологии изготовления контактов был обнаружен ряд нарушений: загрязнения контактов, некачественная регулировка, разные условия производства в разных рабочих сменах.

Таким образом, причинами ненормального распределения переходной проводимости контактов являются не условия измерения (малый ток и слабое контактное давление), а некачественная технология изготовления и регулировки контактов, которые обнаруживаются в ненормальности распределения проводимости именно при данных условиях измерений.

Статистические расчеты с оперированием переходной проводимостью вместо сопротивления более верно отражают электрическое состояние испытуемых объектов.

По условию проводимость контакта равна сумме проводимостей его элементов. Тогда на основании закона больших чисел и теорем сложения математических ожиданий и дисперсий можно написать:

$$\left.\begin{aligned} m_g &= m_n m_{g_э}; \\ \sigma_g &= \sqrt{m_n}\,\sigma_{g_э}, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где m_g и σ_g — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение проводимости контакта; $m_{g_э}$ и $\sigma_{g_э}$ — то же элемента контакта; m_n — математическое ожидание числа элементов в контакте (n).

При фиксированном n (например, n — число шпал в рельсовой цепи) отношения (2) принимают вид

$$\left.\begin{aligned} m_g &= n m_{g_э}; \\ \sigma_g &= \sqrt{n}\,\sigma_{g_э}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Несоответствие параметров распределения проводимости и сопротивления, связанных функциональной зависимостью $g=1/r$, выражается неравенствами:

$$m_g > \frac{1}{m_r};\quad m_r > \frac{1}{m_g},$$

где m_r — математическое ожидание сопротивления контакта.

Из анализа этих неравенств следует, что статистический анализ электрических линий по сопротивлению дает завышенное среднее сопротивление изоляции, что может привести к ложному представлению об удовлетворительном состоянии объектов.

Таким образом, именно математическое ожидание по проводимости, как предел среднего статистического генеральной совокупности, верно отражает физическую сущность контакта, состоящего из параллельно соединенных элементов.

На основании принятой гипотезы о нормальном распределении переходной проводимости можно рассчитать распределение общего сопротивления (проводимости) сложной электрической цепи, содержащей несколько контактных переходов.

Закон распределения проводимости g, состоящей из двух последовательно включенных независимых проводимостей g_1 и g_2, распределенных по нормальному закону, выражается формулой (приложение 2):

$$f_g(g) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\int_g^\infty \exp\left\{-\frac{(g_1-a_1)^2}{2\sigma^2_1} - \frac{\left(\frac{g_1 g}{g_1-g}-a_2\right)^2}{2\sigma^2_2}\right\}\frac{g^2_1}{(g_1-g)^2}\,dg_1, \qquad (4)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где a_1 и σ_1 — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормального распределения g_1; a_2 и σ_2 — то же распределение g_2.

Нижний предел интегрирования выбран из условия, что g_1 и g_2 неотрицательны, поэтому g меньше g_1 и g_2.

По формуле (4) на ЦВМ были вычислены плотности вероятностей и параметры распределения общей проводимости по десяти вариантам параметров распределения g_1 и g_2.

Исходные данные и результаты расчета по 6-му и 7-му вариантам представлены в таблице, а рассчитанные плотности вероятности $f_g(g)$ изображены на рис. 4. Как и следовало ожидать, с увеличением разницы между a_1 и a_2 (7-й вариант) распределение $f_g(g)$ приближается к нормальному. Это также видно по малым значениям Sк и Ex в 7-м варианте.

В начальной части кривой $f_g(g)$ заметна ступенька, появление которой объясняется тем, что вычислительные операции проводились над усеченными нормальными законами, так как по условию g_1 и g_2 приняты неотрицательными.

В действительности распределение переходной проводимости может заходить в отрицательную область из-за появления контактной разности потенциалов электронной или ионной природы.

Используя правила функциональных преобразований n-мерных законов в принципе можно найти закон распределения проводимости сложного соединения n частных проводимостей. Однако при этом получается слишком громоздкая формула вида (4) и для ее вычислений требуется затратить много машинного времени.

В этом случае рациональнее воспользоваться методом статистических испытаний (метод Монте-Карло) с применением таблиц или генератора случайных чисел, распределенных по нормальному закону с параметрами $a=0$ и $\sigma=1$. В ЦВМ вводятся также параметры распределения частных проводимостей и программа вычисления функции $g=\varphi(g_1, g_2, \ldots, g_n)$, выражающей зависимость общей проводимости от частных для конкретной электрической цепи.

Придавая проводимости g_i случайные значения, распределенные нормально с параметрами a_i и σ_i, получают статистический ряд общей проводимости g, для которого находят формулу распределения.

Таким образом, статистический анализ контактных пар по переходной проводимости позволяет получить количественные оценки качества производства и эксплуатации ряда электрических устройств.

Приложение 1. Для перехода от $f_1(\lg r)$ к $f_2(g)$ сначала перейдем к распределению по сопротивлению

$$f_3(r) = f_1(\lg r)\left|\frac{d(\lg r)}{dr}\right| = f_1(\lg r)\frac{0{,}4343}{r}. \qquad (\text{П1-1})$$

Для перехода от $f_3(r)$ к $f_2(g)$ воспользуемся формулой (1)

$$f_2(g) = f_3(r)\,r^2 = f_1(\lg r)\,0{,}4343r. \qquad (\text{П1-2})$$

Приложение 2. Для нахождения закона распределения $f_g(g)$ по известным законам распределения $f_1(g_1)$ и $f_2(g_2)$ воспользуемся правилом функциональных преобразований двумерных законов [Л. 9, с. 58].

Закон распределения функции $g = \dfrac{g_1 g_2}{g_1 + g_2}$ выражается формулой [Л. 9, с. 60]:

$$f_g(g) = \int_g^\infty f_x(g_1, g_2)\frac{1}{\left|\dfrac{\partial g}{\partial g_2}\right|}\,dg_1, \qquad (\text{П2-1})$$

где $f_x(g_1, g_2)$ — двумерный закон распределения g_1 и g_2.

Проводимости переходов g_1 и g_2 являются независимыми случайными величинами, поэтому

$$f_x(g_1, g_2) = f_1(g_1)\,f_2(g_2)$$

и

$$f_g(g) = \int_g^\infty f_1(g_1)\,f_2(g_2)\frac{1}{\left|\dfrac{\partial g}{\partial g_2}\right|}\,dg_1. \qquad (\text{П2-2})$$

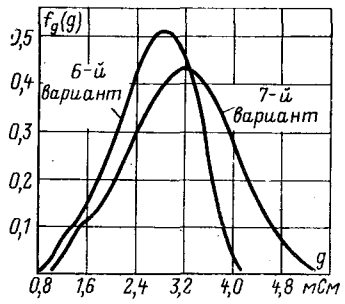


Рис. 4. Распределение проводимости перехода «закладной болт-балласт в железобетонных шпалах.

Частная производная от g равна

$$\frac{\partial g}{\partial g_2} = \frac{\partial\left(\dfrac{g_1 g_2}{g_1 + g_2}\right)}{\partial g_2} = \frac{g_1^2}{(g_1 + g_2)^2}. \qquad (\text{П2-3})$$

Так как $g_2 = \dfrac{g_1 g}{g_1 - g}$, то (П2-3) принимает вид:

$$\frac{\partial g}{\partial g_2} = \left(\frac{g_1 - g}{g}\right)^2. \qquad (\text{П2-4})$$

Подставляя в (П2-2) значения $\dfrac{\partial g}{\partial g_2}$ из (П2-4) и $g_2 = \dfrac{g_1 g}{g_1 - g}$, получим:

$$f_g(g) = \int_g^\infty f_1(g_1)\,f_2\left(\frac{g_1 g}{g_1 - g}\right)\frac{g_1^2}{(g_1 - g)^2}\,dg_1. \qquad (\text{П2-5})$$

Это и есть выражение распределения проводимости цепи, состоящей из последовательного соединения двух проводимостей.

Нижний предел интегрирования выбран из предположения, что проводимости переходов неотрицательны, поэтому g меньше g_1 и g_2.

Для случая нормального распределения g_1 и g_2 подставим в (П2-5) вместо $f_1(g_1)$ и $f_2(g_2)$ известные формулы плотности нормального распределения, в результате получим формулу (4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Разгонов А. П., Абрамов В. М.** О надежности и проектировании рельсовых цепей.—«Вестник НИИЖТ», 1967, № 1, с. 48—52.

2. **Гаевская Д. В., Штремберг Т. К.** К вопросу о сопротивлении платино-иридиевых контактов и оценке зависимости его от протекающего через них тока.— В кн.: Электрические контакты. М., «Энергия», 1967, с. 534—541.

3. **Штремберг Т. К., Белозерова Н. А., Гартманова И. С.** Оценка величины сопротивления контактов с использованием гамма-распределения.—«Вопросы радиоэлектроники. Техника проводной связи», 1969, вып. 3, с. 54—62.

4. **Хольм Р.** Электрические контакты. М., Изд-во иностр. лит., 1961.

5. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М., «Наука», 1969.

6. **Котляренко Н. Ф., Жох В. П.** Статистические характеристики проводимости изоляции рельсовых линий.— «Труды ХИИТ. Повышение надежности устройств автоматики, телемеханики и связи», 1969, вып. 112, с. 3—13.

7. **Бушуев В. И.** Оценка технической эффективности восстановления изоляции рельсовых цепей заменой токопроводящих шпал. — «Вестник ВНИИЖТ», 1975, № 8, с. 34—37.

8. **Залесский А. М.** Основы теории электрических аппаратов. Учебн. пособие для вузов. М., «Высшая школа», 1974. 184 с.

9. **Заездный А. М.** Основы расчетов по статистической радиотехнике. М., «Связь», 1969. 448 с.

[18.IV.1976]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.318.1.017.001.24

Разделение потерь энергии в магнитных материалах

Канд. физ.-мат. наук КАДОЧНИКОВ А. И., инженеры СИВЕНЦЕВ А. А., МАЛЮК В. П.

Свердловск

Потери энергии на перемагничивание и их частотная зависимость являются важными характеристиками свойств металлических магнитно-мягких материалов, используемых в переменных полях. При решении задач повышения качества и эффективности использования этих материалов, например, при разработке новых материалов или анализе работы магнитных элементов устройств автоматики, электротехники и энергетики, полезно также иметь возможность определения значений составляющих потерь, различающихся характером зависимости от частоты.

До настоящего времени применяется традиционное разделение потерь на две составляющие — потери на статический гистерезис и на вихревые токи [Л. 1—3]. Методика такого разделения, предложенная более 60 лет назад, состоит по существу в линейной экстраполяции частотной зависимости полных потерь энергии за один цикл перемагничивания к нулевой частоте. Заметим, что при этом должны выполняться условия линейности частотной зависимости потерь на вихревые токи, т. е. поверхностный эффект должен быть слабым, и независимости от частоты потерь на статический гистерезис, т. е. амплитуда индукции должна быть достаточно большой [Л. 4]. Эта простая методика, в течение многих лет считавшаяся приемлемой, в настоящее время часто оказывается непригодной из-за того, что для современных металлических материалов «аномалия вихревых токов» слишком велика [Л. 5—7], а зависимость полных потерь от частоты существенно нелинейна.

В [Л. 8] была высказана идея преодоления этих трудностей на основе учета доменной структуры при расчете вихревых токов. В [Л. 9] показано, что в случае полосовой доменной структуры с достаточно широкими доменами потери на вихревые токи могут быть существенно больше рассчитанных по классическим формулам. В дальнейшем удалось также интерпретировать с этих позиций и нелинейную зависимость потерь от частоты [Л. 10—12]. Однако анализ этих работ показывает, что несоответствие экспериментальным данным в большинстве случаев сохраняется [Л. 7, 13 и 14].

Применимость результатов [Л. 8—12] к техническим материалам ограничена, по-видимому, недостаточным соответствием предлагаемых их авторами моделей доменной структуры и процесса перемагничивания реальным структурам и процессам. Это подтверждается, например, следующими фактами. Для 3%-ной холоднокатаной электротехнической стали толщиной 0,05 мм потери энергии на вихревые токи, вычисленные по классической формуле, при частоте 200 Гц примерно в 30 раз, а при частоте 50 Гц в 50 раз меньше разности полных потерь и их гистерезисной компоненты. Оценка же по формулам для потерь, полученным в [Л. 9], показывает, что для объяснения столь большой «аномалии» необходимо предположить нереально большую величину средней ширины доменов, примерно в 50 раз большую, чем толщина материала. Кроме того, форма динамической петли гистерезиса, рассчитанная на основе полосовой модели доменной структуры [Л. 9], при этом резко отличается от действительной [Л. 14].

В последние годы развивается приемлемый для технических материалов и поэтому более ценный для решения практических задач подход к исследованию динамического перемагничивания, основанный на учете влияния не только вихревых токов, но и других явлений, задерживающих изменение индукции — магнитной вязкости [Л. 4, 14—18]. Магнитная вязкость может быть связана, например, с диффузионными, флуктуационными и спин-релаксационными процессами [Л. 19]. Детальное исследование механизмов влияния вязкости затруднено необходимостью расчетной отстройки от вихревых токов, которая в общем случае, очевидно, невозможна без учета влияния вязкости, зависящего, в свою очередь, от вихревых токов.

Влияние магнитной вязкости на процесс динамического перемагничивания описывается феноменологическим уравнением вязкости, связывающим намагниченность I, напряженность магнитного поля H и время t [Л. 14—16]:

$$\mu_0 \frac{dI}{dt} = \bar{r}\left(1 - \frac{I^2}{I_s^2}\right)[H - H_{ст}(I)]. \qquad (1)$$

Здесь μ_0 — магнитная постоянная; I_s — намагниченность насыщения; $H_{ст}$ — напряженность поля при статическом намагничивании; $\bar{r}$ — коэффициент вязкости.

Величины H и I имеют смысл значений соответственно напряженности поля и намагниченности в малой области (точке) внутри перемагничиваемого материала. Эта область должна быть настолько малой, чтобы можно было пренебречь в ее пределах неоднородностью величин H и I, обусловленной поверхностным эффектом, но и в то же время настолько большой, чтобы усреднялись локальные неоднородности H и I, связанные с неоднородностями кристаллической и магнитной структуры, и материал можно было считать однородным.

Приведенные требования не противоречат друг другу. Например, в случае бесконечной пластины первое из них ограничивает размеры области лишь в направлении, перпендикулярном поверхностям пластины, и поэтому второе требование может быть удовлетворено за счет неограниченного увеличения размеров области в направлениях двух других координат, лежащих в плоскости пластины. Таким образом, можно предположить, что в каждый момент времени величины H и I являются средними значениями напряженности поля и намагниченности для плоскостей, параллельных поверхностям пластины. Правильность этого предположения косвенно подтверждается результатами [Л. 15 и 16]. В дальнейшем мы будем называть напряженностью поля и намагниченностью именно такие их значения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Чтобы рассчитать процесс динамического перемагничивания сердечников (процесс изменения со временем распределений напряженности поля и намагниченности внутри материала), нужно решить совместно уравнение (1) и уравнения Максвелла при определенных начальных и граничных условиях. Строго говоря, последние должны быть записаны с учетом реальной доменной структуры, однако это требование приводит практически к невозможности получения решения. В [Л. 4, 14—16] такие расчеты проводились на основе предположения, что в исследованных технических материалах толщиной менее 0,2 мм можно не принимать во внимание искажения линий вихревых токов, обусловленные доменной структурой.

В результате было получено хорошее согласование расчетных и экспериментальных петель гистерезиса для широких диапазонов марок материалов, частот перемагничивания и температур. Таким образом, исходные положения расчета получили экспериментальное подтверждение и могут, по нашему мнению, служить основой для практически важных приложений. В настоящей статье предпринята попытка на этой основе интерпретировать частотную зависимость потерь энергии на перемагничивание и разработать простые способы определения составляющих потерь.

Теоретические основы методики разделения потерь энергии на три составляющие — гистерезисную, вязкостную и вихретоковую — с использованием уравнения вязкости (1) изложены в [Л. 4], где показано, что в общем случае такое разделение может быть выполнено лишь путем сложных расчетов с помощью вычислительной техники. Целью статьи является разработка методики разделения на три составляющие для того же практически важного случая, что и традиционная методика, а именно для случая слабого поверхностного эффекта при синусоидальной зависимости средней по сечению материала индукции $B_{ср}$ от времени. Излагаемые ниже расчеты выполнены для бесконечной пластины. Через z обозначена относительная координата, отсчитываемая от центральной плоскости пластины в направлении, перпендикулярном поверхностям (на поверхностях $z=\pm 1$).

Частотная зависимость потерь. В случае слабого магнитного поверхностного эффекта напряженность магнитного поля H и магнитная индукция B внутри пластины являются параболическими функциями координаты z [Л. 20 и 21]; при этом в любой момент времени индукция в точках с координатами $z=\pm 1/\sqrt{3}$ равна по значению средней по сечению индукции

$$B\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, t\right)=B_{ср}(t), \tag{2}$$

а соответствующая напряженность поля

$$H\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, t\right)=H_e(t)-\frac{1}{3}\gamma\delta^2\dot{B}_{ср}, \tag{3}$$

где H_e — значение поля на поверхности пластины; γ — удельная электропроводность материала; δ — полутолщина пластины; $\dot{B}_{ср}=(dB_{ср}/dt)$ — скорость перемагничивания.

Применяя уравнение (1) к этим точкам [подставляя (2) и (3) в (1)] и полагая, что при полях, в которых обычно используются магнитно-мягкие материалы, $B\approx\mu_0 I$, получаем:

$$\dot{B}_{ср}=r\left(1-\frac{B^2_{ср}}{B^2_s}\right)\left[H_e(t)-\frac{1}{3}\gamma\delta^2\dot{B}_{ср}-H_{ст}(B_{ср})\right], \tag{4}$$

откуда следует

$$H_e(t)=H_{ст}(B_{ср})+\frac{\dot{B}_{ср}}{r\left[1-(B^2_{ср}/B^2_s)\right]}+\frac{1}{3}\gamma\delta^2\dot{B}_{ср}, \tag{5}$$

т. е. внешнее перемагничивающее поле H_e выражается через сумму трех слагаемых, выражающих вклад соответственно статического гистерезиса, магнитной вязкости и вихревых токов.

Потери энергии на один цикл перемагничивания равны, как известно, площади петли динамического гистерезиса

$$P=2\int_{t_0}^{t_0+(T/2)} H_e(t)\dot{B}_{ср}dt, \tag{6}$$

где T — период.

Подставляя (5) в (6), получаем:

$$P=P_г+\frac{2}{r}\int_{t_0}^{t_0+(T/2)}\frac{\dot{B}^2_{ср}}{1-(B^2_{ср}/B^2_s)}dt+$$
$$+\frac{2}{3}\gamma\delta^2\int_{t_0}^{t_0+(T/2)}\dot{B}_{ср}dt. \tag{7}$$

Здесь $P_г$ — вклад статического гистерезиса в потери, равный площади статической петли; t_0 — начальный момент времени, соответствующий $B_{ср}=-B_m$ (B_m — амплитуда средней индукции).

Слагаемые в правой части равенства (7) выражают составляющие потерь соответственно на статический гистерезис, магнитную вязкость и вихревые токи.

При синусоидальной зависимости индукции от времени

$$B_{ср}=B_m\sin\omega t \tag{8}$$

($\omega=2\pi f$ — круговая частота перемагничивания) равенство (6) преобразуется к виду:

$$P=P_г+\frac{1}{r}B_s 4\pi^2 f\left(B_s-\sqrt{B^2_s-B^2_m}\right)+$$
$$+\frac{2}{3}\pi^2 f\gamma\delta^2 B^2_m. \tag{9}$$

В [Л. 15 и 16] показано, что коэффициент вязкости r является линейной функцией максимальной скорости перемагничивания $(\dot{B}_{ср})_m$. В рассматриваемом случае синусоидальной индукции $(\dot{B}_{ср})_m=\omega B_m$, поэтому связь r с частотой f может быть представлена следующим образом:

$$r=r_0+v2\pi f B_m, \tag{10}$$

где r_0 и v — параметры линейной зависимости.

Тогда (9) можно записать в виде:

$$P=P_г+\frac{x_1 f}{x_2+f}+x_3 f, \tag{11}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где

$$x_1 = 2\pi B_s (B_s - \sqrt{B^2_s - B^2_m})/vB_m; \quad (12)$$

$$x_2 = r_0/2\pi v B_m; \quad (13)$$

$$x_3 = \frac{2}{3}\pi^2 \gamma \delta^2 B^2_m. \quad (14)$$

Таким образом из феноменологических представлений, развитых в [Л. 15 и 16], следует нелинейная зависимость полных потерь за цикл от частоты. При низких частотах $f \ll x_2$ эта зависимость, как следует из (11), переходит в линейную, отсекающую на оси ординат отрезок $P_г$, но имеющую «аномальный» угловой коэффициент $x_3 + (x_1/x_2)$, превышающий классическое значение x_3 на x_1/x_2. При высоких частотах $f \gg x_2$ зависимость (11) также переходит в линейную, имеющую уже классический угловой коэффициент x_3, но дающую (при экстраполяции к нулевой частоте) «аномально» большой отрезок на оси ординат, равный $P_г + x_1$, превышающий действительные потери на гистерезис $P_г$ на x_1. Заметим, что изложенное рассуждение для случая $f \gg x_2$ справедливо лишь постольку, поскольку при рассматриваемых частотах поверхностный эффект можно считать слабым.

Для экспериментальной проверки формулы (11) проведены измерения частотной зависимости полных потерь на витых кольцевых образцах холоднокатаной электротехнической стали с 3% Si толщиной 0,05; 0,08 и 0,15 мм. Статические характеристики измерялись баллистическим методом, динамические — с помощью феррометра с погрешностью, не превышающей ±2%. Для обеспечения синусоидальной зависимости индукции от времени использовался специальный усилитель с обратной связью [Л. 22]. Коэффициент нелинейных искажений напряжения на измерительной обмотке образцов был не более 3%. Амплитуда поля H_{me} при измерениях была достаточно большой, чтобы обеспечить для каждого образца совпадение вершин статических и динамических петель гистерезиса (полное промагничивание). При этом потери на гистерезис $P_г$ не зависят от частоты [Л. 4]. Гистерезисная компонента $P_г$ определялась планиметрированием статических петель гистерезиса. Полные потери P также определялись по площади, но уже динамических петель гистерезиса.

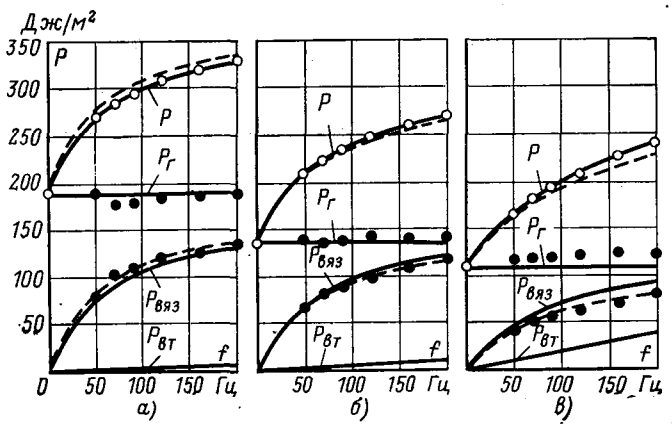


Рис. 1. Зависимость от частоты полных потерь энергии за цикл и их вихретоковых, вязкостных и гистерезисных составляющих для холоднокатаной электротехнической стали с 3% Si.

а — толщиной 0,05 мм; *б* — 0,08 мм; *в* — 0,15 мм. ——— — расчет по формуле (11); — — — — по значениям H_{cd} для 50 и 200 Гц; ● — по (17)—(19); ○ — данные измерений полных потерь.

На рис. 1 нанесены полученные экспериментальные точки (в том числе потери на статический гистерезис при $f=0$). Кривые, соответствующие формуле (11), получены при значении $P_г$, равном измеренному значению площади статической петли, коэффициенте x_3, вычисленном по формуле (14), x_1 и x_2, подобранным по принципу минимизации среднеквадратического отклонения от экспериментальных точек. Из рис. 1 видно, что формула (11) хорошо соответствует экспериментальным данным (в пределах погрешности измерений). Имея в виду допущения, положенные в основу вывода формулы (11), вообще говоря, необязательно ожидать полное соответствие полученных значений параметров x_1 и x_2 тем значениям, которые могут быть вычислены по формулам (12) и (13), если независимым путем определить r_0 и v. Тем не менее, как будет показано ниже, удовлетворительное соответствие имеет место.

Разделение потерь на три составляющие. Этот процесс сводится по существу к определению слагаемых правой части равенств (9) или (11). Для этого можно воспользоваться либо экспериментальной частотной зависимостью полных потерь, либо измеренными значениями статической и динамической коэрцитивной силы.

Разделение потерь по их частотной зависимости основано на различном характере зависимости каждой из составляющих от частоты. При этом, конечно, экспериментальная частотная зависимость полных потерь должна относиться к той области частот, где ее нелинейность проявляется достаточно отчетливо. Ясно, что случайная погрешность измерения полных потерь может существенно повлиять на результат разделения. Поэтому метод требует либо высокой точности измерений, либо достаточно большого числа точек частотной зависимости.

В первом случае, если число экспериментальных точек не меньше числа неизвестных параметров выражения (11), можно найти последние путем решения системы уравнений. Во втором случае неизвестные параметры частотной зависимости лучше всего искать методом минимизации среднеквадратического отклонения экспериментальных точек от кривой (11), что требует использования вычислительной техники. В обоих случаях может быть применен третий способ определения искомых параметров — способ линеаризации, который не требует сложных вычислений, но дает менее точные результаты.

Принципиально эти способы позволяют найти все четыре параметра формулы (11), т. е. можно считать, что параметр x_3 необязательно имеет классическое значение (14) вследствие влияния, например, доменной структуры. Однако при этом к исходным данным должны быть предъявлены очень высокие требования по точности измерений и числу точек. Поэтому для иллюстрации метода линеаризации рассмотрим случай, когда вихревые

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

токи могут быть рассчитаны без учета доменной структуры, т. е. справедлива формула (14).

Из (11) следует, что

$$Q=\frac{1}{P-P-x_3 f}=\frac{1+(x_3/f)}{[x_1+(P_г-P_0)]+(P_г-P_0)(x_2/f)} \quad (15)$$

должна быть линейной функцией аргумента $1/f$, если P_0 совпадает с $P_г$. На рис. 2 нанесены точки функции $Q(1/f)$ при различных P_0, вычисленные по экспериментальным данным, изображенным на рис. 1. Одну из кривых для каждого образца можно считать прямой. Соответствующие значения P_0 должны быть равны $P_г$. Следовательно, определенные по результатам такого разделения потери на гистерезис за цикл для образцов электротехнической стали толщиной 0,05; 0,08 и 0,15 мм равны соответственно 200, 150 и 120 Дж/м³, в то время как непосредственные измерения (через площадь статической петли гистерезиса) дают соответственно 189, 137 и 110 Дж/м³. Отрезок, отсекаемый полученной прямой на оси ординат, равен $1/x_1$, а коэффициент ее наклона равен x_2/x_1. Тем самым определяются параметры x_1 и x_2.

Заметим, что поскольку согласно (11) потери как функция частоты представляют собой дробь двучленов типа $a+bf$, для линеаризации можно воспользоваться обычным разностным методом с выбором в качестве «опорных» одной или двух (в зависимости от числа определяемых параметров) экспериментальных точек. При таком способе результат разделения существенно зависит от значения случайной погрешности определения координат этих точек.

Нелинейность экспериментальной зависимости $P(f)$ зависит, разумеется, от материала и, кроме того, от частотного диапазона, в котором выполнены измерения, так как из (11) следует, что наибольшей нелинейностью зависимость $P(f)$ обладает при частотах, имеющих порядок параметра x_2, а при больших и малых частотах она переходит в линейную и тогда частотная зависимость $P_{вяз}$ становится неотличимой от частотной зависимости других компонент. В этом случае разделение может быть выполнено лишь при известных значениях коэрцитивной силы.

Разделение потерь по коэрцитивной силе требует знания статической H_c и динамической H_{cd} коэрцитивной силы. Учитывая, что при $H_e=H_{cd}$ $B_{ср}=0$, $H_{ст}(B_{ср})=H_c$, $B_{ср}=(B_{ср})_m=\omega B_m$ из (5) находим:

$$r=\frac{\omega B_m}{H_{cd}-H_c-(\gamma\delta^2\omega B_m/3)}. \quad (16)$$

Подставляя это выражение в (9), получаем формулы для составляющих потерь

$$P_{вяз}=2\pi B_s\left(H_{cd}-H_c-\frac{2}{3}\pi\gamma\delta^2 f B_m\right)\times$$

$$\times(B_s-\sqrt{B_s^2-B_m^2})/B_m, \quad (17)$$

$$P_{вт}=\frac{2}{3}\pi^2\gamma\delta^2 f B_m^2; \quad (18)$$

$$P_г=P-P_{вяз}-P_{вт}. \quad (19)$$

Вычисления составляющих могут быть проведены непосредственно по данным измерений при

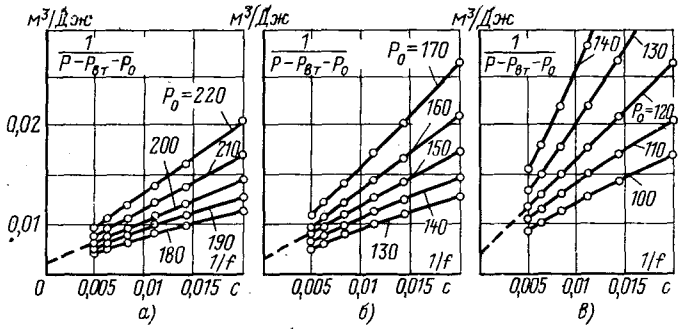


Рис. 2. К определению $P_г$, x_1 и x_2 методом линеаризации при различной толщине материала (P_0 в Дж/м³).
а — 0,05 мм; *б* — 0,08 мм; *в* — 0,15 мм.

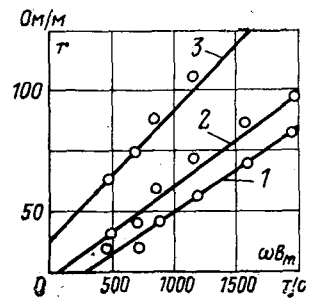


Рис. 3. Зависимость коэффициента вязкости от максимальной скорости перемагничивания.
1 — при толщине 0,05 мм; *2* — 0,08 мм; *3* — 0,15 мм.

одной частоте и, следовательно, независимо от характера частотной зависимости потерь. Результаты вычисления $P_{вяз}$ и $P_г$ по формулам (17)—(19) для исследованных образцов приведены на рис. 1. Для толщин 0,05 и 0,08 мм полученные значения $P_г$ находятся в хорошем соответствии с результатами измерений в статическом режиме перемагничивания (сплошные линии $P_г$), для толщины 0,15 мм — в несколько худшем, но удовлетворительном соответствии.

На рис. 3 показаны результаты вычислений коэффициента вязкости r по формуле (16) для тех же образцов (см. рис. 1) при различных частотах перемагничивания. Как и в [Л. 15 и 16], зависимость r от максимальной скорости перемагничивания ωB_m хорошо описывается линейной функцией (10), и для определения параметров r_0 и v этой функции необходимы лишь два значения коэффициента r.

Пусть известны измеренные при двух частотах f_1 и f_2 значения динамической коэрцитивной силы H_{cd1} и H_{cd2}. Вычислив по формуле (16) соответствующие значения коэффициента вязкости r_1 и r_2 и максимальной скорости перемагничивания ωB_{m1} и ωB_{m2}, можно определить параметры r_0 и v:

$$\left.\begin{aligned} r_0&=r_2-f_2\frac{r_2-r_1}{f_2-f_1};\\ v&=\frac{r_2-r_1}{2\pi B_m(f_2-f_1)}\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

и затем, вычислив по формулам (12)—(14) параметры частотной зависимости потерь, при известном значении гистерезисных потерь $P_г$ по формуле (11) рассчитать эту зависимость. Результаты такого расчета для исследованных образцов (штриховые линии на рис. 1) по данным для частот 50 и 200 Гц близки к результатам измерений зависимости $P(f)$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Критерий слабого поверхностного эффекта при наличии магнитной вязкости. Изложенные расчеты справедливы лишь в случае слабого поверхностного эффекта, т. е., строго говоря, при условии, что значение разности индукции на поверхности и в центре пластины значительно меньше амплитуды средней индукции. В случае, когда магнитная вязкость отсутствует, поверхностный эффект можно считать слабым, если выполняется условие [Л. 20]:

$$\frac{1}{2B_m}\gamma\delta^2\mu_{ст}(\dot{B}_{ср})_m < 1, \qquad (21)$$

где $\mu_{ст}$ — максимальная дифференциальная проницаемость по статической петле гистерезиса.

Поскольку магнитная вязкость обусловливает замедление изменения индукции, то она оказывает при прочих равных условиях существенное влияние на поверхностный эффект.

Рассматривая тот участок процесса перемагничивания, где скорость изменения средней индукции близка к максимуму, и используя формулы (1) и (2), можно получить тем же путем, что и в [Л. 20], следующий критерий слабого поверхностного эффекта:

$$\frac{rB^2_s}{2B_m\mu_{ст}(\dot{B}_{ср})_m}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2\gamma\delta^2\mu^2_{ст}}{rB^2_s}(\dot{B}_{ср})_m}\right] < 1, \qquad (22)$$

где $B_s = \mu_0 I_s$.

В случае слабого влияния вязкости ($r\to\infty$) это неравенство переходит в неравенство (21), а в случае сильного влияния вязкости ($r\to 0$) получаем:

$$\frac{B_s}{B_m}\sqrt{\frac{1}{2}\gamma\delta^2 r} < 1. \qquad (23)$$

Все величины, входящие в условия (21)—(23) могут быть найдены экспериментальным путем. Коэффициент вязкости r определяется по формуле (16).

Расчет для случаев перемагничивания, представленных на рис. 1, показывает, что условия (21) и (23) жестче, т. е. выполняются хуже, чем (22). По неравенству (22) для толщин 0,05 и 0,08 мм (рис. 1,*а*, *б*) имеет место слабый поверхностный эффект и, следовательно, формулы (11)—(14) и (17)—(19) применимы. Правильность этого вывода подтверждается хорошим соответствием результатов расчетов и измерений значений потерь энергии. Для толщины стали 0,15 мм (рис. 1,*в*) условие (22) выполняется лишь при частотах, не превышающих 100 Гц. По-видимому, этим объясняются полученные отклонения результатов расчетов потерь от экспериментальных данных для этого случая.

Выводы. 1. Учет влияния магнитной вязкости на процесс динамического перемагничивания металлических материалов с введением третьей, вязкостной компоненты потерь энергии позволяет получить нелинейную частотную зависимость потерь энергии за цикл перемагничивания, соответствующую экспериментальным данным, и согласовать расчетные значения потерь с измеряемыми.

2. В случае слабого поверхностного эффекта при синусоидальной индукции различие частотных зависимостей компонент потерь позволяет производить их разделение.

3. Потери на магнитную вязкость могут быть выражены через разность динамической и статической коэрцитивной силы, и это также позволяет разделить потери.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бозорт Р.** Ферромагнетизм. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1956. 784 с.
2. **Дружинин В. В.** Магнитные свойства электротехнической стали. М., Энергия», 1974. 239 с.
3. **Сталь** электротехническая. Методы определения магнитных и электрических свойств. ГОСТ 12119—66. Введ. 1/VII 1967. М., 1966.
4. **Разделение** потерь энергии на перемагничивание как проблема теории.— «Труды метрол. ин-тов СССР», 1971, вып. 120(180), с. 79—88. Авт.: Ю. А. Вдовин, В. П. Иванов, А. И. Кадочников, А. А. Сивенцев.
5. **Brailsford F.** Investigation of the Eddy-Current Anomaly in Electrical Sheet Steels. — «Journ. of IEE», 1948, vol. 95, part 2, № 43, p. 38—48.
6. **Дружинин В. В., Бурдакова Ю. П.** О соотношении потерь на гистерезис и вихревые токи в электротехнической стали.— «Электричество», 1956, № 8, с. 50—54.
7. **Buttino G., Zini G.** Sull Origine delle perdite anomale di energia in Lamine ferromagnetiche conduttrici. — «Ann. Univ. Ferrara», 1973, Ser. 14, 1.
8. **Вильямс Х., Шокли В., Киттель Ч.** Изучение скорости движения границ между ферромагнитными областями.— В кн.: Ферромагнитный резонанс и поведение ферромагнетиков в переменных магнитных полях. М., Изд-во иностр. лит., 1952, с. 322—330.
9. **Pry R. H., Bean C. P.** Calculation of the energy loss in magnetic Sheet materials using a domain model. — «J. Appl. Phys.», 1958, vol. 29, № 3, p. 532—533.
10. **Wycklendt D. A.** Eddy-current losses calculated from a domain model and observed densinies of mobile walls. — «J. Appl. Phys.», 1963, vol. 34, № 4, part 2, p. 1305—1306.
11. **Bishop J. E. L.** Dynamic ferromagnetic domain wall response to incremental AF fields and Becker wall measurement technique. — «Phys. status solidi (a)», 1972, vol. 11, № 1, p. K75—K78.
12. **Bishop J. E. L.** The analisis of eddy-current-limited magnetic domain wall motion, including severe bowing and merging. — «J. Phys. D.: Appl. Phys.», 1973, vol. 6, № 1, p. 97—115.
13. **Хан Е. Б., Зайкова В. А., Шур Я. С.** Связь электромагнитных потерь с доменной структурой в монокристаллах кремнистого железа.— «Физика металлов и металловедение», 1971, т. 31, № 3, с. 538—542.
14. **Сивенцев А. А., Кадочников А. И., Леонов В. В.** Динамическое перемагничивание магнитно-мягких материалов и доменная структура.— «Физика металлов и металловедение», 1974, т. 38, № 3, с. 529—535.
15. **Способ** описания динамических магнитных свойств электротехнической стали.— «Физика металлов и металловедение», 1973, т. 36, № 2, с. 286—290. Авт.: Ю. А. Вдовин, В. П. Иванов, А. И. Кадочников, А. А. Сивенцев.
16. **О динамических** магнитных свойствах поликристаллических проводящих ферромагнетиков.— «Физика металлов и металловедение», 1974, т. 37, № 4, с. 750—761. Авт.: А. И. Кадочников, В. П. Иванов, А. А. Сивенцев, Ю. А. Вдовин.
17. **Gyorgy E. M.** Modified Rotational Model of Flux Reversal. — «J. Appl. Phys.», 1958, vol. 29, № 12, p. 1709—1712.
18. **Пирогов А. И., Шамаев Ю. М.** Магнитные сердечники для устройств автоматики и вычислительной техники. М., «Энергия», 1973. 263 с.
19. **Вонсовский С. В.** Магнетизм. М., «Наука»; 1971; с. 1032.
20. **К проблеме** контроля качества мягких магнитных материалов по динамическим характеристикам.— «Дефектоскопия», 1966, № 3, с. 55—69. Авт.: Ю. А. Вдовин, А. И. Кадочников, А. И. Половникова, Е. Б. Хан.
21. **Кадочников А. И., Коробейников И. Е., Соколова М. Г.** К теории поверхностного эффекта в ферромагнитной пластине, находящейся в синусоидальном магнитном поле.— «Труды ин-та физики металлов АН СССР», 1967, вып. 26, с. 218—228.
22. **Усилитель** для получения синусоидального магнитного потока.— «Труды метрологич. ин-тов СССР», 1971, вып. 120 (180), с. 161—164. Авт. Ю. А. Вдовин, Г. И. Дмитриев, А. И. Кадочников, А. Н. Кузнецов.

[25.11.1976

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.3.062.001.24

Система специальных функций для описания цепных схем

РАХМАНОВ В. Ф.

Московский авиационный институт

За последнее время значительно расширилось применение различного рода технических средств, являющихся системами с распределенными параметрами. Во многих случаях математические модели таких систем (в частности, модели ряда непрерывных и дискретных структур и сред интегральной микроэлектроники) строятся на основе эквивалентных схем цепного типа. Непосредственно выполняемые по цепным схемам устройства — фильтры, линии задержки, формирователи импульсов, делители напряжения — находят широкое применение в электротехнической и электронной аппаратуре. Поэтому в библиотеку средств машинного проектирования должны входить методы математического описания цепных схем (ЦС), обеспечивающие эффективное использование ЦВМ.

Определение токов и напряжений ЦС с помощью общих методов расчета электрических цепей весьма непродуктивно, вследствие чего одновременно с первыми практическими применениями ЦС стали известны и способы их математического описания[1] в терминах специальных функций. Для определения токов и напряжений в ЦС в самых ранних работах использовались гиперболические функции [Л. 1]. Позже были рассмотрены возможности применения полиномов Чебышева в канонической форме[2] их записи [Л. 2—5], а затем были предложены и различные модификации последних [Л. 6—13].

Объективно целесообразность модификации объясняется тем, что при использовании полиномов Чебышева в канонической форме их записи для расчета токов и напряжений в ЦС методом комплексных амплитуд возникает очевидное неудобство, связанное с нарушением принятых в электротехнике норм и традиций использования мнимых чисел (при расчете ЦС, составленной из одних активных сопротивлений, приходится вычислять значения полиномов Чебышева от мнимого непрерывного аргумента). Другое неудобство применения канонической формы записи связано с тем, что порядок полиномов (значение дискретного целочисленного аргумента) не совпадает с фактическим количеством звеньев в рассчитываемой ЦС.

Отмеченные неудобства устраняются заменой обоих аргументов, т. е. переходом к новым независимым переменным — записью полиномов Чебышева второго рода в форме, указанной в [Л. 7].

Автор [Л. 7] так же, как и авторы, например [Л. 8, 11 и 12], не упоминают о том, что рассматриваемые ими функции принадлежат к классу полиномов Чебышева.

Однородной ЦС (см. рисунок), элементарное звено которой состоит из продольного сопротивления Z_1 и поперечного сопротивления Z_2, соответствует конечно-разностное уравнение второго порядка

$$U_{n+1} - (2+\gamma^2)\,U_n + U_{n-1} = 0. \qquad (1)$$

Здесь через U_n обозначено напряжение в n-м узле схемы.

Фундаментальную систему решений уравнения (1) образуют функции независимых переменных $P_{An}(\gamma)$ и $P_{Bn}(\gamma)$. Аргумент, стоящий в индексе, n соответствует количеству звеньев, может изменяться только дискретно и принимает лишь целочисленные положительные значения. Аргумент

$$\gamma = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$$

может принимать любые значения в поле комплексных чисел и отражает характер сопротивлений и структуру элементарного звена ЦС.

На рисунке Z_1 и Z_2 — любые двуполюсники, выполняющие роль продольного и поперечного сопротивлений. Звенья пронумерованы слева направо от 1 до l. Текущий номер звена n. Принятая конфигурация звеньев обеспечивает совпадение индекса при U (напряжение в узловой точке схемы) с номером звена, что упрощает запись уравнения (1) и применение его в инженерных расчетах. [Разбиение на звенья, состоящие из трех сопротивлений в последовательности Z_1—Z_2—Z_1 или Z_2—Z_1—Z_2, как это часто делается в литературе по фильтрам, вызвало бы появление в уравнении (1) дробных индексов и создало бы очевидные неудобства].

Следствием перехода к новым независимым переменным оказывается не только устранение отмеченных выше неудобств, но и установление ряда интересных фактов. Эти факты обнаруживаются при рассмотрении конечно-разностного уравнения (1). (Один из способов получения частных решений этого уравнения подробно обсужден в электротехнической литературе [Л. 14—16]. Возможность представления всех решений уравнения (1) через полиномы Чебышева второго рода впервые доказана в [Л. 17]).

Общее решение уравнения (1) представляется линейной комбинацией:

$$U_n = AP_{An}(\gamma) + BP_{Bn}(\gamma), \qquad (2)$$

где A и B — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий задачи.

Функции $P_{An}(\gamma)$ и $P_{Bn}(\gamma)$ имеют много различных представлений. Представления в виде полиномов с конечным числом членов для $n \leqslant 10$ приведены в таблице.

В предельном случае при γ, стремящемся к нулю конечно-разностное уравнение (1) переходит в дифференциальное уравнение 2-го порядка, являющееся порождающим уравнением для основных функций гиперболической тригонометрии [Л. 8]. Таким образом функции $P_{An}(\gamma)$ и $P_{Bn}(\gamma)$ тесно связаны с классическими гиперболическими функциями $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$. Подобно последним они удовлетворяют уравнению равнобочной гиперболы:

$$P^2_{Bn}(\gamma) - P^2_{An}(\gamma) - \gamma P_{An}(\gamma)\,P_{Bn}(\gamma) = 1. \qquad (3)$$

(Заметим, что при $\gamma = 1$ значения функций $P_{An}(1)$ и $P_{Bn}(1)$ определяются числами Фибоначчи).

Введя обозначения

$$\left.\begin{aligned} T_n(\gamma) &= \frac{P_{An}(\gamma)}{P_{Bn}(\gamma)}; \quad T_n^{-1}(\gamma) = \frac{P_{Bn}(\gamma)}{P_{An}(\gamma)}; \\ P_{Bn}^{-1}(\gamma) &= \frac{1}{P_{Bn}(\gamma)}; \quad P_{An}^{-1}(\gamma) = \frac{1}{P_{An}(\gamma)} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

и рассматривая отношения $P_{An}(\gamma)$ и $P_{Bn}(\gamma)$ и их обратные величины как самостоятельные функции, мы образуем систему функций, добавив к основным функциям $P_{An}(\gamma)$ и $P_{Bn}(\gamma)$ дополнительные функции (4).

Графики дополнительных функций (4) в ряде частных, но важных случаев с точностью до постоянного множителя воспроизводят зависимости электрических величин от числа звеньев в ЦС. Так входное сопротивление ЦС с Г-образными звеньями типа П при $Z_н = 0$ определяется формулой

$$Z_{вх} = \sqrt{Z_1 Z_2}\,T_l.$$

Входное сопротивление ЦС с Г-образными звеньями типа T при $Z_н = \infty$ зависит от числа звеньев l следующим образом:

$$Z_{вх} = \sqrt{Z_1 Z_2}\,T_l^{-1} \text{ и т. д.}$$

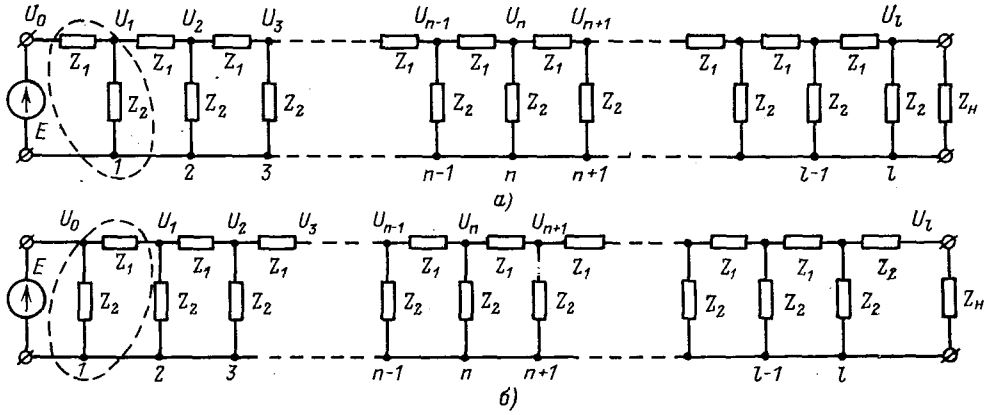
В приложении 1 в систематизированном виде представлена многочисленная группа формул, отражающих свойства основных и дополнительных функций системы, и их связи с традиционными функциями математического анализа (в приложении 1 всюду, где это не приводит к недоразумениям, непрерывный аргумент γ для краткости опущен).

---

[1] Вопросы применения специальных функций для аппроксимации характеристик частотно-избирательных фильтров находятся в стороне от направления нашего исследования. Этим вопросам посвящено много публикаций (см., например, обзорную статью Д. Юла «Некоторые ключевые представления теории цепей, лежащие в основе расчета фильтров классическим методом характеристики затухания», ТИИЭР, 1971, № 5).

[2] Применяемые в настоящее время в технической и особенно в математической литературе формы записи полиномов Чебышева многочисленны и разнообразны. Различия между ними могут быть основой ошибок и недоразумений. В данной статье в качестве канонической формы записи полиномов Чебышева второго рода приняты обозначения и нормировка, соответствующие авторитетным таблицам [Л. 19].

Владимирская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru



Цепные схемы — каскадные соединения однотипных звеньев (конфигурация элементарных звеньев выделена пунктиром).
а — составленная из Г-образных звеньев типа *Т*; *б* — типа *П*.

Сопоставляя формулы, приведенные в приложении 1 с формулами классической гиперболической тригонометрии, нетрудно увидеть, что функция $P_{An}(\gamma)$ является дискретным аналогом гиперболического синуса, а функция $P_{Bn}(\gamma)$ — гиперболического косинуса. Формулы классической гиперболической тригонометрии вытекают из формул приложения 1 в частном случае в результате предельного перехода при $\gamma \to 0$.

Рассмотренные функции одновременно принадлежат как к классу высших трансцендентных функций, так и к классу элементарных функций. Основные функции системы непосредственно вытекают из уравнения (1) и поэтому адекватны однородным ЦС. Сочетание указанных обстоятельств объясняет ценность рассмотренных здесь функций как специального математического аппарата, обеспечивающего описание однородных сред и структур на самом простом и непосредственно доступном цифровым вычислительным машинам чисто алгебраическом уровне.

Существование соотношений, приведенных в приложении 1, существенно упрощает организацию программно-логического контроля. Чисто алгебраический уровень описания выгоден тем, что позволяет выполнять расчеты ЦС в различных режимах их работы, не прибегая к организации итеративных циклов и не используя громоздких преобразований матричной алгебры. Это сильно упрощает программирование, сокращает объем вычислений, что в совокупности приводит к повышению эффективности использования ЦВМ.

Приложение 1. Система формул, отражающих свойства и связи рассмотренных функций.

Частные значения:

$$P_{A0}(\gamma) = 0; \quad P_{B0}(\gamma) = 1, \quad T_0(\gamma) = 0;$$

$$P_{A\infty}(\gamma) = \infty; \quad P_{B\infty}(\gamma) = \infty;$$

$$\lim_{n\to\infty} T_n(\gamma) = \frac{\sqrt{4+\gamma^2}-\gamma}{2} = \frac{2}{\sqrt{4+\gamma^2}+\gamma}.$$

Основные соотношения:

$$P_{An}(-\gamma) = -P_{An}(+\gamma); \quad P_{Bn}(-\gamma) = P_{Bn}(+\gamma);$$

$$T_n(-\gamma) = -T_n(+\gamma); \quad P^2_{Bn} - P^2_{An} - \gamma P_{An}P_{Bn} = 1;$$

$$P_{BNn} + \frac{\sqrt{4+\gamma^2}-\gamma}{2} P_{ANn} = \left(P_{Bn} + \frac{\sqrt{4+\gamma^2}-\gamma}{2} P_{An}\right)^N$$

Представление одной функции через другие:

$$P_{An} = -\frac{\gamma P_{Bn}}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2 P^2_{Bn}}{4} + P^2_{Bn} - 1};$$

$$P_{Bn} = \frac{\gamma P_{An}}{2} - \sqrt{\frac{\gamma^2 P^2_{An}}{4} + P^2_{An} + 1};$$

$$P_{An} = \frac{T_n}{\sqrt{1-\gamma T_n - T^2_n}}; \quad P_{Bn} = \frac{1}{\sqrt{1-\gamma T_n - T^2_n}}.$$

Связь функций, отличающихся на один порядок:

$$P_{An+1} = P_{An} + \gamma P_{Bn}; \quad P_{Bn+1} = \gamma P_{An} + (1+\gamma^2) P_{Bn};$$

$$P_{An-1} = (1+\gamma^2) P_{An} - \gamma P_{Bn}; \quad P_{Bn-1} = P_{Bn} - \gamma P_{An};$$

$$P_{An+1} P_{An} = P^2_{Bn} - 1; \quad P_{Bn+1} P_{Bn} = P^2_{An+1} + 1;$$

$$P_{An+1} P_{Bn} - P_{Bn+1} P_{An} = \gamma;$$

$$T_{n+1} = \frac{\gamma + T_n}{1+\gamma^2+\gamma T_n}; \quad T_{n-1} = \frac{T_n + \gamma^2 T_n - \gamma}{1-\gamma T_n}.$$

Связь функций, отличающихся на два порядка:

$$P_{An+2} = (1+\gamma^2) P_{An} + \gamma(2+\gamma^2) P_{Bn};$$

$$P_{Bn+2} = \gamma(2+\gamma^2) P_{An} + (1+3\gamma^2+\gamma^4) P_{Bn};$$

$$P_{An+1} P_{An} - P_{Bn} P_{Bn-1} + 1 = \gamma P_{An} P_{Bn};$$

$$P_{An+1} + P_{Bn-1} = (1+\gamma) P_{Bn} + (1-\gamma) P_{An};$$

$$P_{An} P_{Bn} (P_{An+1} + P_{Bn-1}) + P_{Bn} - P_{An} = P^3_{An} + P^3_{Bn}.$$

Связь функций кратных порядков:

$$P^2_{An} + P^2_{Bn} = P_{B2n}, \quad 2P_{An}P_{Bn} - \gamma P^2_{An} = P_{A2n};$$

$$P^3_{Bn}(4+\gamma^2) - 3P_{Bn} = P_{B3n+1};$$

$$(P_{An} + P_{Bn})^2 - \gamma P^2_{An} = P_{A2n} + P_{B2n};$$

$$(P_{Bn} - P_{An})^2 + \gamma P^2_{An} = P_{B2n} - P_{A2n};$$

$$P^3_{An}(4+\gamma^2) + 3P_{An} = P_{A3n};$$

$$P^3_{Bn} - \gamma P^3_{An} + 3P^2_{An} P_{Bn} = P_{B3n};$$

$$P_{An} = \sqrt{\frac{2P_{B2n} - \gamma P_{A2n} - 2}{4+\gamma^2}}; \quad P_{Bn} =$$

$$= \sqrt{\frac{(2+\gamma^2) P_{B2n} + \gamma P_{A2n} + 2}{4+\gamma^2}};$$

$$\frac{(2-\gamma T_n) T_n}{1+T^2_n} = T_{2n}, \quad \frac{P_{A2n}}{1+P_{B2n}} = T_n,$$

$$\frac{(1+\gamma^2) T^3_n - 3\gamma T^2_n + 3T_n}{1+3T^2_n - \gamma T^3_n} = T_{3n}.$$

Связь функций различных порядков:

$$P_{An}(P_{Bn} + P_{Bn-1}) = P_{A2n}; \quad P_{An+1} P_{An} + P_{Bn} P_{Bn-1} = P_{B2n};$$

$$P_{An}(2P_{An+1} - \gamma P_{An}) + 1 = P_{B2n};$$

$$\gamma P^3_{An} + P^3_{Bn} - P^3_{Bn-1} = \gamma P_{A3n};$$

$$P^3_{An}(1+\gamma^2) + 3P_{An} P_{Bn} P_{Bn-1} = P_{A3n}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Полиномы

$P_{An}(\gamma)$	$P_{Bn}(\gamma)$
$P_{A0}=0$	$P_{B0}=1$
$P_{A1}=\gamma$	$P_{B1}=1+\gamma^2$
$P_{A2}=2\gamma+\gamma^3$	$P_{B2}=1+3\gamma^2+\gamma^4$
$P_{A3}=3\gamma+4\gamma^3+\gamma^5$	$P_{B3}=1+6\gamma^2+5\gamma^4+\gamma^6$
$P_{A4}=4\gamma+10\gamma^3+6\gamma^5+\gamma^7$	$P_{B4}=1+10\gamma^2+15\gamma^4+7\gamma^6+\gamma^8$
$P_{A5}=5\gamma+20\gamma^3+21\gamma^5+8\gamma^7+\gamma^9$	$P_{B5}=1+15\gamma^2+35\gamma^4+28\gamma^6+9\gamma^2+\gamma^{10}$
$P_{A6}=6\gamma+35\gamma^3+56\gamma^5+36\gamma^7+10\gamma^9+\gamma^{11}$	$P_{B6}=1+21\gamma^2+70\gamma^4+84\gamma^6+45\gamma^8+11\gamma^{10}+\gamma^{12}$
$P_{A7}=7\gamma+56\gamma^3+126\gamma^5+120\gamma^7+55\gamma^9+12\gamma^{11}+\gamma^{13}$	$P_{B7}=1+28\gamma^2+126\gamma^4+210\gamma^6+165\gamma^8+66\gamma^{10}+13\gamma^{12}+\gamma^{14}$
$P_{A8}=8\gamma+84\gamma^3+252\gamma^5+330\gamma^7+220\gamma^9+78\gamma^{11}+14\gamma^{13}+\gamma^{15}$	$P_{B8}=1+36\gamma^2+210\gamma^4+462\gamma^6+495\gamma^8+286\gamma^{10}+91\gamma^{12}+15\gamma^{14}+\gamma^{16}$
$P_{A9}=9\gamma+120\gamma^3+462\gamma^5+792\gamma^7+715\gamma^9+364\gamma^{11}+105\gamma^{13}+16\gamma^{15}+\gamma^{17}$	$P_{B9}=1+45\gamma^2+330\gamma^4+924\gamma^6+1287\gamma^8+1001\gamma^{10}+455\gamma^{12}+120\gamma^{14}+17\gamma^{16}+\gamma^{18}$
$P_{A10}=10\gamma+165\gamma^3+792\gamma^5+1716\gamma^7+2002\gamma^9+1365\gamma^{11}+560\gamma^{13}+136\gamma^{15}+18\gamma^{17}+\gamma^{19}$	$P_{B10}=1+55\gamma^2+495\gamma^2+1716\gamma^6+3003\gamma^8+1820\gamma^{12}+680\gamma^{14}+153\gamma^{16}+19\gamma^{18}+\gamma^{20}.$

Формулы сложения целочисленных аргументов (без потери общности $n>m$):

$$P_{An}P_{Am}+P_{Bn}P_{Bm}=P_{Bn+m};$$
$$P_{Bn}P_{Bm}-P_{An+1}P_{Am}=P_{Bn-m};$$
$$P_{An}P_{Bm-1}+P_{Am}P_{Bn}=P_{An+m};$$
$$P_{An}P_{Bm}-P_{Am}P_{Bn}=P_{An-m};$$
$$\frac{T_n+T_m-\gamma T_nT_m}{1+T_nT_m}=T_{n+m};$$
$$\frac{T_n-T_m}{1-\gamma T_m-T_nT_m}=T_{n-m}.$$

Разности основных функций:

первого порядка

$$P_{An+1}-P_{An}=\gamma P_{Bn};\quad P_{An}-P_{An-1}=\gamma P_{Bn-1};$$
$$P_{Bn+1}-P_{Bn}=\gamma P_{An+1};\quad P_{Bn}-P_{Bn-1}=\gamma P_{An};$$

второго порядка

$$P_{An+1}-2P_{An}+P_{An-1}=\gamma^2P_{An};\quad P_{Bn+1}-2P_{Bn}+P_{Bn-1}=\gamma^2P_{Bn};$$

произвольного нечетного порядка

$$\Delta^rP_{An}=\gamma^rP_{Bn};\quad \Delta^rP_{Bn}=\gamma^rP_{An+1}.$$

произвольного четного порядка

$$\Delta^rP_{An}=\gamma^rP_{An};\quad \Delta^rP_{Bn}=\gamma^rP_{Bn}.$$

Разности дополнительных функций:

$$P^{-1}_{An+1}-P^{-1}_{An}=-\frac{\gamma P_{Bn}}{P^2_{Bn}-1};\quad P^{-1}_{Bn+1}-P^{-1}_{Bn}=-\frac{\gamma P_{An+1}}{P^2_{An+1}+1};$$

$$T_{n+1}-T_n=\frac{\gamma}{P^2_{An+1}+1};\quad T^{-1}_{n+1}-T^{-1}_n=-\frac{\gamma}{P^2_{Bn}-1};$$

$$P^2_{An+1}-P^2_{An}=\frac{1}{\gamma}P_{A2n+1};\quad P^2_{Bn+1}-P^2_{Bn}=\frac{1}{\gamma}P_{A2(n+1)}.$$

Определенные суммы:

$$\sum_{i=0}^{n}P_{Ai}=\frac{1}{\gamma}(P_{Bn}-1);\quad \sum_{i=0}^{n}P^2_{Ai}=\frac{1}{\gamma(4+\gamma^2)}[P_{A2n+1}-\gamma(2n+1)];$$

$$\sum_{i=0}^{n}P_{Bi}=\frac{1}{\gamma}P_{An+1};\quad \sum_{i=0}^{n}P^2_{Bi}=\frac{1}{\gamma(4+\gamma^2)}[P_{A2(n+1)}+2\gamma(n+1)];$$

$$\sum_{i=1}^{n}(P^2_{Ai}+P^2_{Bi})=\frac{1}{\gamma}P_{An}P_{Bn+1}.$$

Связь с традиционными функциями матанализа:

$$P_{An}(\gamma)=j(-1)^nS_{2n-1}(j\gamma);\quad P_{An}(j\gamma)=-j(-1)^nS_{2n-1}(\gamma);$$
$$P_{Bn}(\gamma)=(-1)^nS_{2n}(j\gamma);\quad P_{Bn}(j\gamma)=(-1)^nS_{2n}(\gamma).$$

Здесь S_n — полином Чебышева второго рода [Л.19].

$$P_{An}=\frac{\operatorname{sh}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right)}{\operatorname{ch}\left(\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right)}=\frac{2}{\sqrt{4+\gamma^2}}\operatorname{sh}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right);$$

$$P_{Bn}=\frac{\operatorname{ch}\left[(2n+1)\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right]}{\operatorname{ch}\left(\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right)}=\frac{2}{\sqrt{4+\gamma^2}}\operatorname{ch}\left[(2n+1)\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right];$$

$$P_{Bn}=\operatorname{ch}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right)+\frac{\gamma}{\sqrt{4+\gamma^2}}\operatorname{sh}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right);$$

$$P_{An}+\frac{\gamma}{2}P_{Bn}=\operatorname{sh}\left[(2n+1)\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right];$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$P_{Bn}-\frac{\gamma}{2}P_{An}=\operatorname{ch}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right);$$

$$T_n^{-1}=\frac{\sqrt{4+\gamma^2}}{2}\operatorname{cth}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}\right)+\frac{\gamma}{2};$$

$$P_{Bn}+P_{An}\frac{\sqrt{4+\gamma^2}-\gamma}{2}=e^{2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}};$$

$$P_{Bn}-P_{An}\frac{\sqrt{4+\gamma^2}+\gamma}{2}=e^{-2n\operatorname{arsh}\frac{\gamma}{2}}$$

Приложение 2. Методика расчетов с применением специальных функций. Определение напряжений и токов в ЦС основано на использовании решений так называемых краевых задач, в которых частное решение конечно-разностного уравнения (1) должно удовлетворять некоторым условиям на концах заданного промежутка изменения независимой дискретной переменной n. Уравнение (1) 2-го порядка и поэтому нужно указать два граничных условия: первое для $n=0$, второе для $n=l$. Граничные условия используются для составления системы двух линейных алгебраических уравнений, из которой находятся постоянные интегрирования A и B. Подставив найденные значения A и B в общее решение (2), выделяют частное решение, удовлетворяющее граничным условиям конкретной краевой задачи.

Пример 1. Пусть на входе ЦС с Г-образными звеньями типа T действует напряжение E_1, а на выходе ЦС — напряжение E_2.

Граничными условиями рассматриваемой краевой задачи являются:

$$U_0=E_1;\quad U_l=E_2.$$

Система двух линейных алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования имеет вид:

$$E_1=AP_{A0}+BP_{B0};\quad E_2=AP_{Al}+BP_{Bl}.$$

Учитывая, что $P_{A0}=0$; $P_{B0}=1$, находим:

$$B=E_1;\quad A=\frac{E_2-E_1P_{Bl}}{P_{Al}}.$$

Следовательно, частное решение уравнения (1), удовлетворяющее заданным граничным условиям, запишется как

$$U_n=\frac{E_2-E_1P_{Bl}}{P_{Al}}P_{An}+E_1P_{Bn}.$$

Если ЦС составлена из активных сопротивлений и $Z_1=Z_2=R=1$ Ом общее число элементарных звеньев $l=5$, а $E_1=10$ В и $E_2=65$ В, то напряжения в узловых точках ЦС будут определяться формулой:

$$U_n=-15P_{An}+10P_{Bn}.$$

Значения специальных функций при $\gamma=\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}=1$, а также значения U_n, вытекающие из приведенной формулы, равны:

n	$P_{An}^{(1)}$	$P_{Bn}^{(1)}$	U_n
0	0	1	10
1	1	2	5
2	3	5	5
3	8	13	-10
4	21	34	25
5	55	89	65

Пример 2. Если ЦС питается с одного конца напряжением E, а с другого конца нагружена на произвольное сопротивление $Z_н$, то граничные условия можно сформулировать следующим образом: $U_0=E$; напряжение на сопротивление нагрузки равно произведению $Z_н$ на протекающий по этому сопротивлению ток.

Выразив ток, текущий по продольному сопротивлению оконечного звена как $(U_{l-1}-U_l)/Z_1$, составляем систему двух линейных алгебраических уравнений для определения A и B.

Частные решения уравнения (1) при указанных граничных условиях имеют вид для ЦС с Г-образными звеньями:

типа T

$$U_n=E\left(P_{Bn}-\frac{P_{Bl}+\frac{Z_н}{\sqrt{Z_1Z_2}}P_{Al+1}}{P_{Al}+\frac{Z_н}{\sqrt{Z_1Z_2}}P_{Bl}}P_{An}\right);$$

типа $П$

$$U_n=E\left(P_{Bn}-\frac{P_{Bl}+\frac{Z_н}{\sqrt{Z_1Z_2}}P_{Al}}{P_{Al}+\frac{Z_н}{\sqrt{Z_1Z_2}}P_{Bl-1}}P_{An}\right).$$

Очевидно, что принципиальных различий в формулах для ЦС со звеньями указанных двух типов нет.

Используя приведенные в примере 2 формулы для U_n нетрудно получить выражения и для других электрических величин, характеризующих ЦС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Kennely A. E.** The Application of Hyperbolic Functions to Electrical Engineering Ploblems. The University of London Press. 1911.
2. **Бриллюэн Л., Пароди М.** Распространение волн в периодических структурах. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
3. **Klein W.** Tschebyscheffsche Funktionen. — «Archiv für Elektrotechnik», 1950, Bd XXXIX, H. 10, S. 647—657.
4. **Тафт В. А.** Основы методики расчета линейных электрических цепей по заданным их частотным характеристикам. М., Изд-во АН СССР, 1954.
5. **Мелик-Вартанян К. А.** Затухание и коэффициент фазы электрических фильтров и полиномы Чебышева в комплексной области. — «Изв. АН Арм.ССР», 1960, № 1, т. XIII, с. 45—55.
6. **Каганов З. Г.** Анализ и синтез цепных схем по нулям и полюсам входных сопротивлений. — «Электричество», 1960, № 10, с. 41—47.
7. **Люлько В. А.** К расчету входных сопротивлений и эквивалентных параметров цепных схем, применяемых при моделировании обмоток электрических машин. — «Изв. вузов. Энергетика», 1962, № 5, с. 44—50.
8. **Давыдов В. С.** О резонансных частотах однородных цепных схем. — «Электричество», 1963, № 2, с. 10—17.
9. **Хакимов Ф. З.** Обобщенные методы анализа цепных схем с помощью цепных дробей. — «Труды транспортно-энергетического института СО АН СССР, 1963, № 16, с. 122—140.
10. **Каганов З. Г.** Цепные дроби в электротехнике. Ч. 1. Новосибирск, «Наука», 1966. 110 с.
11. **Рахманов В. Ф.** Математический аппарат для расчета многозвенных четырехполюсных схем на ЭЦВМ. — В кн.: Применение вычислительной математики и вычислительной техники для решения научно-исследовательских и народно-хозяйственных задач. Вычислительный центр Воронежского государственного университета, 1968, вып. 2, с. 106—110.
12. **Kraus K.** Neue vereinfachte Methode zur Berechnung von Kettenleitern. — «Automatik», 1972, Bd 17, № 8, S. 238—242.
13. **Рахманов В. Ф.** Конечно-разностный математический аппарат для расчета цепочечных схем электроники и вычислительной техники. — «РИР», 1972, № 8, реферат № 201.
14. **Гарднер М. Ф., Бэрнс Д. Л.** Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными. М., ГИФМЛ, 1961, 552 с.
15. **Дёч Г.** Руководство по практическому применению преобразования Лапласа. М., «Наука», 1965. 287 с.
16. **Цыпкин Я. З.** Теория импульсных систем. М., ГИФМЛ, 1958. 724 с.
17. **Положий Г. Н.** Численное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента. Изд. Киевского университета, 1962.
18. **Новоселов С. И.** Специальный курс тригонометрии. М., «Советская наука», 1957. 492 с.
19. **Таблицы** полиномов Чебышева $Sn(x)$ и $Cn(x)$. Библиотека математических таблиц. М., Вычислительный центр АН СССР, 1963, вып. 19.

[22.11.1976]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Сообщения

УДК 621.311.1.63.001.24

Об оценке затрат на развитие сельских электрических сетей в связи с передачей дополнительной электроэнергии

Канд. техн. наук **КАНАКИН Н. С.**, инж. **ШИШКИНА О. О.**

Москва

При выборе схем энергоснабжения сельских районов и определении области эффективного применения электроэнергии в процессах со взаимозаменяемыми энергоносителями требуется определить затраты на передачу и распределение дополнительного потока мощности ΔP и электроэнергии ΔW по сетям сельских районов. Величина этих затрат зависит от характера технологических процессов производства и быта сельского населения, размеров и размещения потребителей, режимов их работы, принятой схемы энергоснабжения и аккумулирования энергии, способа реконструкции существующих распределительных сетей и других факторов.

Изучение общей закономерности изменения приведенных затрат на передачу и распределение дополнительной электроэнергии может проводиться либо методом обычного инженерного проектирования сети на примере конкретных объектов, либо методом приближенного определения экономических показателей по обобщенным формулам и зависимостям [Л. 1—3].

Применение для этих целей обычного метода конкретного проектирования малоэффективно, так как требует проведения многочисленных и трудоемких вариантных расчетов, связанных с учетом многих частных факторов, не способствующих выявлению общих взаимосвязей. Применение такого подхода особенно неэффективно при выполнении укрупненных расчетов на отдаленную перспективу, в которых приближенная оценка многих исходных данных не согласуется с чрезмерной детализацией проектных расчетов. В связи с этим представляет интерес разработка метода обобщенного определения технико-экономических показателей, позволяющего с точностью, соответствующей точности исходных данных, определить указанные показатели, исходя из небольшого числа основных параметров, характеризующих особенности рассматриваемого района и варианты развития распределительной сети.

При оценке экономических показателей передачи и распределения дополнительной электроэнергии рассматривается распределительная сеть, охватывающая все элементы передачи от источника питания (опорного пункта энергосистемы) до сельского потребительского трансформаторного пункта. За исходные приняты параметры сети, соответствующие современным уровням электропотребления и плотности электрической нагрузки.

Анализ поставленной задачи проводится на примере сетевых районов центрально-черноземной зоны страны. Плотности электрической нагрузки и электропотребления в исходном состоянии приняты равными соответственно $\gamma_0=4—6$ кВт, $w_0=6\div9$ тыс. кВт·ч на квадратный километр территории. Развитие распределительной сети рассматривается в интервале изменения плотности электрической нагрузки, верхний предел которой ограничивается $\gamma=30$ кВт/км². При этом технические способы реконструкции сети определены применяемой системой напряжений и практически сводятся к сооружению разукрупняющих подстанций, увеличению протяженности магистральных линий 35 кВ и распределительной сети 10 кВ и увеличению расхода проводникового металла в линии.

При проведении анализа экономической эффективности использования различных энергоресурсов следует учитывать, что в настоящее время преобладающее большинство сельских районов страны обеспечивается электрической энергией централизованно от сетей энергетических систем и промышленных электростанций. В этих условиях электрификация новых технологических процессов и групп потребителей потребует единовременных капиталовложений на развитие и реконструкцию распределительной сети и дополнительных ежегодных издержек на ее эксплуатацию. Тогда величина удельных приведенных затрат на 1 кВт·ч дополнительно переданной электроэнергии определится из выражения:

$$\Delta З = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta З_i}{\Delta W} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (E_н K_i + \Delta И_i)}{\gamma_к T_к - \gamma_0 T_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (E_н K_i + \Delta И_i)}{\Delta\gamma T_к + \gamma_0 \Delta T}, \quad (1)$$

где γ_0 и $\gamma_к$ — плотности электрической нагрузки сельского района соответственно без дополнительного потока электроэнергии и с ним; T_0 и $T_к$ — годовое число часов использования максимума нагрузки распределительной сети, соответственно, без дополнительного потока электроэнергии и с ним; $\Delta\gamma=\gamma_к-\gamma_0$ и $\Delta T=T_к-T_0$ — приросты соответственно плотности электрической нагрузки сельского района и годового числа часов использования максимума нагрузки, вызванные передачей дополнительного потока электроэнергии. Величина ΔT может иметь как положительное, так и отрицательное значение.

$E_н$ — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений, равный 0,12.

K_i и $\Delta И_i$ — удельные единовременные капиталовложения и дополнительные эксплуатационные издержки на квадратный километр территории в i-м элементе распределительной сети при передаче по нему дополнительного потока электроэнергии ΔW.

n — число элементов распределительной сети.

В соответствии с ростом плотности электрической нагрузки и плотности электропотребления, вызванного намечаемой электрификацией новых технологических процессов, требуется пересмотреть параметры существующей распределительной сети (радиус их обслуживания, число и мощность понизительных подстанций, протяженность магистральных линий) и привести их пропускную способность в соответствие с новым расчетным уровнем нагрузок.

Как установлено в [Л. 4], радиус обслуживания распределительной сети R при заданном удельном расходе проводникового металла G_0 и потере напряжения в сети Δu для условий равномерного размещения потребителей связан с плотностью электрической нагрузки соотношением:

$$R = \sqrt{\frac{G_0 l_0 \Delta u U^2_р}{\beta\gamma}}, \quad (2)$$

где l_0 — удельная протяженность распределительной сети; $U_р$ — ее номинальное напряжение; β — коэффициент, характеризующий расход металла проводов.

Для сети 10 кВ $\beta=25—30$.

Удельный расход проводникового металла G_0 определяется отношением суммарного расхода проводникового металла в распределительной линии G_Σ к суммарной ее протяженности L_Σ.

В существующих распределительных сетях рассматриваемой зоны значения G_0 в большинстве случаев располагаются в интервале 350—450 кг/км. Предельное его значение определяется типом линии и сечением проводов, применяемых в сельских сетях, обычно не превышающим 95 мм².

Величина допустимой потери напряжения Δu определяется по рекомендациям, изложенным в [Л. 2], исходя из условия применения на подстанциях 35/10 кВ трансформаторов с регулированием напряжения под нагрузкой, обеспечивающих

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

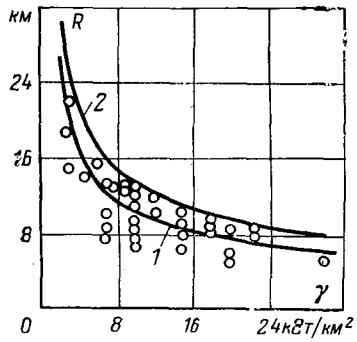


Рис. 1. Проектные и усредненные значения радиуса охвата распределительной сети 10 кВ в зависимости от γ.

стабилизацию, а в некоторых случаях и небольшое встречное регулирование напряжения на шинах 10 кВ. При такой системе регулирования и существующем ГОСТ на отклонения напряжения у потребителя допустимая потеря напряжения в распределительной сети может составлять 7—10%.

На практике уровни напряжения на шинах опорного пункта энергосистемы в расчетные периоды отклоняются от нормированных величин, и часть регулирующего диапазона трансформатора 35/10 кВ требуется использовать для корректировки уровней напряжения на шинах опорного пункта энергосистемы и компенсации потери напряжения в линии 35 кВ. Это приводит к снижению величины допустимой потери напряжения в сети 10 и 0,38 кВ, которая в последующих расчетах принята равной 6%.

Формула (2) соответствует условиям, при которых удельная потеря напряжения по отдельным участкам электрической сети распределяется равномерно. В действительности такое допущение близко к реализации лишь в сетях с малой плотностью электрической нагрузки и большим радиусом обслуживания понизительной подстанции. С ростом плотности электрической нагрузки и сокращением радиуса охвата равномерного распределения удельной потери напряжения по отдельным участкам сети не обеспечивается, что при расчете сети по допустимой потере напряжения приводит к недоиспользованию расхода металла и сокращению радиуса охвата сети R.

На рис. 1 представлены результаты конкретных проектных расчетов радиуса распределительной сети 10 кВ при удельном расходе металла на трехфазную трехпроводную линию $G_0=400$ кг/км, суммарной допустимой потере напряжения $\Delta u=6\%$ и $l_0=0{,}3$ км/км² в зависимости от изменения плотности электрической нагрузки γ. Кривая *1* получена на основе обработки проектных данных, кривая *2* — расчетным путем по формуле (2). Как следует из рис. 1, фактический радиус сети 10 кВ на 25—30% меньше соответствующего значения, полученного по формуле (2).

Аналогичные расчеты были выполнены для других исходных условий и параметров сети. Анализ полученных результатов показал, что в практических расчетах значение радиуса распределительной сети, рассчитанное по формуле (2), должно быть умножено на поправочный коэффициент $a=0{,}7$—$0{,}75$. Бо́льшие значения a соответствуют малым значениям γ и наоборот.

В соответствии с изменением радиуса распределительной сети должны измениться также и параметры сети 35 кВ: плотность понизительных подстанций 35/10 кВ n_{35} и удельная протяженность магистральных линий 35 кВ l_{35}. Если исходить из идеализированного равномерного размещения подстанций 35/10 кВ в центрах зон облуживания равной площади F_{35}, их плотность определится из выражения:

$$n_{35}=\frac{N_{35}}{F_\Sigma}=\frac{F_\Sigma-F_{10др}}{F_\Sigma F_{35}}=\frac{\beta\gamma\,(1-b)}{\pi a^2 G_0 l_0 \Delta u U^2{}_{\text{р}}}. \qquad (3)$$

Здесь $b=\dfrac{F_{10др}}{F_\Sigma}$ отношение, характеризующее удельный вес площади, обслуживаемой сетью 10 кВ от подстанций с другим высоким напряжением, например, 110/10 или 110/35/10 кВ, в суммарной площади рассматриваемого района.

В предварительных расчетах на перспективу указанное отношение обычно составляет 0,1—0,15. N_{35} — число подстанций 35 кВ. $F_{35}=\pi(Ra)^2$. Значение R определяется по формуле (2).

В реальных условиях размещение понизительных подстанций отклоняется от равномерного, а их зоны обслуживания по форме и площади существенно различаются. Указанные обстоятельства приводят к повышению показателя плотности понизительных подстанций по сравнению с аналогичным показателем при равномерном их размещении.

Величина этого превышения может быть приближенно оценена коэффициентом заполнения $\lambda=F_\Phi/F_\text{р}$, где $F_\text{р}$ — площадь зоны обслуживания, соответствующая условиям равномерного размещения подстанций, F_Φ — площадь зоны обслуживания подстанции, формируемой в условиях конкретного проектирования распределительных сетей.

Для определения численных значений коэффициента λ были обработаны проектные материалы сетевых районов Тамбовской, Воронежской и Липецкой областей.

При этом установлено, что значения коэффициента λ изменяются в пределах от 0,4 до 1,0, но в *большинстве случаев* находятся в интервале от 0,6 до 0,85.

С учетом изложенного плотность понизительных подстанций в реальных условиях их размещения определится из выражения:

$$n_{35}=\frac{\beta\gamma\,(1-b)}{\pi a^2 G_0 l_0 \Delta u U^2{}_{\text{р}}\lambda}. \qquad (4)$$

На рис. 2 отдельными точками представлены результаты расчетов, полученные путем обычного инженерного проектирования развития распределительных сетей на примере конкретных сетевых районов рассматриваемой зоны. Прямая *1* соответствует условиям равномерного размещения подстанций при $G_0=600$ кг/км, прямая *2* — при $\lambda=0{,}7$ и $G_0=600$ кг/км, прямые *2′* и *2″* при $\lambda=0{,}7$ и соответственно $G_0=400$ и $G_0=250$ кг/км.

Анализ полученных результатов показал, что расчеты по формуле (4) при принятых значениях коэффициентов a, λ и b дают результаты, согласующиеся с материалами проектирования. Отклонения могут быть вызваны неоднородностью в размещении потребителей и плотности нагрузки, а также подстанциями, обслуживающими и сельских и промышленных потребителей. Однако при решении задачи выбора рациональной структуры энергоресурсов и определения экономических показателей развития сельских сетей влияние последнего фактора должно быть сведено к минимуму.

Удельная протяженность магистральных линий 35 кВ l_{35} зависит от показателя плотности понизительных подстанций и в приближенных расчетах на перспективу может быть определена из выражения, предложенного в [Л. 1]:

$$l_{35}=a\sqrt{n_{35}}. \qquad (5)$$

Здесь a — коэффициент формы сети. Для линий 35 кВ принимается равным 0,9—1,0.

Если теперь в формулу (5) подставить значение показателя n_{35}, определяемого по формуле (4), получим:

$$l_{35}=aA\sqrt{\gamma}, \qquad (6)$$

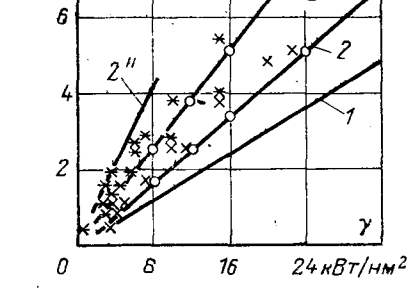


Рис. 2. Изменение плотности понизительных подстанций 35/10 кВ в зависимости от γ и G_0 (* соответствует $G_0=250$—400 кг/км, а × — $G_0=401$—600 кг/км).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

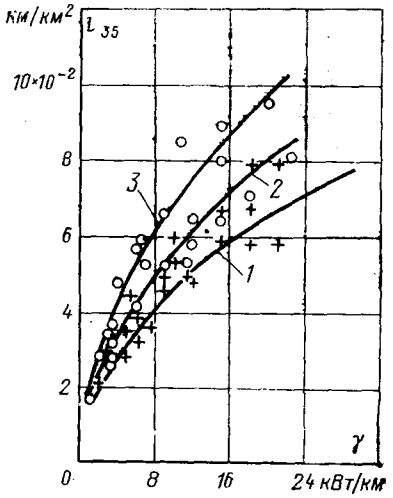


Рис. 3. Изменение удельной протяженности магистральных линий 35 кВ в зависимости от γ и G_0 (○ соответствует G_0= =250—400 кг/км, а + — G_0=401—600 кг/км).

где A — постоянная, определяемая из выражения

$$A = \sqrt{\frac{\beta(1-b)}{\pi a^2 G_0 l_0 \Delta u U^2_{\text{р}} \lambda}}.$$

На рис. 3 представлены зависимости $l_{35}=f(\gamma, G_0)$, построенные по результатам расчетов по формуле (6) для случаев, когда средний расход проводникового металла в трехпроводной линии распределительной сети 10 кВ G_0=600 кг/км (кривая *1*); G_0=400 кг/км (кривая *2*) и G_0=250 кг/км (кривая *3*). Кроме того, на графике также нанесены расчетные точки, полученные по результатам проектирования развития конкретных сетевых районов. В целом представленные зависимости удовлетворительно согласуются с результатами проектных расчетов. Отклонения отдельных расчетных точек от кривых *1*, *2* объясняются неравномерностью распределения показателя плотности электрической нагрузки по территории сельского района и связанным с этим изменением других факторов, приводящим либо к увеличению, либо к уменьшению показателя l_{35}. Кроме того, в пригородных зонах крупных городов и промышленных районов на величину l_{35} может оказывать влияние характер и уровень развития линий передачи и понизительных подстанций высокого напряжения, обслуживающих городских и промышленных потребителей.

Расчетная мощность понизительной подстанции $S_{\text{пст}}$ и магистральной линии, питающей ее $S_{\text{м}}$, определяется из выражения:

$$S_{\text{пст}} = S_{\text{м}} = F_{35}\gamma \frac{\xi_1\xi_2 c}{\cos\varphi_{\text{н}}} = \frac{(1-b)\gamma\xi_1\xi_2 c}{n_{35}\cos\varphi_{\text{н}}}, \qquad (7)$$

где $F_{35} = \frac{1-b}{n_{35}}$ — площадь сельского района, обслуживаемого подстанцией 35/10 кВ; ξ_1=1,1—1,15 и ξ_2 — коэффициенты, учитывающие соответственно потери мощности по элементам передачи от подстанции к потребителям и снижение максимума нагрузки по сравнению с суммой максимумов присоединенных потребителей; значения ξ_2 принимаются в соответствии с рекомендациями [Л. 5]; $\cos\varphi_{\text{н}}$ — коэффициент мощности нагрузки; c — коэффициент выбора мощности трансформаторов понизительной подстанции, равный 1,3 и 1,0 соответственно для двухтрансформаторных и однотрансформаторных подстанций. При определении $S_{\text{м}}$ c=1,0.

С использованием зависимостей рис. 1, рекомендаций [Л. 3] и выражения (1) выполнены расчеты по определению единовременных капиталовложений, эксплуатационных издержек и приведенных затрат на реконструкцию распределительной сети, связанную с увеличением ее пропускной способности и передачей дополнительного потока электроэнергии.

Расчеты показали, что величина затрат на передачу дополнительной электроэнергии может быть представлена в виде

$$\Delta з = \Delta з_0 + \delta з. \qquad (8)$$

Здесь

$$\Delta з_0 = \frac{\Sigma З}{\Delta\gamma T_{\text{к}}}. \qquad (9)$$

$$\delta з = -\Delta з_0 \frac{\gamma_0 \Delta T}{\Delta\gamma T_{\text{к}} + \gamma_0 \Delta T}. \qquad (10)$$

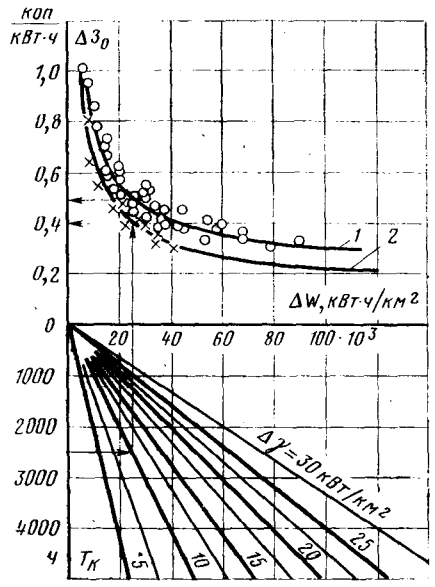


Рис. 4. Изменение величины $\Delta з_0$ в зависимости от $\Delta\gamma$ и $T_{\text{к}}$.

На рис. 4 и 5 представлены результаты расчетов по формулам (9) и (10) и обобщающие зависимости $\Delta з_0$ и $\delta з$ при изменении соответственно $\Delta\gamma$, $T_{\text{к}}$ и γ_0, ΔT. На графике рис. 4 кривая *1* соответствует одноступенчатой реконструкции распределительной сети, кривая *2* многоступенчатой с интервалом, равным удвоению расчетной мощности. Кривые *1* и *2* соответствуют современному уровню использования расчетного максимума нагрузки распределительной сети T_0, равному 200—2500 ч в год. В сетях с более низким T_0 (1500 ч) $\Delta з_0$ возрастает по сравнению с усредненными значениями по кривым *1* и *2* на 7—10%. При увеличении T_0 до 3000—3500 ч, $\Delta з_0$ уменьшается на 7—10%.

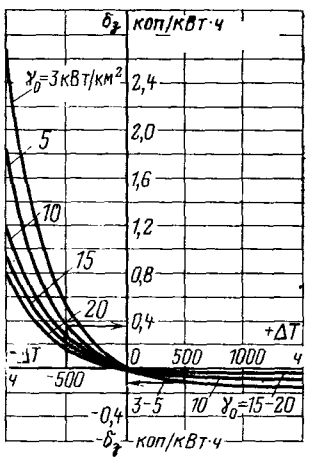


Рис. 5. Изменение величины $\delta з$ в зависимости от γ_0 и ΔT.

Таким образом, для приближенной оценки величины приведенных затрат на передачу и распределение дополнительного потока мощности и электроэнергии необходимо предварительно из анализа уровней и режимов электропотребления установить четыре основных параметра: γ_0, T_0, $\Delta\gamma$ и ΔT.

В соответствии с этим суммарная величина $\Delta з$ может представлять собой либо сумму $\Delta з_0$ и $\delta з$ (при $\Delta T<0$), либо разность этих величин (при $\Delta T>0$). Так, при γ_0=5 кВт/км², T_0=2000 ч, $\Delta\gamma$=10 кВт/км² и ΔT=500 ч $\Delta з_0$=0,49 коп/(кВт·ч) (по кривой *1*), $\Delta з_0$=0,4 коп/(кВт·ч) (по кривой *2*) $\delta з$= =—0,12 коп/(кВт·ч). Тогда $\Delta з$=$\Delta з_0$+$\delta з$=0,28 коп/(кВт·ч) (при $\Delta з_0$ по кривой *1*)÷0,37 коп/(кВт·ч) (при $\Delta з_0$ по кривой *2*).

Если теперь в рассмотренном примере изменить знак ΔT на противоположный и принять ΔT=—500 ч, то $\Delta з_0$=0,51 (по кривой *1*), 0,63 (по кривой *2*) коп/(кВт·ч), а $\delta з$= =0,34 коп/(кВт·ч). В этом случае $\Delta з$ соответственно равна 0,81 коп/(кВт·ч) и 0,96 коп/(кВт·ч).

Как следует из приведенного примера, существенное значение в оценке затрат на передачу дополнительной электроэнергии играют режимные характеристики потребителей и технологических процессов и их взаимное влияние на показатели загрузки распределительной сети. Поэтому в практических расчетах по оценке эффективности и выбору очередности электрификации технологических процессов и потребителей этому вопросу должно быть уделено особое внимание.

В заключение следует отметить, что представленные в статье зависимости получены на сравнительно ограниченном

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

проектом материале, соответствующем условиям центрально-черноземной зоны страны и не претендуют на полное освещение поставленных задач.

В них не учтены затраты на развитие потребительских трансформаторных пунктов и низковольтных линий. Затраты на развитие указанных элементов требуют самостоятельного рассмотрения и должны дополнительно учитываться в проводимых расчетах.

Кривые рис. 4 и 5 должны пересматриваться при изменении уровня цен на оборудование, материалы и строительно-монтажные работы, а также в связи с изменением других параметров и исходных данных, характеризующих условия распределения электроэнергии и техническую политику развития распределительных сетей.

Установленные зависимости и расчетные кривые соответствуют некоторым усредненным значениям параметров, характеризующим условия распределения электроэнергии в рассматриваемой зоне. В реальных условиях указанные параметры для отдельных сетевых районов данной зоны могут отклоняться от средних значений (обычно на 10—15%). Поэтому конечные результаты расчетов, выполненных на примере конкретных сетевых районов, могут также отклоняться от средних значений, полученных по приведенным в статье обобщающим зависимостям.

Как показали расчеты, выполненные нами на примере конкретных сетевых районов и по обобщающим зависимостям, расхождения между результатами не выходят за пределы 10% и свидетельствуют о возможности успешного применения предлагаемого методического подхода к решению поставленной в работе задачи.

При рассмотрении вариантов энергоснабжения с высоким уровнем электрификации (например, с электрификацией отопления жилых домов и других), при котором суммарная плотность электрической нагрузки сельского района превышает значения, указанные в данной статье, технические способы реконструкции сельской распределительной сети в рамках применяемой системы напряжений не могут обеспечить возникающие здесь весьма высокие приросты пропускной способности. В этом случае необходима коренная перестройка распределительной сети на базе применения новых более высоких номинальных напряжений (например, 110/20/0,4 или 110/35/0,4 кВ). Оценка экономических показателей перехода к указанным системам распределения может быть выполнена на базе методических положений, изложенных в [Л. 6], для случая нового строительства электрических сетей и подстанций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Захарин А. Г.** Методика определения технико-экономических показателей сельских электрических сетей. — В кн.: Проблемы энергетики. Изд. АН СССР, 1959.

2. **Будзко И. А., Захарин А. Г., Эбин Л. Е.** Сельские электрические сети. М., Госэнергоиздат, 1963.

3. **Канакин Н. С.** Затраты на развитие сетей при передаче дополнительной электроэнергии. — «Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства», 1972, № 10.

4. **Будзко И. А., Канакин Н. С.** О выборе направления реконструкции сельских распределительных электрических сетей. — «Электричество», 1971, № 9.

5. **Теоретические** основы электроснабжения в сельском хозяйстве. М., «Колос», 1964. Авт.: И. А. Будзко, А. Г. Захарин, Л. Е. Эбин, М. С. Левин.

6. **Канакин Н. С.** Экономические показатели распределения электроэнергии в сельских районах и пути их улучшения. — «Электрические станции», 1966, № 6.

[30.10.1976]

УДК 621.319.44:621.382.233.026.072

Дискретное быстродействующее регулирование мощности батарей статических конденсаторов с помощью тиристорных выключателей

Доктор техн. наук **ЖУКОВ Л. А.**, кандидаты техн. наук **КАРТАШЕВ И. И.**, **РЫЖОВ Ю. П.**, инж. **ДОРОШЕНКО А. И.**

Московский энергетический институт

Батареи статических конденсаторов в настоящее время нашли широкое применение в электрических сетях, в том числе и в сетях промышленных предприятий в качестве дополнительных источников реактивной мощности. Их влияние на режим сети общеизвестно. Известно также, что это влияние значительно возрастает, если осуществлять быстродействующее регулирование их мощности. При этом открываются новые возможности как для улучшения качества электрической энергии, так и для повышения уровня устойчивости системы благодаря реализации в последнем случае принципа так называемого «внутреннего регулирования» [Л. 1].

Известны два способа регулирования мощности конденсаторных батарей — непрерывное (плавное) и дискретное (ступенчатое). Ступенчатое регулирование осуществляется путем изменения количества секций батарей, подключаемых к сети с помощью соответствующих коммутационных аппаратов. Плавное регулирование может быть реализовано при включении батареи конденсаторов в состав устройств, получивших название статических регулируемых источников реактивной мощности [Л. 2].

Статические источники реактивной мощности с плавным регулированием в сочетании с высоким быстродействием обладают более широкими возможностями для положительного воздействия на режим сети, нежели устройства для ступенчатого регулирования конденсаторных батарей. Однако в ряде случаев желаемый эффект достигается и при применении ступенчатого регулирования, которое может быть осуществлено более простыми и дешевыми средствами.

Известно, что при включении и отключении мощной конденсаторной батареи с помощью механических выключателей, применяющихся в настоящее время, возникают значительные броски тока и напряжения. При этом режим сети испытывает нежелательные воздействия, сокращается срок службы выключателей в устройствах ступенчатого регулирования [Л. 3]. Кроме того, механические выключатели обладают инерционностью и не позволяют изменять мощность батареи достаточно быстро, что в ряде случаев значительно снижает эффективность регулирования.

Быстродействующее ступенчатое регулирование мощности конденсаторной батареи, не связанное с возникновением значительных бросков тока, может быть осуществлено с помощью тиристорных выключателей (ТВ), которые позволяют выбирать наилучший момент включения и отключения конденсаторной батареи. Тиристорные выключатели являются основным рабочим элементом статических источников реактивной мощности с непрерывным регулированием, предложенных и разработанных в Московском энергетическом институте [Л. 2].

Применение ТВ в цепях отдельных секций батарей конденсаторов позволяет получить регулируемый источник реактивной мощности, являющийся в сущности упрощенной модификацией статических источников реактивной мощности с непрерывным вентильным управлением. Практическое использование таких устройств может быть целесообразным, в первую очередь, в промышленных электрических сетях с резко переменной нагрузкой.

Тиристорный выключатель представляет собой два встречно-параллельно соединенных тиристора T_1 и T_2, включенных последовательно с конденсаторной батареей КБ (рис. 1). В одном из возможных вариантов схемы выключателя один из тиристоров может быть заменен неуправляемым диодом.

Тиристор управляется прямоугольным импульсом тока длительностью порядка 100° (5—5,5 мс). На рис. 1,*б* показана фаза этого импульса для каждого из тиристоров по отношению к напряжению сети. Каждый из двух импульсов опере-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

жает соответствующее ему положительное напряжение сети на 90°. Именно в этом случае включение очередного вентиля ТВ происходит в момент равенства мгновенных значений напряжения на КБ и напряжения сети. Таким образом, автоматически снимается основная причина возникновения бросков тока. Это является принципиальной особенностью ТВ.

Известно, что при включении цепи, состоящей из последовательно соединенных индуктивности и емкости, в ней развивается такой колебательный процесс, что ток в конденсаторе

$$i_{КБ}=I_m \cos(\omega t-\chi)-I_{св}\sin(\mu_0\omega t+\beta), \qquad (1)$$

а напряжение на конденсаторе

$$u_{КБ}=I_m x_C \sin(\omega t-\chi)+\frac{x_C}{\mu_0} I_{св}\cos(\mu_0\omega t+\beta), \qquad (2)$$

где I_m — амплитуда принужденного тока КБ, имеющего в рассматриваемых условиях номинальное значение; χ — угол, определяющий момент включения относительно момента прохождения напряжения сети через нуль; $\mu^2_0=\frac{x_C}{x_L}>1$ — коэффициент, характеризующий частоту свободных колебаний, практически $x_L\leqslant 0{,}2x_C$; $\operatorname{tg}\beta=\mu_0\operatorname{ctg}\chi$.

Полагая, что условия включения идеального ТВ соблюдаются на всем диапазоне существования широкого импульса, можно сказать, что в момент включения начальное напряжение на конденсаторе

$$u_{КБ}(0)=-E_m\sin\chi,$$

где E_m — амплитуда напряжения сети при отключенной КБ.

В этих условиях амплитуда свободной составляющей тока в контуре коммутации

$$I_{св}=I_m\sqrt{\cos^2\chi+\frac{1}{\mu^2_0}\sin^2\chi}=$$
$$=\frac{1}{x_C-x_L}\sqrt{E^2_m-u_{КБ}(0)\left(1-\frac{1}{\mu^2_0}\right)}. \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что амплитуда свободной составляющей тока, а следовательно, и напряжения зависит от момента включения батареи конденсаторов, определяемого углом χ, причем для формулы (3) при $90°\geqslant\chi\geqslant 0$ справедливо

$$\frac{I_m}{\mu_0}\leqslant I_{св}\leqslant I_m.$$

Бо́льшие значения свободного тока соответствуют включению в сеть разряженной КБ, т. е. $u_{КБ}(0)=0$, $\chi=0$, а меньшие, когда начальное напряжение на КБ равно амплитуде напряжения сети ($\chi=90°$). Причем амплитуда свободного тока не превосходит амплитуды принужденного (номинального) тока и практически не зависит от активного сопротивления контура коммутации. Отмеченное свойство ТВ позволяет отказаться от предварительного разряда КБ перед ее включением. В этом случае свободные составляющие тока и напряжения тем меньше, чем больше начальное напряжение КБ в момент включения. Это свойство приобретает особое значение в условиях быстродействующего регулирования реактивной мощности. На рис. 2 (нижняя группа кривых) приведены графики, иллюстрирующие в относительных единицах зависимость амплитуд свободных составляющих токов включения заряженной КБ при различных начальных напряжениях (от нуля до E_m) от угла включения. Зависимости построены в соответствии с формулой (3).

Для сравнения на этом же рисунке (верхняя группа кривых) приведены графики, иллюстрирующие ту же зависимость, но при включении разряженной КБ. В этом случае в отличие от формулы (3)

$$I_{св}=I_m\sqrt{\cos^2\chi+\mu^2_0\sin^2\chi},$$

а следовательно, в зависимости от угла включения χ

$$I_m\leqslant I_{св}\leqslant\mu_0 I_m.$$

Это означает, что при коммутации незаряженной КБ, что характерно для обычного коммутационного аппарата, свободная составляющая тока превосходит принужденную в μ_0 раз. Наибольшего значения броски тока достигают при включении КБ в момент перехода напряжения сети через максимум, т. е. при $\chi=90°$.

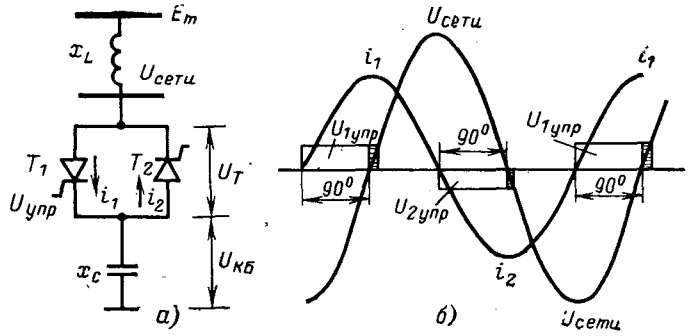


Рис. 1. Тиристорный выключатель:
а — принципиальная схема в однофазном исполнении; *б* — линейные диаграммы управления тиристорами, работающими в установившемся режиме.

Таким образом, включение заряженного конденсатора с помощью ТВ протекает эффективнее, чем при обычном выключателе, который не имеет возможности всегда коммутировать КВ в тот момент, когда напряжение на конденсаторе равно мгновенному значению напряжения сети.

Специфика работы ТВ отражается на переходном процессе, вызванном не только первым включением КБ, но и на последующем втягивании ее в установившийся режим.

Как показывают исследования, выполненные на АВМ, характер втягивания определяется параметрами сети и мощностью батареи. Существенное влияние при этом играет активное сопротивление сети. На рис. 3 приведена зависимость длительности переходного процесса в периодах частоты сети от индуктивности сети при различных значениях активного сопротивления контура. При этом предполагалось, что процесс полностью затухает, когда свободная составляющая тока уменьшается до 5% от величины принужденной составляющей. Диапазон изменения активного сопротивления был принят с учетом возможных отношений r/x для сетей различных назначений — от районных до промышленных. Как можно видеть, при реальных соотношениях параметров контура процесс втягивания заканчивается не более чем через 2—3 периода. В то же время при определенных значениях сопротивления сети процесс затухает в течение первого полупериода. Эти случаи на рис. 3 отмечены пересечением графиков с осью абсцисс.

Необходимо отметить, что включение КБ без ТВ и с ТВ проходит при прочих равных условиях с одинаковой постоянной времени переходного процесса. В то же время включение КБ с помощью ТВ сопровождается меньшими значениями свободного тока.

Таким образом, при использовании вентилей для включения КБ свободный ток включения будет всегда минимальным, а процесс втягивания происходит настолько быстро, что в сети практически сразу устанавливается нормальный режим.

Отключение КБ происходит вообще без какого-либо переходного процесса, поскольку вентили закрываются при естественном переходе синусоидального тока КБ через нуль.

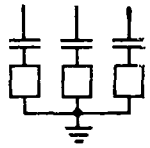
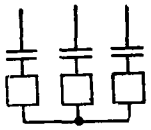
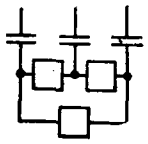
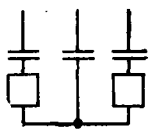
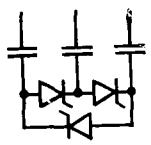
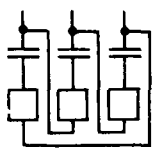
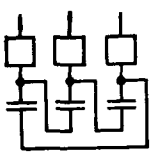
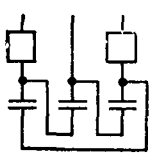
Экономические показатели ТВ в значительной степени определяются типом тиристоров и числом секций КБ, ее мощностью, а также напряжением сети, в которую батарея включается. В качестве вентилей в ТВ могут быть использованы любые из выпускаемых в настоящее время силовых тиристоров. В ряде случаев может оказаться целесообразным применение симисторов.

Параметры ТВ зависят от схемы соединения и мощности коммутируемых секций батарей статических конденсаторов. Для установившегося режима средний ток одного тиристора связан с действующим значением фазного тока общей цепи следующим выражением

$$I_{т.ср}=0{,}45I_ф. \qquad (4)$$

Напряжение на закрытых вентилях ТВ определяется номинальным напряжением сети и схемой включения тиристоров. При соединении конденсаторов батареи в звезду в сети с за-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

№№ п/п	Схема	I_{TB}	$I_{т.ср}$	$U_{т\,max}$	$n_т$	$P_{вент}$	$P_{вент.уд}$
1		$I_ф$	$0{,}45I_ф$	$2{,}82U_ф$	6	$1{,}27I_ф U_ф$	2,54
2		$I_ф$	$0{,}45I_ф$	$3{,}52U_ф$	6	$1{,}58I_ф U_ф$	3,16
3		$\frac{I_ф}{\sqrt{3}}$	$0{,}26I_ф$	$5{,}77U_ф$	6	$1{,}5I_ф U_ф$	3,0
4		$I_ф$	$0{,}45I_ф$	$5{,}77U_ф$	4	$2{,}6I_ф U_ф$	3,46
5		$\frac{I_ф}{\sqrt{3}}$	$0{,}675I_ф$	$5{,}77U_ф$	3	$3{,}89I_ф U_ф$	3,89
6		$\frac{I_ф}{\sqrt{3}}$	$0{,}26I_ф$	$4{,}88U_ф$	6	$1{,}27I_ф U_ф$	2,54
7		$I_ф$	$0{,}45I_ф$	$2{,}44U_ф$	6	$1{,}1I_ф U_ф$	2,20
8		$I_ф$	$0{,}45I_ф$	$4{,}88U_ф$	4	$2{,}2I_ф U_ф$	2,93

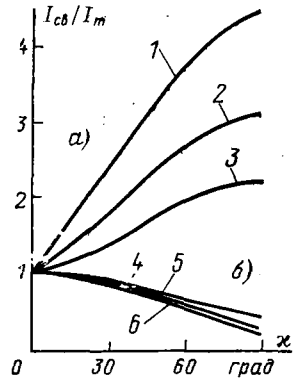


Рис. 2. Зависимость изменения амплитуды свободного тока от момента включения КБ при различных индуктивных сопротивлениях в контуре коммутации ($x_C = 1$):

а — произвольное включение незаряженной КБ: *1* — $\mu^2_0=20$, $x_L=0{,}05$; *2* — $\mu^2_0=10$, $x_L=0{,}1$; *3* — $\mu^2_0=5$, $x_L=0{,}2$; *б* — включение КБ тиристорным выключателем в момент равенства мгновенных значений напряжения на КБ напряжению сети: *4* — $\mu^2_0=5$, $x_L=0{,}2$; *5* — $\mu^2_0=10$, $x_L=0{,}1$; *6* — $\mu^2_0=20$, $x_L=0{,}05$.

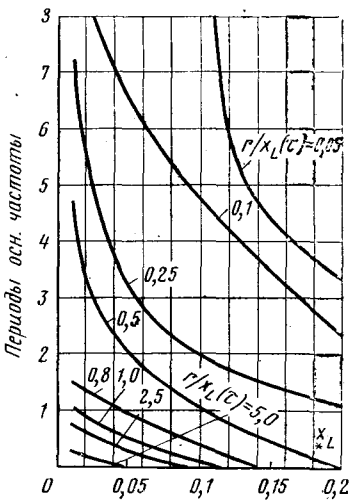


Рис. 3. Зависимость длительности втягивания ТВ при различных значениях активного сопротивления.

земленной нейтралью ТВ должны быть включены в каждый фазный провод, соединяющий секцию КБ с шинами. При этом максимальное напряжение на вентилях ТВ должно быть принято равным удвоенному амплитудному значению фазного напряжения сети

$$U_{т\,max} = 2\sqrt{2}U_ф. \qquad (5)$$

В этом случае предельная мощность КБ (в трехфазном исполнении), которая может коммутироваться с помощью ТВ,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

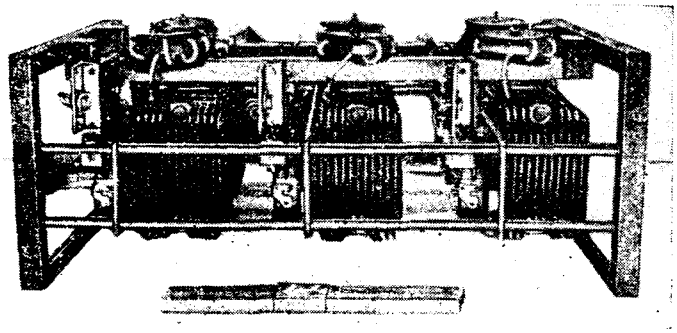


Рис. 4. Макет ТВ, выполненный с применением таблеточных тиристоров типа ТД на мощность КБ от 1200 до 4500 квар.

составляет по отношению к мощности $P_{\text{вент}}=I_{\text{т.ср}}U_{\text{т max}}$ одного тиристора

$$Q=3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}=\frac{3}{2\sqrt{2}}U_{\text{тmax}}\frac{I_{\text{т.ср}}}{0{,}45}=2{,}36P_{\text{вент}}. \qquad (6)$$

Это соотношение справедливо и для случая соединения КБ в треугольник и включения ТВ в фазу треугольника.

Выражение (6) позволяет установить, что при включении в каждое плечо ТВ по одному тиристору класса 15 со средним током 300 А, освоенного отечественной промышленностью, тиристорный выключатель сможет управлять КБ мощностью порядка 1000 квар. Увеличение пропускной способности ТВ может быть достигнуто путем последовательно-параллельного включения тиристоров.

Для сопоставления различных схем включения ТВ воспользуемся понятием удельной установленной мощности вентилей:

$$P_{\text{вент.уд}}=\frac{P_{\text{вент}}}{Q_{КБ}}=\frac{U_{\text{тmax}}I_{\text{т.ср}}}{3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}}. \qquad (7)$$

Эта величина, зависящая от типа вентиля, пропорциональна стоимости ТВ.

Результаты сопоставления рассмотренных схем включения ТВ приведены в таблице.

Как следует из этой таблицы, включение ТВ по схеме 7 наиболее эффективно. Однако эта схема требует применения более сложной системы управления вентилями, что объясняется присущими ей особенностями запуска.

Схемы 1 и 6 с точки зрения установленной мощности вентилей равноценны. Эти схемы целесообразно использовать на повышенных напряжениях.

Схемы 4 и 8 могут оказаться наиболее приемлемыми для управления КБ, которые выпускаются промышленностью в трехфазном исполнении.

Количество ступеней регулирования зависит от конкретных условий и прежде всего от графика нагрузки предприятия. Этот вопрос является предметом специального исследования и в данной работе не рассматривался. Однако можно полагать, что для достаточно точного поддержания напряжения на шинах в условиях резкопеременной нагрузки количество ступеней не будет больше десяти. Небольшие КБ (в несколько сот квар) обычно включают на напряжение 0,4 кВ. В этом случае выполнение ТВ не вызывает затруднений, поскольку ТВ может быть выполнен на серийных тиристорах относительно невысоких классов. Мощные конденсаторные батареи (единицы или десятки тысяч квар) обычно включаются непосредственно на шины 10 кВ. В этом случае возможны два подхода к разработке тиристорных выключателей. Один из них предполагает включение батареи через трансформатор и применение тиристоров невысоких классов. Более перспективным может оказаться другой подход, связанный с использованием тиристорных блоков, применение которых позволит включать секции КБ непосредственно на шины 10 кВ.

Ориентировочные расчеты показывают, что при применении вентилей 15—16 класса со средним током 200—300 А удельные капитальные затраты на ТВ составляют 2—3 руб/квар, т. е. примерно 25—40% от удельных капитальных затрат на конденсаторную батарею. Меньшие величины соответствуют тиристорам с более высокими допустимыми напряжениями.

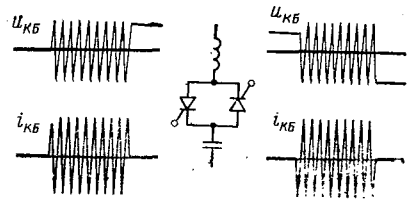


Рис. 5. Осциллограммы включения и выключения ТВ при нулевом и отличном от нуля напряжении на КБ по схеме рис. 1,*а*.

На рис. 4 показана фотография макета ТВ, прошедшего испытания в проблемной лаборатории электрических систем Московского энергетического института. В этом устройстве использованы тиристоры ВКДУ-100-5 со средним током 100 А. Показанный ТВ способен отключать секции КБ с мощностью одной фазы до 60 квар.

Испытания, проведенные на установке, оборудованной конденсаторами КС-0, 66-50, подтвердили правильность заключений об особенностях работы ТВ, полученных в результате теоретического анализа, а также показали высокую надежность и безотказность работы ТВ. Для иллюстрации этих выводов на рис. 5 показана осциллограмма изменения напряжения и тока, протекающего в цепи батареи в процессе ее включения с помощью ТВ, в обоих плечах которого включены управляемые вентили. Нетрудно видеть, что включение происходит уверенно, причем ток в первые моменты переходного процесса несущественно отличается от установившегося значения при любом остаточном напряжении на КБ.

Теоретические исследования, а также результаты экспериментов позволяют считать ТВ весьма перспективным коммутирующим аппаратом для батарей статических конденсаторов. В этом случае ТВ имеет ряд преимуществ перед другими переключающими аппаратами. Основным из них является возможность включения в условиях, обеспечивающих наиболее благоприятные характеристики переходного процесса. Применение ТВ не связано с искажением кривой тока и, следовательно, не приводит к появлению высших гармоник тока в электрической сети. Тиристорные выключатели допускают многократную коммутацию и не требуют предварительного разряда батареи перед ее повторным включением. При этом они обеспечивают высокую скорость ступенчатого регулирования. Вентили ТВ работают в достаточно легких условиях, на них отсутствуют резкие выбросы тока и напряжения, что в значительной степени повышает надежность работы ТВ. Вместе с тем нарушения в работе ТВ (пробой, пропуски зажигания вентилей) в случае их возникновения не приводят к аварийному нарушению работы схемы. Применение ТВ не требует изготовления нестандартного оборудования для силовой цепи КБ. Тиристорный выключатель может быть собран из элементов, выпускаемых в настоящее время промышленностью и установлен на уже существующих КБ, что позволит использовать последние в новом качестве.

Все отмеченные положительные особенности рассматриваемого способа дискретного регулирования мощности КБ позволяют считать технически оправданным практическое применение тиристорных выключателей уже в настоящее время.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веников В. А., Жуков Л. А.** Регулирование режима электрических систем и дальних передач и повышение их устойчивости при помощи управляемых ИРМ. — «Электричество», 1967, № 6.

2. **Статические** источники реактивной мощности в электрических сетях. М., «Энергия», 1975. Авт.: В. А. Веников, Л. А. Жуков, Карташев И. И., Ю. П. Рыжов.

3. **Ильяшов В. П.** Конденсаторные установки промышленных предприятий. М., «Энергия», 1972.

[26.11.1976]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.314.6.016.25

О потреблении реактивной мощности управляемым выпрямителем с нулевым вентилем

ГИТЕЛЬСОН В. Д.

Новосибирск

Известно [Л. 1], что управляемые выпрямители потребляют из сети реактивную мощность, зависящую от угла управления. Известно также [Л. 2], что это потребление обусловлено конечным значением индуктивности дросселя фильтра. Однако формулы из [Л. 2] справедливы только при отсутствии нулевого вентиля. Применение нулевого вентиля снижает потребление реактивной мощности [Л. 1]. В [Л. 2] показано, что реактивная мощность, обусловленная конечным значением индуктивности фильтра быстро уменьшается с ростом числа фаз выпрямителя. Очевидно, что это будет иметь место и в случае выпрямителей с нулевым вентилем, поэтому ограничимся рассмотрением однофазной мостовой схемы выпрямления, изображенной на рис. 1.

Пренебрежем потерями в вентилях, тогда все выводы можно будет распространить на схемы из [Л. 3], имеющие закон управления:

$$U_0 = \frac{U_m}{\pi}(1+\cos\alpha), \tag{1}$$

где U_0 — среднее значение выпрямленного напряжения; U_m — амплитуда напряжения сети переменного тока; α — угол управления (напряжение сети принимаем синусоидальным с угловой частотой ω).

При жестких требованиях к пульсациям выходного напряжения применяют LC-фильтры, поэтому можно пренебречь переменной составляющей напряжения на нагрузке R и тем исключить емкость из расчетов. Пренебрежем также потерями в фильтре.

Возможны два режима работы выпрямителя [Л. 1]: прерывистый и непрерывный. Положим $\omega t = x$ (где t — время) и рассмотрим вначале непрерывный режим, когда при любом угле управления ток дросселя больше нуля.

На основании законов Кирхгофа и равенства $x=\omega t$ для схемы по рис. 1 можно записать следующее уравнение:

$$u = \omega L\frac{di}{dx} + U_0, \tag{2}$$

где $u=0$ при $0<x<\alpha$, т. е. тиристор T заперт; $u=U_m\sin x$ при $\alpha<x<\pi$, т. е. тиристор открыт (L — индуктивность; i — ток дросселя).

Решая (2) при $u=0$, получим:

$$i_1 = I_1 - \frac{U_0}{\omega L}x, \tag{3}$$

где I_1 — ток дросселя при $x=0$, т. е. в начале полупериода.

Решая (3) при $u=U_m\sin x$ и учитывая, что $i_2=i_1$ при $x=\alpha$, получим:

$$i_2 = I_1 - \frac{U_0}{\omega L}x + \frac{U_m}{\omega L}(\cos\alpha - \cos x). \tag{4}$$

Поскольку ток дросселя в начале последующего полупериода равен току в конце предыдущего, то, подставив в (3) $x=0$, а в (4) — $x=\pi$ и приравняв эти выражения, получим закон управления (1).

Найдем среднее значение тока дросселя (ток нагрузки):

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\alpha} i_1 dx + \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} i_2 dx,$$

откуда легко определить ток в начале полупериода, используя (1):

$$I_1 = \frac{U_0}{\omega L}\left(\frac{\omega L}{R} + \frac{\pi}{2} - \frac{\sin\alpha + (\pi-\alpha)\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\right). \tag{5}$$

Условие непрерывности тока дросселя $i_1 \geqslant 0$ при $x=\alpha$, подставляя в него (3) и (5), получим:

$$\frac{\omega L}{R} \geqslant \frac{\sin\alpha + (\pi-\alpha)\cos\alpha}{1+\cos\alpha} + \alpha - \frac{\pi}{2}.$$

В пределе при $\alpha\to\pi$ $\omega L/R \to \pi/2$.

В сети до выпрямителя ток

$$i_c = \begin{cases} 0 & \text{при } 0<x<\alpha; \\ i_2 & \text{при } \alpha<x<\pi; \\ 0 & \text{при } \pi<x<\pi+\alpha; \\ -i_2 & \text{при } \pi+\alpha<x<2\pi. \end{cases} \tag{6}$$

Согласно [Л.4] активная мощность

$$P = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} i_2 U_m \sin x dx = P_0 = \frac{U_0^2}{R}, \tag{7}$$

а реактивная

$$Q = -\frac{U_m}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} i_2\cos x dx = P_0\left[\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + \frac{R}{\omega L}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{R\frac{\pi}{2}(\pi-\alpha) + \left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\alpha - 2(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)^2}\right]. \tag{8}$$

Рассмотрим прерывистый режим. В этом случае уравнение (3) справедливо только при $0<x<x_0\leqslant\alpha$, где x_0 — угол, при котором ток дросселя спадает до нуля. Приравнивая (3) нулю, найдем:

$$x_0 = \frac{I_1\omega L}{U_0}. \tag{9}$$

Решая (2) при $u=U_m\sin x$ при нулевых начальных условиях, получим:

$$i_2 = \frac{U_0}{\omega L}(\alpha - x) + \frac{U_m}{\omega L}(\cos\alpha - \cos x). \tag{10}$$

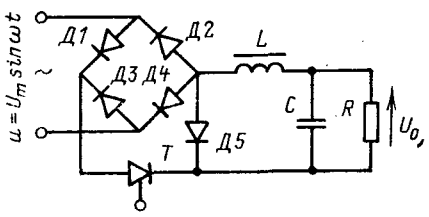


Рис. 1. Схема выпрямителя.

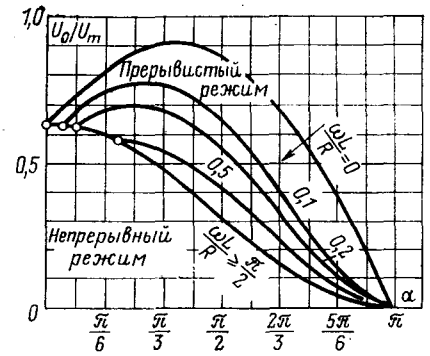


Рис. 2. Зависимость $U_0/U_m=f(\alpha)$ (закон управления выпрямителем).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Поскольку при $x=\pi$ $i_2=I_1$, то для прерывистого режима

$$I_1=\frac{U_m}{\omega L}(1+\cos\alpha)-\frac{U_0}{\omega L}(\pi-\alpha). \qquad (11)$$

Среднее значение тока дросселя в этом случае

$$I_0=\frac{U_0}{R}=\frac{1}{\pi}\int_0^{x_0} i_1 dx+\frac{1}{\pi}\int_\alpha^\pi i_2 dx.$$

Подставляя сюда (3), (9), (11), получим закон управления:

$$\frac{U_0}{U_m}=\frac{(1+\cos\alpha)^2}{\pi-\alpha-\sin\alpha+\sqrt{(\pi-\alpha-\sin\alpha)^2+2\pi\frac{\omega L}{R}(1+\cos\alpha)^2}}. \qquad (12)$$

Здесь использовано только положительное значение корня, так как при отрицательном знаменатель становится также отрицательным, что невозможно. Законы управления (12) и (1) показаны на рис. 2.

Аналогично предыдущему ток в сети до выпрямителя определяется выражением (6), активная мощность — выражением (7), где ток соответствует выражению (10), а реактивная мощность

$$Q=P_0\frac{R}{\omega L}\frac{U_m}{U_0}\left(\frac{U_m}{U_0}\frac{\pi-\alpha+\sin\alpha\cos\alpha}{2\pi}-\frac{1+\cos\alpha}{\pi}\right), \qquad (13)$$

где U_0/U_m определяется выражением (12).

Согласно [Л. 1] коэффициент сдвига выпрямителя

$$\cos\varphi=\frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}.$$

Подставляя сюда (7) и (8) для непрерывного режима или (7) и (13) для прерывистого, строим график, показанный на рис. 3.

Приведенные данные позволяют рассчитывать выпрямитель при существенных изменениях нагрузки, однако емкость фильтра должна быть достаточно большой. Для ее определения в первом приближении можно предложить следующее. Разлагая напряжение на входе фильтра в ряд Фурье, получим постоянную составляющую, определяемую выражением (1), и амплитуду основной гармоники пульсаций (удвоенной частоты):

$$U_{2m}=\frac{4U_m}{3\pi}(1+\cos\alpha)\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}. \qquad (14)$$

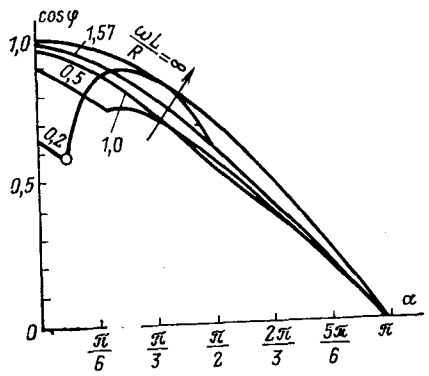


Рис. 3. Кривые коэффициента сдвига выпрямителя.

Поделив (14) на (1), получим коэффициент пульсаций на входе фильтра:

$$k_1=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{5}{4}-\cos\alpha}.$$

Согласно [Л. 5] коэффициент сглаживания Г-образного LC-фильтра

$$q=\frac{k_1}{k_2}=4\omega^2LC-1, \qquad (15)$$

где k_2 — коэффициент пульсаций на выходе фильтра.

Если задаться значением k_2, для k_1 принять его максимальное значение, равное 2, то с помощью (15) можно наложить ограничения на значение емкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Каганов И. Л.** Электронные и ионные преобразователи. Ч. 3. М.—Л., Госэнергоиздат, 1956.

2. **Demontvignier M.** — «Revue generale de l'Electricite», 1951, vol. 60, № 12, p. 509—516. Русский перевод № 21629 в фонде ГПНТБ СО АН СССР.

3. **Тиристоры.** Технический справочник. М., «Энергия», 1971, с. 212—214.

4. **Маевский О. А.** Определение и измерение составляющих полной мощности в вентильных преобразователях. — «Вестник ХПИ. Преобразовательная техника». Харьков, 1970, вып. 4, № 45 (93), с. 3—4.

5. **Китаев В. Е., Бокуняев А. А.** Проектирование источников электропитания устройств связи. М., «Связь», 1972. 67 с.

[11.6.1976]

УДК 621.313.3.016.35.001.24

Сопоставительный анализ устойчивости синхронных и асинхронизированных синхронных генераторов в режимах недовозбуждения

Инж. **ОРСОЕВА А. А.**, канд. техн. наук **РАГОЗИН А. А.**, инж. **ФИЛИЧЕВ О. Н.**, доктор техн. наук **ШАКАРЯН Ю. Г.**

Ранее выполненными исследованиями [Л. 1] показано, что в отношении пределов статической устойчивости асинхронизированные синхронные (АС) генераторы имеют в нормальных режимах некоторые преимущества перед синхронными генераторами. Эти преимущества становятся особенно заметными при передаче по линии, эквивалентируемой некоторой реактивностью $x_{вн}$, максимальной мощности (пропускной способности линии передачи).

В этих режимах область статической устойчивости для синхронного генератора вырождается, тогда как АС генератор работает нормально.

Расчетами установлено, что предельная по условиям динамической устойчивости мощность АС генераторов с номинальными параметрами $x=1{,}8$; $x'=0{,}31$; $T_{d0}=3{,}6$ с; $T_J=10$ с (генератор Иовской ГЭС типа СВ 840/135—44 с поворотной осью намагничивания мощностью 50 МВ·А) при работе с начальным отрицательным скольжением $s_0=-0{,}5\%$ на 10—20% выше, чем мощность синхронных генераторов с аналогичными параметрами и той же кратностью форсирования возбуждения. Предельная мощность АС генератора при $x_{вн}=1{,}0$; $s_0=-0{,}5\%$ и двухфазном на землю коротком замыкании нормативной длительности $t_{к.з}=0{,}12$ с равна пропускной способности линии

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

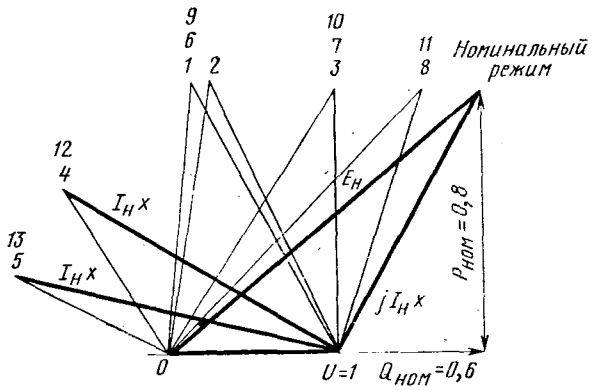


Рис. 1. Векторные диаграммы исследуемых режимов генератора.

электропередачи. При этом требуемые по условиям обеспечения нормального режима и динамической устойчивости АС генератора напряжения возбуждения примерно одинаковы и составляют 4,5 ед. возб. ном.

В статье сопоставляются предельные с точки зрения статической и динамической устойчивости режимы и качество регулирования АС и синхронного генераторов в режимах недовозбуждения, приобретающие все более широкое распространение в связи с ростом класса напряжения линий электропередачи и их протяженности.

Расчеты проводятся применительно к схеме электропередачи, содержащей электрическую станцию с эквивалентным асинхронизированным синхронным или синхронным генератором, работающую через линию электропередачи на мощную энергосистему. Параметры синхронного и АС генераторов приняты одинаковыми, соответствуют номинальным параметрам генератора типа СВ 840/135—44. Индуктивное сопротивление трансформатора принято равным 0,11.

При расчетах статической и динамической устойчивости АС и синхронного генератора, как это общепринято, не учитываются переходные процессы в статорной цепи, пренебрегается насыщением магнитной цепи генератора. В качестве допущения при расчетах динамической устойчивости АС и синхронных генераторов в условиях несимметрии статорной цепи, обусловленной несимметричными короткими замыканиями, учитывается лишь прямая последовательность токов. Обратная и нулевая последовательности токов участвуют косвенно, как факторы, влияющие на величины прямой последовательности.

Утяжеление режима электропередачи производилось путем увеличения потребления генераторами реактивной мощности. Режимы недовозбуждения создавались повышением напряжения на шинах энергосистемы (на шинах станции при этом поддерживалось номинальное напряжение), либо подключением к шинам станции емкостной проводимости, отвечающей зарядной мощности линии электропередачи. Сопротивление линии электропередачи и емкостная проводимость широко варьировались, что может соответствовать различному числу работающих машин на станции, различной степени компенсации зарядной мощности шунтирующими реакторами, изменению параметров внешней сети и т. д. При глубоких режимах недовозбуждения дополнительно снижалась активная мощность.

Исходные режимы, проверяемые на устойчивость, представлены в табл. 1 (пронумерованные с № 1 по № 13) и изображены на векторных диаграммах генератора, рис. 1. На рис. 1 построена также векторная диаграмма генератора в номинальном режиме.

В табл. 1 даны активная P_0, реактивная Q_0 мощности генераторов (для режимов потребления $Q_0<0$), сопротивление $x_{вн}$ внешней сети, напряжение U_0 на шинах энергосистемы, зарядная мощность Q_{c0} линии, полный угол δ_0 электропередачи, внутренний угол $\delta_{вн0}$ генератора. Напряжение на шинах станции во всех режимах принято равным 1.

Законы управления АС и синхронным генераторами задавались наиболее эффективными с точки зрения исследуемых процессов. Для этого в качестве оси ориентации АС генератора выбирается синхронная ось, жестко связанная с вектором напряжения шин мощной энергосистемы. Уравнения переходных процессов, протекающих в системе управления АС генератором, в осях, жестко связанных с синхронными осями d, q, при совмещении оси q_c с вектором напряжения шин мощной энергосистемы, имеют вид [Л. 1]:

Таблица 1

$x_{вн}$, отн. ед.	P_0, отн. ед.	Номер режима	Q_0, отн. ед.	U_0, отн. ед.	Q_{c0}, отн. ед.	δ_0	$\delta_{вн0}$
0,18	0,8	1	—0,41	1,06	0,15	89,6°	82°
		2	—0,37	1,05	0,15	87,2°	79,3°
		3	0	0,98	0,15	65,2°	56,7°
	0,6	4	—0,8	1,12	0,15	120,3°	114,7°
	0,3	5	—0,95	1,15	0,15	147,8°	145°
0,5	0,8	6	—0,4	1,11	0,34	102,5°	81,2°
		7	0	1,08	0	78,7°	56,7°
		8	0,4	1,01	—0,45	62,2°	40,8°
1	0,8	9	—0,4	1,13	0,6	126,2°	81,2°
		10	0	1,13	0,2	101,8°	56,7°
		11	0,4	1	0	94°	40,8°
	0,6	12	—0,8	1,13	0,84	146,8°	114,7°
	0,3	13	—0,95	1,14	0,85	160,3°	145°

$$\left.\begin{aligned} U_{fqc}(1+pT_1) &= (1+k)(\alpha_0+\alpha_1 s+\alpha_2 ps)+ \\ &+\frac{k(\Pi_{dc}+T_2\Pi_{qc}\omega s)}{1+pT_2}-T_1U_{fdc}\omega s, \\ U_{fdc}(1+pT_1) &= (1+k)(\beta_0+\beta_1 s+\beta_2 ps)- \\ &-\frac{k(\Pi_{qc}-T_2\Pi_{dc}\omega s)}{1+pT_2}+T_1U_{fqc}\omega s, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где k — коэффициент усиления жесткой отрицательной обратной связи по параметрам Π_{dc}, Π_{qc}, в качестве которых при расчетах используются токи ротора или пропорциональные им э. д. с. статора E_{dc}, E_{qc}, а также проекции напряжения статора U_{dc}, U_{qc}; α_0, α_1, α_2, β_0, β_1, β_2 — коэффициенты регулирования; T_1, T_2 — постоянные времени возбудителя и жесткой отрицательной обратной связи соответственно.

Закон регулирования возбуждения синхронного генератора содержит взаимные параметры регулирования и записывается в вариациях следующим образом:

$$\Delta U_f(1+pT_1)(1+pT_2)=k_U\Delta U_1+k_1 s+k_2 ps, \quad (2)$$

где ΔU_1 — вариация напряжения шин станции; s — скольжение генератора, тождественное в рассматриваемых условиях работы электростанции скольжению генератора относительно напряжения шин мощной энергосистемы; T_1, T_2 — постоянные времени системы возбуждения и регулирования. Постоянные времени системы возбуждения АС и синхронного генераторов принимались равными: $T_1=0{,}04$ с; $T_2=0{,}03$ с.

Расчеты статической устойчивости проводились методом D-разбиения с помощью ЦВМ. Кривые D-разбиения для АС генератора строились в плоскости коэффициентов регулирования α_1, α_2; для синхронного генератора — в плоскости стабилизирующих параметров по частоте э. д. с. и ее производной, являющихся одновременно взаимными параметрами регулирования.

Коэффициент регулирования по отклонению напряжения составлял $K=-50\dfrac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр. ст.}}$.

На рис. 2 приводятся области статической устойчивости и кривые равного затухания для АС генераторов при $x_{вн}=0{,}18$, различных режимах работы электропередачи и использовании в законе управления АС генератором отрицательной обратной связи по току ротора. Кривые D-разбиения даны для одного крайнего режима работы электропередачи. Анализ кривых D-разбиения показывает, что при жестких связях электростанции с системой независимо от величины потребляемой АС генератором реактивной мощности области статической устойчивости и области, ограниченные кривыми равного затухания, для всех режимов практически идентичны. Следует отметить, что при $K=50\dfrac{\text{ед. возб. х. х}}{\text{ед. тока возб. х. х.}}$ точки кри-

Электронная библиотека Универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

вых с частотами самораскачивания, обычно соответствующими электромеханическим качаниям синхронного генератора, не принадлежат области статической устойчивости, т. е. границы самораскачивания существенно сдвигаются в зону высоких частот. При снижении коэффициента усиления отрицательной обратной связи по току ротора области, ограниченные кривыми равного затухания, расширяются, и уже при $K = 20 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. тока возб. х. х.}}$ охватывают весь диапазон частот самораскачивания (см. рис. 2).

Из рассмотрения кривых рис. 3 следует, что при использовании в законе управления АС генератором отрицательной обратной связи по проекциям напряжения статора, кривые D-разбиения, построенные при $x_{вн} = 0{,}18$, $K = 50 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр. ст.}}$, для различных режимов работы электропередачи также совпадают. При этом области, ограниченные кривыми равного затухания, охватывают уже весь диапазон частот. При $K = 20 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр. ст.}}$ кривые D-разбиения практически идентичны таковым для $K = 50 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр. ст.}}$, что можно объяснить близостью параметра обратной связи (напряжения шин станции) к шинам мощной энергосистемы.

Анализ результатов аналогичных исследований, выполненных для $x_{вн} = 1$, показал, что кривые D-разбиения совпадают при различных величинах потребляемой реактивной мощности.

Ниже для сопоставления приводятся результаты расчетов колебательной статической устойчивости синхронных генераторов в режимах потребления реактивной мощности, работающих в идентичных схемах энергосистем. Из анализа кривых D-разбиения, построенных на рис. 4, следует, что при увеличении потребления реактивной мощности области перемещаются в сторону бо́льших коэффициентов регулирования по стабилизирующим параметрам. При глубоких режимах потребления требуемые коэффициенты регулирования по стабилизирующим параметрам достаточно высокие и превышают реализуемые в современных АРВ сильного действия коэффициенты регулирования.

При исследовании динамической устойчивости, закон управления АС генератором записывался в форме (1) с той лишь разницей, что полагалось $T_2 = 0$, и использовалась только жесткая отрицательная обратная связь по току ротора. Коэффициенты регулирования принимались равными: $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \alpha_2 = 0$; $\alpha_1 = 300 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. скольжения}}$. При таком выборе коэффициентов регулирования обеспечиваются наибольшие пределы динамической устойчивости.

С целью получения наибольшего предела динамической устойчивости синхронного генератора форсировка возбуждения его осуществлялась до максимума угла. За единицу напряжения возбуждения синхронного и АС генераторов принимается

Таблица 2

Номер режима по табл. 1	Параметр									
	$x_{вн}$, отн. ед.	Мощность, отн. ед.		Напряжение, ед. возб. ном.						
		P_0	Q_0	U_{f0}	U_{fa0}	$U_{f\,пот}$			$U_{fa\,пот}$	
						$t_{к.з}=0{,}12$ с	$t_{к.з}=0{,}18$ с	$t_{к.з}=0{,}24$ с	$t_{к.з}=0{,}18$ с	$t_{к.з}=0{,}24$ с
2	0,18	0,8	—0,37	0,62	1,78	—	—	0,92	—	1,78*
6			—0,4	0,62	1,78	1,2	2	—	—	1,78*
7	0,5	0,8	0	0,73	1,97	0,73*	0,73*	—	—	1,97*
8			+0,4	0,94	2,2	0,94*	0,94*	—	—	2,2*
9			—0,4	0,62	1,78	6,4	16	—	2	3,6
10		0,8	0	0,73	1,97	2,5	5,2	—	2,8	4,4
11			+0,4	0,94	2,2	2,8	6	—	3,2	5,2
12	1	0,6	—0,8	0,51	1,47	10,4	—	—	—	1,47*
13		0,3	—0,95	0,4	1,15	8,8	—	—	—	1,15*

Примечание. * — динамическая устойчивость обеспечивалась при исходных напряжениях возбуждения.

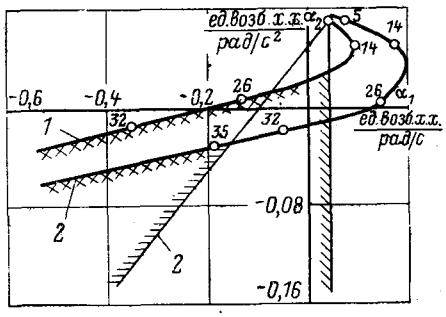


Рис. 2. Кривые D-разбиения при использовании в законе управления АС генератором отрицательной обратной связи по току ротора $\left(K = 50 \frac{\text{ед. возб. х. х}}{\text{ед. тока х. х.}}\right)$ для режима 3 табл. 1.

1 — область статической устойчивости; *2* — кривая равного затухания с декрементом $\alpha = -2$.

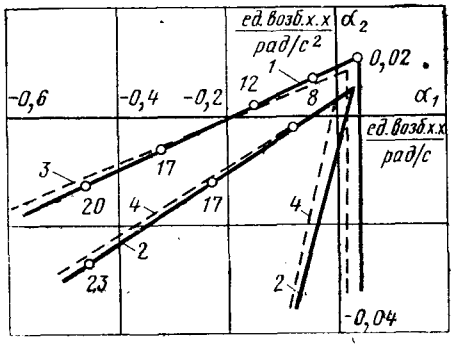


Рис. 3. Кривые D-разбиения при применении в законе управления АС генератором обратной связи по проекциям напряжения статора $\left(K = 50 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр. ст.}}\right)$ для различных режимов.

1, *2* — область устойчивости и кривая равного затухания с $\alpha = -3$ для режима 3; *3*, *4* — то же для режима 5.

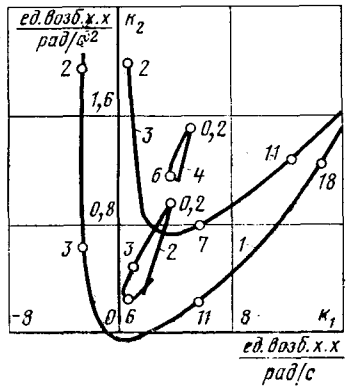


Рис. 4. Характер изменения кривых D-разбиения при утяжелении режима работы синхронного генератора по реактивной мощности.

1, *2* — область устойчивости и кривая равного затухания с $\alpha = -3$ для режима 3; *3*, *4* — то же для режима 5.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

номинальное напряжение возбуждения генератора при его работе в синхронном режиме, составляющее $U_{f\text{ном}}=2{,}5$ ед. возб. х. х.

Динамическая устойчивость рассчитывалась на ЦВМ по программе [Л. 2] при двухфазном на землю коротком замыкании разной длительности вблизи шин станции. Схемы системы в доаварийном и послеаварийном режимах совпадают.

Поиск предела динамической устойчивости АС и синхронного генераторов осуществляется путем варьирования форсировочного напряжения возбуждения до получения такого его потолочного значения, при котором генератор находится на границе динамической устойчивости. Ограничение напряжения на обмотках возбуждения АС машины производится таким образом, что модуль напряжения всегда меньше потолочного значения, а фаза при этом остается неизменной.

Динамическая устойчивость синхронного генератора оценивалась в первом цикле изменения угла. Динамическая устойчивость АС генератора определялась по характеру изменения скольжения АС генератора.

Начальное скольжение АС генератора составляло $s_0=-0{,}3\%$. Результаты анализа электромеханических переходных процессов, рассчитанных на ЦВМ, приводятся в табл. 2. Остальные данные, характеризующие проверяемые на устойчивость режимы, представлены в табл. 1.

Данные табл. 2 иллюстрируют зависимости предельных по условиям динамической устойчивости синхронных и АС генераторов величин потребляемой реактивной мощности от потолочных напряжений возбуждения $U_{f\text{пот}}$ и $U_{fa\text{пот}}$ соответственно. Здесь же приводятся значения напряжений U_{f0} и U_{fa0} в исходном режиме. Напряжения U_{fa0} и $U_{fa\text{пот}}$, выраженные в синхронных осях, равны корню квадратному из суммы квадратов проекций напряжений на обмотках возбуждения АС генератора на синхронные оси d_c, q_c.

Из анализа данных табл. 2 следует, что потолочные напряжения возбуждения АС генераторов при номинальной активной мощности и для всего диапазона нагрузок по реактивной мощности практически не изменяются. Некоторое снижение кратности форсирования возбуждения с ростом потребления реактивной мощности объясняется принятым в расчетах вариантом утяжеления режима: подключением к шинам станции емкостной проводимости, что, в свою очередь, приводит при прочих равных условиях к снижению взаимного сопротивления.

Для синхронного генератора при $Q_0=+0{,}4\text{—}0$ наблюдается аналогичная тенденция изменения потолочного напряжения возбуждения в функции Q, что обусловливается изложенными выше причинами. С дальнейшим ростом потребления реактивной мощности (при переходе в режим глубокого недовозбуждения) динамическая устойчивость синхронного генератора резко ухудшается. Это вызвано существенным увеличением внутреннего угла генератора (см. табл. 1) и преобладанием данного фактора над фактором снижения взаимного сопротивления.

Резкое различие предельных по условиям динамической устойчивости режимов АС и синхронного генераторов особенно отчетливо проявляется в глубоких режимах недовозбуждения при сниженных активных нагрузках (см. последние две строки табл. 2). Рассмотрение этих результатов показывает, что динамическая устойчивость АС генераторов в этих режимах обеспечивается при исходных, достаточно малых напряжениях на обмотках возбуждения при $t_{к.з}=0{,}24$ с, тогда как для сохранения динамической устойчивости синхронных генераторов в этих режимах уже при $t_{к.з}=0{,}12$ с требуются кратности форсирования возбуждения, значительно превышающие их реализуемые значения.

Выводы. 1. Области статической устойчивости АС генераторов в различных режимах потребления реактивной мощности практически идентичны, а общая область устойчивости для всех режимов работы АС генераторов имеет значительные размеры. Интенсивность демпфирования малых колебаний АС генераторов во всех режимах достаточно высокая. Области статической устойчивости синхронного генератора при увеличении потребления реактивной мощности, заметно сокращаясь, существенно (особенно при значительных сопротивлениях внешней сети) перемещаются в направлении бо́льших коэффициентов регулирования по стабилизирующим параметрам. При глубоком потреблении требуемые для обеспечения статической устойчивости электропередачи коэффициенты регулирования по стабилизирующим параметрам значительно превышают реализованные в современных АРВ сильного действия.

2. Предельные по условиям сохранения динамической устойчивости кратности форсирования возбуждения АС генераторов при номинальной активной мощности и для всего диапазона нагрузок по реактивной мощности практически не изменяются. Пределы динамической устойчивости синхронного генератора в режимах недовозбуждения существенно снижаются с ростом потребляемой реактивной мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рагозин А. А., Филичев О. Н., Шакарян Ю. Г.** Сравнительный анализ статической и динамической устойчивости асинхронизированных синхронных и синхронных машин. — «Электричество», 1975, № 9, с. 13—18.

2. **Методика**, алгоритм, программа для ЦВМ и некоторые результаты расчетов динамической устойчивости сложных электрических систем, содержащих асинхронизированные синхронные машины. — «Изв. вузов. Энергетика», 1975, № 10, с. 125—128. Авт.: Ю. П. Горюнов, А. А. Рагозин, О. Н. Филичев, Ю. Г. Шакарян.

[26.7.1976]

УДК 62-83.001.24

Полюсное представление блоков электромеханических систем с использованием графов распространения сигнала

МЕЛЬНИКОВ В. З.

Москва

Количественное и качественное усложнение реальных электромеханических систем требует совершенствования методов их описания. Вывод уравнений сложных систем, основанный на непосредственном использовании полюсных характеристик неприводимых компонент [Л. 1 и 2] не всегда достаточно эффективен, поскольку при большом числе компонент количество итоговых уравнений затрудняет последующее исследование систем. В этом случае наиболее целесообразным представляется предварительное объединение компонент в блоки и получение полюсных характеристик блоков. В дальнейшем блоки рассматриваются как компоненты системы, а описание систем осуществляется указанными выше методами.

Процесс определения полюсных характеристик блоков [Л. 1 и 3], например методом ветвей-хорд, на первом этапе заключается в записи уравнений блока в виде

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -B_{11} & -B_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_1} \\ X_{b_2} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -A_{21} & -A_{22} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{c_1} \\ Y_{c_2} \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где X_{b_1}, Y_{c_2} — внешние параллельные и последовательные воздействия на систему; X_{b_2}, Y_{c_1} — незаданные параллельные

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

переменные ветвей и последовательные переменные хорд; W_{ij}, Z_{ij} — коэффициенты полюсных уравнений компонент блока; A_{ij}, B_{ij} — коэффициенты уравнений отсечений и фундаментальных контуров, принимающие соответственно значения 1, —1 и 0; $i=1, 2, \ldots, n$; $j=1, 2, \ldots, n$.

Все последующие операции выполняются с целью исключения из уравнений (1) переменных X_{b_2}, Y_{c_1} и введения последовательных переменных ветвей Y_{b_1} и параллельных переменных хорд X_{c_2}. Для этого уравнения (1) представляются в виде

$$\begin{bmatrix} X_{b_2} \\ Y_{c_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} - W_{12}B_{12} & Z_{11}A_{21} - Z_{12} \\ W_{21} - W_{22}B_{12} & Z_{21}A_{21} - Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} W_{12}B_{11} - Z_{11}A_{22} \\ W_{22}B_{11} - Z_{21}A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_1} \\ Y_{c_2} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Из уравнений отсечений и фундаментальных контуров записываются выражения для переменных Y_{b_1} и X_{c_2}

$$\begin{bmatrix} Y_{b_1} \\ X_{c_2} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & A_{12} \\ B_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_1} \\ Y_{c_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & A_{21} \\ B_{22} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_2} \\ Y_{c_1} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

и уравнения (2) подставляются в (3). После соответствующих преобразований окончательно имеем:

$$\begin{bmatrix} Y_{b_1} \\ X_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_1} \\ Y_{c_2} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где

$$C_{11} = A_{11} \frac{W_{12}B_{11}(W_{21} - W_{22}B_{12}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-W_{22}B_{11}(W_{11} - W_{12}B_{12})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})};$$

$$C_{12} = A_{11} \frac{Z_{21}A_{22}(W_{11} - W_{12}B_{12}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-Z_{11}A_{22}(W_{21} - W_{22}B_{12})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})} - A_{12};$$

$$C_{21} = B_{22} \frac{W_{12}B_{11}(Z_{22} - Z_{11}A_{21}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-W_{22}B_{11}(Z_{12} - Z_{11}A_{21})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})} - B_{12};$$

$$C_{22} = B_{22} \frac{Z_{21}A_{22}(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-Z_{11}A_{22}(Z_{22} - Z_{21}A_{21})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})}.$$

Как следует из вышеприведенного, при выводе полюсных уравнений блока требуется определять обратную матрицу, что в общем случае весьма затруднительно. Этого можно избежать, если использовать преобразование уравнений блока в граф распространения сигнала, на основании которого получить коэффициенты полюсных уравнений блока. Например, определив из (3) значения переменных X_{b_2}, Y_{c_1} и подставив их в (1), представим полученные уравнения в виде

$$\left.\begin{aligned} Y_{b_1} &= \frac{K_2}{K_3} X_{c_2} + \frac{K_4}{K_3} Y_{c_2} - \frac{K_1}{K_3} X_{b_1}; \\ X_{c_2} &= \frac{K_5}{K_6} X_{b_1} + \frac{K_7}{K_6} Y_{b_1} - \frac{K_8}{K_6} Y_{c_2}, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= (W_{12}B_{12} - W_{11})\frac{B_{21}}{B_{22}} - W_{12}B_{11}; \\ K_2 &= \frac{W_{11} - W_{12}B_{12}}{B_{22}}; \\ K_3 &= \frac{Z_{12} - Z_{11}A_{21}}{A_{11}}; \\ K_4 &= (Z_{11}A_{21} - Z_{12})\frac{A_{12}}{A_{11}} - Z_{11}A_{22}; \\ K_5 &= (W_{22}B_{12} - W_{21})\frac{B_{21}}{B_{22}} - W_{22}B_{11}; \\ K_6 &= \frac{W_{21} - W_{22}B_{12}}{B_{22}}; \\ K_7 &= \frac{Z_{22} - Z_{21}A_{21}}{A_{11}}; \\ K_8 &= (Z_{21}A_{21} - Z_{22})\frac{A_{12}}{A_{11}} - Z_{21}A_{22}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Уравнения (5) по известным правилам [Л. 4] преобразуем в граф распространения сигнала (рис. 1,*а*), в котором вершинами служат переменные уравнений (5). Применяя простейшие приемы упрощения линейных графов или формулу передачи графа [Л. 5], определим величину передачи построенного графа к полюсам Y_{b_1} и X_{c_2}. Для этой цели, например, данный граф преобразуем в граф I и граф II (рис. 1,*б*), для которых

$$\left.\begin{aligned} Y_{b_1} &= \left(\frac{K_4}{K_2} - \frac{K_3}{K_3}\frac{K_8}{K_6}\right) Y_{c_2} + \left(\frac{K_2}{K_3}\frac{K_5}{K_6} - \frac{K_1}{K_3}\right) X_{b_1} + \\ &+ \frac{K_2}{K_7}\frac{K_7}{K_6} Y_{b_1}; \\ X_{c_2} &= \left(\frac{K_5}{K_6} - \frac{K_1}{K_3}\frac{K_7}{K_6}\right) X_{b_1} + \left(\frac{K_4}{K_3}\frac{K_7}{K_6} - \frac{K_8}{K_6}\right) Y_{c_2} + \\ &+ \frac{K_2}{K_3}\frac{K_7}{K_6} X_{c_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Подставив в (7) зависимости (6) и выполнив элементарные преобразования, в итоге получим:

$$\begin{bmatrix} Y_{b_1} \\ X_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b_1} \\ Y_{c_2} \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

где

$$D_{11} = A_{11} \frac{W_{12}B_{11}(W_{21} - W_{22}B_{12}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-W_{22}B_{11}(W_{11} - W_{12}B_{12})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})};$$

$$D_{12} = A_{11} \frac{Z_{21}A_{22}(W_{11} - W_{12}B_{12}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-Z_{11}A_{22}(W_{21} - W_{22}B_{12})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})} - A_{12};$$

$$D_{21} = B_{22} \frac{W_{12}B_{11}(Z_{22} - Z_{11}A_{21}) -}{(W_{21} - W_{22}B_{12})(Z_{12} - Z_{11}A_{21}) -} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-W_{22}B_{11}(Z_{12} - Z_{11}A_{21})}{-(W_{11} - W_{12}B_{12})(Z_{22} - Z_{21}A_{21})} - B_{12};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

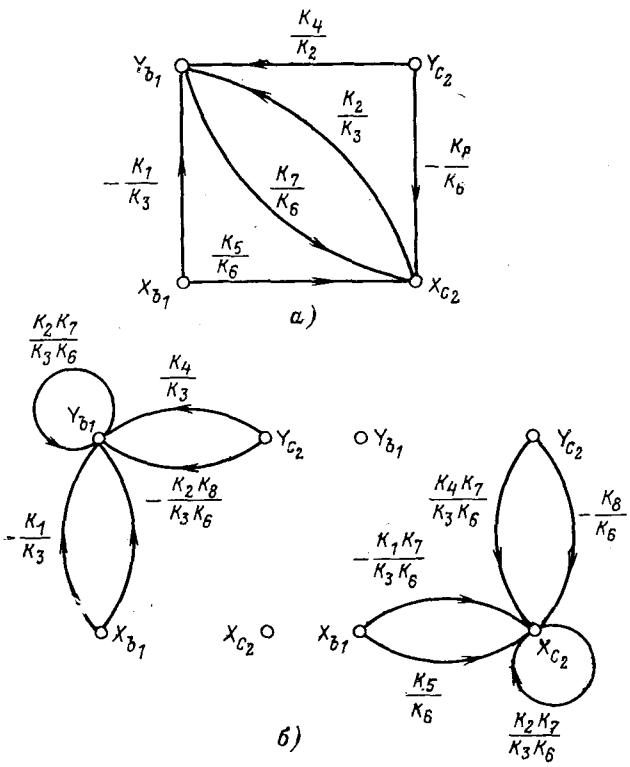


Рис. 1. Граф распространения сигнала блока (*а*), преобразованные графы сигналов блока (*б*).

$$D_{22} = B_{22}\frac{Z_{21}A_{22}(Z_{12}-Z_{11}A_{21})-}{(W_{21}-W_{22}B_{12})(Z_{12}-Z_{11}A_{21})-}\rightarrow$$
$$\rightarrow\frac{-Z_{11}A_{22}(Z_{22}-Z_{21}A_{21})}{-(W_{11}-W_{12}B_{12})(Z_{22}-Z_{21}A_{21})}.$$

Уравнения (8), таким образом, полностью совпадают с уравнениями (4).

Для примера рассмотрим определение полюсных характеристик электромеханической системы, состоящей из двигателя постоянного тока с независимым возбуждением и цилиндрического зубчатого редуктора (рис. 2,*а*). Известны все параметры системы, а также внешние воздействия на данный блок: напряжение на якоре двигателя u_5 и момент нагрузки на выходном валу редуктора M_6. Полюсные графы компонент блока изображены на рис. 2,*б*. Граф блока, лес графа и полюсный граф блока показаны соответственно на рис. 2,*в* и *г* и 3,*а*. Полюсные уравнения компонент имеют вид:

для двигателя

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= k_1u_1 - W_1\varphi_2,\\ M_2 &= -k_2u_1 + W_2\varphi_2,\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{R_1};\ k_2 = \frac{c}{R_1};\ W_1 = \frac{c}{R_1}\frac{d}{dt};\ W_2 = \frac{c^2}{R_1}\frac{d}{dt} + J_2\frac{d^2}{dt^2};$$

для редуктора

$$\left.\begin{aligned} M_3 &= W_3\varphi_3 + n_{34}M_4;\\ \varphi_4 &= -n_{34}\varphi_3 + k_4M_4,\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

где

$$W_3 = (J_3 + J_4n_{34}^2)\frac{d^2}{dt^2}.$$

В (9) и (10) приняты следующие обозначения: i_1, u_1 — ток и напряжение якоря двигателя; R_1, c — сопротивление якорной цепи и коэффициент пропорциональности между моментом двигателя и током якоря; J_2, J_3, J_4 — моменты инерции якоря и зубчатых колес; φ_2, φ_3, φ_4 — угловые координаты звеньев; M_2, M_3, M_4 — крутящие моменты; n_{34} — передаточное

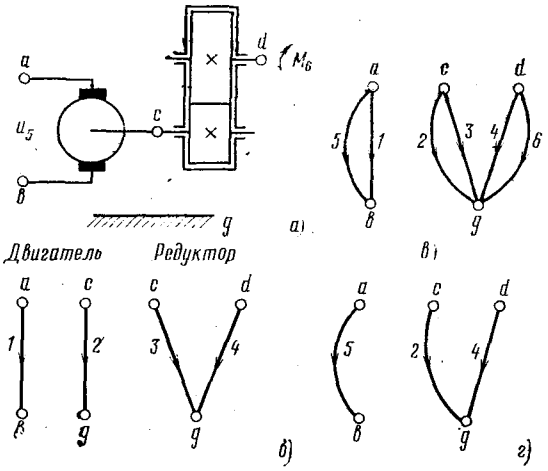


Рис. 2. Электромеханическая система с двигателем постоянного тока (*а*), полюсные графы компонент системы (*б*), граф системы (*в*), лес графа (*г*).

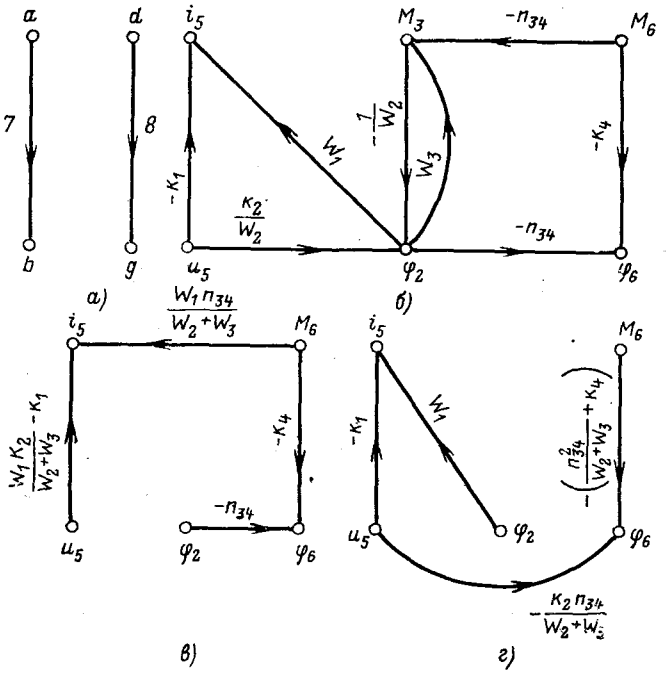


Рис. 3. Полюсный граф электромеханического блока (*а*), граф распространения сигнала блока (*б*), упрощенные графы распространения сигналов блока (*в* и *г*).

отношение зубчатой передачи; k_4 — коэффициент жесткости зубчатой передачи.

Используя формальные методы вывода уравнений [Л. 1 и 3], на основании полюсных уравнений компонент, графа блока и его леса запишем уравнения блока:

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= k_1u_5 - W_1\varphi_2;\\ -M_3 &= -k_2u_5 + W_2\varphi_2;\\ M_3 &= W_3\varphi_2 - n_{34}M_6;\\ \varphi_4 &= -n_{34}\varphi_2 - k_4M_6.\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Для получения полюсного уравнения блока установим функциональную связь между переменными i_5, φ_6 и u_5, M_6. Для этого уравнения (11), сделав в них предварительно подстановки $i_1 = -i_5$ и $\varphi_4 = \varphi_6$, представим в виде графа распространения сигнала, приняв за вершины графа переменные i_5, M_3, M_6, u_5, φ_2, φ_6 (рис. 3,*б*). Данный граф путем исключения промежуточных вершин преобразуем последовательно в граф I (рис. 3,*а*) и граф II (рис. 3,*г*), для которых величины переда-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

чи графа к вершинам i_5 и φ_6 соответственно выражаются:

$$\left.\begin{aligned} i_5 &= \left(\frac{k_2 W_1}{W_2+W_3} - k_1\right) u_5 + \frac{W_1 n_{34}}{W_2+W_3} M_6; \\ \varphi_6 &= -\frac{k_2 n_{34}}{W_2+W_3} u_5 - \left(\frac{n^2_{34}}{W_2+W_3} + k_4\right) M_3. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Учитывая далее связь между внешними и полюсными переменными блока

$$\begin{bmatrix} i_5 \\ M_6 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} i_7 \\ M_8 \end{bmatrix} \text{ и } \begin{bmatrix} u_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_7 \\ \varphi_8 \end{bmatrix},$$

окончательно получаем:

$$\begin{bmatrix} i_7 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - \frac{k_2 W_1}{W_2+W_3} & \frac{W_1 n_{34}}{W_2+W_3} \\ -\frac{k_2 n_{34}}{W_2+W_3} & \frac{n^2_{34}}{W_2+W_3} + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_7 \\ M_8 \end{bmatrix}.$$

Предложенный способ существенно сокращает вывод полюсных уравнений электромеханических систем и расширяет возможности самого топологического метода. Так, например, рациональное разделение систем на блоки будет определяться уже не столько трудоемкостью полюсного описания, сколько другими признаками — физической однородностью объединяемых компонент, конструктивными соображениями и т. п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кениг Г., Блекуэлл В.** Теория электромеханических систем. М., «Энергия», 1965.
2. **Ильинский Н. Ф., Цаценкин В. К.** Топологические методы в электромеханике. — «Электричество», 1967, № 6.
3. **Ильинский Н. Ф., Цаценкин В. К.** Приложение теории графов к задачам электромеханики. М., «Энергия», 1968.
4. **Робишо Л., Буавер М., Робер Ж.** Направленные графы и их приложение к электрическим цепям и машинам. М., «Энергия», 1964.
5. **Мэзон С., Циммерман Г.** Электронные цепи, сигналы и системы. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

[15.3.1976]

УДК 621.313.017.083

Погрешности термометрического метода измерения местных потерь в электрических машинах

Канд. техн. наук ГУРЕВИЧ Э. И., инж. РЫБИН Ю. Л.
Ленинград

Термометрический метод измерения удельных потерь основан на определении производной температурно-временной зависимости в момент времени, близкий к моменту внезапного возникновения тепловыделения или его исчезновения в районе установки термоприемника [Л. 1]. Метод широко используется в электромашиностроении [Л. 2—7]. Практическое применение метода связано с выбором оптимальной длительности промежутка времени, в пределах которого допустимо использовать для обработки участок опытной температурной кривой.

Указанный промежуток должен быть достаточно близким к начальному моменту, когда при скачкообразном изменении потерь наилучшим образом удовлетворяется условие пропорциональности потерь и производной от температуры (в последующие моменты времени теплообмен в месте установки термоприемника искажает эту пропорциональность). Однако имеется ряд факторов, препятствующих использованию для обработки промежутка слишком короткого и слишком близкого к начальному моменту времени: во-первых, наличие индуктивности в электротехнических устройствах не позволяет создать скачкообразный импульс тепловыделения; во-вторых, малые приращения температуры за малый промежуток времени обусловливают повышенные требования к быстродействию и чувствительности аппаратуры; в-третьих, необходимо обеспечить минимальную тепловую инерционность измерительной системы, включая чувствительный элемент.

С учетом сказанного общеизвестная практическая формула термометрического метода принимает вид:

$$q_v = c\rho \frac{\Delta\Theta}{t_2 - t_1}, \quad (1)$$

где момент времени t_1 выбран несколько большим момента включения или выключения электрической нагрузки, а промежуток времени $t_2—t_1$ принимается таким, чтобы приращение температуры регистрировалось имеющейся аппаратурой с надлежащей уверенностью (рис. 1).

Разумеется, точность метода зависит от подробности записи участка температурной кривой в интервале $t_2—t_1$.

Степень отличия реальной температурной зависимости от адиабатной определяется интенсивностью теплообмена в районе установки термоприемника, т. е. прежде всего зависит от температуропроводности элемента и распределения потерь. Массивные низкотеплопроводные детали, в которых удельное тепловыделение изменяется по объему незначительно, представляет собой наиболее удобные объекты для термометрических опытов: здесь длительность наблюдения может достигать сотен секунд [Л. 4]. Применение метода для исследования высокотеплопроводных элементов конструкции с существенно неравномерным распределением местных потерь ограничивает указанный отрезок времени немногими единицами секунд [Л. 9].

Обмотки переменного тока и пакеты сердечника статора занимают в этом отношении промежуточное положение. Однако вопрос о выборе приемлемого отрезка времени $t_2—t_1$ применительно к указанным объектам остается дискуссионным. В ранних работах [Л. 1 и 2], выполненных с применением компенсаторов довольно низкой чувствительности без автоматической записи показаний, этот отрезок вынужденно достигал нескольких десятков секунд, причем измерения были успешными. Дальнейшие исследования [Л. 5 и 7], сопровождаемые расчетным анализом процесса нестационарной теплопроводности в районе установки спая термопары, содержат более жесткие требования по длительности измерения, откуда следуют рекомендации по применению сложных и высокочувствительных схем быстрой регистрации и дифференцирования температуры во времени.

Ниже проанализированы условия, в которых термометрический метод не требует чрезмерных ограничений по $t_2—t_1$ и может поэтому с успехом использоваться на базе простейшей аппаратуры.

Исследование систематических погрешностей метода выполнено применительно к пакетам сердечника статора. Однако в силу известной общности использованного аппарата результаты анализа справедливы также и для других объектов, характеризующихся преимущественно одномерным распространением тепла.

Сопоставим скорости изменения температуры в середине пластины при различных условиях теплообмена со скоростью, соответствующей идеальным условиям (адиабатный процесс при строго скачкообразном графике изменения потерь $q_{v0} = \text{const}$. Относительную погрешность, изменяющуюся во времени, определим как

$$\overline{\Delta}(t) = \left[\left(\frac{\partial\Theta}{\partial t}\right)_t - \left(\frac{\partial\Theta}{\partial t}\right)_{t=0}\right] : \left(\frac{\partial\Theta}{\partial t}\right)_{t=0}, \quad (2)$$

где $(\partial\Theta/\partial t)_{t=0} = \frac{q_v}{c\rho}$ — адиабатный градиент, град/с.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

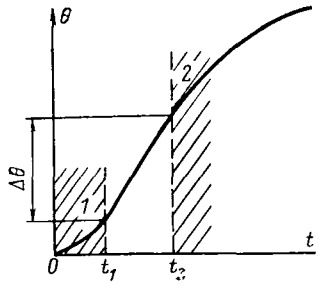


Рис. 1. К выбору участка температурной кривой t_2—t_1. *1* — область существенного непостоянства потерь и заметного влияния инерционности измерительной системы; *2* — область существенного влияния теплообмена.

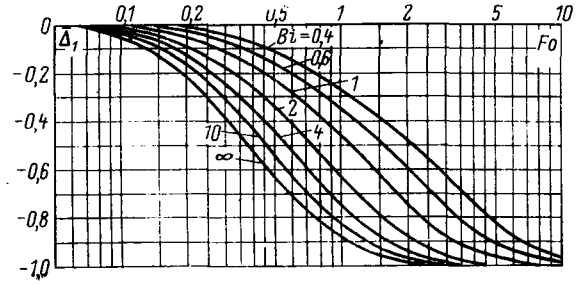


Рис. 2. Кривые погрешности определения удельных потерь по (7).

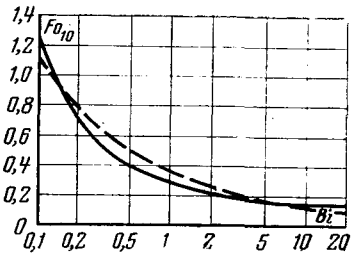


Рис. 3. Зависимость предельного числа Фурье от условий граничного теплообмена.

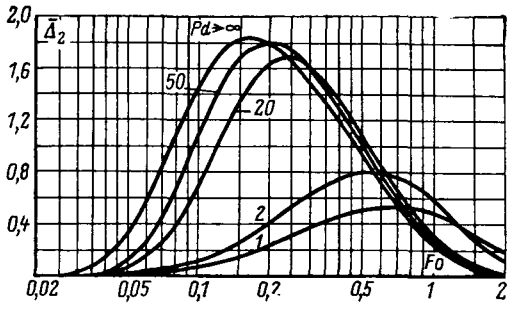


Рис. 4. Погрешность определения удельных потерь при скачкообразном изменении температуры охлаждающей среды (Pd→∞).

Уравнение теплопроводности для произвольных условий тепловыделения в пластине

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t}=a\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+\frac{q_v(x,\,t)}{c\rho},\quad -\delta<x<\delta,\ t>0. \tag{3}$$

Для всех рассмотренных ниже случаев приняты нулевые начальные условия, соответствующие исходному состоянию теплового равновесия пластины с охлаждающей средой:

$$\Theta|_{t=0}=0. \tag{4}$$

Граничные условия в общем случае отражают теплообмен на поверхностях:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial x}\pm\frac{\alpha}{\lambda}[\Theta-\vartheta(t)]\,|_{x=\pm\delta}=0. \tag{5}$$

В нашу задачу входит определение отрезка времени t_2—t_1, в пределах которого ошибка $\bar{\Delta}(t)$ не превосходит наперед заданного значения ε.

Погрешности начального участка температурной кривой. Если принять надлежащие меры по обеспечению малой инерционности термоприемника, то в качестве источника погрешности выступает непостоянство функции тепловыделения во времени, что обусловлено конечным временем нарастания потерь до заданного уровня при включении электрической нагрузки. Пусть потери изменяются во времени по экспоненциальному закону с постоянной времени $T_{эл}$:

$$q_v(t)=q_{v0}\left(1-e^{-\frac{t}{T_{эл}}}\right). \tag{6}$$

Решение уравнения (3) с учетом (4)—(6) при $\vartheta=0$ дает возможность получить выражение для погрешности $\bar{\Delta}(t)$:

$$\bar{\Delta}(t)=\mathrm{Pd}_{эл}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\gamma_n^2-\mathrm{Pd}_{эл}}\left(e^{-\mathrm{Pd}_{эл}\mathrm{Fo}}-e^{-\gamma_n^2\mathrm{Fo}}\right)-1,$$

где

$$\mathrm{Fo}=\frac{t\lambda}{c\rho\delta^2};\ \mathrm{Pd}_{эл}=\frac{\delta^2}{aT_{эл}};\ \mathrm{Bi}=\frac{\alpha\delta}{\lambda};\ A_n=\frac{2\sin\gamma_n}{\gamma_n+\sin\gamma_n\cos\gamma_n};$$

γ_n — корни уравнения $\gamma\,\mathrm{tg}\,\gamma=\mathrm{Bi}$ $(n=1,\,2,\,\ldots,\,\infty)$.

Как видим, погрешность затухает во времени на начальной стадии процесса, так что уместно поставить вопрос о разрешенном времени начала записи процесса $t_1\neq0$. Практически при $t_1\geqslant3T_{эл}$ погрешность от непостоянства потерь оказывается неощутимой, поэтому для сравнительно быстрых электрических переходных процессов (например в опытах ударного возбуждения или гашения поля при замкнутой накоротко обмотке статора) указанное обстоятельство не играет существенной роли. Однако при исследовании потерь холостого хода, когда $T_{эл}$ достигает нескольких секунд, разрешенное время t_1 может оказаться близким к времени t_2, ограниченному погрешностями термической природы. Рассмотрим теперь эти погрешности.

Погрешность за счет граничного теплообмена. Обратимся вначале к простейшему случаю, когда пластина имеет постоянное тепловыделение $q_v=q_{v0}$ и охлаждается средой, температура которой не изменяется с течением времени $\vartheta(t)=0$. При этих условиях получим следующее выражение для погрешности $\bar{\Delta}_1(t)$ по [Л. 8]:

$$\bar{\Delta}_1(t)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n e^{-\gamma_n^2\mathrm{Fo}}-1. \tag{7}$$

Графики соответствующих зависимостей приведены на рис. 2, откуда можно найти, например, что для пакета активной стали толщиной $2\delta=0{,}04$ м при коэффициентах поперечной теплопроводности $\lambda=2$ Вт/(м·град.), объемной теплоемкости $c\rho=3{,}5\cdot10^6$ Дж/(м³·град.) и теплоотдачи $\alpha=1000$ Вт/(м²·град.); $\mathrm{Bi}=10$ (водородное охлаждение) отрицательная погрешность в 5% достигается через 80 с от момента начала процесса, а погрешность в 10% — через 110 с. (Заметим для сравнения, что в медной пластине той же толщины названные продолжительности времени уменьшаются примерно в 10 раз.)

На основании приведенных графиков на рис. 3 изображена зависимость $\mathrm{Fo}_{10}=f(\mathrm{Bi})$, соответствующая допустимой погрешности $\bar{\Delta}_1=10\%$ (сплошная кривая), которая аппроксимирована (пунктирная кривая) формулой

$$\mathrm{Fo}_{10}=0{,}36\mathrm{Bi}^{-0{,}5}\ \text{при}\ 0{,}1\leqslant\mathrm{Bi}\leqslant10.$$

Используя усредненное значение объемной теплоемкости $c\rho=3{,}3\cdot10^6$ Дж/(м³·град.) для металлов и композиций, применяемых в электромашиностроении, получим формулу для предельной оценки времени t_2:

$$t_2\leqslant1{,}2\cdot10^6\sqrt{\frac{\delta^3}{a\lambda}}, \tag{8}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где δ — расстояние от точки размещения датчика до охлаждаемой поверхности.

Отсюда следует, например, что для торцевого пакета статора современного турбогенератора с водородным охлаждением [λ=3 Вт/(м·град.), α=1000 Вт/(м²·град.)] при установке термопары на расстоянии $\delta=5\cdot10^{-3}$ м от граничной поверхности требуется, чтобы $t_2\leqslant 8$ с. При установке термопары в середине пакета ($\delta=15\cdot10^{-3}$ м) получим $t_2\leqslant 40$ с.

Можно показать, что оценка погрешности по рис. 3 и времени t_2 по (8) является предельной для большинства практических случаев. Для этого рассмотрим влияние на обсуждаемую погрешность двух факторов, усложняющих процесс: изменение во времени температуры охлаждающей среды и непостоянства потерь по толщине пластины.

Положим, что температура среды изменяется по закону:

$$\vartheta(t)=\vartheta_0(1-e^{-t/T}). \qquad (9)$$

Решение задачи при охарактеризованных условиях даст следующую функцию погрешности для середины пластины:

$$\bar{\Delta}(t)=\frac{\bar{\vartheta}_y \mathrm{Pd}\, e^{-\mathrm{Pd\,Fo}}}{\cos\sqrt{\mathrm{Pd}}-\frac{\sqrt{\mathrm{Pd}}}{\mathrm{Bi}}\sin\sqrt{\mathrm{Pd}}}+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\left(1+\frac{\bar{\vartheta}_y\gamma^2{}_n}{1-\frac{\gamma^2{}_n}{\mathrm{Pd}}}\right)e^{-\gamma^2{}_n\mathrm{Fo}}-1=\bar{\Delta}_1(t)+\bar{\Delta}_2(t),$$

где

$$\mathrm{Pd}=\frac{\delta^2}{aT};\quad \bar{\vartheta}_y=\frac{\vartheta_0\lambda}{q_{v0}\delta^2}.$$

Поправка $\bar{\Delta}_2$ на непостоянство температуры среды представлена на рис. 4. Действие граничного возмущения является встречным по отношению к действию первоначального рассмотренного фактора, что способствует, как правило, увеличению допустимой длительности процесса при заданной погрешности ε. Так, если условия первого примера дополнить следующими сведениями о поведении температуры газа в канале:

$$\vartheta(t)=5\left(1-e^{-\frac{t}{600}}\right),$$

то при $q_{v0}=3\cdot10^4$ Вт/м³ получим для середины пакета: $\varepsilon=5\%$ при $t_2=140$ с и $\varepsilon=10\%$ при $t_2=200$ с.

Влияние неравномерности тепловыделения оценим погрешностью $\bar{\Delta}(t)$ при расположении термоприемника, как и прежде, посередине пластины ($x=\delta$), задаваясь экспоненциальным законом распределения потерь по толщине пластины: $q_v(x)=q_{v0}\exp\left(-\beta\frac{x}{2\delta}\right)$. При этом в интересах наглядности пренебрежем подогревом среды ($\vartheta=0$) и назначим граничные условия первого рода: $\Theta|_{x=0}=0$; $\Theta|_{x=2\delta}=0$. Решение задачи приводит к следующему результату:

$$\bar{\Delta}(t)=2\pi\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\left(n-\frac{1}{2}\right)\mathrm{ch}\frac{\beta}{2}}{\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\pi^2+\left(\frac{\beta}{2}\right)^2}e^{-\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\pi^2\,\mathrm{Fo}}-1.$$

Сопоставление последнего выражения с (7) дает функцию поправки на неравномерность потерь. При значительной неравномерности потерь ($\beta>2$) указанная поправка превышает 10%. Как и в предыдущем случае, поправка действует встречно по отношению к погрешности $\bar{\Delta}_1(t)$, поэтому допустимая длительность процесса при заданном уровне итоговой погрешности ε, как правило, несколько возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Laffoon C. M., Calvert J. F.** Additional Losses of Synchronous Machines. — «Trans. AIEE», 1927, vol. 46, p. 84.
2. **Ross M. D.** Time-Temperature Tests to Determine Mashine Losses. — «Trans. AIEE», 1935, vol. 54, p. 512.
3. **Ошурков П. В., Слиозберг Л. М., Хуторецкий Г. М.** Экспериментальные исследования влияния транспозиции проводников на потери в обмотке статора. — «Сборник Электросила», 1974, № 30.
4. **Сорокина Л. А.** Определение добавочных потерь в нажимных плитах статора явнополюсных синхронных машин. — «Сборник Электросила», 1970, № 28.
5. **Gilbert A. T.** A method of measuring loss distribution in electrical machines. — «Proc. IEE», part A, № 39, p. 239.
6. **Хенкин А. Л., Борю Н. В.** Термометрический метод измерения местных потерь в трансформаторах. — «Электричество», 1963, № 5.
7. **Морозов Д. Н.** Применение термометрического метода определения местных потерь от рассеяния в трансформаторах. — «Электротехническая промышленность», 1962, № 3.
8. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
9. Измерение удельных потерь в массивном роторе синхронной машины термометрическим методом. — «Электротехническая промышленность», 1969, вып. 323. Авт.: Г. Г. Счастливый, В. С. Шевченко, Е. В. Гущин и др.

[15.12.1976]

УДК 621.315.5.011.4.001.24

Расчет электрической емкости проводников в двухслойных средах

КОЧАНОВ Э. С.

Ленинград

Расчет электрической емкости систем проводников, находящихся в слоистых средах, необходим при решении многочисленных прикладных задач электротехники. В строгой постановке такой расчет связан со значительными математическими трудностями [Л. 1—4], которые удается преодолеть лишь в простейших случаях, причем даже при этом полученные решения оказываются обычно настолько громоздкими, что их использование при инженерных расчетах весьма затруднительно. Применявшиеся до сих пор приближенные методы пригодны лишь для частных случаев, когда границы слоистых сред совпадают с поверхностями, образованными либо эквипотенциальными [Л. 6], либо силовыми линиями [Л. 5].

В статье предлагается выделять вспомогательные системы всегда по границам раздела сред независимо от характера распределения силовых и эквипотенциальных линий поля исследуемой системы проводников. Условия, которые должны соблюдаться при подобном выделении вспомогательных систем, определим на примере рассмотрения электрической проводимости системы проводников в двухслойной среде.

Пусть имеем систему двух электродов S_1 и S_2 (рис. 1,*а*), находящуюся в однородной проводящей среде с удельной электропроводностью γ_1. Электроды находятся под потенциалами U_1 и U_2. Электрическая проводимость между двумя электродами в соответствии с определением

$$G_1=\frac{\gamma_1\oint E_{n,1}dS_i}{U_2-U_1}, \qquad (1$$

где S_i — поверхность 1-го (или 2-го) электродов; $E_{n,1}$ — нормальная составляющая напряженности электрического поля к поверхности одного из электродов.

Предполагается, что система электронейтральна, т. е. выполняется условие

$$\oint_{S_1}E_{n,1}dS=-\oint_{S_2}E_{n,1}dS.$$

Возьмем ту же систему электродов S_1 и S_2 и поместим ее внутри произвольной замкнутой области с непроницаемой

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

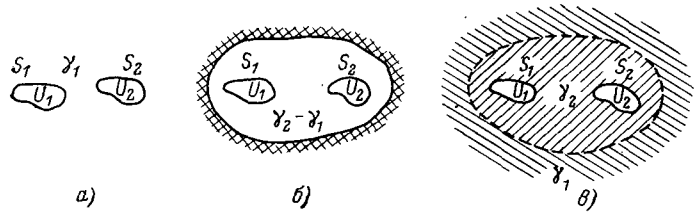


Рис. 1.

границей σ и удельной электропроводностью $\gamma_2-\gamma_1$ (где $\gamma_2>\gamma_1$, рис. 1,*б*). При неизменной разности потенциалов (U_2-U_1) электрическая проводимость этой системы

$$G_2=\frac{(\gamma_2-\gamma_1)\oint_{S_i}E_{n,2}dS_i}{U_2-U_1}. \qquad (2)$$

Если теперь совместить обе эти системы (рис. 1,*в*), то получим ту же систему электродов, но находящуюся уже в двухслойной среде. Электрическая проводимость последней системы, естественно, увеличится и может быть представлена в виде суммы проводимостей двух предыдущих систем

$$G_1+G_2=\frac{1}{U_2-U_1}\left\{\gamma_1\oint_{S_i}E_{n,1}dS_i+(\gamma_2-\gamma_1)\times\right.$$
$$\left.\times\oint_{S_i}E_{n,2}dS_i\right\}. \qquad (3)$$

При совмещении систем произойдет не только сложение, но и перераспределение напряженности электрического поля по поверхности электрода S_i, поэтому строгое выражение для электрической проводимости между двумя электродами в двухслойной среде в общем виде запишется как

$$G_\Sigma=\frac{\oint_{S_i}f(\gamma_1,\gamma_2,\sigma)E_{n,\Sigma}dS_i}{U_2-U_1}, \qquad (4)$$

где $f(\gamma_1,\gamma_2,\sigma)$ — функция, зависящая от удельных электропроводностей I и II сред и σ; $F_{n\Sigma}$ — нормальная (к поверхности электрода S_i) составляющая напряженности электрического поля.

Приняв, что во всех случаях справедливо равенство

$$\oint_{S_i}f(\gamma_1,\gamma_2,\sigma)E_{n,\Sigma}dS_i\approx\gamma_1\oint_{S_i}E_{n,1}dS_i+$$
$$+(\gamma_2-\gamma_1)\oint_{S_i}E_{n,2}dS_i, \qquad (5)$$

получим

$$G_\Sigma=G_1(\gamma_1)+G_2(\gamma_2-\gamma_1)$$

или, используя аналогию между электрической проводимостью и емкостью $G=\frac{\gamma}{\varepsilon}C$, найдем

$$C_\Sigma=C_1(\varepsilon_1)+C_2(\varepsilon_2-\varepsilon_1), \qquad (6)$$

где $C_1(\varepsilon_1)$ — емкость исходной системы электродов в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1; $C_2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)$ — емкость вспомогательной системы электродов в среде с диэлектрической проницаемостью $(\varepsilon_2-\varepsilon_1)$ и непроницаемой границей раздела сред.

Очевидно, что формула (6) имеет смысл в том случае, если $\varepsilon_2-\varepsilon_1>0$. При обратном соотношении $\gamma_1>\gamma_2$ $(\varepsilon_1>\varepsilon_2)$, введя удельное сопротивление среды $\rho_i=\frac{1}{\gamma_i}$ и производя аналогичные рассуждения для сопротивления растекания $R=\frac{1}{G}$, получим

$$R_\Sigma=R_1(\rho_1)+R_2(\rho_2-\rho_1).$$

Далее, используя аналогию между емкостью и сопротивлением растекания $R=\frac{\varepsilon}{\gamma}\frac{1}{C}$, найдем:

$$C_\Sigma=\frac{C_1(\varepsilon_1)C_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{C_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)+C_1(\varepsilon_1)}, \qquad (7)$$

где $\varepsilon_1>\varepsilon_2$.

Следует отметить некоторые ограничения предлагаемого метода расчета. Это относится прежде всего к виду границы раздела между диэлектриками. Метод применим только тогда, когда может быть выделена однородная область с $\varepsilon_i=\text{const}$, охватывающая всю систему тел, определяющих электрическую емкость.

Если рассматривается емкость одиночного тела, то под вторым проводником всегда понимается проводящая сфера бесконечно большого радиуса. Поэтому граница разности между диэлектриками для одиночных тел должна быть разомкнутой, т. е. проходить через бесконечность.

Если однородная область с $\varepsilon_1=\text{const}$ и границей σ охватывает лишь один из проводников, а другие находятся в конечной части пространства вне этой области, то к подобным системам предлагаемый метод неприменим, так как выделение вспомогательной системы с непроницаемой границей изолирует этот проводник от других и теряется физический смысл емкости подобного одиночного тела. В этом случае целесообразно применять другие приближенные методы, в частности, замену границы раздела между диэлектриками эквипотенциальной поверхностью, как это сделано в [Л. 6].

Справедливость формул (6) и (7) в общем случае доказать не удается, так как нами постулируется равенство (5), однако рассмотрение частных случаев, для которых известно точное решение, либо экспериментальные данные дают хорошее совпадение.

Сопоставление точных и приближенных решений. Сопоставим результаты расчета емкости сферы, касающейся границы раздела сред по точной и приближенной формулам. Пусть $\varepsilon_2>\varepsilon_1$. Тогда точное значение емкости определяется формулой

$$C_T=4\pi\varepsilon_2 a\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_1}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}\ln\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_2+\varepsilon_1}. \qquad (8)$$

В соответствии с изложенным выше методом приближенное значение емкости найдем путем суперпозиции решений двух систем, первая из которых представляет сферу того же радиуса a в безграничной однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1, а вторая — сферу радиуса a, лежащую на непроницаемой границе в среде с диэлектрической постоянной $(\varepsilon_2-\varepsilon_1)$. Для первой системы значение емкости известно

$$C_1=4\pi\varepsilon_1 a.$$

Во втором случае, используя принцип отражения от непроницаемой границы, придем к системе двух касающихся сфер одинакового радиуса a, полная емкость которой [Л. 7] равна:

$$C=2C_2=8\pi(\varepsilon_2-\varepsilon_1)a\ln 2,$$

где C_2 — емкость сферы, лежащей по непроницаемой границе.

Полная емкость исходной системы в соответствии с формулой (6) будет

$$C_{пр}=C_1+C_2=4\pi\varepsilon_1 a\left(1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\ln 2\right). \qquad (9)$$

Сопоставляя (8) и (10) и определяя погрешность δ, найдем

$$\delta=\left|\frac{C_{пр}-C_T}{C_{пр}}\right|=\left|1-\frac{C_T}{C_{пр}}\right|$$

или, обозначив $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=m$, получим:

$$\delta=\left|1-\frac{m\frac{1+m}{m-1}\ln\frac{2m}{m+1}}{1+(m-1)\ln 2}\right|.$$

График функции δ для различных значений m представлен на рис. 2. Как следует из приведенного графика, погрешность расчета по приближенной формуле (9) не превосходит 2% в широком интервале изменения диэлектрических проницаемостей ε_2 и ε_1. Следует отметить, что найденное по приближенной формуле значение емкости системы ниже истинного,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Исходные данные системы			Значение C_l/ε_1 расчетное	Значение C_l/ε_1 экспериментальное	Погрешность, %
$\frac{a}{d}=1$: $\frac{h}{d}=0{,}2$	$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$	2	2,68	2,48	8,0
		3,3	3,05	2,92	4,5
		5,0	3,75	3,72	0,8
		10,0	5,4	5,2	1,9
$\frac{a}{d}=1$; $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=2$;	$\frac{h}{d}$	0,2	2,68	2,48	8,0
		0,4	2,7	2,6	4,0
		0,7	3,05	3,2	5,0
$\frac{a}{d}=1{,}7$; $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=2$	$\frac{h}{d}$	0,28	3,2	3,06	5,0
		0,57	3,55	3,48	2,0
		1,0	3,8	3,76	1,0

т. е. расчет по предлагаемому методу является приближением к истинному значению снизу.

Другим примером проверки предложенного метода может служить сопоставление расчетных и экспериментальных данных для емкости плоскопараллельной системы, состоящей из трех пластинчатых электродов, расположенных на диэлектрической подложке. Емкость этой системы (на единицу длины), определенной в соответствии с предложенным выше методом имеет вид [Л. 8]

$$C_l \approx \varepsilon_1 \left\{ 4\frac{K'(k)}{K(k)} + 2\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}-1\right)\frac{K'_1(k_1)}{K_1(k_1)} \right\}, \qquad (10)$$

где $K(k)$, $K_1(k_1)$, $K'(k)$ и $K'_1(k_1)$ — полные и дополнительные эллиптические интегралы 1-го рода с модулем k и k_1 соответственно:

$$k = \left(1+\frac{2a/d}{2+b/d}\right)\sqrt{\frac{1+b/d}{1+a/d+b/d}}\,; \quad k' = \sqrt{1-k^2};$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{1+q_1+q_2}{(1+q_1)(1+q_2)}}\,; \quad k'_1 = \sqrt{1-k_1^2}\,;$$

$$q_1 = \frac{\operatorname{sh}\frac{\pi a}{2h}\operatorname{sh}\frac{\pi}{2h}(a+b+2d)}{\operatorname{sh}\frac{\pi d}{2h}\operatorname{sh}\frac{\pi(b+d)}{2h}}; \quad q_2 = \frac{\operatorname{sh}^2\frac{\pi b}{4h}}{\operatorname{sh}\frac{\pi d}{2h}\operatorname{sh}\frac{\pi(b+d)}{2h}}.$$

Указанная система была промоделирована на серийной сеточной электромодели ЭГ-12 и результаты теоретического и экспериментального сопоставления приведены в табл. 1.

Общая погрешность моделирования, определенная путем решения типовой контрольной задачи, не превышала 2%. Анализ табл. 1 показывает, что погрешность в использовании приближенной формулы даже для самого неблагоприятного случая не превышает 8%. Следует отметить, что некоторое повышение погрешности формулы в последнем случае и даже изменение знака ($C_{эксп} < C_{пр}$) связано не с методом, а с приближенностью моделирования исходной системы: моделировалась система с конечной шириной диэлектрической подложки, а не с бесконечной, для которой получена расчетная формула (10).

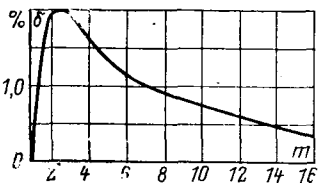


Рис. 2.

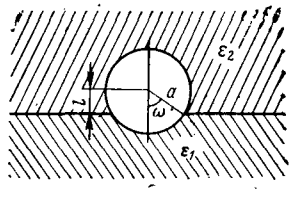
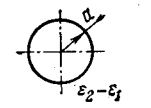
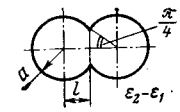
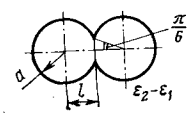
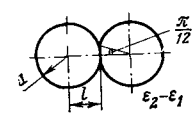
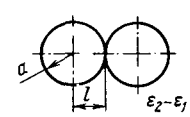
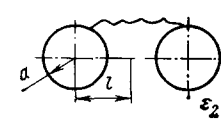
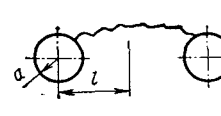


Рис. 3.

Таблица 2

Значение l/a	Значение ω	Расчетная модель 2-й вспомогательной системы	Полная емкость исследуемой системы $C/4\pi\varepsilon_1 a$
0	$\frac{\pi}{2}$		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}0{,}5$ [Л.9]
0,7	$\frac{\pi}{4}$		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}0{,}646$ [Л. 7]
0,86	$\frac{\pi}{6}$		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}0{,}673$ [Л. 7]
0,96	$\frac{\pi}{12}$		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}0{,}689$ [Л. 7]
1	0		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}0{,}693$ [Л. 7]
>1	0		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\times\frac{1}{1+\frac{a}{2l}}$ [Л. 7]
⩾1	0		$1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}$ [Л. 7]

Примечание. В квадратных скобках указана литература, откуда заимствована формула для расчета емкости вспомогательной системы. Для системы $\omega=\frac{\pi}{2}$ приведено точное значение емкости.

Общий случай расположения сферы в двухслойной среде. Рассмотрим общий случай расположения проводящей сферы радиусом a в двухслойной среде (рис. 3). Точные решения этой задачи известны лишь для двух частных случаев $l/a=1$ ($\omega=0$) и $l/a=0$ ($\omega=\pi/2$).

С помощью предложенного метода можно получить расчетные формулы для вычисления емкости в ряде промежуточных случаев: при $l/a=0{,}7$ ($\omega=\pi/4$); $l/a=0{,}86$ ($\omega=\pi/6$); $l/a=0{,}96$ ($\omega=\pi/12$) и $l/a>1$.

Тем самым удается выявить закономерность изменения емкости сферы в функции от отношения l/a. Для определен-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

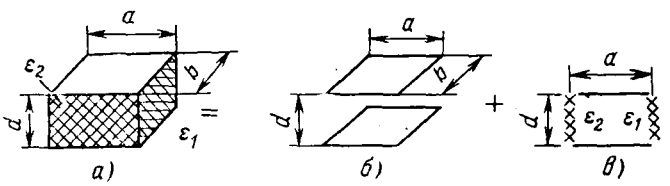


Рис. 4.

ности примем $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Для всех приведенных выше случаев решение находится с помощью разбиения исходной задачи на две, одна из которых определяется как емкость сферы радиуса a в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1, а вторая — как половинная емкость системы двух пересекающихся (или непересекающихся — при $l/a>1$) сфер в среде с диэлектрической проницаемостью $(\varepsilon_2-\varepsilon_1)$. Последняя система является следствием применения принципа зеркального отображения для части сферы относительно непроницаемой границы.

В табл. 2 для рассматриваемых случаев приведены расчетные модели второй вспомогательной системы и общие формулы для расчета емкости сферы в двухслойной среде в зависимости от отношения l/a.

Как следует из табл. 2, зависимость емкости от диэлектрических проницаемостей сред имеет один и тот же характер и отличается лишь численными коэффициентами перед ними. Поэтому для всего диапазона изменения диэлектрических проницаемостей сред можно ввести одну формулу для расчета емкости

$$C \approx 4\pi\varepsilon_1 a\left\{1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\beta\left(\frac{l}{a}\right)\right\}, \qquad (11)$$

где $\beta\left(\frac{l}{a}\right)$ — коэффициент, зависящий только от отношения отстояния границы раздела сред к радиусу сферы (определяется графическим методом).

Общая погрешность формулы (11) не будет превышать 2% во всем интервале изменения l/a и $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$.

Конденсаторная емкость пластин конечных размеров. До настоящего времени нет формул для расчета конденсаторной емкости пластин конечных размеров с диэлектрическим заполнителем между ними. Это объясняется сложностью математической постановки задачи, которая даже для однородной среды решается лишь численно [Л. 10] или приближенно — методом элементарных площадок [Л. 11].

Тем не менее, большое число численных результатов, полученных при определении конденсаторной емкости пластин различной конфигурации в однородной среде, позволяет с помощью предложенного выше метода найти емкость тех же систем с диэлектрическим заполнителем между пластинами. Это положение проиллюстрируем на примере конденсаторов с прямоугольными и дисковыми электродами, внутри которых находится диэлектрик, отличный от окружающей среды (рис. 4). Примем, что емкость этих же систем в однородной среде ε_1 соответственно равна $C_\square(\varepsilon_1)$ — для прямоугольных пластин и $C_\bigcirc(\varepsilon_1)$ — для конденсатора с дисковыми электродами.

Тогда второй вспомогательной системой для конденсатора с прямоугольными пластинами будет плоскопараллельная система пластин с двумя непроницаемыми границами, пространство между которыми заполнено средой с диэлектрической постоянной $(\varepsilon_2-\varepsilon_1)$. Значение емкости этой системы (рис. 4,*в*) определяется точной формулой

$$C_\square(\varepsilon_2-\varepsilon_1)=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\,ab}{d}.$$

Для дисковых электродов, в свою очередь, емкость второй вспомогательной системы найдется из выражения:

$$C_\bigcirc(\varepsilon_2-\varepsilon_1)=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\,\pi a^2}{l}.$$

Таким образом, в соответствии с (6) расчетные формулы для емкости рассматриваемых конденсаторов примут вид:
для конденсатора с прямоугольными пластинами

$$C_\square = C_\square(\varepsilon_1)+\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\,ab}{d};$$

для конденсатора с дисковыми пластинами

$$C_\bigcirc = C_\bigcirc(\varepsilon_1)+\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\,\pi a^2}{l}.$$

В частности, конденсатор с прямоугольными пластинами при $a=b=d$ [Л. 7] имеет $C_\square(\varepsilon_1)=0{,}252\cdot 4\pi\varepsilon_1 a$ и полная его емкость определяется выражением:

$$C_\square \approx \pi\varepsilon_1 a\left[1{,}008+\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{\pi\varepsilon_1}\right].$$

В случае дисковых электродов при $l/a>1$ в соответствии с [Л. 7] получим следующую приближенную формулу:

$$C_\bigcirc \approx \varepsilon_1 a\left\{\frac{4}{1-\frac{2}{\pi}\operatorname{arcctg}\frac{l}{a}}+\frac{\pi a}{l}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}-1\right)\right\}.$$

Число примеров по использованию предложенного метода можно было значительно увеличить, особенно для плоскопараллельных систем (см., например [Л. 12]). Во всех случаях, где удавалось сопоставить приближенное и точное решения, погрешность в определении емкости по приближенной формуле не превышала (2—5)%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лебедев Н. А.** Электрическое поле у края плоского конденсатора с диэлектрической прокладкой. — ЖТФ, 1958, № 6, с. XXVIII.

2. **Минков И. М.** Электростатическое поле конденсатора с диэлектрической прокладкой. — ЖТФ, 1960, № 10, т. XXX.

3. **Нетушил А. В.** Расчеты потенциальных полей. — «Труды МЭИ», 1952, вып. IX.

4. **Эбин Л. Е., Якобс А. И.** Расчет заземлений в грунтах с неоднородными электрическими параметрами. — «Электричество», 1961, № 4.

5. **Ротерс.** Электромагнитные механизмы. Перевод с английского. Госэнергоиздат, 1949.

6. **Perkowski Z.** Приближенный метод определения емкости симметричных неэкранированных линий ленточного типа. — «Arch. Elecktrot.», 1963, № 3.

7. **Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г.** Расчет электрической емкости. М., «Энергия», 1969.

8. **Кочанов Э. С.** Емкость планарной полосковой линии с учетом толщины диэлектрической подложки. — «Радиотехника», 1975, № 1, т. 30.

9. **Беляков А. П.** Расчетные соотношения к определению величин емкости и сопротивления растекания тока между электродами, находящимися в неоднородных средах. — «Электричество», 1949, № 5.

10. **Cooke J. C.** The coaxial circular disk problem. — «Zeitschrift für aug. Math. und Mech.», 1958, vol. 38.

11. **Estrin T. A., Higgins T. J.** Determination of the capacitance of annular-plate capacitors by the method of subareas. — «Proc. Nat. Electr. Con.», 1964, vol. 20.

12. **Кочанов Э. С.** Паразитные емкости при печатном монтаже радиоаппаратуры. — «Радиотехника», 1967, № 7, т. 22.

[8.12.1976]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 538.122.001.24

Вариационный метод расчета магнитного поля в нелинейных неоднородных средах с помощью обобщенного функционала

Канд. физ.-мат. наук БАШКАНСКИЙ Э. Г., инж. ЮДИН В. В., канд. техн наук ГЛУЗМАН П. Л., инж. ДВОРСОН А. И.

Рыбинский авиационный технологический институт

Расчет потокораспределения в магнитных цепях сложной конфигурации, работающих в квазистационарном режиме, связан с необходимостью решения уравнений Максвелла:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= \vec{\delta};\\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $\vec{H}$ и $\vec{B}$ — векторы напряженности и индукции магнитного поля; $\vec{\delta}$ — плотность тока проводимости.

Так как в ферромагнитной среде $B=|\vec{B}|$ и $H=|\vec{H}|$ связаны между собой нелинейно, то (1) приводит к весьма сложным нелинейным уравнениям, решение которых крайне затруднительно.

Более целесообразен в данном случае вариационный подход [Л. 1 и 2]. При удачном выборе класса пробных функций минимизация соответствующего функционала позволяет получить хорошее приближение там, где непосредственное решение вообще не представляется возможным.

Ввиду сосредоточенности токов, создающих магнитное поле вне ферромагнитной среды, уравнения Максвелла в такой среде имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= 0;\\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

причем на границе среды должны выполняться соотношения [1]:

$$\left.\begin{aligned} (\vec{B}-\vec{B}^*)\,\vec{n}_0 &= 0;\\ [\vec{n}_0\times(\vec{H}-\vec{H}^*)] &= \vec{\eta}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где $\vec{n}_0$ и $\vec{\eta}$ — единичный вектор нормали и вектор плотности поверхностного тока.

Решение (2) можно получить, минимизируя функционал F, предложенный в [Л. 1]:

$$F=\int\left[\int_0^H B\,(H)\,dH\right]dV, \qquad (4)$$

причем интеграл (4) берется по объему V ферромагнитной среды.

Однако непосредственное использование (4) для расчета полей затрудняется необходимостью выполнения соотношений (3), что приводит к очень сложной процедуре расчета, включающей в себя введение дополнительных фиктивных поверхностных токов, неоднократную минимизацию (4) и т. п.

Вместе с тем известно, что граничные условия (3) являются непосредственным следствием уравнений (1). Кроме того, в теории поля уже известен функционал для поля токов в пустоте [Л. 3], приводящий к (1), называемый интегралом действия.

В связи с этим целесообразно было бы иметь такой функционал, минимизация которого приводила бы к уравнениям (1), описывающим поле во всем пространстве (при заданных значениях вектора плотности тока $\vec{\delta}$). Это позволило бы избавиться от указанных трудностей.

Впервые подобного рода подход был осуществлен В. И. Скобелкиным [Л. 2]. Исходя из гидродинамических аналогий, он предложил функционал, в котором варьируются функции магнитного потока ψ и θ, связанные с магнитной индукцией $\vec{B}$ соотношением $\vec{B}=\nabla\psi\times\nabla\theta$.

Ниже предлагается альтернативный вариант, в котором варьируемым является более привычный для физиков векторпотенциал поля $\vec{A}$, а в ряде случаев при минимальных допущениях — непосредственно вектор магнитной индукции поля $\vec{B}$. Мы будем использовать функционал вида

$$F=\int\left[\int_0^B H\,(B)-dB-\vec{A}\,\vec{\delta}\right]dV^*, \qquad (5)$$

где $\vec{A}$ — вектор-потенциал магнитного поля, определенный согласно соотношению $\operatorname{rot}\vec{A}=\vec{B}$.

Интегрирование в (5) распространяется по всему пространству. Докажем, что функционал (5) решает поставленную задачу.

Действительно, известно (например [Л. 3 и 4]), что минимум интеграла действия

$$F=\int\Lambda\left(q,\frac{\partial q}{\partial x_k},\,x_k\right)dV \qquad (6)$$

достигается при

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\frac{\partial\Lambda}{\partial q_{,k}}-\frac{\partial\Lambda}{\partial q}=0^{**},\ (k=x,\,y,\,z), \qquad (7)$$

где $\dfrac{\partial q}{\partial x_k}=q_{,k}$.

Если в качестве $\Lambda\,(q,\,q_{,k},\,x_k)$ в (6) подставить:

$$\Lambda=\int_0^B H\,(B)\,dB-\vec{A}\,\vec{\delta}$$

и принять

$$q=A_j;\ q_{,k}=\frac{\partial A_j}{\partial x_k}=A_{j,\,k},\ (j=x,\,y,\,z),$$

то из (7) получим:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\frac{\partial\Lambda}{\partial A_{j,\,k}}-\frac{\partial\Lambda}{\partial A_j}=0. \qquad (8)$$

Так как

$$\delta\Lambda=\frac{\partial\Lambda}{\partial B}\frac{1}{B}B_i\delta B_i=\frac{H}{B}B_i\delta B_i=\frac{1}{\mu}B_i\delta B_i;$$

$$B_i=-e_{imn}A_{m,\,n};\ \delta B_i=-e_{ijk}\delta A_{j,\,k},$$

где e_{imn}, e_{ijk} — абсолютно антисимметричный единичный псевдотензор, то

$$B_i\delta B_i=e_{imn}e_{ijk}A_{m,\,n}\delta A_{j,\,k}=(\delta_{jm}\delta_{kn}-\delta_{jn}\delta_{km})\,A_{m,\,n}\delta A_{j,\,k}=$$
$$=\delta_{jm}\delta_{kn}A_{m,\,n}\delta A_{j,\,k}-\delta_{jn}\delta_{km}A_{m,\,n}\delta A_{j,\,k}=\delta A_{j,\,k}\,(A_{j,k}-A_{k,\,j}).$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера.

Для $\delta\Lambda$ получим:

$$\delta\Lambda=\frac{1}{\mu}\,(\delta A_{j,\,k}\,(A_{j,\,k}-A_{k,\,j}),$$

откуда

$$\frac{\partial\Lambda}{\delta A_{j,\,k}}=\frac{1}{\mu}\,(A_{j,\,k}-A_{k,\,j}).$$

---

[1] Знак * относится к линейной среде.

*Заметим, что в линейной среде подынтегральное выражение в (5) имеет вид $\dfrac{\mu H^2}{2}-\vec{A}\vec{\delta}$, что совпадает с [Л. 3].

** Здесь и далее подразумевается суммирование по дважды повторяющемуся индексу, например $a_kb_k=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Учитывая, что $\frac{\partial \Lambda}{\partial A_j} = -\delta_j$, из (8) имеем:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{1}{\mu}(A_{k,j} - A_{j,k})\right] = \delta_j. \qquad (9)$$

Проведя несложные преобразования над левой частью (9)

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{1}{\mu}(A_{k,j} - A_{j,k})\right] = (\delta_{jn}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kn})\frac{\partial}{\partial x_k} \times$$

$$\times\left(\frac{1}{\mu}A_{m,n}\right) = e_{jpk}e_{pmn}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{1}{\mu}A_{m,n}\right) =$$

$$= e_{jpk}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{1}{\mu}e_{pmn}A_{m,n}\right) = -e_{jpk}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{B_p}{\mu}\right) =$$

$$= \left(\operatorname{rot}\frac{\vec{B}}{\mu}\right)_j;$$

приходим к уравнению Максвелла:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{\delta}.$$

Кроме того, поскольку $\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$, имеем:

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0.$$

Покажем теперь, что экстремаль функционала (5) удовлетворяет граничным условиям (3). Рассмотрим замкнутую поверхность S, разделяющую две различные по магнитным свойствам среды, по которой протекает поверхностный ток плотности $\vec{\eta}$. Все величины, относящиеся к первой среде, будем отмечать (1), а ко второй — (2).

Условие минимума (5) принимает вид:

$$\delta F^{(1)} + \delta F^{(2)} - \delta \oint_S \vec{A}\vec{\eta}\,dS = 0, \qquad (10)$$

где $F^{(1)}$ — часть функционала (5), вычисленная по объему первой среды; $F^{(2)}$ — по объему второй.

Решения $\vec{A}^{(1)}(x, y, z)$ и $\vec{A}^{(2)}(x, y, z)$, удовлетворяющие (10), следует искать лишь среди экстремалей $F^{(1)}$ и $F^{(2)}$ соответственно, так как, если считать, что одно из решений уже найдено и варьировать лишь другое, мы придем к уравнениям Эйлера (8) ***. Тогда

$$\delta F^{(1)} = \int_{V_1}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_{j,k}}\delta A^{(1)}_{j,k} + \frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_j}\delta A^{(1)}_j\right)dV =$$

$$= \int_{V_1}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_{j,k}}\delta A^{(1)}_j\right)dV - \int_{V_1}\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_{j,k}} - \frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_j}\right)\delta A^{(1)}_j\,\partial V = \int_{V_1}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_{j,k}}\delta A^{(1)}_j\right)dV =$$

$$= \oint_S \frac{\partial \Lambda}{\partial A^{(1)}_{j,k}}\delta A^{(1)}_j\,dS_k = \oint_S [\vec{H}^{(1)} \times \vec{n}_0]\,\delta\vec{A}^{(1)}\,dS.$$

Аналогично для $F^{(2)}$ имеем (с учетом изменения знака внешней нормали):

$$\delta F^{(2)} = -\oint_S [\vec{H}^{(2)} \times n_0]\,\delta\vec{A}^{(2)}\,dS = -\oint_S [\vec{H}^{(2)} \times \vec{n}_0]\,\delta\vec{A}^{(1)}\,dS$$

(в силу непрерывности векторного потенциала $\delta A^{(1)}$ и $\delta A^{(2)}$ совпадают на поверхности раздела сред).

Поскольку

$$\delta \oint_S \vec{A}\vec{\eta}\,dS = \oint_S \vec{\eta}\,\delta\vec{A}\,dS,$$

условие (10) приобретает вид:

$$\oint_S \{[(\vec{H}^{(1)} - \vec{H}^{(2)}) \times \vec{n}_0] - \vec{\eta}\}\,\delta\vec{A}\,dS = 0,$$

откуда в силу произвольности $\delta\vec{A}$ следует (3):

$$[(\vec{H}^{(1)} - \vec{H}^{20}) \times \vec{n}_0] = \vec{\eta}.$$

Таким образом, варьируя вектор-потенциал $\vec{A}(x, y, z)$ и добиваясь достижения минимума (5), можно получить решение уравнений (1) во всем пространстве.

Практическое использование функционала (5) не всегда оказывается удобным, так как сложный характер зависимости между магнитной индукцией $\vec{B}$ и векторным потенциалом $\vec{A}$ затрудняет выбор класса пробных функций для $\vec{A}$. Поэтому целесообразно преобразовать (5) к такому виду, чтобы можно было при отыскании минимума варьировать лишь вектор магнитной индукции $\vec{B}$. Ниже покажем, что для определенного класса задач (например, требуется определить поле, созданное ферромагнитным сердечником с распределенными на нем токовыми обмотками) такое преобразование оказывается возможным.

Исследуем с этой целью второе слагаемое в (5):

$$F' = -\int \vec{A}\,\vec{\delta}\,dV. \qquad (11)$$

Разобьем интегрирование в (11) на интегрирование по поперечному сечению и длине проводника с током:

$$F' = -\int \vec{A}\,\vec{\delta}\,dS\,dl. \qquad (12)$$

Без особого ущерба для общности рассуждений можно рассматривать бесконечно тонкий проводник. Переходя в (12) к пределу: $S \to 0$, $\delta \to \infty$, $\int \delta dS \to I^{(i)}$ (где $I^{(i)}$ — ток i-й обмотки), получим из (12):

$$F' = -\sum_i I^{(i)} \int_{L_i} A_l dl, \qquad (13)$$

где L_i — контур, образуемый i-й токовой обмоткой.

Согласно теореме Стокса

$$\oint_L A_l dl = \int_S (\operatorname{rot}\vec{A})_n\,dS = \int_S B_n dS = \Phi.$$

Величины $\int_{L_i} A_l dl$ по существу являются потокосцеплениями обмоток, ввиду чего (13) можно записать в виде

$$F' = -\sum_i I_i W_i \int_{S_i} B_n dS = -\sum_i I_i W_i \Phi_i, \qquad (14)$$

где $I_i W_i$ — число ампер-витков i-й обмотки; $\Phi_i = \int_{S_i} B_n dS$ — поток в том участке магнитопровода, в котором расположена i-я обмотка[2].

Таким образом, окончательно (5) может быть представлено следующим образом:

$$F = \int\left[\int_0^B H(B)\,dB\right]dV - \sum_i I_i W_i \int_{S_i} B_n dS, \qquad (15)$$

где варьируемой функцией является непосредственно индукция $\vec{B}$ ****. (Последняя может подбираться из физических соображений.)

*** Так как вектор-потенциал $\vec{A}$ считается непрерывным, третье слагаемое (10) при этом не варьируется.

[2] При замене (13) на (14) мы пренебрегаем спиральностью обмотки, т. е. представляем ее в виде совокупности замкнутых витков с током, расположенных перпендикулярно сечению магнитопровода. Кроме того, пренебрегаем потоком рассеивания в месте расположения обмотки, т. е. потоки через все витки данной обмотки предполагаются одинаковыми.

**** Разумеется, надо варьировать лишь такими $\vec{B}$, для которых справедливо соотношение $\operatorname{div}\vec{B} = 0$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таким образом, функционал (15) удобнее для расчета, так как отпадает необходимость в вычислениях ротора для определения магнитной индукции $\vec{B}$.

Функционал в виде (15) позволяет, в частности, обосновать одно, вообще-то, тривиальное, но нигде строго не доказанное утверждение. А именно: любое приближение, связанное с предположением об отсутствии потока рассеяния из магнитопровода, эквивалентное предположению о постоянстве $\int_{S_i} B_n dS$ в (15) вдоль магнитопровода, приводит к тому, что решение задачи окажется не зависящим от характера распределения намотки, а определяется лишь алгебраической суммой ампер-витков.

Это видно из формулы (15), если ее переписать с учетом сделанного приближения в виде

$$\int \left[\int_0^B H(B)\, dB \right] dV - \Phi \left[\sum_i I_i W_i \right].$$

Выводы. 1. Расчет магнитного поля в нелинейных неоднородных средах целесообразно вести, минимизируя предложенный функционал (5) или (15). При этом путем варьирования вектор-потенциала или индукции $\vec{B}$ появляется возможность получения решения уравнений Максвелла во всем пространстве.

2. Предложенный метод исключает необходимость контроля за выполнением граничных условий (3), благодаря чему процедура расчета существенно упрощается как для линейных, так и для нелинейных сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тозони О. В., Маергойз И. Д.** Расчет трехмерных электромагнитных полей. Киев, «Техника», 1974.
2. **Скобелкин В. И.** ДАН СССР, 1959, № 2, т. 128, 280 с.
3. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. 2. М., «Наука», 1973.
4. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1970. 327 с.

[15.2.1977]

УДК [541.135.5:537.213].001.24

К расчету электрического поля биполярных электродов

Канд. техн. наук ВИШНЕВСКИЙ А. М.
Ленинград

Задачи расчета распределения потенциала и тока по поверхности электродов, расположенных в проводящей среде и находящихся в поле внешних источников, возникают в целом ряде приложений, например, при решении вопросов антикоррозионной защиты подземных и подводных сооружений от блуждающих токов, в гальваностегии (при проектировании электролитических систем, обеспечивающих равномерное покрытие деталей сложной формы) и т. д.

Особенность указанных задач связана с тем, что металлический электрод не подключен к источникам внешнего поля и является, как правило, биполярным, при этом его поверхность состоит из анодной и катодной зон, а полный ток, стекающий с поверхности электрода, равен нулю. Следует отметить, что в литературе не рассматривалось общих методов расчета поля биполярных электродов с учетом поляризации металла, когда расположение контакта анодного и катодного участков электрода априори неизвестно. Перейдем к математической формулировке задачи.

Рассмотрим электрод, ограниченный поверхностью (в плоском случае контуром) S, находящийся в поле внешних источников. Пусть далее известно распределение безразмерного потенциала поля внешних источников U_0. Определение электрического поля в предположении линейной поляризации электрода [Л. 1] сводится к интегрированию уравнения Лапласа

$$\Delta U = 0 \tag{1}$$

при граничных условиях

$$U(s) - k(s) \frac{\partial U(s)}{\partial n} = C, \quad s \in S, \tag{2}$$

где

$$k(s) = \begin{cases} \dfrac{b_a \gamma}{a} \text{ при } \dfrac{\partial U(s)}{\partial n} < 0; \\ \dfrac{b_k \gamma}{a} \text{ при } \dfrac{\partial U(s)}{\partial n} > 0; \end{cases} \tag{3}$$

n — внутренняя нормаль; b_a, b_k — соответственно удельная анодная и катодная поляризуемости металла; γ — удельная электропроводность среды; a — характерный размер электрода, принимаемый за масштаб длины; C — эффективный потенциал электрода.

Связь безразмерного потенциала U с размерным u определяется равенством

$$U = \frac{u}{\varphi_0}, \quad \text{где } \varphi_0 \text{ — масштаб потенциала.}$$

Поскольку значение C априори неизвестно, доопределяет задачу условие электронейтральности электрода:

$$\int_S \frac{\partial U(s)}{\partial n} dS = 0.$$

Сформулированная краевая задача является нелинейной, поскольку величина безразмерного параметра k зависит от направления тока и определяется равенством (3).

Указанное обстоятельство существенно затрудняет строгое решение задачи при произвольном внешнем поле U_0 и произвольной форме поверхности биполярного электрода. При этом основная трудность состоит в построении алгоритма определения зоны контакта анодного и катодного участков электрода.

Ниже рассматривается построение такого алгоритма для случая, когда зона контакта анодного и катодного участков может быть определена одним геометрическим параметром. Такая ситуация возникает, например, при исследовании поля протяженного цилиндрического или сферического электрода, находящегося в однородном внешнем поле с напряженностью E_0 (см. рис. 1).

В этом случае неизвестной является точка контакта анодного и катодного участков, положение которой на поверхности электрода с учетом симметрии задачи определяется лишь угловой координатой ψ_0, причем

$$k(\psi) = \begin{cases} k_1, & 0 < \psi < \psi_0; \\ k_2, & \psi_0 < \psi < \pi. \end{cases}$$

Из физических соображений ясно, что при любом $\tilde{\psi}_0 (0 < \tilde{\psi}_0 < \pi)$ нормальная производная потенциала, найденная при решении (1)—(3), которая при фиксированном значении $\tilde{\psi}_0$ становится линейной, на промежутке $[0, \pi]$ меняет знак лишь один раз. Поэтому для определения положения точки контакта анодного и катодного участков можно использовать неравенства:

$$\left.\begin{array}{l} \tilde{\psi}_0 \leqslant \psi_0, \text{ если } \operatorname{sign} \dfrac{\partial U(\psi)}{\partial n} = \text{const}, \ \psi \in (0, \tilde{\psi}_0); \\ \tilde{\psi}_0 \geqslant \psi_0, \text{ если } \operatorname{sign} \dfrac{\partial U(\psi)}{\partial n} \neq \text{const}, \ \psi \in (0, \tilde{\psi}_0). \end{array}\right\} \tag{4}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

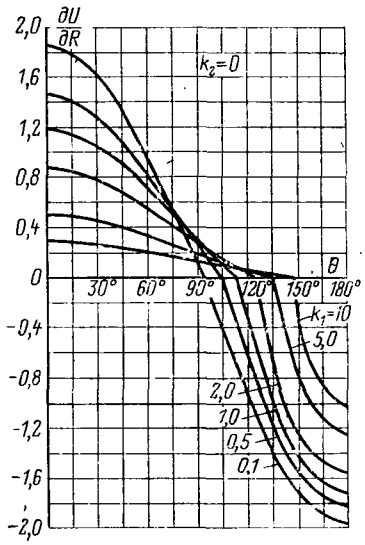


Рис. 2. Распределение нормальной производной потенциала по поверхности электрода.

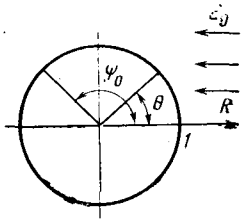


Рис. 1. Расчетная модель биполярного электрода.

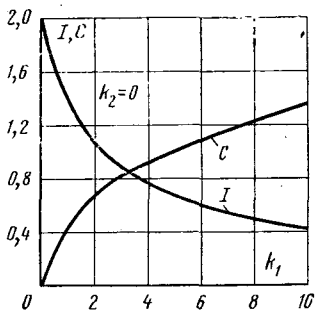


Рис. 3. Зависимость безразмерного тока I и эффективного потенциала C от параметра k.

Использование условий (4) *на практике* приводит к итерационной последовательности решения линейных краевых задач со смешанными граничными условиями третьего рода. Последнее, в свою очередь, может быть выполнено либо при моделировании (например, на сеточном электроинтеграторе), либо расчетным путем.

Следует отметить, что применение точных аналитических методов в данном случае обычно оказывается невозможным, и наиболее эффективными оказываются численно-аналитические методы, в частности, метод интегральных уравнений.

Представим искомый потенциал в виде суммы

$$U=U'+U_0, \tag{5}$$

где U' — потенциал поля искажения, который удовлетворяет уравнению

$$\Delta U'=0 \tag{6}$$

и граничным условиям

$$U'(s)-k(s)\frac{\partial U'(s)}{\partial n}=C-U_0(s)+k(s)\frac{\partial U_0(s)}{\partial n}; \tag{7}$$

$$\int_S \frac{\partial U'(s)}{\partial n}\,dS=0. \tag{8}$$

Построим для (6)—(8) эквивалентную систему интегральных уравнений, воспользовавшись связью потенциала в произвольной точке t, лежащей на границе S или вне ее, с распределением на S нормальной производной потенциала:

$$U'(t)=-\int_S \frac{\partial U'(s)}{\partial n}G_2(t,\ s)\,dS, \tag{9}$$

где G_2 — функция Грина 2-го рода.

Подстановка (9) в (7) приводит с учетом (8) к эквивалентной системе интегральных уравнений[1]:

$$\left.\begin{aligned} k(t)\frac{\partial U'(t)}{\partial n}+\int_S \frac{\partial U'(s)}{\partial n}G_2(t,\ s)\,dS=\\ =-C+U_0(t)-k(t)\frac{\partial U_0(t)}{\partial n};\\ \int_S \frac{\partial U'(s)}{\partial n}\,dS=0. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Следует отметить, что ядро первого из уравнений (10) при $t=s$ имеет слабую особенность, которую целесообразно выделить перед выполнением численных расчетов. Если известно значение интеграла $\int_S G_2(t,\ s)\,dS$, указанную операцию можно выполнить, преобразовав (10) к виду

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial U'(t)}{\partial n}\left[k(t)+\int_S G_2(t,\ s)\,dS\right]+\\ +\int_S\left[\frac{\partial U'(s)}{\partial n}-\frac{\partial U'(t)}{\partial n}\right]G_2(t,\ s)\,dS=\\ =-C+U_0(t)-k(t)\frac{\partial U_0(t)}{\partial n};\\ \int_S \frac{\partial U'(s)}{\partial n}\,dS=0. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Особенности численного решения нелинейной системы интегральных уравнений (11) рассмотрим на примере расчета поля протяженного биполярного цилиндрического электрода, находящегося в однородном внешнем поле.

Примем за характерный размер системы радиус электрода a, а за масштаб напряженности — значение внешнего поля E_0; при этом $\varphi_0=E_0a$. Поскольку $U_0=R\cos\theta$, соответствующие граничные условия для потенциала поля искажения имеет вид

$$U'(\theta)-k(\theta)\frac{\partial U'(\theta)}{\partial R}=C-[1-k(\theta)]\cos\theta, \tag{12}$$

где

$$k(\theta)=\begin{cases} k_1=\dfrac{b_k\gamma}{a} \text{ при } \dfrac{\partial U'}{\partial R}+\cos\theta>0,\\ k_2=\dfrac{b_a\gamma}{a} \text{ при } \dfrac{\partial U'}{\partial R}+\cos\theta<0. \end{cases}$$

С учетом симметрии задачи

$$G_2(\psi,\ \theta)=-\frac{1}{\pi}\ln|2(\cos\theta-\cos\psi)|,$$

при этом $\int_0^{\pi} G_2(\psi,\ \theta)\,d\theta=0$ и система уравнений (11) записывается в форме:

$$\left.\begin{aligned} k(\psi)\frac{\partial U'(\psi)}{\partial R}-\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\partial U'(\theta)}{\partial R}-\frac{\partial U'(\psi)}{\partial R}\right]\ln|2(\cos\theta-\\ -\cos\psi)|\,d\theta+C=[1-k(\psi)]\cos\psi;\\ \int_0^{\pi}\frac{\partial U'(\theta)}{\partial R}\,d\theta=0. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Решение системы (13) при фиксированном значении ψ_0 может быть выполнено путем сведения интегральных уравне-

[1] Если вид функции Грина G_2 неизвестен, эквивалентную систему интегральных уравнений можно получить, например, на основе использования аппарата потенциала простого слоя [Л. 2].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ний к системе линейных алгебраических уравнений. При численных расчетах в работе применялся метод механических квадратур [Л. 3], при этом интегралы в (13) вычислялись по квадратурной формуле Симпсона. Поиск положения точки контакта анодного и катодного участков осуществлялся итерационным путем в соответствии с (4) методом деления отрезка пополам [Л. 4].

На рис. 2, 3 приведены результаты расчетов для наиболее характерного с точки зрения практических приложений случая, когда можно пренебречь анодной поляризацией электрода (т. е. при $k_2=0$).

Распределение нормальной производной потенциала по поверхности биполярного электрода в широком диапазоне изменения параметра k_1 показано на рис. 2. Характерным является равномерное уменьшение зоны анодного участка с ростом поляризуемости металла.

Изменение с ростом k_1 значения безразмерного тока $I = \int_0^{\Phi_0} \frac{dU(\theta)}{\partial R} d\theta$ и эффективного потенциала электрода C показано на рис. 3. На основе приведенных данных, используя (5) и (12), легко определить и распределение потенциала по поверхности биполярного электрода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г.** Вопросы расчета и моделирования электрохимической антикоррозионной защиты судов. Л., «Судостроение», 1965.
2. **Михлин С. Г.** Курс математической физики. М., «Наука», 1968.
3. **Канторович Л. В., Крылов В. И.** Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., Физматгиз, 1962.
4. **Васильев Ф. П.** Лекции по методам решения экстремальных задач. М., изд. МГУ, 1974.

[23.6.1976]

УДК 621.315.3.001.24

К расчету теплоизолирующих токопроводов

ГЛИБИЦКИЙ М. М., КРАВЦОВ С. Ф.
Харьков

При создании элементов и устройств полупроводниковой техники часто возникает необходимость передачи тока между деталями, находящимися на существенно различных температурных уровнях при условии исключения передачи тепла через токопроводы (рис. 1).

При решении этой задачи возникают, казалось бы, неразрешимые противоречия, так как увеличение теплового сопротивления путем уменьшения сечения токопровода S или увеличения его длины l сказывается только тогда, когда эти размеры становятся практически неприменимыми из-за потерь в токопроводах.

Увеличить тепловое сопротивление токопровода до значения, теоретически исключающего передачу тепла по нему без увеличения его омического сопротивления, оказывается можно, если конструкцию токопровода выполнить в виде, показанном на рис. 2,*а*. Особенностью такой конструкции является то, что токопровод с сечением S_0 и длиной l_0 расщепляется на n проводников так, что $S_0=ns$, причем по всей длине проводники между собой не соприкасаются.

В этом случае (при достаточно большом n) градиент температуры вдоль каждого n-го проводника намного увеличится, так как суммарная поверхность охлаждения такой системы увеличится в $\sqrt{n}$ раз при одновременном увеличении эквивалентного теплового сопротивления собственно проводника в n раз. В зависимости от длины токопровода l возможны два режима теплообмена.

При $l \gg l_{кр}$ температура вдоль n-го проводника будет изменяться в соответствии с графиком на рис. 2,*б*, снижаясь от более нагретого тела A. На участке *2—3* температура n-го проводника становится близкой (практически равной) температуре окружающей среды θ_0, и затем увеличивается до температуры тела B. Очевидно, что теплообмен между телами A и B отсутствует.

Во втором случае, когда $l=l_{кр}$ (рис. 2,*в*) температура проводника в точке соединения с телом B становится равной θ_B. Очевидно, что и в этом случае теплообмен между телами A и B также отсутствует, так как он отсутствует между телом B и проводником.

Предполагая, что известны θ_A, θ_B, плотность тока в проводнике j, коэффициент теплообмена α, и коэффициент теплопроводности и электропроводности материала проводника λ, ρ, найдем длину $l_{кр}$ и диаметр d n-го проводника, при котором будет выполняться условие:

$$\theta_{пр}=\theta_B;\ x=l_{кр}.$$

Задача сводится к определению температурного поля в тонком стержне с распределенным источником тепла. Торцы стержня имеют постоянную температуру $\theta_A>\theta_B$. Теплообмен между стержнем и средой осуществляется в соответствии с законом Ньютона.

Дифференциальное уравнение для поставленной задачи

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta + \frac{q}{\lambda} = 0. \quad (1)$$

Граничные условия

$$\theta(0) = \theta_A; \quad (2)$$

$$\theta(l) = \theta_B. \quad (3)$$

Здесь

$$m^2 = \frac{4\alpha}{\lambda d};\ q = \rho j^2.$$

Решение (1) при условии (2) и (3) дает

$$\frac{\theta(x)}{\theta_A} = (1-Q)\operatorname{ch} mx - [(\operatorname{ch} ml - \vartheta) - Q(\operatorname{ch} ml - 1)]\frac{\operatorname{sh} mx}{\operatorname{sh} ml}. \quad (4)$$

Здесь

$$Q = \frac{\rho j^2 d}{4\alpha Q_A};\ \vartheta = \frac{\theta_B}{\theta_A}.$$

Точка на токопроводе, в которой отсутствует поток тепла от тела A к B, определяется условием

$$\frac{d\theta}{dx} = 0. \quad (5)$$

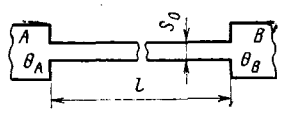


Рис. 1.

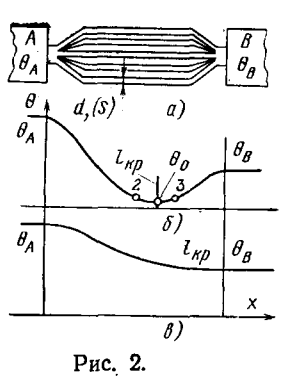


Рис. 2.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

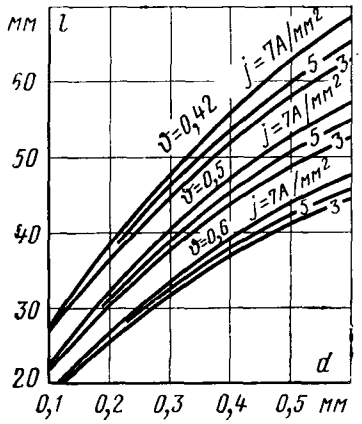


Рис. 3.

Продифференцировав (4) и выполнив (5), получим:

$$\frac{\operatorname{ch} ml\frac{x_0}{l}}{\operatorname{ch} ml\left(1-\frac{x_0}{l}\right)}=\frac{1-Q}{\vartheta-Q}. \qquad (6)$$

Из (6) следует, что точка с минимальным значением температуры стержня расположена между телами A и B и ее предельное положение — тело B. Предельное значение координаты точки с минимальным значением температуры: $x_0=l_{кр}$.

Значение $l_{кр}$ определяется из (6):

$$l_{кр}=\frac{1}{m}\ln\left(M+\sqrt{M^2-1}\right),$$

где

$$M=\frac{1-Q}{\vartheta-Q}.$$

На рис. 3 приведены результаты расчетов величины $l_{кр}$ для различных значений j, d и ϑ.

Таким образом, рассмотренное исполнение токопровода представляет собой тепловой фильтр, беспрепятственно пропускающий электрический ток и являющийся сопротивлением тепловому потоку.

Выводы. 1. Соединение проводником двух тел с различными температурами без теплообмена теплопроводностью возможно путем расщепления токопровода на n, не соприкасающихся между собой проводников равного суммарного сечения.

2. Минимальная длина расщепленных проводников $l_{кр}$, при которой соблюдается условие теплоизоляции, определяется плотностью тока, разностью температур двух тел и условиями теплообмена с окружающей средой.

[2.9.1976]

Хроника

Читательская конференция журнала «Электричество»

12 апреля 1977 г. в Московском энергетическом институте состоялась читательская конференция журнала «Электричество». С вступительным словом выступил д. т. н., проф. **И. С. Ефремов** (МЭИ), который отметил, что «Электричество» является старейшим, наиболее фундаментальным журналом по электротехнике и энергетике.

О работе редколлегии и об основной тематике журнала в свете решений XXV съезда КПСС доложил главный редактор, д. т. н., проф. **Л. Г. Мамиконянц**, отметивший, что основное внимание в журнале уделяется тем вопросам электротехники и энергетики, которые наиболее важны для народного хозяйства страны. Например, значительное место в журнале отводится проблемам электроэнергетики (повышение качества и снижение потерь электроэнергии), вопросам теоретической и прикладной электротехники и другим крупным проблемам. Получает освещение и ряд новых направлений в электротехнике и энергетике таких, как атомная энергетика, новейшая преобразовательная техника, системы управления с использованием микроэлектроники, применение вычислительной техники с целью ускорения расчетных работ, а также с целью управления сложными технологическими процессами. Редколлегия уделяет большое внимание совершенствованию структуры журнала. Учитывая пожелания читателей на предыдущей конференции (апрель 1975 г.), редколлегия стремится увеличить число обзорных статей, уделяет внимание исключению параллелизма с другими электротехническими журналами, издаваемыми в нашей стране.

Докладчик отметил, что оперативность информации, помещаемой в журнале, сдерживается длительными сроками рецензирования статей. Иногда статья публикуется лишь через год после ее подачи. Естественно, что в этом случае она может потерять свою актуальность. Были отмечены и другие недостатки: малое количество обзорных статей по крупным проблемам; стихийное возникновение дискуссий; недостаточное освещение ряда специальных вопросов, в частности, сельской электрификации; слабое отражение проблем, возникающих на стыке наук: электротехники, с одной стороны, биологии и медицины, с другой; плохая информация о работе международных электротехнических комиссий и конгрессов.

В прениях по докладу выступили члены редколлегии, читатели и авторы журнала: д. т. н., проф. **И. П. Копылов**, д. т. н., проф. **А. В. Нетушил**, д. т. н., проф. **Л. П. Петров**, к. т. н., доц. **Б. Н. Неклепаев**, д. т. н., проф. **А. А. Сиротин**, д. т. н., проф. **А. Д. Свенчанский**, к. т. н., доц. **С. Д. Левинтов**, к. т. н., доц. **О. А. Суханов**, д. т. н., проф. **И. М. Тетельбаум**, д. т. н., проф. **В. А. Веников**, к. т. н., доц. **В. В. Нечаев**.

Они единодушно отметили, что приближающийся к своему 100-летнему юбилею журнал «Электричество» является одним из самых авторитетных журналов по электротехнике и энергетике в СССР и пользуется успехом среди ученых и инженеров за рубежом. Вместе с тем был высказан ряд пожеланий и конкретных предложений, направленных на улучшение работы редколлегии и на повышение качества информации. Читатели рекомендовали публиковать больше заказных статей по наиболее важным направлениям и проблемам электротехники и энергетики. Было высказано мнение, что количество обзорных статей увеличено недостаточно. Отмечалось, что организация дискуссий должна быть на более высоком уров-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Доктор технических наук, профессор Б. А. КНЯЗЕВСКИЙ

(К 70-летию со дня рождения)

В марте с. г. исполнилось 70 лет со дня рождения заведующего кафедрой охраны труда МЭИ, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, почетного члена Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности, доктора технических наук, профессора, члена КПСС с 1930 г. Бориса Александровича Князевского.

В 1930 г. он без отрыва от производства окончил МЭИ и был принят ассистентом в лабораторию высоких напряжений этого вуза. Преподавательскую деятельность он совмещал с основной работой в должности начальника района кабельной сети МОГЭС. Работая в МОГЭС, Б. А. Князевский принимал активное участие в деятельности инженерно-технической секции при профсоюзе электриков: был избран членом президиума и ответственным секретарем Центрального бюро ИТС и делегатом I Всесоюзного съезда профсоюза рабочих электриков.

Вернувшись в 1937 г. из командировки в торгпредство СССР во Франции, Б. А. Князевский учился в аспирантуре МЭИ, совмещая учебу с работой начальника отдела подготовки научных кадров, ассистентом кафедр ТОЭ и электрических систем и сетей, а позднее ученым секретарем Совета МЭИ. За это время он трижды избирался секретарем парторганизации электроэнергетического факультета МЭИ.

В 1941 г. Б. А. Князевский был переведен Министерством электростанций в Мосэнерго, где до 1972 г. работал директором сетевых предприятий. При непосредственном участии Б. А. Князевского была осуществлена телемеханизация и автоматизация Восточных электросетей, которыми он руководил около 30 лет, внедрен централизованный ремонт высоковольтного оборудования, проведена работа по переводу предприятия на новые формы эксплуатации и новые принципы планирования и экономического стимулирования, был подобран и воспитан коллектив энергетиков, спо-

собных решать сложные технические задачи.

Много труда вложил Б. А. Князевский в строительство крупных сетевых объектов, являясь на протяжении ряда лет председателем Государственных пусковых комиссий по вводу в строй новостроек энергетики.

За все время работы в Мосэнерго Б. А. Князевский не порывал с педагогической и научной деятельностью, продолжая по совместительству работать в МЭИ. В 1944 г. он защитил кандидатскую диссертацию, в 1947 г. ему было присвоено звание доцента, а в 1964 г.— профессора. В 1972 г. после успешной защиты диссертации Б. А. Князевский стал доктором технических наук.

Сочетание большого производственного опыта с научной, педагогической и методической деятельностью помогает профессору Б. А. Князевскому в работе со студентами и аспирантами. Избранный в 1967 г. (по совместительству с основной работой на производстве) заведующим кафедрой охраны труда МЭИ, он в 1972 г. по ходатайству руководства института был переведен на постоянную работу в МЭИ.

Профессор Б. А. Князевский является автором и соавтором ряда учебников, учебных пособий и научных статей по электроснабжению предприятий и охране труда, которыми пользуется широкий круг инженерно-технических работников, преподавателей, аспирантов и студентов вузов и техникумов.

На протяжении большого трудового пути от рабочего до командира производства и заведующего кафедрой одного из крупнейших вузов страны Б. А. Князевский постоянно сочетал основную работу с активной общественной деятельностью. В настоящее время он ведет большую организационную и научно-методическую работу в Научно-техническом совете Минвуза СССР. Он является членом президиума секции энергетики и электротехники, а также первым заместителем председателя Иаучно-методического совета по вопросам охраны труда Минвуза СССР. Б. А. Князевский активно работает также в качестве члена бюро и председателя секции электробезопасности Научного совета по проблемам охраны труда ВЦСПС и ГКНТ, члена Научно-методического совета общества «Знание», члена президиума и председателя секции энергосистем и сетей МПНТОЭ и ЭП, члена подсекции энергоснабжения НТС ГКНТ.

Борис Александрович принимает активное участие в работе редакционных советов издательства «Энергия» и «Высшая школа».

Заслуженный деятель науки и техники РСФСР, профессор С. А. Князевский награжден правительством тремя орденами и четырьмя медалями. Неоднократно он был отмечен почетными значками и грамотами Минвуза, Минэнерго, в/О «Знание», ВЦСПС и ГКНТ.

Группа товарищей

не. Предложено возобновить в журнале обсуждение проектов новых стандартов, относящихся к электротехнике и энергетике, а также дискуссию о высшем электротехническом образовании. Высказывалось мнение, что публиковать нужно главным образом статьи, решающие практические вопросы, стоящие перед народным хозяйством. При этом указывалось, что даже сложные научные проблемы должны излагаться простым языком с ясными выводами. Были внесены предложения о разбиении журнала на тематические разделы и об организации его розничной продажи. Высказывалось также пожелание, чтобы журнал «Электричество» больше печатал рекламных материалов.

С заключительным словом выступил зам. главного редактора журнала «Электричество», д. т. н., проф. **И. П. Петров**, отметивший слабую связь редакции с читателями, так как поступает очень мало писем, предложений. **И. И. Петров** обратился ко всем авторам заказных статей — более оперативно откликаться на заявки редакции журнала.

В работе конференции приняло участие около 100 человек.

В решении конференции отмечен высокий научный уровень журнала «Электричество», одобрена деятельность редакции журнала и высказана просьба к редакции — учесть замечания и предложения, прозвучавшие на конференции.

Инж. **МИРОНОВ Л. М.**

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ПЕТР АФАНАСЬЕВИЧ ИОНКИН

(К 70-летию со дня рождения)

25 июня с. г. исполнилось 70 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР Петра Афанасьевича Ионкина, члена КПСС с 1949 г., крупного специалиста в области теоретических основ электротехники и инженерной электрофизики.

Инженерная и педагогическая деятельность П. А. Ионкина началась в 1930 г. Окончив электротехнический факультет Московского института народного хозяйства, Петр Афанасьевич начал работать на Московском трансформаторном заводе и одновременно вел научно-педагогическую работу в различных высших учебных заведениях Москвы.

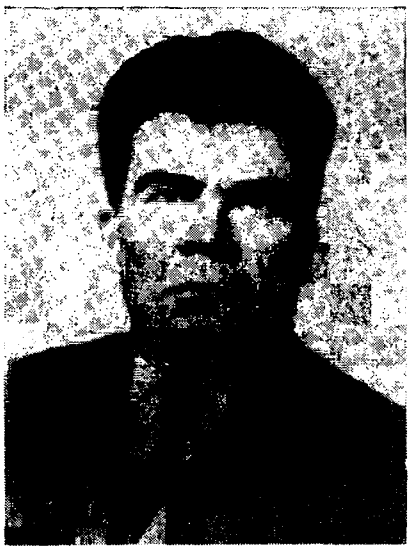
С Московским ордена Ленина энергетическим институтом связано почти 40 лет творческой жизни П. А. Ионкина — с 1938 г. на кафедре теоретических основ электротехники, возглавляемой до 1952 г. чл.-корр. АН СССР К. А. Кругом.

В 1941 г. Петр Афанасьевич успешно защитил кандидатскую диссертацию «К вопросу о цепях с магнитной связью» и в этом же году ему было присвоено ученое звание доцента.

В 140 научных трудах юбиляра основное место занимают проблемы расчета сложных электрических цепей, в том числе учитывающих магнитную связь, преобразования пассивных и активных многополюсников. Цикл работ по методам расчета нелинейных цепей завершился успешной защитой в 1958 г. докторской диссертации. Основное место в статьях и монографиях П. А. Ионкина в последние годы занимают основы топологии, теории графов, структурных чисел, а также их применение для анализа и синтеза цепей с электронными узлами и элементами.

Большой опыт преподавания теоретических основ электротехники позволил ему стать соавтором и одним из инициаторов создания коллективного учебника по курсу ТОЭ, вышедшего в издательстве «Энергия» в 1952 г., затем переработанного и четырежды переизданного. В настоящее время этот учебник третий раз переводится в издательстве «Мир» на английский язык.

В течение последних 15 лет коллектив преподавателей под руководством



П. А. Ионкина и при его непосредственном участии непрерывно работает над созданием новой специальности «инженерная электрофизика» и над совершенствованием базового курса «Теоретические основы электротехники». С 1961 г. по настоящее время П. А. Ионкин заведует сначала кафедрой инженерной электрофизики, а с 1972 г. объединенной кафедрой теоретических основ электротехники и электрофизики.

Постановке высшего заочного образования по курсам теоретических основ электротехники и общей электротехники П. А. Ионкин посвятил около 30 лет. С 1954 по 1961 г. он успешно руководил кафедрой ТОЭ и ТВН во Всесоюзном заочном политехническом институте. Его перу принадлежит много методических и учебных пособий для заочников, одним из которых является «Сборник типовых задач и примеров».

В 1965 г. коллектив авторов под руководством и при непосредственном участии П. А. Ионкина выпустил в издательстве «Высшая школа» в двух томах новый учебник по теоретическим основам электротехники для дневных, заочных и вечерних высших электротехнических учебных заведений. Второе издание этого учебника, вышедшее в 1976 г., во многом отличается как от первого, так и от учебников других авторов по ТОЭ и в большей мере соответствует современным требованиям к содержанию и методике изложения этого курса.

Научную и педагогическую деятельность П. А. Ионкин успешно сочетает с большой методической, административной и учебно-воспитательной работой сначала в качестве заместителя деканов общетехнического и энергетического факультетов, а затем и. о. декана электроэнергетического факультета, заместителя и начальника учебного управления. С 1958 по 1963 г. П. А. Ионкин успешно работал сначала заместителем директора, затем проректора института по учебной работе, а с 1965 и до 1970 г. — проректором института по научной работе. Более 20 работ, опубликованных П. А. Ионкиным, посвящены научно-методическим вопросам, связанным с улучшением учебной, воспитательной и методической работы высшей школы.

Многогранна общественно-политическая деятельность П. А. Ионкина. Он является членом электротехнической и энергетической секции объединенного Научно-технического совета Министерства высшего и среднего специального образования СССР и РСФСР, председателем Научно-методического совета по теоретической электротехнике и инженерной электрофизике Министерства высшего и среднего специального образования СССР, членом экспертной комиссии ВАК, членом и председателем советов по присуждению ученых степеней.

За безупречную работу в высшей школе П. А. Ионкин награжден орденом Октябрьской революции, двумя орденами Трудового Красного Знамени и медалями, а также значками отличника и почетными грамотами Министерства, Президиума Верховного Совета РСФСР и Чувашской АССР. В 1969 г. ему присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Сердечно поздравляем Петра Афанасьевича с 70-летием, желаем ему крепкого здоровья и больших творческих успехов.

Группа товарищей

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

РОСТИСЛАВ АЛЕКСАНДРОВИЧ ВОРОНОВ

В январе 1977 г. после тяжелой болезни на 73-году жизни скончался заслуженный деятель науки и техники РСФСР, профессор, доктор технических наук, член КПСС с 1958 г. Ростислав Александрович Воронов.

Высшее техническое образование Р. А. Воронов получил в Томском технологическом институте, который окончил в 1923 г. Этот год явился началом его научной и педагогической деятельности в области электротехники.

В 1939 г. Р. А. Воронов успешно защитил кандидатскую, а в 1942 г. — докторскую диссертации. С 1944 г. он работал в Томском (ныне Омском) институте инженеров железнодорожного транспорта профессором, заведующим кафедрой, деканом электротехнического факультета. Весь этот период Р. А. Воронов был бессменным заведующим кафедрой теоретической электротехники, направлял научную работу коллектива кафедры, осуществлял руководство аспирантурой, уделял большое внимание подготовке молодых специалистов.

За более чем 50-летний период научно-педагогической работы Р. А. Воронов стал одним из ведущих ученых-электротехников. Он являлся членом президиума Всесоюзного совета по теоретической электротехнике, членом комиссии Научно-технического совета при Министерстве высшего и среднего специального образования СССР.

Профессор Р. А. Воронов известен как видный представитель отечественной науки в области теоретической электротехники. Им опубликовано около 70 научных трудов, внесших существенный вклад в теорию четырехполюсников и нелинейных цепей. Под его руководством выполнено и защищено 4 докторских и 26 кандидатских диссертаций.

Родина высоко оценила заслуги Р. А. Воронова, наградив его орденом «Знак Почета», медалями и Почетной грамотой Верховного Совета РСФСР.

Все, кто трудился с Ростиславом Александровичем, знали его как скромного и трудолюбивого ученого, человека высокой культуры и большой эрудиции, внимательного и чуткого товарища.

Светлая память о Р. А. Воронове навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), **Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Петров И. И.** (зам. главного редактора), **Рабинович С. И., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.**

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (зав. редакторским отделом), Л. С. Кудинова, А. Б. Желдыбин

Адрес редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: Москва, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 16/V 1977 г. Подписано к печати 28/VI 1977 г. Т-11773 Формат 60×90¹/₈
Усл. печ. л. 12,0 Уч.-изд. л. 15,02 Тираж 9147 экз. Цена 80 коп. Зак. 172

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Глазунов А. А., Шевченко Ж. И. — Экономически целесообразные значения токов короткого замыкания на шинах 10(6) кВ понижающих подстанций — центрах питания городских электрических сетей 1

Емельянов С. В., Веников В. А., Суханов О. А., Голембо Б. З., Голов В. П. — О применении систем с переменной структурой для управления режимами электроэнергетических систем 6

Мансветов В. Л. — Выявление нарушения устойчивости в сложных энергосистемах 10

Пуго В. И., Сыромятников С. Ю. — Применение метода факторного планирования экспериментов для оценки влияния погрешностей на результаты математического моделирования 16

Базелян Э. М. — Об оценке выдерживаемых напряжений длинных воздушных промежутков 22

Лукашов Э. С., Калюжный А. Х., Гамм Б. З. — Определение и использование в расчетах типовых характеристик и параметров демпферных контуров турбогенераторов 27

Сандлер А. С., Серов А. Е. — Допустимая частота включений асинхронного двигателя при частотном управлении 32

Жемеров Г. Г., Коляндр И. Л. — Первичные токи и энергетические соотношения преобразователя частоты с непосредственной связью 36

Остреров В. М., Гольц М. Е., Шевченко Б. П. — Принудительное выключение тиристоров с управляемой коммутационной способностью 42

Рыбальченко Ю. И. Магнитоупругие датчики крутящего момента 46

Жох В. П. — Исследование статистических характеристик переходной электропроводимости в контактирующих областях некоторых электротехнических устройств . 52

Кадочников А. И., Сивенцев А. А., Малюк В. П. — Разделение потерь энергии в магнитных материалах . . 56

Рахманов В. Ф. — Система специальных функций для описания цепных схем 61

СООБЩЕНИЯ

Канакин Н. С., Шишкина О. О. — Об оценке затрат на развитие сельских электрических сетей в связи с передачей дополнительной электроэнергии 65

Жуков Л. А., Карташев И. И., Рыжов Ю. П., Дорошенко А. И. — Дискретное быстродействующее регулирование мощности батарей статических конденсаторов с помощью тиристорных выключателей 68

Гительсон В. Д. — О потреблении реактивной мощности управляемым выпрямителем с нулевым вентилем . . 72

Орсоева А. А., Рагозин А. А., Филичев О. Н., Шакарян Ю. Г. — Сопоставительный анализ устойчивости синхронных и асинхронизированных синхронных генераторов в режимах недовозбуждения 73

Мельников В. З. — Полюсное представление блоков электромеханических систем с использованием графов распространения сигнала 76

Гуревич Э. И., Рыбин Ю. Л. — Погрешности термометрического метода измерения местных потерь в электрических машинах 79

Кочанов Э. С. — Расчет электрической емкости проводников в двухслойных средах 81

Башканский Э. Г., Юдин В. В., Глузман П. Л., Дворсон А. И. Вариационный метод расчета магнитного поля в нелинейных неоднородных средах с помощью обобщенного функционала 85

Вишневский А. М. — К расчету электрического поля биполярных электродов 87

Глибицкий М. М., Кравцов С. Ф. — К расчету теплоизолирующих токопроводов 89

ХРОНИКА 90

CONTENTS

Economic Values of Currents for Short Circuits on the 10(6) kV Buses at Step-Down Substations, the Supply Centers for Urban Networks — **A. A. Glazunov, J. I. Shevchenko** 1

Application of Variable Structure Systems for Control of Power System Operating Conditions — **S. V. Emelyanov, V. A. Venikov, O. A. Sukhanov, B. Z. Golembo, V. P. Golov** 6

Detecting Loss of Stability in Complex Power Systems — **V. L. Mansvetov** 10

Application of the Method of Factor Planning of Experiments for Appraising the Influence of Errors on Results from Mathematical Modelling — **V. I. Pugo, S. U. Siromyatnikov** 16

Estimating the Withstand Voltages of Long Air Clearances — **E. M. Bazelian** 22

Determination and Application in Calculations of Typical Characteristics and Parameters of Damping Circuits in Turbogenerators — **E. S. Lukashov, A. H. Kaliudjny, B. Z. Gamm** 27

The Permissible Frequency for Energizing an Induction Motor With Frequency Control — **A. S. Sandler, A. E. Serov** 32

Primary Currents and Energy Relationships for a Frequency Converter With Direct Coupling — **G. G. Djemerov, I. L. Koliandr** 36

Forced Disconnection of Thyristors With Controlled Switching Capability — **V. M. Ostrerov, M. E. Goltz, B. P. Shevchenko** 42

Magnetically Elastic Torsional Transducers — **U. I. Ribalchenko** 46

A Study of the Statistical Characteristics of Electrical Conductivity in the Contacting Regions of Certain Electrical Apparatus — **V. P. Djokh** 52

Division of the Energy Losses in Magnetic Materials — **A. I. Kadochnikov, A. A. Siventsev, V. P. Maliuk** . . 56

A System of Special Functions for Describing Ladder Networks — **V. F. Rachmanov** 61

REPORTS

Estimating the Expenditure on Development of Rural Networks for Additional Power Transmission — **N. S. Kanakin, O. O. Shishkina** 65

Digitalized High-Speed Power Control for a Static Capacitor Bank Using Thyristor Breakers — **L. A. Djukov, I. I. Kartashev, U. P. Ridjov, A. I. Doroshenko** . . 68

On the kVARs Consumed by a Controlled Rectifier With a Zero Valve — **V. D. Gitelson** 72

A Comparative Analysis of the Stability of Underexcited Synchronous and Doubly-Fed Generators — **A. A. Orsoyeva, A. A. Ragozin, O. N. Filichev, U. G. Shakarian** 73

A Pole Representation of Blocks in Electromechanical Systems Using Signal Flow Graphs — **V. Z. Melnikov** 76

Errors in the Thermometer Method of Measuring Local Losses in Electric Machines — **E. I. Gurevitch, U. L. Ribin** 79

Calculating the Capacitance of Conductors in Two-Layer Media — **E. S. Kochanov** 81

A Variational Method of Calculating the Magnetic Field in Non-linear Nonuniform Media by Means of a Generalized Functional — **E. G. Bashkanski, V. V. Udin, P. L. Gluzman, A. I. Dvorson** 85

On Calculating the Electric Field of Bi-Polar Electrodes — **A. M. Vishnevski** 87

On Calculating Thermal Insulating Current Conductors — **M. M. Glibitski, S. F. Kravtsov** 89

CHRONICLE 90

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Рефераты публикуемых статей

УДК [621.311.4:621.316.1].064.1.001.24

Экономически целесообразные значения тока короткого замыкания на шинах 10 (6 кВ) понижающих подстанций — центрах питания городских электрических сетей. Глазунов А. А., Шевченко Ж. И. — «Электричество», 1977, № 7.

Рассматривается конкретная методика комплексной оптимизации основных параметров городских электрических сетей среднего напряжения, включая величину тока короткого замыкания на шинах среднего напряжения понижающей подстанции, питающей район города. Учитываются установленные ранее авторами вероятностные характеристики распределения точки короткого замыкания по длине питающих и распределительных линий среднего напряжения, а также ограничения по допустимому нагреву кабелей. Анализируется влияние ограничений по качеству напряжения на оптимальные значения параметров. Выполнены конкретные расчеты, получены результаты для понижающих подстанций 110/10 кВ с трансформаторами 40—80 МВ·А и городской электросети 10 кВ. Анализируются области экономической устойчивости оптимизируемых параметров и выявлена значительная устойчивость последних. Библ. 13.

УДК [621.311-5].004.13

О применении систем управления с переменной структурой для управления режимами электроэнергетических систем. Емельянов С. В., Веников В. А., Суханов О. А., Голембо Б. З., Голов В. П. — «Электричество», 1977, № 7.

Исследуется возможность и пути применения системы управления с переменной структурой для управления режимами сложных электроэнергетических систем. Получены соотношения для управления с переменной структурой, гарантирующие существование скользящего режима в этой системе. Показано, что характер переходного процесса при такой системе управления не зависит от изменений параметров и структуры электрической системы. Библ. 9.

УДК 621.311.016.35.001.24

Выявление нарушения устойчивости в сложных энергосистемах. Мансветов В. Л. — «Электричество», 1977, № 7.

Анализируется поведение реле сопротивления при многократном нарушении устойчивости в энергосистеме сложной структуры. Определены инженерные критерии применимости реле сопротивления для выявления угла между эквивалентными э. д. с. частей энергосистемы и его производных по времени для трехмашинной структуры энергосистемы. Предложен принцип построения устройств для выявления взаимного угла и его производных по времени, обладающих пониженными погрешностями и повышенным быстродействием в энергосистемах сложной структуры при многократном нарушении устойчивости. Библ. 7.

УДК 621.3.088:621.311.001.57

Применение метода факторного планирования экспериментов для оценки влияния погрешностей на результаты математического моделирования. Пуго В. И., Сыромятников С. Ю. — «Электричество», 1977, № 7.

Приведена классификация видов погрешностей, из которых складывается суммарная погрешность результатов математического моделирования. Предложен способ оценки точности моделирования, который в сочетании с методом факторного планирования экспериментов позволяет исследовать влияние отдельных погрешностей и выявить наиболее существенные из них. Указаны условия, которые должны быть выполнены при применении метода планирования экспериментов в задаче оценки достоверности модельных результатов для получения практически важных выводов. Рассмотрен конкретный пример применения этого метода. Библ. 16.

УДК 537.523.4

Об оценке выдерживаемых напряжений длинных воздушных промежутков. Базелян Э. М. — «Электричество», 1977, № 7.

На основе приближенных оценок изменения электрического поля в области головки канала лидера показана возможность формирования лидера при постоянной длине стримерной зоны. Для промежутков длиной более 12 м оптимальная протяженность стримерной зоны должна быть равна 2,7±0,3 м. Выведено выражение для определения минимального выдерживаемого напряжения длинных воздушных промежутков, рассмотрено влияние конфигурации анода на величину пробивного напряжения и характер вольт-временной характеристики многометровых промежутков. Библ. 12.

УДК 621.313.32.001.24

Определение и использование в расчетах типовых характеристик и параметров демпферных контуров турбогенераторов. Лукашов Э. С., Калюжный А. Х., Гамм Б. З. — «Электричество», 1977, № 7.

Предлагаются типовые аппроксимирующие выражения для операторных сопротивлений, а также типовые частотные характеристики крупных турбогенераторов, полученные на основе анализа известных для ряда машин экспериментальных характеристик. Приводятся параметры типовых эквивалентных демпферных контуров при моделировании массива ротора тремя контурами по каждой из осей и зависимости этих параметров от скольжения в случае замещения всего массива ротора парой эквивалентных контуров. Показана возможность использования типовых характеристик при исследовании асинхронного хода турбогенератора. Библ. 8.

УДК 621.313.333:621.316.726

Допустимая частота включений асинхронного двигателя при частотном управлении. Сандлер А. С., Серов А. Е. — «Электричество», 1977, № 7.

Рассматриваются методы определения допустимой частоты включений асинхронного двигателя при частотном управлении с учетом насыщения магнитной цепи. Исследованием на АВМ системы дифференциальных уравнений асинхронного двигателя при питании от преобразователя частоты оценено влияние электромагнитных переходных процессов на допустимую частоту включения.

Результаты эксперимента подтвердили правомерность предложенных аналитических выражений для определения допустимой частоты включения электропривода. Библ. 4.

УДК 621.314.26

Первичные токи и энергетические соотношения преобразователя частоты с непосредственной связью. Жемеров Г. Г., Коляндр И. Л. — «Электричество», 1977, № 7.

Получена эквивалентная схема трехфазно-m_2-фазного преобразователя с конечным числом пульсаций. Преобразователь снабжен фазосмещающим устройством с арккосинусоидальной характеристикой, на вход которого подается низкочастотная синусоида. Получены расчетные соотношения, позволяющие учесть параметр глубины регулирования выходного напряжения, отношение входной и выходной частот, угол сдвига тока нагрузки относительно напряжения, число пульсаций, напряжение короткого замыкания питающего трансформатора (угол коммутации). Составлен алгоритм расчета первичных токов и энергетических соотношений на ЦВМ. Библ. 2.

УДК 62-83:621.314.632

Принудительное выключение тиристоров с управляемой коммутационной способностью. Остреров В. М., Гольц М. Е., Шевченко Б. П. — «Электричество», 1977, № 7.

Приведено несколько новых схем устройств принудительного выключения тиристоров, предназначенных для неодновременной коммутации двух тиристорных цепей. Приведены статические характеристики устройств, рассчитанные на ЦВМ путем решения трансцендентных уравнений, определяющих характер изменения напряжения на коммутирующем конденсаторе. Показано, что в анализируемых устройствах можно осуществить наиболее экономичное регулирование коммутационной способности устройств. Библ. 8.

УДК 621.313.083.8

Магнитоупругие датчики крутящего момента. Рыбальченко Ю. И. — «Электричество», 1977, № 7.

Изложены результаты теоретического исследования магнитоупругих датчиков крутящего момента типов «тордуктор» и «дифдуктор». Рассмотрены картины магнитных полей в магнитопроводах и составлены электрические схемы замещения магнитных цепей, на основании которых выведены уравнения, связывающие выходные напряжения с крутящим моментом на валу. Дан анализ степени влияния параметров тордуктора и дифдуктора на величину их чувствительности.

Картина магнитного поля в поверхностном слое вала представлена в виде простых геометрических фигур, что дало возможность оценить влияние размеров тордуктора и дифдуктора на величину чувствительности. Проанализированы причины появления и характер паразитных пульсаций выходного напряжения, возникающих при вращении вала. Полученные аналитические соотношения составляют основу рационального проектирования рассмотренных магнитоупругих датчиков момента. Библ. 3.

УДК 621.3.011.2.001.24:519.25

Исследование статистических характеристик переходной электропроводимости в контактирующих областях некоторых электротехнических устройств. Жох В. П. — «Электричество», 1977, № 7.

Высказано научно обоснованное предположение, что распределение переходной проводимости в контактирующих областях некоторых электротехнических устройств при повышении степени однородности структуры контакта стремится к нормальному. В связи с этим предложено оценивать качество производства и эксплуатации контактов электрических аппаратов, содержание электрических линий, в частности рельсовых цепей, по степени отклонения распределения переходной проводимости от нормального.

Выдвинутая гипотеза подтверждена теоретически и экспериментально. Библ. 9.

УДК 621.318.1.017.001.24

Разделение потерь энергии в магнитных материалах. Кадочников А. И., Сивенцев А. А., Малюк В. П. — «Электричество», 1977, № 7.

На основе расчета процесса динамического перемагничивания металлических магнитных материалов с феноменологическим учетом влияния магнитной вязкости получена нелинейная зависимость потерь энергии за цикл перемагничивания от частоты для практически важного случая слабого поверхностного эффекта при синусоидальном изменении магнитной индукции со временем. Показано соответствие результатов расчетов экспериментальным данным для холоднокатаной электротехнической стали толщиной 50, 80 и 150 мкм. Разработаны простые способы разделения потерь на три составляющие — гистерезисную, вязкостную и вихретоковую. Найдена возможность приближенного расчета частотной зависимости потерь по известным значениям динамической (для двух частот) и статической коэрцитивной силы. Библ. 22.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.3.062.001.24

Система специальных функций для описания цепных схем. Рахманов В. Ф. — «Электричество», 1977, № 7.

Рассмотрена система специальных функций адекватных однородным цепным схемам. Основные функции системы удовлетворяют конечно-разностному уравнению второго порядка, описывающему одномерную структуру, составленную из однотипных Г-образных звеньев и являются дискретными аналогами гиперболического синуса и косинуса. Свойства функций, их связи внутри системы и связи с традиционными функциями математического анализа раскрыты в приведенной обширной таблице формул.

Рассмотренные функции удобны для описания однородных сред и структур микроэлектроники на непосредственно доступном ЦВМ чисто алгебраическом уровне. Библ. 19.

УДК 621.311.1.63.001.24

Об оценке затрат на развитие сельских электрических сетей в связи с передачей дополнительной электроэнергии. Канакин Н. С., Шишкина О. О. — «Электричество», 1977, № 7.

На основе теоретического рассмотрения вопроса, анализа и обобщения материалов конкретного проектирования предложены расчетные формулы и обобщающие зависимости, позволяющие приближенно оценить изменение основных параметров различных элементов распределительной электрической сети сельских районов и определить удельные приведенные затраты, необходимые для развития и реконструкции действующей электрической сети при передаче по ней дополнительного потока мощности и электроэнергии.

Установленные зависимости могут быть использованы при планировании основных технических и экономических показателей развития электрической сети на перспективу, вызываемого ростом электрической нагрузки, а также для обоснования эффективности электрификации отдельных технологических процессов производства и быта сельского населения. Библ. 6.

УДК 621.319.44:621.382.233.026.072

Дискретное быстродействующее регулирование мощности батарей статических конденсаторов с помощью тиристорных выключателей. Жуков Л. А., Карташев И. И., Рыжов Ю. П., Дорошенко А. И. — «Электричество», 1977, № 7.

Доказывается возможность качественного улучшения рабочих характеристик батарей статических конденсаторов (КБ) при применении для дискретного регулирования их мощности тиристорных выключателей (ТВ), управляемых широкими импульсами.

Приведены укрупненные технико-экономические показатели различных схем ТВ. Даются рекомендации по использованию конденсаторных батарей, оборудованных ТВ, в сетях с резко переменной нагрузкой для компенсации колебаний напряжения. Библ. 3.

УДК 621.314.6.016.25

О потреблении реактивной мощности управляемым выпрямителем с нулевым вентилем. Гительсон В. Д. — «Электричество», 1977, № 7.

Выведены формулы, определяющие закон управления и потребление реактивной мощности однофазным мостовым выпрямителем с нулевым вентилем в условиях конечной индуктивности дросселя фильтра. Дано ограничение на значение емкости фильтра из условия получения приемлемых значений коэффициента пульсаций на нагрузке. Библ. 5.

УДК 621.313.3.016.35.001.24

Сопоставительный анализ устойчивости синхронных и асинхронизированных синхронных генераторов в режимах недовозбуждения. Орсоева А. А., Рагозин А. А., Филичев О. Н., Шакарян Ю. Г. — «Электричество», 1977, № 7.

Приводятся результаты исследований колебательной статической и динамической устойчивости асинхронизированных синхронных генераторов в режимах недовозбуждения. Сравниваются области статической устойчивости, качество регулирования и пределы динамической устойчивости асинхронизированных синхронных и синхронных генераторов в режимах потребления реактивной мощности. Библ. 2.

УДК 62-83.001.24

Полюсное представление блоков электромеханических систем с использованием графов распространения сигнала. Мельников В. З. — «Электричество», 1977, № 7.

Рассматривается упрощенный метод вывода полюсных уравнений электромеханических систем с сосредоточенными параметрами, представляемых в виде отдельных блоков. Показано, что полюсные уравнения электромеханического блока могут быть получены путем их превращения в граф распространения сигнала и определения величины передачи к вершинам графа, принимаемым за полюса блока. Применение данного метода позволяет упростить процесс описания полюсных характеристик блоков, исключив, в частности, при этом такую трудоемкую операцию, как определение обратной матрицы. Библ. 5.

УДК 621.313.017.083

Погрешности термометрического метода измерения местных потерь в электрических машинах. Гуревич Э. И., Рыбин Ю. Л. — «Электричество», 1977, № 7.

Выполнен анализ методических погрешностей определения местных потерь по производной температурной кривой при внезапном изменении тепловой нагрузки в активных частях электрических машин. Даны рекомендации по выбору длительности промежутка времени измерения температуры. Библ. 9.

УДК 621.315.5.011.4.001.24

Расчет электрической емкости проводников в двухслойных средах. Кочанов Э. С. — «Электричество», 1977, № 7.

Излагается приближенный метод расчета электрической емкости в двухслойных средах, основанный на суперпозиции решений вспомогательных задач при однородных параметрах среды.

Точность и эффективность метода иллюстрируется путем сопоставления результатов приближенного расчета с известными точными решениями и экспериментальными данными.

Получены формулы для расчета емкости уединенного сферического проводника, находящегося в двухслойной среде, и пластинчатых конденсаторов с диэлектрической прослойкой. Библ. 12.

УДК 538.122.001.24

Вариационный метод расчета магнитного поля в нелинейных неоднородных средах с помощью обобщенного функционала. Башканский Э. Г., Юдин В. В., Глузман П. Л., Дворсон А. И. — «Электричество», 1977, № 7.

Предлагается вариационный метод расчета магнитостатических задач в нелинейных неоднородных средах, основанный на минимизации соответствующего функционала. Последний представляет собой обобщение функционала, уже известного в практике расчетов электромагнитных полей, и интеграла действия. Метод обеспечивает возможность получения решения уравнений Максвелла во всем пространстве путем варьирования вектор-потенциала и исключает необходимость контроля за выполнением граничных условий, что существенно упрощает процедуру расчета. Приводится выражение для функционала действия в виде разности между энергией и потокосцеплением, облегчающее его физическую интерпретацию. Библ. 4.

УДК [541.135.5:537.213].001.24

К расчету электрического поля биполярных электродов. Вишневский А. М. — «Электричество», 1977, № 7.

Формулируется задача расчета электрического поля поляризующегося биполярного электрода, находящегося в поле внешних источников. Производится построение эквивалентной системы нелинейных интегральных уравнений и обосновывается алгоритм ее численного решения. Приводится пример расчета поля протяженного цилиндрического электрода, находящегося в однородном внешнем поле. Библ. 4.

УДК 621.31.001.24

К расчету теплоизолирующих токопроводов. Глибицкий М. М., Кравцов С. Ф. — «Электричество», 1977, № 7.

Рассматриваются условия, исключающие передачу тепла по токопроводу без увеличения его активного сопротивления. Минимизируется решение дифференциального уравнения теплообмена и определяются расчетные параметры элементов токопровода, обеспечивающие решение поставленной задачи.

ПОПРАВКА

В журнале «Электричество», № 3, 1977 г. в статье Шаталова А. С. и Рыжикова В. А. в формуле (1) второй член напечатан ошибочно; его правильная запись соответствует второму слагаемому формулы (3).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru