

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



**1966**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»**

**4**

УДК 535.14

## Генераторы и усилители когерентного света

Ф. А. КОРОЛЕВ

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

**Введение.** Со времени открытия квантовой генерации электромагнитных волн прошло всего около 10 лет. В период 1954—1955 гг. советские физики Басов и Прохоров и американский физик Таунс одновременно и независимо теоретически обосновали, а затем осуществили квантовый генератор в диапазоне радиоволн. Позднее эти идеи были перенесены на область видимого и инфракрасного диапазона электромагнитных волн, в результате чего в период 1958—1961 гг. были созданы квантовые генераторы видимого света. В 1964 г. за открытие квантовой генерации электромагнитных волн советские физики Н. Г. Басов и А. М. Прохоров и американский физик Ч. Таунс были удостоены Нобелевской премии. В настоящее время в области квантовой генерации электромагнитных волн работает большое число научно-исследовательских учреждений, университетов, предприятий, фирм и т. д.

Интерес широких кругов ученых, а также технических кругов к этой проблеме обусловлен новыми перспективами, открывающимися перед наукой и техникой благодаря созданию квантовых генераторов и усилителей, работающих в оптическом диапазоне волн. Их особенностью является то, что они представляют собой источники исключительно высококогерентного света, т. е. такого света, электромагнитные волны которого в течение очень больших промежутков времени не испытывают заметных нарушений амплитуды и фазы. Наряду с этим излучение квантовых генераторов обладает очень высокой направленностью, вследствие чего оно может со значительной интенсивностью передаваться на большие расстояния. Наконец, световое излучение квантовых генераторов может быть осуществлено с огромной плотностью энергии, благодаря чему имеется возможность оказывать очень сильные воздействия на вещество, вызывая его расплавление, испарение, диссоциацию, ионизацию и т. д.

Для иллюстрации степени когерентности излучения квантовых генераторов света на рис. 1,а при-

ведена интерферограмма когерентного излучения основного типа колебаний гелий-неонового квантового генератора света на длине волны  $6328 \text{ \AA}$ , а для сравнения на рис. 1,б показана интерферограмма некогерентного излучения зеленой линии ртути. Даже простое визуальное сравнение показывает огромную разницу в характере того и другого излучения.

Физические основы и теория квантовых генераторов света в настоящее время достаточно хорошо разработаны и неоднократно освещались как в научных, так и в научно-популярных статьях. Вышли обзорные монографии по этому вопросу<sup>1</sup>. Поэтому здесь мы осветим лишь наиболее принципиальные вопросы, связанные с квантовой генерацией и усилением света.

Как хорошо известно, свет, а также инфракрасные, ультрафиолетовые, рентгеновские и гамма-лучи представляют собой подобно радиоволнам электромагнитные волны. Отличием всех этих излучений от радиоволн является малая длина волны, для видимого света — около  $0,5 \text{ мк}$ , для рентгеновских лучей — приблизительно  $0,0001 \text{ мк}$ . Радиоволны излучаются антеннами радиостанций, в которых циркулируют быстропеременные электрические токи. Световые волны излучаются атомами и молекулами, в которых совершают быстрое движение отдельные электроны. Если размеры радиоизлучателей — антенн — достигают сотен метров, то размеры атомов составляют стомиллионные доли сантиметра. Естественно поэтому, что один атом излучает очень малую мощность. Для того чтобы ее увеличить, заставляют одновременно светиться огромное количество атомов — порядка  $10^{12}$  атомов в  $1 \text{ см}^3$ . В обычных источниках света, например в лампах газового разряда, электрической дуге,

<sup>1</sup> См., например, Кач М. Л., Ковнер М. А. и Сидоров Н. К., Оптические квантовые генераторы, изд. Саратовского государственного университета, 1964; Файн В. М. и Халин Я. И., Квантовая радиофизика, изд-во «Советское радио», 1965.

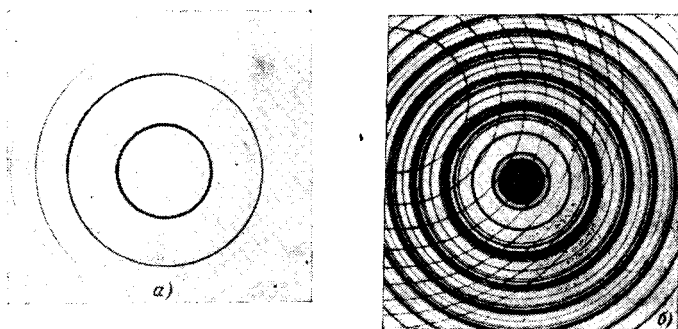


Рис. 1.

электрической искре отдельные излучающие атомы испускают энергию независимо друг от друга, т. е. чисто статистически, очень короткими вспышками с длительностью  $10^{-8}$ — $10^{-10}$  сек. В результате получается излучение, обладающее малой когерентностью, т. е. излучение, у которого амплитуда и фаза за очень короткие промежутки времени испытывают большие нарушения. Наоборот, электрические колебания возбужденных атомов в квантовых генераторах совершаются согласованно по фазе, благодаря чему их излучение оказывается весьма высококогерентным.

Излучение света атомами, молекулами, ионами и другими частицами может происходить либо самопроизвольно — спонтанно, либо вынужденно — под действием уже существующего излучения. Наряду со спонтанным и вынужденным излучением всегда имеет место поглощение света. Рисунок 2 схематически иллюстрирует эти процессы. Здесь  $W_n$  и  $W_m$  — два уровня энергии атома или другой квантовой системы,  $N_n$  и  $N_m$  — числа атомов с возбужденными уровнями  $W_n$  и  $W_m$ . Обозначения  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$  и  $B_{mn}$  символизируют соответственно спонтанное (самопроизвольное) излучение, вынужденное (индуцированное) излучение и поглощение света с частотой  $\nu_{nm}$ . Через  $A$  обозначены поглощающие и излучающие атомы, через  $h\nu_{nm}$  — фотоны для частоты излучения  $\nu_{nm}$ .

При спонтанном излучении в возбужденном атоме совершается переход с верхнего уровня  $W_n$  на нижележащий энергетический уровень  $W_m$ . Освобождающаяся энергия  $W_n - W_m$  испускается в виде фотона с частотой  $\nu_{nm}$ , удовлетворяющей условию Бора  $h\nu_{nm} = W_n - W_m$ , где  $h$  — постоянная Планка. Спонтанное излучение (переход  $A_{nm}$ ) происходит и при отсутствии в пространстве, где находятся излучающие атомы, реальных (т. е. движущихся со скоростью  $c$ ) фотонов  $h\nu_{nm}$ . Однако согласно представлениям квантовой электродинамики оно все же является не самопроизвольным, а происходит под действием так называемых «виртуальных» фотонов электромагнитного (или иначе фотонного) вакуума.

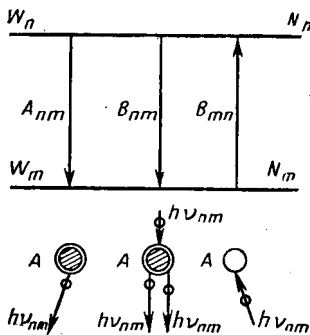


Рис. 2.

Так как виртуальные фотоны возникают и исчезают совершенно хаотически, то и спонтанное излучение, возникающее при столкновении атомов с виртуальными фотонами, носит совершенно статистический характер как во времени, так и в пространстве. Если в объеме, где находятся излучающие атомы, имеются реальные фотоны с энергией  $h\nu_{nm}$ , то, сталкиваясь с возбужденными атомами, они будут вызывать вынужденные (индуцированные) переходы  $B_{nm}$  с излучением таких же фотонов с энергией  $h\nu_{nm}$ . Вследствие этого в направлении движения падающего фотона после излучения будут двигаться два фотона одинаковой частоты, фазы и направления — падающий фотон и вновь излученный фотон. Дальнейшие столкновения этих фотонов с другими возбужденными атомами будут приводить к появлению новых когерентных фотонов.

Столкновение фотонов  $h\nu_{nm}$  с атомами, находящимися на нижнем уровне энергии  $W_m$ , может приводить к обратному процессу, т. е. поглощению фотонов частоты  $\nu_{nm}$  (переход  $B_{mn}$ ). Вследствие этого нарастание количества когерентных фотонов будет ослабляться. Процессы индуцированного излучения и поглощения света когерентны с внешним излучением, падающим на вещество.

Мощность оптического излучения единицы объема вещества внутри телесного угла  $d\Omega$  может быть выражена следующей формулой:

$$P_{nm} = \{ \bar{a}_{nm} N_n + (\bar{b}_{nm} N_n - \bar{b}_{mn} N_m) u(\nu_{nm}) \} h\nu_{nm} d\Omega. \quad (1)$$

Здесь

$$\bar{a}_{nm} = \frac{16\pi^3 \nu_{nm}^3 |D_{nm}|^2}{3hc^3 g_n} \quad (2)$$

представляет собой вероятность перехода в единицу времени внутри телесного угла, равного одному стерадиану для изотропного спонтанного излучения (численно она равна среднему числу испускаемых фотонов в 1 сек в телесном угле 1 стер);

$$\bar{b}_{nm} = \frac{8\pi^3 |D_{nm}|^2}{3h^2 g_n}; \quad \bar{b}_{m,n} = \frac{8\pi^3 |D_{nm}|^2}{3h^2 g_m}. \quad (3)$$

Величины  $\bar{b}_{nm}$  и  $\bar{b}_{mn}$  представляют собой так называемые дифференциальные коэффициенты Эйнштейна для изотропного индуцированного излучения и изотропного поглощения; произведения  $\bar{b}_{nm} u(\nu_{nm})$  и  $\bar{b}_{mn} u(\nu_{nm})$  дают вероятности перехода в единицу времени для индуцированного излучения и соответственно для поглощения;  $u(\nu_{nm})$  — это плотность энергии излучения на частоте  $\nu_{nm}$ ;  $D_{nm}$  — сила спектральной линии;  $g_n$  и  $g_m$  — статистические веса уровней  $W_n$  и  $W_m$ , даваемые формулами:

$$g_n = 2J_n + 1, \quad g_m = 2J_m + 1, \quad (4)$$

причем  $J_n$  и  $J_m$  — квантовые числа полного момента количества движения электронной оболочки;  $d\Omega$  — элемент телесного угла, внутри которого распространяется излучение.

Первый член выражения (1) дает некогерентное спонтанное излучение. Второй член выражения (1) в зависимости от соотношения величин  $\bar{b}_{nm} N_n$  и  $\bar{b}_{mn} N_m$  определяет либо индуцированное излучение, либо поглощение.

**Условия возникновения когерентной генерации света.** Как уже было сказано выше, когерентное излучение возникает за счет индуцированных квантовых переходов, т. е. при столкновении имеющих в объеме фотонов с возбужденными атомами. В результате такого столкновения возбужденный атом испускает фотон, который практически совпадает по частоте, фазе и направлению с фотоном, столкнувшимся с атомом. Двигаясь среди возбужденных атомов, эти фотоны в свою очередь будут индуцировать излучение новых фотонов и т. д. Вследствие этих процессов будет развиваться фотонная лавина, как это схематически показано на рис. 3. Здесь изображено последовательное столкновение фотонов (черные точки на стрелках) с возбужденными атомами, показанными на рис. 3 светлыми кружками. Из рис. 3 видно, что один из фотонов, испытавший столкновение с атомом, вызвал начало развития фотонной лавины, распространяющейся в правую сторону. На рис. 3 черными кружками на стрелках показано также и спонтанное излучение фотонов, имеющее хаотическое распределение направлений.

Если в объеме вещества не будет интенсивных процессов противоположного направления, то лавина будет продолжать развиваться. Однако процессы поглощения фотонов ограничивают развитие фотонной лавины и даже могут ее остановить. Выясним условия, при которых лавина когерентных фотонов нарастает, в результате чего система возбужденных частиц будет излучать когерентный свет. Для того чтобы когерентное излучение превышало поглощение света атомами, необходимо, как это следует из формулы (1), обеспечить условие инверсной заселенности, выражаемое соотношением

$$\bar{b}_{nm}N_n - \bar{b}_{m,n}N_m > 0. \quad (5)$$

Однако одного этого условия еще недостаточно, чтобы генерация когерентного света возникла независимо от наличия внешнего стационарного потока излучения. Кроме поглощения света атомами активного вещества, имеют место потери когерентного света вследствие дифракции и других причин. Установившаяся мощность индуцированного излучения единицы объема определится согласно (1) выражением

$$P_{nm}^* = (\bar{b}_{nm}N_n - \bar{b}_{m,n}N_m) u(v_{nm}) h\nu_{nm} d\Omega. \quad (6)$$

Часть этой мощности пойдет на покрытие потерь.

Из рис. 3 можно сделать заключение, что для обеспечения благоприятных условий развития когерентной лавины фотонов целесообразно увеличивать размер возбужденного вещества в каком-нибудь одном направлении — чтобы увеличить длину пути световых лучей. Этого можно достигнуть, также поместив активное вещество между зеркалами с высоким коэффициентом отражения, благодаря чему световые пучки много раз пробегают через возбужденное вещество. Такая система, изображенная на рис. 4, представляет собой открытый резонатор с активным возбужденным веществом. В целом она и представляет собой квантовый генератор

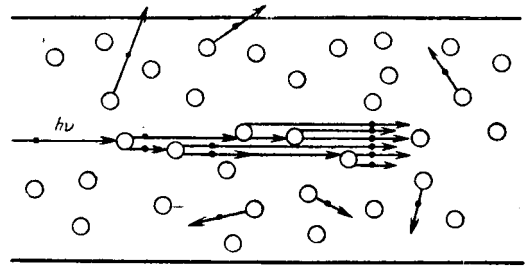


Рис. 3.

света. В таком генераторе устанавливается сразу много типов колебаний или мод. Их также называют радиационными осцилляторами.

На рис. 4 схематически показано, как световые пучки, проходя через активное вещество  $AB$  (возбужденные атомы, молекулы или ионы) в пространстве между зеркалами  $S_1$  и  $S_2$ , испытывают усиление за счет индуцированного излучения. В квантовых генераторах света число одновременно возбуждаемых типов колебаний обычно очень велико. Это число типов колебаний, волновые векторы которых заключены в телесном угле  $d\Omega$ , а интервал частот характеризуется величиной  $\delta\nu$ , может быть выражено с помощью функции плотности радиационных осцилляторов  $\rho(v_{nm})$  следующим образом:

$$d\rho = \rho(v_{nm}) \delta\nu d\Omega, \quad (7)$$

где в случае поляризованного излучения

$$\rho(v_{nm}) = \frac{v_{nm}^2}{c^3}. \quad (8)$$

Для неполяризованного излучения правую часть нужно умножить на 2. Так как  $u(v_{nm})$  связано с  $\rho(v_{nm})$  соотношением

$$u(v_{nm}) = \rho(v_{nm}) N_{nm} h\nu_{nm}, \quad (9)$$

где  $N_{nm}$  — число фотонов на частоте  $v_{nm}$  в  $1 \text{ см}^3$ , то на основании формул (6)–(9) для мощности когерентного излучения  $1 \text{ см}^3$  активного вещества на одной частоте колебаний будем иметь:

$$P_{nm}^{*'} = \frac{P_{nm}^*}{d\rho} = \frac{(\bar{b}_{nm}N_n - \bar{b}_{m,n}N_m) h^2 v_{nm}^2 N_{nm}}{\delta\nu}. \quad (10)$$

Если квантовый генератор имеет объем  $V$  и во всем объеме мы будем считать плотность излучения и возбуждения постоянной, то для когерентной

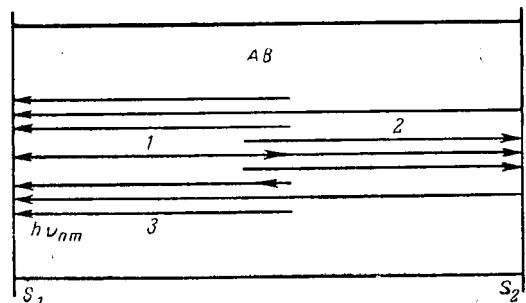


Рис. 4.



мощности, излучаемой этим объемом на одной частоте колебаний, получим:

$$P_{nmV}^{\kappa'} = \frac{(\bar{b}_{nm}N_n - \bar{b}_{mn}N_m) h^2 \nu_{nm} N_{nm} V}{\delta \nu}. \quad (11)$$

Мощность потерь генератора  $P_{nmD}$  на одной частоте колебаний может быть выражена через запасенную энергию  $W_{nmV}$  и добротность резонатора  $Q$  соотношением

$$P_{nmD} = \frac{\omega_{nm} W_{nmV}}{Q}. \quad (12)$$

Энергия, запасенная на одной частоте колебаний, в свою очередь может быть выражена формулой

$$W_{nmV} = h \nu_{nm} N_{nm} V. \quad (13)$$

Самовозбуждение генератора для данного типа колебаний возможно в том случае, если

$$P_{nmV}^{\kappa'} \geq P_{nmD}. \quad (14)$$

Подставляя в неравенство (14) все входящие в него величины, для условий самовозбуждения квантового генератора света будем иметь:

$$\frac{4\pi^2 |D_{nm}|^2 Q}{3h\delta\nu} \left( \frac{N_n}{g_n} - \frac{N_m}{g_m} \right) \geq 1. \quad (15)$$

Под величиной  $\delta\nu$  здесь нужно понимать ширину спектральной линии для спонтанного перехода между  $W_n$  и  $W_m$ .

Из формулы (15) следует, что для обеспечения условий самовозбуждения нужно добиваться инверсной заселенности, выбирать спектральные линии активного вещества по возможности с малой шириной, но в то же время имеющие большой дипольный момент  $|D_{nm}|$  атомного осциллятора. Во всех случаях условия самовозбуждения улучшаются с увеличением добротности резонатора  $Q$ , что в случае квантовых генераторов света связано в первую очередь с увеличением коэффициента отражения его зеркальных поверхностей.

**Различные типы генераторов когерентного света.** В настоящее время основными типами генераторов когерентного света являются квантовые генераторы на твердом теле, квантовые генераторы с газо-

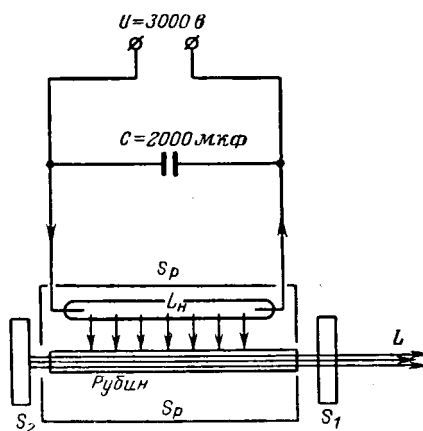


Рис. 5.

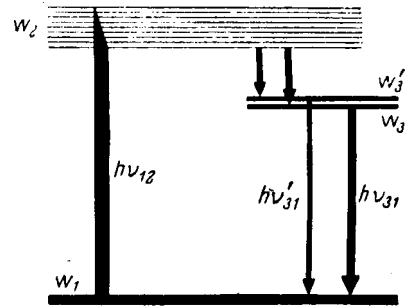


Рис. 6.

образным активным веществом и полупроводниковые квантовые генераторы. Наибольшую известность получил генератор когерентного света на синтетическом рубине с примесью приблизительно 0,05% ионов хрома, которые и являются элементарными излучателями. Схема генератора с рубиновым цилиндрическим стержнем приведена на рис. 5.

Стержень помещен между плоскими зеркалами  $S_1$  и  $S_2$ , параллельными между собой и образующими вместе с кристаллом рубина оптический резонатор. Зеркало  $S_1$  делается полупрозрачным. Возбуждение производится с помощью группы газоразрядных ламп накачки  $L_n$  с криптоно-неоновым наполнением, дающим интенсивное излучение в области 5600 Å. Лампы работают в импульсном режиме и питаются от батареи импульсных конденсаторов. Импульсные лампы и рубиновый стержень помещаются в фокусах цилиндрических отражателей  $S_p$  эллиптического сечения для целей концентрации света во внутрь рубина. Луч когерентного света  $L$  выходит сквозь полупрозрачное зеркало  $S_1$ .

Схема уровней энергии активного вещества (ионов хрома), участвующих в процессах генерации когерентного излучения, приведена на рис. 6. С помощью излучения  $h\nu_{12}$  от внешнего источника (ламп накачки  $L_n$  на рис. 5) вещество возбуждается с основного уровня  $W_1$  на уровни возбужденной зоны  $W_2$ . За очень малое время электроны с возбужденной полосы переходят без излучения на метастабильные (долгоживущие) уровни  $W_3$  и  $W_3'$ . Под воздействием стимулирующих квантов  $h\nu_{31}$  и  $h\nu'_{31}$  совершаются индуцированные переходы с уровней  $W_3$  и  $W_3'$  в основное состояние с испусканием когерентного излучения на частотах  $\nu_{31}$  и  $\nu'_{31}$ . Создание большого числа возбужденных уровней  $W_3$  и  $W_3'$  с помощью внешнего оптического излучения  $h\nu_{12}$  получило название «оптическая накачка».

Когерентное оптическое излучение активированного хромом рубина происходит на длинах волн 6943 и 6929 Å. Излучение на волне 6943 Å по мощности во много раз превосходит излучение на волне 6929 Å. Система уровней энергии, которая имеет у ионов хрома и используется для квантовой генерации когерентного излучения, представляет систему из трех уровней: основного уровня, уровня (точнее — полосы уровней), на который накачка возбуждает ионы хрома, и уровней, на которых создается инверсная заселенность. Такая система называется трехуровневой. Безызлучательные переходы

ды от  $W_2$  к  $W_3$  и  $W'_3$  происходит с преобразованием разности энергий в тепловую энергию. Ширина полосы поглощения около частоты  $h\nu_{12}$  равна  $700 \text{ \AA}$ . Схемы уровней энергии, аналогичные приведенным на рис. 6, имеются у целого ряда твердых веществ.

Достаточно типичными являются следующие характеристики одного из лабораторных квантовых генераторов небольшой мощности на рубине:

- 1) длина рубинового стержня  $120 \text{ мм}$ , диаметр  $9 \text{ мм}$ ;
- 2) зеркала плоские с коэффициентами отражения  $50\%$  ( $S_1$ ) и  $100\%$  ( $S_2$ );
- 3) накачка от конденсаторной батареи емкостью  $1300 \text{ мкф}$ , питающей четыре лампы ИФП-2000 (соединены последовательно без индуктивности);
- 4) энергия накачки до  $8 \text{ кдж}$ ;
- 5) энергия когерентного светового импульса  $10\text{--}20 \text{ дж}$  на длине волны  $6943 \text{ \AA}$ ;
- 6) к. п. д. квантового генератора приблизительно  $0,25\%$ ;
- 7) мгновенная световая мощность около  $10 \text{ кВт}$ ;
- 8) длительность суммарного импульса около  $2 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$ ;
- 9) в стальной пластинке толщиной  $4 \text{ мм}$ , расположенной в фокусе линзы с фокусным расстоянием  $10 \text{ см}$ , световой импульс прожигает отверстие диаметром  $0,5 \text{ мм}$ ;
- 10) интервалы между импульсами зависят от степени охлаждения рубина.

При охлаждении водой можно давать один импульс в секунду, а при интенсивном охлаждении частота импульсов может быть доведена до десятков импульсов в секунду. Характер воздействия такого импульса на вещество достаточно сложен. На рис. 7 приведена фотография разлета вещества, выброшенного из объема, где сфокусированным световым лучом генератора пробито отверстие. Как можно заключить из фотографии, разлетающиеся продукты представляют собой частицы жидкого металла и его паров, разделяющиеся в процессе полета на более мелкие. Выбрасывание вещества в основном, по-видимому, производится за счет сил гидродинамического давления, возникающего при

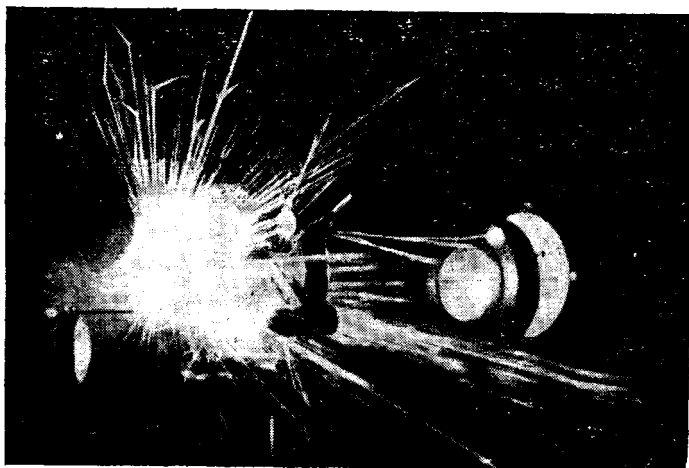


Рис. 7.

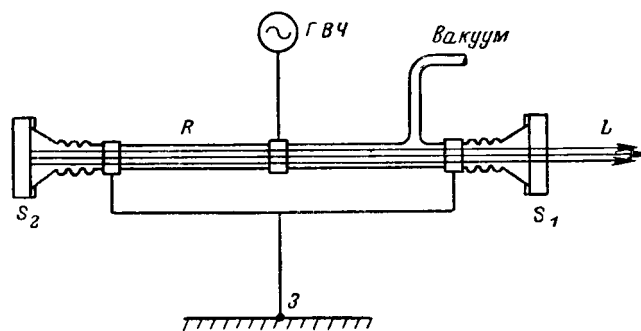


Рис. 8.

расширении вещества от нагревания. Детальные наблюдения позволяют сделать заключение, что часть вещества при этом испаряется. Описанный характер диспергирования вещества может быть использован для различных технических целей, в частности для целей спектрального анализа вещества, а также для целей специальной обработки твердых веществ.

В настоящее время получен ряд активированных стекол, которые могут быть использованы для целей когерентной генерации. Из них наиболее подходящим оказалось неодимовое стекло.

Схема квантового генератора когерентного света с активным газовым веществом приведена на рис. 8. Здесь  $R$  — стеклянная трубка, наполненная смесью газов или чистым газом. С целью создания инверсной заселенности возбуждение газовой смеси осуществляется с помощью газового разряда на постоянном токе или высокочастотного газового разряда, как это показано на рис. 8; питание трубки в последнем случае осуществляется от генератора высокой частоты ГВЧ. Зеркала  $S_1$  и  $S_2$  образуют резонатор,  $L$  — луч когерентного света,  $З$  — заземление. Зеркало  $S_2$  обычно делается с коэффициентом отражения  $R \approx 100\%$ , а зеркало  $S_1$  в случае гелий-неонового квантового генератора имеет  $R \approx 98\%$ . Такие величины коэффициента отражения можно осуществить лишь с помощью многослойных интерференционных диэлектрических зеркал<sup>2</sup>. Следует отметить, что возбуждение на постоянном токе проще и стабильнее, кроме того, при этом высокочастотное поле генератора не мешает измерительной аппаратуре.

Активное вещество гелий-неонового квантового генератора образует так называемую четырехуровневую систему, схема уровней которой изображена на рис. 9. Электроны в газоразрядной трубке квантового генератора, сталкиваясь с атомами гелия, возбуждают их с нормального уровня на возбужденные уровни, в частности на метастабильный уровень с потенциалом возбуждения  $20,55 \text{ в}$ , где атом гелия практически не может потерять энергию вследствие спонтанного излучения. Поэтому число таких возбужденных атомов в газовом разряде оказывается сравнительно большим. Но, сталкиваясь с другими атомами, например с невозбужденными атомами гелия или неона, возбужденные атомы ге-

<sup>2</sup> См., например, Королев Ф. А. и Клементьева А. Ю., Вестник Московского университета, 1957, № 3, стр. 65—73.

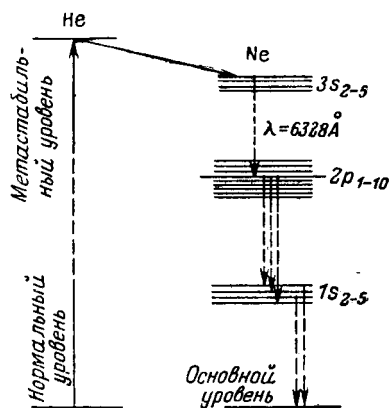


Рис. 9.

лия могут непосредственно (без излучения) передать им энергию возбуждения. На рис. 9 показана схема такой передачи энергии от атома гелия к атому неона без излучения, вследствие чего у атома неона оказываются возбужденными уровни  $3s$ . С этих уровней возможны переходы с излучением света на уровни  $2p$ . При переходе с уровня  $3s_2$  на уровень  $2p_4$  испускается свет на длине волны  $6328 \text{ \AA}$ . Если добротность резонатора квантового генератора достаточно велика, то на этой волне возникает когерентная генерация с достаточной интенсивностью. С уровней  $p$  затем возможны переходы на нижележащие уровни, как это показано на рис. 9.

Кроме указанной возможности, у смеси гелий—неон имеется ряд других комбинаций уровней энергии, на которых возможна когерентная генерация. Соответствующие данные можно найти в упоминавшихся выше обзорных монографиях. Равным образом в настоящее время имеется целый ряд других газовых активных смесей (и чистых газов), которые дают возможность осуществить когерентную генерацию на различных частотах. Излучения квантовых генераторов с активным газообразным веществом характеризуются исключительно высокой степенью когерентности, благодаря чему ширина спектральной линии излучения может достигать доли герца. Это в десятки и сотни миллионов раз лучше, чем у самых высокомономатичных обычных источников света. Длина невозмущенного пучка волн у газового квантового генератора в принципе может быть сделана равной нескольким миллионам километров, в то время как у обычных источников она в лучшем случае не превышает  $3 \text{ м}$ . Типичные лабораторные газовые квантовые генераторы, работающие на смеси гелий—неон, имеют следующие параметры:

- 1) отношение парциальных давлений гелия и неона составляет  $5:1$ , абсолютное давление смеси около  $1 \text{ мм рт. ст.}$ ;
- 2) длина активной части квантового генератора  $1 \text{ м}$ , диаметр около  $7 \text{ мм}$ ;
- 3) зеркала — конфокальные с диэлектрическими отражателями;
- 4) рабочая длина волны  $6328 \text{ \AA}$ ;
- 5) питание от источника постоянного напряжения  $2,5 \text{ кВ}$ ;

- 6) мощность источника приблизительно  $100 \text{ Вт}$ ;
- 7) к. п. д. около  $0,01\%$ ;
- 8) угловая расходимость излучения для основного типа колебаний равна  $30''$ .

Если применить телескопическую систему с отношением фокусов  $1:100$ , то угловая расходимость пучка уменьшится в  $100$  раз и будет составлять величину  $0,3''$ . Такой пучок на расстоянии  $300\,000 \text{ км}$  (на поверхности Луны) дает освещенное пятно диаметром  $300 \text{ м}$ . Столь высокая направленность излучения газовых лазеров открывает перспективы использования их для космической связи и локации, управления космическими объектами и т. д.

Третий тип квантового генератора света — полупроводниковый квантовый генератор — хотя и представляет собой также генератор на твердом теле, однако по механизму возбуждения резко отличается от обычного генератора на твердом теле. Схематически полупроводниковый квантовый генератор изображен рис. 10. Генератор представляет собой полупроводниковый диод, составленный из материалов  $p$  и  $n$  типов, между которыми имеется  $p$ - $n$  переход. Диод осуществлен таким образом, что одна пара плоскостей (здесь перпендикулярных плоскости чертежа) делается перпендикулярной плоскости  $p$ - $n$  перехода, и, таким образом, они являются отражателями, образующими резонатор. Если сквозь диод пропустить большой импульс тока, то происходит возбуждение электронов и дырок в полупроводнике. Рекомбинация их дает излучение света (или инфракрасного излучения). При достаточно большой плотности тока может возникнуть состояние с инверсным распределением носителей тока и, таким образом, создаются условия для когерентной генерации света. Из торцовых поверхностей  $p$ - $n$  перехода будет происходить излучение когерентного света, как это показано на рис. 10 стрелками.

Первые полупроводниковые квантовые генераторы света были осуществлены из монокристаллов арсенида галлия  $n$ -типа с примесью цинка  $p$ -типа. Примесь вводилась в кристалл по методу диффузии. Длина волны излучения  $8430 \text{ \AA}$ , ширина спектральной линии излучения около  $100 \text{ \AA}$ , размер активной площади около  $0,6 \text{ мм}^2$ , импульсная мощность  $3 \text{ Вт}$ , к. п. д. около  $100\%$ . Температура, при которой работали такие генераторы, составляла  $77^\circ \text{С}$ . Плотность тока возбуждения может изменяться от  $8000$  до  $20\,000 \text{ \AA/см}^2$ , угловой растрор излучаемого светового пучка — около  $4^\circ$ . Кроме арсенида галлия, возможна генерация на фосфиде индия, а также на сплаве арсенида и фосфида галлия. Изменение состава сплава приводит к изменению длины генерируемой волны.

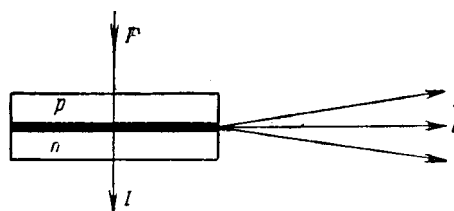


Рис. 10.

Характерной особенностью полупроводниковых квантовых генераторов является их очень высокий коэффициент полезного действия, что выгодно отличает их от газовых квантовых генераторов и генераторов на твердом теле.

**Резонаторы для квантовых генераторов.** Типы колебаний, возбуждаемых в квантовых генераторах. Простейший тип резонатора для квантового генератора света представляет собой систему двух плоскопараллельных зеркал  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 11), установленных с максимально возможной точностью параллельно друг другу. Одно из зеркал, например  $S_1$ , делается слегка прозрачным, благодаря чему излучение из резонатора может выходить наружу. В таком резонаторе устанавливаются определенные типы волн, которые для направлений распространения, близких к направлению нормали  $00$  к зеркалам, аналогичны типам волн в закрытом объемном резонаторе. Отличие в основном заключается в несколько ином распределении амплитуд волн. Поэтому если угол  $\psi$  (рис. 11) мал, то для данного открытого резонатора можно воспользоваться теорией закрытого резонатора.

Рассмотрим резонатор, у которого зеркала имеют квадратную форму со сторонами  $D$  при расстоянии между зеркалами  $l$ . Обычно у квантовых генераторов света  $D$  значительно меньше  $l$ . Если выбрать оси координат  $x, y$  параллельно сторонам зеркал и ось  $z$  провести параллельно направлению  $00$  через край зеркал, то для компонент электромагнитного поля световых волн, устанавливающихся в резонаторе, можем написать:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \sin \omega_n t; \\ E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \cos\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \sin \omega_n t; \\ E_z &= E_{0z} \sin\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \sin \omega_n t; \\ H_x &= H_{0x} \sin\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \cos\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t; \\ H_y &= H_{0y} \cos\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t; \\ H_z &= H_{0z} \cos\left(\frac{n_x \pi}{D} x\right) \cos\left(\frac{n_y \pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где  $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$  — компоненты векторов электрического и магнитного поля волны;

$E_{0x}, E_{0y}, E_{0z}, H_{0x}, H_{0y}, H_{0z}$  — их амплитудные значения;

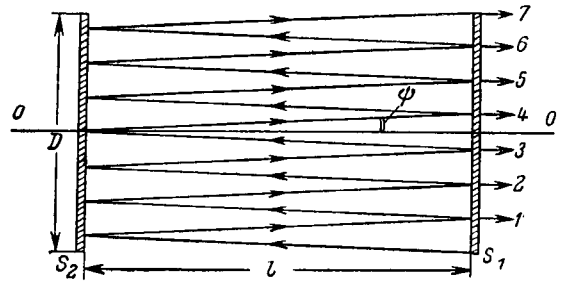


Рис. 11.

$n_x, n_y, n_z$  — целые числа (начиная с нуля), выражающие номер гармоники электромагнитного поля вдоль соответствующей оси;

$\omega_n$  — частота колебаний волны для заданной тройки чисел  $n_x, n_y, n_z$ .

Между  $\omega_n$  и числами  $n_x, n_y, n_z$  имеет место соотношение

$$\frac{n_x^2}{D^2} + \frac{n_y^2}{D^2} + \frac{n_z^2}{l^2} = \frac{4}{\lambda_n^2}, \quad (17)$$

где  $\lambda_n$  — длина электромагнитной волны.

Типы волн, которые возникают в таких резонаторах, получили название  $TEM_{n_x n_y}$ -волн (поперечные электромагнитные волны, у которых  $E_z \approx 0$ ). В открытых резонаторах такого типа волны могут быть получены только при малых значениях  $n_x$  и  $n_y$  и больших  $n_z$ . Если  $n_x = 0, n_y = 1$ , то получаем  $TEM_{00}$ -волну; амплитуда поля такой волны имеет узловые линии на поверхностях, параллельных зеркалам, только на расстояниях  $D/2$  от оси. Если  $n_y = 0, n_x = 1$ , то будем иметь также  $TEM_{00}$ -волну, но с другим направлением электрического поля. Соответственно уравнения волн для этих случаев будут:

при  $n_x = 0, n_y = 1$

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \sin\left(\frac{\pi}{D} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t; \\ E_y &= E_z = 0; \end{aligned} \quad (18)$$

при  $n_x = 1, n_y = 0$

$$\begin{aligned} E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{\pi}{D} x\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t; \\ E_x &= E_z = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Если  $n_x = 1, n_y = 1$ , то получаем  $TEM_{10}$ -волну и  $TEM_{01}$ -волну, соответственно имеющие по одной узловой линии параллельно оси  $y$  или оси  $x$ . Эти волны могут быть выражены уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos\left(\frac{\pi}{D} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t; \\ E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{\pi}{D} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{D} y\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n_z \pi}{l} z\right) \cos \omega_n t. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

На рис. 12 приведено распределение по сечению резонатора, перпендикулярному оси  $z$ , амплитуд ко-

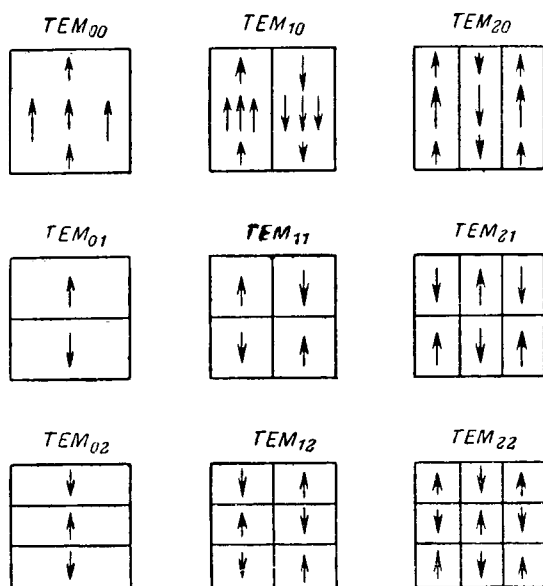


Рис. 12.

лебаний различных типов волн, устанавливающихся в резонаторах описываемого типа.

Рассмотрим теперь характеристики волны вдоль оси  $z$ . Так как числа  $n_x$  и  $n_y$  много меньше  $n_z$ , то в выражении (17) членами  $\left(\frac{n_x}{D}\right)^2$  и  $\left(\frac{n_y}{D}\right)^2$  можно пренебречь. Тогда будем иметь:

$$2l = n_z \lambda_n. \quad (21)$$

Это выражение строго справедливо только для осевого направления распространения волн. Для распространения под углом  $\psi$  его нужно записывать в виде

$$2l \cos \psi = n_z \lambda_n. \quad (22)$$

Выражения (17), (21) и (22) дают возможность определить длину волны, которая может быть возбуждена в таком резонаторе, и, следовательно, определить длины волн, которые может генерировать квантовый генератор света.

Из условий (17), (21) и (22) видно, что может одновременно возбуждаться несколько волн. Возбуждение квантового генератора света на одной определенной длине волны представляет собой нелегкую задачу, которая до конца удовлетворительно еще не решена. Добротность пассивных открытых резонаторов, т. е. резонаторов без активного вещества, зависит от величин  $n_z$ , а также от потерь при отражении от зеркал. Так как в открытых резонаторах, кроме потерь в самих зеркальных поверхностях, имеются еще потери на излучение в открытое пространство, то добротность резонатора не всегда удается выразить простой формулой. Если все потери при одном отражении от зеркал привести к некоторому эффективному коэффициенту отражения  $R$ , то добротность такого резонатора может быть выражена формулой

$$Q = n_z \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}. \quad (23)$$

Потери на дифракционное излучение пропорциональны отношению  $(\lambda/D)^2$ , поэтому целесообразно увеличивать диаметр зеркал (что, однако, не всегда возможно). Равным образом нужно увеличивать коэффициент истинного отражения от зеркальных поверхностей без увеличения поглощения в них. Последнее достигается применением диэлектрических многослойных интерференционных зеркал. Наивысшей добротностью обладает резонатор для волн  $TEM_{00}$  и меньшей — для волн более высоких порядков, так как потери на излучение через боковые поверхности (дифракционные потери) резонатора для них значительно больше.

Если резонатор содержит в своем объеме активное вещество, то добротность резонатора определяется выражением

$$Q = n_z \frac{\pi \sqrt{\tau R}}{1 - \tau R}, \quad (24)$$

где  $\tau$  — коэффициент пропускания светового излучения активной средой, находящейся в объеме резонатора. Для  $\tau R = 1$  будет  $Q = \infty$ ; это соответствует самовозбуждению активного резонатора (т. е. генератора). Резонаторы с плоскими зеркалами используются обычно в генераторах на твердом теле (а также в полупроводниковых генераторах, где зеркалами являются отполированные поверхности диода). В таких резонаторах самовозбуждение осуществляется гораздо легче, чем в газовых квантовых генераторах, для которых чаще всего применяют резонаторы со сферическими зеркалами или комбинации сферического и плоского зеркала, как показано на рис. 13, а и б. Зеркала ставят так, чтобы фокусы обоих зеркал были сравнительно близки друг другу (конфокальное положение). Для случая, показанного на рис. 13, а, плоская пластинка ставится приблизительно в фокальной плоскости зеркала. Достоинством резонаторов со сферическими зеркалами (или, как их иногда называют, «конфокальных резонаторов») являются значительно меньшие дифракционные потери, что обуславливает добротность более высокую, чем у резонаторов с плоскими зеркалами. На рис. 13, б показано устройство, в котором с выходным зеркалом спарена линза, обеспечивающая параллельность выходящего светового пучка.

В резонаторах с конфокальными зеркалами могут устанавливаться типы колебаний как аналогичные приведенным на рис. 12, так и несколько отличные от них. Отличие заключается в том, что некоторые из узловых линий являются не прямыми, а концентрическими кругами.

**Усилители когерентного света.** Усилители когерентного света по своему устройству практически не отличаются от генераторов когерентного света. Усилители света, основанные на стимулированном излучении, могут рассматриваться как генераторы

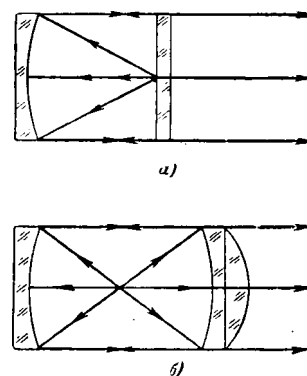


Рис. 13.

с посторонним возбуждением. Известно, что все современные мощные генераторы электромагнитных волн, применяемые в технике, где требуется высокая стабильность частоты, например в технике радиосвязи, представляют собой генераторы с внешним (посторонним) возбуждением. Первичным генератором является маломощный генератор с самовозбуждением, который можно стабилизировать с высокой степенью точности. Высокостабильные сигналы такого генератора подаются на вход мощного усилителя, который и является основным генератором электромагнитных волн. Для усилителей когерентного света положение в принципе аналогичное.

Квантовые усилители света могут быть двух типов: усилители с настроенным резонатором и усилители бегущей волны. Те и другие имеют свои преимущества и недостатки. Рассмотрим сначала усилитель бегущей волны. Как и генератор, он представляет собой активное возбужденное вещество, которому придана вытянутая форма. Это может быть стержень из рубинового кристалла, неодимового стекла или газоразрядная трубка с возбужденной смесью газов, в которых создана инверсная населенность на уровнях, которые могут обеспечить усиление на данной частоте. На рис. 14 схематически изображен квантовый усилитель на твердом теле. Излучение, которое подлежит усилению, входит слева в цилиндрический стержень из активного вещества, который подвергается оптической накачке. Если обозначим через  $P_0$  световую мощность, падающую на  $1 \text{ см}^2$  входной поверхности усилителя, то после прохождения светом в активном веществе расстояния  $z$  мощность станет равной:

$$P_z = P_0 e^{-kz}, \quad (25)$$

где  $k$  — коэффициент поглощения.

Потери мощности в единице объема равны:

$$\frac{dP_z}{dz} = -kP_0 e^{-kz} = -kP_z. \quad (26)$$

Если в среде имеет место инверсная населенность, то вместо снижения мощности может происходить ее нарастание. Для приращения мощности на единицу длины усилителя получим:

$$\frac{dP_z}{dz} = |k| P_z. \quad (27)$$

Приращение мощности на  $1 \text{ см}$  длины усилителя равно мощности когерентного излучения единицы объема. Следовательно, мы должны приравнять величину  $|k| P_z$  величине мощности когерентного излучения единицы объема, определяемой формулой (6). Тогда будем иметь:

$$|k| P_z = (\bar{b}_{nm} N_n - \bar{b}_{mn} N_m) u(\nu_{nm}) h\nu_{nm} d\Omega. \quad (28)$$

Величина мощности  $P_z$  равна плотности энергии  $u(\nu_{nm})$ , умноженной на скорость света в данной среде, т. е.

$$P_z = u(\nu_{nm}) \frac{c}{n}, \quad (29)$$

где  $n$  — показатель преломления активного вещества.

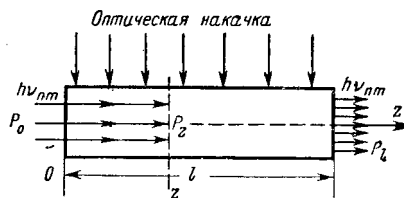


Рис. 14.

Следовательно, коэффициент отрицательного поглощения  $|k|$  равен:

$$|k| = \frac{n}{c} (\bar{b}_{nm} N_n - \bar{b}_{mn} N_m) h\nu_{nm} d\Omega. \quad (30)$$

Коэффициент отрицательного поглощения, отнесенный к одной волне (одному типу колебаний на одной определенной частоте), определяется выражением

$$k^* = \frac{|k|}{\rho(\nu_{nm}) \delta\nu d\Omega},$$

откуда имеем:

$$k^* = \frac{hc^2 n}{\nu_{nm} \delta\nu} (\bar{b}_{nm} N_n - \bar{b}_{mn} N_m). \quad (30a)$$

Выходящая из усилителя мощность равна:

$$P_l = SP_0 e^{k^* l},$$

где  $S$  — сечение выходящего из усилителя светового пучка.

Величина

$$\tau = e^{k^* l} \quad (31)$$

называется коэффициентом усиления усилителя на бегущей волне. Он быстро возрастает с увеличением длины активного вещества и ростом коэффициента отрицательного поглощения.

Квантовый усилитель с настроенным резонатором представляет собой резонатор с активным веществом, находящимся между его зеркалами. Если на резонатор падает световое излучение, которое в отверстии резонатора характеризуется силой света  $I_0$ , то на выходе из него сила света будет равна:

$$I = \frac{I_0 \tau \theta^2}{(1 - \tau R)^2}. \quad (32)$$

Здесь  $\tau$  — коэффициент усиления активного вещества на один пробег луча между зеркалами;  $\theta$  — коэффициент пропускания зеркал резонатора;  $R$  — эффективный коэффициент отражения зеркал (с учетом потерь на излучение). Величина

$$T = \frac{I}{I_0} = \frac{\tau \theta^2}{(1 - \tau R)^2} \quad (33)$$

представляет собой коэффициент усиления квантового усилителя при поглощении света веществом  $\tau < 1$ . Если резонатор наполнен активной средой, то  $\tau > 1$  и свет, проходя через него, усиливается. В этом случае резонатор работает как квантовый усилитель. Коэффициент усиления  $T$  тем больше, чем больше расстояние между зеркалами  $l$ , коэффициент отрицательного поглощения  $k^*$  и коэффициент отражения зеркал.

Наконец, если выполнено условие

$$1 - \tau R = 0, \quad (34)$$

то коэффициент усиления  $T$  обращается в бесконечность, т. е. происходит самовозбуждение усилителя, и он превращается в квантовый генератор с самовозбуждением.

Необходимо теперь обратить внимание на важные характеристики оптического излучения квантовых усилителей и генераторов света. Угловая ширина светового пучка, выходящего из квантового усилителя, для волны  $TEM_{00}$  определяется формулой

$$2\delta\varphi = 2 \sqrt{\frac{1 - \tau R}{n_z \pi \sqrt{\tau R}}} \quad (35)$$

Из этой формулы видно, что чем больше  $\tau$ , тем меньше дф. Следовательно, чем больше коэффициент когерентного усиления света, тем большей направленностью обладает световой пучок, выходящий из квантового усилителя. Наконец, если  $1 - \tau R = 0$ , т. е. при самовозбуждении, угловой расхождение пучка становится равным нулю. На практике, однако, всегда имеется дифракционное расширение пучка. Поэтому даже в самом идеальном случае генерации  $TEM_{00}$ -волны угловая расходимость генерируемого пучка будет равна:

$$2\theta = 2 \frac{\lambda}{D}, \quad (36)$$

где  $\theta$  — угол дифракции;  $D$  — размер зеркал генератора (усилителя).

Ширина спектра излучения, выходящего из квантового усилителя, определяется формулой

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{n_z} \frac{1 - \tau R}{\pi \sqrt{\tau R}} \quad (37)$$

По мере увеличения  $\tau$  величина  $\delta\lambda$  будет уменьшаться. В пределе, когда  $1 - \tau R = 0$ , т. е. при осуществлении условий самовозбуждения,  $\delta\lambda = 0$  и усилитель (генератор) излучает идеально монохроматическую волну. На самом деле ввиду ряда дефектов в усилителях и генераторах излучаемая волна имеет хотя и небольшую, но все же конечную ширину спектра.

Из формул (31) и (33) следует, что с помощью усилителей с настроенным резонатором могут быть осуществлены гораздо большие коэффициенты усиления, чем с усилителями бегущей волны. Однако недостатком настроенного усилителя является то, что он требует поддержания с огромной степенью точности стабильности геометрических, электрических и оптических параметров. Осуществить эти условия простыми средствами пока не удастся. По-видимому, наиболее хорошим решением здесь будет применение автоподстройки частоты усилителя.

**Гигантский импульс.** Квантовые генераторы на твердом теле даже при обычных режимах их рабо-

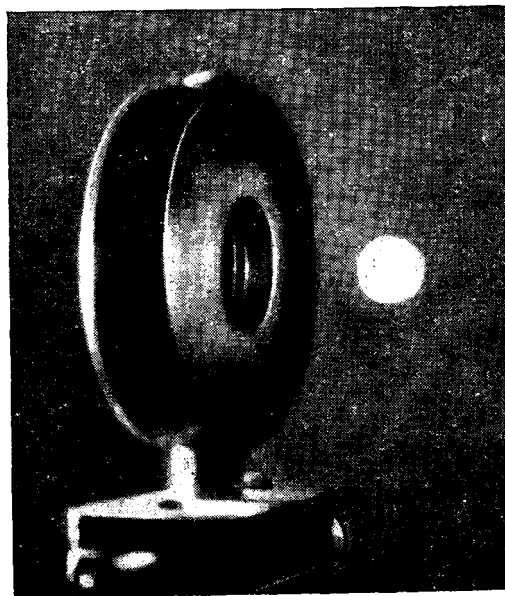


Рис. 16.

ты могут давать импульсы с мгновенной мощностью порядка 1000 кВт и более. Однако можно осуществить специальный режим возбуждения квантового генератора, когда мгновенная мощность будет достигать сотен тысяч и миллионов киловатт, а длительность импульса будет составлять несколько наносекунд. Такой режим возбуждения можно осуществить, если быстро во времени менять величину добротности резонатора квантового генератора в интервале от нуля до максимально возможного его значения. Этот процесс получил название «модуляция добротности». Если в квантовом генераторе на твердом теле в момент накачки активного вещества добротность резонатора равна нулю, то генерация возникнуть не может. Если же в какой-то момент весьма быстро довести добротность резонатора до достаточно большой величины, то самовозбуждение возникает с колоссальной скоростью и вся запасенная энергия излучается за время в несколько наносекунд, а импульсные мощности достигают сотен тысяч и миллионов киловатт. Такой импульс получил название гигантского.

Для получения гигантского импульса может быть применена схема, изображенная на рис. 15. Здесь внутри резонатора квантового генератора света введен быстродействующий затвор  $M$ . В качестве его могут служить керр-ячейка, быстро вращающееся зеркало (со скоростью вращения луча порядка 100 000 об/мин), нелинейный светофильтр и т. д. С такой установки может быть получен гигантский импульс с мгновенной мощностью порядка 100 Мвт и длительностью 10—12 нсек. С применением усилителя можно получать мгновенные мощности около 10 000 Мвт с длительностью в 1 нсек.

Действие сфокусированного гигантского импульса на вещество имеет ряд особенностей, обусловленных огромной плотностью электромагнитной энергии в луче. Фокусировка луча при наличии гигантского импульса приводит при достаточно большой мощности к искровому пробое в воздухе и

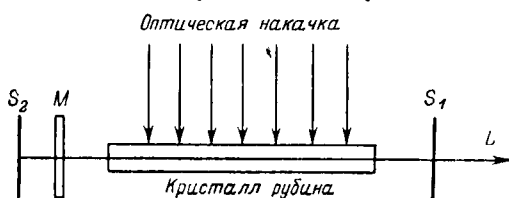


Рис. 15.

других газах. На рис. 16 приведена фотография искры, вызванной гигантским импульсом от квантового генератора на рубине, в котором в качестве модулятора добротности применен нелинейный светофильтр. Перед фокусирующим объективом видно белое пятно свечения искрового разряда в том месте, где сфокусирован гигантский импульс. Световой пучок самого импульса не виден.

При падении гигантского импульса на поверхность конденсированного вещества происходит мгновенное испарение вещества и его электрическое возбуждение. При этом прожигания вещества насквозь не происходит. Это обусловлено очень малой длительностью импульса. Такое взаимодействие сфокусированного гигантского импульса с веществом во всех его фазовых состояниях, т. е. в газообразном, жидком и твердом, весьма благоприятно для целей проведения спектрального анализа вещества.

**Применения квантовых генераторов света.** Описанные выше особенности излучения квантовых генераторов и усилителей света открывают ряд новых возможностей для их применения. Высокая частота колебаний несущей волны, очень большая направ-

ленность и когерентность излучения газовых квантовых генераторов открывают новые возможности для наземной и космической связи, для целей оптической локации, управления летательными аппаратами и т. д. С помощью такого высококогерентного излучения можно осуществлять точнейшие физические измерения длин, скоростей вращения и ряда других явлений и процессов. Огромные плотности энергии в пучках света квантовых генераторов позволяют производить мощные воздействия на вещество, что можно использовать как для технических целей, так и для целей изучения физических процессов, возникающих при этом в веществе.

Особенно интересным оказалось открытие нелинейных оптических эффектов, которые возникают в ряде веществ и приводят к возникновению излучений на другой частоте (генерация гармоник в нелинейных кристаллах, генерация когерентного комбинационного излучения и др.). В настоящее время происходит интенсивное изучение всех этих явлений, которые, несомненно, еще более расширят возможности использования необычных свойств нового вида электромагнитного излучения, даваемого квантовыми генераторами света.

[4.5.1966]



УДК 621.391.822

## Частотные методы расчета шумов на выходе линейных электрических цепей и систем управления

Доктор техн. наук, проф. А. С. ШАТАЛОВ

Москва

**Расчетная схема.** Шумы в электрических цепях обуславливаются свойствами их элементов. Например, для сопротивлений и полупроводников характерны тепловые шумы.

В [Л. 1] рассмотрены элементы расчета шумящих электрических цепей и передаточные свойства различных схем, возбужденных шумами. Используя структурные представления [Л. 2], для шумов легко также получить передаточные функции или функции влияния для погрешностей и нестабильностей, возникающих на различных участках цепи.

Аппарат исследования линейных электрических цепей во многом совпадает с аппаратом исследования линейных систем автоматического управления [Л. 3], поэтому в дальнейшем для обоих случаев будем применять более общий термин «системы».

На рис. 1, а условно показана система, преобразующая полезный сигнал  $\xi$  в реакцию  $\eta$ , а также шум  $x$ , создающий на выходе фон  $y$ . При суммировании реакции и фона полезный сигнал и шум, приложенные на различных участках системы с замкнутой в общем случае структурой, имеют, как показано на рис. 1, б, свои операторные функции передачи — соответственно  $\Pi(p)$  и  $\Phi(p)$ .

В дальнейшем будем рассматривать только условия передачи шума, используя часть общей схемы (рис. 1, в).

Будем вначале, как и в [Л. 1], спектральную мощность шума  $S_0$  считать постоянной и заданной на ограниченной полосе частот от  $\omega=0$  до  $\omega_0$ . Полная мощность шума, совпадающая по величине с квадратом среднеквадратического значения, т. е. с дисперсией  $D_x$ , в этом случае составляет:

$$D_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} S_0 d\omega = \frac{S_0 \omega_0}{\pi}. \quad (1)$$

Для определения дисперсии на выходе системы, помимо входной дисперсии, надо знать еще амплитудную частотную характеристику системы, получаемую из ее операторной функции передачи:

$$\Phi(j\omega) = \Phi(p) |_{p=j\omega}. \quad (2)$$

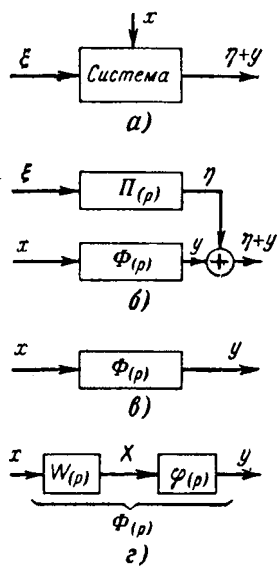


Рис. 1.



Тогда

$$D_y = \frac{S_0}{\pi} \int_0^{\omega_0} |\Phi(j\omega)|^2 d\omega = \frac{D_x}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} |\Phi(j\omega)|^2 d\omega. \quad (3)$$

Используем понятие об эффективной полосе пропускания системы

$$\omega_0 = \int_0^{\omega_0} |\Phi(j\omega)|^2 d\omega \approx \int_0^{\omega_0} |\Phi(j\omega)|^2 d\omega. \quad (4)$$

Здесь расширение пределов интегрирования допустимо для случаев, когда полоса частот спектра шумов существенно превосходит полосу пропускания системы.

При этом получим:

$$D_y = \frac{\omega_0}{\omega_0} D_x. \quad (5)$$

Возможно задание шума с переменной мощностью на разных частотах, являющейся функцией спектральной плотности. Даже в случае равномерного первичного шума (единичного уровня) после прохождения им линейного звена на его выходе будет функциональная спектральная плотность. Так, для рис. 1,2 после прохождения белого шума  $x$  через звено с функцией передачи  $W(p)$  спектральная плотность на выходе звена будет:

$$S_X(\omega) = |W(j\omega)|^2, \quad (6a)$$

а на выходе второго звена спектральная плотность составит:

$$S_y(\omega) = |\varphi(j\omega)|^2 S_X(\omega). \quad (6б)$$

Поэтому дисперсию следует определить согласно формуле

$$D_y = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} S_y(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} |\varphi(j\omega)|^2 S_X(\omega) d\omega. \quad (6в)$$

Таким образом, связь между входной дисперсией второго звена

$$D_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} S_X(\omega) d\omega \quad (6г)$$

и ее значением на выходе  $D_y$  в общем случае более сложна, чем связь, определяемая выражением (5), и хотя зачастую достаточно определить только дисперсию на выходе от шумовых помех, но для поэтапного расчета приходится определять всю функцию спектральной плотности.

Вместо функций спектральных плотностей в ряде случаев удобнее применять корреляционные функции  $K(\tau)$ , по которым дисперсия определяется более просто:

$$D = K(\tau)/_{\tau=0} = K(0). \quad (7)$$

Спектральная плотность и корреляционная функция связаны между собой двусторонним прямым и обратным преобразованиями Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = FF\{K(\tau)\}; \quad (8a)$$

$$K(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = FF^{-1}\{S(\omega)\}. \quad (8б)$$

Справа в приведенных формулах показаны условные обозначения операций прямого (FF) и обратного (FF<sup>-1</sup>) двусторонних преобразований Фурье. Если наряду с двусторонним преобразованием Фурье рассмотреть односторонние преобразования

$$\bar{S}(j\omega) = \int_0^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = F\{K(\tau)\}; \quad (9a)$$

$$K(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = F^{-1}\{\bar{S}(j\omega)\}, \quad (9б)$$

где  $K(\tau) = K(\tau) \cdot 1(\tau)$  — правая полуветвь двусторонней четной корреляционной функции;

$\bar{S}(j\omega)$  — ее комплексный спектр, то расчеты по формуле (7) могут быть проделаны в области изображений на основе предельного перехода

$$D = K(0) = K[0] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega \bar{S}(j\omega). \quad (10)$$

В силу четности функций корреляции  $K(\tau) = K(-\tau)$  и спектральной плотности  $S(\omega) = S(-\omega)$  между односторонним и двусторонним преобразованиями Фурье легко устанавливается следующая зависимость:

$$S(\omega) = 2 \operatorname{Re} \bar{S}(j\omega), \quad (11a)$$

причем

$$\bar{S}(j\omega) = \frac{1}{2} [S(\omega) + jT(\omega)] = \frac{1}{2} \{S(\omega) + j\lambda_S^T[S(\omega)]\}, \quad (11б)$$

где  $\frac{1}{2} S(\omega)$  — вещественная часть комплексного спектра;

$\frac{1}{2} T(\omega)$  — его мнимая часть;

$\lambda_S^T$  — символическая запись операции определения по вещественной части комплексного спектра его мнимой части.

Тогда формула (10) может быть представлена в виде

$$D = -\frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{\omega \lambda_S^T[S(\omega)]\}. \quad (12a)$$

Помимо вычисления одной точки корреляционной функции ( $\tau=0$ ), для поэтапных расчетов всегда требуется установление полной корреляционной функции по ее полуветви ( $\tau>0$ ), т. е.

$$K(\tau) = \frac{1}{2} F^{-1}\{S(\omega) + j\lambda_S^T[S(\omega)]\}. \quad (12б)$$

Операция перехода от вещественной части комплексного спектра корреляционной функции к его мнимой компоненте, обозначенная  $\lambda_S^T$ , является частным случаем лямбда-преобразований, подробно рассмотренных нами в [Л. 4]. Ее применение в фор-

мулах (11)–(12) допустимо только при определенных ограничениях, накладываемых на преобразуемые функции. Так, шумы на входе и выходе любой системы или ее части (рис. 1,2) будем считать стационарными случайными процессами, а сами системы — устойчивыми.

Все функции частоты  $\omega$  или комплексного аргумента  $p$  в преобразованных по Лапласу формулах будем считать заданными в форме дробей вида

$$\frac{v(p)}{\mu(p)} = \frac{v_m p^m + v_{m-1} p^{m-1} + \dots + v_1 p + v_0}{\mu_n p^n + \mu_{n-1} p^{n-1} + \dots + \mu_1 p + \mu_0} \quad (13)$$

с конкретными значениями порядков полиномов  $m$ ,  $n$  и их коэффициентов  $v_j$ ,  $\mu_i$ . Определение искомого функций будет в дальнейшем сведено к установлению неизвестных коэффициентов функций, подобных (13).

**Расчет корреляционной функции на выходе системы при входном белом шуме единичного уровня.** Рассмотрим систему, свойства которой заданы операторной функцией передачи

$$\Phi(p) = \frac{v_2 p^2 + v_1 p + v_0}{\mu_3 p^3 + \mu_2 p^2 + \mu_1 p + \mu_0} \quad (14a)$$

или комплексной функцией передачи

$$\Phi(j\omega) = \frac{v_0 - v_2 \omega^2 + j v_1 \omega}{\mu_0 - \mu_2 \omega^2 + j (\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3)}. \quad (14b)$$

Согласно (6б) для  $S_x(\omega) = 1$  имеем:

$$S_y(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 = \frac{(v_0 - v_2 \omega^2)^2 + v_1^2 \omega^2}{(\mu_0 - \mu_2 \omega^2)^2 + (\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3)^2}. \quad (15)$$

По (11б) нетрудно установить, что комплексный спектр корреляционной функции на выходе системы должен иметь тот же знаменатель, что и (14б). Поэтому

$$2\bar{S}(j\omega) = \frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{\mu_0 - \mu_2 \omega^2 + j(\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3)}. \quad (16)$$

Остается определить неизвестные коэффициенты  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ . Для этого, раскрыв соотношение (11a), получим:

$$\begin{aligned} \frac{(v_0 - v_2 \omega^2)^2 + v_1^2 \omega^2}{(\mu_0 - \mu_2 \omega^2)^2 + (\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3)^2} = \\ = \operatorname{Re} \frac{b_0 - b_2 \omega^2 + j b_1 \omega}{\mu_0 - \mu_2 \omega^2 + j(\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) следует тождество

$$\begin{aligned} v_0^2 + (v_1^2 - 2v_0 v_2) \omega^2 + v_2^2 \omega^4 = (b_0 - b_2 \omega^2) \times \\ \times (\mu_0 - \mu_2 \omega^2) + b_1 \omega (\mu_1 \omega - \mu_3 \omega^3). \end{aligned} \quad (18)$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $\omega$  в левой и правой частях тождества (18), получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \mu_2 b_2 + \mu_3 (-b_1) + 0 &= v_2^2; \\ \mu_0 b_2 + \mu_1 (-b_1) + \mu_2 b_0 &= 2v_0 v_2 - v_1^2; \\ \mu_0 b_0 &= v_0^2. \end{aligned}$$

Ее решение следующее:

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{\begin{vmatrix} v_2^2 & \mu_3 & 0 \\ 2v_0 v_2 - v_1^2 & \mu_1 & \mu_2 \\ v_0^2 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mu_2 & \mu_3 & 0 \\ \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}} = \\ &= \frac{\mu_0 \mu_1 v_2^2 + \mu_0 \mu_3 (v_1^2 - 2v_0 v_2) + \mu_2 \mu_3 v_0^2}{\mu_0 (\mu_1 \mu_2 - \mu_0 \mu_3)}; \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\begin{aligned} -b_1 &= \frac{\begin{vmatrix} \mu_2 & v_2^2 & 0 \\ \mu_0 & 2v_0 v_2 - v_1^2 & \mu_2 \\ 0 & v_0^2 & \mu_0 \end{vmatrix}}{\mu_0 (\mu_1 \mu_2 - \mu_0 \mu_3)} = \\ &= -\frac{\mu_0 \mu_2 v_1^2 + (\mu_0 v_2 - \mu_2 v_0)^2}{\mu_0 (\mu_1 \mu_2 - \mu_0 \mu_3)}; \end{aligned} \quad (19b)$$

$$b_0 = \frac{v_0^2}{\mu_0}. \quad (19b)$$

Теперь комплексный спектр корреляционной функции (16) полностью определен. Его также можно записать в преобразованной по Лапласу форме:

$$2L\{K_y[\tau]\} = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{\mu_3 p^3 + \mu_2 p^2 + \mu_1 p + \mu_0}. \quad (20)$$

На основе обратного преобразования Лапласа находится вся правая полуветвь корреляционной функции

$$K_y[\tau] = \sum_{i=1}^3 \frac{b(p_i)}{\mu'(p_i)} e^{p_i \tau} \quad (21a)$$

(рассматривается случай некрatных полюсов  $p_1 \neq p_2 \neq p_3$ ), или на основе предельного перехода, аналогичного (10), определяется только выходная дисперсия

$$D_y = \frac{b_2}{2\mu_3} = K_y[0]. \quad (21b)$$

Если необходимое в (21a) предварительное вычисление полюсов  $p_i$  нежелательно, то можно по (20) собрать на электронных интеграторах схему [Л. 2], дающую  $K_y[\tau]$  в виде осциллограммы.

Функцию  $K_y[\tau]$  можно также получить приближенным путем непосредственно из (15), если график спектральной плотности представить в виде алгебраической суммы треугольников, примыкающих одной стороной (основанием) к оси ординат. На рис. 2 показаны три таких треугольника, заданные

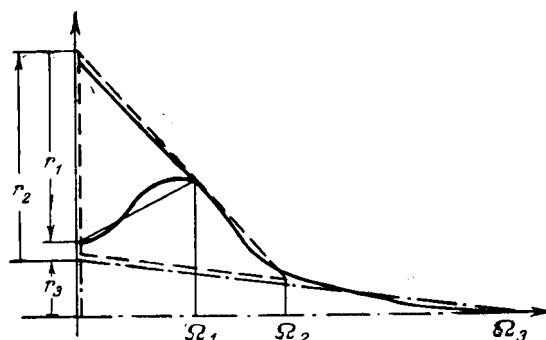


Рис. 2.

высотами  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  и основаниями  $r_1, r_2, r_3$ , причем  $r_1 < 0, r_2 > 0, r_3 > 0$ . После этого, как известно [Л. 2], можно определить оригинал  $K_y[\tau]$  в следующей форме:

$$K_y[\tau] = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^N r_i \Omega_i \left( \frac{\sin \frac{\Omega_i \tau}{2}}{\frac{\Omega_i \tau}{2}} \right)^2. \quad (22a)$$

При  $\tau = 0$  получаем дисперсию

$$D_y = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N r_i \Omega_i. \quad (22b)$$

**Расчет выходной корреляционной функции при произвольном стационарном шуме.** Заданную корреляционную функцию входного шума  $K(\tau)$  используем для получения одностороннего и двустороннего изображений Фурье:

$$2\bar{S}_x(j\omega) = 2F\{K[\tau]\} = \frac{\beta_0 + \beta_1(j\omega) + \dots}{\alpha_0 + \alpha_1(j\omega) + \dots} = \frac{\beta(j\omega)}{\alpha(j\omega)}, \quad (23a)$$

$$S_x(\omega) = FF[K(\tau)] = 2 \operatorname{Re} \bar{S}_x(j\omega) = \frac{\operatorname{Re} [\beta(j\omega) \alpha(-j\omega)]}{|\alpha(j\omega)|^2}. \quad (23b)$$

Удобно считать, что входная спектральная плотность в свою очередь формируется из белого шума единичного уровня некоторым фильтром с комплексной функцией передачи  $W(j\omega)$ , определяемой из уравнения

$$|W(j\omega)|^2 = S_x(\omega), \quad (24a)$$

которое разрешается относительно  $W(j\omega)$  в виде

$$W(j\omega) = \frac{\gamma_0 + \gamma_1(j\omega) + \dots}{\alpha_0 + \alpha_1(j\omega) + \dots} = \frac{\gamma(j\omega)}{\alpha(j\omega)}. \quad (24b)$$

Знаменатель (24b) совпадает со знаменателем (23a), а числитель содержит неизвестный полином  $\gamma(j\omega)$ . Используя соотношения (23b) и (24a), можно получить тождество

$$|\gamma(j\omega)|^2 = \operatorname{Re} [\beta(j\omega) \alpha(-j\omega)], \quad (24b)$$

из которого путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях  $\omega$  образуется система уравнений для определения коэффициентов  $\gamma_i$ .

Так, например, для корреляционной функции

$$K_x(\tau) = D_x e^{-\sigma|\tau|} \cos \Omega \tau \quad (25a)$$

получаем:

$$\begin{aligned} \bar{S}_x(j\omega) &= \frac{D_x(\sigma + j\omega)}{(\sigma^2 + \Omega^2 - \omega^2) + j2\sigma\omega} = \\ &= \frac{\frac{1}{2}[\beta_0 + \beta_1(j\omega)]}{\alpha_0 + \alpha_1(j\omega)} \end{aligned}$$

и

$$S_x(\omega) = \frac{2D_x[\sigma(\sigma^2 + \Omega^2 + 2\sigma\Omega) + 2\sigma\omega^2]}{(\sigma^2 + \Omega^2)^2 + 2(\Omega^2 + 2\sigma^2)\omega^2 + \omega^4}. \quad (25b)$$

Задаваясь для формирующего фильтра комплексной функцией передачи вида

$$W(j\omega) = \frac{\gamma_0 + \gamma_1(j\omega)}{(\sigma^2 + \Omega^2) + 2\sigma(j\omega) + (j\omega)^2},$$

получаем тождество

$$2D_x[\sigma(\sigma^2 + \Omega^2 + 2\sigma\Omega) + 2\sigma\omega^2] = \gamma_0^2 + \gamma_1^2 \omega^2.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= (\sigma + \Omega) \sqrt{2D_x\sigma}; \\ \gamma_1 &= 2\sqrt{D_x\sigma}. \end{aligned}$$

Итак, формирующий фильтр с функцией передачи

$$W(j\omega) = \frac{\sqrt{D_x\sigma}[(\sigma + \Omega)\sqrt{2} + j2\omega]}{(\sigma^2 + \Omega^2) + 2\sigma(j\omega) + (j\omega)^2} \quad (25b)$$

преобразует белый шум единичного уровня в стационарный шум с корреляционной функцией (25a) или спектральной плотностью (25b).

Для расчетной схемы, приведенной на рис. 1,2, в которой первым звеном служит формирующий фильтр, а вторым — система, заданная комплексной функцией передачи вида

$$\varphi(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{m(j\omega)} = \frac{v_0 + v_1(j\omega) + v_2(j\omega)^2 + \dots}{m_0 + m_1(j\omega) + m_2(j\omega)^2 + \dots}, \quad (26a) \quad \textcircled{B}$$

получаем комплексную функцию передачи всей схемы в виде произведения

$$\Phi(j\omega) = W(j\omega) \varphi(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{\mu(j\omega)}. \quad (26b)$$

Здесь в правой части коэффициенты полиномов числителя и знаменателя обозначены так же, как и в (14b), но они теперь связаны с коэффициентами функций передачи формирующего фильтра и собственно системы соотношениями:

$$\begin{aligned} v_0 &= \gamma_0 v_0; & \mu_0 &= \alpha_0 m_0; \\ v_1 &= \gamma_0 v_1 + \gamma_1 v_0; & \mu_1 &= \alpha_0 m_1 + \alpha_1 m_0; \\ v_2 &= \gamma_0 v_2 + \gamma_1 v_1; & \mu_2 &= \alpha_0 m_2 + \alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_0 \end{aligned} \quad (26b)$$

и т. д.

После получения коэффициентов  $v_i$  и  $\mu_j$  дальнейшие расчеты идут в последовательности, определенной формулами (14) — (22). Поскольку эти формулы выведены для частного вида передаточной функции (14a), обобщим их на передаточную функцию произвольного порядка

$$\Phi(j\omega) = \frac{v_m(j\omega)^m + v_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + v_0}{\mu_n(j\omega)^n + \mu_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + \mu_0}. \quad (27a)$$

Ей соответствует комплексный спектр корреляционной функции

$$\bar{S}_y(j\omega) = \frac{b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{\mu_n(j\omega)^n + \dots + \mu_1(j\omega) + \mu_0}, \quad (27b)$$

коэффициенты которого  $b_i$  подлежат определению из системы уравнений, ...,  $i = 0, 1, 2, (n-1)$ .

Определитель, составленный из коэффициентов  $\mu_i$ , в общем случае записывается в виде

$$\Delta_r = \begin{vmatrix} \mu_{n-1} & \mu_n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{n-2} & \mu_{n-1} & \mu_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_2 & \mu_1 & \mu_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}, \quad (28a)$$

т. е. его диагональ заполняется коэффициентами от  $\mu_0$  внизу до  $\mu_{n-1}$  вверх. Далее в строки вносятся коэффициенты в порядке возрастания их номеров. Правее  $\mu_n$  и левее  $\mu_0$  пишутся нули. Этот определитель совпадает со старшим определителем Гурвица, используемым при анализе системы на устойчивость, и положителен для устойчивой системы.

Коэффициенты полинома в числителе (27б) находятся по следующим общим формулам:

$$b_{n-1} = \frac{(-1)^{n-1}}{\Delta_r} \begin{vmatrix} 2v_{n-2}v_n - v_{n-1}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2(v_0v_{10} - v_1v_9 + v_2v_8 - v_3v_7 + v_4v_6) - v_5^2 & \dots & \mu_6\mu_7\mu_8\mu_9\mu_{10} \\ 2(v_0v_8 - v_1v_7 + v_2v_6 - v_3v_5) - v_4^2 & \dots & \mu_4\mu_5\mu_6\mu_7\mu_8 \\ 2(v_0v_6 - v_1v_5 + v_2v_4) - v_3^2 & \dots & \mu_2\mu_3\mu_4\mu_5\mu_6 \\ 2(v_0v_4 - v_1v_3) - v_2^2 & \dots & \mu_0\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4 \\ 2v_0v_2 - v_1^2 & \dots & 0 & 0 & \mu_0\mu_1\mu_2\mu_3 \\ v_0^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}; \quad (28б)$$

$$b_{n-2} = \frac{(-1)^{n-2}}{\Delta_r} \begin{vmatrix} \mu_{n-1} & 2v_{n-2}v_n - v_{n-1}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{n-3} & 2(v_{n-4}v_n - v_{n-3}v_{n-1}) - v_{n-2}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 2(v_0v_{10} - v_1v_9 + v_2v_8 - v_3v_7 + v_4v_6) - v_5^2 & \dots & \mu_6\mu_7\mu_8\mu_9\mu_{10} \\ 0 & 2(v_0v_8 - v_1v_7 + v_2v_6 - v_3v_5) - v_4^2 & \dots & \mu_4\mu_5\mu_6\mu_7\mu_8 \\ 0 & 2(v_0v_6 - v_1v_5 + v_2v_4) - v_3^2 & \dots & \mu_2\mu_3\mu_4\mu_5\mu_6 \\ 0 & 2(v_0v_4 - v_1v_3) - v_2^2 & \dots & \mu_0\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4 \\ 0 & 2v_0v_2 - v_1^2 & \dots & 0 & 0 & \mu_0\mu_1\mu_2 \\ v_0^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}; \quad (28в)$$

$$b_0 = \frac{v_0^2}{\mu_0}. \quad (28г)$$

Дисперсия в общем случае определяется по формуле

$$D_y = \frac{b_{n-1}}{2\mu_n}. \quad (29)$$

При делении полиномов, входящих в (27б), возможно получить частное в виде ряда

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{C_i}{p^{i+1}} \div \sum_{i=0}^{\infty} \frac{C_i \tau^i}{i!} \quad (30а)$$

и перейти, как показано в правой части соответствия (30а), к эквивалентному ряду Маклорена для корреляционной функции. Члены последнего ряда, как известно, содержат коэффициенты, равные производным функции при  $\tau=0$ :

$$K(0) = C_0 = \frac{b_{n-1}}{\mu_n};$$

$$K'(0) = C_1 = \frac{b_{n-2}\mu_n - b_{n-1}\mu_{n-1}}{\mu_n^2} \quad (30б)$$

и т. д.

Этот путь позволяет установить величины производных корреляционной функции и тем самым определить начальный участок ее графика, избегая обратных преобразований Фурье или Лапласа, необходимых для (12б).

**Выводы.** Предложенная процедура преобразования корреляционных функций шумов в линейных системах позволяет однотипным методом на основе одних и тех же определителей с различными замещенными столбцами рассчитывать не только дисперсию, но и все свойства корреляционной функции на выходе системы при заданном стационарном случайном воздействии. Это дает ряд расчетных преимуществ по сравнению с непосредственными расчетами по формуле (6в) даже при применении имеющихся в литературе таблиц подобных интегралов от дробно-рациональных функций. Примененные преобразования в частотной области в отличие от методики, изложенной в [Л. 5], приводят к компактным формам записи конечных результатов.

#### Литература

1. Дементьев Е. П., Элементы общей теории и расчета шумящих линейных цепей, Госэнергоиздат, 1963.
2. Шаталов А. С., Структурные методы в теории управления и электроавтоматике, Госэнергоиздат, 1963.
3. Шаталов А. С., Структурные методы анализа электрических цепей, «Электричество», 1963, № 5.
4. Шаталов А. С., Преобразования сигналов и изображающих их функций обобщенными линейными системами, изд-во «Энергия», 1965.
5. Ньютон Дж. К., Гулд Л. А. и Кайзер Дж. Ф., Теория линейных следящих систем, Физматгиз, 1961.

[9.3.1965]



# Расчет оптимальных по быстродействию электромагнитов

Доктор техн. наук В. А. КАРАСЕВ

Москва

При расчете электромагнита в первую очередь исходят из требуемых статических характеристик. Характерной величиной является произведение  $P_{\text{макс}}\delta$ , где  $\delta$  — заданный ход, а  $P_{\text{макс}}$  — номинальная сила тяги, которая часто рассматривается как усилие при полном зазоре и установившемся токе. Это произведение в основном определяет размеры электромагнита. При этом важное значение имеет также и заданная мощность питания. В этом случае должны быть учтены температурные условия, среда, наличие трения, вибрация и т. п. Наилучшие решения, в частности минимальные размеры электромагнита, находятся на основании расчетов нескольких вариантов для заданных  $P_{\text{макс}}$ ,  $\delta$  и условий эксплуатации.

Если при заданных статических характеристиках необходимо одновременно обеспечить минимальное время срабатывания, то задача расчета электромагнита значительно усложняется. Метод быстрого и достаточно точного определения динамических характеристик электромагнита при известных конструктивных данных рассмотрен ранее [Л. 1—3]. Однако выбор самих этих данных затруднительно основывать только на расчете серии дополнительных вариантов.

В настоящей статье выводятся общие закономерности для определения условий наибольшего быстродействия электромагнита и для соответствующего выбора его конструкции.

Примем следующие обозначения:

$Q$  — площадь, пронизываемая потоком в воздушном зазоре, под которой можно подразумевать площадь полюсов ввиду малости влияния краевого эффекта,  $\text{см}^2$ ;

$\omega$  — число витков обмотки;

$x_0 = \zeta\delta + \frac{\lambda}{\mu_{\text{ср}}}$  — начальное значение приведенного зазора,  $\text{см}$ ;

$\zeta$  — число рабочих зазоров;

$\lambda$  — длина силовой линии в магнитопроводе,  $\text{см}$ ;

$\mu_{\text{ср}}$  — средняя за время процесса магнитная проницаемость стали;

$r$  — омическое сопротивление цепи обмотки (включая внутреннее сопротивление источника),  $\text{ом}$ ;

$E$  — э. д. с. источника,  $\text{в}$ ;

$\rho_{\text{в}}$  — коэффициент влияния вихревых токов;

$m$  — масса якоря, деленная на  $\zeta$ ,  $\text{кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{см}^{-1}$ ;

$t_0$  — время от момента включения электромагнита до трогания,  $\text{сек}$ ;

$B_{\text{макс}} = \frac{1,25\omega}{x_0} \frac{E}{r}$  — условная максимальная индукция,  $\text{гс}$ ;

$P_{\text{макс}} = \left(\frac{B_{\text{макс}}}{5000}\right)^2 Q\zeta$  — условная максимальная сила тяги,  $\text{кг}$ ;

$W_{\text{м}} = \frac{E^2}{r}$  — условная максимальная мощность,  $\text{вт}$ ;

$P_{\text{п}}$  — противодействующая внешняя сила,  $\text{кг}$ ;

$$\Psi = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{макс}}} = (\theta_0)^2.$$

Ниже будем считать силу  $P_{\text{п}}$  постоянной. Если в действительности она будет изменяться с перемещением якоря, то будем подразумевать под  $P_{\text{п}}$  ее среднее значение [Л. 3].

Вычислим сначала минимум времени действия электромагнита при изменении произведения  $Q\omega^2$ . Если не менять основных размеров электромагнита при данном  $Q\omega^2$ , то можно сравнительно легко изменять число витков обмотки, перераспределяя соотношение меди и стали. Полученные в результате этого выражения для определения минимальных времен действия электромагнита проанализируем в зависимости от мощности питания, начального зазора, движущейся массы, вихревых токов, противодействующей силы и индукции.

Под временем действия электромагнита можно подразумевать две величины:

время движения — от момента трогания электромагнита до падения его на упор;

полное время срабатывания, включающее и время неподвижного состояния электромагнита от момента приложения электрического импульса до трогания.

Вычисляя минимальное время срабатывания электромагнита при включении, нельзя забывать о времени срабатывания при его выключении, поскольку часто важно знать обе эти взаимосвязанные величины. Представляет также интерес определение «минимума минимумов» времени движения и срабатывания электромагнита.

«Время движения»  $t_{\text{д}}$  определяется как промежуток времени между моментом трогания и окончания перемещения якоря на всю длину хода  $\delta$ .

Возьмем за основу выражение для вычисления  $t_{\text{д}}$  [Л. 2]:

$$t_{\text{д}} = y_0 h \approx N^{0,38} (0,55 + 1,5\theta_0 + 1,55\theta_0^3) h, \quad (1)$$

где  $N$  и  $h$  — коэффициенты, вычисляемые по конструктивным данным электромагнита (см. ниже).

Эта формула получена на основе интерполяции  $y_0$  в диапазоне  $N$  от 1 до 80. На рис. 1 дополнительно проведены кривые для  $N$ , находящегося в интервале от нуля до 1. Для этого диапазона коэффициенты формулы (1) изменяются незначительно.

Обозначим зависящий от конструктивных данных параметр  $Q\omega^2$  через  $u$ :

$$Q\omega^2 = u. \quad (2)$$

Кроме того, согласно ранее выведенным формулам [Л. 2]

$$\theta_0 = A_1 u^{-0,5}, \quad (3)$$

где

$$A_1 = \frac{4000 x_0 r \sqrt{P_{\pi}}}{E \sqrt{\xi}}. \quad (4)$$

Известно также [Л. 2], что

$$\left. \begin{aligned} \theta_0 &= \sqrt{\Psi}; \\ h &= A_2 u^{0,5}; \\ N &= A_3 u^{-0,5}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= 0,5 \cdot 10^{-4} \frac{P_{\pi}}{E} \sqrt{\frac{P_{\pi}}{\xi}}; \\ A_3 &= 10^5 \frac{m E^2 \xi^{1,5}}{r \rho_{\pi}^2 P_{\pi}^{2,5}}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Подставив значение этих величин в уравнение (1), получим:

$$t_d = A_4 a(\theta_0), \quad (7)$$

где

$$a(\theta_0) = \theta_0^{-0,64} (0,55 + 1,5\theta_0 + 1,55\theta_0^3);$$

$$A_4 = A_3^{0,36} A_2 A_1^{0,64} = 0,625 \left( \frac{P_{\pi}}{\xi W_m} \right)^{0,28} \frac{m^{0,36} x_0^{0,64}}{P_{\pi}^{0,08}}.$$

Определим минимум  $t_d$  при изменении  $\theta_0$ . В выражения для  $A_1$  и  $A_4$  не входит  $u$ , и поэтому согласно формуле (3) минимум  $t_d$  по  $\theta_0$  можно рассматривать и как минимум по конструктивному параметру  $u$ .

Продифференцировав выражение (7) и приравняв полученное при этом выражение нулю, найдем, что

$$\frac{\partial t_d}{\partial \theta_0} = A_4 (-0,35\theta_0^{-1,64} + 0,54\theta_0^{-0,64} + 3,66\theta_0^{1,36}) = 0.$$

Умножив это равенство на  $\theta_0^{1,64}$ , получим:

$$-0,35 + 0,54\theta_0 + 3,66\theta_0^3 = 0.$$

Решение этого уравнения равно:

$$\theta_{0\text{мин}} = 0,35. \quad (8)$$

Анализ второй производной указывает, что данный корень соответствует минимуму  $t_d$ .

Подставив указанное значение  $\theta_{0\text{мин}}$  в формулу (7), получим:

$$t_{d,\text{мин}} = 2,24 A_4. \quad (9)$$

Рассмотрим выражение (7) для значений  $A_4$ , определяющих  $t_{d,\text{мин}}$ . Из физических представлений понятно, что для уменьшения времени  $t_{d,\text{мин}}$  необходимо увеличивать мощность  $W_m$ , уменьшать зазор  $x_0$ , приведенную подвижную массу электромагнита  $m$  и коэффициент влияния вихревых токов  $\rho_{\pi}$ . Но требует пояснения тот факт, что возможный минимум времени движения электромагнита почти не зависит от силы  $P_{\pi}$ . Время  $t_d$  отсчитывается от момента, когда магнитная сила становится равной силе противодействия  $P_{\pi}$ . Если эту последнюю увеличить, то возрастет и индукция  $B_{\text{нач}}$  в момент начала движения якоря электромагнита, что повлечет и возрастание средней за время движения индукции

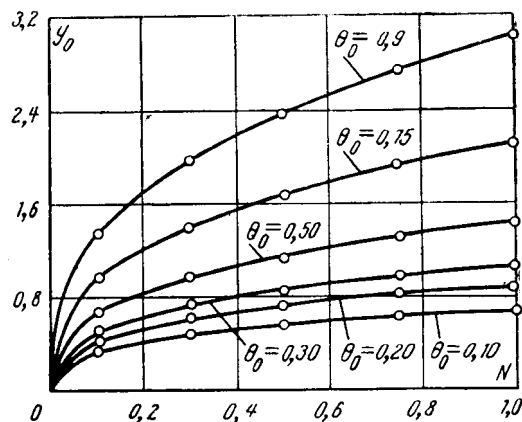


Рис. 1.

(индукция возрастает во время движения якоря монотонно [Л. 2]). Таким образом, если сила противодействия увеличивается, то растет и средняя движущая магнитная сила. В итоге возможное минимальное время движения почти не зависит от  $P_{\pi}$ .

Учитывая выражения (2)–(4) и (8), получим значение  $u$ , обуславливающее минимум времени движения:

$$Q\omega_{\text{мин}}^2 = \left( \frac{A_1}{0,35} \right)^2 = \frac{1,31 \cdot 10^8 x_0^2 r^2 P_{\pi}}{E^2 \xi}. \quad (10)$$

На основе этой формулы можно вычислять число витков обмотки электромагнита при известных других величинах.

Можно также показать, что при выполнении условия (10) справедливо равенство

$$P_{\text{макс}} = 8P_{\pi}.$$

Индукция в момент начала движения якоря электромагнита равна:

$$B_{\text{нач}} = 5000 \sqrt{\frac{P_{\pi}}{\xi Q}}.$$

Учитывая это выражение и принимая во внимание уравнение (10), можно показать, что если соблюдаются условия минимума  $t_d$ , то

$$B_{\text{макс}} = 2,86 B_{\text{нач}}.$$

Перейдем к анализу полного времени срабатывания электромагнита  $t_s$ , включающего в себя и время  $t_0$  начальной задержки движения.

Известно [Л. 1], что

$$t_0 = \frac{L}{r} \rho_{\pi} \ln \frac{1}{1 - \alpha_0}, \quad (11)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{4000 x_0 r}{E \sqrt{Q\omega^2}} \sqrt{\frac{P_{\pi}}{\xi}}.$$

Здесь и в дальнейшем принято, что скос зазора [Л. 1] отсутствует и угол  $\varphi = 0$ .

Начальную самоиндукцию  $L$  можно определить по формуле

$$L = \frac{1,25 \cdot 10^{-8} Q\omega^2}{x_0}.$$

Из уравнений (2) и (3) следует, что

$$Q\omega^2 = \frac{A_1^2}{\theta_0^2}.$$

Подставив в формулу (11) значения входящих в нее величин, получим:

$$t_0 = \frac{0,2\rho_B x_0 r P_{\pi}}{E^2 \xi} \frac{1}{\theta_0^2} \ln \frac{1}{1 - \alpha_0}.$$

Учитывая выражения (2) — (4), находим, что

$$\alpha_0 = \frac{4000 x_0 r \theta_0}{E A_1} \sqrt{\frac{P_{\pi}}{\xi}} = \theta_0$$

и, следовательно,

$$t_0 = \frac{0,2\rho_B x_0 r P_{\pi}}{E^2 \xi} \frac{1}{\theta_0^2} \ln \frac{1}{1 - \theta_0}. \quad (12)$$

На основании равенства (7) можно написать выражение для определения полного времени срабатывания:

$$t_s = t_0 + t_d = A_4 K(\theta_0), \quad (13)$$

где

$$K(\theta_0) = a(\theta_0) + \gamma_1 b(\theta_0);$$

$$b(\theta_0) = -\theta_0^{-2} \ln(1 - \theta_0);$$

$$\gamma_1 = 0,32 \left( \frac{\rho_B}{\xi W_m} \right)^{0,72} \left( \frac{x_0}{m} \right)^{0,36} P_{\pi}^{1,08}.$$

О физическом смысле коэффициента  $\gamma_1$  будет сказано ниже. Приравняв производную  $\frac{dK(\theta_0)}{d\theta_0}$  нулю, получим:

$$\theta_0^{0,36} (-0,35\theta_0 + 0,54\theta_0^2 + 3,66\theta_0^4) + \gamma_1 \left[ \frac{\theta_0}{1 - \theta_0} + 2 \ln(1 - \theta_0) \right] = 0. \quad (14)$$

Для величин, соответствующих минимуму  $t_s$ , будем применять индекс «минс» в отличие от индекса «мин», принятого для величин, обуславливающих минимум  $t_d$ .

На рис. 2 приведены графики  $K = f(\theta_0, \gamma_1)$ , вычисленные по формуле (13). На рис. 2 показано также геометрическое место точек минимумов этих графиков, удовлетворяющее зависимостям (14) и (13). Абсциссы последней кривой характеризуют значения  $\theta_{0 \text{ минс}}$ , а ординаты дают соответствующие  $K_{\text{минс}}$ .

Очевидно, что

$$t_{s \text{ минс}} = A_4 K_{\text{минс}}. \quad (15)$$

Необходимо также учитывать, что

$$(Q\omega^2)_{\text{минс}} = \left( \frac{A_1}{\theta_{0 \text{ минс}}} \right)^2. \quad (16)$$

Если выражение (15) разделить на равенство (9), то можно получить

$$\frac{t_{s \text{ минс}}}{t_{d \text{ минс}}} = 0,447 K_{\text{минс}}. \quad (17)$$

Эта формула позволяет использовать для расчета величины  $t_{s \text{ минс}}$  соотношения, справедливые для  $t_{d \text{ минс}}$ .

В соответствии с формулой (13) для определения  $t_{s \text{ минс}}$  нужно знать величину  $\gamma_1$  и вычислять зна-

чение  $A_4$  по известному уравнению [см. формулу (7)]. В эту формулу входят следующие величины:

мощность  $W_m$ , выбор которой зависит от условий эксплуатации, режима охлаждения и целесообразная величина которой ограничена условиями магнитного насыщения;

приведенный зазор  $x_0$ , определяемый заданным ходом якоря электромагнита;

деленная на  $\xi$  масса ярма, уменьшение которой ограничено необходимостью иметь площадь сечения потока, достаточную для требуемой силы притяжения;

коэффициенты  $\rho_B$  и  $\xi$ , определяемые положением в основу типом конструкции и материалом магнитопровода. При этом необходимо учитывать, что изменение силы противодействия  $P_{\pi}$  мало влияет на  $A_4$  (в формуле величина  $P_{\pi}$  возведена в степень, близкую к нулю).

Проанализируем возможность варьирования указанных величин. Здесь прежде всего нужно учесть, что при расчете, определяющем режим включения электромагнита, часто приходится считаться также со временем его последующего выключения. При выключении электромагнита от момента команды до разрыва тока проходит некоторое время  $t'_0$ , аналогичное времени  $t_0$  задержки начала движения якоря при включении электромагнита. Это время, зависящее от скорости нарастания сопротивления дуги или свойств электронной схемы, обычно значительно меньше  $t_0$ . Можно с достаточным приближением считать, что трогание якоря происходит в момент полного исчезновения тока и его движение происходит только под действием пружины (т. е. только под действием силы  $P_{\pi}$ ). При этом время обратного движения якоря до образования зазора  $x'_0$  равно:

$$t_{d.об} = \sqrt{\frac{\frac{2x'_0}{\xi} m \xi}{P_{\pi}}} = \sqrt{\frac{2x'_0 m}{P_{\pi}}}. \quad (18)$$

Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} x'_0 &= x_0 \kappa; \\ \frac{t_{d.об}}{t_{d \text{ минс}}} &= q. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Для электромагнитов  $\kappa = 1$ ; для реле  $x'_0$  соответствует длине обрыва дуги и  $\kappa < 1$ . При электромагнитах двустороннего действия по большей части величина  $q$  не должна значительно отличаться от единицы.

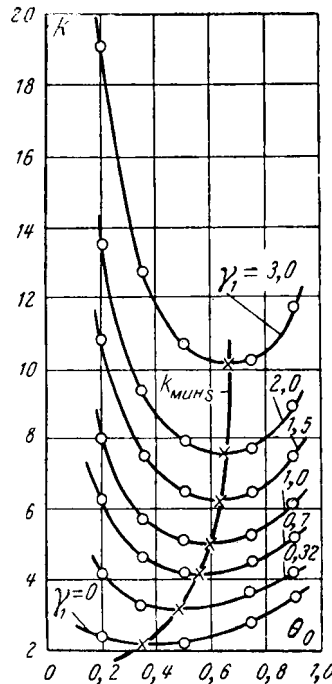


Рис. 2.

Подставив в равенство (19) выражения (18) и (9), получим с учетом формулы (7):

$$q = \left( \frac{W_m \zeta}{\rho_B} \sqrt{\frac{m}{x_0}} \right)^{0,28} \kappa^{0,5} P_{\Pi}^{-0,42}. \quad (20)$$

Сопоставив это уравнение с равенством (13), обнаружим, что

$$\gamma_1 = 0,32 q^{-2,57} \kappa^{1,28} = 0,32 \left( \frac{t_{д, мин}}{t_{д, об}} \right)^{2,57} \kappa^{1,28}. \quad (21)$$

Отсюда следует, что с увеличением времени обратного движения  $t_{д, об}$  уменьшается коэффициент  $\gamma_1$ , следовательно, уменьшается  $K_{мин}$  (рис. 2), т. е. появляется возможность уменьшить время включения  $t_s$ . Или, другими словами, при уменьшении минимального времени включения электромагнита одновременно увеличивается минимальное время его выключения.

Если  $t_{д, мин} = t_{д, об}$  и  $\kappa = 1$ , то  $\gamma_1 = 0,32$ , причем минимум полного времени включения электромагнита лишь примерно в 1,5 раза больше возможного минимума времени движения якоря при включении.

Из формул (15) и (9) с учетом выражения для  $A_4$  из выражения (7) вытекает, что во всех случаях время срабатывания электромагнита уменьшается при увеличении мощности  $W_m$ . Обычно после включения электромагнит неопределенно долго находится под воздействием э. д. с.  $E$ , и мощность  $W_m$ , как длительная, ограничена нагревом и ресурсами питания. Однако можно сделать так, чтобы после промежутка времени, достаточного для окончания процесса включения, ток обмотки электромагнита уменьшался до величины, нужной лишь для надежного удерживания якоря при малом конечном зазоре. Таким образом, можно во много раз повысить н. с. во время процесса включения. Это осуществляется или при помощи кратковременно включаемой форсирующей обмотки, или применением различных способов переключений. В таком случае  $W_m$  ограничена главным образом разрывной мощностью контактов.

Для небольших электромагнитов с успехом может быть использована электронная переключающая схема. При этом импульс напряжения имеет большую амплитуду, а затем она скачком уменьшается. Таким образом, например, было форсировано действие реле РЭС-10. По техническим условиям оно питается напряжением 30 в, при котором данный экземпляр имел время включения 5 мсек. При импульсе повышенной амплитуды время включения составило 1,5 мсек.

Необходимо также учесть, что целесообразный уровень повышения мощности  $W_m$  связан с явлением насыщения. Покажем это.

Согласно выражениям (3) и (6) можно записать, что

$$N = \theta_0 \frac{A_3}{A_1} = 25 \frac{m}{x_0} \left( \frac{W_m \zeta}{\rho_B} \right)^2 \frac{\theta_0}{P_{\Pi}^3}. \quad (22)$$

В первом приближении можно также принять [Л. 2, рис. 4]:

$$z_0 \approx 1,6 N^{0,16}. \quad (23)$$

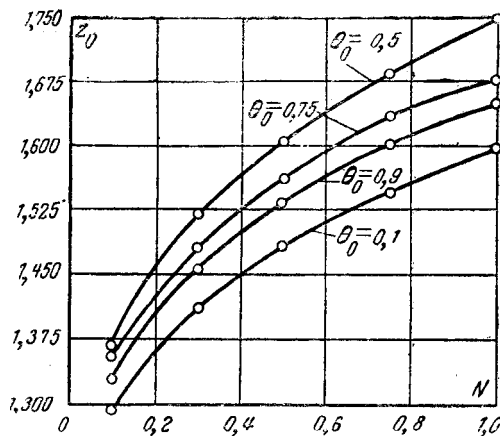


Рис. 3.

На рис. 3 приведены дополнительно кривые для  $N$ , лежащего в диапазоне от 0,1 до 1. Для этого диапазона в формуле (23) вместо коэффициента 1,6 нужно подставить 1,7.

С другой стороны, можно показать [Л. 2], что

$$z_0 = \frac{B_0}{c} = \frac{B_0}{5000} \sqrt{\frac{Q \zeta}{P_{\Pi}}}, \quad (24)$$

где  $B_0$  — индукция в конце движения якоря.

Из соотношений (22) — (24) получим:

$$W_m \approx \frac{0,045}{\sqrt{\theta_0}} \left( \frac{B_0}{5000} \right)^{3,12} \frac{Q^{1,55} \zeta^{0,55} \rho_B x_0^{0,5}}{P_{\Pi}^{0,06} m^{0,5}}. \quad (25)$$

В эту формулу при определении минимума  $t_d$  нужно подставлять:

$$\theta_0 = \theta_{0 мин} = 0,35.$$

При минимуме  $t_s$  в том частном случае, когда  $q = 1$  и  $\kappa = 1$ , имеем:

$$\theta_0 = \theta_{0 мин} = 0,48.$$

При увеличении площади  $Q$  растет также и масса подвижного ярма  $m \zeta$ , причем растет быстрее, чем  $Q$ . Вместе с увеличением  $Q$  при данной индукции возрастают и все сечения магнитопровода. Например, при полюсах прямоугольного сечения и П-образном магните возрастает не только площадь основания ярма, равная  $(2,5 \div 3) Q$ , но и высота ярма. Подсчеты показывают, что масса ярма увеличивается примерно пропорционально  $Q^{3/2}$ . Поэтому в правой части выражения (25) определяющим множителем является индукция  $B_0$ . Последняя во всяком случае должна быть меньше уровня, соответствующего насыщению, и выше такого уровня не имеет смысла форсировать мощность  $W_m$ .

На основании совместных решений выражений (25), (9) и (7) получим ориентировочную зависимость минимального времени от индукции:

$$t_{д, мин} \approx \frac{2,88 x_0^{0,5}}{\left( \frac{B_0}{5000} \right)^{0,375} P_{\Pi}^{0,06}} \frac{m^{0,5}}{(Q \zeta)^{0,435}}. \quad (26)$$

В это выражение не входит коэффициент  $\rho_B$ . Физически это объясняется тем, что размагничиваю-



щее действие вихревых токов отражено в величине  $B_0$ .

Для кольцевого электромагнита (рис. 4) приближенно [Л. 1] можно принять:

$$\begin{aligned} Q &= 2\pi R_{\text{ср}} a \text{ [см}^2\text{]}; \\ m &= \frac{7,5 \cdot 10^{-3}}{981} 2\pi R_{\text{ср}} \frac{4 \cdot 0,75 a^2}{2} = \\ &= 2\pi R_{\text{ср}} \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} a^2 \text{ [кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{см}^{-1}\text{]}; \\ \zeta &= 2. \end{aligned}$$

Следовательно, входящий в уравнение (26) сомножитель равен:

$$\frac{m^{0,5}}{(Q\zeta)^{0,435}} \approx \sqrt{\frac{11,5 \cdot 10^{-6} a}{2}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{a}.$$

Если  $B_0 = 15\,000$  гс,  $x_0 = 0,4$  см,  $P_{\text{п}} = 100$  кг,  $a \approx a_{\text{ср}} = 0,8$  см, то согласно формуле (26)

$$t_{\text{д. мин}} = \frac{2,88 \sqrt{0,4}}{30,975 \cdot 1000,06} 2,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{0,8} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ сек.}$$

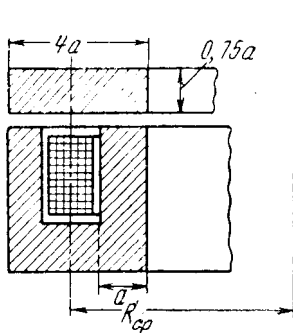


Рис. 4.

Полное время срабатывания электромагнита можно вычислить при помощи выражения (17).

Вычисленное таким образом время движения якоря теоретически достижимо даже для столь крупного электромагнита, как в вышеприведенном примере. Однако при этом весьма возрастает импульсная мощность  $W_{\text{м}}$ , и для устранения влияния вихревых токов магнитопровод должен быть шихтованным [Л. 1].

Связь между противодействующей силой  $P_{\text{п}}$  и коэффициентом  $q$  характеризуется формулой (20). На основании этой формулы получим:

$$P_{\text{п}} = q^{-2,38} \left( W_{\text{м}} \frac{\zeta}{P_{\text{в}}} \sqrt{\frac{m}{x_0}} \right)^{0,67 \kappa^{1,19}}.$$

Отсюда видно, что если соблюдать условия экстремума, то при заданных  $q$  и  $\kappa$  с ростом мощности  $W_{\text{м}}$  должна расти и сила  $P_{\text{п}}$  пропорционально степени  $3/2$ . При прочих равных условиях уменьшение  $q$ , т. е. ускорение обратного движения якоря по отношению к прямому движению, требует для сохранения условий экстремума увеличения  $P_{\text{п}}$ .

Необходимо также учитывать, что сила  $P_{\text{п}}$  определяет устойчивость притянутого якоря при внешних воздействиях (удары и вибрации). Обычно за-

дается максимальное расчетное ускорение  $G_{\text{м}}$ , которому может подвергнуться корпус электромагнита. Произведение этого ускорения на массу  $\zeta m$  должно быть менее силы, прижимающей якорь. В предыдущих выводах под  $P_{\text{п}}$  мы подразумевали постоянную величину  $P_{\text{п.ср}}$ . Здесь введем текущее значение переменной  $P_{\text{п}}$  [Л. 3]:

$$P'_{\text{п}} = P_{\text{п. макс}} \left( 1 - \mu \frac{x}{x_0} \right).$$

Для отключенного электромагнита получаем условие вибростойкости:

$$P_{\text{п. макс}} (1 - \mu) \geq \zeta m G_{\text{м}}. \quad (27)$$

Для прижатого якоря (в конце движения)

$$\left( \frac{B_{\text{м}}}{5\,000} \right)^2 Q - P_{\text{п. макс}} \geq \zeta m G_{\text{м}}. \quad (28)$$

Величина  $B_{\text{м}}$  должна быть равна или  $B_{\text{макс}}$ , или индукции насыщения, если расчетное значение  $B_{\text{макс}}$  ее превышает. В особо ответственных случаях под  $B_{\text{м}}$  надо подразумевать  $B_0$  — индукцию в конце движения, так как при неблагоприятных условиях притянутое ярмо может оторваться еще до возрастания индукции от  $B_0$  до  $B_{\text{макс}}$ .

Указанные соотношения дают возможность ориентироваться при выборе рационального значения  $\mu$ . Приняв для условий (27) и (28) равенство их левых и правых частей, исключим  $P_{\text{п. макс}}$  и получим:

$$\frac{2 - \mu}{1 - \mu} = \left( \frac{B_{\text{м}}}{5\,000} \right)^2 \frac{Q}{\zeta m G_{\text{м}}}.$$

Для большинства случаев вычисленные по этой зависимости значения  $\mu$  близки к единице.

Если заранее задано условие  $\mu = 0$  (иначе говоря,  $P_{\text{п}} = \text{const}$ ), то

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &\geq \zeta m G_{\text{м}}; \\ \left( \frac{B_{\text{м}}}{5\,000} \right)^2 Q &\geq 2 \zeta m G_{\text{м}}. \end{aligned}$$

Надо помнить о принятом условии: при рассмотрении процесса выключения можно пренебречь электромагнитной силой по сравнению с силой упругости пружины. Обычно это упрощение, допустимо.

Ранее [Л. 2] для раскрытия физического смысла изложенных там соотношений были введены следующие величины:

электромеханическая постоянная, приведенная к 5 000 гс,

$$\tau_{5\,000} = \sqrt{\frac{2mx_0}{P_{5\,000}}},$$

где

$$P_{5\,000} = Q\zeta.$$

Под величиной  $\tau_{5\,000}$  подразумеваем время перемещения массы  $m$  на расстояние  $x_0$  при постоянной силе  $P_{5\,000}$  и начальной скорости, равной нулю; электромагнитная постоянная, отнесенная к 5 000 гс,

$$0,25 T_{5\,000} = 0,25 \cdot 4,44 \cdot 10^{-8} \cdot 5\,000 Q \frac{\omega}{E}.$$

При синусоидальной э. д. с.  $E$  значение  $T_{5000}$  равно периоду, при котором  $E/\omega$  соответствует индукции 5000 гс.

Если учесть выражения для  $h$  и  $N$  [Л. 2], а также принять во внимание, что  $\sqrt{\Psi} = \theta_0$ , то на основании формул (1) и (7) можно получить:

$$t_d = 0,76 \rho_b^{0,28} \tau_{5000}^{0,72} (0,25 T_{5000})^{0,28} \left( \frac{P_{5000}}{P_n} \right)^{0,22} \theta_0^{0,28} a(\theta_0). \quad (29)$$

Если сопоставить формулу (18) настоящей статьи с формулой (16) из [Л. 2], то, учтя равенство (19), получим:

$$t_{д.об} = q t_{д.мин} = \tau_{5000} \sqrt{\frac{P_{5000}}{P_n}}.$$

Выразим отсюда отношение  $\frac{P_{5000}}{P_n}$  и подставим его в уравнение (29), положив  $\theta_0 = \theta_{0,мин} = 0,35$ . Тогда оказывается, что

$$t_{д.мин} = 1,4 q^{0,79} \rho_b^{0,5} \sqrt{\tau_{5000} \cdot 0,25 T_{5000}}. \quad (30)$$

Это означает, что минимальное время движения якоря электромагнита ориентировочно равно удвоенному среднегеометрическому значению  $\tau_{5000}$  и  $0,25 T_{5000}$ .

**Заключение.** Существует число витков обмотки электромагнита, при котором время его срабатывания имеет минимум при прочих равных условиях. Это число характеризуется формулой (10). Время движения при этом определяется по формуле (9). Полное время срабатывания можно получить на основании выражений (15) или (17), где  $K_{минс}$  определяется по графику, изображенному на рис. 2. Коэффициент  $\gamma_1$  можно вычислить на основании формулы (21).

Как следует из формул (9) и (7), экстремальное время движения примерно обратно пропорционально корню кубическому из мощности питания и мало зависит от противодействующей силы. Мощность питания может быть увеличена, если ей придать импульсный характер. Однако повышать ее нецелесообразно выше уровня, при котором возникает магнитное насыщение. Этот уровень характеризуется формулой (25).

При определении оптимума быстродействия электромагнита вычисления удобно производить в следующей последовательности.

Из конструктивных данных определяем  $B_{макс}$ ,  $P_{макс}$  и  $\Psi$ . По формуле (5) находим  $\theta_0$ . Если нужно обеспечить минимум времени движения якоря, то вычисленную величину следует сравнить с формулой (8) и при необходимости изменить конструктивные данные электромагнита так, чтобы  $\theta_0 = 0,35$ . Этого мы можем достичь и другим путем, подбирая число витков так, чтобы удовлетворить соотношение (10). Минимальное время  $t_{д.мин}$  определяется по формуле (9).

Если нужно обеспечить минимум полного времени срабатывания электромагнита, то расчет удобно вести следующим образом.

По условиям задания выясняем желаемые значения  $q$  и  $\kappa$  по формулам (19). Затем, используя выражения (21), вычисляем  $\gamma_1$ . По кривой, изображенной на рис. 2, находим значения  $K_{минс}$  и  $\theta_{0,минс}$ . Подбор витков обмотки, точнее, произведения  $Q\omega^2$ , должен быть произведен по формуле (16). Значение минимального времени срабатывания определяется по выражению (15). Из равенства (20) получаем значение мощности питания  $W_m$ , соответствующей расчетному установившемуся режиму. Если обеспечить это значение мощности невозможно, то полное время срабатывания не будет оптимальным и вычисляется по формуле (13).

Нужно также проверять эффективность повышения  $W_m$ , исходя из условий магнитного насыщения. Мощность питания не должна превышать значения, вычисляемого из соотношения (25), причем  $B_0$  не должно быть более индукции насыщения.

Минимальное время движения якоря электромагнита удобно оценивать по формуле (30). При этом полное время срабатывания электромагнита характеризуется формулой (17).

#### Литература

1. Карасев В. А., Влияние вихревых токов на переходные процессы в электромагнитах, «Электричество», 1963, № 9.
2. Карасев В. А., Расчет динамических режимов электромагнитов, «Электричество», 1964, № 1.
3. Карасев В. А., Расчет движения электромагнитов при переменной силе противодействия, «Электричество», 1965, № 10.

[31.5.1965]



# Уточненный тепловой расчет якорной обмотки

Кандидат техн. наук Ю. К. ВАСИЛЬЕВ

Киев

Разработкой методов расчета стационарного температурного поля якорных обмоток машин постоянного и переменного тока занимались многие ученые, начиная с Арнольда [Л. 1—5, 7, 10]. Однако аналитических методов расчета нестационарного температурного поля этих обмоток, по сведениям автора, не было опубликовано. Многие крупные электродвигатели, имеющие большую разницу между максимальной и средней температурами нагрева, работают в неустановившемся тепловом состоянии, поэтому для подобных машин необходим тепловой расчет как в длительном, так и в переходном тепловом режимах с учетом распределения температуры по секции.

**Исходные уравнения.** Приняты следующие основные допущения. Температура меди изменяется по длине секции, оставаясь постоянной по сечению паза из-за его относительно небольших размеров [Л. 3], т. е. рассматривается одномерная задача. Основные потери в меди зависят от температуры:

$$Q_m = Q_0(1 + k\tau),$$

где для меди  $k=0,004$  и для железа  $k=0$ . Добавочные потери делятся поровну между медью и железом и от температуры не зависят [Л. 8]. Температура железа не зависит от пространственных координат. Вследствие большой теплопроводности меди некоторое изменение температуры железа в аксиальном направлении, в действительности имеющее место, не оказывает существенного влияния; определяющей величиной является средняя температура железа [Л. 5]. Как показывают опыты, она изменяется во времени приблизительно по экспоненте с постоянной времени нагрева меди обмотки [Л. 6]. Нагревание якоря и неподвижных обмоток рассматривается независимо друг от друга [Л. 9 и 11].

Температура воздуха линейно растет по длине машины, изменяясь во времени по экспоненте с постоянной времени нагрева меди [Л. 6].

Начальные условия приняты нулевыми. Теплопередача между обмоткой и коллектором в исходных уравнениях не учитывается, а затем в полученное решение вносится поправка. Таким образом, рассматривается задача, симметричная относительно плоскости, проходящей через центр машины. Асимметрия вносится только несимметричным нагревом воздуха, движущегося аксиально, и теплоотсосом в сторону коллектора.

В соответствии с принятыми допущениями исходные дифференциальные уравнения теплового баланса для единицы объема меди активной части секции, меди лобовой части и железа соответственно будут иметь вид:

$$\lambda_m \frac{\partial^2 \tau_a}{\partial x_a^2} + q_m(1 + k\tau_a) + q_{доб} - (\tau_a - \tau_{ж}) \times \times \frac{\lambda_{из} U_{п}}{\delta_{из} s_m} = a_1 c_m \gamma_m \frac{\partial \tau_a}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\lambda_m \frac{\partial^2 \tau_l}{\partial x_l^2} + q_m(1 + k\tau_l) - \frac{F_l}{V_{м.л}} \frac{\lambda_{из.л} \alpha_l}{\lambda_{из.л} + \alpha_l \delta_{из.л}} \tau_l = = b_1 c_m \gamma_m \frac{\partial \tau_l}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\frac{\lambda_{из} U_{п}}{\delta_{из} s_m} \frac{s_m}{s_{ж}} (\tau_a - \tau_{ж}) + q_{ж} - - \frac{\alpha_{кан} F_{кан} + \alpha_{пов} F_{пов}}{V_{ж}} \tau_{ж} = d_1 c_{ж} \gamma_{ж} \frac{\partial \tau_{ж}}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность;  $\delta$  — толщина изоляции;  $V$  — объем;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\gamma$  — удельный вес;  $s$  — сечение;  $F$  — поверхность;  $U$  — периметр;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $q$  — потери в единице объема<sup>1</sup>.

Коэффициенты  $a_1$  и  $b_1$  в уравнениях (1) и (2) учитывают количество тепла, которое идет на увеличение теплосодержания изоляции якорной обмотки, а коэффициент  $d_1$  в уравнении (3) — то же в конструктивных частях якоря (вал, обмоткодержатели и т. д.). Если отсутствуют точные данные о весах изоляции и других конструктивных частях машины, то, как показывают расчеты, для тяговых двигателей можно принимать:

$$a_1 = b_1 = 1,4 \div 1,6; \quad d_1 = 1,1 \div 1,3.$$

Третье слагаемое левой части уравнения (2) учитывает теплопередачу через изоляцию и теплоотдачу в воздух с лобовой части. Уравнения (1) — (3) выражают закон сохранения энергии соответственно в меди активной и лобовой частях обмотки и железе и якоря и, очевидно, не нуждаются в дополнительных разъяснениях. Отметим только, что в уравнении (2) поверхность охлаждения лобовой части  $F_l = \pi D l_1$ , где  $l_1$  — длина вылета лобовой части, ее объем  $V_{л} = s_m l_1$ ;  $l_1 > l$  — длина спрямленной лобовой части.

В последних членах левой части уравнений (2) и (3) правильное было бы брать не  $\tau_l$  и  $\tau_{ж}$ , а  $\tau_{л-}$  —  $\tau_{возд}$  и  $\tau_{ж-}$  —  $\tau_{возд}$ , но так как  $\tau_l \gg \tau_{возд}$  и  $\tau_{ж} \gg \tau_{возд}$ , то погрешность незначительна. Запишем граничные условия в соответствии с рис. 1:

$$\tau_a(x_a=l_a) = \tau_l(x_l=l_l); \quad \frac{\partial \tau_a(x_a=l_a)}{\partial x_a} = - \frac{\partial \tau_l(x_l=l_l)}{\partial x_l}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tau_a(x_a=0)}{\partial x_a} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tau_l(x_l=0)}{\partial x_l} = 0. \quad (6)$$

Временные условия:

$$\text{при } t=0 \rightarrow \tau_a = \tau_l = \tau_{ж} = 0; \quad (7)$$

$$\text{при } t \rightarrow \infty \rightarrow \tau_a = \tau_{a.у}; \quad \tau_l = \tau_{л.у}; \quad \tau_{ж} = \tau_{ж.у}. \quad (8)$$

<sup>1</sup> Расшифровка индексов: «а» — активная часть; «л» — лобовая часть; «ж» — железо; «из» — изоляция; «м» — медь; «кан» — каналы в якоря; «пов» — поверхность железа якоря.

**Установившийся режим.** В установившемся тепловом режиме, когда правые части уравнений (1) — (3) равны нулю, их совместное решение дает:

$$\tau_{a,y} = A_a e^{\gamma_a x_a} + B_a e^{-\gamma_a x_a} + \frac{\beta_a}{\gamma_a}; \quad (9)$$

$$\tau_{л,y} = A_{л} e^{\gamma_{л} x_{л}} + B_{л} e^{-\gamma_{л} x_{л}} + \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}}; \quad (10)$$

$$\tau_{ж,y} = \frac{C \tau_{у,ср.л} + q_{ж}}{C + B}. \quad (11)$$

После определения постоянных интегрирования с учетом условий (4) — (6) получаем расчетные уравнения:

$$\tau_{a,y} = c_a \operatorname{ch} \gamma_a x_a + \frac{\beta_a}{\gamma_a}; \quad (12)$$

$$\tau_{л,y} = c_{л} \operatorname{ch} \gamma_{л} x_{л} + \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}}, \quad (13)$$

где

$$c_a = \frac{\left( \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}^2} - \frac{\beta_a}{\gamma_a^2} \right) \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л}}{\gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a \operatorname{ch} \gamma_{л} l_{л} + \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л} \operatorname{ch} \gamma_a l_a};$$

$$c_{л} = \frac{\left( \frac{\beta_a}{\gamma_a^2} - \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}^2} \right) \gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a}{\gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a \operatorname{ch} \gamma_{л} l_{л} + \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л} \operatorname{ch} \gamma_a l_a};$$

$$\gamma_a^2 = \frac{1}{\lambda_m} \left( \frac{AB}{C+B} - k q_m \right); \quad \gamma_{л}^2 = \frac{1}{\lambda_m} (\lambda_1 - k q_m);$$

$$\beta_a = \frac{1}{\lambda_m} \left( q_m + q_{доб} + \frac{A q_{ж}}{C+B} \right); \quad \beta_{л} = \frac{q_m}{\lambda_m}.$$

Здесь

$$A = \frac{\lambda_{из} U_{п}}{\delta_{из} S_M}; \quad B = \frac{\alpha_{кан} F_{кан} + \alpha_{пов} F_{пов}}{V_{ж}};$$

$$C = \frac{\lambda_{из} U_{п} S_M}{\delta_{из} S_M S_{ж}} = A \frac{S_M}{S_{ж}};$$

$$\lambda_1 = \frac{F_{л}}{V_M} \left( \frac{\lambda_{из,л} \alpha_{л}}{\lambda_{из,л} + \alpha_{л} \delta_{из,л}} \right).$$

Влияние коллектора на нагревание обмотки учтем приближенно. Для этого к превышению температуры обмотки, вычисленному без учета влияния коллектора, прибавляется величина [Л. 12]

$$\Delta t = (\tau_{к} - \tau_{л}) e^{-ax}, \quad (14)$$

где  $x$  — текущая координата, отсчитываемая от конца лобовой части обмотки, примыкающей к коллектору, по направлению к другой лобовой части;

$\tau_{к}$  — превышение температуры коллектора, определяемое обычным путем без учета влияния обмотки;

$\tau_{л}$  — превышение температуры конца лобовой части обмотки, противоположной коллектору. Рассчитывается без учета влияния коллектора;

$$a = \sqrt{\frac{\alpha_{л} F_{л}}{\lambda_m S_M}}.$$

Представим:

$$\alpha_{л} F_{л} = \frac{q S_M}{\tau_{обм}},$$

тогда

$$a = \sqrt{\frac{\alpha_{л} F_{л}}{\lambda_m S_M}} = \sqrt{\frac{q S_M}{\tau_{обм} \lambda_m S_M}} = \sqrt{\frac{q}{\lambda_m \tau_{обм}}}. \quad (15)$$

Здесь  $\tau_{обм}$  — среднее (интегральное) превышение температуры обмотки, т. е.

$$\tau_{обм} = \frac{1}{l_a + l_{л}} \left[ \int_0^{l_a} \tau_{a,y} dx_a + \int_0^{l_{л}} \tau_{л,y} dx_{л} \right];$$

$q$  — суммарные удельные потери, отнесенные к единице объема обмотки;

$$q = q_m + q_{доб} + k_{м,ж} q_{ж} \frac{S_{ж}}{S_M};$$

$$k_{м,ж} = \frac{C}{C+B}.$$

Коэффициент  $k_{м,ж}$  показывает, что в расчет принимаются не все потери в железе, а только потери, «греющие» медь.

Если  $\tau_{к} < \tau_{обм}$ , то поправка получается со знаком минус. Надо еще учесть увеличение температуры обмотки за счет подогрева воздуха, движущегося аксиально. Как показывают опыты [Л. 6], температура воздуха растет линейно по длине машины. Поэтому к найденному превышению температуры обмотки  $\tau_y = f(x)$  надо прибавить соответствующую данному значению координаты  $x$  величину подогрева воздуха в машине. По всем параллельным направлениям воздух нагревается примерно одинаково, поэтому максимальный подогрев воздуха в машине, соответствующий концу лобовой части, противоположной коллектору, проще всего определить по обычной формуле

$$\tau_b = \frac{\Sigma P_b}{1,1 V_a}, \quad (16)$$

где  $\Sigma P_b$  — потери в машине, отводимые вентилирующим воздухом;

$V_a$  — полный расход воздуха через машину.

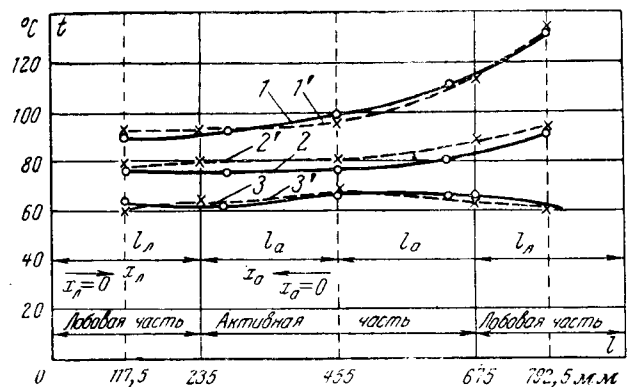


Рис. 1. Температурное поле в обмотке при установившихся тепловых состояниях.

1 и 1' — длительный режим при номинальном токе 410 А; 2 и 2' — нагрузка (ток якоря) 75% от номинальной; 3 и 3' — холостой ход (генераторный режим); — — — опыт; — — — расчет.

В середине активной части обмотки подогрев воздуха равен только половине этой величины. Для проверки методики расчета существенное значение имеет сравнение расчетных и опытных значений температур не в одном, а в разных режимах работы, а также подсчет теплового баланса в машине.

На рис. 1 показаны рассчитанные по выведенным формулам (см. пример расчета) и опытные [Л. 6] кривые превышения температуры якорной обмотки тягового двигателя типа НБ-412М магистрального электровоза при номинальной длительной нагрузке в режиме холостого хода (генераторный режим) и при нагрузке, равной 75% от номинальной. Как видно из рисунка, во всех режимах сходимость расчетных и опытных кривых вполне удовлетворительная.

Расчет теплового баланса в якоре для установившегося и переходного процессов сделан ниже (см. пример расчета).

**Переходный процесс.** Для точного определения превышения температуры меди обмотки в переходном тепловом режиме надо совместно решить уравнения (1)–(3), что занимает весьма длительное время. Решение может быть сведено к экспоненциальному ряду типа

$$\tau = \sum_1^{\infty} A_k (1 - e^{-p_k t}), \quad (17)$$

где  $\sum_1^{\infty} A_k = \tau_y$  найдено выше;

$\frac{1}{p_k} = T_k$  — постоянная времени нагревания соответствующей экспоненты.

Многочисленные исследования [Л. 6, 14, 15 и др.] различных машин показали, что практически кривые нагрева содержат только две экспоненты. При разложении кривых нагрева в полулогарифмических координатах иногда едва заметна третья экспонента, которую из-за малости нет никакого смысла учитывать.

Подробный анализ показывает, что ряды  $\sum_1^{\infty} A_k$  и  $\sum_1^{\infty} \frac{1}{p_k}$  быстро сходятся. Если взять только два первых члена этих рядов, то их отношения приблизительно равны:

$$\frac{A_1}{A_2} \approx \frac{p_2}{p_1} \approx \frac{\delta_2^2}{\delta_1^2},$$

где  $\delta_k$  — корень трансцендентного уравнения, которое в простейшем случае имеет вид:  $\delta_k = \text{Bi} \text{ctg} \delta_k$  и решается, как известно, графическим путем;

Bi — критерий Био.

При параметрах, имеющих место в якорных обмотках электрических машин, обычно  $\frac{\delta_2}{\delta_1} = 2 \div 4$ , поэтому установившееся значение первой экспоненты и ее постоянная времени приблизительно на

полпорядка или порядок больше соответствующих величин второй экспоненты. Таким образом, через 10–15 мин после включения все высшие экспоненты затухают и процесс нагревания описывается простым экспоненциальным законом, т. е. наступает так называемый регулярный режим [Л. 13]. Найдя сначала решение для регулярного режима, имеющего наибольшее практическое значение. Из уравнения (17) для регулярного режима получим:

$$\tau = \tau_y(x) (1 - e^{-p_1 t}). \quad (18)$$

Надо найти только  $p_1$ . Для этого применим искусственный метод, смысл которого состоит в том, что в исходное дифференциальное уравнение подставляется решение уравнения (18), производится дифференцирование и определяется  $p_1$ .

Применим этот метод для лобовой части обмотки. Подставив в уравнение (2) решение уравнения (18), получим:

$$\begin{aligned} \lambda_m \frac{\partial^2 \tau_{y.l} (1 - e^{-p_1 t})}{\partial x_l^2} + q_m - \\ - \left( \frac{\lambda_{из.l} \alpha_l}{\lambda_{из.l} + \alpha_l \delta_{из.l}} \frac{F_l}{V_{м.л}} - k q_m \right) \tau_{y.l} (1 - e^{-p_1 t}) = \\ = b_1 c_m \gamma_m \frac{\partial \tau_{y.l} (1 - e^{-p_1 t})}{\partial t}. \end{aligned}$$

Произведя дифференцирование и простые преобразования, найдем:

$$\frac{1}{T_l} = p_l = \frac{q_m}{b_1 c_m \gamma_m \tau_{y.l}}. \quad (19)$$

Для активной части обмотки из уравнений (1) и (3) получим:

$$\begin{aligned} \lambda_m \frac{\partial^2 \tau_a}{\partial x_a^2} + q_m (1 + k \tau_a) + q_{доб} - \\ - \frac{s_{ж}}{s_m} \left( d_1 c_{ж} \gamma_{ж} \frac{\partial \tau_{ж}}{\partial t} - q_{ж} + B \tau_{ж} \right) = a_1 c_m \gamma_m \frac{\partial \tau_a}{\partial t}. \end{aligned}$$

Подставляя значение  $\tau_a$  из (18) и дифференцируя, получаем:

$$\begin{aligned} (1 - e^{-p_a t}) \left( \lambda_m \frac{\partial^2 \tau_{a.y}}{\partial x_a^2} + k q_m \tau_{a.y} - \frac{s_{ж}}{s_m} B \tau_{ж.y} \right) + \\ + \left( q_m + q_{доб} + \frac{s_{ж}}{s_m} q_{ж} \right) = p_a e^{-p_a t} \left( a_1 c_m \gamma_m \tau_{a.y} + \right. \\ \left. + \frac{s_{ж}}{s_m} d_1 c_{ж} \gamma_{ж} \tau_{ж.y} \right). \quad (20) \end{aligned}$$

После простых, но громоздких преобразований определим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_a} = p_a = \\ = \frac{q_m + q_{доб} + \frac{s_{ж}}{s_m} q_{ж}}{a_1 c_m \gamma_m \tau_{a.y} + \frac{s_{ж}}{s_m} d_1 c_{ж} \gamma_{ж} \tau_{ж.y}}. \quad (21) \end{aligned}$$

Найти  $p_a$  можно и более простым способом. Так как было принято, что процесс нагревания протекает по простому экспоненциальному закону (регулярный режим), то расчетная постоянная времени остается неизменной для любого момента времени. Учитывая это и полагая  $t=0$ , формулу (21) получаем непосредственно из формулы (20). Как показывают опыты, приблизительно с такой же постоянной времени  $T_a = \frac{1}{p_a}$  происходит изменение во времени температуры железа якоря и охлаждающего воздуха. Обычно достаточно точно можно производить расчет по среднеарифметической постоянной времени

$$T = \frac{T_a + T_n}{2}. \quad (22)$$

Если необходимо рассчитать кривую нагрева в первые минуты после включения, когда вторая экспонента имеет еще существенное значение, то с достаточной для практических расчетов точностью это можно сделать известным методом, рассматривая якорь как систему двух однородных тел — медь и железо [Л. 5 и 8]. При этом постоянная времени нагрева определяется из формулы<sup>2</sup>

$$\frac{1}{T_2} = p_2 \approx \left( \frac{\Lambda_1 + \Lambda_{12}}{c_1} + \frac{\Lambda_2 + \Lambda_{12}}{c_2} \right) - p_1, \quad (23)$$

где  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $\Lambda_{12}$  — соответственно теплоотдача обмотки, железа и теплопередача между ними;

$c_1$ ,  $c_2$  — соответственно суммарная теплоемкость обмотки и железа;

$T_1 = \frac{1}{p_1}$  — постоянная времени основной экспоненты регулярного режима, найденная выше по формуле (22).

Установившиеся значения (при  $t \rightarrow \infty$ ) обеих экспонент для средней (интегральной) температуры определяются из формул:

$$A_1 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \left( \tau_{11y} \frac{T_1 - \frac{c_2}{\Lambda_2 + \Lambda_{12}}}{T_1} + \tau_{12y} \right), \quad (24)$$

$$A_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \left( \tau_{11y} \frac{\frac{c_2}{\Lambda_2 + \Lambda_{12}} - T_2}{T_2} - \tau_{12y} \right), \quad (25)$$

где

$$\tau_{11y} = \frac{Q_m}{(\Lambda_1 + \Lambda_{12}) k_{12}} \quad (26)$$

— установившееся превышение температуры меди от потерь в самой меди;

$$\tau_{12y} = \frac{Q_2 \Lambda_{12}}{(\Lambda_1 + \Lambda_{12})(\Lambda_2 + \Lambda_{12}) k_{12}} \quad (27)$$

— установившееся превышение температуры меди от потерь в железе;

$$k_{12} = 1 - \frac{\Lambda_{12}^2}{(\Lambda_1 + \Lambda_{12})(\Lambda_2 + \Lambda_{12})} \quad (28)$$

— коэффициент общего теплового рассеяния меди и железа.

Проще  $A_2$  не вычислять по (25), а определить так:

$$A_2 = \tau_y - A_1. \quad (29)$$

Полагая, что для всех точек обмотки с разным значением текущей координаты  $x$  процентное соотношение между установившимися значениями первой и второй экспонент остается таким же, как для средней температуры, можно определить температурное поле обмотки в любой момент времени нагрева:

$$\tau = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \tau_y(x) (1 - e^{-p_1 t}) + \frac{A_2}{A_1 + A_2} \tau_y(x) (1 - e^{-p_2 t}). \quad (30)$$

Здесь  $\tau_y(x)$ , как и в формуле (18), определяется из расчета установившегося режима.

**Пример расчета.** Для пояснения выведенных формул и сравнения расчетных и опытных данных ниже выполнен тепловой расчет якоря тягового двигателя типа НБ-412М магистрального электроваза в разных режимах работы. Исходные для расчета данные:

суммарная поверхность охлаждения железа  $2,56 \text{ м}^2$ ;

то же лобовых частей  $F_{\text{нар}} = 0,556 \text{ м}^2$ ;  $F_{\text{внутр}} = 0,452 \text{ м}^2$ ;

толщина пазовой изоляции  $1,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;

то же в лобовой части  $\delta_{\text{нар}} = 2,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;

$\delta_{\text{внутр}} = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;

расчетный периметр паза (две высоты и одна ширина)  $8,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;

коэффициент теплопроводности изоляции  $0,13 \text{ Вт/м} \cdot ^\circ\text{С}$ ;

сечение меди паза  $2,07 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;

сечение железа  $0,25 \text{ м}^2$ ;

объем железа  $0,11 \text{ м}^3$ ;

объем меди лобовой части  $0,73 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ ;

объем меди активной части  $0,68 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ .

Данные длительного и часового режимов соответственно:

ток 410 и 515 а;

скорость 825 и 755 об/мин;

средний коэффициент теплоотдачи железа  $130 \text{ Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{С}$  и  $115 \text{ Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{С}$ ;

то же поверхности лобовой части обмотки:

наружной 90 и 85  $\text{Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{С}$ ;

внутренней 80 и 75  $\text{Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{С}$ .

Потери:

в меди в холодном состоянии 5 250 и 8 300 Вт;

в железе 10 640 и 10 640 Вт;

добавочные потери 2 780 и 3 092 Вт;

суммарные потери в машине 37 200 и 51 000 Вт;

удельные (на единицу объема) потери в меди  $3,71 \cdot 10^5$  и  $5,86 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^3$ ;

то же добавочные в меди 2,04 и 2,26  $\text{Вт/м}^3$ ;

то же в железе с учетом добавочных потерь 1,1 и 1,11  $\text{Вт/м}^3$ .

Превышение температуры коллектора (из опыта) 46 и 48  $^\circ\text{С}$ .

<sup>2</sup> Васильев Ю. К., Диссертация, КПИ, Киев, 1951.

Длительный режим. Определяем вспомогательные величины:

$$A = \frac{\lambda_{из}}{\delta_{из}} \frac{U_{п}}{s_{м}} = \frac{0,13 \cdot 8,7 \cdot 10^{-2}}{1,35 \cdot 10^{-3} \cdot 2,07 \cdot 10^{-4}} = 4,04 \cdot 10^4;$$

$$C = A \frac{s_{м}}{s_{ж}} = 4,04 \cdot 10^4 \frac{2,07 \cdot 10^{-4} \cdot 75}{0,25} = 0,25 \cdot 10^4;$$

$$B = \frac{\alpha_{кан} F_{кан} + \alpha_{пов} F_{пов} + \alpha_{т} F_{т}}{V_{ж}} = \frac{\alpha_{ср} F_{обм}}{V_{ж}} =$$

$$= 1,15 \frac{130 \cdot 2,56}{0,11} = 0,35 \cdot 10^4,$$

коэффициент 1,15 учитывает теплоотдачу от железа к конструктивным частям.

$$\lambda_1 = \frac{F_{пов,л}}{V_{м}} \frac{\lambda_{из} \alpha_{л}}{\lambda_{из} + \alpha_{л} \delta_{из,л}} =$$

$$= \frac{1}{V_{м}} \left( F_{нар} \frac{\lambda_1 \alpha_1}{\lambda_1 + \delta_{нар} \alpha_1} + F_{внутр} \frac{\lambda_2 \alpha_2}{\lambda_2 + \delta_{внутр} \alpha_2} \right) =$$

$$= \frac{1}{0,73 \cdot 10^{-2}} \left( 0,556 \frac{0,13 \cdot 90}{0,13 + 2,35 \cdot 10^{-3} \cdot 90} + \right.$$

$$\left. + 0,452 \frac{0,13 \cdot 80}{0,13 + 3,35 \cdot 10^{-3} \cdot 80} \right) \frac{3}{4} = 3200,$$

коэффициент  $3/4$  учитывает ухудшение теплоотдачи от меди к воздуху за счет наличия бандажей и обмоткодержателей:

$$\beta_a = \frac{1}{\lambda_m} \left( q_m + q_{доб} + \frac{A q_{ж}}{C + B} \right) =$$

$$= \frac{1}{380} \left( 3,71 \cdot 10^5 + 2,04 \cdot 10^5 + \frac{1,1 \cdot 10^5 \cdot 4,04}{0,6} \right) = 3460;$$

$$\gamma_a^2 = \frac{1}{\lambda_m} \left( \frac{AB}{C + B} - k q_m \right) =$$

$$= \frac{1}{380} \left( \frac{0,35 \cdot 4,04 \cdot 10^4}{0,6} - 0,004 \cdot 3,71 \cdot 10^5 \right) = 58,1;$$

$$\beta_{л} = \frac{q_m}{\lambda_m} = \frac{3,71 \cdot 10^5}{380} = 975;$$

$$\gamma_{л}^2 = \frac{1}{\lambda_m} (\lambda_1 - k q_m) =$$

$$= \frac{1}{380} (3 \cdot 200 - 0,004 \cdot 3,71 \cdot 10^5) = 4,52;$$

$$c_a = \frac{\left( \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}^2} - \frac{\beta_a}{\gamma_a^2} \right) \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л}}{\gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a \operatorname{ch} \gamma_{л} l_{л} + \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л} \operatorname{ch} \gamma_a l_a} =$$

$$= \frac{(215 - 59,5) 2,13 \cdot 0,521}{7,63 \cdot 2,59 \cdot 1,1276 + 2,13 \cdot 0,521 \cdot 2,776} = 6,8;$$

$$c_{л} = \frac{\left( \frac{\beta_a}{\gamma_a^2} - \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}^2} \right) \gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a}{\gamma_a \operatorname{sh} \gamma_a l_a \operatorname{ch} \gamma_{л} l_{л} + \gamma_{л} \operatorname{sh} \gamma_{л} l_{л} \operatorname{ch} \gamma_a l_a} =$$

$$= \frac{(-215 + 59,5) 7,63 \cdot 2,59}{7,63 \cdot 2,59 \cdot 1,1276 + 2,13 \cdot 0,521 \cdot 2,776} = -121.$$

Превышение температуры активной и лобовой частей обмотки без учета теплоотсоса коллектора и подогрева вентилирующего воздуха по (12) и (13):

$$\tau_{a,y} = c_a \operatorname{ch} \gamma_a x_a + \frac{\beta_a}{\gamma_a^2} = 6,8 \operatorname{ch} 7,63 x_a + 59,5;$$

$$\tau_{л,y} = c_{л} \operatorname{ch} \gamma_{л} x_{л} + \frac{\beta_{л}}{\gamma_{л}^2} = -121 \operatorname{ch} 2,13 x_{л} + 215.$$

Учтем влияние коллектора. Суммарные удельные потери, «греющие» медь обмотки:

$$q = q_m + q_{доб} + \frac{C}{C + B} q_{ж} \frac{s_{ж}}{s_{м}} =$$

$$= (3,71 + 2,04 + 7,4) 10^5 = 13,15 \cdot 10^5.$$

Среднее (интегральное) превышение температуры обмотки, вычисленное без учета влияния коллектора:

$$\tau_{ср,м} = \frac{1}{l_a + l_{л}} \left[ \int_0^{l_a} \tau_{a,y} dx_a + \int_0^{l_{л}} \tau_{л,y} dx_{л} \right] =$$

$$= \frac{1}{0,22 + 0,235} \left[ \int_0^{0,22} (6,8 \operatorname{ch} 7,63 x_a + 59,5) dx_a + \right.$$

$$\left. + \int_0^{0,235} (-121 \operatorname{ch} 2,13 x_{л} + 215) dx_{л} \right] = 79,5.$$

Коэффициент затухания экспоненты

$$a = \sqrt{\frac{q}{\lambda_m \tau_{ср,м}}} = \sqrt{\frac{13,15 \cdot 10^5}{380 \cdot 79,5}} = 6,6.$$

Величина, на которую надо уменьшать превышение температуры меди:

$$\Delta \tau = (\tau_{л} - \tau_{к}) e^{-ax} = (94 - 46) e^{-6,6x} = 48 e^{-6,6x}.$$

(В данном случае  $x=0$  в конце лобовой части со стороны коллектора.)

Полный подогрев воздуха в машине

$$\tau_{в} = \frac{\Sigma P_{в}}{1,1 V_a} = \frac{37200}{1100 \cdot 1,7} = 20^{\circ} \text{C}.$$

Среднее (интегральное) превышение температуры меди с учетом коллектора и воздуха

$$\tau_{обм} = 79,5 - 7,95 + 10 = 81,5^{\circ} \text{C}.$$

Расчет по [Л. 8] дал результат  $85^{\circ} \text{C}$ . Опытное значение, увеличенное на 8% в соответствии с [Л. 16], равно  $86,4^{\circ} \text{C}$ . Среднее превышение температуры железа по формуле (11)

$$\tau_{ж,y} = \frac{c \tau_{a,y,ср} + q_{ж}}{C + B} =$$

$$= \frac{0,25 \cdot 10^4 \cdot 70 + 1,1 \cdot 10^5}{0,6 \cdot 10^4} = 47,5^{\circ} \text{C}.$$

Аналогично было рассчитано температурное поле обмотки при холостом ходе (генераторный режим) и при нагрузке 75% от  $I_{н}$ . Сравнение расчетных и опытных данных (увеличенных на 8%) показано на рис. 1. Расположение датчиков в якорной обмотке показано на рис. 1 [Л. 6].

Переходный процесс. Аналогично методике длительного режима определено расчетное установившееся превышение температуры меди обмотки, соответствующее току часового режима ( $I=515$  а):

$$\tau_{a,y} = 16,8 \operatorname{ch} \cdot 7,29 x_a + 79,6;$$

$$\tau_{л,y} = -608 \operatorname{ch} \cdot 1,42 x_{л} + 763,4.$$

Постоянная времени лобовой части обмотки по (19):

$$T_{л} = \frac{1}{p_{л}} = b_1 \frac{c_m \gamma_m \tau_{л,y}}{q_m} = \frac{1,5 \cdot 390 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 151,4}{5,86 \cdot 10^5} =$$

$$= 1340 \text{ сек.}$$

Постоянная времени активной части обмотки по (21):

$$T_a = \frac{1}{p_a} = \frac{a_1 c_m \gamma_m \tau_{a,y} + \frac{s_{ж}}{s_m} d_1 c_{ж} \gamma_{ж} \tau_{ж,y}}{q_m + q_{доб} + \frac{s_{ж}}{s_m} q_{ж}} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 390 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 104,6 + 1,2 \cdot 480 \cdot 7,7 \cdot 10^3 \cdot 66 \cdot 16,1}{5,86 \cdot 10^5 + 2,26 \cdot 10^5 + 1,11 \cdot 16,1 \cdot 10^5} =$$

$$= 2010 \text{ сек.}$$

Расчетная постоянная времени по (22):

$$\frac{1}{p_1} = T_1 = \frac{T_a + T_{л}}{2} = \frac{2010 + 1340}{2} = 1675 \text{ сек.}$$

Переходный тепловой процесс в стадии регулярного режима для активной части обмотки по (18):

$$\tau_a = \tau_{a,y} (1 - e^{-p_1 t}) =$$

$$= (16,8 \operatorname{ch} \cdot 7,29 x_a + 79,6) \left( 1 - e^{-\frac{t}{1675}} \right).$$

То же для лобовой части обмотки:

$$\tau_{л} = \tau_{л,y} (1 - e^{-p_1 t}) =$$

$$= (-608 \operatorname{ch} \cdot 1,42 x_{л} + 763,4) \left( 1 - e^{-\frac{t}{1675}} \right).$$

Поправка на теплоотсос коллектора и подогрев воздуха:

$$\Delta \tau = -(138 - 48) e^{-6,12x} + \tau_b(x) (1 - e^{-p_1 t}) =$$

$$= -90 e^{-6,12x} + 27 \frac{x}{l} \left( 1 - e^{-\frac{t}{1675}} \right).$$

На рис. 2 показаны опытное (увеличенное на 8%) и расчетное температурное поле обмотки через 50 мин после включения. Средняя температура равна:

$$\tau_{ср} = \tau_{ср,y} (1 - e^{-p_1 t}) + \Delta \tau =$$

$$= 128 \cdot 0,8835 - 16 + 13,5 \cdot 0,8835 = 108,9.$$

Расчет по [Л. 8] для  $105^\circ \text{C}$ , опыт —  $110^\circ \text{C}$ . Для определения температурного поля в первые минуты нагрева (нерегулярный режим) находим вторую постоянную времени по (23):

$$\frac{1}{T_2} = p_2 = \left( \frac{\Lambda_1 + \Lambda_{12}}{c_1} + \frac{\Lambda_2 + \Lambda_{12}}{c_2} \right) - p_1 =$$

$$= \frac{22,7 + 275}{74\,000} + \frac{348 + 275}{405\,000} - 5,97 \cdot 10^{-4} = 49,18 \cdot 10^{-4}.$$

Рассчитаем вспомогательные величины. Коэффициент общего теплового рассеяния по (28):

$$k_{12} = 1 - \frac{\Lambda_{12}^2}{(\Lambda_1 + \Lambda_{12})(\Lambda_2 + \Lambda_{12})} = 1 - \frac{275^2}{297,7 \cdot 623} = 0,593.$$

Установившееся превышение температуры меди от потерь в самой меди (с учетом половины добавочных)

$$\tau_{11y} = \frac{Q_m}{(\Lambda_{12} + \Lambda_1) k_{12}} = \frac{15\,000}{297,7 \cdot 0,593} = 85.$$

Установившееся превышение температуры меди от потерь в железе (с учетом половины добавочных)

$$\tau_{12y} = \frac{Q_2 \Lambda_{12}}{(\Lambda_1 + \Lambda_{12})(\Lambda_2 + \Lambda_{12}) k_{12}} = \frac{12\,290 \cdot 275}{297,7 \cdot 623 \cdot 0,593} = 30,5.$$

Установившееся значение (при  $t \rightarrow \infty$ ) среднего (интегрального) превышения температуры первой и второй экспонент:

$$A_1 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \left( \tau_{11y} \frac{T_1 - \frac{c_2}{\Lambda_2 + \Lambda_{12}}}{T_1} + \tau_{12y} \right) =$$

$$= \frac{1675}{1675 - 201} \left( 85 \frac{1675 - 650}{1675} + 30,5 \right) = 97;$$

$$A_2 = 128 - 97 = 31.$$

Среднее превышение температуры обмотки в нерегулярном режиме

$$\tau = A_1 (1 - e^{-p_1 t}) + A_2 (1 - e^{-p_2 t}) =$$

$$= 97 \left( 1 - e^{-\frac{t}{1675}} \right) + 31 \left( 1 - e^{-\frac{t}{201}} \right) + \Delta \tau.$$

Температурное поле обмотки в нерегулярном режиме по (30):

$$\tau'_{ср} = \frac{\tau_y(x)}{A_1 + A_2} [A_1 (1 - e^{-p_1 t}) + A_2 (1 - e^{-p_2 t})] +$$

$$+ \Delta \tau = \frac{\tau_y(x)}{128} \left[ 97 \left( 1 - e^{-\frac{t}{1675}} \right) + \right.$$

$$\left. + 31 \left( 1 - e^{-\frac{t}{201}} \right) \right] + \Delta \tau,$$

где  $\Delta \tau$ , как и раньше, учитывает теплоотсос коллектора и омывающего воздуха. На рис. 2 показаны расчетные и опытные (увеличенные на 8%) кривые через 7 и 18 мин после включения.

На рис. 3 в масштабе показан тепловой баланс в ваттах для установившегося и разных стадий переходного теплового процессов. Рисунок дает наглядное представление о тепловых потоках в якоре в установившемся и разных стадиях переходного



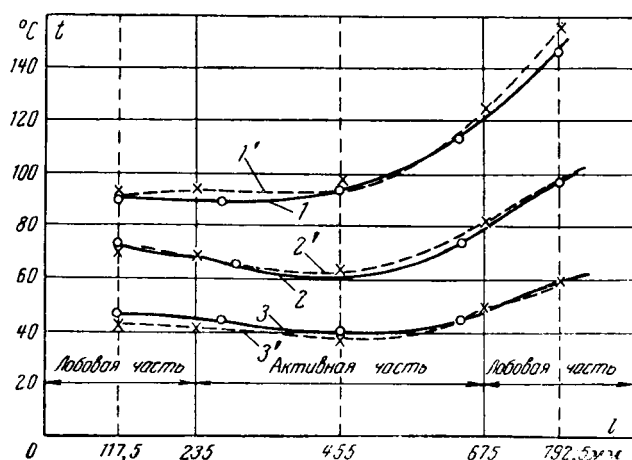


Рис. 2. Температурное поле в обмотке при переходном тепловом процессе (ток якоря равен номинальному часовому 515 а).

1 и 1'; 2 и 2'; 3 и 3' — соответственно через 7, 18 и 60 мин после включения; — — — опыт; — — — расчет.

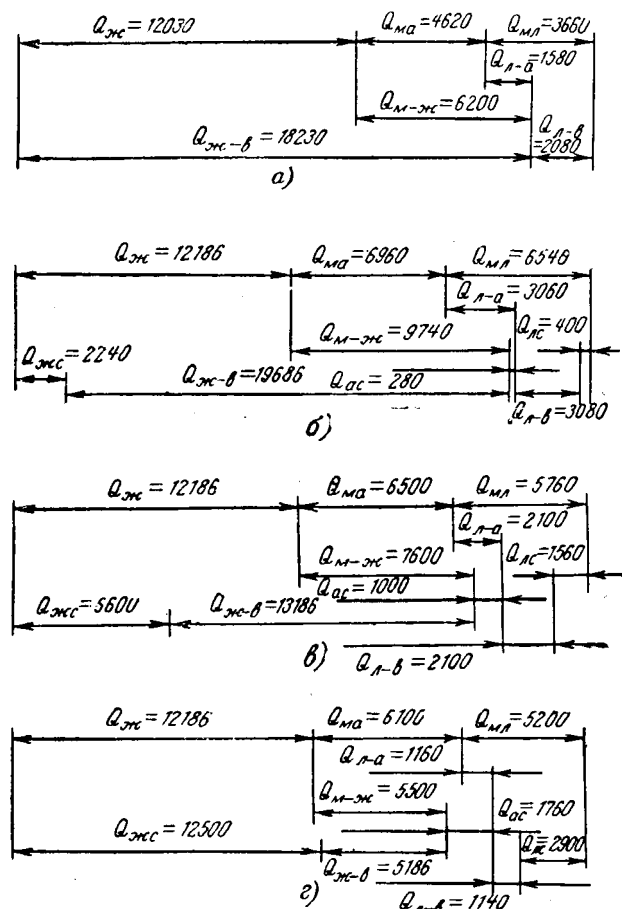


Рис. 3. Тепловой баланс.

а — длительный установившийся режим, ток якоря 410 а; б — переходный процесс, ток якоря 515 а (60 мин после включения); в — то же (18 мин после включения); г — то же (7 мин после включения);  $Q_{ж}$  — потери в железе;  $Q_{м.а}$  — потери в меди активной части;  $Q_{м.л}$  — то же в лобовой части;  $Q_{л-а}$  — тепловой поток из лобовой части обмотки в активную;  $Q_{а-л}$  — тепловой поток из меди активной части в железо;  $Q_{ж-в}$  — то же из железа в воздух;  $Q_{л-в}$  — то же из лобовой части обмотки в воздух;  $Q_{ж.с}$  — количество теплоты, идущее на увеличение теплосодержания железа при переходном тепловом процессе;  $Q_{а.с}$  — то же, но активной части обмотки;  $Q_{л.с}$  — то же, но лобовой части обмотки.

процесса, а само составление тепловых балансов является хорошим способом проверки методики расчета. Из рис. 3 видно, что в часовом номинальном режиме (60 мин после включения) количество тепла, идущее на увеличение теплосодержания частей якоря, составляет всего около 10% от общих потерь. Объясняется это сравнительно малым значением постоянной времени нагрева из-за интенсивной вентиляции. Поэтому часовые значения температуры меньше установившихся (при неизменном токе) только на 12%.

Обращает на себя внимание малая по сравнению с железом теплоотдача лобовых частей охлаждающему воздуху, что объясняется весьма основательной изоляцией лобовых частей и слабым развитием их поверхности охлаждения. Поэтому температура меди лобовых частей весьма высока, и разница между максимальной и минимальной температурами меди по длине секции доходит в часовом режиме до 70°C. При подсчете теплового баланса для режима нагрева в 7 и 18 мин было принято, что на нагрев конструктивных частей железа тепло не расходуется, т. е. коэффициент в формуле (3)  $d_1 = 1$ .

#### Литература

1. Arnold E., Die Erwärmung der Wicklungen von Dinamomaschinen großer Eisenlänge, ETZ, 1909, S. 172.
2. Trefftin C., Die Berechnung und Messung der Wärmeströmungen in Gleichstrommaschinen, Wiss. Veröff. aus dem Siemens Konzern, 1930, Bd IX, 2 Heft.
3. Рихтер Р., Электрические машины, т. 1, ОНТИ, 1935.
4. Алябьев М. И., Тепловой расчет якорей машин постоянного тока уточненным методом, «Вестник электропромышленности», 1937, № 2.
5. Постников И. М., Проектирование электрических машин, Гостехиздат УССР, 1960.
6. Васильев Ю. К. и Богаенко И. Н., Экспериментальное исследование нагревания и вентиляции тягового двигателя магистральных электровозов, «Электричество», 1964, № 2.
7. Находкин М. Д., Тяговые электродвигатели постоянного тока, Трансжелдориздат, 1935.
8. Алексеев А. Е., Тяговые электродвигатели, Трансжелдориздат, 1951.
9. Иоффе А. Б., Тяговые электрические машины, Госэнергоиздат, 1957.
10. Luke G., Heating of Railway Motors in Service and of Test-Floor Runs, JAIEE, 1922, March, p. 165.
11. Васильев Ю. К., Уточненный тепловой расчет отдельных обмоток возбуждения, «Электричество», 1965, № 6.
12. Бабинов М. А., Электрические аппараты, Госэнергоиздат, 1951.
13. Кондратьев Г. М., Регулярный тепловой режим, ГТТИ, 1954.
14. Васильев Ю. К., Тепловые испытания мощных электродвигателей переменного тока в условиях эксплуатации, «Вестник электропромышленности», 1958, № 3.
15. Петров В. И. и Петров И. И., О методах определения мощности электродвигателей при переменной нагрузке, «Электричество», 1946, № 4.
16. Богаенко И. Н., Измерения превышений температур крупных электрических машин постоянного тока, «Электротехника», 1965, № 8.

[28.7.1965]



# Параллельное дугогашение в электрических аппаратах

Инж. С. А. КУРКОВ

Ленинград

Рост величины токов короткого замыкания приводит к необходимости применения в низковольтных и генераторных электрических выключателях параллельного дугогашения (отключения токов несколькими параллельными дугогасительными камерами, каждая из которых рассчитана на соответствующую долю общего тока фазы выключателя), так как создание дугогасительных устройств на токи короткого замыкания в сотни килоампер является очень сложной технической задачей. Например, ток короткого замыкания генераторных выключателей Красноярской ГЭС составляет 200 кА (эффективное значение периодической составляющей), а имеющиеся выключатели на напряжение 20 кВ рассчитаны на ток короткого замыкания 115 кА [Л. 1].

Однако применение в выключателях параллельных дугогасительных камер далеко не всегда дает желаемый эффект. Так, современные низковольтные автоматы на большие токи обычно имеют несколько параллельных камер в каждой фазе. Это облегчает работу автомата при номинальных токах и сквозных токах короткого замыкания и способствует увеличению срока службы автомата, так как при коммутациях токов износ может распределяться по параллельным камерам относительно равномерно. Однако, как показали испытания автоматов переменного и постоянного тока, применение параллельных дугогасительных камер не увеличивает предельной отключающей способности аппарата, поскольку параллельные дуги, как правило, существуют очень короткое время и ток отключает какая-нибудь одна из параллельных камер. Поэтому для электрических аппаратов с параллельным дугогашением необходимо найти способы обеспечения равномерного распределения общего тока фазы выключателя по параллельным дугогасительным камерам, подобно тому как применение последовательного дугогашения в выключателях сверхвысокого напряжения потребовало в свое время разработки средств, обеспечивающих равномерное распределение восстанавливающегося напряжения по последовательным дугогасительным разрывам.

Состояние работ в области параллельного дугогашения в настоящее время еще не позволяет сформулировать условия существования параллельных дуг отключения в функции от характеристик параллельных цепей и дугогасительных камер. Ниже кратко рассмотрены некоторые вопросы параллельного дугогашения и изложены имеющиеся экспериментальные данные по применению параллельного дугогашения в электрических аппаратах.

Параллельное дугогашение возможно только при выполнении ряда условий:

1. Загорание дуг отключения во всех параллельных дугогасительных камерах.
2. Устойчивое горение параллельных дуг до переходов отключаемого тока через нуль.
3. При переходах отключаемого тока через нуль загорание всех параллельных дуг, а не одной,

как это часто происходит в аппаратах переменного тока с длительностью отключения более одного полупериода.

Для обеспечения загорания параллельных дуг необходимо ограничить неодновременность размыкания параллельных дугогасительных контактов, которая всегда имеет место в выключателях. Допустимая величина неодновременности размыкания не превышает времени сброса тока из одной параллельной ветви в другую при их одновременном размыкании. Возникающие при этом процессы аналогичны процессам при размыкании главных контактов выключателя, шунтированных размыкаемыми позднее дугогасительными контактами [Л. 2]. Допустимая величина неодновременности размыкания параллельных контактов зависит от индуктивности и сопротивления контуров, образованных параллельными дугогасительными цепями, величины и фазы тока короткого замыкания, скорости расхождения дугогасительных контактов и ряда других факторов.

Для обеспечения загорания параллельных дуг в [Л. 3] рекомендуется включать последовательно каждой камере некоторую индуктивность; эффективность этого метода подтверждается экспериментами.

Загоранию параллельных дуг при размыкании контактов способствует и устройство [Л. 4], обеспечивающее загорание параллельных дуг при переходах отключаемого тока через нулевые значения (см. ниже).

В целом на основании имеющихся экспериментальных данных можно считать загорание дуг на параллельных дугогасительных контактах при их размыкании задачей технически вполне разрешимой.

Наиболее сложной проблемой является обеспечение существования параллельных дуг отключения в течение всего времени дугогашения. Устойчивость параллельных дуг в границах полупериода зависит от динамических вольт-амперных характеристик дугогасительных камер и электрических параметров параллельных цепей (собственных и взаимных индуктивностей, активных сопротивлений и натуральных емкостей). Аналитическое исследование устойчивости параллельных дуг отключения связано с рядом трудностей: отсутствуют достаточно точные аналитические выражения для динамических вольт-амперных характеристик большинства типов дугогасительных камер; система дифференциальных уравнений возмущенного движения, получаемая при исследовании устойчивости параллельных дуг отключения, заданных динамическими вольт-амперными характеристиками, относится к классу уравнений неустойчивого движения [Л. 5], исследование устойчивости которого наиболее затруднительно; аналитическое исследование устойчивости параллельных дуг связано с выбором электрической схемы замещения, причем отбрасывание многочисленных паразитных

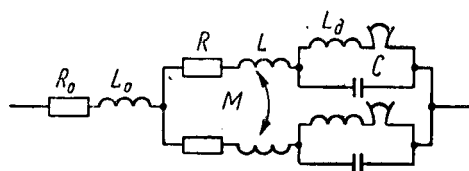


Рис. 1.

параметров и другие упрощения могут быть в полной мере обоснованы только экспериментально. Работы в этих областях еще не завершены.

Следует отметить, что при заданных характеристиках дуг всегда существуют такие параметры параллельных цепей, при которых параллельные дуги устойчивы (например, при достаточно больших сопротивлениях или индуктивностях параллельных цепей, при питании дуг от отдельных трансформаторов), и параметры, при которых параллельные дуги неустойчивы (дуги между общими электродами, когда расщепление дуги наблюдается только в прикатодной области [Л. 6]). В промежутке между этими крайними случаями находится область значений параметров параллельных цепей, при которых параллельные дуги либо устойчивы, либо способны выйти из состояния начального равномерного распределения тока только за время, большее времени дугогашения (условная устойчивость [Л. 5]). Задачей исследования условий существования параллельных дуг отключения и является определение этих значений параметров параллельных цепей в функции от электрических и механических характеристик дугогасительных камер.

Для решения задачи в первом приближении целесообразно исследовать устойчивость параллельных дуг, заданных статическими вольт-амперными характеристиками. Как известно [Л. 7 и 8], динамическая характеристика электрической дуги занимает промежуточное положение между статической вольт-амперной характеристикой, справедливой при очень медленных изменениях тока, и характеристикой закона Ома, верной при токах высокой частоты. Так как источником неустойчивости параллельных дуг является их падающая вольт-амперная характеристика, то можно полагать, что условия устойчивости параллельных дуг, заданных статическими характеристиками, являются более жесткими, чем для дуг, заданных динамическими характеристиками [Л. 9].

Обозначим (рис. 1):

$R$ ,  $L$  и  $M$  — активное сопротивление, собственная и взаимная индуктивности параллельных цепей;

$R_0$  и  $L_0$  — сопротивление и индуктивность общей цепи;

$C$  — емкость дугового промежутка;

$\rho = \frac{du}{di}$  — производная статической вольт-амперной характеристики дуги  $u(i)$ ;  $\rho < 0$ ;

$L_d$  — индуктивность, приближенно учитывающая инерционность дуги.

Для более строгого решения нужно задать дугу не величинами  $\rho$  и  $L_d$ , а динамической характеристикой.

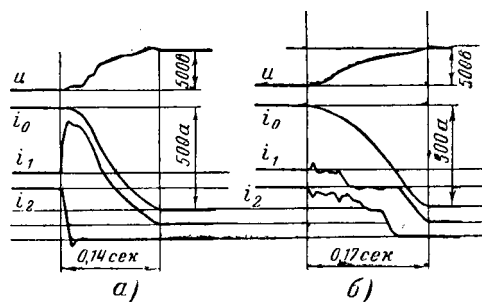


Рис. 2.

Можно показать, что параллельные дуги в схеме рис. 1 устойчивы, если выполняются неравенства:

$$\rho < 1; \rho < \beta^2; \alpha > \rho \frac{\beta - \rho}{\beta^2 - \rho}, \quad (1)$$

где

$$\rho = \frac{|\rho|}{r}; \quad \beta = \frac{L_d}{l}; \quad \alpha = \frac{l}{r^2 C}.$$

Условия (1) должны быть выполнены при  $r = R$ ,  $l = L - M$ , и при  $r = 2R_0 + R$ ,  $l = 2L_0 + L + M$ .

Из (1) следует, что увеличение  $R$  способствует устойчивости параллельных дуг. На рис. 2\* изображены типичные осциллограммы отключения постоянного тока двумя широкощелевыми асбоцементными камерами с добавочными сопротивлениями в дугогасительных цепях (рис. 2,б) и без сопротивлений (рис. 2,а). Как видно, с увеличением сопротивлений момент нарушения равномерного распределения тока перемещается в область малых токов, где  $|\rho|$  больше [Л. 7]. Практически увеличение  $R$  ограничено, так как может затруднить бездуговой сброс тока с главных контактов на дугогасительные при отключениях аппарата [Л. 2]. С этой точки зрения наиболее подходящими для аппаратов с параллельным дугогашением являются камеры с характеристиками, слабо зависящими от тока, например узкощелевые [Л. 10] или с деионной решеткой. При применении таких камер основной трудностью является обеспечение быстрого и одновременного входа параллельных дуг в активные части камер, так как до входа в камеры характеристики дуг заметно зависят от тока и, кроме того, всегда имеет место некоторая неодновременность в размыкании параллельных дугогасительных контактов.

В настоящее время существует несколько типов аппаратов с параллельно работающими дугогасительными устройствами, например автоматы постоянного тока завода «Электросила» и токоограничивающие предохранители серии GS (с двумя параллельными патронами) фирмы «Инглиш электрик». В предохранителях GS параллельное дугогашение обеспечивается очень малым временем отключения (около 2 мсек) и практически одновременным зажиганием параллельных дуг, но в общем случае для обеспечения параллельного дугогашения нужны особые условия. Эффективным способом обеспечения параллельного дугогашения

\* На рис. 2:  $i_0$  — общий ток;  $i_1$  и  $i_2$  — токи камер;  $u$  — напряжение на выключателе.

в границах полупериода является увеличение индуктивности параллельных цепей [Л. 3], что подтверждается экспериментами. При реализации этого способа основным затруднением является нахождение удачного конструктивного решения.

В целом на основании имеющихся экспериментальных данных по низковольтным деионным, узко- и широкощелевым дугогасительным камерам можно полагать, что эти камеры могут обеспечить параллельное дугогашение в границах полупериода без существенного увеличения сопротивления и индуктивности только при токах короткого замыкания, превышающих некоторый минимум (по имеющимся экспериментальным данным 20—70 кА в зависимости от условий). При этом минимальная величина тока короткого замыкания снижается с увеличением индуктивности и сопротивлений параллельных дугогасительных цепей. Влияние натуральных емкостей практически еще не изучено.

Важной особенностью параллельного дугогашения переменного тока с длительностью отключения более одного полупериода является необходимость обеспечить после переходов тока через нуль загорание всех параллельных дуг, а не одной, как это происходит, например, в автоматах переменного тока (рис. 3,а, обозначения те же, что на рис. 2). Тенденция к загоранию одной дуги объясняется тем, что параллельные промежутки имеют неодинаковую электрическую прочность (зависящую также от распределения тока в предшествующий полупериод), а после возобновления одной дуги напряжения на остальных промежутках снижаются, хотя и не мгновенно. Вопрос о возобновлении горения первой дуги решается обычными методами [Л. 7 и 10]. Остальные дуги могут загореться либо при прочностях, близких к величине падения напряжения на дуге (переход тока отключения через нуль вскоре после размыкания контактов), либо в том случае, если прочностные отличаются между собой незначительно, а параметры параллельных цепей таковы, что возобновление первой дуги не слишком быстро изменяет восстанавливающееся напряжение на остальных промежутках.

Возможны два способа возобновления горения параллельных дуг, погасших при переходе тока через нуль: уменьшение электрической прочности промежутков; кратковременная подача на погасшие разрывы высокого напряжения. Первый способ предлагалось осуществить в виде каналов связи между камерами трубчатых разрядников; никаких экспериментальных данных пока нет. Второй способ (рис. 4,а) был испытан на автоматах перемен-

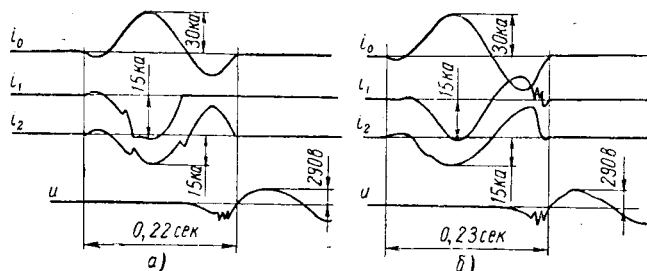


Рис. 3.

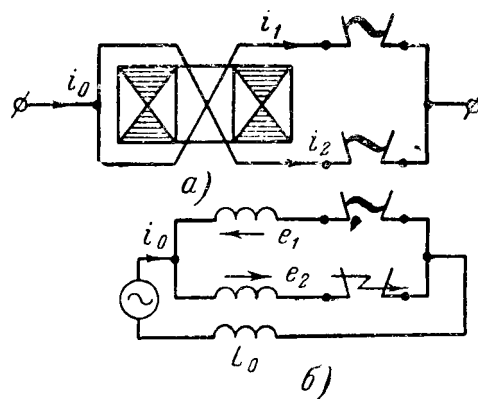


Рис. 4.

ного тока при токах короткого замыкания 20—75 кА и напряжениях 200—700 В (рис. 3,б) и показал хорошие результаты. При появлении неравномерности в распределении тока отключения по параллельным дугогасительным камерам в контуре, образованном параллельными цепями (рис. 4,б), индуцируется э. д. с., пропорциональная производной по времени от разности токов в параллельных камерах. Если при переходе тока отключения через нуль дуга возобновится только в одной камере, то к погасшему разрыву будет приложено напряжение

$$U_m = U_1 + U_2 \approx \omega^2 \frac{s}{l} \omega I_m \frac{dB}{dH} \Big|_{H=0}, \quad (2)$$

где  $\omega$  — число витков (на рис. 4,а  $\omega = 2$ );

$s, l$  — сечение и средняя длина шихтованного магнитопровода;

$\frac{dB}{dH}$  — характеристика материала магнитопровода;

$\omega$  и  $I_m$  — круговая частота и амплитуда тока фазы.

Напряжение  $U_m$  имеет форму, близкую к прямоугольному импульсу. Ширина импульса определяется током насыщения и может регулироваться величиной воздушного зазора магнитопровода (с одновременным изменением амплитуды  $U_m$ ). Напряжение  $U_m$  имеет две составляющие  $U_1$  и  $U_2$ . Ток одной из них может замыкаться не только внутри контура, образованного параллельными цепями, но и через внешнюю цепь (рис. 4,б), что может несколько снизить эффективность работы схемы при очень малых индуктивностях внешней цепи. Аналогичные схемы могут быть построены для аппарата с тремя и более параллельными камерами [Л. 4].

Параметры устройства (рис. 4,а) зависят от характеристик дугогасительных камер, в частности от величины напряжения  $U_m$ , необходимого для возобновления горения дуг, погасших при нулевых значениях тока, и от формы кривой тока при переходах через нуль. Оценим ориентировочные размеры устройства (рис. 4,а). Например, для обеспечения параллельного дугогашения в генераторном выключателе на напряжение 20 кВ (примем необходимое для возобновления дуги напряжение  $U_m = 25$  кВ) при токах короткого замыкания 250 кА и выше, при конструктивно наиболее простом двухвитковом исполнении (рис. 4,а) нужен согласно (2)

магнитопровод сечением  $150 \text{ см}^2$  и средним диаметром  $30 \text{ см}$ . В проводившихся нами опытах с автоматами переменного тока на номинальное напряжение до  $700 \text{ в}$  магнитопровод сечением  $25 \text{ см}^2$  и средним диаметром  $21 \text{ см}$  при  $\psi=4$  обеспечивал параллельное дугогашение при токах короткого замыкания  $25 \text{ ка}$  (при этом по (2)  $U_m=2,4 \text{ кв}$ ). Как видно, размеры устройства не являются чрезмерными.

Использование для возобновления горения дуги линейной индуктивности контура, образованного параллельными цепями, может быть затруднительно, так как нужны сравнительно большие индуктивности. При длине контура  $6 \text{ м}$  и ширине  $0,5 \text{ м}$  (шины  $100 \times 10 \text{ мм}$ ) опыты с автоматами переменного тока номинальным напряжением  $500 \text{ в}$  не дали положительных результатов.

**Вывод.** Параллельное дугогашение является перспективным способом, позволяющим решить проблему отключения очень больших токов короткого замыкания. Имеющиеся экспериментальные данные позволяют считать параллельное дугогашение в низковольтных аппаратах технически осуществимым. Необходимо продолжать теоретическое и экспериментальное изучение процессов параллельного дугогашения.



### Литература

1. Бронштейн А. М. и Герчиков В. Р., Мощные воздушные генераторные выключатели, «Электротехника», 1963, № 12.
2. Никифоровский Н. Н., О коммутации тока при размыкании одной из двух параллельных цепей электрических аппаратов, «Электричество», 1959, № 12.
3. Брон О. Б., Проблемы современного низковольтного электроаппаратостроения, Труды НИИЭП, т. 5, ЦБТИ НИИЭП, 1957.
4. Курков С. А. и Тихомиров Ф. Б., Коммутационное устройство, Авторское свидетельство № 169634 от 1/IV 1963 г.
5. Дубошин Г. Н., Основы теории устойчивости движения, изд. МГУ, гл. 7, 1952.
6. Fehling H., Über das Verhalten der Ansatzpunkten von Hochstrom — Schaltlichtbögen, ETZ, 1963, S. 499.
7. Залесский А. М., Электрическая дуга отключения, Госэнергоиздат, 1963.
8. Грановский В. Л., Электрический ток в газе, т. I, ГИИТЛ, 1952.
9. Андронов А. А., Витт А. А. и Хайкин С. Э., Теория колебаний, ГИФМЛ, 1959.
10. Кукеков Г. А., Проектирование выключателей переменного тока высокого напряжения, Госэнергоиздат, 1961. [30.10.1965]

УДК 621.318.4.013.001.57

## Исследование магнитной системы с многослойной катушкой вокруг зазора

Инж. О. Б. БУЛЬ

Московский энергетический институт

**Введение.** В последнее время повысился интерес к магнитным системам, способным создавать поле до  $20 \text{ кгс}$  в объеме нескольких единиц и даже десятков кубических метров при зазоре порядка  $0,5—1 \text{ м}$ . Для получения магнитного поля в большом зазоре можно использовать магнитную систему, намагничивающая катушка которой заполняет все окно магнитопровода, т. е. охватывает воздушный зазор и полюсы. Частным случаем является магнитная система без полюсов, у которой общая высота катушек равна длине воздушного зазора (рис. 1).

Выступающие за пределы магнитопровода (лобовые) части ее катушек у обоих концов зазора отогнуты, что открывает к нему свободный доступ. Катушка создает магнитное напряжение между

верхним и нижним сердечниками магнитопровода, благодаря чему между ними возникают потоки воздушного зазора  $\Phi_\delta$  (рис. 1) и потоки рассеяния и выпучивания.

При расчете такой магнитной системы исходными данными обычно являются: индукция в воздушном зазоре, размеры зазора и верхняя граница мощности, потребляемой обмоткой. Требуемый проективный расчет (определение основных размеров магнитопровода и катушки) невозможен без правильного представления о потокораспределении в магнитной системе, которую необходимо спроектировать. Такой расчет может быть сделан при помощи нескольких последовательных приближений, если известны надежные методы поверочного расчета (расчет по заданным или выбранным геометрическим размерам всей системы). Целью настоящей работы являются исследование потокораспределения в магнитной системе типа системы, показанной на рис. 1; разработка методики ее поверочного расчета при помощи картин плоскопараллельных полей, снятых на электропроводной бумаге, и определение погрешности расчета.

**Экспериментальные исследования.** Исследования проводились на модели такого рода магнитной системы (рис. 2) с тремя разными катушками без от-

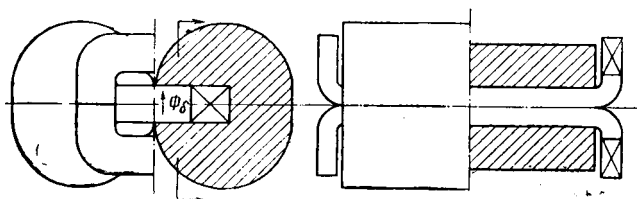


Рис. 1. Магнитная система с катушкой вокруг зазора без полюсов.

гиба лобовых частей. Опыты проведены при индукциях, при которых магнитным сопротивлением стали можно пренебречь.

Экспериментальная магнитная система была изготовлена из листовой стали Э41, что позволило проводить опыты на переменном токе. На выходе двадцати четырех измерительных катушек, намотанных по сечению магнитопровода и воздушного зазора в плоскостях, перпендикулярных потоку, напряжение измерялось при помощи электронного вольтметра. На рис. 2 показаны только 15 из этих катушек; они обозначены линиями с двумя кружками на концах.

Результаты измерения представлены в виде кривых изменения потока по длине магнитопровода (верхний график на рис. 2) и воздушного зазора (левый график на рис. 2). Поток воздушного зазора определялся при помощи измерительных катушек с размерами  $2a_1 \cdot b$ . Намагничивающие силы катушек для каждого опыта брались одинаковыми, равными  $204 \text{ A}$ .

В каждом из трех проводившихся опытов включалась одна из трех катушек: малослойная  $\omega_1$  (опыт № 1), многослойная  $\omega_2$  (опыт № 2) и малослойная  $\omega_3$  (опыт № 3). Кривые изменения потоков в вертикальных сердечниках не приведены, так как там поток остается практически постоянным и равным его максимальному значению в каждом случае.

Катушки создают в объеме рабочего воздушного зазора поток  $\Phi_3$ . Из кривых 1, 2 и 3 в левой части рис. 2 видно, что величина этого потока почти не зависит от ширины катушки и средней длины ее витка, чего нельзя сказать о потоках в стали. Кривые 1 на рис. 2 показывают, что при включении катушки  $\omega_1$  половина магнитного потока воздушного зазора приблизительно равна потоку в любом из сечений магнитопровода (за исключением частей горизонтальных сердечников, расположенных на ширине зазора  $2a_1$ ). Это означает, что потоки рассеяния и выпучивания в магнитной системе такого рода при малослойной катушке практически отсутствуют, что и следовало ожидать в свете исследований, описанных в [Л. 1 и 2].

Замена малослойной намагничивающей катушки на многослойную сильно уменьшает эффективность охвата катушкой воздушного зазора. Так, в опыте № 2 максимальный поток в стали более чем в 2 раза превосходит половину потока воздушного зазора. Это объясняется наличием создаваемых катушкой  $\omega_2$  потоков рассеяния  $\Phi_s$  на ширине катушки  $c$  (рис. 2), выпучивания  $\Phi_v$  на ширине  $2a$  и небольших потоков выпучивания  $\Phi'_v$ . Последние будут иметь место между внешними гранями ниж-

него и верхнего сердечников на ширине катушки  $c$  (потоки  $\Phi'_v$  на рис. 2 не показаны). Наибольшие потоки  $\Phi_s$ ,  $\Phi_v$  и  $\Phi_{sv}$  имеют место в опыте № 3. Сравнение этого опыта с опытом № 1 еще раз показывает, что для получения в каком-либо воздушном объеме требуемого значения индукции выгодно катушку располагать как можно ближе к зазору.

Проведенные исследования говорят о том, что расчет данной магнитной системы с многослойной катушкой путем замены катушки бесконечно тонким намагничивающим слоем приведет при определении потоков в стали к большим погрешностям. В этом смысле рекомендации, данные в [Л. 1], следует отнестись только в адрес систем с малослойной катушкой.

Исследование и расчет при помощи картин поля, снятых на электропроводной бумаге. Кроме потоко-распределения вдоль магнитопровода и воздушного зазора, магнитная система на рис. 2 исследовалась также при помощи картин поля, снятых на электропроводной бумаге. Это позволило провести расчет исследуемой системы и сравнить потоки в различных сечениях магнитопровода и воздушного зазора, определенные экспериментально, с их значениями, полученными на основе расчета по картинам поля. Ограниченный объем статьи не позволяет привести результаты этого исследования для всех трех опытов, поэтому остановимся только на опыте № 2, представляющем наиболее реальный случай.

Картина поля в основной плоскости. На рис. 3 приведена картина поля, снятая для правой верх-

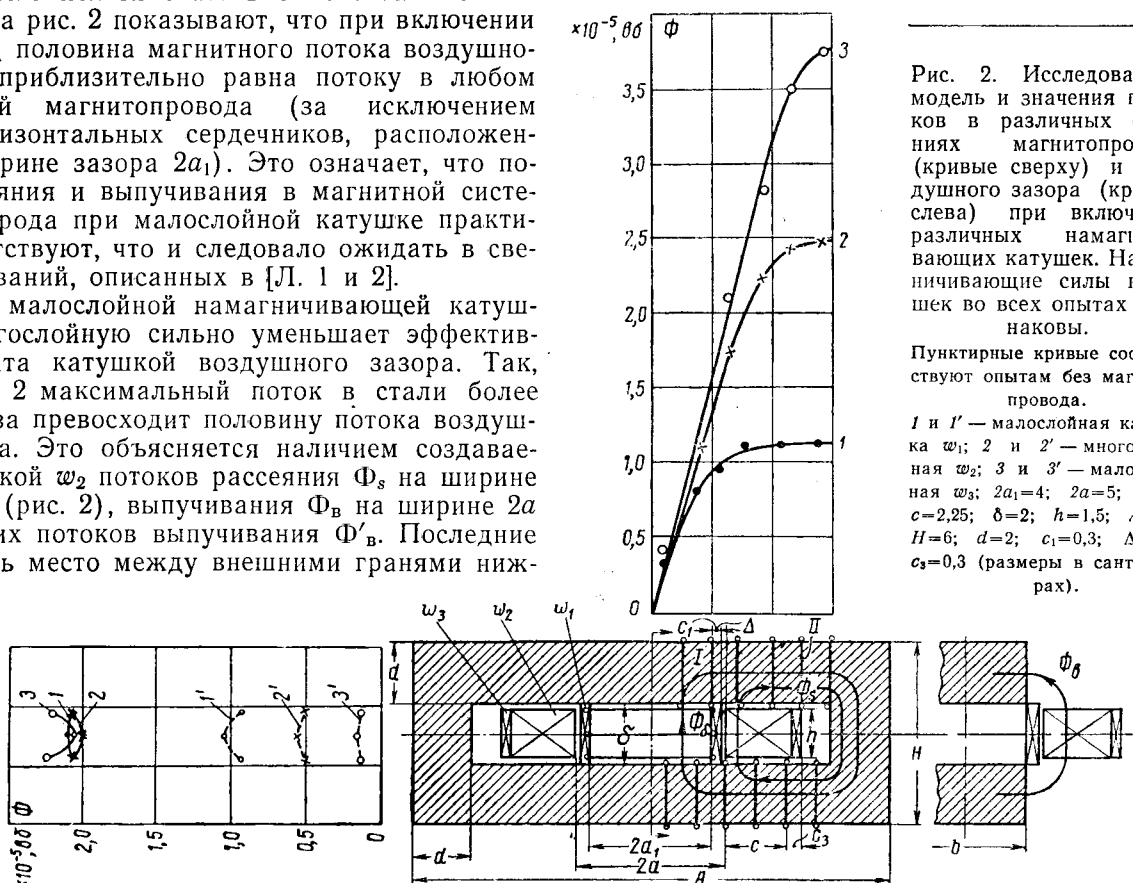


Рис. 2. Исследованная модель и значения потоков в различных сечениях магнитопровода (кривые сверху) и воздушного зазора (кривые слева) при включении различных намагничивающих катушек. Намагничивающие силы катушек во всех опытах одинаковы.

Пунктирные кривые соответствуют опытам без магнитопровода.

1 и 1' — малослойная катушка  $\omega_1$ ; 2 и 2' — многослойная  $\omega_2$ ; 3 и 3' — малослойная  $\omega_3$ ;  $2a_1=4$ ;  $2a=5$ ;  $b=4$ ;  $c=2,25$ ;  $\delta=2$ ;  $h=1,5$ ;  $A=16$ ;  $H=6$ ;  $d=2$ ;  $c_1=0,3$ ;  $\Delta=0,2$ ;  $c_2=0,3$  (размеры в сантиметрах).

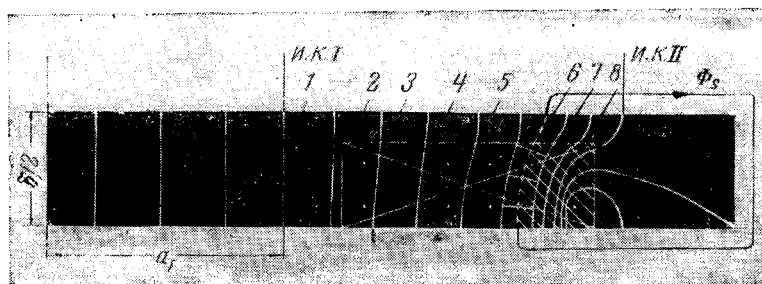


Рис. 3. Картина поля исследуемой магнитной системы в основной плоскости, снятая на электропроводной бумаге.  
И.К. — измерительная катушка.

ней четверти сечения магнитной системы, изображенного на рис. 2 слева. Электропроводная бумага (черная) моделирует воздушное пространство. На бумаге вырезается профиль магнитной системы. В данном случае можно вырезать внутреннее пространство магнитопровода, так как потоков вне магнитопровода в этой плоскости не будет, а поскольку исследуемая магнитная система симметрична относительно вертикальной и горизонтальной осей симметрии, то достаточно вырезать четверть внутреннего пространства. Магнитопровод на фотографии картины поля имеет белый цвет.

Схемы моделирования на электропроводной бумаге и методика моделирования описаны в [Л. 3]. Методика определения магнитных проводимостей, принятая в настоящей работе, несколько отличается от описанной в [Л. 3]. Пружинящие электроды с точечным контактом подводятся к поперечному сечению катушки (места контактирования обозначены на рис. 3 и на других рисунках точками). Через регулировочные сопротивления, служащие для подстройки тока в ветвях каждого из электродов, последние подводятся к одному из потенциалов источника постоянного напряжения; другой потенциал его при моделировании всей рассматриваемой плоскости магнитной системы подводился бы через пружинящие точечные электроды к другому поперечному сечению катушки, но при моделировании симметричных магнитных систем рассматриваемый потенциал источника можно подсоединять к заранее известной линии индукции однородного поля, которой в данном случае является вертикальная ось симметрии системы. При одинаковой плотности тока в катушке точечные электроды подсоединяются к центрам прямоугольников, на которые разбивается область бумаги, занимаемая поперечным сечением катушки. При этом токи во всех ветвях должны быть одинаковы. Точность моделирования повышается с увеличением числа точечных пружинящих электродов. Между электродами противоположной полярности на бумаге протекает ток. При помощи чувствительного нуль-индикатора можно найти направление эквипотенциалов поля этого тока. Электрические эквипотенциалы вследствие аналогии между электрическим и магнитным полями (при правильном соблюдении граничных условий) соответствуют линиям индукции в моделируемой магнитной системе. Снятые таким образом картины поля получаются весьма наглядными и качественными. Трубки поля в общем случае переносят раз-

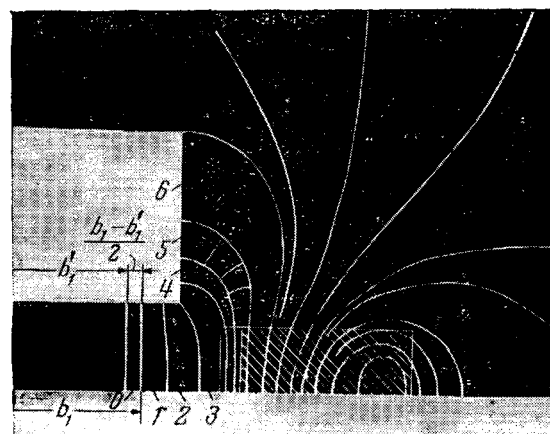


Рис. 4. Выпучивание потока воздушного зазора.  
 $b_1=3,1$  см;  $b_1'=2,75$  см.

ные по величине потоки, однако это не является препятствием для количественного расчета потока каждой трубки и суммарного потока.

Как видно из рис. 3, поле воздушного зазора практически однородно (линии индукции вертикальны), несмотря на то, что в реальном опыте высота катушки в окне магнитопровода  $h=1,5$  см несколько меньше высоты окна  $\delta=2$  см (рис. 2). Линии индукции поля рассеяния по мере удаления от воздушного зазора отклоняются от вертикали. При моделировании случая с полным заполнением окна магнитопровода (рис. 1) однородность поля по ширине зазора и поля рассеяния по ширине катушки получилась идеальной.

Для определения величины потока любой трубки, пересекающей катушку, необходимо знать не только ее магнитную проводимость но и магнитное напряжение, под которым она находится. Для определения удельной проводимости такой трубки ее надо разбить на единичные трубки-квадратики, проводимость каждого из которых равна единице. Тогда удельную магнитную проводимость  $g_i$  любой трубки потока легко найти по формуле

$$g_i = \frac{1}{n_i}, \quad (1)$$

где  $n_i$  — число единичных трубок в рассматриваемой трубке потока.

Так, для трубки 6, разбитой на рис. 3 на квадратики,  $n_i=3^{3/4}$ . Поток этой трубки  $\Phi_s$  (рис. 3), замыкаясь по стали, охватывает только заштрихованную часть катушки. Поэтому он находится под магнитным напряжением  $U_M$ , равным н. с. половины катушки  $F_K$ , уменьшенной пропорционально отношению заштрихованной на рис. 3 площади  $S'$  к площади поперечного сечения катушки  $S_K$ :

$$U_M = F_K \frac{S'}{S_K}. \quad (2)$$

Картина поля потоков выпучивания  $\Phi_B$ . Картина поля исследуемой магнитной системы в плоскости, соответствующей правой части рис. 2, изображена на рис. 4 (показана правая верхняя четверть). Правильно выполнить граничные условия при моделировании в этой плоскости достаточно сложно. Общий электрод подсоединяется по оси симметрии



зазора. Продолжение вертикальной оси симметрии над магнитной системой является не линией индукции, а линией равного магнитного потенциала (должно быть линией тока на модели), поэтому к этой части вертикальной оси симметрии общий электрод не подсоединяется. При снятии картины поля на рис. 4 во избежание искажения граничных условий размеры листа электроприводной бумаги были взяты большими, чем окончательные размеры листа, изображенного на рис. 4.

При расчете по картине поля на рис. 4 предполагалось, что оно плоскопараллельно на глубине  $2a$  (рис. 2). Здесь и в дальнейшем под глубиной плоскопараллельного поля будем иметь в виду тот его размер, вдоль которого картина поля не изменяется. Рисунок 4 показывает, что существуют потоки, сцепленные только с частью катушки и замыкающиеся целиком по воздуху. Нас же интересуют потоки, замыкающиеся по стали, так как при проектировании и расчете магнитопровода необходимо будет учесть именно их. Эти потоки участка неоднородного поля мы и называем потоками выпучивания  $\Phi'_в$  (к ним относятся трубки 1—6 поля на рис. 4).

Проводимость этих потоков определяется описанным способом. Например, удельная проводимость разбитой на квадратики трубки 5 (рис. 4) равна  $1/\mu_1$ . Магнитное напряжение, под которым находится эта трубка, определяется площадью сечения катушки, заштрихованной на рис. 4, т. е. внешней по отношению к магнитопроводу и зазору. На рис. 5 изображена правая половина исследованной магнитной системы. Одна из трубок потока выпучивания (бесконечно тонкая) на рис. 5 обозначена, как и весь поток,  $\Phi'_в$ . Так как магнитное сопротивление стали не учитывается, то по закону полного тока магнитное напряжение, под которым находится трубка потока  $\Phi'_в$  в воздухе, равно полному току, пронизывающему замкнутый контур рассматриваемой трубки потока, т. е.

$$U_M = i\omega. \quad (3)$$

В магнитопроводе путь замкнутого контура трубки потока  $\Phi'_в$  показан пунктиром. Рассмотрение рис. 5 показывает, что контур пронизывается только частью витков катушки, изгибающейся на площадке  $MM_1N_1$ , т. е. внешней по отношению к магнитопроводу. Намагничивающая сила этой части катушки в уравнении (3) обозначена  $i\omega$ . Другая часть, внутренняя, проходит, минуя рассматриваемый контур трубки потока.

**Потоки выпучивания  $\Phi'_в$  на ширине катушки.** Остановимся на методике определения потоков выпучивания  $\Phi'_в$  между расположенными на ширине катушки  $c$  (рис. 2) внешними гранями верхнего и нижнего сердечников магнитопровода. Трудно достаточно точно учесть магнитные проводимости этих потоков. Однако они не велики, поэтому даже значительная ошибка здесь почти не повлияет на точность общего расчета. Для простоты будем полагать, что углы катушки прямые, как на рис. 5 (в действительности углы катушки опыта № 2 были скруглены). Это допущение несколько увеличит потоки  $\Phi'_в$ .

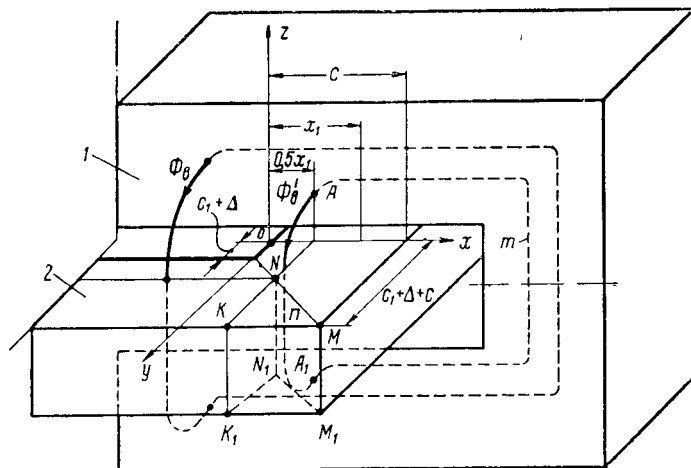


Рис. 5. Потоки между внешними гранями горизонтальных сердечников.

1 — магнитопровод; 2 — катушка (без каркаса).

Рассмотрим потокораспределение на ширине катушки  $c$  в какой-либо из плоскостей, параллельных плоскости  $zoу$ , например, на расстоянии  $0,5 x_1$  от этой плоскости (рис. 5). Потокораспределение в этой плоскости фактически определяется частью н. с. катушки, а именно теми ее витками, которые проходят через сечение  $NKK_1N_1$  катушки рассматриваемой плоскостью. Действительно, в этой плоскости любой замкнутый контур потока, пересекающий катушку так, чтобы линия  $NN_1$  была для него внешней по отношению к магнитопроводу (например, контур  $AnA_1mM$  потока бесконечно тонкой трубки  $\Phi'_в$ ) создается только теми витками, которые проходят через поперечное сечение  $KNN_1K_1$ . Если в этой же плоскости рассмотреть контур потока, пересекающий сечение  $KNN_1K_1$  катушки, то можно утверждать, что этот контур в воздухе находится под магнитным напряжением, пропорциональным той части сечения  $KNN_1K_1$ , которая является внешней для контура по отношению к магнитопроводу.

В любой из плоскостей, параллельных плоскости  $zoу$  и расположенных на ширине катушки  $c$  (рис. 5), часть поперечного сечения, определяющая потокораспределение, будет различна, однако величина ее изменяется линейно от полного сечения катушки  $S_K$  при  $x=0$  до нуля при  $x=c$ . Кроме того, линейно изменяется расстояние части сечения катушки, создающей потоки  $\Phi'_в$ , от магнитопровода. Так, при  $x=0$  оно равно  $c_1+\Delta$ , при  $x=c$  оно равно  $c_1+\Delta+c$ . Эти линейные изменения величины н. с. и расстояния до сечения позволяют усреднить н. с., действующие в отдельных плоскостях. Так, для определения суммы потоков  $\Phi'_в$ , имеющих место в плоскостях, расположенных на длине  $x_1$  и параллельных плоскости  $zoу$ , можно предположить, что потоки в каждой из этих плоскостей создаются поперечным сечением катушки, определяемым пересечением плоскости, расположенной на расстоянии  $0,5 x_1$  от плоскости  $zoу$ , с витками катушки, т. е. сечением катушки  $KNN_1K_1$ .

Тогда можно для определения суммы потоков  $\Phi'_в$  на длине  $x_1$  в плоскости  $AnA_1$  построить карти-



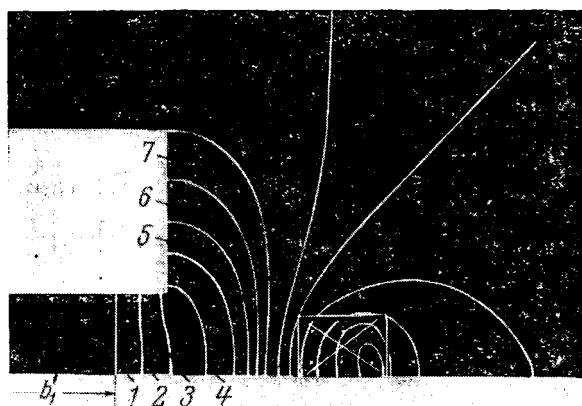


Рис. 6. Потoki выпучивания  $\Phi'_в$  между частями верхнего и нижнего горизонтальных сердечников магнитопровода, расположенными на ширине катушки.

$b'_1 = 2,75$  см.

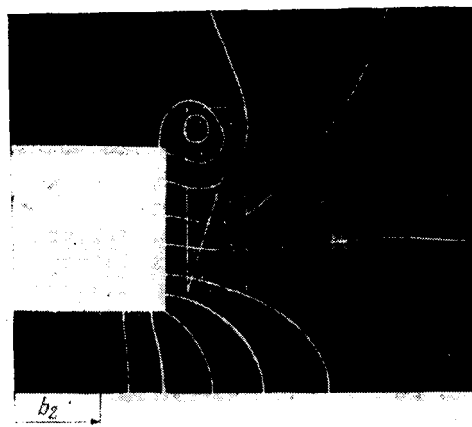


Рис. 7. Выпучивание потока воздушного зазора при отгибе лобовых частей обмотки.

ну поля, в которой поперечное сечение катушки соответствовало бы площади  $KNN_1K_1$  и было расположено на таком же расстоянии от магнитопровода. Намагничивающая сила моделируемой катушки определялась бы при этом отношением

$$F'_к = F_к \frac{S_1}{S_к},$$

где  $S_1$  — площадь сечения  $KNN_1K_1$ ;  
 $S_к$  — полное сечение катушки.

Полный поток  $\Phi'_в$  на всей ширине катушки с можно, таким образом, определить по полю, снятому для сечения, расположенного от плоскости  $zoy$  на расстоянии  $x = \frac{c}{2}$ . Тогда  $S_1 = \frac{S_к}{2}$  и  $F'_к = \frac{F_к}{2}$ .

Катушка должна быть расположена на месте правой половины сечения катушки, изображенного на рис. 2 и 4. Правая верхняя четверть поля, снятого при такой замене, показана на рис. 6.

В дальнейшем под потоками выпучивания  $\Phi'_в$  будет иметь в виду не только потоки между внешними гранями горизонтальных сердечников (трубки 4—7 и часть 3), но и между частью внутренних граней (трубки 1, 2 и другая часть 3) вплоть до участка однородного поля шириной  $b'_1$  (рис. 6).

Сравнение картин поля на рис. 4 и 6 показывает их сходство. Отличие состоит главным образом в том, что линии индукции поля на рис. 6 сильнее выпучиваются, чем поля на рис. 4, в результате чего  $b_1$  (рис. 4) получилось больше  $b'_1$  (рис. 6). Отличие в выпучивании имеет место потому, что витки катушки на рис. 6 более удалены от зазора, чем витки катушки на рис. 4. В предельном случае, когда тонкая катушка расположена возле самого зазора (опыт № 1, рис. 2), поток практически не выпучивается.

Пользуясь сходством между полями на рис. 4 и 6, можно полный поток выпучивания  $\Phi'_в$  приближенно определять по картине поля на рис. 4, помня, однако, о том, что он создается только внешней половиной катушки с н. с., равной  $\frac{F_к}{2}$ . При расчете максимального потока следует поток выпучивания  $\Phi'_в$  определять по полю на рис. 6 на глубине

не  $c$ , потоки воздушного зазора и рассеяния — по полю в основной плоскости (рис. 3) на глубине  $b'_1$ , а потоки выпучивания  $\Phi'_в$  — по полю на рис. 4 на глубине  $a$ . Так как  $b'_1 < b_1$ , то следует учесть еще ту часть потока воздушного зазора между внутренними гранями горизонтальных сердечников, которая не вошла ни в один из перечисленных потоков. Для удобства расчета ее следует отнести к потокам выпучивания  $\Phi'_в$  (трубка 0 шириной  $\frac{b_1 - b'_1}{2}$  на рис. 4).

Исследуемая магнитная система была рассчитана по картинам поля на рис. 3, 4 и 6 при той же н. с. катушки, что и в опыте № 2 (рис. 2). Полученные при расчете потоки в различных сечениях магнитопровода сравнивались с потоками, полученными в тех же сечениях при помощи измерительных катушек. При этом получилось достаточно хорошее совпадение опыта с расчетом: максимальная погрешность составила всего 5% (если принять опытные потоки в качестве истинных).

*Расчет потоков выпучивания магнитной системы с отогнутыми лобовыми частями катушек.* Особый интерес представляет магнитная система с катушкой вокруг зазора и с отгибом ее лобовых частей (рис. 1). Если бы у катушки в проведенном опыте № 2 были отогнуты лобовые части, то потокораспределение в плоскости по рис. 2 (правое сечение) стало бы как на рис. 7. Нетрудно видеть из сравнения рис. 7 и 4, что при отгибе лобовых частей уменьшается область однородного поля в зазоре ( $b_2$  на рис. 7 меньше  $b_1$  на рис. 4) и увеличиваются потоки выпучивания. Сравнение полей на рис. 7 и 4 показывает, что с точки зрения расчета между системами на рис. 1 и 2 нет принципиальной разницы. В обеих системах имеют место потоки воздушного зазора и выпучивания. Часть потоков выпучивания находится не под полным магнитным напряжением. Существуют потоки, не замыкающиеся по магнитопроводу и сцепленные только с частью витков катушки (в правой части сечения катушки на рис. 4 и в левой верхней части сечения катушки на рис. 7). В основной плоскости поля этих систем идентичны. Все это доказывает, что методика расчета магнитной системы на рис. 2, проверенная

экспериментально, может быть использована и для расчета магнитной системы на рис. 1.

Проведенные экспериментальные исследования позволяют, руководствуясь установленным характером потокораспределения, спроектировать профиль литого магнитопровода магнитной системы с катушкой вокруг зазора без полюсов так, чтобы в различных его сечениях была приблизительно одинаковая индукция. При этом для системы с отгибом лобовых частей он будет иметь вид, изображенный на рис. 1. Магнитопровод, изготовленный из блоков, сваренных из толстолистовой стали, будет иметь несколько больший вес.

**Роль стали.** Интересно экспериментально сравнить магнитную систему рассматриваемого типа с той же системой катушек, но без магнитопровода. В магнитных системах с небольшим воздушным зазором влияние стали огромно. Без магнитопровода в том же объеме и при той же н. с. мы получили бы поле, например, в несколько сотен раз меньшее, чем с магнитопроводом. Магнитные системы на рис. 1 и 2 являются фактически соленоидом с внешним стальным кожухом. Известно, что такой кожух незначительно увеличивает индукцию внутри соленоида. Степень этого увеличения зависит в основном от отношения длины зазора  $\delta$  к его ширине  $2a_1$  и глубине  $b$  (рис. 2). При  $\delta \gg b$  и  $\delta \gg 2a_1$ , это увеличение может быть порядка всего нескольких десятков процентов. Если бы столь незначительна была роль стали, то в больших магнитных системах можно было бы отказаться от дорогостоящего, весящего порой несколько тысяч тонн магнитопровода. В исследуемой магнитной системе.

$$\frac{\delta}{b} = \frac{\delta}{2a_1} = 0,5.$$

Посмотрим, сколь сильно магнитопровод облегчает катушке задачу создания в воздушном зазоре индукции требуемой величины. На рис. 2 (слева) приведены пунктиром кривые значений потоков в тех же сечениях того же воздушного объема, что и в опытах № 1, 2 и 3, при включении в каждом из трех опытов № 1', 2' и 3' тех же катушек  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , но при отсутствии магнитопровода. В каждом из опытов н. с. катушек была взята равной прежней н. с. Сравнение опытов показывает, что значение стали не столь велико, как это имеет место при малых воздушных зазорах, но и не столь мало, как в длинных соленоидах с ферромагнитным кожухом. Например, в случае широкой катушки в опыте № 2 необходимо увеличить н. с. катушки приблизительно в 4 раза, чтобы получить в том же объеме то же среднее значение индукции. Однако увеличение н. с. катушки в 4 раза, например, за счет увеличения плотности тока приведет к увеличению в 16 раз мощности, потребляемой электромагнитом. Это обстоятельство заставляет при проектировании установок, в которых решающее значение имеет потребляемая электромагнитом мощность, не учитывать тех выгод, которые сулит возможность обойтись без дорогого и тяжелого магнитопровода, причем для получения однородного поля отсутствие магнитопровода не является препятствием, т. к. оно достигается с помощью соответствующей формы поперечного сечения катушек [Л. 4].

**Выводы.** 1. Потоки рассеяния и выпучивания у магнитной системы рассматриваемого типа сильно увеличиваются с увеличением ширины сечения катушки. Учет их в случае многослойной катушки необходим.

2. Качественные картины поля, снятые путем моделирования на электропроводной бумаге, дают весьма наглядное представление о потокораспределении в различных плоскостях исследуемой магнитной системы.

3. Расчет магнитной системы рассматриваемого типа при помощи картин плоскопараллельных полей, снятых на электропроводной бумаге, дает хорошие результаты (погрешность менее 5%).

**Приложение.** Расчет удобно вести для четверти магнитной системы, например правой верхней.

1. *Определение потока в сечении и. к. I в опыте 2* (рис. 2 и 3). Картина поля на рис. 3 показывает, что в основной плоскости линии индукции между внутренней поверхностью верхнего горизонтального сердечника и горизонтальной плоскостью симметрии на всей ширине от вертикальной плоскости симметрии до сечения и. к. I прямые. Следовательно, поле в рассматриваемом объеме на глубине  $b'_1$  (рис. 4) однородно. Величину потока этого поля определим по формуле

$$\Phi_{\delta I} = \mu_0 \frac{a_1 b'_1}{\delta/2} F_K. \quad (\text{П-1})$$

Через сечение и. к. I, кроме потоков  $\Phi_{\delta I}$ , проходят еще и потоки выпучивания  $\Phi_b$  (рис. 4), трубки которых находятся в воздухе под различными магнитными напряжениями. Суммарное значение потока выпучивания с двух противоположных сторон магнитопровода, пронизывающего сечение и. к. I,

$$\Phi_{bI} = 2 \sum_{i=0}^m G_i U_i, \quad (\text{П-2})$$

где  $G_i$  — магнитная проводимость  $i$ -й трубки потока поля на рис. 4;

$U_i$  — магнитное напряжение, под которым находится эта трубка в воздухе;

$m$  — число трубок потока выпучивания, замыкающихся через рассматриваемое сечение ( $m=6$ ).

Принимая поле выпучивания потоков  $\Phi_b$  плоскопараллельным на глубине  $a_1$  (рис. 2, а), можно написать:

$$G_i = \mu_0 g_i a_1, \quad (\text{П-3})$$

где  $g_i$  — удельная магнитная проводимость  $i$ -й трубки поля на рис. 4, которая находится по уравнению (1).

Магнитное напряжение можно представить в виде

$$U_i = F_K k_i, \quad (\text{П-4})$$

где  $k_i$  — коэффициент приведения,

$$k_i = \frac{S'_i}{S_K}; \quad (\text{П-5})$$

здесь  $S'_i$  — часть поперечного сечения катушки, охватываемая замкнутым контуром потока  $i$ -й трубки;

$S_K$  — поперечное сечение катушки.

Из уравнений (2), (П-2) — (П-5) легко получить удобные для расчета потоков выпучивания формулы:

$$\Phi_{bI} = 2 \mu_0 a_1 F_K \sum_{i=0}^m \frac{1}{n_i} k_i; \quad (\text{П-6})$$

$$\Phi_I = \Phi_{\delta I} + \Phi_{bI}.$$

Величина потока, измеренного в этом сечении,  $\Phi'_I = 1,430 \cdot 10^{-8}$  аб. Относительная погрешность расчета потока можно определить по формуле

$$\Delta \Phi_I \% = \frac{\Phi_I - \Phi'_I}{\Phi'_I} 100\% = -4,5\%. \quad (\text{П-7})$$

Если учесть погрешности измерительных приборов (электронный вольтметр и амперметр), то максимально возможная погрешность при расчете потока в рассматриваемом сечении составит величину —9,5%.

2. *Определение потока в сечении и. к. II* (опыт 2, рис. 2 и 3). Поток в сечении и. к. II складывается из потоков воздушного зазора и большей части рассеяния, полного потока выпучивания  $\Phi_v$  и полного потока выпучивания  $\Phi'_v$ . Потоки воздушного зазора и рассеяния определим по полю на рис. 3, считая его плоскопараллельным на глубине  $b'_1$  (рис. 4 и 6). Часть потока воздушного зазора на ширине  $a_1$  (рис. 3) нами уже определена уравнением (П-1). Определим проводимость остальных трубок потока этого поля, замыкающихся через и. к. II. На рис. 3 эти трубки пронумерованы арабскими цифрами 1—8. Характер большей части поля в основной плоскости близок к однородному, поэтому удельные проводимости трубок 1—5 (рис. 3) рекомендуется определять не методом квадратов, а по формуле

$$g_i = \frac{a_{срi}}{l_{срi}}, \quad (\text{П-8})$$

где  $a_{срi}$  — средняя ширина  $i$ -й трубки;  
 $l_{срi}$  — ее средняя длина.

Поток трубок 1—8 (рис. 3) можно определить по уравнению, аналогичному (П-6):

$$\Phi'_0 = \mu_0 b'_1 F_R \sum_{i=1}^8 g_i k_i. \quad (\text{П-9})$$

Суммарный поток основной плоскости, пронизывающий и. к. II,

$$\Phi_0 = \Phi_{\delta I} + \Phi'_0.$$

Поток выпучивания, пронизывающий и. к. II, больше потока выпучивания, пронизывающего и. к. I, в  $\frac{a}{a_1}$  раз.

Удельные магнитные проводимости потоков выпучивания  $\Phi'_v$  определим по картине поля на рис. 6. Как видим, все трубки этих потоков находятся под полным магнитным напряжением, равным в данном случае  $\frac{F_R}{2}$ .

Поток  $\Phi'_v$  определяется по уравнению

$$\Phi'_v = 2\mu_0 c \frac{F_R}{2} \sum_{i=1}^7 g_i. \quad (\text{П-10})$$

Искомый поток в сечении и. к. II

$$\Phi_{II} = \Phi_0 + \Phi_v + \Phi'_v.$$

Максимально возможная погрешность по расчету потока в этом сечении составляет +4,5%.

По полю на рис. 4 полный поток  $\Phi'_v$  можно определить по формуле, аналогичной (П-10), где слагаемые суммы  $\sum_{i=0}^6 g_i$

берутся по полю на рис. 4. Коэффициенты приведения удельных проводимостей всех трубок потока поля рис. 4 при использовании этого поля для вычисления полного потока выпучивания  $\Phi'_v$  будут равны единице, так как ни одна из этих трубок не пересекает внешней половины сечения катушки. Сравнение результатов расчета потоков  $\Phi_v$  двумя описанными способами показало, что для их вычисления не следует снимать специальную картину поля. Их можно с достаточной точностью рассчитывать по картине поля, снятой для потоков  $\Phi_v$ ; при этом надо, конечно, уметь выбрать ту часть сечения катушки и ее н. с., которые определяют потокораспределение в какой-то средней для рассматриваемого объема потока  $\Phi'_v$  плоскости.

#### Литература

1. Буль О. Б., Магнитные системы с зазором внутри катушки, «Электричество», 1963, № 4.
2. Буль О. Б., Исследование электромагнита с большим воздушным зазором, Сборник трудов МЭИ, Электромеханика, вып. 56, 1964.
3. Иванов-Смоленский А. В. и Дулькин А. И., Исследование магнитных проводимостей и индуктивностей обмоток электрических машин и аппаратов методом моделирования на электропроводной бумаге, Известия вузов, Электромеханика, 1963, № 10.
4. Stekly Z. J. J., de Winter T. A., Bindari A. E. I., Field coils magnetohydrodynamic generators, Proceedings of the International Conference on High Magnetic Fields, MIT, Nov. 1961, p. 139—147 (MIT Press, 1962).

[21.5.1965]



УДК 621.311.21:621.3.051.024

## Возможные принципы построения системы автоматического регулирования ГЭС и передачи постоянного тока

Инж. В. В. КРИВЕНКОВ

Московский энергетический институт

**Введение.** Применение передачи постоянного тока в качестве межсистемной связи снимает требование синхронной работы электрических систем. Это позволяет повысить экономичность работы речных и приливных гидравлических электростанций путем изменения скорости вращения их турбин. Работа гидростанций с переменной скоростью вращения турбин выдвигает ряд требований к регулированию скорости вращения турбин и возбуждения генераторов, а также к системе регулирования выпрямительной и инверторной подстанций передачи постоянного тока, связывающей эту станцию с электрической системой промышленной частоты. В частности, система автоматического регулирования передачи постоянного тока должна не только

обеспечивать передачу по линии необходимой мощности и поддерживать при этом работу передачи в устойчивом режиме, но и обеспечить работу турбин гидростанции с оптимальным числом оборотов.

В настоящей статье рассматриваются принципы построения систем автоматического регулирования как русловых гидравлических электростанций (ГЭС), так и приливных (ПЭС) и передачи постоянного тока при работе турбин станции в различных режимах.

**Работа турбин по «линии оптимальной оборотности».** В этом режиме скорость вращения турбины должна изменяться в зависимости от имеющегося на станции напора и развиваемой турбиной мощ-

ности таким образом, чтобы к. п. д. турбины был максимально возможным при данной комбинации напора и мощности [Л. 1]. Зависимость скорости вращения турбины от напора и мощности, как правило, аналитически не определяется, а находится из главной универсальной характеристики турбины путем графических построений<sup>1</sup>. Эта зависимость и должна являться законом регулирования скорости вращения турбины. Однако в частном случае, когда линия «оптимальной оборотности» на главной универсальной характеристике турбины проходит параллельно оси абсцисс (ось  $Q_1$ ), закон регулирования скорости турбины может быть выражен аналитически:

$$n_T = k_1 \sqrt{H}, \quad (1)$$

где  $n_T$  — необходимое по условиям оптимальности число оборотов турбины;

$H$  — напор;

$k_1$  — постоянный коэффициент.

Система автоматического регулирования передачи постоянного тока, связывающей ГЭС или ПЭС с электрической системой промышленной частоты, в рассматриваемом случае практически не отличается от системы, принятой для передач постоянного тока без промежуточного отбора мощности. На выпрямительной подстанции в качестве основного регулирующего устройства устанавливается регулятор тока [Л. 2], на инверторной — регулятор угла погасания и минимального тока. В качестве регулятора угла погасания может быть использовано компаундирующее устройство [Л. 3]. Внешние характеристики выпрямителя и инвертора при наличии этих регулирующих устройств изображены на рис. 1.

Внешняя характеристика инвертора описывается уравнением

$$U_{II} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} E \cos \beta + \frac{3}{\pi} x_K I_B, \quad (2)$$

где  $E$  — эффективное значение междупазной коммутирующей э. д. с.;

$\beta$  — угол опережения инвертора;

$x_K$  — реактивность контура коммутации.

Если принять  $x_K$  неизменным, то регулятор угла погасания изменяет угол опережения инвертора  $\beta$  таким образом, что угол погасания инвертора  $\delta$  оказывается приблизительно постоянным при любом сочетании тока и напряжения. В этом случае внешняя характеристика инвертора (пологий участок  $U_{II}$  на рис. 1) определяется соотношением

$$U_{II} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} E \cos \delta - \frac{3}{\pi} x_K I_B. \quad (2a)$$

Регулятор минимального тока, воздействуя на угол опережения  $\beta$ , не допускает снижения тока передачи ниже уставки регулятора и определяет крутой участок характеристики, на котором

$$I_B = I_{p.m.t} \approx \text{пост.} \quad (2б)$$

<sup>1</sup> Исследование работы турбин с переменной скоростью вращения проведено Е. Н. Чаплыгиной. В частности, ею получены зависимости (1) и (4а), используемые в настоящей статье.

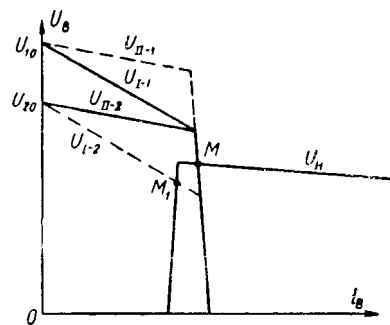


Рис. 1.

Уравнение внешней характеристики выпрямителя может быть записано следующим образом:

$$U_B = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} E \cos \alpha - \frac{3}{\pi} x_K I_B, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — угол зажигания выпрямителя.

Пологий участок внешней характеристики является «естественной» характеристикой нерегулируемого выпрямителя. Крутой участок определяется действием регулятора тока, который изменяет угол зажигания выпрямителя таким образом, чтобы соблюдалось условие

$$I_B \approx I_{p.t} \approx \text{пост.} \quad (3a)$$

На рис. 1 представлены внешние характеристики выпрямителя для двух значений частоты генераторного напряжения  $f_I$  и  $f_{II}$  ( $f_I > f_{II}$ ) при регулировании возбуждения генератора на постоянство коммутирующей э. д. с., причем  $E_I > E_2$ . Крутые участки характеристики в соответствии с выражением (3a) совпадают. «Естественная» характеристика выпрямителя при большей частоте ( $f_I$ ) имеет больший угол наклона ( $U_{I-1}$  и  $U_{I-2}$ ), а при меньшей частоте — меньший ( $U_{II-1}$  и  $U_{II-2}$ ). Это объясняется тем, что с ростом частоты возрастает реактивность контура коммутации.

Увеличение коммутирующей э. д. с. приводит к повышению напряжения холостого хода выпрямителя ( $U_{I0} > U_{II0}$ ) и смещению вверх его «естественной» характеристики ( $U_{I-1} > U_{I-2}$  и  $U_{II-1} > U_{II-2}$ ).

С помощью рис. 1 можно определить закон регулирования возбуждения генератора, работающего на передачу постоянного тока, при вращении его ротора с переменной скоростью. В этих условиях к регулированию возбуждения генератора можно предъявить в основном два требования:

нормальная работа передачи постоянного тока должна обеспечиваться во всем диапазоне изменения частоты генераторного напряжения;

реактивная мощность, потребляемая выпрямителем, должна быть минимальной.

Под нормальной работой передачи в рассматриваемом случае понимается работа инвертора с постоянным углом погасания, причем ток передачи должен определяться уставкой регулятора тока (точка M на рис. 1).

Регулирование возбуждения генератора на постоянство коммутирующей э. д. с. этим требованием не удовлетворяет. Так, при  $E = E_2 = \text{пост.}$  при повышенной частоте  $f_I$  внешние характеристики выпрямителя ( $U_{I-2}$ ) и инвертора ( $U_{II}$ ) пересекутся

в точке  $M_1$ . При этом снижается передаваемая активная мощность и увеличивается реактивная мощность, потребляемая инвертором.

При  $E = E_1 = \text{пост.}$  и пониженной частоте  $f_{\Pi}$  логичный участок внешней характеристики выпрямителя проходит излишне высоко, что приводит к увеличению реактивной мощности генератора при снижении частоты, хотя его реактивности в этом случае уменьшаются.

Перегрузка генератора, работающего на выпрямитель, реактивной мощностью не приводит к увеличению тока статора, так как последний связан с выпрямленным током жесткой зависимостью, зато ток ротора при этом значительно повышается. При пониженных частотах это особенно нежелательно, так как нижняя граница рабочего диапазона частот генератора определяется тепловым режимом ротора. Следовательно, при понижении скорости вращения турбины величину коммутующей э. д. с. целесообразно снижать.

Однако выпрямитель при любой частоте генераторного напряжения должен работать с некоторым запасом по углу зажигания, чтобы регулятор тока имел возможность поддерживать выпрямленный ток на заданном уровне при эксплуатационных колебаниях напряжения в приемной системе. Это возможно, если угол  $\alpha$  равен примерно  $15^\circ$ . Такое значение угла  $\alpha$  можно поддерживать постоянным при любой нагрузке передачи, регулируя возбуждение генератора на постоянство выходной величины (тока или напряжения в зависимости от типа регулятора) регулятора тока.

Обобщив все сказанное, систему автоматического регулирования электропередачи постоянного тока можно представить структурной схемой, изображенной на рис. 2.

Регулятор скорости турбины (РС), получая информацию о напоре ( $H$ ) и нагрузке генератора ( $P_r$ ) и воздействуя на открытие направляющего аппарата турбины, обеспечивает работу турбины по «линии оптимальной оборотности».

Уставка регулятора тока (РТ) задается регулятором мощности (РМ), который поддерживает мощность передачи постоянного тока равной заданному значению. Регулятор тока, воздействуя на систему сеточного управления (СУ), поддерживает ток передачи ( $I_b$ ) неизменным.

Система сеточного управления получает питание от фазорегулирующего устройства (ФР), подключенного к шинам генераторного напряжения.

На вход регулятора возбуждения генератора (РВ) подается выходная величина регулятора тока, т. е. ток или напряжение, пропорциональные  $\alpha$ . Регулятор возбуждения, изменяя ток ротора генератора, поддерживает  $\alpha$  постоянным.

На стороне инвертора устанавливаются компенсирующее устройство (КУ) и регулятор минимального тока (РМТ).

**Работа турбин с максимальным к. п. д.** В ряде случаев такой режим может оказаться экономически целесообразным. При этом турбины станции должны иметь постоянное открытие направляющего аппарата, соответствующее на главной универсальной характеристике турбины точке максимального к. п. д. Чтобы турбина работала с макси-

мальным к. п. д. при любом возможном на станции напоре, мощность турбины должна изменяться по следующему закону:

$$P_T = 9,81 H \sqrt{H} D_T^2 Q'_1 \eta, \quad (4)$$

где  $D_T$  — диаметр турбины;

$Q'_1$  — приведенный расход в расчетной точке;

$\eta$  — к. п. д. турбины.

Так как  $D_T$ , а также  $Q'_1$  и  $\eta$  при данном режиме работы постоянны, то можно записать:

$$P_T = k_2 H^{3/2}, \quad (4a)$$

где  $k_2$  — постоянный коэффициент.

Зависимость угловой скорости вращения турбины от ее мощности при данном режиме работы можно получить из следующего соотношения:

$$H = \left( \frac{n_T}{n'_1} \right)^2 D_T^2, \quad (5)$$

где  $n_T$  — число оборотов турбины;

$n'_1$  — приведенное число оборотов.

Так как при работе турбины с максимальным к. п. д.  $n'_1 = \text{пост.}$ , то

$$P = A \omega_T^3, \quad (6)$$

где  $A$  — постоянный коэффициент;

$\omega_T$  — угловая скорость вращения турбины.

Такой режим работы возможен на крупной многоагрегатной гидростанции, работающей в базе графика нагрузки. При определенных условиях выражение (4a) может явиться законом, определяющим число включенных агрегатов.

Структурная схема регулирования при работе турбин ГЭС с максимальным к. п. д. почти полностью совпадает со схемой, изображенной на рис. 2. Отличие состоит лишь в том, что регулятор скорости (РС) турбины должен быть выведен из работы, и в схеме появляется решающий блок (РБ), который производя математическую операцию возведения величины, пропорциональной угловой скорости вращения турбины, в третью степень, задает уставку регулятору мощности (РМ).

**Работа турбин с максимальной мощностью.** Работа станции с ограничением мощности по турбине возможна в период паводка, когда за счет подъема уровня воды в нижнем бьефе напор снижается настолько, что ГЭС не может выдать установленную мощность. В этом случае желательна работа ГЭС с максимальной возможной в данных условиях мощностью независимо от величины к. п. д. Аналогичное положение имеет место на приливных станциях, мощность которых предполагается использовать в основном в пиковой части графика системы [Л. 5] при напорах ниже расчетного.

При работе турбин станции с переменной скоростью пропускную способность турбины можно увеличить, изменяя число оборотов турбины в зависимости от изменения напора. Возможность такого режима должна быть проверена по условиям кавитации, исходя из характеристик конкретной турбины, и требует специального гидроэнергетического исследования. Скорость вращения турбины не должна выходить за границы диапазона допустимых значений. В этом режиме может быть выполнена экстремальная система регулирования.



дачи постоянного тока, т. е. в системе, работает при этом в выпрямительном режиме.

Структурная схема автоматического регулирования для случая работы насоса по «линии оптимальной оборотности» изображена на рис. 5.

При работе насоса по «линии оптимальной оборотности» любой комбинации напора и мощности соответствует свое, однозначно определяемое значение открытия направляющего аппарата и своя угловая скорость вращения. Регулятор скорости вращения (РС), воздействуя в зависимости от напора и мощности на открытие направляющего аппарата, поддерживает угловую скорость вращения насоса, соответствующую режиму работы по «линии оптимальной оборотности».

Поддержание мощности на заданном уровне или изменение мощности по какому-то заданному закону осуществляется действием регулятора мощности (РМ), установленного на выпрямительной подстанции. Регулятор мощности выполняет свои функции, воздействуя на изменение уставки регулятора тока (РТ).

На инверторной подстанции устанавливается быстродействующий регулятор угла погасания (РУП), поддерживающий минимально допустимое значение угла погасания инвертора.

При наличии на выпрямительной подстанции последовательно включенных преобразовательных мостов на инверторе устанавливается также регулятор минимального тока (РМТ).

В качестве регулятора угла погасания обычно применяемое компаундирующее устройство в данном случае не может быть использовано по следующим двум причинам: во-первых, при изменении частоты изменяется реактивность коммутации, от которой зависит настройка компаундирующего устройства; во-вторых, для деионизации вентилей инвертора необходим определенный промежуток времени, не зависящий от частоты. Следовательно, выраженный в электрических градусах угол погасания инвертора, соответствующий времени деионизации вентилей, изменяется пропорционально изменению частоты.

Регулятор угла погасания должен поддерживать минимально допустимое значение угла погасания инвертора с учетом этих особенностей работы. Регулирование возбуждения синхронного двигателя, т. е. регулирование противо-э. д. с. инвертора, должно обеспечивать нормальную работу передачи постоянного тока при любой передаваемой мощности и любом числе оборотов турбины.

Это условие оказывается выполненным, если регулирование возбуждения синхронного двигателя будет обеспечивать работу выпрямителя с углом  $\alpha$ , равным приблизительно  $15^\circ$ . Реактивная мощность, потребляемая как выпрямителем, так и инвертором, будет при этом близка к минимальной.

Такое регулирование возбуждения синхронного двигателя осуществить достаточно просто, если передача постоянного тока имеет малую протяженность и между выпрямителем и инвертором имеется надежный канал связи. Если же выпрямитель и инвертор удалены друг от друга на значительное

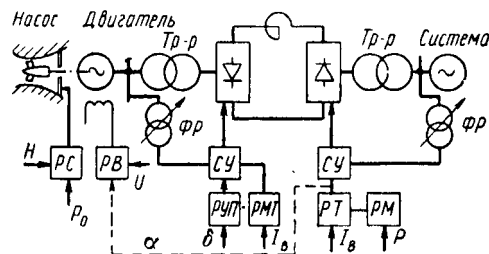


Рис. 5.

расстояние и какого-то специального канала связи между ними нет, то возбуждение синхронного двигателя нужно регулировать согласно заранее рассчитанной регулировочной характеристике:

$$i_b = f(P, \omega),$$

где  $i_b$  — ток возбуждения;

$P$  — передаваемая мощность;

$\omega$  — угловая скорость вращения насоса.

Если в насосном режиме работает нерегулируемая турбина с постоянным открытием направляющего аппарата, то необходимая скорость вращения насоса устанавливается регулированием мощности передачи постоянного тока.

**Выводы.** 1. Передача постоянного тока позволяет с точки зрения построения системы ее автоматического регулирования передавать в электрическую систему промышленной частоты мощность генераторов гидростанции, скорость вращения турбин которой изменяется по определенному закону.

2. Общая система автоматического регулирования передачи постоянного тока, скорости вращения турбин и возбуждения установленных на станции синхронных машин может обеспечить работу гидроагрегатов станции с оптимальным числом оборотов как в турбинном, так и в насосном режимах.

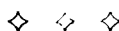
3. При построении систем автоматического регулирования передачи постоянного тока в большинстве случаев могут быть использованы регуляторы, успешно работающие на действующих электропередачах.

4. При работе турбин станции в насосном режиме обычное компаундирующее устройство в качестве регулятора угла погасания инвертора применено быть не может, так как подобный регулятор в этом режиме должен учитывать зависимость минимально допустимого угла погасания инвертора от частоты.

#### Литература

1. Шапов Н. М., Турбинное оборудование электрических станций, Госэнергоиздат, 1961.
2. Берлин Е. М., Регулятор тока для передачи энергии постоянным током высокого напряжения, Известия НИИПТ, Сб. 3, 1958.
3. Рейдер А. М., Компаундирующее устройство инвертора передачи Кашира — Москва, Известия НИИПТ, Сб. 2, 1957.
4. Нейман Л. Р., Глинтерник С. Р., Емельянов А. В. и Новицкий В. Г., Электропередача постоянного тока как элемент энергетических систем, Изд-во АН СССР, 1962.
5. Бернштейн Л. Б., Приливные электростанции в современной энергетике, Госэнергоиздат, 1963.

[13.10.1965]





## Учет вероятностного характера нагрузок при расчетах электрических сетей

Кандидат техн. наук, доц. Д. А. АРЗАМАСЦЕВ и инж. Ю. С. СКЛЯРОВ

Уральский политехнический институт им. Кирова

При проектировании и анализе режимов энергосистем актуальной является задача расчета токораспределений и потерь электроэнергии в сетях при вероятностно заданных нагрузках. В настоящей работе предлагается методика подобных расчетов для некоторых важных случаев. При этом рассматриваются как разомкнутые, так и замкнутые сети сколь угодно сложной конфигурации.

Как известно [Л. 1 и 2], суммарная нагрузка группы независимых приемников при устойчивом технологическом процессе в каждый момент времени подчиняется нормальному закону распределения, если число приемников  $\eta \geq 8 - 10$ , и каждый приемник в отдельности мало влияет на суммарную нагрузку. Рассматриваемые ниже нагрузки районных или заводских подстанций представляют собой обычно суммы нагрузок большого числа разнообразных независимых приемников, причем каждая из слагаемых нагрузок в отдельности обычно мало влияет на суммарную нагрузку подстанции. Для таких случаев естественно ожидать выполнения условий предельной теоремы Ляпунова и считать, что нагрузки таких подстанций в каждый момент времени с достаточной степенью точности подчиняются нормальному закону. Действительно, для указанных случаев возможные значения составляющих нагрузок ограничены конечным интервалом, а дисперсия суммарной нагрузки неограниченно возрастает при неограниченном увеличении числа составляющих нагрузок. Таким образом, выполняется условие Линдеберга, необходимое и достаточное для того, чтобы закон распределения суммы независимых случайных величин стремился к нормальному закону при неограниченном увеличении числа слагаемых. Но не следует забывать, что если число составляющих нагрузок невелико и одна из составляющих нагрузок заметно влияет на нагрузку подстанции, а значит, дисперсия этой составляющей сравнима с дисперсией нагрузки подстанции, то условие Линдеберга не выполняется. В частности, этот факт имеет место при рассмотрении нагрузок тяговых подстанций, которые подчиняются нормальному закону только для определенных значений грузопотока. В подобных случаях необходимо проверять применимость нормального закона распределения путем обработки статистических данных. Мы будем рассматривать расчет токораспределений для сетей, нагрузки узлов которых распределены нормально. Этот случай достаточно типичен [Л. 1 и 2] и охватывает большинство районных и заводских подстанций.

Рассмотрим процесс изменения нагрузки внутри некоторого интервала времени  $0 \leq t \leq T$ . Для указанных выше случаев это будет нестационарный гауссовский случайный процесс

$$I(t) = I_a(t) + jI_p(t),$$

для которого математическое ожидание  $M[I(t)]$  и дисперсия  $D[I(t)]$  есть некоторые функции времени,

определенные на отрезке  $0 \leq t \leq T$ . Произведем кусочно-постоянную аппроксимацию этих функций. Эту аппроксимацию можно произвести так, чтобы зоны постоянства функций, аппроксимирующих  $M[I(t)]$  и  $D[I(t)]$ , совпадали. Указанные зоны будут соответствовать таким временным промежуткам случайного процесса  $I(t)$ , на которых этот процесс с достаточной степенью точности можно считать стационарным. Будем называть эти промежутки зонами стационарности случайного процесса. Существование зон стационарности для нагрузок подстанций обусловлено, во-первых, сменностью работы предприятий и, во-вторых, устойчивостью технологического процесса (а следовательно, и устойчивостью потребления электроэнергии) внутри смены [Л. 3]. Длительность зон стационарности может быть, вообще говоря, различной. Для подстанций промышленных предприятий длительность зоны равна обычно одной смене [Л. 3]. Для районной подстанции, с шин которой питаются обычно разнохарактерные приемники со смещенными друг относительно друга зонами стационарности, длительности зон стационарности могут быть различными и должны определяться опытным путем из графика нагрузки подстанции.

Выделяя зоны стационарности нагрузки подстанции для всего периода  $0 \leq t \leq T$  и определяя постоянные для каждой зоны математические ожидания и дисперсии, получаем кусочно-стационарную вероятностную модель нагрузки подстанции для периода  $0 \leq t \leq T$ . В [Л. 4] указанные характеристики нагрузок определены для зон стационарности длительностью в одни сутки.

Рассмотрим нагрузки линий электропередач в сложной замкнутой сети. Для этого разобьем предварительно рассматриваемый отрезок времени на интервалы времени  $\Delta t_h \left( h=1, 2, \dots, H; \sum_{h=1}^H \Delta t_h = T \right)$ , внутри

которых математическое ожидание  $M_h[I(t)]$  и дисперсия  $D_h[I(t)]$  ни одной из нагрузок не изменяются, и назовем эти интервалы интервалами стационарности нагрузок линий.

Весьма важными характеристиками вероятностного режима сети энергосистемы являются математические ожидания и дисперсии токов линий на интервалах стационарности нагрузок.

Пусть рассматриваемая сеть состоит из  $M$  узлов и  $N$  связывающих их ветвей—ЛЭП. Назовем  $N$ -мерной векторной случайной функцией  $I(t)$  совокупность  $N$  токов участков сети  $I_1(t), I_2(t), \dots, I_n(t), \dots, I_N(t)$ , а  $M$ -мерной векторной случайной функцией  $\vec{I}^B(t)$ —совокупность  $M$  токов нагрузок и токов генерации (внешних токов)  $I_1^B(t), I_2^B(t), \dots, I_m^B(t), \dots, I_M^B(t)$ . Тогда для любого момента времени  $t$  и любой реализации векторной случайной функции  $\vec{I}^B(t)$



токи в линиях должны удовлетворять закону Ома, первому и второму законам Кирхгофа. Поэтому согласно [Л. 5] можно записать:

$$\vec{B}\vec{I}(t) = (-\vec{I}^b(t), 0), \quad (1)$$

где  $\mathbf{B}$  — квадратная неособенная матрица порядка  $N$ ,  $(-\vec{I}^b(t), 0)$  —  $N$  — мерный вектор.

Из матричного уравнения (1) следует:

$$\vec{I}(t) = \mathbf{B}^{-1}(-\vec{I}^b(t), 0),$$

где  $\mathbf{B}^{-1}$  — матрица, обратная матрице  $\mathbf{B}$ .

Следовательно, ток в линии  $n$  может быть записан в виде

$$I_n(t) = \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn} I_m^b(t), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $\dot{B}_{mn}$  — комплексные коэффициенты токораспределения.

Отсюда видно, что ток в линии  $n$  является линейной комбинацией токов нагрузок, причем коэффициенты линейной комбинации являются неслучайными комплексными числами. Поскольку при линейном преобразовании векторной случайной функции ее математическое ожидание преобразуется так же, как и сама случайная функция [Л. 6], и поскольку  $\mathbf{B}^{-1}$  является линейным оператором, то

$$\mathbf{M}[I_n(t)] = \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn} \mathbf{M}[I_m^b(t)], \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Таким образом, законы Ома и Кирхгофа могут быть применены не только к отдельным реализациям случайных функций, но и к их математическим ожиданиям. Отсюда, в частности, следует, что токи в линиях являются стационарными случайными функциями на интервалах стационарности нагрузок. Однако математические ожидания не являются исчерпывающей характеристикой нагрузок линий электропередач. В ряде случаев (в частности, при определении потерь электроэнергии) необходимо знание дисперсий токов линий. Из формулы (2) для дисперсий токов линий имеем:

$$\mathbf{D}[I_n(t)] = \mathbf{D} \left[ \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn} I_m^b(t) \right].$$

Тогда согласно известному соотношению теории вероятностей для дисперсий линейной комбинации нормально распределенных случайных величин для любого момента времени  $t$  получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[I_n(t)] &= \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn}^2 \mathbf{D}[I_m^b(t)] + \\ &+ \sum_{\substack{m, l=1 \\ m \neq l}}^M \dot{B}_{mn} \dot{B}_{ln} \mathbf{K}[I_m^b(t), I_l^b(t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mathbf{K}[I_m^b(t), I_l^b(t)]$  — взаимный корреляционный момент нагрузок узлов  $m$  и  $l$  для момента времени  $t$ .

Соотношение (4) получено в предположении наличия взаимной корреляционной связи нагрузок

узлов. Если таковая связь отсутствует, то вторая сумма в выражении (4) исчезает и выражение (4) упрощается. Формулы (3) и (4) справедливы для любого момента времени  $t$  ( $0 \leq t \leq T$ ).

Если рассматривать математические ожидания и дисперсии токов линий на интервалах стационарности нагрузок  $\Delta t_h$  ( $h=1, 2, \dots, H$ ), то нетрудно заметить, что эти характеристики на указанных интервалах постоянны ввиду стационарности нагрузок узлов. Расчеты по формулам (3) и (4) достаточно трудоемки, так как при этом необходимо определение элементов обратной матрицы  $\mathbf{B}^{-1}$ . Поэтому для подобных расчетов следует применять цифровые вычислительные машины.

Рассмотрим теперь вопрос об определении потерь электроэнергии в сети. Потери электроэнергии в линии  $n$  за интервал стационарности  $\Delta t_h$  можно записать в виде

$$A_{nh} = 3R_n \int_{\Delta t_h} I_n^2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Вслед за [Л. 3] предположим, что нагрузки узлов обычно являются эргодическими случайными функциями на интервалах стационарности. Это предположение для большинства нагрузок не противоречит статистическим данным. Действительно, применяемые в статистических расчетах такие характеристики нагрузок, как генеральная средняя нагрузка и генеральная дисперсия для любого момента времени внутри некоторого промежутка, определяются как средние по времени за данный промежуток [Л. 1—3 и 7]. При этом получаются достаточно надежные статистические выводы.

Покажем, что  $I_n(t)$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) есть эргодический случайный процесс при эргодичности случайных функций  $I_m^b(t)$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ). Действительно, согласно (2)  $I_n(t)$  получается как линейная комбинация эргодических случайных функций. Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I_n(\tau) d\tau &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn} I_m^b(\tau) d\tau = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^M \frac{1}{T} \int_0^T \dot{B}_{mn} I_m^b(\tau) d\tau = \\ &= \sum_{m=1}^M \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{B}_{mn} I_m^b(\tau) d\tau = \\ &= \sum_{m=1}^M \dot{B}_{mn} \mathbf{M}[I_m^b(t)] = \mathbf{M}[I_n(t)], \end{aligned}$$

где  $t$  — любой момент времени внутри данного интервала стационарности.

Таким образом,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I_n(\tau) d\tau = \mathbf{M}[I_n(t)] = \text{пост.},$$

что и доказывает наше утверждение.

Однако, если вероятностный процесс эргодичен, то любая функция от этого процесса (удовлетво-

ряющая некоторым условиям измеримости) также задает эргодический вероятностный процесс (см. например, [Л. 8]). В частности, эргодична не только случайная функция  $I_n(t)$ , но и функция  $I_n^2(t)$ , и поэтому последняя имеет равные друг другу временное среднее и математическое ожидание на интервале стационарности функции  $I_n(t)$ :

$$M[I_n^2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I_n^2(\tau) d\tau.$$

Умножив и разделив правую часть равенства (5) на  $\Delta t_h$ , получим:

$$A_{nh} = \Delta t_h \left[ \frac{1}{\Delta t_h} \int_{\Delta t_h} I_n^2(\tau) d\tau \right] 3R_n. \quad (6)$$

Ввиду того, что интервал  $\Delta t_h$  достаточно велик [Л. 3], можно считать, что

$$\frac{1}{\Delta t_h} \int_{\Delta t_h} I_n^2(\tau) d\tau \approx M_h[I_n^2(t)], \quad (7)$$

причем  $M_h[I_n^2(t)]$  — пост ввиду того, что  $\Delta t_h$  есть интервал стационарности  $I_n(t)$ . Подставляя (7) в (6), получаем:

$$A_{nh} = 3R_n M_h[I_n^2(t)] \Delta t_h. \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что потери электроэнергии являются неслучайной величиной даже при случайных нагрузках, удовлетворяющих условию эргодичности. Этот результат легко объясним и с физической точки зрения. Потери электроэнергии, как и временное среднее, являются интегральной характеристикой процесса и ввиду его эргодичности равны некоторой постоянной величине, пропорциональной математическому ожиданию квадрата модуля тока. Потери электроэнергии во всей сети за промежуток времени  $0 \leq t \leq T$  будут, очевидно, равны:

$$A = \sum_{n=1}^N \sum_{h=1}^H 3R_n M_h[I_n^2(t)] \Delta t_h. \quad (9)$$

Покажем теперь, как определить величину  $M_h[I_n^2(t)]$ , постоянную на интервале  $\Delta t_h$ . Нетрудно видеть, что это второй начальный момент комплексной случайной величины  $I_n(t)$  (при фиксированном в интервале  $\Delta t_h$  времени  $t$ ). Действительно, второй начальный момент указанной величины равен:

$$\mu_2 = M_h[I_n(t) \hat{I}_n(t)],$$

где  $\hat{I}_n(t)$  — сопряженная с  $I_n(t)$  величина, и, следовательно,

$$\mu_2 = M_h[I_n^2(t)]. \quad (10)$$

Но, как известно,

$$\mu_2 = \nu_2 + |\mu_1|^2, \quad (11)$$

где  $\nu_2$  — второй центральный момент или дисперсия случайной величины  $I_n(t)$ ;

$\mu_1$  — первый начальный момент этой величины или ее математическое ожидание.

Поэтому в формуле (11) математическое ожидание  $\mu_1$  определяется выражением (3), а дисперсия  $\nu_2$  — выражением (4). Таким образом, математические ожидания и дисперсии токов линий, а также потери электроэнергии в сети могут быть определены, если известны математические ожидания дисперсии и взаимные корреляционные функции нагрузок узлов. Определение необходимых для расчета характеристик нагрузок узлов представляет собой весьма трудоемкую задачу. В настоящее время имеется положительный опыт определения указанных характеристик для типовых суточных графиков нагрузок [Л. 4]. В [Л. 4] математические ожидания, дисперсии и взаимные корреляционные функции определены для нагрузок потребителей, заданных в виде мощностей. При этом реактивные мощности потребителей считаются пропорциональными соответствующим активным мощностям. Это допущение позволяет распространить полученные характеристики на полные мощности нагрузок. Если использовать полученные в [Л. 4] вероятностные характеристики мощностей нагрузок, то расчеты по формулам (3) и (4) можно производить итерационными методами с привлечением математических ожиданий напряжений узлов. Однако для ряда практически важных приложений можно рекомендовать более простой приближенный метод расчета потокораспределений, имея в виду принятую в [Л. 4] форму задания вероятностных характеристик нагрузок. Как известно [Л. 9], потоки активной и реактивной мощности в ветви  $n$  можно приближенно выразить в виде

$$\left. \begin{aligned} P_n &= \sum_{m=1}^M \alpha_{nm} P_m + \sum_{m=1}^M \beta_{nm} Q_m; \\ Q_n &= \sum_{m=1}^M \gamma_{nm} Q_m + \sum_{m=1}^M \vartheta_{nm} P_m, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $\alpha_{nm}$ ,  $\beta_{nm}$ ,  $\gamma_{nm}$ ,  $\vartheta_{nm}$  — коэффициенты распределения.

Поскольку в формулах (12) мощности линий выражаются через мощности нагрузок линейно, то для математических ожиданий и дисперсий потоков мощности в линиях получаются соотношения, аналогичные формулам (3) и (4). При этом в правые части этих соотношений войдут математические ожидания, дисперсии и взаимные корреляционные функции мощностей узлов, которые могут быть взяты из таблиц, приведенных в [Л. 4]. Эта форма расчета особенно удобна при проектировании электрических сетей, поскольку в этом случае мы чаще всего имеем дело с типовыми графиками нагрузок. При анализе режимов энергосистем следует рекомендовать дифференцированный подход к определению статистических характеристик графиков нагрузок, так как в этом случае мы имеем дело с существующими подстанциями, для которых требуемые характеристики нагрузок могут быть определены достаточно точно [Л. 1 и 7].

**Выводы.** 1. Предлагаемый метод позволяет выполнять электрические расчеты как для существующей, так и для проектируемой сети при вероятностно заданных нагрузках.

# К теории инженерного расчета нестационарных тепловых процессов в мощных полупроводниковых приборах

Кандидат техн. наук, доц. П. Д. ДАВИДОВ

Москва

Основным параметром, определяющим важнейшие эксплуатационные показатели полупроводниковых приборов, является температура наиболее нагретого  $p-n$  перехода, зависящая от подводимой мощности, особенностей конструкции и условий охлаждения. Поэтому для эффективного использования полупроводникового прибора необходимо знать температуру его  $p-n$  перехода при заданных условиях работы.

В настоящее время достигнут существенный прогресс в развитии теории инженерного теплового расчета полупроводниковых приборов при стационарных режимах [Л. 1]. В то же время отставание теории инженерного расчета нестационарных, особенно квазистационарных, тепловых режимов от развития полупроводниковой техники (мощные управляемые и неуправляемые преобразовательные установки, системы регулируемого привода с электродвигателями постоянного и переменного тока и т. п.) препятствуют возможности наилучшего использования силовых полупроводниковых приборов. В особенности это относится к импульсным схемам.

В результате условия работы прибора определяются в основном методами грубых прикидок и проб, т. е. путем неоднократного макетирования и экспериментальной проверки при различных режимах эксплуатации. Естественно, что этот малопроизводительный и трудоемкий способ не только сдерживает развитие полупроводниковой техники, но в ряде случаев даже необоснованно ее дискредитирует. Поэтому задача разработки общей методики инженерного расчета тепловых режимов широкого класса полупроводниковых приборов (силовых вентилях и тиристорах, мощных транзисторах и т. п.) имеет важное практическое значение. Основными предпосылками для этого

может служить теория линейных импульсных систем, открывающая широкие возможности для численного расчета квазистационарных тепловых режимов с привлечением современных средств математики. Однако для получения возможности расчета тепловых режимов необходима прежде всего количественная оценка термодинамических свойств полупроводниковых приборов, выполняющих роль непрерывной части импульсной системы и представляющих в тепловом отношении чрезвычайно сложную систему взаимосвязанных элементов конструкции.

Как известно [Л. 1], тепловые процессы в подобных системах описываются дифференциальными уравнениями в частных производных с неоднородными граничными и начальными условиями. Известные способы решения этих уравнений [Л. 2—4] основаны на анализе нестационарных тепловых режимов в грубоидеализированных однородных моделях полупроводниковых приборов и не отвечают нуждам инженерной практики по причине громоздкости конечных расчетных соотношений и необходимости их существенной коррекции на основе точных сведений о геометрических размерах и конструктивных материалах, примененных для внутренних элементов конструкции.

Исходя из этого, в исследовании нестационарных тепловых режимов полупроводниковых приборов наметилась тенденция к отказу от теоретического анализа и выявлению теплодинамических свойств приборов экспериментальными (эмпирическими) способами, т. е. по характеру их реакции на типовые возмущения [Л. 5]. Тепловые свойства прибора в этом случае характеризуются графиком так называемой переходной тепловой характеристики, что обуславливает применение лишь громоздких графоаналитических методов расчета частных

2. Метод пригоден как при отсутствии, так и при наличии корреляционных связей между нагрузками различных узлов сети. Разумеется, в последнем случае расчеты усложняются.

3. Если нагрузки узловых точек сложной замкнутой сети представляют собой стационарные, эргодические случайные процессы, то токи в ветвях сети также будут стационарными, эргодическими процессами.

4. Если токи в линиях сети есть стационарные эргодические случайные процессы, то потери энергии за достаточно большой промежуток времени являются неслучайными величинами.

## Литература

1. Гнеденко Б. В. и Мешель Б. С., О статистических методах расчета и исследования электрических нагрузок промышленных сетей, «Электричество», 1961, № 2.

2. Каялов Г. М., Применение теории вероятностей и математической статистики при проектировании промышлен-

ных электрических сетей. Материалы научно-технического совещания по применению вероятностных и статистических методов при проектировании и эксплуатации энергетических систем и электрических сетей, ГИТЛ УССР, Киев, 1963.

3. Каялов Г. М., Применение теории случайных функций к анализу графиков нагрузки промышленных электрических сетей, там же.

4. Билик Н. И., Неодинаковость напряжения и статистические числовые характеристики нагрузок электрических сетей, «Электричество», 1964, № 8.

5. Максимович Н. Г., Линейные электрические цепи и их преобразования, Госэнергоиздат, 1960.

6. Пугачев В. С., Теория случайных функций, Физматгиз, 1962.

7. Кузин С. Е., Единый метод расчета электрических нагрузок промышленных предприятий, Известия вузов, Энергетика, 1963, № 8.

8. Давенпорт В. Б. и Рут В. Л., Введение в теорию случайных сигналов и шумов, Изд-во иностранной литературы, 1960.

9. Маркович И. М., Режимы энергетических систем, Госэнергоиздат, 1963.

[12.4.1965]





В общем виде определитель  $\Delta(p)$  можно представить полиномом  $m$ -го порядка:

$$\Delta(p) = F_m(p) = a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m. \quad (4)$$

Минор имеет  $(m-1)$ -й порядок:

$$\Delta_{11}(p) = F_{m-1}(p) = l_0 + l_1 p + \dots + l_{m-1} p^{m-1}. \quad (5)$$

Подставляя в (3) значения (4) и (5), получаем:

$$Z_T(p) = \frac{l_0 + l_1 p + \dots + l_{m-1} p^{m-1}}{a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m}. \quad (6)$$

В выражении (6) все коэффициенты являются вещественными функциями параметров  $R_k$  и  $C_k$ .

Для выявления структуры эквивалентной цепи, функции  $Z_T(p)$  и определения входящих в нее элементов необходимо разложить  $Z_T(p)$  на элементарные составляющие. Так как  $Z_T(p)$  является дробно-рациональной функцией, то методом последовательного деления полиномов и их инверсирования ее можно разложить в конечную цепную дробь [Л. 8]:

$$Z_T(p) = \frac{1}{C_1 p + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{C_2 p + \frac{1}{R_2 + \dots + \frac{1}{C_m p + \frac{1}{R_m}}}}}}. \quad (7)$$

Известно, что входная функция, выраженная обыкновенной цепной дробью, реализуется в виде так называемых лестничных цепей [Л. 9]. В рассматриваемом случае выражению (7) соответствует схема, приведенная на рис. 1. Непосредственное использование этой схемы для расчета нестационарных тепловых режимов является крайне затруднительным, так как невозможно определить какими-либо простейшими способами численные значения входящих в схему модели теплофизических параметров  $C_k$  и  $R_k$ . Рассмотрим поэтому эквивалентное преобразование схемы, представленной на рис. 1, к более удобному виду.

Полюсы и нули (особые точки) функции  $Z_T(p)$  являются простыми и располагаются на отрицательной части вещественной полуоси, чередуясь между собой. При этом особая точка, находящаяся в наибольшем удалении от начала координат,

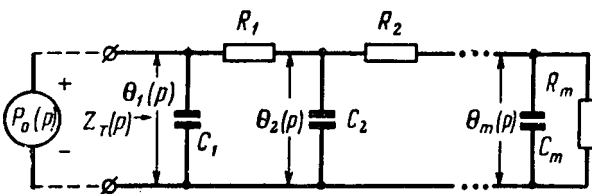


Рис. 1. Теплофизическая модель полупроводникового прибора, представленная лестничной цепью.

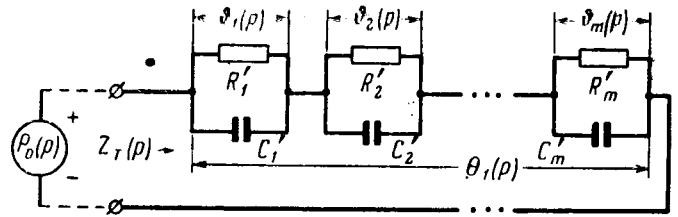


Рис. 2. Приведенная тепловая модель полупроводникового прибора, представленная в виде последовательно-параллельного соединения двухполюсников.

является нулем, а ближайшая к началу координат — полюсом. Следовательно,

$$Z_T(p) = \frac{(p + \gamma_1)(p + \gamma_2) \dots (p + \gamma_{m-1})}{(p + \delta_1)(p + \delta_2) \dots (p + \delta_m)} = \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{p + \delta_k}, \quad (8)$$

где  $\gamma_k$  и  $\delta_k$  — соответственно нули и полюсы функции  $Z_T(p)$ ;

$A_k$  — коэффициенты разложения функции, равные вычету в  $k$ -м полюсе, т. е. при  $p = -\delta_k$ .

Этому уравнению соответствует не только схема на рис. 1, но и схема на рис. 2 при

$$A_k = \frac{R'_k}{T_k} = \frac{1}{C'_k}, \quad (9)$$

где  $T_k = \frac{1}{\delta_k}$  — постоянная нагрева  $k$ -й области;

$R'_k$  и  $C'_k$  — приведенные тепловое сопротивление и теплоемкость  $k$ -й области тепловой модели полупроводникового прибора.

Таким образом, из уравнения (9) получаем:

$$Z_T(p) = \sum_{k=1}^m \frac{R'_k}{T_k p + 1}. \quad (10)$$

Следует отметить, что наличие однотипных составляющих в выражении (10) существенно облегчает последующий расчет тепловых режимов полупроводниковых приборов аналитическими методами теории линейных импульсных систем. Действительно, как видно из рис. 3, структурная схема тепловой модели полупроводникового прибора приводится в этом случае к удобному виду параллельно соединенных однотипных звеньев.

**Определение численных значений параметров операторного теплового сопротивления.** Из уравнения (10) следует, что превышение температуры  $p$ - $n$  перехода над температурой окружающей среды представляется в виде суммы  $m$  экспонент:

$$\theta_1(t) = P_0 \sum_{k=1}^m R'_k \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}}\right) = \sum_{k=1}^m \vartheta_k \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}}\right), \quad (11)$$

где  $\vartheta_k$  — установившееся значение превышения температуры  $k$ -го элемента конструкции прибора над температурой  $(k-1)$ -го элемента.

Следовательно, если располагать реальной переходной характеристикой полупроводникового

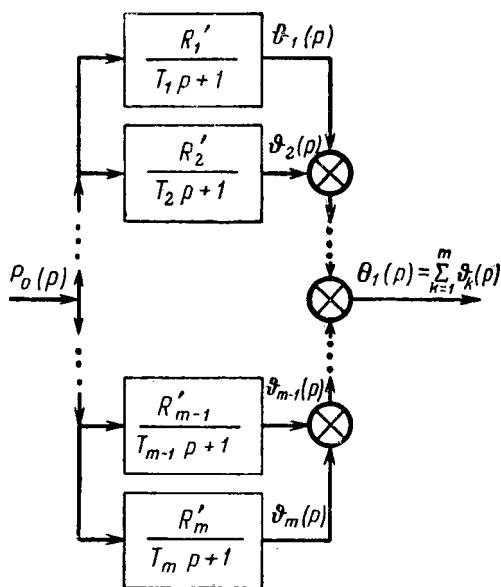


Рис. 3. Структурная схема тепловой модели полупроводникового прибора с однотипными звеньями.

прибора, то, представив ее в виде суммы  $m$  составляющих экспонент, можно получить все интересующие нас приведенные параметры ( $R'_k$ ,  $C'_k$ ) его тепловой модели. Таким образом, задача численного определения тепловых параметров модели полупроводникового прибора сводится в конечном счете к экспериментальному определению реальной переходной характеристики (кривой нагревания), так как последующее ее разложение и анализ машинными или графическими методами не представляют особого труда.

Следует, однако, отметить, что экспериментальное определение реальной переходной характеристики полупроводникового прибора при скачкообразном изменении рассеиваемой в  $p$ - $n$  переходе мощности  $P_0$  встречает определенные трудности практического характера. Поэтому в качестве входного возмущения целесообразно использовать мгновенное отключение заданной мощности рассеяния после предварительного разогрева всех элементов конструкции прибора до установившегося теплового режима. Предполагая соответственные постоянные времени нагрева и охлаждения элементов прибора одинаковыми, получим выражение для кривой остывания  $p$ - $n$  перехода в виде суммы  $m$  убывающих экспонент:

$$\theta'_1(t) = P_0 \sum_{k=1}^m R'_k e^{-\frac{t}{T_k}} = \sum_{k=1}^m \vartheta'_{k0} e^{-\frac{t}{T_k}}, \quad (12)$$

где  $\vartheta'_{k0}$  — установившееся превышение температуры  $k$ -го элемента над температурой  $(k-1)$ -го элемента.

Рассмотрим в качестве примера один из способов разложения кривой остывания  $p$ - $n$  перехода мощного тиристора УПВК-50 при  $P_0 = 40$  вт. Для этого экспериментально полученную кривую остывания представим в полулогарифмическом масштабе (рис. 4), откладывая по оси ординат мгновен-

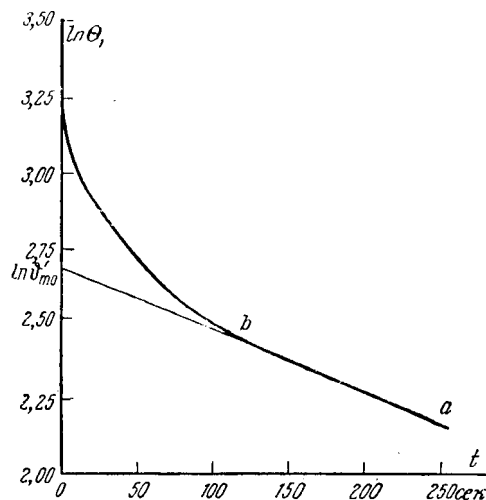


Рис. 4. Кривая остывания  $p$ - $n$  перехода управляемого кремниевого вентиля УПВК-50.

ное значение натурального логарифма температуры  $p$ - $n$  перехода, а по оси абсцисс — время остывания. Прямолинейный конечный участок  $ab$  этой кривой соответствует экспоненте с наибольшим значением постоянной времени. Продолжив этот отрезок до пересечения с осью ординат, определим начальное превышение температуры ( $\ln \vartheta'_{m0} = 2,68$ ;  $\vartheta'_{m0} = 14,4^\circ \text{C}$ ), соответствующее этой экспоненте.

Приведенное тепловое сопротивление соответствующей области прибора будет равно:

$$R'_m = \frac{\vartheta'_{m0}}{P_0} = \frac{14,4}{40} = 0,36^\circ \text{C/вт}.$$

Котангенс угла наклона прямой  $ab$  определяет постоянную времени  $T_m$ . В данном случае  $T_m = 500$  сек.

Приведенная теплоемкость составляет:

$$C'_m = \frac{T_m}{R'_m} = 1390 \text{ вт} \cdot \text{сек}/^\circ \text{C}$$

Вычитая из кривой остывания выделенную экспоненту, на полученной разностной кривой, построенной в той же системе координат, но с более растянутым масштабом времени, вновь фиксируют прямолинейный участок, соответствующий  $(m-1)$ -й экспоненте с меньшей постоянной времени, и аналогичным путем находят параметры второго элемента функции  $Z_T(p)$ . Такие операции продолжают до тех пор, пока разностная кривая не обратится в прямую линию, соответствующую последней экспоненте с минимальной постоянной времени.

Конкретные значения приведенных параметров операторных тепловых сопротивлений, полученные для некоторых отечественных приборов, представлены в таблице.

Следует отметить, что определенные по вышеизложенной методике численные параметры операторных тепловых сопротивлений дают полную информацию об их теплодинамических свойствах лишь в пренебрежении явлениями кумуляции тока нагрузки по плоскости сильно легированной зоны

Тип прибора	Условия охлаждения	Приведенные тепловые сопротивления, °C/Вт					Приведенные теплоемкости, Вт·сек/°C				
		$R'_1$	$R'_2$	$R'_3$	$R'_4$	$R'_5$	$C'_1$	$C'_2$	$C'_3$	$C'_4$	$C'_5$
УПВК-50 (тиристор)	Масляное	0,15	0,12	0,21	0,36	—	0,33	7,5	172	1 390	—
ВК-200 (диод)	Принудительное воздушное	0,06	0,04	0,084	0,22	—	0,33	10	29	967	—
П-209 (транзистор)	Масляное	0,38	0,25	0,66	0,4	—	0,10	3,6	15,6	1 250	—
Д-235 (тиристор)	Масляное	0,37	1,30	0,8	0,62	0,65	0,043	0,093	6,25	65	820
Д-238 (тиристор)	Масляное	0,50	0,25	0,36	0,5	0,42	0,05	0,96	19,5	62,5	800

рабочего  $p$ - $n$  перехода. Этот эффект [Л. 4], особенно заметно проявляющий себя при импульсных режимах работы мощных германиевых транзисторов сплавной конструкции, обуславливает резкую неоднородность поля температур в плоскости коллекторного  $p$ - $n$  перехода, недоучет которой может привести к существенным ошибкам в определении фактической максимальной температуры.

Необходимость точного количественного учета влияния кумуляции тока в транзисторах на характер теплодинамических показателей зоны коллекторного  $p$ - $n$  перехода представляется весьма сомнительной ввиду большой сложности физических явлений, протекающих в активных зонах полупроводниковых приборов и подчиняющихся, помимо всего прочего, вероятностным законам. Поэтому целесообразно кумулятивный эффект учитывать по методике [Л. 4], согласно которой требуется соответствующая коррекция приведенного теплового сопротивления зоны коллекторного  $p$ - $n$  перехода  $R'_1$  с тем, чтобы модель прибора непосредственно отражала фактические значения не средних, а максимальных температур локальных областей  $p$ - $n$  перехода при импульсных режимах. В этом случае

$$R'^{*}_1 = k_{\text{кум}} R'_1,$$

где  $R'^{*}_1$  — скорректированное значение теплового сопротивления зоны коллекторного  $p$ - $n$  перехода.

$k_{\text{кум}}$  — относительное отклонение максимальной температуры над средней в зоне коллекторного  $p$ - $n$  перехода.

В общем случае величина  $k_{\text{кум}}$ , являющаяся функцией конструктивных параметров используемого транзистора и режимов его работы, может быть рассчитана по соответствующей формуле [Л. 4] или получена экспериментально как отношение динамического сопротивления к дифференциальному при заданном режиме работы.

**Взаимосвязь между приведенными и теплофизическими параметрами полупроводникового прибора.** Задача формулируется следующим образом: известны тепловые приведенные параметры схемы, представленной на рис. 2; требуется определить теплофизические параметры всех элементов схемы на рис. 1. При этом обе схемы реализованы в канонической форме и характеризуются одинаковыми значениями операторного теплового сопротивления  $Z_T(p)$ , выраженного в виде суммы обычных (рис. 2) и цепной (рис. 1) дробей, т. е.

$$Z_T(p) = \sum_{k=1}^m \frac{R'_k}{R'_k C'_k p + 1} = \frac{1}{C_1 p \frac{1}{R_1 + \frac{1}{C_2 p + \frac{1}{\dots + \frac{1}{C_m p + \frac{1}{R_m}}}}}}$$

Представим правые части функции  $Z_T(p)$  в виде

$$\sum_{k=1}^m \frac{R'_k x}{R'_k C'_k x + 1} = \frac{x}{d_1 + \frac{x}{d_2 + \frac{x}{d_3 + \dots + \frac{x}{d_{2m-1} + \frac{x}{d_{2m}}}}}},$$

где  $x = \frac{1}{p}$  — новая переменная;

$$d_{2k-1} = C_k; d_{2k} = R_k \quad (k=1, 2, \dots, m).$$

Тогда поставленная задача сводится к определению коэффициентов  $d_k$  ( $k=1, 2, \dots, 2m$ ) через приведенные тепловые параметры полупроводникового прибора  $R'_k$  и  $C'_k$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ). Как известно [Л. 10], интересующие нас коэффициенты  $d_k$  выражаются через параметры схемы на рис. 2 следующими соотношениями:

$$d_k = \frac{B_{k-1}^2}{B_{k-2} B_k}, \quad (13)$$

где  $B_k$  — специальные типы определителей, составленных из коэффициентов  $b_k$  следующим образом [Л. 10]:

$$B_1 = b_1; B_2 = b_2; B_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; B_4 = \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ b_3 & b_4 \end{vmatrix}$$

и т. д.

В свою очередь коэффициенты  $b_k$ , входящие в определители  $B_k$ , выражаются через производные  $k$ -го порядка функции  $Z_T(x)$  при  $x=0$ :

$$b_k = (-1)^{k-1} \frac{1}{k!} Z_T^{(k)}(x) \Big|_{x=0}.$$

Для рассматриваемого случая

$$b_k = \sum_{n=1}^m \frac{1}{(C'_n)^k (R'_n)^{k-1}}. \quad (14)$$

**Выводы.** 1. Экспериментальным путем могут быть определены теплофизические параметры полупроводниковых приборов. Это дает возможность применения аналитических методов для расчета тепловых режимов приборов, работающих в импульсных схемах.

2. Целесообразно, чтобы в паспорте прибора наряду с общепринятыми данными указывались также его приведенные тепловые параметры.

**Приложение.** Полученные в настоящей работе результаты позволяют выявить характер взаимосвязи теплофизических параметров модели с элементами конструктивной схемы прибора. Рассмотрим в качестве примера тиристор Д-235, имеющий несколько необычную конструктивную схему (рис. 5, а). В этом тиристоре кристалл прибора соединяется с основанием корпуса посредством цилиндрической перемычки, а не располагается, как у большинства других типов тиристоров, на шайбе, имеющей форму кристалла.

Для расчета численных значений теплофизических констант следует использовать соотношения (13) и (14), позволяющие определить интересные величины через приведенные параметры модели тиристора Д-235, представленные выше в таблице.

Результаты соответствующих расчетов, выполненные с учетом реальных значений приведенных теплоемкостей прибора ( $C'_5 > C'_4 > C'_3 > C'_2 > C'_1$ ), дали возможность получить параметры теплофизической модели тиристора Д-235, представленные на рис. 5, б. Как видно из рис. 5, имеется вполне однозначная связь между конструктивной схемой рассматриваемого прибора и его тепловой моделью. В частности, наименьшая теплоемкость  $C_1 = 0,029$  вт·сек/°С соответствует зоне рабочего  $p$ - $n$  перехода 1;  $C_2$  — кристаллу 2;  $C_3$  — цилиндрической перемычке 3;  $C_4$  — основанию корпуса 4 и  $C_5$  — радиатору 5. Тепловое сопротивление между зоной  $p$ - $n$  перехода и кристаллом  $R_1 = 0,76^\circ\text{C}/\text{вт}$ , и далее  $R_2, R_3, R_4, R_5$  — соответственно тепловые сопротивления участков кристалл — перемычка, перемычка — корпус, корпус — радиатор и радиатор — окружающая среда (масло).

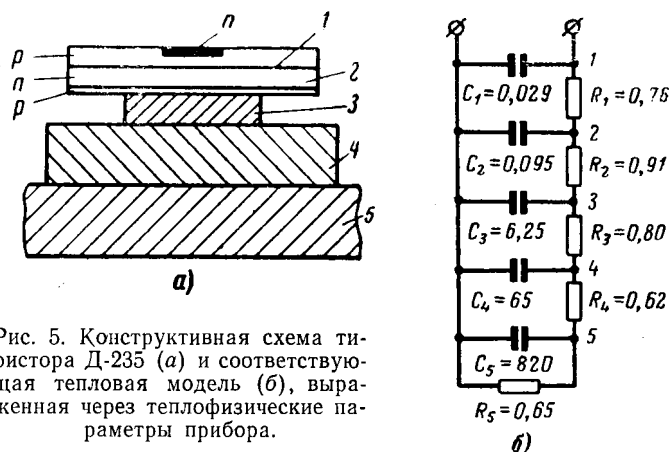


Рис. 5. Конструктивная схема тиристора Д-235 (а) и соответствующая тепловая модель (б), выраженная через теплофизические параметры прибора.

Рациональным изменением конструктивной схемы с точки зрения улучшения теплодинамических характеристик следует считать устранение в конструкции тиристора Д-235 цилиндрической перемычки, на долю которой приходится до 43% общего теплового сопротивления прибора.

#### Литература

1. Дульнев Г. Н., Теплообмен в радиоэлектронных устройствах, Госэнергоиздат, 1963.
2. Mortenson K. E., Transistor junction temperature as a function of time, Proc. I. R. E., 1957, № 4.
3. Frey F., Sperrschichttemperaturen von Halbleiterbauelementen bei Impulsbetrieb, Nachrichtentechnische Zeitschrift, September 1962.
4. Ройзин Н. М. и Аврасин Э. Т., Теории токораспределения и тепловых процессов в мощных транзисторах в стационарных и импульсных режимах, Сб. статей «Полупроводниковые приборы и их применение» под ред. Я. А. Федотова, 1964, № 10.
5. Gutzwiller F. M., Sylvan T. P., Power Semiconductors rating under transient and intermittent loads, Communication and Electronics, 1961, № 1.
6. Цыпкин Я. З., Теория линейных импульсных систем, Физматгиз, 1963.
7. Ефремов И. С., Загайнов Н. А., Никольский И. К. и Чирвинский В. М., Термическое сопротивление силовых кремниевых вентилях, «Электричество», 1965, № 2.
8. Хинчин А. Я., Цепные дроби, Физматгиз, 1964.
9. Траксел Д., Синтез систем автоматического регулирования, Машгиз, 1959.
10. Литвиненко Д. Н. и Сошников В. И., Теория неоднородных линий и их применение в радиотехнике, изд-во «Советское радио», 1964.

[15.3.1965]





# Расчеты параметров многополюсника, эквивалентного схеме сложной структуры

Чл.-корр. АН Армянской ССР Г. Т. АДОНЦ

Ереван

Для расчета и исследований схем сложной структуры используются различные методы и в том числе методы контурных токов, узловых напряжений и многополюсника. Число расчетных уравнений схемы, составленных по методу многополюсника, оказывается меньше числа уравнений контурных токов или узловых напряжений для той же схемы. Объясняется это тем, что в методе многополюсника исключается из рассмотрения часть независимых контуров или узлов исходной схемы, не представляющих интереса для исследований. В силу этого преимущества метод многополюсника получает все большее распространение для исследований экономичных режимов систем с учетом потерь в сетях, расчетов потокораспределений, устойчивости, несинхронных режимов систем с учетом параметров сетей и т. п.

При расчете схем сложной структуры на основе метода многополюсника в качестве одной из первых возникает задача расчета параметров эквивалентного многополюсника. Настоящая статья посвящается такой задаче — определению активных и пассивных параметров многополюсника, характеризующего  $n$  независимыми уравнениями и эквивалентного схеме сложной структуры, содержащей  $n+s$  независимых контуров или узлов. В математической формулировке задача представляется следующим образом. Заданы  $n+s$  уравнений контурных токов некоторой схемы, имеющей сложную структуру. Требуется определить пассивные ( $Z$ ) и активные ( $E_x$ ) параметры эквивалентного многополюсника, описываемого  $n$  уравнениями. Аналогичным является случай, когда для некоторой схемы заданы  $n+s$  уравнений узловых напряжений и требуется определить пассивные ( $Y$ ) и активные ( $J_x$ ) параметры эквивалентного многополюсника, описываемого  $n$  уравнениями. Очевидно, что указанные задачи имеют значение при исследованиях любых других физических систем, представляемых электрическими схемами замещения с  $n+s$  независимыми узлами.

В каждой из этих двух типовых задач будем рассматривать два характерных случая, когда в  $(n+1)$ -полюснике имеется хотя бы один поперечный элемент и когда такой элемент отсутствует. Поперечным элементом  $(n+1)$ -полюсника будем называть тот его элемент, который присоединен к базисному его узлу.

Сущность предлагаемого способа расчета параметров многополюсника сводится к преобразованию  $n+s$  уравнений контурных токов (или  $n+s$  уравнений узловых напряжений) заданной схемы в  $n$  уравнений эквивалентного многополюсника. Для такого преобразования используется хорошо известный из алгебры метод решения уравнений в два этапа [Л. 1].

Расчет параметров  $Z$  и  $E_x$  для  $(n+1)$ -полюсника, содержащего хотя бы один поперечный элемент.

Пусть задана схема (рис. 1), содержащая  $n+s$  независимых контуров, из которых первые  $n$  контуров выделены в качестве внешних для  $(n+1)$ -полюсника, а остальные  $s$  являются его внутренними контурами. Уравнения контурных токов схемы можно разделить на две следующие группы:

$$\sum_{k=1}^n Z'_{m,k} i_k + \sum_{c=1}^s Z'_{m,n+c} i_{n+c} = \dot{E}_m \quad (m=1, 2, \dots, n); \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n Z'_{n+p,k} i_k + \sum_{c=1}^s Z'_{n+p,n+c} i_{n+c} = \dot{E}_{n+p} \quad (p=1, 2, \dots, s); \quad (2)$$

здесь  $Z'$  — параметры уравнений контурных токов.

В уравнения (1) входят уравнения для тех контуров, токи которых принимаются в качестве независимых ( $i_k$  на рис. 1). Условимся эти контуры многополюсника называть внешними, принимая для них индексы  $k, m=1, 2, \dots, n$ . Уравнения (2) составляют для остальных (внутренних) контуров (токи  $i_{n+c}$ ). Для этих контуров принимаются индексы  $n+c, n+p=n+1, n+2, \dots, n+s$ . Искомые параметры  $Z_{m,k}$  и  $E_{m,x}$  для  $(n+1)$ -полюсника получают в результате исключения из системы  $n+s$  контурных уравнений токов  $i_{n+c}$  внутренних контуров, а именно первый этап решения сводится к представлению токов  $i_{n+c}$  во внутренних  $s$  контурах в функции токов  $i_k$  во внешних  $n$  контурах:

$$i_{n+c} = \frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^s \Delta_{n+p,n+c} \times \times (\dot{E}_{n+p} - \sum_{k=1}^n (Z'_{n+p,k} i_k) (-1)^{p+c}, \quad (3)$$

где  $\Delta$  — определитель матрицы с элементами  $Z'_{n+p,n+c}$ ;  $\Delta_{n+p,n+c}$  — минор элемента, стоящего в  $(n+p)$ -й строке и  $(n+c)$ -м столбце определителя  $\Delta$ .

Второй этап решения сводится к исключению из первой группы уравнений (1) токов  $i_{n+c}$  во внутренних контурах. В результате получаются следующие уравнения эквивалентного активного  $(n+1)$ -полюсника:

$$\sum_{k=1}^n Z_{m,k} i_k = \dot{E}_m - \dot{E}_{m,x} \quad (m=1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

Здесь  $Z_{m,k}$  и  $E_{m,x}$  — соответственно искомые пассивные и активные параметры многополюсника:

$$Z_{m,k} = Z'_{m,k} + Z''_{m,k};$$

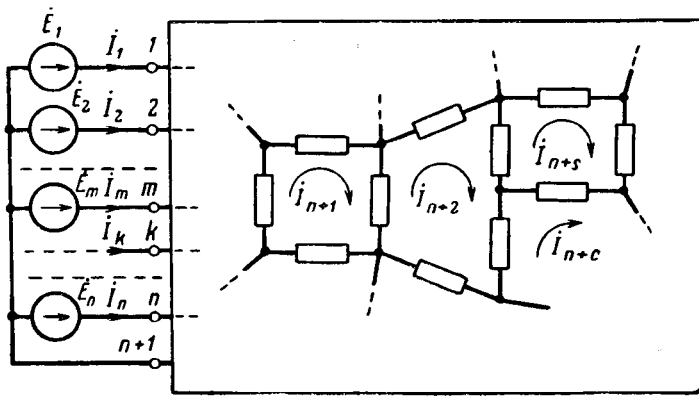


Рис. 1.

$$Z''_{m,k} = - \sum_{c=1}^s Z'_{m,n+c} \times \\ \times \frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^s \Delta_{n+p,n+c} Z'_{n+p,k} (-1)^{p+c}; \quad (4a)$$

$$\dot{E}_{m,x} = \sum_{c=1}^s Z'_{m,n+c} \times \\ \times \frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^s \Delta_{n+p,n+c} \dot{E}_{n+p} (-1)^{p+c}. \quad (4b)$$

**Пример.** На рис. 2,а показана схема, содержащая пять независимых контуров. Требуется преобразовать ее в схему (рис. 2,б) эквивалентного четырехполюсника с подключенными к нему источниками э. д. с.  $\dot{E}_m$  ( $m=1, 2, 3$ ). Согласно изложенному методу составляются две группы уравнений контурных токов.

Первая группа для контуров с токами  $\dot{I}_k$  ( $k=1, 2, 3$ ), являющихся независимыми для эквивалентного четырехполюсника:

$$(Z_1 + Z_4 + Z_6) \dot{I}_1 + (Z_4 + Z_6) \dot{I}_2 + Z_4 \dot{I}_3 + Z_6 \dot{I}_4 = \dot{E}_1; \\ (Z_4 + Z_6) \dot{I}_1 + (Z_2 + Z_4 + Z_6 + Z_7) \dot{I}_2 + Z_6 \dot{I}_4 + Z_7 \dot{I}_5 = \dot{E}_2; \\ Z_4 \dot{I}_1 + (Z_3 + Z_4 + Z_5) \dot{I}_3 - Z_5 \dot{I}_4 = \dot{E}_3.$$

Вторая группа для оставшихся двух контуров, внутренних для четырехполюсника:

$$Z_6 \dot{I}_1 + Z_6 \dot{I}_2 - Z_5 \dot{I}_3 + (Z_5 + Z_6 + Z_8 + Z_9) \dot{I}_4 - Z_9 \dot{I}_5 = 0; \\ Z_7 \dot{I}_2 - Z_5 \dot{I}_4 + (Z_7 + Z_9 + Z_{10}) \dot{I}_5 = 0.$$

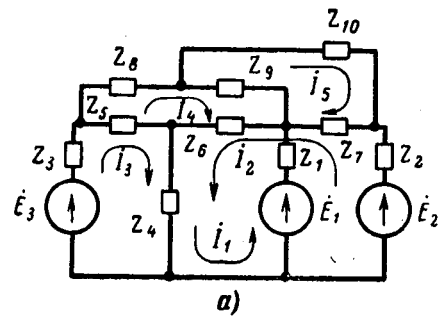
В результате совместного решения двух последних уравнений относительно токов внутренних контуров  $\dot{I}_4$  и  $\dot{I}_5$  и подстановки этих значений в первые уравнения получаются следующие искомые параметры четырехполюсника:

$$Z_{1,1} = Z'_{1,1} - Z_6^2 Z'_{5,5} \frac{1}{\Delta}; \quad Z_{1,2} = Z'_{1,2} - \\ - \frac{1}{\Delta} Z_6 (Z_6 Z'_{5,5} + Z_7 Z_9); \dots \dot{E}_{m,x} = 0 \quad (m=1, 2, 3),$$

где

$$Z'_{1,1} = Z_1 + Z_4 + Z_6; \quad Z'_{1,2} = Z_4 + Z_6; \quad Z'_{5,5} = Z_7 + Z_9 + Z_{10}; \\ Z'_{4,4} = Z_5 + Z_6 + Z_8 + Z_9 \text{ и } \Delta = Z'_{4,4} Z'_{5,5} - Z_9^2.$$

Расчет параметров  $Z$  и  $\dot{E}_x$  для  $(n+1)$ -полюсника, не содержащего внутри себя поперечного элемента. Если в рассмотренном примере принять  $Z_4 = \infty$  и попытаться определить  $Z$ -параметры четырехполюсника, то окажется невозможным составить для этой схемы первую группу уравнений из-за отсутствия



а)

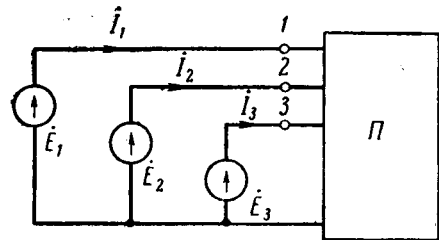


Рис. 2.

в ней внутреннего поперечного элемента. Между тем возникают практические задачи по определению  $Z$ -параметров многополюсников, не содержащих внутри себя поперечных элементов. Эти параметры необходимы, например, для расчетов потоко-распределений, а также потерь мощности в сетях энергосистем, которые часто представляются схемами замещения без внутренних поперечных элементов.

Для преодоления этого затруднения задачу об определении  $Z$ -параметров  $(n+1)$ -полюсника без поперечного элемента можно заменить задачей по расчету  $Z$ -параметров некоторого  $n$ -полюсника, получаемого из исходной схемы  $(n+1)$ -полюсника путем приравнивания нулю э. д. с. одного из внешних источников.

Возникает вопрос о том, каков смысл  $Z$ -параметров такого  $n$ -полюсника и как они могут быть использованы в расчетах исходного  $(n+1)$ -полюсника. Для ответа на этот вопрос рассмотрим пример расчета потерь мощности в  $(n+1)$ -полюснике. Допустим сначала, что ветвь с э. д. с.  $\dot{E}_n \neq 0$  этого  $(n+1)$ -полюсника является его внутренней поперечной ветвью. Тогда очевидно, что уравнения вида (1), записанные в таком предположении, будут иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{n-1} Z'_{m,k} \dot{I}_k + \sum_{c=1}^s Z'_{m,n+c} \dot{I}_{n+c} = \dot{E}_m - \dot{E}_n \\ (m=1, 2, \dots, n-1). \quad (5)$$

Уравнения вида (2) для внутренних контуров не изменяются, за исключением замены в них индексов  $n$  на  $n-1$ .

Выполнив операции исключения из уравнений (5) и (2) токов  $\dot{I}_{n+c}$ , получим следующие уравнения на  $n$ -полюсника:

$$\sum_{k=1}^{n-1} (Z'_{m,k} + Z''_{m,k}) \dot{I}_k = \dot{E}_m - \dot{E}_{m,x} - \dot{E}_n. \quad (6)$$

Заметим, что  $\dot{E}_{m,x}$  не зависит от  $\dot{E}_n$ . Путем умножения (6) на сопряженный комплексный ток  $I_m^*$  и алгебраического суммирования по индексам  $m = 1, 2, \dots, n-1$  получим:

$$\sum_{m=1}^{n-1} (\dot{E}_m - \dot{E}_{m,x}) I_m^* - \sum_{m=1}^{n-1} \dot{E}_n I_m^* = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} Z_{m,k} I_k I_m^*, \quad (7)$$

где  $Z_{m,k} = Z'_{m,k} + Z''_{m,k}$  — пассивные Z-параметры  $n$ -полюсника.

Воспользуемся тем, что только для схемы  $(n+1)$ -полюсника без внутреннего поперечного элемента имеет место условие

$$I_n^* = - \sum_{m=1}^{n-1} I_m^*. \quad (8)$$

Путем наложения этого условия на выражение (7) получим следующий баланс мощностей:

$$\sum_{m=1}^{n-1} (\dot{E}_m - \dot{E}_{m,x}) I_m^* + \dot{E}_n I_n^* = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} Z_{m,k} I_k I_m^*. \quad (9)$$

Левая часть этого выражения представляет собой сумму потерь активной ( $\pi$ ) и реактивной ( $q$ ) мощностей в схеме  $(n+1)$ -полюсника:

$$\pi + jq = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} Z_{m,k} I_k I_m^*. \quad (10)$$

Таким образом,  $Z_{m,k}$  — параметры  $n$ -полюсника, полученные путем приравнивания нулю одной из э. д. с.  $(n+1)$ -полюсника, не имеющего внутреннего поперечного элемента, оказались достаточными для расчетов потерь мощности в исходном  $(n+1)$ -полюснике. Заметим, что применение изложенного способа для замены  $(n+1)$ -полюсника, содержащего в себе поперечный элемент, некоторым  $n$ -полюсником с целью использования его Z-параметров для расчетов потерь мощности в  $(n+1)$ -полюснике недопустимо, так как условие (8) справедливо лишь для схем многополюсников без внутренних поперечных элементов.

**Пример.** Рассмотрим схему четырехполюсника без внутреннего поперечного элемента. Для этой цели примем  $Z_4 = \infty$  в схеме на рис. 2а. Согласно изложенному выше способу заменим четырехполюсник некоторым трехполюсником путем

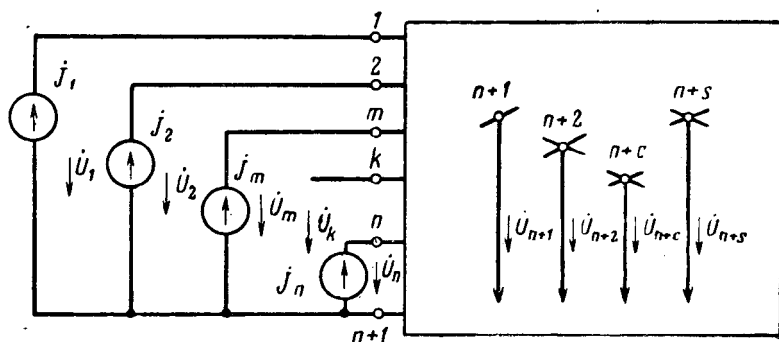


Рис. 3.

приравнивания нулю любой э. д. с. из числа трех:  $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$ , т. е. представим ветвь с нулевой э. д. с. в качестве внутренней поперечной ветви трехполюсника. Параметры  $Z_{m,k}$  полученного таким способом трехполюсника могут быть использованы для расчетов потерь мощности в исходном четырехполюснике без поперечного элемента.

**Расчет параметров  $J_k$  и  $Y$  для  $(n+1)$ -полюсника, содержащего хотя бы один поперечный элемент.** Пусть задана схема (рис. 3), содержащая  $n+s$  независимых узлов, из которых первые  $n$  узлов выделены в качестве внешних для  $(n+1)$ -полюсника, а остальные  $s$  являются его внутренними узлами. Требуется определить параметры  $Y$  и  $J_k$  для  $(n+1)$ -полюсника, эквивалентного заданной схеме. Решение поставленной задачи является по своей форме повторением изложенного выше метода расчета параметров  $Z$  и  $\dot{E}_x$ . Различие заключается лишь в замене обозначений  $Z, I, \dot{E}$  и индекса «х» в формулах (1)–(4) соответственно на  $Y, U, J$  и индекс «з». Так, например, для схемы на рис. 3 записываются следующие уравнения узловых напряжений, подобные по форме уравнениям (1) и (2) для схемы на рис. 1:

$$\sum_{k=1}^n Y'_{m,k} \dot{U}_k + \sum_{c=1}^s Y'_{m,n+c} \dot{U}_{n+c} = J_m \quad (m=1, 2, \dots, n); \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^n Y'_{n+p,k} \dot{U}_k + \sum_{c=1}^s Y'_{n+p,n+c} \dot{U}_{n+c} = j_{n+p} \quad (p=1, 2, \dots, s), \quad (12)$$

где  $J_m, j_{n+p}$  — комплексные токи источников, подключенных к внешним и внутренним узлам многополюсника.

Уравнения эквивалентного  $(n+1)$ -полюсника, записанные по аналогии с (4), имеют вид:

$$\sum_{k=1}^n Y_{m,k} \dot{U}_k = J_m - j_{m,k} \quad (m=1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

где пассивные ( $Y_{mk}$ ) и активные ( $j_{mk}$ ) параметры многополюсника определяются выражениями, подобными (4а) и (4б) при соответствующей замене буквенных обозначений, как было отмечено выше.

**Расчет параметров  $Y$  и  $J_k$  для  $(n+1)$ -полюсника, не содержащего внутри себя поперечного элемента.**

Пассивные ( $Y$ ) и активные ( $J_k$ ) параметры таких многополюсников определяются по методике, аналогичной для случая схем, содержащих поперечный элемент, т. е. без необходимости приравнивания нулю тока какого-либо источника. Различие заключается лишь в том, что определитель матрицы  $Y$  уравнений многополюсника, не содержащего внутри себя поперечного элемента всегда оказывается равным нулю, тогда как для многополюсника с поперечным элементом он нулю не равен. Из этого следует недопустимость обращения матрицы  $Y$  для многополюсников, не содержащих внутри себя поперечного элемента.

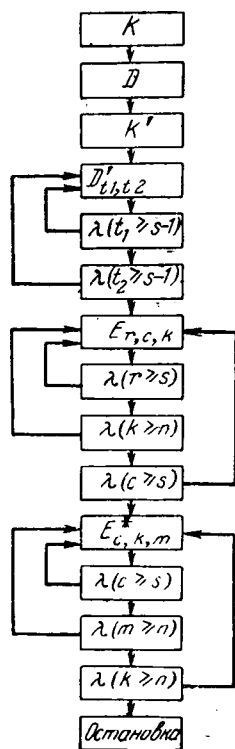


Рис. 4.

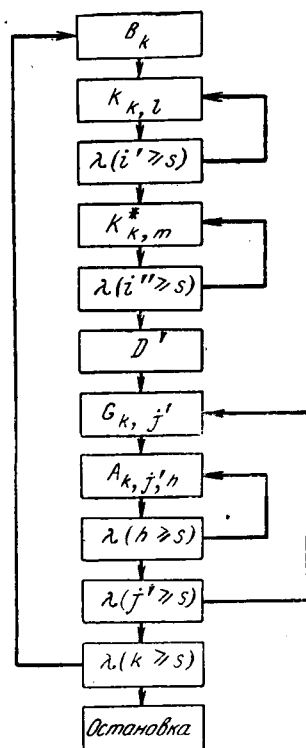


Рис. 5.

Расчеты параметров многополюсников с помощью цифровых вычислительных машин. В Армянском научно-исследовательском институте энергетики разработаны программы расчета параметров многополюсников, реализующие изложенный выше метод.

На рис. 4 и 5 представлены блок-схемы указанных программ. Для этих расчетов заданными служат: параметры  $Z'$  и э. д. с.  $\dot{E}$ , входящие в уравнения (1) и (2), или параметры  $Y'$  и токи  $\dot{J}$  в уравнениях (11) и (12). Искомыми являются  $Z_{mk}$  и  $\dot{E}_{m\alpha}$  или соответственно  $Y_{mk}$  и  $\dot{J}_{m\alpha}$ , где согласно (4) и (13)

$$\dot{E}_{m\alpha} = \dot{E}_m - \dot{E}_{m\alpha}; \quad \dot{J}_{m\alpha} = \dot{J}_m - \dot{J}_{m\alpha}. \quad (14)$$

В приложении даются описания функций операторов, соответствующих блок-схемам на рис. 4 и 5.

**Приложение.** Функции операторов в блок-схемах. На рис. 4:

- $K$  — подготавливает вычисление определителя  $D$ , имеющего степень  $s$ ;
- $K'$  — подготавливает вычисление миноров степени  $s-1$  определителя  $D$ ;
- $D$  — вычисляет значение определителя  $D$ ;
- $D'_{t_1, t_2}$  — вычисляет значения миноров определителя  $D$ , постепенно вычеркивая строки  $t_1$  и столбцы  $t_2$  определителя  $D$ ;
- $E_{rc, k}$  — вычисляет сумму

$$a_{n+c} = -\frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^s \Delta_{n+p, n+c} Z'_{n+p, k} (-1)^{p+c};$$

$E^*_{c, km}$  — вычисляет  $Z''_{mk} = \sum_{c=1}^s Z'_{m, n+c} a_{n+c, k}$  сумму  $Z_{mk} = Z'_{m, k} + Z''_{m, k}$  и печатает результаты, Логические операторы сравнения обозначены через  $\lambda$ . На рис. 5:

- $B_k$  — находит главный элемент определителя;
- $K_{kl}$  — переставляет местами  $k$ -ю и  $l$ -ю строки;
- $K^*_{km}$  — переставляет местами  $k$ -й и  $m$ -й столбцы;
- $D'$  — вычисляет произведение диагонального элемента на содержимое ячейки  $\alpha$  (первоначально там находится число 1), оставляя результат в этой ячейке;
- $G_{kj'}$  — вычисляет величину  $m = \frac{b_{ji} + jd_{ji}}{c_{ii} + jd_{ii}}$ ;
- $A_{kj'h}$  — вычисляет величину  $(c_{jh} + jd_{jh}) - m(c_{ih} + jd_{ih})$  и ставит ее на место числа  $c_{jh} + jd_{jh}$ .

Для вычисления  $\dot{E}_{m\alpha}$  предусматривается исключение двух операторов  $\lambda(k \geq n)$  и придание операторам  $E_{rc, k}$  и  $E^*_{c, km}$  следующих функций:

$E_{rc, k}$  — вычисляет сумму

$$b_{n+c} = \frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^s \Delta_{n+p, n+c} \dot{E}_{n+p} (-1)^{p+c};$$

$E^*_{c, km}$  — вычисляет сумму  $\dot{E}_{m\alpha} = \sum_{c=1}^s Z'_{m, n+c} b_{n+c}$  разность

$\dot{E}_m - \dot{E}_{m\alpha}$  и печатает результаты.

Схема программы составлена Ж. Д. Аракелян.

#### Литература

1. Крон Г., Применение тензорного анализа в электротехнике, Госэнергоиздат, 1955.
2. Нейман Л. Р. и Калантаров П. Л., Теоретические основы электротехники, Госэнергоиздат, 1959.
3. Зелях Э. В., Основы общей теории линейных электрических схем, Изд-во АН СССР, 1951.
4. Сигорский В. П., Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами, Изд-во АН УССР, 1958.
5. Пухов Г. Е., Теория метода подсхем, «Электричество», 1952, № 8.

[21.9.1963]



# Делительная защита при устойчивом несинхронном режиме в энергосистеме

Инж. С. Е. СТЕПУНИН и инж. В. М. СТРЕЛКОВ

ВНИИЭ

Проведенные советскими специалистами исследования и опыт широкого применения в СССР несинхронного автоматического повторного включения (НАПВ) показывают, что возникающий в энергосистеме асинхронный ход обычно является кратковременным и поэтому не представляет опасности для оборудования и работы системы в целом. Согласно статистическим данным, накопленным Всесоюзным научно-исследовательским институтом электроэнергетики (ВНИИЭ), только 1% всех случаев действия несинхронного АПВ заканчивался возникновением длительного асинхронного хода. Однако указанная статистика основана на средних данных по большому числу электропередач, находящихся в различных условиях, и совсем не учитывает случаи нарушения устойчивости, не связанные с действием АПВ.

В то же время анализ аварий, происходивших в ряде энергообъединений, показывает, что вероятность возникновения длительного асинхронного хода на слабых связях относительно велика, а его ликвидация оперативным персоналом в аварийных условиях производится не всегда своевременно и правильно. Вследствие этого некоторые аварии сопровождались значительным недоотпуском электроэнергии, а в отдельных случаях имели место повреждения основного оборудования (гидрогенератор, синхронный компенсатор).

Поэтому на слабых связях в последнее время все более широкое распространение получают устройства, предназначенные для автоматической ликвидации длительного асинхронного хода путем деления энергосистемы в заданной точке.

Известно, что ресинхронизация генераторов может происходить без специальных мер за счет ряда факторов: действие регуляторов турбин, АЧР, саморазгрузка потребителей и др. Опыт эксплуатации показывает, что необходимое для этого время, как правило, равно 10—20 сек. Если в указанное время генераторы не ресинхронизируются, то возникает длительный асинхронный ход, который не устраняется, и поэтому необходимо принять специальные меры для его ликвидации в кратчайшее время.

Применительно к этим требованиям во ВНИИЭ была разработана новая делительная защита [Л. 1] типа РТНР-61\*. Действие защиты основано на принципе измерения среднего значения скольжения при асинхронном ходе и качаниях генераторов.

Значение скольжения при асинхронном ходе генераторов может быть различным и определяется степенью нарушения баланса мощностей и регулирующей способностью выпавших из синхронизма частей энергосистемы. Расчет скольжения для всего многообразия существующих в эксплуатации режимов представляет собой весьма трудоемкую задачу. В то же время для каждой электропередачи существует критическое значение скольжения  $S_{кр}$ ; если

скольжение меньше критического, то длительный асинхронный ход существовать не может, так как при этих условиях происходит втягивание генераторов в синхронизм. Таким образом, выбрав для защиты скольжение срабатывания, равное или меньшее  $S_{кр}$ , можно обеспечить ее действие во всех случаях возникновения асинхронного режима.

Измерение скольжения в защите типа РТНР-1 производится не непосредственно, а косвенно, через значение переменной составляющей огибающей тока биений. Такой принцип построения защиты дает возможность выполнить ее простой и с небольшим количеством реле.

Как видно из схемы рис. 1, защита включает в себя насыщающийся трансреактор  $Tr$ , два выпрямительных моста на германиевых диодах  $B1$  и  $B2$ , фильтр высших гармоник, состоящий из емкостей  $C_{\Phi}$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  и индуктивности  $L_{\Phi}$ , дифференцирующий  $C_3$  и сглаживающий  $C_4$  конденсаторы, поляризованное реле  $P$  (типа РП-7) и реле времени  $PВ$  (типа ЭВ-143). Последнее предотвращает срабатывание делительной защиты при кратковременном самоликвидирующемся асинхронном ходе и качаниях генераторов.

Конденсатор  $C_T$  предназначен для уменьшения пиков напряжения при насыщении трансреактора  $Tr$ , а нагрузочное сопротивление  $R$  служит для пропускания постоянной слагающей тока после выпрямительного моста  $B1$ . Сопротивления  $R_{эв}$ ,  $R_d$  и диод  $D$  облегчают работу контактов реле  $P$ .

Рассмотрим действие делительной защиты в различных режимах работы электропередачи.

При установившемся асинхронном ходе (среднее значение скольжения постоянно) изменение тока во вторичной обмотке трансформатора тока  $I_1$  (рис. 1) и напряжения на вторичной обмотке трансреактора ( $u_{ab}$ ) будет подчиняться закону биений:

$$u_{ab} = \sqrt{2} I_{\max} x \cdot \frac{1}{2} [\sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \sin(\omega_2 t + \varphi_2)], \quad (1)$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — круговые частоты и начальные фазы эквивалентных генераторов энергосистемы;

$x$  — эквивалентное сопротивление конденсатора  $C_T$  и ветви намагничивания трансреактора, приведенное к его вторичной обмотке;

$I_{\max}$  — эффективное значение тока  $I_1$  при расхождении э. д. с. генераторов на угол  $\delta = 180^\circ$ .

Преобразуя выражение (1) и изменяя начало отсчета времени, получаем:

$$u_{ab} = \sqrt{2} I_{\max} x \sin(\omega_{cp} t + \varphi_{12}) \sin \Omega t,$$

где

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}; \quad \Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2};$$

$\varphi_{12}$  — начальный фазовый угол.

\* Первые образцы защиты имели маркировку РТНР-59 и несколько иные параметры.

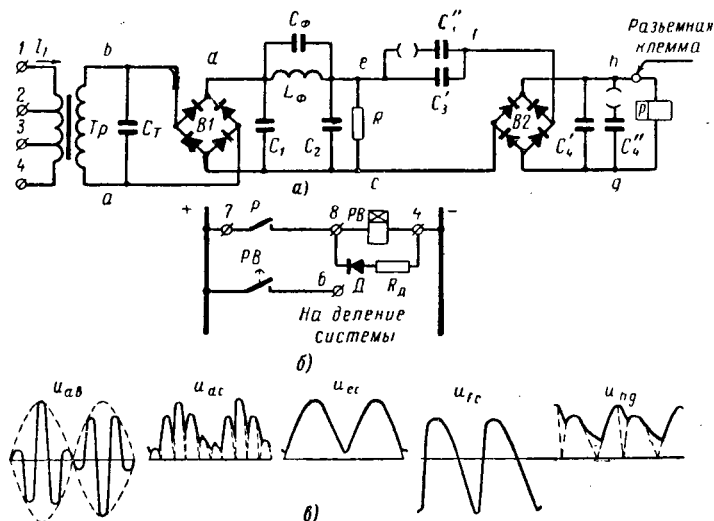


Рис. 1. Принципиальная схема делительной защиты типа РТНТР-61.

а — схема цепей переменного тока; б — схема цепей оперативного постоянного тока; в — форма напряжения в различных точках схемы а.

После выпрямительного моста В1 напряжение  $u_{dc}$  содержит постоянную, низкочастотные ( $\Omega$ ,  $2\Omega$ , ...) и высокочастотные ( $2\omega_{cp}$ ,  $4\omega_{cp}$ ) составляющие. Фильтр высших гармоник ( $C_\phi$ ,  $L_\phi$ ,  $C_1$  и  $C_2$ ) запирает составляющие с частотами  $2\omega_{cp}$  и выше. Поэтому напряжение  $u_{ec}$  [с учетом падения напряжения на активном сопротивлении  $R_{др}$  дросселя  $L_\phi$  при отключенном конденсаторе  $C_3$  (холостой ход)] с достаточной точностью можно считать равным:

$$u_{ec \text{ х.х}} \approx \sqrt{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R}{R + R_{др}} I_{\max} x |\sin \Omega t|.$$

Зная напряжение  $u_{ec \text{ х.х}}$ , можно ввести схему замещения, в которой часть исходной схемы (левее точек  $ec$  рис. 1) представлена генератором с э. д. с.  $E_r = u_{ec \text{ х.х}}$  и внутренним сопротивлением  $R_r$ , равным эквивалентному сопротивлению этой части схемы. Поскольку  $R \gg R_{др} \gg R_{тр}$ , то сопротивление  $R_r = R_{др}$ .

При расчете напряжения  $u_{fc}$  не будем учитывать влияние конденсатора  $C_4$ , так как он включен за выпрямительным мостом В2.

Тогда для полупериода частоты  $\Omega$  можно составить следующее дифференциальное уравнение:

$$u_{ef} + (R_{др} + R_p) C_3 \frac{du_{ef}}{dt} = E_{r.m} \sin \Omega t, \quad (2)$$

где

$$E_{r.m} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{R}{R + R_{др}} I_{\max} x; \quad (3)$$

$R_p$  — сопротивление обмотки реле Р.

С учетом равенства напряжения  $u_{ef}$  в начале и в конце периода биений (полупериода частоты  $\Omega$ ) решение уравнения (2) имеет вид:

$$u_{ef} = \frac{E_{r.m}}{1 + v_1^2} \left( \frac{2v_1 e^{-\frac{\Omega t}{v_1}}}{1 - e^{-\frac{\pi}{v_1}}} + \sin \Omega t - v_1 \cos \Omega t \right), \quad (4)$$

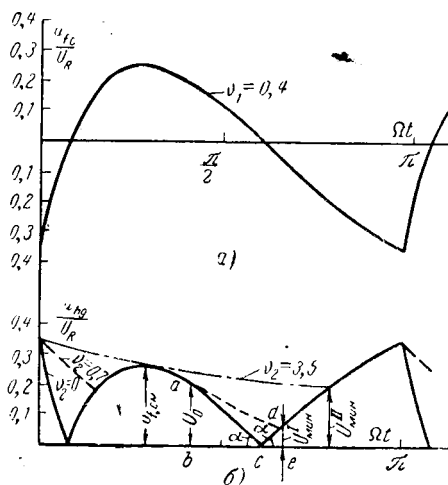


Рис. 2. Изменение напряжений  $u_{fc}$  (2а) и  $u_{hg}$  (2б) в течение одного периода биений при  $v_1 = 0,4$  и  $v_2 = 0 \div 3,5$ .

$$U_R = \frac{E_{r.m} R_p}{R_{др} + R_p}.$$

где

$$v_1 = \Omega \tau_1 = \Omega (R_{др} + R_p) C_3.$$

Находим напряжение  $u_{fc}$ :

$$u_{fc} = R_p C_3 \frac{du_{ef}}{dt} = \frac{E_{r.m} R_p}{R_{др} + R_p} \frac{v_1}{1 + v_1^2} \left( -\frac{2e^{-\frac{\Omega t}{v_1}}}{1 - e^{-\frac{\pi}{v_1}}} + \cos \Omega t + v_1 \sin \Omega t \right). \quad (5)$$

На рис. 2,а приведена кривая напряжения  $u_{fc}$ , построенная по уравнению (5) при  $v_1 = 0,4$  (наименьшее значение в условиях срабатывания реле), а на рис. 2,б — выпрямленного напряжения  $u_{fc}$  (или  $u_{hg}$  при  $v_2 = 0$ ). На этом же рисунке пунктиром нанесена кривая напряжения  $u_{hg}$  при учете емкости  $C_4$ , влияние которой по аналогии с выражением (4) характеризуется параметром

$$v_2 = \Omega \tau_2 = \Omega R_p C_4. \quad (6)$$

Найдем зависимость минимального значения напряжения  $u_{hg}$  от параметров схемы защиты.

При малых значениях  $v_2$  (меньше 0,7) отрыв экспоненты происходит в линейной части кривой  $u_{fc}$  (рис. 2) и отрезок  $bc$  равен  $\tau_2$  (подкасательная экспоненты). Обозначим отрезок  $ce = \theta$ , тогда напряжение  $U_{\min} = de = \theta \lg \alpha$ , а  $U_0 = ab = \tau_2 \lg \alpha$ . С другой стороны, напряжение

$$U_{\min}^I = U_0 e^{-\frac{t_{be}}{\tau_2}} = \tau_2 \lg \alpha e^{-\frac{\tau_2 + \theta}{\tau_2}}.$$

Отсюда вытекает следующее равенство

$$\theta = \tau_2 e^{-\frac{\theta}{\tau_2}} - 1.$$

Далее после разложения экспоненциальной функции в ряд получим:

$$\theta \approx 0,28 \tau_2.$$

Следовательно,

$$U_{\text{мин}}^I = 0,28\tau_2 \operatorname{tg} \alpha = 0,28\tau_2 \left( \frac{du_{fc}}{dt} \right)_{\text{при } u_{fc}=0}. \quad (7)$$

С другой стороны, при наибольшем возможном значении  $v_2 = 3 \div 3,5$  значение этого напряжения равно (рис. 2,б):

$$U_{\text{мин}}^{\text{II}} \approx 0,8U_{fc\text{см}}. \quad (8)$$

Анализ выражения (5) показывает, что значения напряжения  $U_{fc\text{см}}$  и производной  $\left( \frac{du_{fc}}{dt} \right)_{\text{при } u_{fc}=0}$  в функции параметра  $v_1$  с большой точностью могут быть аппроксимированы выражением вида

$$U(v) = \frac{Av}{\sqrt{1 + \left( \frac{A}{B}v \right)^2}}, \quad (9)$$

где  $A$  — значение производной  $\frac{dU}{dv}$  при  $v \rightarrow 0$ ;

$B$  — значение функции  $U$  при  $v \rightarrow \infty$ .

При этом условии

$$U_{fc\text{см}} = \frac{E_{г.м}R_p}{R_{дп} + R_p} \cdot \frac{v_1}{\sqrt{1 + 7,6v_1^2}}; \quad (10)$$

$$\left( \frac{dU_{fc}}{dt} \right)_{\text{при } u_{fc}=0} = \frac{E_{г.м}R_p}{R_{дп} + R_p} \cdot \frac{\Omega v_1}{\sqrt{1 + 1,7v_1^2}}. \quad (11)$$

Подставив выражения (10) в (8) и (11) в (7), можно найти два крайних значения напряжения  $U_{\text{мин}}$  при наибольшем и наименьшем значении  $v_2$ , а применяя аппроксимацию (9), — все промежуточные значения

искомого напряжения  $\left( A = \frac{dU_{\text{мин}}^I}{dv_2}; B = U_{\text{мин}}^{\text{II}} \right)$ :

$$U_{\text{мин}} = \frac{0,28E_{г.м}R_p}{R_{дп} + R_p} \cdot \frac{v_1 v_2}{\sqrt{1 + 1,7v_1^2 + 0,12v_2^2 + 0,93v_1^2 v_2^2}}. \quad (12)$$

В условиях срабатывания защиты типа РТНР-61

$$U_{\text{мин}} = U_{в.р} = k_{в.р} I_{с.р} R_p, \quad (13)$$

где  $k_{в.р}$  и  $I_{с.р}$  — соответственно коэффициент возврата и ток срабатывания реле  $P$ .

Из уравнений (12) и (13), подставляя в (12) выражения (3), (4), (6) и имея в виду, что  $\Omega = \frac{\pi}{2} s$ , окончательно имеем:

$$I_{\text{макс}} = 1,6k_{в.р} I_{с.р} \frac{R + R_{дп}}{xR\bar{R}_p} \sqrt{\frac{1 + 4,2(R_p + R_{дп})^2 C_3^2 s^2 + 0,3R_p^2 C_4^2 s^2 + 5,6(R_p + R_{дп})^2 R_p^2 C_3^2 C_4^2 s^4}{C_3 C_4 s^2}}, \quad (14)$$

где  $s$  — скольжение в процентах.

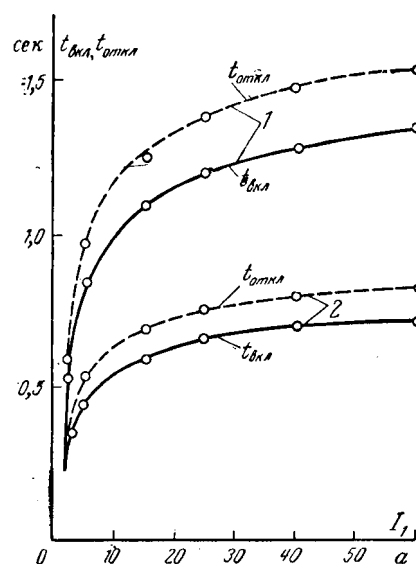


Рис. 3. Время замкнутого состояния контактов реле РП-7 при включении и отключении короткого замыкания в зависимости от значения тока для  $W_{\text{I макс}} = 60$  витков, 1 —  $C_3 = 20$  мкФ,  $C_4 = 20$  мкФ; 2 —  $C_3 = 10$  мкФ,  $C_4 = 10$  мкФ.

Уравнение (14) позволяет проводить анализ влияния различных параметров схемы на характеристику срабатывания защиты.

Сопоставление расчетных характеристик срабатывания с опытными показывает хорошее их совпадение при больших значениях емкостей  $C_3$  и  $C_4$  (наиболее высокая чувствительность) и некоторое расхождение при меньших значениях этих емкостей. Указанное объясняется рядом допущений, принятых при выводе уравнения (14), и в первую очередь неучетом насыщения трансреактора.

При возникновении и отключении короткого замыкания происходит резкий скачок тока, что вызывает изменение напряжения на нагрузочном сопротивлении  $R$  (рис. 1,а). Это в свою очередь влечет за собой появление тока в цепи конденсатора  $C_3$ , а следовательно, и в обмотке реле  $P$ . Последнее срабатывает и остается в таком положении до затухания переходного процесса в цепях устройства. Время замкнутого состояния замыкающего контакта реле  $P$  при возникновении и отключении короткого замыкания зависит от скольжения срабатывания и от значения тока. Сказанное подтверждается кривыми рис. 3, снятыми при частоте  $f = 50$  гц и максимальном числе первичных витков трансреактора.

Для того чтобы рассматриваемое устройство не посылало отключающий сигнал под влиянием переходного процесса, выдержка времени реле  $PВ$  выбирается большей суммы времен замкнутого со-

стояния контакта реле  $P$  при возникновении и отключении короткого замыкания. Это обусловлено тем, что отключение повреждения может происходить со временем, равным времени замкнутого состояния контакта реле  $P$  в процессе возникновения короткого замыкания. Как видно из рис. 3, выдержка времени реле  $PB$  должна быть равной или большей трех периодов асинхронного хода для скольжения, соответствующего грани срабатывания.

При установившемся коротком замыкании в обмотке реле  $P$  проходит ток  $I_{p.k}$ , обусловленный неполной фильтрацией высших гармонических промышленной частоты. Значение этого тока характеризует качество настройки фильтра и зависит от частоты и значения тока короткого замыкания. Настройка фильтра признается удовлетворительной, если ток  $I_{p.k}$  при максимальном токе короткого замыкания будет меньше тока возврата реле  $P$ .

В нормальном режиме работы электропередачи делительная защита может кратковременно пускаться при скачкообразном возрастании тока на значение, большее  $0,4I_{ном}$ .

Выбор параметров срабатывания рассматриваемой защиты производится по скольжению, току асинхронного хода  $I_{макс}$  и выдержке времени согласно методике, разработанной авторами [Л. 2].

1. Критическое значение скольжения, принимаемое скольжением срабатывания, рассчитывается по формуле [Л. 2]

$$s_{кр.ср} = 7,2 \sqrt{\frac{P_{12}}{T_{ЛП} P_{ном I}} + \frac{P_{12}}{T_{ЛП} P_{ном II}}} [\%], \quad (15)$$

где  $P_{12} = \frac{E'_{dI} E'_{dII}}{x_{св}}$  — взаимная мощность;

$x_{св} = x'_{dI} + x_{тр I} + x_{л} + x_{тр II} + x'_{dII}$  — сопротивление между источниками э. д. с.;

$x'_{dI}$  и  $x'_{dII}$  — среднее переходное сопротивление генераторов асинхронно вращающихся частей энергосистемы;

$T_{ЛП}$ ,  $T_{ЛП}$  и  $P_{ном I}$ ,  $P_{ном II}$  — постоянные инерции (выраженные в секундах) и мощности асинхронно вращающихся агрегатов обеих частей системы.

Переходная э. д. с.  $E'_d$  обычно принимается равной 105% от среднего номинального напряжения сети ( $U_n$ ).

Необходимо иметь в виду, что формула (15) получена для идеализированных условий, в действительности асинхронный ход прекращается при скольжениях, несколько превышающих указанное значение. Поэтому при выборе уставок на реле принимать дополнительные запасы не следует.

Основная регулировка уставок по скольжению в реле РТНР-61 выполняется ступенями путем изменения значений емкостей  $C_3$  и  $C_4$ . Поскольку каждая емкость состоит из двух элементов, реле имеет четыре ступени характеристик срабатывания.

Дополнительная регулировка осуществляется плавно путем некоторого изменения тока срабатывания и коэффициента возврата реле  $P$ .

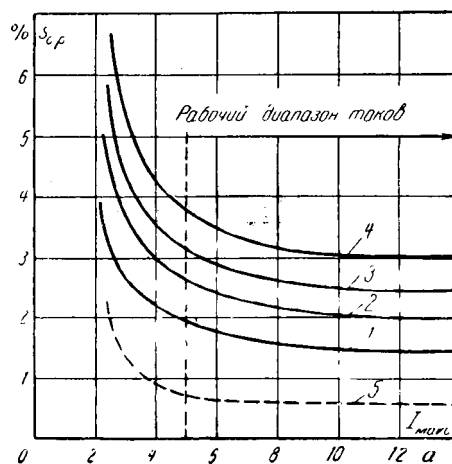


Рис. 4. Скольжение срабатывания РТНР-61 при различных значениях емкостей  $C_3$  и  $C_4$  ( $W_{1макс} = 60$  витков,  $I_{мин} = 0$ , токи срабатывания и возврата реле РП-7  $I_{с.р} = 0,8$  ма,  $I_{в.р} = 0,4$  ма).

1 —  $C_3 = 20$  мкф,  $C_4 = 20$  мкф; 2 —  $C_3 = 10$  мкф,  $C_4 = 20$  мкф; 3 —  $C_3 = 20$  мкф,  $C_4 = 10$  мкф; 4 —  $C_3 = 10$  мкф,  $C_4 = 10$  мкф; 5 — модифицированная защита (см. рис. 5),  $C_3 = C_4 = 20$  мкф; время возврата реле РП-252  $t_{в.р} = 1$  сек.

На рис. 4 приведены кривые изменения скольжения срабатывания реле РТНР-61 в зависимости от максимального значения тока асинхронного хода  $I_{макс}$ , т. е. для случая  $I_{мин} = 0$ . При токе  $I_{мин} \neq 0$  градуировка по оси абсцисс с достаточной для практики точностью будет соответствовать разности токов  $I_{макс} - I_{мин}$ . Из рисунка видно, что при токах, превышающих ток точной работы ( $I_{т.р} \approx 5$  а), скольжение срабатывания практически не зависит от тока  $I_{макс}$ .

Вместе с тем при малых токах скольжение срабатывания резко возрастает и на токи  $I_{макс} < 2$  а защита вообще не реагирует. Благодаря этому создаются условия для отстройки защиты от режима качаний.

При изменении скольжения в пределах от 4—7 до 30—35% чувствительность защиты по току остается неизменной, а при больших значениях скольжения она начинает уменьшаться.

Так, например, при токах  $I_{макс} \geq 5$  а на первой уставке защита надежно работает при всех значениях скольжения от 2 до 40%.

Опыт применения защиты типа РТНР-61 показал, что значения скольжений в энергосистемах не превосходят верхней границы срабатывания защиты. В то же время нижняя граница, характеризующаяся значением скольжения 1,5—1,8% (кривая 1), иногда может оказаться недостаточной. В таких случаях следует применять модификацию защиты РТНР-61Г, которая в отличие от основного варианта содержит дополнительное промежуточное реле РП (типа РП-252). Схема цепей оперативного тока этой защиты представлена на рис. 5.

Если замедление при возврате реле РП установить равным 1 сек, то чувствительность защиты будет определяться пунктирной кривой 5 (рис. 4). При уменьшении замедления при возврате промежуточного реле кривая 5 будет приближаться к кривой 1 и при  $t_{в.р} = 0$  обе кривые сольются. Та-



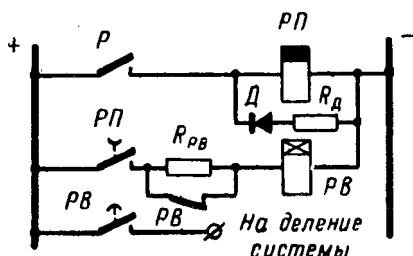


Рис. 5. Схема цепей оперативного тока модификации защиты типа РТНР-61Г.

ким образом, можно плавно регулировать характеристику срабатывания защиты.

2. Определение расчетного значения тока срабатывания производится на основании общепринятой формулы для расчета кратности тока при несинхронном включении генератора [Л. 3]:

$$I_{\max} = \frac{2,1U_n}{x_{св}}. \quad (16)$$

Уставка по току на реле РТНР-61 регулируется путем изменения числа витков первичной обмотки трансреактора  $Tr$ . Регулировка осуществляется ступенями, через каждые 10 витков, при полном числе витков  $W_{\max} = 60$ .

Для того чтобы при асинхронном ходе реле РТНР-61 работало в независимой части характеристики  $s_{с.р} = f(I_{\max})$ , ток в реле должен быть больше тока точной работы и одновременно как можно ближе к нему, так как последнее создает наилучшие условия для отстройки реле от режима качаний. При этих условиях расчетное число витков первичной обмотки трансреактора будет определяться соотношением

$$I_{\max} W_{\text{расч}} = I_{\text{тр}} W_{\max}.$$

Поскольку кривые рис. 4 сняты для полного числа витков  $W_{\max} = 60$ , а ток  $I_{\text{тр}}$  может быть принят равным 5 а, то

$$W_{\text{расч}} = \frac{300}{I_{\max}}. \quad (17)$$

При этом  $I_{\max}$  рассчитывается по выражению (16) для наибольшего значения сопротивления  $x_{св}$ , возможного в условиях эксплуатации.

Рабочий ток должен подводиться к ответвлениям обмотки трансреактора, соответствующим числу витков, равному расчетному значению или несколько большему.

После того как выбрано рабочее число витков  $W_{\text{раб}}$ , производится пересчет масштаба оси абсцисс для кривых рис. 4 (в отношении  $\frac{W_{\max}}{W_{\text{раб}}}$ ).

3. Выбор времени срабатывания реле времени производится из условий отстройки реле РТНР-61 от режима короткого замыкания, кратковременного асинхронного хода и качаний генераторов.

Для отстройки от кратковременного асинхронного хода выдержка времени реле  $PВ$  должна быть больше 10—20 сек. При выполнении этого условия одновременно будет предотвращено действие реле РТНР-61 при коротких замыканиях в сети.

Так как реле РТНР-61 может реагировать на глубокие качания, выдержка времени должна превышать время ( $t_k$ ) затухания качаний от угла  $\delta = 180^\circ$  до угла  $\delta_k$ , при котором реле РТНР-61 перестает действовать.

Для расчета угла  $\delta_k$  на рис. 6 приведена обобщенная кривая изменения скольжения, на которую реагирует реле РТНР-61, в зависимости от значения тока качаний  $I_{\delta \max}$  [Л. 2]. Определив значение

ное  $s_{к.р. \max} = \frac{\pi}{2} s_{к.р.}$  и максимальное значение то-

ка  $I_{\max}$  (с учетом выбранных витков трансреактора  $W_1$ ), можно кривую рис. 6 совместить (по масштабу) с кривой рис. 4, определяющей скольжение срабатывания реле. Точка пересечения кривых  $s_{к.р.} = f(I_{\delta \max})$  и  $s_{ср} = f(I_{\max})$  характеризует угол  $\delta_k$ , определяющий амплитуду качаний, при которой реле РТНР-61 будет размыкать свой контакт. Кривая  $s_{к.р.} = f(I_{\delta \max})$  должна строиться для максимального и минимального режимов работы электропередачи. Из двух значений угла  $\delta_k$ , найденных по этим кривым, в качестве расчетного принимается наименьшее.

Если при качаниях не учитывать действие регуляторов турбин генераторов и изменение потерь в электропередаче, а также считать, что затухание качаний происходит только за счет асинхронного момента, то по значению угла  $\delta_k$  и кривым рис. 7 [Л. 2] можно найти искомое время  $t_k$ . Для этого сначала определяется значение коэффициента асинхронной мощности

$$m_{ас} = \frac{P_{ас}}{P_{12}} = \frac{\alpha_1 P_{\text{ном I}} (x'_{дI})^2 + \alpha_2 P_{\text{ном II}} (x'_{дII})^2}{U_n x_{сб}},$$

где  $\alpha = 2$  для турбогенераторов и  $\alpha = 0,6$  для гидротурбин с успокоительными обмотками.

По вычисленным значениям коэффициента  $m_{ас}$  и угла  $\delta_k$  с помощью кривых рис. 7 находится отно-

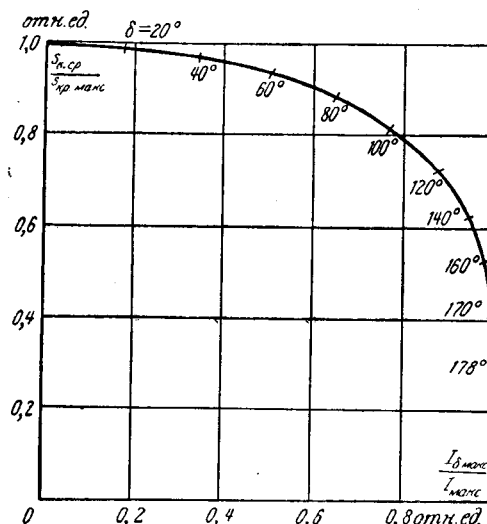


Рис. 6. Изменение скольжения  $s_{к.р.}$  в зависимости от значения тока качаний  $I_{\delta \max}$ .

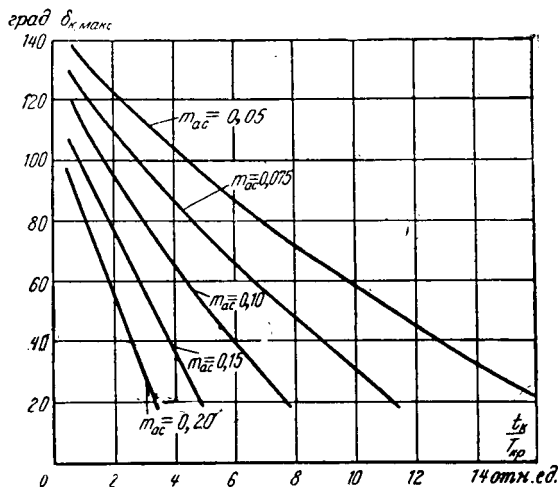


Рис. 7. Наибольшее время затухания качаний до заданного значения угла  $\delta$  (без учета первой четверти периода).

сительное время  $\frac{t_{кр}}{T_{кр}}$ . Для определения времени затухания качаний, выраженного в секундах, указанное относительное значение должно быть умножено на период  $T_{кр} = \frac{2}{\omega_{кр, макс}}$ , а затем необходимо прибавить время первой четверти периода, которое по опытным данным не превышает 0,8—1 сек.

Как правило, расчетное значение времени  $t_{кр}$  меньше 10—12 сек, т. е. это время не является определяющим при выборе выдержки времени реле РТНР-61.

Следует также иметь в виду, что вышепринятые допущения обеспечивают запас по времени при расчете затухания качаний.

Защита монтируется в кожухе реле Чебоксарского электроаппаратного завода. Размеры кожуха 175×195×220 мм. Для удобства доступа к отдельным элементам предусмотрена откидная плата.

Мощность, потребляемая в цепях тока защиты, в зависимости от тока срабатывания изменяется в пределах 2—10 ватт. Защита типа РТНР-61 применяется на напряжение оперативного постоянного тока 110 и 220 в.

В процессе разработки во ВНИИЭ делительная защита проходила тщательные испытания в лаборатории и на электродинамической модели. Кроме того, при включении в эксплуатацию первых ком-

плектов защиты проводились испытания ее в двух энергосистемах опытами искусственного нарушения статической устойчивости на межсистемных транзитах.

В настоящее время в шести энергосистемах эксплуатируется 18 комплектов делительной защиты типа РТНР-61. Эти защиты при длительном асинхронном ходе действуют на отключение линий электропередач или отдельных гидрогенераторов с выдержками времени 5—20 сек. Кроме того, два комплекта защиты предварительно (с меньшей выдержкой) осуществляют перевод гидрогенераторов в активный режим.

Первые комплекты защиты были включены в работу в середине 1961 г. За истекшее время наблюдалось большое количество случаев пуска защиты (короткие замыкания, качания, кратковременный асинхронный ход) и больше 10 срабатываний защиты на отключение электропередач при длительном асинхронном ходе. Ложных срабатываний или отказов в действии делительной защиты при устойчивом асинхронном ходе не было.

**Выводы.** 1. Принцип, положенный в основу действия защиты типа РТНР-61, позволяет выполнить простую и эффективную защиту межсистемных транзитов от устойчивого асинхронного хода.

2. Делительная защита типа РТНР-61 может применяться во всех случаях, когда допустим кратковременный асинхронный режим. При самоликвидирующемся асинхронном ходе рассмотренная защита не действует на разрыв электропередачи, чем предотвращается развитие аварии в энергосистемах.

3. Положительный опыт эксплуатации защиты типа РТНР-61 указывает на целесообразность использования ее в качестве защиты слабых межсистемных связей. Для более широкого применения необходимо организовать производство защиты в промышленных условиях.

#### Литература

1. Степунин С. Е. и Стрелков В. М., Авторское свидетельство № 143887, кл. 21d<sup>2</sup>, 9.
2. Степунин С. Е., Устройство, выявляющее несинхронный режим в энергосистеме, Труды ВНИИЭ, вып. XV, Госэнергоиздат, 1963.
3. Хачатуров А. А., Ударные токи и моменты, возникающие при несинхронном включении генераторов, «Электричество», № 2, 1956.

[28.6.1965]



# Исследование импульсов положительной короны и радиопомех с провода в реальных условиях

Л. С. ПЕРЕЛЬМАН и М. И. ЧЕРНОБРОДОВ

Научно-исследовательский институт постоянного тока

Импульсы короны на проводах являются основными источниками радиопомех от сверхвысоковольтных линий электропередачи. Известно, что уровень радиопомех определяется стримерной короной в положительный полупериод переменного напряжения, а при постоянном напряжении — стримерной короной на положительном проводе. Знание формы и других параметров импульсов короны необходимо для расчета частотного спектра и уровня радиопомех от длинных и коротких линий электропередачи.

Для отработки методики исследования импульсы короны изучались сначала на острие [Л. 1]. Оказалось, что длительность и особенно амплитуда стримеров сильно зависят от габаритов острий. Это может объяснить различие в параметрах импульсов короны, полученных при более ранних исследованиях [Л. 2—4].

Известно [Л. 5], что на чистом витом проводе стримерная корона возникает при положительной полуволне и напряжении, несколько превышающем начальное напряжение общей короны  $U_0$ . В реальных же условиях местная стримерная корона и радиопомехи возникают при напряжениях, значительно меньших  $U_0$ . Это объясняется загрязнением, а также дефектами на поверхности провода.

**Установка для исследования импульсов короны на проводе.** Схема установки приведена на рис. 1. Провод был смонтирован на опытном пролете длиной 30 м; высота провода над землей 1,5 м. Напряжение на провод подавалось через заградитель, состоящий из двух последовательно включенных дросселей с индуктивностью 10 и 1,5 мГн. Загра-

дитель в значительной степени подавлял высокочастотные помехи, создаваемые питающей установкой, а цилиндрическая арматура диаметром 12 см на концах провода исключала корону и искрение на изоляторах опытного пролета. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  служили для согласования линии.

Исследовались как электрические импульсы короны, так и световые вспышки (фотонимпульсы) короны с помощью фотоэлектронного умножителя ФЭУ, имеющего постоянную времени  $4 \cdot 10^{-9}$  сек. Электрические импульсы короны с провода поступали на скоростной осциллограф ОС через конденсатор связи  $KC_1$ , кабель  $K_1$ , кабель задержки  $K_3$  и усилитель  $Y_2$  (с полосой пропускаемых частот до 150 МГц). Запуск ждущей развертки осциллографа осуществлялся от исследуемого импульса через усилитель  $Y_1$ .

Фотоэлектронный умножитель вместе с линзами был смонтирован в специальном кожухе, который мог передвигаться вдоль пролета и имел устройство для наводки на источники короны на проводе. Для исключения нагрузки фотоумножителя током от дневного света исследования фотоимпульсов проводились только вечером при достаточно слабом внешнем освещении. Фотоумножитель позволял не только осциллографировать фотоимпульсы короны, но и исследовать электрические импульсы отдельно от каждого источника короны. Это осуществлялось при запуске развертки осциллографа от фотоумножителя, наведенного на изучаемый источник короны, и при подаче на пластины осциллографа электрических импульсов с провода. Все кабели схемы, по которым проходил исследуемый импульс короны до входа усилителя  $Y_2$ , имели согласованную нагрузку.

В течение июня — декабря 1963 г. в ясную погоду исследовались импульсы положительной короны при постоянном и переменном напряжениях на одиночных витых проводах диаметром 14 и 19,6 мм (при переменном напряжении на этих проводах исследовались только фотоимпульсы короны). Начальное напряжение короны  $U_0$  для этих проводов равно соответственно 145 и 180 кВ. Кроме того, в первой половине 1965 г. на другом опытном пролете длиной 10 м были получены осциллограммы электрических импульсов и фотоимпульсов короны при постоянном и переменном напряжениях на витом проводе диаметром 20 мм.

**Форма импульсов стримерной короны на проводе.** Чтобы установить, насколько импульс короны искажается при прохождении от места возбуждения на проводе до измерительной схемы, было проведено сравнение осциллограмм токов начальных стримеров с положительного гиперболического острия, подвешенного к проводу установки, и с этого же острия, расположенного над плоскостью, но в схеме с постоянной времени в цепи исследуемого импульса менее 10 нсек (напряжение в этой схеме подава-

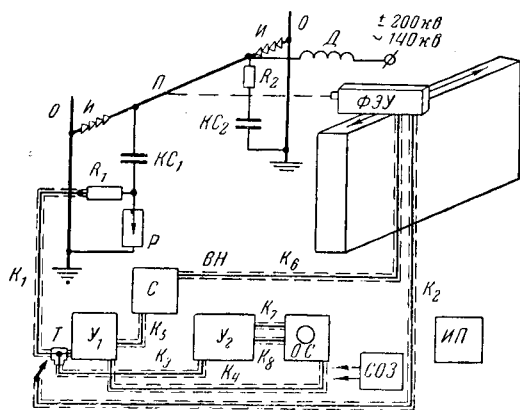


Рис. 1. Схема установки для исследования импульсов короны на проводе.

П — исследуемый провод; И — гирлянда изоляторов; О — опора;  $KC_1$ ,  $KC_2$  — конденсаторы связи типа СМР-160/УЗ ( $C = 14\,000$  пФ); Д — высокочастотный заградитель; ФЭУ — фотоэлектронный умножитель типа ФЭУ-33; Р — разрядник типа Р-350; Т — тройник;  $Y_1$  — усилитель широкополосный типа УР-2;  $Y_2$  — усилитель широкополосный типа УЗ-5; С — счетчик импульсов типа ПС-10000 с источником высокого напряжения для фотоумножителя; ОС — скоростной осциллограф типа ОС-4; СОЗ — схема однократного запуска осциллографа; ИП — измеритель помех типа ИП-12-2М;  $K_1$ – $K_8$  — высокочастотные кабели РК-1 и РК-50.

лось на плоскость, а исследуемый импульс с острия по кабелю поступал на измерительную схему).

Длина острия была равна 50 см, а радиус закругления примерно 1 мм. На рис. 2 приведены полученные осциллограммы, из которых следует, что импульсы имеют примерно одинаковую форму и длительность, а отличаются друг от друга только более пологим фронтом у импульса тока с острия, подвешенного к проводу. Последнее можно объяснить тем, что обратный ток импульса короны в схеме с проводом наводится в реальной земле, а это вносит существенное затухание в высокочастотную часть спектра импульса и, следовательно, сглаживает его фронт. Кроме того, возможно сглаживание фронта импульса при прохождении его через конденсатор связи. Импульс тока с острия, подвешенного к проводу, имел несколько меньшую амплитуду, так как расстояние между острием и землей было больше, чем расстояние между острием и плоскостью в другой схеме (наведенный ток импульса короны пропорционален емкости между электродами [Л. 1]).

На рис. 3 и 4 приведены типичные осциллограммы электрических импульсов и фотоимпульсов положительной стримерной короны на проводе при постоянном и переменном напряжениях. Осциллограммы снимались в области напряжений  $(0,7 \div 1,25) U_0$ . Импульсы отрицательной короны на проводе имели значительно меньшую амплитуду и яркость, чем импульсы положительной короны, и поэтому не исследовались. Появление колебаний на хвосте электрических импульсов можно объяснить тем, что нагрузочное сопротивление на одном конце линии и оболочка кабеля на другом ее конце подсоединялись к контуру заземления проводами длиной около 10 м. Это привело к некоторому рассогласованию линии. Высокочастотные колебания, которые видны на осциллограммах фотоимпульсов, имели место и при отсутствии стримеров и напряжения на проводе. С учетом сказанного выше формы электрических импульсов и фотоимпульсов мало отличаются друг от друга. Из осциллограмм на рис. 3 видно, что при постоянном и переменном напряжениях обычно возникают импульсы короны примерно одинаковой формы.

Из полученных осциллограмм следует, что форма большинства импульсов тока короны с исследованных проводов примерно одинакова, очень похожа на форму импульсов тока начальных стримеров с острий и также удовлетворительно аппроксимируется формулой [Л. 1]

$$f(t) = a n e^{1 - \kappa t}, \quad (1)$$

где  $a$  — амплитуда импульса;  $\kappa = (1,0 \div 1,4) 10^7$  1/сек.

Из рис. 5 следует, что импульс тока стримерной короны с провода диаметром 20 мм (построен по осциллограмме на рис. 3,2) хорошо совпадает с аппроксимирующей кривой, построенной по формуле (1) при  $\kappa = 1,2 \cdot 10^7$  1/сек\*. Примерно аналогичная форма электрических импульсов положительной короны на чистых проводах диаметром до

\* При построении аппроксимирующей кривой она сдвигалась по оси времени на 35 нсек для лучшего совпадения с формой импульса короны.

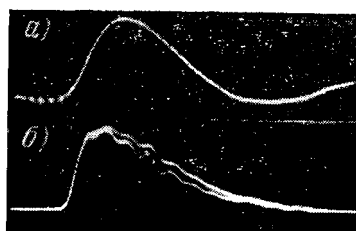


Рис. 2. Осциллограммы токов на начальных стримеров с положительного гиперболического острия (длительность развертки 0,3 мксек). а — острие подвешено к проводу, напряжение  $U=38$  кВ, амплитуда импульса  $I_m=20$  мА; б — острие над плоскостью,  $U=23$  кВ,  $I_m=26$  мА.

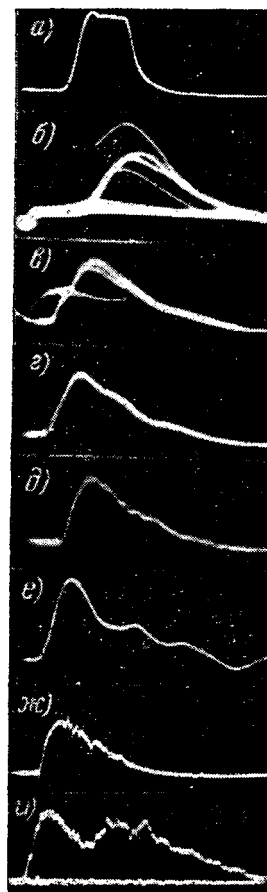


Рис. 3. Осциллограммы электрических импульсов и фотоимпульсов положительной стримерной короны на проводе (длительность развертки 1 мксек).

а — градуировочный импульс шириной 200 нсек на уровне половины амплитуды; б — провод диаметром  $d=20$  мм, постоянное напряжение положительной полярности  $U=200$  кВ, электрические импульсы, развертка — многократная, амплитуда наибольшего импульса  $I_m=150$  мА; в — то же, но переменное напряжение  $U=127$  кВ,  $I_m=100$  мА; г —  $d=20$  мм,  $U=+190$  кВ, электрический импульс;  $I_m=100$  мА; д —  $d=20$  мм,  $U=+190$  кВ, фотоимпульс; е —  $d=19,6$  мм,  $U=+125$  кВ, электрический импульс,  $I_m=33$  мА; ж —  $d=14$  мм, переменное напряжение  $U=100$  кВ, фотоимпульс; и —  $d=14$  мм,  $U=+180$  кВ, фотоимпульс.

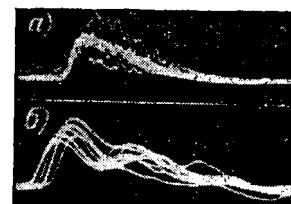
5,9 мм, размещенных внутри цилиндра, была получена в работе [Л. 6], однако ширина импульсов получилась меньше, чем на рис. 3 и 4, что можно объяснить значительно меньшим диаметром провода, чем в нашем случае. В указанной работе форма положительных импульсов аппроксимируется выражением

$$f(t) = A(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}). \quad (2)$$

Формула (1), которая является частным случаем выражения (2), позволяет более просто подобрать достаточно точную аппроксимирующую функцию и дает более простое выражение для частотного спектра импульса, чем формула (2).

При анализе многих осциллограмм импульсов, снятых при однократной и многократной развертке осциллографа, было установлено, что при одном и том же напряжении на проводе возникают импульсы тока с очень различными амплитудами.

Рис. 4. Осциллограммы импульсов тока одного источника положительной стримерной короны с провода диаметром 14 мм при многократной развертке осциллографа (длительность 1 мксек;  $U=+130$  кВ).



а — фотоимпульсы; б — электрические импульсы тока с провода (средняя амплитуда  $I_m=40$  мА).

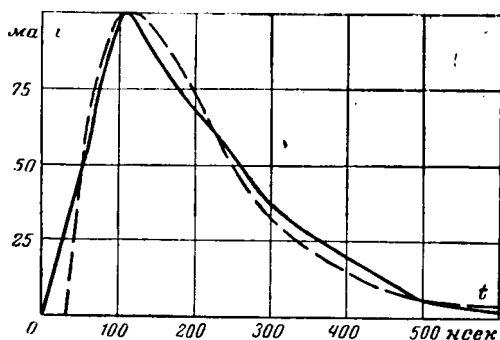


Рис. 5. Форма импульса тока стримерной короны с провода диаметром 20 мм.

— эксперимент; — — — — — аппроксимирующая функция.

Однако на уровне половины амплитуды ширина импульсов незначительно зависит от амплитуды. С ростом напряжения на проводе ширина импульсов также практически не изменялась, хотя их амплитуды значительно увеличились.

Кроме импульсов обычной формы, при постоянном и переменном напряжениях на проводе иногда появлялись «двугорбые» импульсы (рис. 3, и), причем форма электрических импульсов в этом случае также практически повторяла форму фотоимпульсов<sup>1</sup>. Развитие второго импульса наблюдалось не только на хвосте первого импульса («двугорбый» импульс), но и на его фронте вблизи ожидаемого максимума.

Длина фронта импульса ( $\tau_{фр}$ ) и ширина импульса на уровне половины амплитуды ( $\tau_{имп}$ ) являются случайными величинами. Поэтому для их определения осциллограммы были обработаны статистически. В результате были получены средние значения (математические ожидания)  $\tau_{фр}$ ,  $\tau_{имп}$  и стандартные отклонения  $\sigma$ . Из анализа 70 осциллограмм импульсов тока короны при постоянном и переменном напряжениях на проводе диаметром 14 мм получены следующие результаты: у фотоимпульсов  $\tau_{фр} = 67$  нсек,  $\sigma_{фр} = 12$  нсек; у электрических импульсов  $\tau_{фр} = 80$  нсек,  $\sigma_{фр} = 12$  нсек; у нормальных фото- и электрических импульсов  $\tau_{имп} = 210$  нсек,  $\sigma_{имп} = 30$  нсек; у «двугорбых» импульсов  $\tau_{имп}$  достигает 400 нсек.

Для определения влияния диаметра провода на амплитуду и длительность импульсов короны желательнее выполнить статистическое исследование искомых параметров на одной и той же установке в одно и то же время при одинаковых внешних условиях.

При исследовании отдельных очагов местной короны на проводе, имеющих вид «факелов» или «кистей», оказалось, что каждый такой «факел» может являться источником иногда разных, а иногда и примерно одинаковых по амплитуде импульсов тока короны (рис. 4). Число импульсов одного такого очага короны при постоянном напряжении может изменяться в очень широких пределах от десятков до нескольких сотен в секунду. Источником

<sup>1</sup> О наблюдении «двугорбых» фотоимпульсов короны при подаче положительного импульса напряжения на острие см. также [Л. 7]

возникновения очагов местной короны летом в основном являлись мелкие насекомые и неоднородности органического происхождения, попадающие на провод. Зимой стримерная корона часто возникала в тех местах провода, где он был поцарапан и загрязнен. Очень часто источники короны были неустойчивы. При наличии близко находящихся друг от друга двух источников короны (при расстоянии между ними не более 10—15 см) они часто коронировали поочередно, очевидно подавляя друг друга своими объемными зарядами.

При переменном напряжении на проводе число видимых очагов короны зимой было заметно меньше, чем при постоянном напряжении, величина которого равнялась амплитуде переменного. Однако амплитуды импульсов тока короны при переменном напряжении в этих случаях в среднем были больше, чем при постоянном напряжении.

**Частотный спектр напряжения радиопомех на проводе.** С помощью формулы (1) было получено выражение для расчета частотного спектра импульса тока стримерной короны [Л. 1]:

$$|S(\omega)| = \frac{aex}{x^2 + \omega^2} \quad (3)$$

Так как почти все стримеры тока с провода имели примерно одинаковую форму, а провод был короткий, и следовательно, затуханием импульсов в области частот до 10 МГц можно пренебречь, то форма спектра напряжения радиопомех на проводе также определяется выражением (3). На рис. 6 приведены относительные величины расчетного и двух экспериментальных спектров напряжения радиопомех на положительном проводе. Напряжение радиопомех измерялось на сопротивлении 75 ом (согласующее сопротивление нагрузки кабеля РК-1) измерителем помех типа ИП-12-2М. Результаты расчета хорошо совпали с экспериментальным спектром помех.

Следует отметить, что напряжение радиопомех измерялось также и на отрицательном проводе. При этом во всем диапазоне напряжения на проводе (0,7÷1,2)  $U_0$  уровень помех был примерно на порядок меньше, чем при соответствующих напряжениях на положительном проводе.

**Распределение импульсов короны с провода по амплитудам.** Измерение распределения импульсов тока короны со всего провода по амплитудам вы-

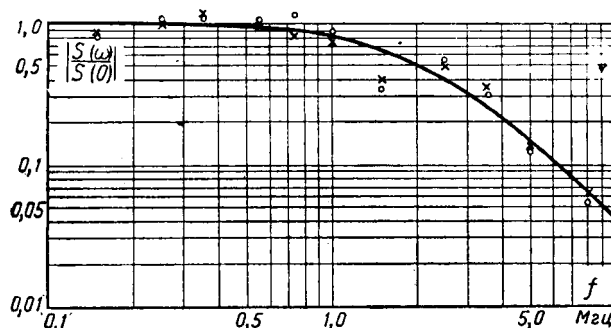


Рис. 6. Экспериментальный и расчетный спектр напряжения радиопомех на положительном проводе диаметром 14 мм. × — эксперимент при  $U = +162$  кВ; ○ — эксперимент при  $U = +178$  кВ; — — — — — расчет по формуле (3) при  $\kappa = 1,3 \cdot 10^7$  1/сек.

полнялось счетчиком импульсов при изменении его чувствительности ступенями через 5 дБ. В таблице приведены результаты одного из таких измерений в зимнее время, а также результаты измерений и расчета напряжения радиопомех с провода на частоте 740 кГц.

**Распределение по амплитудам импульсов положительной короны и создаваемые ими радиопомехи при различных напряжениях на проводе диаметром 14 мм (ясная погода, на проводе изморозь)**

	Амплитуды импульсов, мВ	Напряжение на проводе, кВ				
		+105	+130	+146	+162	+178
Число импульсов в секунду	>190	0	0	0	0	0
	>110	0	0	0	3	90
	>61	0	0	8	165	1 050
	>35	0	10	300	1 150	2 600
	>20	10	310	1 150	2 300	3 400
	>11	100	1 200	2 000	2 900	3 900
	>6,1	280	1 700	2 200	3 100	4 100
	>3,5	750	2 000	2 500	3 400	4 600
	>2,0	2 700	4 100	4 300	4 600	5 100
Расчетное напряжение радиопомех ( $U'_{\text{п}}$ ), мкВ	>110	0	0	0	240	1 320
	>61	0	0	220	1 020	2 750
	>35	0	140	780	1 710	3 250
	>20	78	450	1 060	1 900	3 330
	>11	150	610	1 130	1 930	3 350
	>6,1	185	635	1 140	1 940	3 350
	>3,5	220	640	1 140	1 940	3 350
	>2,0	235	650	1 150	1 940	3 350
Измеренное напряжение радиопомех ( $U''_{\text{п}}$ ), мкВ	—	470	1 250	3 000	4 500	6 300
$U''_{\text{п}}/U'_{\text{п}}$	>2,0	2,0	1,93	2,6	2,3	1,88

Среднеквадратичное напряжение радиопомех рассчитывалось с помощью формулы связи между током помех и параметрами импульсов тока короны [Л. 1]:

$$I(\omega) = 2|g(\omega)|\sqrt{(a_{\text{ср}}^2 + \sigma_a^2)n_{\text{ср}}\Delta f}, \quad (4)$$

где  $I(\omega)$  — среднеквадратичная во времени амплитуда высокочастотного тока;

$g(\omega)$  — частотный спектр импульса тока короны с единичной амплитудой;

$a_{\text{ср}}$  — среднее значение амплитуды импульсов;

$\sigma_a^2$  — дисперсия амплитуды импульсов;

$n_{\text{ср}}$  — средняя частота следования импульсов;

$\Delta f$  — полоса пропускания измерителя помех.

Расчет проводился для каждой группы импульсов, число которых измерялось, причем необходимая для расчета амплитуда импульсов каждой подгруппы с диапазоном в 5 дБ определялась как средняя величина в децибелах минимально и максимально возможных амплитуд данной подгруппы (т. е. на 2,5 дБ больше минимальной амплитуды), а частотный спектр импульса вычислялся по фор-

муле (3) при  $\kappa = 1,3 \cdot 10^7$  1/сек. Из таблицы следует, что с увеличением напряжения растут как максимальная амплитуда импульсов, так и число импульсов с амплитудой выше заданного уровня.

Результаты расчета, приведенные в таблице, показывают, что рост уровня радиопомех с увеличением напряжения на проводе объясняется не увеличением частоты следования импульсов, а только ростом их амплитуды. На всех ступенях напряжения уровень радиопомех на проводе длиной 30 м с точностью до 1 дБ определяют наибольшие 1 000—1 200 импульсов в секунду из всего числа измеренного уровня радиопомех к расчетному среднеквадратичному уровню на всех ступенях напряжения оказались примерно одинаковыми (средняя величина этих отношений 2,2 отличается от каждого из них не более чем на  $\pm 1,5$  дБ, т. е. разница находится в пределах точности эксперимента и расчета). Завышенную величину экспериментального уровня помех по отношению к расчетному можно объяснить квазипиковым характером измерителя помех ИП-12-2М.

Следует отметить, что попытка связать случайные параметры импульсов тока короны с уровнем радиопомех была сделана в [Л. 8]. Однако в этой работе не было получено реальных параметров импульсов тока короны из-за большой постоянной времени измерительной схемы (примерно  $10^{-7}$  сек).

**Экспериментальное определение наведенного импульса тока в проводе при коронировании соседнего провода.** При коронировании провода в нем возникает импульс тока короны, а обратный ток наводится в земле и соседних проводах. С целью определения доли тока, наводимого в соседнем проводе, был поставлен следующий эксперимент. Вблизи коронирующего провода был подвешен алюминиевый провод (трос) диаметром 3 мм. Расстояние между проводами было 0,85 м, высота троса над землей 0,8 м. Токи короны в проводе и тросе осциллографировались поочередно при запуске развертки осциллографа от фотоимпульсов источника короны. Импульс с троса подавался так же, как и с коронирующего провода, кабелем РК-1 через кабель задержки на вход усилителя. На рис. 7 приведены осциллограммы токов в проводе и тросе. Наведенный ток в тросе имеет обратный знак по отношению к току в проводе, а его амплитуда примерно в 6—7 раз меньше амплитуды тока в проводе. Полученный результат хорошо совпал с расчетом отношения наведенных токов в проводах по полученной в [Л. 1] формуле (расчетное отношение токов в проводе и тросе равно 6,6). Проведение описанного эксперимента было продиктовано тем,

Рис. 7. Осциллограммы электрических импульсов источника положительной стримерной короны на проводе диаметром 20 мм при многократной развертке осциллографа длительностью 1 мксек;  $U = +190$  кВ.

$a$  — импульс тока с провода ( $I_m = 125$  мА);  $b$  — импульс тока, наведенные в тросе при короне на проводе ( $I_m = 20$  мА).



# Графоаналитический метод определения параметров синхронного и перевозбужденного режимов гистерезисного двигателя

Н. А. МУЗЫКА и Ю. А. МУЗЫКА

Саратов

В создании электромагнитного момента гистерезисного двигателя, как и всякой другой электрической машины, определяющим фактором является взаимодействие магнитных полей статора и ротора. Величина момента зависит от амплитуд взаимодействующих полей и угла рассогласования между ними. Особенностью гистерезисных двигателей является то, что поле в роторе создается действием н. с. статора, а угол пространственного рассогласования между ними возникает вследствие гистерезиса материала ротора.

Взаимосвязь между напряженностью поля ротора  $H_p$  и магнитной индукцией в роторе  $B_p$  существует в форме петли гистерезиса. Принимая одну из этих величин за аргумент и зная ее пространственное распределение вдоль полюсного деления  $\tau$ , всегда можно определить другую, используя зависимость  $H_p = f(B_p)$  либо  $B_p = f(H_p)$ .

При количественном определении электромагнитной мощности гистерезисного двигателя обычно исходят из положения. Штейнметца о пропорциональности электромагнитного момента площади цикла перемагничивания активного материала ротора. Это положение отражает сущность физических процессов, происходящих в гистерезисном двигателе при пуске, когда перемагничивание материала ротора происходит в одном направлении. Однако в синхронном режиме направленное перемагничивание исчезает, и магнитные свойства материала ротора характеризуются не пусковой петлей гистерезиса, а ее частными циклами возврата. Указанная выше взаимосвязь между  $H_p$  и  $B_p$  нарушится и, чтобы использовать существующие методы определения электрических параметров, необходимо найти ее новую форму. Эту особенность магнитных процессов следует учитывать при расчетах синхронного и перевозбужденного режимов работы гистерезисного двигателя, а также при анализе влияния высших обмоточных, зубцовых и временных гармонических составляющих на механическую характеристику двигателя.

Для объяснения метода определения пространственного распределения напряженности поля ротора  $H_p$  при известном распределении вдоль полюсного деления индукции  $B_p$  рассмотрим работу гистерезисного двигателя в различных режимах.

1. В момент включения двигателя по телу ротора начинает перемещаться магнитный поток со скоростью  $V = 2\tau f$ . Если ротор размагничен, то в первоначальный момент времени напряженность поля элементов тела ротора  $H_p$  изменяется в зависимости от магнитной индукции  $B_p$  по основной кривой намагничивания. После первого полупериода между  $H_p$  и  $B_p$  установится взаимосвязь в форме петли гистерезиса, и в дальнейшем элементы тела ротора будут перемагничиваться с частотой скольжения внешнего поля по ротору (без учета влияния высших гармонических составляющих поля) [Л. 1]. В самом общем случае  $H_p$  и  $B_p$  несинусоидальны, однако с целью упрощения поставленной задачи будем считать пространственное распределение индукции в роторе синусоидальным:  $B_p = B_{pm} \sin \alpha$ . Пространственное распределение поля ротора  $H_p = f(\alpha)$  легко построить по известному закону петли гистерезиса, как это показано на рис. 1.

Выделив из полученной кривой  $H_p = f(\alpha)$  первую гармоническую составляющую, можно определить усредненный угол  $\gamma_n$  опережения потока полем ротора. Если считать, что в процессе пуска форма петли не меняется, то относительное расположение полей, а значит, и электромагнитный момент, создаваемый этими полями, не будут зависеть от частоты перемагничивания материала ротора и определяются только его магнитными характеристиками.

2. В момент, когда скорости ротора и вращающегося внешнего поля совпадут, перемагничивание элементов тела ротора прекратится. Пространственное распределение поля ротора остается таким же, как и при пуске. Следовательно, тангенциальная составляющая силы магнитного сцепления и

что при выводе указанной формулы были сделаны некоторые допущения, и поэтому она нуждалась в экспериментальной проверке.

## Литература

1. Перельман Л. С., Методика расчета радиопомех от короны на проводах линий электропередачи, «Электричество», 1964, № 10.
2. Amin M. R., Fast time analysis of intermittent point-to-plane corona in air, II—The positive pre-onset streamer corona, J Appl. Phys., 1954, v. 25.
3. Murphy B., Electrical and optical characteristics of d. c. corona discharges in air at atmospheric pressure, Techn. Report L/T 329, Electr. Research Association, Leatherhead, 1956.

4. Saxe R. F., Direct current corona, Nature, 1954, v. 173.
5. Богданова Н. Б. и Попков В. И., Некоторые особенности высокочастотного излучения коронного разряда, Доклады АН СССР, 1960, № 6, т. 134.
6. Rakoshdas B., Pulses and radio-influence voltage of direct-voltage corona, IEEE Trans., Power App. and Syst., 1964, v. 83, № 5.
7. Cook R. W. E., Light from the corona discharge, Nature, 1959, v. 184.
8. Liao T. W., Keen W. A., Powell D. R., Relationship between corona and radio influence on transmission lines, Laboratory studies. I—Point and conductor corona, Power Appl. and Syst., 1957, № 31.

[13.8.1965]





вращающий момент будут по-прежнему максимальными. Под воздействием избыточного момента скорость ротора возрастет сверх синхронной. При этом поле статора изменит направление вращения относительно ротора. В силу необратимости гистерезиса ферромагнитного материала ротора при изменении направления перемагничивания нарушится закон взаимосвязи  $H_p = f(B_p)$ . Напряженность магнитного поля в каждом элементе тела ротора будет определяться в функции от  $B_p$  не по петле гистерезиса, а по частному циклу возврата.

Пусть в момент изменения направления перемагничивания индукция и напряженность поля в некотором элементе тела ротора соответствовали точке 3 на пусковой петле гистерезиса (рис. 1). Тогда вместо ожидаемого уменьшения магнитный поток через этот элемент тела ротора начнет увеличиваться. Напряженность поля элемента будет изменяться по кривой возврата  $3-3'-3''$ . При обратном уменьшении потока напряженность поля возвращается к прежнему значению по кривой  $3''-3'''-3$ . Контур  $3-3'-3''-3'''-3$  образует малую петлю возврата, каждая ветвь которой представляет собой гиперболу. Для упрощения анализа можно заменить малую петлю возврата усредненной прямой, как это делается для постоянных магнитов, и считать, что любые колебания напряженности поля в пределах цикла возврата носят прямолинейный характер в функции индукции.

Таким образом, при вхождении двигателя в синхронизм магнитный процесс в каждом элементе ротора идет по соответствующим циклам возврата. Поскольку все элементы принадлежат телу ротора, в каждый данный момент времени угол опережения ими вращающегося поля будет одинаковым для каждого из них. Рассмотрим два элемента ротора (рис. 2) с индукциями:

$$B_1 = B_{pm} \sin \alpha_1;$$

$$B_2 = B_{pm} \sin \alpha_2.$$

Легко видеть, что при предполагаемом опережении ротором поля статора на угол  $\alpha_c$  индукции  $B_1$  и  $B_2$  примут соответственные значения:

$$B'_1 = B_{pm} \sin (\alpha_1 - \alpha_c); \quad (1)$$

$$B'_2 = B_{pm} \sin (\alpha_2 - \alpha_c), \quad (2)$$

т. е. в элементе 1 ротора, в котором индукция возрастала, она уменьшится, а в элементе 2 ротора вместо ожидаемого уменьшения индукции произойдет ее увеличение. Напряженности поля в этих элементах будут определяться точками 1' и 2' на частных циклах возврата, выходящих из точек 1 и 2 восходящей и нисходящей ветвей пусковой петли гистерезиса. Так изменяются магнитные характеристики двух произвольных элементов тела ротора в процессе вхождения двигателя в синхронизм.

Соединив кривой 2 (рис. 2) точки, определяющие магнитные характеристики всех элементов полюсного деления ротора, получим суженную петлю гистерезиса с прежними  $B_m$  и  $H_m$ , но с уменьшенным углом  $\gamma_c$ . Это и есть искомая форма взаимосвязи между  $H_p$  и  $B_p$  гистерезисного двигателя, ра-

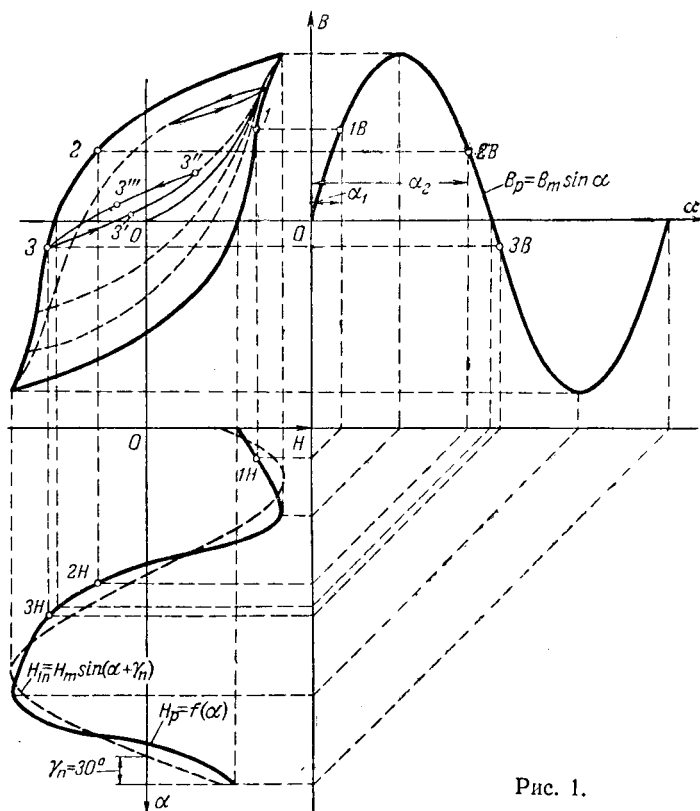


Рис. 1.

ботающего с заданной нагрузкой в синхронном режиме. Используя ее, расчет электрических параметров синхронного режима можно производить по существующей для пускового режима методике<sup>1</sup>.

Необходимо помнить, что данная петля гистерезиса является лишь геометрическим местом магнитных характеристик, а не циклом перемагничивания материала ротора: при дальнейшем изменении относительного положения полей ход магнитного процесса в каждом элементе тела ротора определяется циклами возврата.

Вследствие уменьшения угла  $\gamma$ , а значит и электромагнитного момента падает скорость двигателя при постоянстве нагрузки, и направление перемагничивания вновь изменяется. Магнитные характеристики элементов тела ротора при этом изменяются таким образом, что их геометрическое место преобразуется в более широкую петлю гистерезиса. При этом угол  $\gamma_c$ , электромагнитный момент и скорость двигателя увеличиваются и т. д.

Описанный процесс является не чем иным, как режимом колебаний ротора вокруг положения динамического равновесия при вхождении двигателя в синхронизм.

Аналогичные процессы происходят при изменении нагрузки на валу гистерезисного двигателя в синхронном режиме. На рис. 2 (кривые 2—4) графоаналитическим методом построены петли гистерезиса синхронного режима для двигателя, работающего с различными нагрузками на валу. Задаваясь произвольными значениями угла  $\alpha_c$ , мож-

<sup>1</sup> Мастяев Н. З. и Орлов И. Н., Гистерезисные двигатели, ч. 1 и 2, МЭИ, 1963.



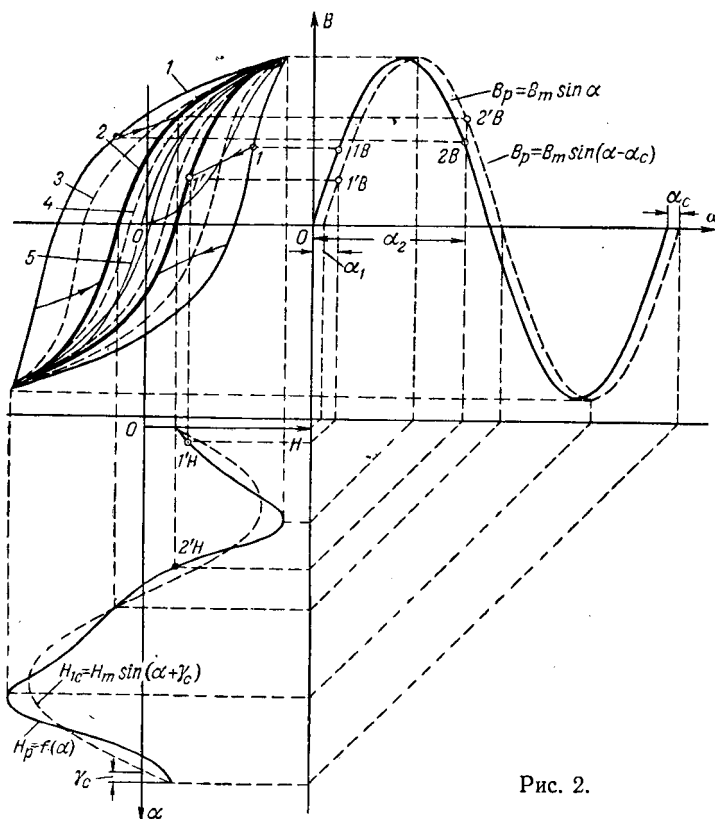


Рис. 2.

но построить множество петель гистерезиса синхронного режима и, используя их, рассчитать рабочие характеристики гистерезисного двигателя.

Если задан нагрузочный момент, равный в режиме динамического равновесия электромагнитному моменту, и требуется определить параметры двигателя без построения рабочих характеристик, то методом последовательных приближений необходимо найти петлю гистерезиса с известной площадью  $s_c$ :

$$s_c = \frac{M_{a.c}}{M_{a.n}} s_n, \quad (3)$$

где  $M_{a.n}$ ,  $M_{a.c}$  — электромагнитные моменты в пусковом и синхронном режимах;

$s_n$  — площадь петли гистерезиса при пуске.

Равенство нулю электромагнитного момента и угла  $\gamma_c$  является для гистерезисного двигателя условием идеального холостого хода. Для этого вовсе не обязательно, чтобы площадь, ограниченная петлями гистерезиса, также стала равной нулю. Петля гистерезиса, соответствующая режиму холостого хода (кривая 5 на рис. 2), далеко не совпадает с основной кривой намагничивания. Это согласуется с теорией магнетизма: ход магнитного процесса может перейти с частного цикла возврата на основную кривую намагничивания только в вершине петли гистерезиса, ибо магнитный материал увеличивает количество доменов или расширяет их границы только после полной ориентации имеющихся доменов в направлении действия поля.

3. Прежде чем искать форму взаимосвязи между  $H_p$  и  $B_p$  для перевозбужденного состояния ги-

стерезисного двигателя, необходимо остановиться на самом процессе перевозбуждения. Для перевозбуждения гистерезисного двигателя на него в пусковом режиме либо перед вхождением в синхронизм подается повышенное напряжение, которое после достижения двигателем синхронной скорости понижается до номинального. Повышение напряжения при наличии скольжения ротора приводит к перемагничиванию материала ротора по увеличенной петле гистерезиса. При установлении динамического равновесия в синхронном режиме магнитный процесс будет идти по циклам возврата этой большой петли. Пунктирная кривая 2, изображенная на рис. 3, представляет собой суженную петлю гистерезиса обычного синхронного режима.

Понижение напряжения практически равносильно уменьшению индукции в каждом элементе тела ротора пропорционально коэффициенту перевозбуждения:

$$K_{прв} = \frac{B_p}{B'_p} = \frac{E_n}{E_{прв}}. \quad (4)$$

При этом магнитный процесс идет по тем же частным циклам возврата, как и при вхождении двигателя в синхронизм. Поэтому напряженность поля в каждом элементе тела ротора определяется в функции индукции также по частным циклам возврата пусковой петли гистерезиса.

Пусть магнитные характеристики элемента 1 тела ротора в синхронном режиме соответствовали точке 1 на рис. 3, тогда после перевозбуждения двигателя они будут соответствовать точке 1'. Магнитные характеристики элемента 2 тела ротора в перевозбужденном состоянии будут соответствовать точке 2' и т. д., образуя геометрическое место точек (пунктирная кривая 3 на рис. 3).

Одновременно происходит процесс динамического уравнивания системы, аналогичный изменению нагрузки в синхронном режиме. Магнитные характеристики элементов 1 и 2 тела ротора в результате этого процесса изменятся и будут соответствовать точкам 1'' и 2''. Кривая 4 на рис. 3 представляет собой искомую петлю гистерезиса перевозбужденного режима. Индукция  $B'_p$  в каждом элементе тела ротора в установившемся перевозбужденном режиме определится по формуле

$$B'_p = B_p \frac{\sin(\alpha + \alpha_{прв})}{\sin \alpha}, \quad (5)$$

где  $\alpha_{прв}$  — угол смещения ротора относительно н. с. статора в процессе динамического уравнивания системы;

$\alpha$  — пространственный угол расположения элемента тела ротора.

Угол  $\alpha_{прв}$  находится путем последовательных приближений из условия равенства электромагнитных моментов, а следовательно, равенства площадей петель гистерезиса синхронного и перевозбужденного режимов. Построение пространственного распределения напряженности поля ротора  $H_{p,прв} = f(\alpha)$  (кривая 6 на рис. 3) по имеющейся петле гистерезиса не представляет трудности (см. пп. 1 и 2).

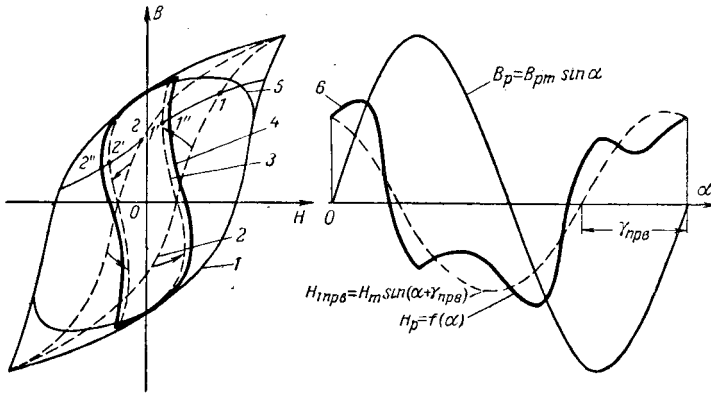


Рис. 3.

С увеличением нагрузки на валу будет изменяться относительное расположение полей ротора и статора в сторону увеличения угла  $\alpha_{прв}$ . Задаваясь различными значениями угла  $\alpha_{прв}$ , можно найти такой угол  $\alpha_{прв.кр}$ , при котором площадь петли гистерезиса будет наибольшей (кривая 5 на рис. 3 построена при  $\alpha_{прв.кр} = 30^\circ$ ). Такой режим перевозбужденного двигателя соответствует максимальной нагрузке на валу. Дальнейшее увеличение нагрузки приведет к увеличению угла  $\alpha_{прв}$  и к выпаданию двигателя из синхронизма. Сравнение площадей, ограниченных кривыми 5 и 1 на рис. 3, позволяет сделать вывод, что максимальная мощность перевозбужденного двигателя остается меньше его мощности при пуске с повышенным напряжением.

Часто описанный режим перевозбуждения отождествляется с кратковременным повышением напряжения, работающего в синхронном режиме двигателя, при котором происходит лишь частичное перевозбуждение материала ротора. На рис. 4 кривые 1 и 2 представляют собой петли гистерезиса пускового и синхронного режимов двигателя. После повышения напряжения при сохранении нагрузки в синхронном режиме магнитные характеристики всех элементов тела ротора изменяются по частным циклам возврата, образуя новое геометрическое место точек (здесь и в дальнейшем построение и преобразование геометрических мест не приводится). В результате последующего понижения напряжения двигатель частично перевозбуждается. Магнитные характеристики всех элементов тела ротора образуют геометрическое место точек — кривую 4 на рис. 4 (или с учетом динамики режима — кривую 5 на рис. 4). Площадь, ограниченная кривой 6, пропорциональна максимальной электромагнитной мощности. Рассчитав параметры двигателя в описанном режиме, можно убедиться в том, что в случае частичного перевозбуждения в синхронном режиме величина тока двигателя будет больше, а перегрузочная способность и  $\cos \varphi$  меньше, чем при полном перевозбуждении.

**Вывод.** Изложенный выше графоаналитический метод может быть положен в основу создания инженерной методики расчета параметров синхронного и перевозбужденного режимов гистерезисного двигателя, а также использован при исследовании влияния высших гармонических составляющих на механическую характеристику двигателя.

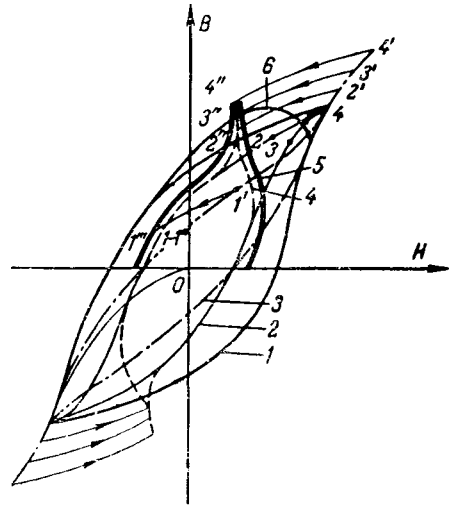


Рис. 4.

**Приложение 1.** Пример расчета параметров пускового и синхронного режимов.

Исходные данные:

Электромагнитная мощность пускового режима  $P_{эп} = 16,8$  вт.

Мощность на валу в синхронном режиме  $P_{2н} = 5,7$  вт.

Магнитный поток  $\Phi_\delta = 0,363 \cdot 10^4$  мкс.

Намагничивающая составляющая тока статора  $I_{\delta\mu} = 0,316$  а.

Активная составляющая тока статора, эквивалентная потерям в стали,

$$I_{\sigma 0} = \frac{P_{ст}}{\sqrt{3}E} = \frac{1,8}{\sqrt{3} \cdot 16} = 0,065 \text{ а.}$$

Магнитные параметры материала ротора  $B_{pm} = 5600$  гс;  $H_{pm} = 60$  э;  $P_{r0} = 6,2 \cdot 10^4$  эрг/см<sup>3</sup> · гу.

Для пускового режима, исходя из построений на рис. 1, имеем при заданной  $B_p = 5600$  син  $\alpha$  зависимость  $H_p = f(\alpha)$ .

Параметры 1-й гармонической составляющей кривой  $H_p = f(\alpha)$ :

$$H_{1п} = H_{pm} \sin(\alpha + \gamma_n) = 60 \sin(\alpha + 35^\circ 25')$$

$$\text{для } \alpha = 0; \sin \gamma_n = 0,58; \cos \gamma_n = 0,815.$$

По этим данным рассчитываем приведенные токи ротора [Л. 1]:

$$I_{2\mu} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pm}}{mk_w\omega_\phi} \cos \gamma_n = 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 60}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} \cdot 0,815 = 0,394 \text{ а;}$$

$$I_{2a} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pm}}{mk_w\omega_\phi} \sin \gamma_n = 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 60}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} \cdot 0,58 = 0,58 \text{ а.}$$

Из векторной диаграммы гистерезисного двигателя [Л. 1] находим полный ток и  $\cos \varphi_n$  при пуске:

$$I_n = \sqrt{(I_{\sigma 0} + I_{2a})^2 + (I_{\delta\mu} + I_{2\mu})^2} = \sqrt{(0,065 + 0,28)^2 + (0,394 + 0,315)^2} = 0,79 \text{ а;}$$

$$\cos \varphi_n = \frac{E \cos \varphi_n + I_n r}{U_\phi} = \frac{16 \cdot 0,442 + 0,79 \cdot 1,6}{23,1} = 0,36,$$

где

$$\cos \varphi_n = \frac{I_{\sigma 0} + I_{2a}}{I_n} = \frac{0,065 + 0,284}{0,79} = 0,442.$$

Экспериментально полученные  $I_n = 0,78$  а,  $\cos \varphi_n = 0,34$ .

Петлю гистерезиса синхронного режима  $H_p = f(B_p)$  строим по частным циклам возврата, задаваясь значением угла опережения ротором поля статора  $\alpha_c = 10^\circ$ . Угол  $\alpha_c$  находим путем последовательных приближений, полагая, что в состоянии динамического равновесия площадь петли гистерезиса будет

соответствовать  $P_{2H}$  в масштабе  $P_{ap}$  согласно формуле (3). При этом индукция в каждом элементе тела ротора согласно формулам (1) и (2) изменится в отношении

$$\frac{B_p}{B'_p} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - 10^\circ)}.$$

Имея форму взаимосвязи между  $B_{p,c}$  и  $H_{p,c}$  в виде петли гистерезиса, строим кривую  $H_{p,c} = f(\alpha)$ . Параметры 1-й гармонической составляющей кривой  $H_{p,c} = f(\alpha)$ :

$$H_{1c} = H_{pmc} \sin(\alpha + \gamma_c) = 48 \sin(\alpha + 16^\circ)$$

$$\text{для } \alpha = 0; \sin \gamma_c = 0,277; \cos \gamma_c = 0,96.$$

Активная и намагничивающая составляющие тока ротора соответственно равны:

$$I_{2ac} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pmc}}{mk_w\omega_\phi} \sin \gamma_c =$$

$$= 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 48}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} \cdot 0,277 = 0,107 \text{ а};$$

$$I_{2\mu c} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pmc}}{mk_w\omega_\phi} \cos \gamma_c =$$

$$= 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 48}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} \cdot 0,96 = 0,315 \text{ а}.$$

Считая активную и намагничивающую составляющие тока статора неизменными, находим ток и  $\cos \varphi_c$  в синхронном режиме:

$$I_c = \sqrt{(I_{2ac} + I_{2\mu c})^2 + (I_{\delta\mu} + I_{2\mu c})^2} =$$

$$= \sqrt{(0,065 + 0,107)^2 + (0,371 + 0,315)^2} = 0,7 \text{ а};$$

$$\cos \varphi_c = \frac{E_c \cos \psi_c + I_c r}{U_\phi} = \frac{16,0 \cdot 0,243 + 0,7 \cdot 1,6}{23,1} = 0,217.$$

Экспериментально полученные  $I_c = 0,68 \text{ а}$ ,  $\cos \varphi_c = 0,225$ .

**Приложение 2.** Пример расчета параметров перевозбужденного режима.

Для создания режима перевозбуждения напряжение двигателя было понижено в синхронизме с 40 до 24 в (э. д. с. в фазе соответственно 16 и 12 в). При этом согласно уравнению (4) достигается коэффициент перевозбуждения

$$K_{прв} = \frac{E_{п}}{E_{прв}} = \frac{16}{12} = 1,33.$$

Пересчитав индукцию в каждом элементе тела ротора

$$B'_p = \frac{B_p}{K_{прв}} = \frac{B_p}{1,33},$$

графическим построением находим геометрическое место магнитных характеристик (кривая 3 на рис. 3). По формуле (5) определим индукцию на полюсном делении в установившемся перевозбужденном режиме:

$$B''_p = \frac{B'_p \sin(\alpha + 2^\circ)}{\sin \alpha},$$

где  $\alpha_{прв} = 2^\circ$  получен из условия равенства электромагнитных моментов  $M_{a,c}$  и  $M_{a,прв}$ .

Графическим методом по частным циклам возврата строим петлю гистерезиса перевозбужденного режима (кривая 4 на рис. 3). Находим пространственное распределение напряженности поля ротора  $H_{p,прв} = f(\alpha)$  (кривая 6 на рис. 3) и выделяем 1-ю гармоническую составляющую:

$$H_{1прв} = H_{pmпрв} \sin(\alpha + \gamma_{прв}) = 20 \sin(\alpha + 108^\circ)$$

$$\text{для } \alpha = 0; \sin \gamma_{прв} = 0,95; \cos \gamma_{прв} = -0,31.$$

По этим данным рассчитываем активную и намагничивающую составляющие тока ротора в перевозбужденном режиме:

$$I_{2a,прв} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pmпрв}}{mk_w\omega_\phi} \sin \gamma_{прв} =$$

$$= 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 20}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} \cdot 0,95 = 0,153 \text{ а};$$

$$I_{2\mu прв} = 0,278 \frac{p\tau(1+\beta)H_{pmпрв}}{mk_w\omega_\phi} \cos \gamma_{прв} =$$

$$= 0,278 \frac{2 \cdot 2,17 \cdot 2,142 \cdot 20}{3 \cdot 0,866 \cdot 124} (-0,31) = -0,05 \text{ а}.$$

Если считать, что намагничивающая составляющая тока статора изменится обратно пропорционально коэффициенту перевозбуждения

$$I_{\delta\mu прв} \approx \frac{I_{\delta\mu}}{K_{прв}} = \frac{0,315}{1,33} = 0,236 \text{ а},$$

то полный ток двигателя в перевозбужденном режиме будет равен:

$$I_{прв} = \sqrt{(I_{\delta\mu прв} + I_{2\mu прв})^2 + I_{2a,прв}^2} =$$

$$= \sqrt{(0,236 - 0,05)^2 + 0,153^2} = 0,24 \text{ а};$$

$$\cos \varphi_{прв} = \frac{E_{прв} \cos \psi_{прв} + I_{прв} r}{U_\phi} = \frac{12 \cdot 0,637 + 0,24 \cdot 1,6}{13,9} = 0,58.$$

Экспериментально полученные  $I_{прв} = 0,25 \text{ а}$ ;  $\cos \varphi_{прв} = 0,58$ .

Ниже в таблице приведены результаты экспериментов, которые подтверждают принципиальное различие физических процессов при полном и частичном перевозбуждении гистерезисного двигателя.

Наименование и размерность параметров		Частичное перевозбуждение				Полное перевозбуждение			
		Двигатель № 1		Двигатель № 2*		Двигатель № 1		Двигатель № 2	
$U_{п}/U_{н}$	в	14/10,5	15/12	17/14	40/24	14/10,5	15/12	17/14	40/24
$P_1$	вт	13	15	30	6	13	19	33	6
$I_{прв}$	а	1,25	1,6	2,9	0,28	0,8	1,35	2,6	0,25
$\cos \varphi$	—	0,58	0,46	0,523	0,515	0,89	0,68	0,65	0,58
$M_{макс}$	Г·см	1 560	1 850	2 650	—	1 680	2 300	2 770	—

\* Расчетные данные двигателя № 2 приведены в приложениях 1 и 2.

[1.12.1964]



# Уменьшение опасности соприкосновения проводов линий электропередачи при их пляске

О. Г. ВЕКсельман

Харьков

В основу предложения автора об осуществлении достаточного горизонтального сдвига между соседними проводами при расположении их в вертикальной плоскости, дающего в ряде случаев экономический эффект, положен опыт эксплуатации отечественных и зарубежных сетей. В [Л. 1] были предложены следующие вертикальные расстояния и горизонтальные смещения для линий 35—220 кВ (табл. 1).

Таблица 1

Напряжение линий, <i>кв</i>	Наименьшие расстояния между проводами, <i>см</i>			
	Вертикальные		Горизонтальные	
	Районы			
	I, II	III, IV	I, II	III, IV
35	250	По нормированным рас- четным схемам	50	125
110	300	—	75	175—200
150	375	—	100	250
220	500	—	150	375

В дальнейшем автором [Л. 2] на основании анализа 65 случаев пляски проводов на 44 линиях 20—110 кВ в 7 энергосистемах за период с 1937 по 1953 г. указывалось, что ранее рекомендованные им расстояния по горизонтали между проводами достаточны для предупреждения их схлестывания при пляске. Для линии 330 кВ в районах I, II расстояния по вертикали и по горизонтали получают 600 и 180 см (0,7×260). Смещение по горизонтали в районах III, IV определяется в 450 см (180×2,5). Последующие детальные расчеты показали: а) горизонтальные сдвиги проводов в гололедных районах могут быть дифференцированы и приняты в районе III лишь в 1,7 раза большими, чем в среднеклиматических; в особо гололедном районе в тех случаях, когда горизонтальная нагрузка проводов не может быть осуществлена (стесненность места при выходе линии с подстанции, прохождение линии в населенных местах, в горных участках и т. д.), горизонтальные сдвиги проводов могут быть приняты такими же, как для района IV;

б) вертикальные расстояния в районах III, IV при рекомендуемых для них горизонтальных смещениях могут определяться по одной расчетной схеме, по которой верхний провод во всех пролетах покрыт гололедом, а нижний соседний покрыт гололедом во всех пролетах, кроме среднего, где сохраняется 25% расчетной нагрузки. Кроме того, горизонтальное смещение на линии 220 кВ в районах I, II может быть снижено со 150 см до 0,7×200=140 см, где 200 см — изоляционный промежуток, который ранее принимался равным 220 см.

Результаты уточненных расчетов, выполненных из условий координации изоляции по атмосферным перенапряжениям, предотвращения опасного сближения проводов вследствие неравномерной

загрузки гололедом и подскока при сбросе гололеда в сопоставлении с аналогичными данными ряда характерных зарубежных линий, приведены в табл. 2. Сравнение с зарубежными данными показывает, что полученные вертикальные расстояния между проводами почти во всех случаях меньше, а горизонтальные практически равны или несколько больше.

Таблица 2

Наименование линии	Напряжение, кВ	Рабочий габарит опоры, м, или рас- четный пролет, м	Наименьшие расстояния между прово- дами, см							
			Вертикальные				Горизонтальные			
			Климатический район или расчетная нагрузка							
			I, II	III	IV	I, II	III	IV		
По рас- четам автора	35	14,5	250	300	350	50	85	125		
	110	19,0	300	350	400	75	130	185		
	150	19,0	375	375	400	100	170	250		
		217—307*								
	220	25,5	500	500	500	140	240	350		
	330	25,5	600	600	600	180	300	450		
Швейца- рия	—	300	—	—	380	—	—	160		
	150	300	—	—	380	—	—	300		
					2 кГ/м**					
США	230	402	—	—	690	—	—	240		
		21,3								
	345	305—380	—	—	760	—	—	460		
Канада	230	26,535	—	—	549	—	—	305		
		440								

\* Расчетные пролеты приведены в районе IV для сопоставления с данными линии № 2.

\*\* Нагрузка 2 кГ/м соответствует при средних марках проводов району IV.

Те и другие расстояния должны быть проверены на условия, учитывающие пляску проводов. Амплитуда колебания проводов при пляске определяется из соотношения

$$A = \frac{VT}{2l} \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $V$  — скорость поперечного ветрового потока от 6 до 18—20 м/сек;

$\alpha$  — угол атаки провода воздушным потоком, т. е. угол между его направлением и горизонтальной осью сечения провода, от 30 до 90°;

$T$  — период колебания, равный 3; 1,5; 1 сек при колебании с одной, двумя и тремя полуволнами в пролете.

Амплитуда при значениях  $V=18$  м/сек,  $\alpha=60^\circ$  и  $T=1,5$  и 1 сек достигает 7,5 и 5 м. Максимальные амплитуды могут быть найдены следующим путем. Колебания с одной полуволной, как правило, имеющие место при коротких пролетах, равно возможны и при расщепленных проводах в определенных приводимых ниже условиях. В этих случаях наибольшая амплитуда оценивается значением

стрелы провеса при гололеде, т. е.  $A=f$ . Для иско-  
мых выводов наибольший интерес представляют  
колебания с двумя и тремя полуволнами, посколь-  
ку согласно наблюдениям первые встречаются  
большей частью при средних и больших пролетах,  
а вторые — при больших пролетах и тяжелых мар-  
ках проводов<sup>1</sup>. Повреждения проводов при колеба-  
ниях с двумя полуволнами в пролете обычно кон-  
центрируются на расстоянии примерно одной чет-  
верти длины пролета от опоры. Для этого случая,  
приняв за предельное высшее положение нижнего  
провода и низшее положение верхнего провода,  
расстояние между ними на опоре для предотвра-  
щения их схлестывания на расстоянии  $1/4$  длины  
пролета, определяемое как разность стрелы про-  
веса верхнего провода в этом месте и стрелы про-  
веса нижнего провода в момент его наибольшего  
подъема, получается равным  $0,7f$ .

Для случая колебания провода с тремя полу-  
волнами в пролете, приняв, что при сближении  
верхний провод увеличивает провес в середине,  
а нижний провод в средней своей третьей части за-  
нимает высшее положение, расстояние между ними  
на опоре получаем равным  $0,4f$ . Эта величина  
складывается из приращения стрелы провеса верх-  
него провода на  $0,1f$  и подъема нижнего провода  
на  $0,3f$  (в середине пролета). Эти вертикальные  
расстояния для унифицированных металлических  
опор 110—330 кВ определяются равными: а) 110,  
150 кВ — 8 и 7,4 м; 4,5 и 4,2 м ( $f=11,4$  и  $10,6$  м);  
б) 220, 330 кВ — 10,9 и 10,15 м; 6,25 и 5,8 м ( $f=$   
 $=15,6$  и  $14,5$  м). Они с учетом разрядных проме-  
жутков 0,5; 0,75; 1; 1,3 м для 110, 150, 220, 330 кВ  
достигают  $0,75f$  и  $0,45f$  соответственно при колеба-  
ниях проводов с двумя и тремя полуволнами  
в пролете. В США на отдельных линиях с боль-  
шими пролетами и тяжелыми марками проводов,  
например на линиях 230 кВ с пролетами 402 и  
320 м и сталеалюминиевыми проводами 483 и  
403 мм<sup>2</sup>, вертикальные и горизонтальные рассто-  
яния находили по известному геометрическому по-  
строению, рекомендованному Дэвисоном. При этом  
принималось, что амплитуда провода при пляске  
не превышает половины максимальной стрелы про-  
веса. Дэвисон исходит из того, что провода распо-  
лагаются в пределах эллиптической формы, приняв  
за большую ось эллипса часть максимальной стре-  
лы провеса, а за малую полуось примерно около  
половины большой. Очерченные по эллипсу пло-  
щади этих размеров должны находиться друг от  
друга на разрядном расстоянии для рабочего на-  
пряжения. По этой методике вертикальные рас-  
стояния между проводами получаются большими,  
несмотря на предусматриваемый методикой сдвиг  
проводов по горизонтали, даже при том условии,  
что амплитуда пляски не превзойдет 0,5 стрелы  
провеса, т. е. соответствует колебанию провода  
примерно с тремя полуволнами в пролете. Но  
в типовых проектах опор для линии с одиночными  
проводами следует учитывать наиболее типичную  
пляску с двумя полуволнами в пролете, для кото-

рой вертикальные расстояния получаются еще  
большими.

Характерно, что в США, где впервые была  
опубликована эта методика, и в Канаде, где обы-  
чно следуют той технической политике, которая  
в данное время доминирует в США, ее большей  
частью не применяют. При выборе расположения  
проводов на опоре там обычно руководствуются  
эксплуатационными наблюдениями в данной энер-  
госистеме. Так, по [Л. 3] для устранения возмож-  
ности отключения линий при пляске проводов на  
новых линиях 345 кВ вертикальное расстояние  
между проводами (7,6 м) не изменялось, но гори-  
зонтальный сдвиг их был увеличен с 3,3 до 4,6 м.

По [Л. 4] на линии 230 кВ вертикальное рас-  
стояние принято практически такое же, какое пред-  
лагается автором (табл. 2), т. е. меньшее, а гори-  
зонтальное смещение большее, чем это получается  
по построению Дэвисона. Осуществление требуе-  
мых, указанных выше больших вертикальных рас-  
стояний, привело бы к большому удорожанию  
линий, в то время как более эффективным являет-  
ся их возможное уменьшение за счет увеличения  
горизонтальных смещений. В выводах по резуль-  
татам последних английских испытаний [Л. 10]  
подчеркивается, что «единственным радикальным  
способом предотвращения перекрытий при подско-  
ке является увеличение горизонтального расстоя-  
ния между фазами». Горизонтальные перемещения  
проводов при пляске во многих случаях не превы-  
шают согласно [Л. 5] примерно 10% амплитуды  
колебаний в вертикальной плоскости. Однако там  
же говорится, что были отмечены случаи, когда  
горизонтальная амплитуда достигала 35% верти-  
кальной и даже оба вида перемещений были рав-  
ны, хотя колебания в большинстве случаев проис-  
ходят в вертикальной плоскости. В этом отноше-  
нии характерно сообщение [Л. 9] о плясках  
проводов на переходе 275 кВ через реки Северн и  
Вай (Великобритания), которые привели за пер-  
вые 2 года эксплуатации к 22 перекрытиям между  
проводами, а также проводами и тросом при ам-  
плитуде горизонтальных перемещений, достигав-  
шей  $\pm 1,22$  м и составлявшей 22% от вертикальной  
 $\pm 5,5$  м с тем же периодом. (Общее горизонталь-  
ное перемещение было равно 2,44 м при двойной  
амплитуде 11 м.) Для решения вопроса об иско-  
мых расстояниях могут служить данные наблюде-  
ний за пляской на советских линиях электропере-  
дачи. Число случаев пляски с 1937 по 1963 г. уве-  
личилось до 250 на 170 линиях 35—220 кВ  
с одинарными проводами в 25 энергосистемах Со-  
ветского Союза. В связи с большим ростом в по-  
следние годы числа двухцепных линий со значи-  
тельно заниженными расстояниями по горизонтали  
между соседними проводами имело место около  
150 случаев пляски на линиях 220—500 кВ с рас-  
щепленными на два и три провода фазами; на  
интенсивность пляски влияло также применение  
распорок, жестко соединяющих провода фазы и  
препятствующих закручиванию отдельных прово-  
дов, в результате чего образовывалось односторон-  
нее отложение гололеда, способствующее возник-  
новению пляски расщепленной фазы. С другой сто-

<sup>1</sup> Пляска проводов может сопровождаться колебаниями  
до шести—восьми полуволн в пролете. При числе полуволн бо-  
лее трех отсутствует опасность замыкания проводов.

роны, само закручивание является одной из весо-  
мых причин возникновения и поддержания пляски.

Приведем единичные характерные случаи в гололедных и негололедных местностях. Согласно [Л. 6] в марте 1962 г. в Запорожской и Днепропетровской областях на протяжении 30 ч наблюдалась в большинстве случаев в вертикальной плоскости пляска проводов и тросов разных марок, смонтированных с нормальным тяжением на 15 линиях 35—330 кВ с амплитудами от 2 до 6 м при ветре скоростью 18—20 м/сек, направленных под углом 45—70° к линиям. В частности, на двухцепной линии 330 кВ с опорами, имеющими рабочий габарит 22,5 м, при котором стрела провеса на 3 м меньше, чем для одноцепных опор 330 кВ, при амплитуде 6 м происходили ожоги проводов, расстояние между которыми по вертикали было равно 6 м с горизонтальным сдвигом 2 м. Увеличение вертикального расстояния до 7 м и несколько более не сможет предохранить эти провода от схлестывания, между тем как достаточное горизонтальное смещение даст большую гарантию в отношении опасности их сближения. Для этих линий горизонтальный сдвиг, если принять его округленно 20% от вертикальной амплитуды, определяется  $6 \times 0,2 \div 1,3 = 2,5$  м, а с учетом стрелы провеса одноцепных опор порядка 2,8 м он должен быть принят по табл. 2 равным 3 м с учетом того, что Днепропетровская и Запорожская области согласно ПУЭ 1964 г. относятся к району III. Доминирующее значение горизонтальных смещений проводов находит подтверждение в [Л. 7], где описывается случай, когда пляска вызвала семь автоматических отключений на линиях 220 кВ со средним пролетом 300 м в районах III, IV Донецкой области при горизонтальных смещениях проводов 2 и 3,2 м, несмотря на большие вертикальные расстояния между ними — 6,7 и 7,2 м. Горизонтальные сдвиги проводов на опорах этих линий согласно табл. 2 должны быть приняты 2,4 и 3,5 м. На линиях 110, 150 кВ, приняв амплитуду пляски 4,5 м, горизонтальные смещения получают 1,4 м ( $4,5 \times 0,2 \div 0,5$ ) и 1,65 м ( $4,5 \times 0,2 + 0,75$ ), т. е. они практически также равны значениям, указанным в табл. 2 для района III. Следовательно, пляска проводов более опасна, чем гололедообразования в среднеклиматических районах. Так, в Харьковской области, относящейся по ПУЭ 1964 г. к району II, в период с 1928 по 1958 г. не наблюдалось пляски проводов, а в период с 1959 по 1964 г. на 14 одноцепных и двухцепных линиях 110—330 кВ имели место 33 случая пляски. Одноцепная линия 330 кВ при расстоянии между проводами по вертикали 7 м и их горизонтальном сдвиге 2 м несколько раз автоматически отключалась. На двухцепной линии 220 кВ с расстояниями между проводами соответственно 6 и 2 м провода оплавлялись. На двухцепных линиях 110 кВ с металлическими и железобетонными опорами при вертикальных расстояниях 3 и 3,4 м и горизонтальных смещениях 0,7 и 0,75 м провода оплавлялись и сильно повреждались. На одноцепных железобетонных опорах 110 кВ при вертикальном расстоянии 3,5—3,7 м и отсутствии горизонтального смещения провода рвались. Эти данные в свою очередь подтверждают, что, во-первых, увеличенное

вертикальное расстояние на опорах линии 220—330 кВ при горизонтальном сдвиге, меньшем требуемого по табл. 2 для района III, не предохраняет провода от схлестывания и, во-вторых, горизонтальный сдвиг 0,75 м для линии 110 кВ недостаточен и его также следует довести до значения, предусматриваемого по табл. 2 для района III. Поэтому реконструкция, запроектированная в 1957 г. Теплоэлектропроектом и Оргэнергостроем, двухцепных железобетонных опор 110 кВ с расстоянием между проводами 3 м и их горизонтальным разносом 0,3 м, выполненная путем выноса среднего провода на 1,2 м, как это было сделано в сетях Орелэнерго, отвечает требуемым условиям в большей степени, чем предложение б. Союзглавэнерго № 9-3/61, по которому средняя траверса этих опор должна быть вынесена на 0,85 м. В то же время реконструкция запроектированных в 1954 г. Теплоэлектропроектом двухцепных металлических опор 110 кВ с расположением проводов «обратной елкой» при расстоянии между ними по вертикали 3 м и горизонтальном смещении каждой цепи 0,25 м, осуществленная путем увеличения средней траверсы с 5,5 до 7,5 м, т. е. доведением горизонтального сдвига до 0,75 м, уже не может рассматриваться как удовлетворительная.

В свете предложенных горизонтальных сдвигов соседних проводов представляет интерес сооруженная в Канаде линия 300 кВ, рассчитанная согласно NESC на условия нагрузки<sup>2</sup>, соответствующие району III. Средняя траверса опоры с рабочим габаритом 22,5 м была смещена на 1,85 м. Вертикальное расстояние между фазами составляло 7,3 м. Линия отключалась при пляске проводов уже в первый период эксплуатации, т. е. это вертикальное расстояние не могло предохранить провода от схлестывания ввиду недостаточного смещения проводов по горизонтали.

На линиях 500 кВ с горизонтальным расположением проводов опасность междупазовых замыканий из-за чрезмерного гололеда и его сброса или пляски проводов практически отсутствует, хотя в статье, посвященной пляске проводов на линиях 500 кВ [Л. 8], отмечаются случаи замыкания проводов между собой. Многочисленные отключения этих линий происходили вследствие перекрытий крайних фазных проводов на заземленный трос при их подскоке в основном в результате пляски, а также сброса гололеда, а равно при интенсивном обледенении троса, значительно превышающем расчетную нагрузку. Расстояние между проводом и тросом по вертикали, а также горизонтальное смещение троса по отношению к проводу должны определяться согласно изложенному выше. Для линии 500 кВ это вертикальное расстояние во всех районах получается 7,5 м, а горизонтальное смещение в районах I, II, III по принятой методике — не менее  $3,2 \times 0,7 \times 1,7 = 3,8$  м, где 3,2 м — изоляционное расстояние по атмосферным перенапряжениям для линии 500 кВ. Практически то же значение горизонтального сдвига получится, если исходить из величин максималь-

<sup>2</sup> По классификации NESC для тяжелого района принимается толщина стенки гололеда 12,7 мм, давление ветра 19,5 кГ/м<sup>2</sup> и дополнительная нагрузка 0,465 кГ/м.

ной амплитуды проводов, которая наблюдалась на этих линиях равной 10 м, т. е.  $10 \times 0,2 + 1,9 = 3,9$  м, где 1,9 м — безопасное расстояние между тросом и нижним проводом линии 500 кВ. Большая амплитуда пляски на этих линиях объясняется наличием на них пляски с одной полуволной в пролете вследствие отмеченных выше односторонних одинаковых форм (крыловидных) отложений гололеда на проводах фазы по всей длине пролета. Уместно отметить, что на первой линии 500 кВ в одной американской системе, рассчитанной на гололед толщиной 12,7 мм при скорости ветра 15,5 м/сек, т. е. на нагрузки района III, горизонтальное расстояние между тросом и крайней фазой принято почти таким же и равным 3,68 м. Это расстояние на основании изучения пляски проводов признано достаточным для предотвращения перекрытия при пляске между проводом и тросом. Эта публикация подтверждает правильность принятой ранее расчетной методологии и порядка ее применения для нахождения требуемых горизонтальных смещений соседних проводов на опоре. На советских линиях 500 кВ смещение троса по отношению к крайнему проводу было принято равным лишь 2,5 м (вертикальное — около 8 м).

Регламентированные расстояния между проводами по вертикали и их горизонтальные смещения приводятся в табл. 3.

Эта таблица сопровождается указанием, что в тех районах СССР, где наблюдается пляска проводов, расстояние между ними по вертикали должно быть не менее 3, 4, 5, 6, 7 м для линий 35, 110, 150, 220, 330 кВ, а по горизонтали таким, как в гололедных районах. Расстояния между проводами и тросом линии 500 кВ должны быть не менее соответственно 7 и 4 м. Сопоставление табл. 3 с табл. 2 показывает, что в районах I, II как вертикальные, так и горизонтальные расстояния почти идентичны, а в районах III, IV вертикальные расстояния не могут быть сопоставлены, как не уточненные ПУЭ; горизонтальные расстояния в табл. 3 меньше, чем рекомендуемые в табл. 2, в особенности для района IV, и поэтому они, как показано выше, не в должной мере отражают эксплуатационные данные. Рекомендация ПУЭ о предварительном выявлении районов, в которых наблюдается пляска проводов, достаточно проблематична. Известно, что пляска может возникнуть во всех местностях, где образу-

ются слабые гололедные отложения некоторых форм и где линии не защищены от ветров. Действительно, интенсивная пляска наблюдалась на огромной территории европейской части, а также в ряде областей азиатской части СССР. Предлагаемые ПУЭ горизонтальные расстояния по условиям пляски также занижены, за исключением требуемого между проводом и тросом на линиях 500 кВ в районах I, II, III. Это расстояние в районе IV получается равным 5,6 м ( $3,2 \times 0,7 \times 2,5$ ). Отсюда следует, что ПУЭ ориентируются также на плавку гололеда. Между тем плавка гололеда, требующая, во-первых, капитальных затрат, связанных с сооружением специальных устройств, изготовлением и установкой нетипового оборудования, значительно превосходящих затраты на некоторое усиление линии путем разноса проводов, во-вторых, больших мощностей, в-третьих, выделения специального промежуточного напряжения для плавления гололеда на тросах, должна рассматриваться как нецелесообразное мероприятие. Эксплуатацией отмечаются нарушения работы линий в самом начале возникновения пляски до осуществления схемы для плавления гололеда, на что требуется некоторое время. Небольшая толщина стенки гололеда порядка 5—6 мм, при которой наиболее часто возникает пляска, образуется через 1—1,5 ч после расплавления, что практически приводит к почти непрерывной пляске. Должна также учитываться возможность пляски при отсутствии гололеда. В [Л. 9] указывается, что все 23 замыкания имели место при отсутствии гололедных отложений. Такие же единичные случаи наблюдались в Харьковской области. При пляске происходит одновременный каскад аварий в разных точках сети, отдаленных друг от друга на сотни километров. В таких условиях одна энергосистема вынуждена была установить очередность ликвидации аварий, несмотря на то что целые районы обесточивались. Из имеющихся сведений по ряду энергосистем видно, что ни в одной из них плавка гололеда при пляске не приводила к удовлетворительным результатам. Совокупность всех этих причин вызывает отрицательное отношение к плавке гололеда и выдвигает на первый план необходимость соответствующих конструктивных изменений. Так, в 47 энергосистемах из 63 в США наблюдалась пляска при гололеде, но лишь 8 прибегали к его плавке, а в 39 увеличивали расстояние между проводами и сокращали длину пролета. При рекомендованных в табл. 2 расстояниях достигается, как это видно из сопоставления, приведенного в табл. 4, экономический эффект и количественно более действенная унификация с сохранением не меньшей надежности по сравнению с унифицированными опорами последнего выпуска 1962 г.

Предлагаемое уменьшение вертикальных расстояний между проводами большей частью экономичнее использовать для увеличения расчетных пролетов, чем для снижения общей высоты опоры. Одни и те же вертикальные расстояния во всех климатических районах при увеличении длины лишь траверсы в районах I, II, III приводят к более объемной унификации. Требуемые при этом

Таблица 3

Напряжение линии, <i>кв</i>	Наименьшие расстояния между проводами согласно ПУЭ 1964 г., <i>см</i>			
	Вертикальные		Горизонтальные	
	Районы			
	I, II	III, IV	I, II	III, IV
35	250	По нормированным рас- четным схемам	50	70
110	300	—	70	120
150	375	—	100	150
220	500	—	150	200
330	550	—	200	250



Таблица 4

Напряжение линии, кВ	Наименьшие расстояния между проводами, см														
	Вертикальные				Горизонтальные										
	Унификация														
	Опоры 1962 г.		Предлагаемая в соответствии с табл. 2		Опоры 1962 г.		Предлагаемая в соответствии с табл. 2								
	Районы														
	I, II		III, IV		I, II, III, IV		I, II		III, IV		I, II, III		IV		
110	}	360		540		375		100		200		130		185	
150												170		250	
220		650—600		650—600		500		200		340		240		350	
330		650—600		—		600		240		—		300		450	

Примечание. 650 см между верхним и средним проводом;  
600 см между средним и нижним проводом.

небольшие изменения длины тросостоек в районе IV не меняют сделанных выводов<sup>3</sup>.

Анализ работы отдельных деталей подвесной арматуры, не выдерживающей значительной подъемной силы, возникающей при пляске, а также предложения по выбору и усилению арматуры и ее креплений, даны в приведенных выше публикациях о пляске проводов. В этих публикациях приводятся и другие последствия длительного воздействия пляски, в частности на интенсификацию старения изоляторов. Эта подъемная сила при заданной амплитуде пляски может быть определена, и ее найденное значение, учитывая те условия колебания проводов, которые принимались при расчете их сближения между собой, позволяет найти размеры гасителей колебаний и места их установки. Рекомендуются при расщепленных проводах применение специальных демпфирующих распорок, которые также успокаивают возникающие в условиях пляски колебания. Захваты распорок к проводам должны предусматривать надежное обжатие провода с целью недопущения его поворота и в то же время обеспечивать необходимую гибкость распорок, допускающих некоторое перемещение провода. Укажем, что согласно произведенным в США исследованиям предлагается для борьбы с пляской подвешивать в средней части пролета цилиндры диаметром 0,06 м и протяженностью 1,5 м по длине 5% пролета. Впредь до разработки и освоения гасителей колебаний с большими амплитудами для эксплуатируемых линий в районах, где наблюдалась пляска, могут быть рекомендованы следующие мероприятия:

1) Повысить тяжение в материале сталеалюминевых проводов на 20%, т. е. до значений, принятых ПУЭ 1958 и 1964 гг., на линиях: а) с двухцепными металлическими опорами 110 кВ с расстоянием между проводами по вертикали 3 м и при горизонтальном смещении 0,7 м; б) двухцепными железобетонными опорами 110 кВ, реконструиро-

ванными в соответствии с циркуляром б. Союзглавэнерго; в) унифицированными опорами металлическими двухцепными и одноцепными 110—330 кВ, железобетонными одноцепными 35—220 кВ, двухцепными 35, 110 кВ в районах I, II (выпуска 1959 г.), для которых было принято тяжение по проводам согласно ПУЭ 1947 г., т. е. без повышения его на 20%, что способствовало замыканиям. Увеличение тяжения на 20%, не требующее усиления этих опор и ужесточения антивибрационной защиты, приводит, как это следует из теории о пляске проводов, подтвержденной рядом опытов, к уменьшению амплитуды пляски также на 20%, что в ряде случаев предохранит провода от схлестывания.

2. Увеличить горизонтальный сдвиг проводов до значений, указанных в табл. 4, на линиях 110 кВ: а) с двухцепными металлическими и железобетонными опорами, с расстоянием между проводами по вертикали 3 м и по горизонтали 0,25; 0,3 м; б) одноцепными типовыми металлическими и железобетонными опорами «крымского» типа с вертикальными расстояниями между проводами 4 и 3,5 м, не имеющими смещений по горизонтали. Прочность ствола этих опор допускает такое увеличение этих смещений.

3. Модифицировать запроектированные для линии 330 кВ с расщеплением фазы на два провода дистанционные выпускающие распорки путем заварки прорезей в зажимах, т. е. превращением их в глухие распорки. Имевшее место на одной линии 330 кВ Харьковэнерго массовое расщепление выпускающих распорок, когда их выпало несколько сотен штук, вызвало при продолжающейся пляске значительные повреждения проводов.

4. Применить на отдельных участках единичных линий 330 кВ полуанкерную подвеску, которая полностью компенсирует низкую способность провода амортизировать свои колебания, особенно при длинных и гибких гирляндах, способствующих возникновению пляски. Полуанкерная подвеска с горизонтальной балкой, соединяющей обе ее ветки, общим весом конструкции 590 кг была успешно применена на одной линии 275 кВ в Шотландии. На этой линии неоднократно наблюдалась пляска расщепленной на два провода фазы с амплитудой 8—8,5 м при частоте колебаний около 1 гц, приводившей к пережогу проводов, повреждению верхнего пови-ва и цепной арматуры. На участке с этой подвеской пляска больше не наблюдалась. В то же время следует иметь в виду, что при таком креплении сильно увеличивается как износ арматуры в точках подвеса, так и статические и динамические нагрузки. Поэтому применение полуанкерной подвески даже на отдельных участках линий 330 кВ может иметь место лишь в том случае, если перетяжка проводов и увеличение их горизонтального сдвига по тем или иным причинам не могут быть осуществлены.

5. Обмотать на переходах провода полихлорвиниловой лентой. При такой обмотке проводов подъемная сила значительно уменьшается и возникает при более высоких скоростях ветра. Таким способом во многих случаях предотвращается возникновение подъемной силы, что всегда более целесообразно, чем поиски способов ее амортизации.

<sup>3</sup> Горизонтальные смещения проводов на унифицированных опорах 1959 г. в районах III, IV были приняты больше предусмотренных ПУЭ 1958 г. Эти смещения на унифицированных опорах 220 и 330 кВ 1962 г. были во всех районах еще более увеличены.



# К вопросу об определении времени потерь

Кандидат техн. наук Л. Д. КЛЕБАНОВ и инж. Р. З. КУНИН

Ленинградский инженерно-экономический институт им. Пальмиро Тольятти

При установлении оптимальных режимов работы сетей большое значение имеет определение и снижение потерь электроэнергии. Методы оптимизации режимов, связанные с применением устройств для регулирования напряжения и компенсации реактивной мощности, требуют разработки соответствующих принципов и методов расчета потерь. Весьма необходимой представляется разработка рациональных методов определения потерь по графикам активной и реактивной нагрузок. В ряде случаев определение потерь целесообразно выполнять с применением вероятностно-статистических методов. Дальнейшее развитие методов и средств расчета потерь позволит более эффективно определять параметры и места установки регулирующих и компенсирующих устройств в сети.

В настоящее время в мировой практике широко распространен упрощенный метод определения потерь с помощью времени потерь  $\tau$ . Этот метод находит применение при проектировании, когда оценка потерь возможна по расчетным величинам, а также для решения эксплуатационных задач, требующих ориентировочных и несложных расчетов. Близость расчетных значений потерь к фактическим зависит от характера и достоверности исходных данных, а также расчетного метода. В СССР принято определять время потерь по кривым  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$ . Как показывает анализ, обоснование этих кривых в [Л. 1] выполнено неудовлетворительно, в связи с чем необходимо вновь вернуться к рассмотрению зависимости  $\tau$  от  $T_{\text{макс}}$  и  $\cos \varphi$ .

В [Л. 2] кривая  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  построена по значениям

$$\tau = \frac{\int i^2 dt}{I_{\text{макс}}^2} \text{ и } T_{\text{макс}} = \frac{\int i dt}{I_{\text{макс}}}$$

для шести теоретических графиков  $i = f(t)$  по продолжительности, где  $i$  — полный ток, соответствующий полной мощности.

В связи с этим замечание [Л. 1] о том, что эти кривые построены в [Л. 2] только для активной нагрузки, неверно. Далее, в [Л. 1] указывается, что при построении в [Л. 2] кривой  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  каждому значению  $T_{\text{макс}}$  соответствует только один график, и поэтому кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  соответствуют графикам активной мощности. С таким выводом также нельзя согласиться, так как предложенные различными авторами кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  можно рассматривать как средние между двумя предельными [Л. 3], показанными на рис. 1: прямой  $A$ , которой соответствуют графики  $A$  с  $\tau = T_{\text{макс}}$ , наибольшие значения  $\tau$ ; кривой  $B$ , которой соответствуют графики  $B$  с наименьшими значениями  $\tau$ . Следовательно, одному значению  $T_{\text{макс}}$  могут соответствовать графики различной конфигурации и с различными  $\cos \varphi$ .

В [Л. 1]  $\cos \varphi$  принимается неизменным в течение года; однако в таком случае время потерь  $\tau$  не зависит от  $\cos \varphi$ :

$$\tau = \frac{\int_0^{8760} i^2 dt}{I_{\text{макс}}^2} = \frac{\int_0^{8760} P^2 dt}{P_{\text{макс}}^2}.$$

Таким образом, предложенные в [Л. 1] кривые в действительности соответствуют графикам различной конфигурации, в то время как приняты они для различных значений  $\cos \varphi$ .

Характер кривых  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  в [Л. 1] меняется при  $T_{\text{макс}} < 3000$  ч; это противоречит характеру кривой  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  и в [Л. 1] не объяснено. В настоящее время кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  при

6. Допустить во время пляски проводов перевод двухцепной линии на работу одной цепью по схеме большого треугольника, т. е. с использованием среднего провода одной цепи (с одной стороны опоры) и крайних проводов другой цепи (с другой стороны опоры). Такой режим, имеющий ограниченные возможности, успешно применялся в ряде энергосистем.

## Литература

1. Вексельман О. Г., Горизонтальное смещение проводов при их вертикальном расположении, «Электрические станции», 1954, № 9.
2. Вексельман О. Г., Расположение проводов и троп по условиям «пляски», «Электричество», 1956, № 2.
3. Porter F. M., Clair H. P., The 345 kV transmission systems of the American Electric Power Company and the Ohio Valley Corporation, CIGRE, 1960, report № 407.

4. Mc Murtrie N. I., Design of 230 kV transmission lines, The Engineering Journal 1958; v. 41, № 9, p. 94.
5. Edwards A., Modeyski A., Progress report on the investigation of galloping of transmission line conductors, «Power Apparatus and Systems», 1956, № 25, p. 668.
6. Дубровский Н. М. и Г. Ф. Нашта, Пляска проводов на линиях электропередачи, «Электрические станции», 1963, № 8.
7. Лысаковский Г. И. и Мусатов Т. П., «Энергетика и электропромышленность», Киев, 1962, № 3.
8. Вершков В. А., Глебов В. С. и Малышев Р. А., Пляска проводов на линиях электропередачи 400—500 кВ, «Электрические станции», 1963, № 10.
9. Davis D. A., Richards D. I. W., Serivers R. A., Investigation on the 275 kV crossing over the Rivers Severn and Wyl, «Proceedings of the Institution of Electrical Engineers», 1963, 110, № 1, p. 205.
10. Morgan V. T., Swift D. A., Jump height of overload line conductors after sudden release of ice loads, «Proceedings of the Institution of Electrical Engineers», 1964, v. III, № 10, p. 1736.

[18.5.1965]



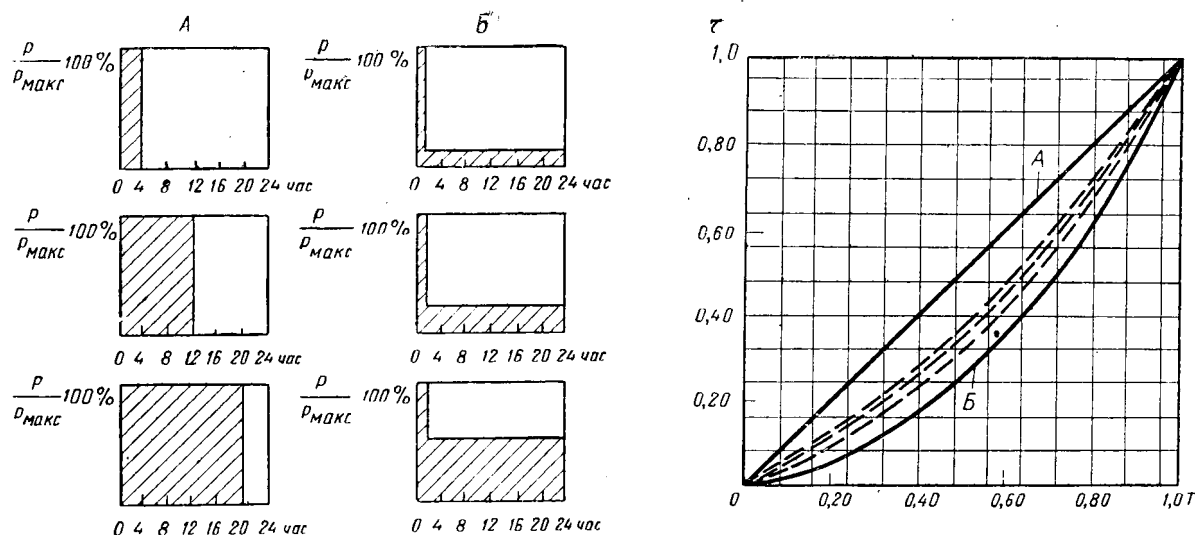


Рис. 1. Зависимость числа часов потерь  $\tau$  от числа часов использования максимума  $T$  для графиков нагрузки вида А и Б.

$\cos \varphi < 1$  обычно приводятся только для диапазона  $3\,000 \leq T_{\text{макс}} \leq 8\,760$  (в том числе и в [Л. 4]), в результате чего исчезли изменения в характере кривых. Отсутствие кривых для  $T_{\text{макс}} < 2\,500$  ч в [Л. 1] (а в последующих изданиях для  $T_{\text{макс}} < 3\,000$  ч) представляется неоправданным.

Следует отметить, что построенные в [Л. 5] для  $T_{\text{макс}} < 3\,000$  ч кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  неверны; по этим кривым при  $T_{\text{макс}}$ , не превышающем  $2\,000$  ч, при  $\cos \varphi = 0,6$   $\tau > T_{\text{макс}}$ , что невозможно.

Отмеченные неправильности в обоснованиях [Л. 1] приводят к тому, что использование кривых  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  может привести к значительным ошибкам. Например, при неизменных нагрузках уличного освещения, термических печей и т. п. коэффициент мощности близок к единице и  $\tau = T_{\text{макс}}$ ; согласно же кривым [Л. 1] при  $\cos \varphi = 1$  время потерь значительно меньше  $T_{\text{макс}}$ , и при  $T_{\text{макс}} = 2\,000 - 3\,000$  ч  $\tau = 800 - 1\,300$  ч, т. е.  $\tau$  уменьшено против действительных значений более чем в 2 раза. Вообще для графиков типа А, независимо от  $\cos \varphi$ ,  $\tau = T_{\text{макс}}$ , однако по кривым [Л. 1] при  $\cos \varphi$ , близком к единице, широкому диапазону  $T_{\text{макс}}$  соответствуют значительно меньшие  $\tau$  по сравнению с  $T_{\text{макс}}$ . Наоборот, графикам типа Б с низким  $\cos \varphi$  по кривым [Л. 1] будут соответствовать завышенные по сравнению с действительными значения  $\tau$ .

Сравним кривые [Л. 1] с аналогичными кривыми других авторов.

В ГДР, США и Англии потери энергии в сетях также определяются с помощью параметра, аналогичного числу часов потерь, однако способами, отличными от предложенного в [Л. 1].

Вопросы определения потерь в сетях рассматриваются в вышедшей в ГДР монографии [Л. 6], в которой время потерь и число часов использования максимума представляются в виде отношений к общему времени включения установки  $T$  и называются коэффициентом потерь  $\vartheta$  и коэффициентом загрузки  $m$  (в [Л. 3]  $\tau$  и  $T_{\text{макс}}$  также выражаются в относительных величинах по отношению к общему времени включения установки  $T$ ). В том случае,

если коэффициенты относятся к активной мощности, они обозначаются  $\vartheta_W$  и  $m_W$ . В [Л. 6], как и в [Л. 3], показано, что значения  $\vartheta = f(m)$  находятся в области, ограниченной двумя предельными линиями А и Б, причем прямой А соответствует зависимость  $\vartheta = m$ , кривой Б —  $\vartheta = m^2$ . В [Л. 6] приведены предложенные различными авторами виды зависимости  $\vartheta(\vartheta_W)$  от  $m(m_W)$ ; построено семейство кривых (рис. 2) для коэффициентов потерь полной мощности  $\vartheta$  в зависимости от  $m_W$  и  $\cos \varphi$  по выражению

$$\vartheta_{\varphi} = \cos^2 \varphi \cdot \vartheta_W + \sin^2 \varphi \cdot m_W,$$

где  $\vartheta_W = 0,083m_W + 1,036m_W^2 - 0,12m_W^3$ .

Кривые  $\vartheta_{\varphi} = f(m_W, \cos \varphi)$  [Л. 6] имеют некоторое сходство с кривыми  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  [Л. 1], однако в отличие от кривых [Л. 1] они построены по известной формуле для всех значений  $T_{\text{макс}}$ , имеют вполне определенный физический смысл, и характер кривых не меняется при  $T_{\text{макс}} < 3\,000$  ч.

В США и Англии для определения времени потерь в настоящее время рекомендуются [Л. 7 и 8] кривые  $\vartheta = f(m)$ , предложенные в 1928 г. в [Л. 9 и 10]. В [Л. 9] на основании анализа характерных графиков нагрузок, включающих нагрузки электростанций, промышленных предприятий и освещения, принята зависимость  $\vartheta = 0,7m^2 + 0,3m$ . В [Л. 10] по данным графиков нагрузок восьми линий 110 кВ построена эмпирическая кривая зависимости  $\vartheta$  от  $m$ .

Как отмечено и в [Л. 11], в большинстве работ зависимость  $\vartheta$  от  $T_{\text{макс}}$  строилась по току; при этом для графиков различных очертаний были получены различные кривые  $\vartheta = f(T_{\text{макс}})$ . Принимаемое по кривой значение  $\vartheta$  будет близко к истинному в том случае, если реальные условия потребления будут близки к исходным условиям метода. Таким образом, по данным фактических графиков необходимо построить кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}})$ , характерные для определенных групп потребителей.

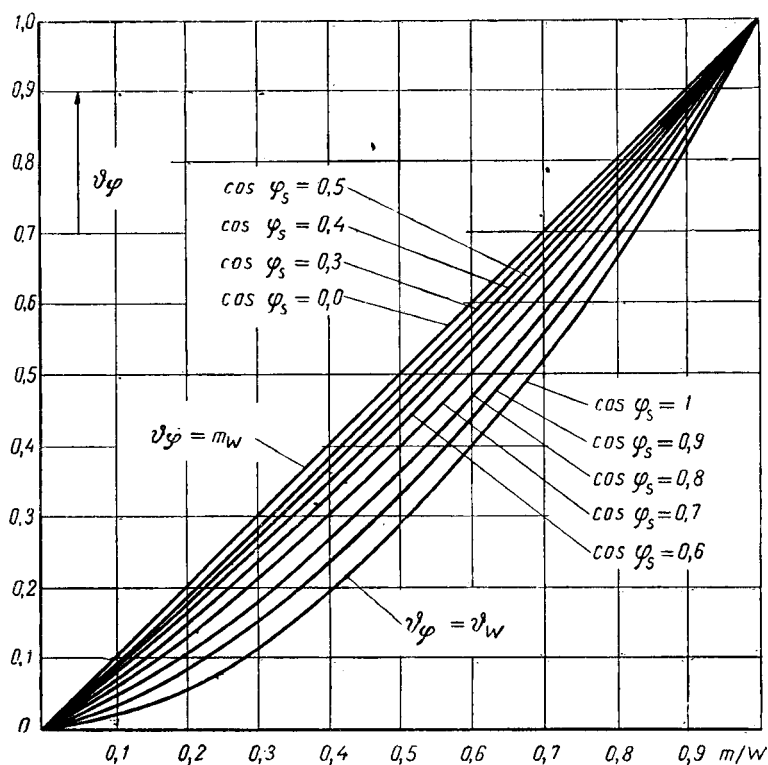


Рис. 2. Зависимость коэффициента потерь полной мощности от коэффициента загрузки активной мощности и коэффициента мощности.

Из формулы определения потерь

$$\Delta A = 3I_{\text{макс}}^2 r \tau_1 = \frac{r}{U^2} S_{\text{макс}}^2 \tau_2 = \frac{r}{U^2} \left( \frac{P_{\text{макс}}}{\cos \varphi} \right)^2 \tau_3 \quad (1)$$

видно, что кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  могут быть построены по графикам с нагрузкой, выраженной в а, кВа и кВт.

При неизменных напряжении и  $\cos \varphi$  графики нагрузки в а, кВа и кВт будут подобны и  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ . В этом случае безразлична размерность нагрузки графика, по которому определяется  $\tau = f(T_{\text{макс}})$ . В частности, для графиков осветительной нагрузки зависимость  $\tau = f(T_{\text{макс}})$  можно построить при любой размерности нагрузки графика.

При колебаниях напряжения и  $\cos \varphi$  в общем случае  $\tau_1 \neq \tau_2 \neq \tau_3$ , так как графики одной и той же нагрузки, выраженные в а, кВа и кВт, будут иметь различные очертания. В том случае, если колебания напряжения при определении потерь не учитываются, графики  $i = f(t)$  и  $S = \varphi(t)$  геометрически подобны и  $\tau_1 = \tau_2$ . При этом использование кривых  $\tau = f(T_{\text{макс}})$ , полученных для тока, допустимо при определении потерь по мощности, если  $\cos \varphi$  подерживается (или принимается) постоянным [Л. 11]. Предложенные в [Л. 1, 3, 6 и 12] кривые  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  предполагают  $\cos \varphi$  неизменным за весь период нагрузки.

Предыдущий анализ приводит к выводу о необходимости отказа от кривых [Л. 1] и замене их надлежаще обоснованными кривыми.

Кривые  $\Phi = f(m, \cos \varphi)$  [Л. 6] (рис. 2) и [Л. 12] построены для определенных зависимостей  $\Phi_W =$

$= f(m_W)$ , причем кривые [Л. 12] построены при теоретизированных случаях реактивной нагрузки и применение этих кривых возможно после корректирования их с учетом современных условий электропотребления.

Наиболее точным представляется метод [Л. 3], при котором время потерь полной мощности  $\tau$  определяется по времени потерь активной  $\tau_a$  и реактивной  $\tau_p$  нагрузок при известном  $\cos \varphi$ . Значения  $\tau_a = f(T_a)$  и  $\tau_p = f(T_p)$  определяются при этом по кривым, которые могут быть получены по данным фактических графиков активных и реактивных нагрузок.

Следует указать и на такой простой способ учета постоянного (или средневзвешенного за весь период)  $\cos \varphi$  при определении  $\tau$ , как подстановка значения  $\cos \varphi$  в формулу (1) при  $\tau = f(T_{\text{макс}})$ , определенном для графиков активных нагрузок.

При переменном  $\cos \varphi$  погрешности в определении  $\tau$  определяются колебаниями  $\cos \varphi$ ; в связи с этим возникает вопрос об оценке колебаний  $\cos \varphi$  и их влияния на результаты расчетов. Как показал анализ в [Л. 11], при колебаниях нагрузки от 20 до 230 кВт и  $\cos \varphi$  от 0,3 до 0,9 коэффициент потерь по графику отличался от значений по формуле  $\Phi_W =$

$$= \frac{m_W + m_W^2}{2} \quad [\text{Л. 13}] \text{ приблизительно на } 13,5\%,$$

что допустимо при упрощенных расчетах.

На основании современного опытного материала необходимо установить условия, при которых неучет колебаний  $\cos \varphi$  приводит к нежелательным погрешностям.

Таким образом, проблема определения потерь с учетом неизменного (или средневзвешенного)  $\cos \varphi$  в [Л. 1] не разрешена и требует дальнейшего теоретического и экспериментального исследования. До получения новых кривых  $\tau = f(T_{\text{макс}}, \cos \varphi)$  представляется целесообразным вернуться к применению кривой [Л. 2] для нагрузки с преобладанием жилищно-бытовых потребителей и кривым [Л. 3] или [Л. 13] для нагрузки с преобладанием промышленных потребителей.

Анализ показывает, что в тех случаях, когда коэффициент мощности и напряжение нельзя считать неизменными, использование метода времени потерь не может быть рекомендовано. Разработка методов определения потерь, учитывающих изменения этих параметров и применение регулирующих и компенсирующих устройств, является самостоятельной проблемой.

#### Литература

1. Глазунов А. А., Зависимость времени потерь от продолжительности использования максимума и коэффициента мощности нагрузок, «Электричество», 1947, № 2.
2. Рябков А. Я., Электрический расчет высоковольтных ЛЭП, Энергоиздат, 1934.
3. Айзенберг Б. Л., Дмитриев В. М. и Клебанов Л. Д., Вопросы методики определения и снижения потерь электроэнергии в электрических сетях, Труды ЛИЭИ, вып. 21, 1958.

# К вопросу о применении электромашинных накопителей энергии для физических исследований

Кандидат техн. наук В. В. КАПЛАН и кандидат техн. наук В. М. НАШАТЫРЬ

Ленинградский политехнический институт

Сложной инженерной проблемой, возникающей при постановке исследований, связанных с изучением физики плазмы, является создание источников питания, которые обеспечили бы передачу значительной энергии в индуктивную нагрузку за ограниченный промежуток времени и относительно длительное поддержание постоянства уровня этой энергии.

Для этого могут быть использованы четыре основных вида накопителей энергии: накопление энергии в электрическом поле больших конденсаторных батарей, накопление энергии в магнитном поле индуктивных катушек, использование кинетической энергии вращения роторов электрических машин и использование химической энергии, накапливаемой в мощных аккумуляторных батареях [Л. 1 и 2].

В настоящее время применяются в основном лишь емкостные накопители; при этом предварительно заряженная конденсаторная батарея разряжается на индуктивную нагрузку, которая затем закорачивается при амплитудном значении тока в ней. Вопросы поддержания постоянства энергии в нагрузке еще практически не разрешены [Л. 1, 3—5].

Между тем весьма желательно применение электромашинных накопителей энергии, так как в них запасаются значительные энергии и их изготовление широко освоено промышленностью. В современном турбогенераторе с размерами, соответствующими номинальной мощности 100 мвт, и при скорости вращения 3000 об/мин кинетическая энергия, запасаемая в роторе, составляет величину порядка  $2 \cdot 10^8$  дж. Поэтому уже при передаче в нагрузку всего нескольких процентов кинетической энергии машины можно сосредоточить в ней энергию, необходимую для проведения физических исследований. Однако турбогенераторы еще не нашли применения в качестве накопителей, позволяющих передать в индуктивную нагрузку энергию в течение ограниченного промежутка времени. Они используются в основном вместе с выпрямительными установками для получения больших постоянных токов, нарастающих сравнительно медленно. Находят применение также специальные машины посто-

янного тока [Л. 2]. Вместе с тем еще в 1924 г. был сконструирован специальный генератор Капицы — Костенко [Л. 6], в котором вырабатывалась заданная форма тока, необходимая для получения мощных постоянных магнитных полей. Этот путь создания электромашинных накопителей представляется весьма перспективным. Задача сводится главным образом к выбору способов выполнения машины или режимов и схем ее работы, при которых может быть достигнута заданная форма тока в индуктивной нагрузке и передана возможно большая энергия от ротора генератора к нагрузке. Ниже изложены разработки лаборатории ЭС и ТВН в указанном направлении.

**Ударный синхронный генератор** как накопитель энергии может быть непосредственно использован в схеме рис. 1. Индуктивность нагрузки  $L_n$  принимается примерно равной индуктивности генератора  $L_r$ , под которой будем понимать такую индуктивность короткозамкнутой цепи генератора (генератор с токоограничивающими реакторами, с шинопроводом и т. п.), при которой симметричный ток короткого замыкания машины  $I_0$  не превосходит тока, допустимого по условиям электродинамической прочности его обмоток  $I_{доп}$ , т. е.

$$I_0 = I_{доп} = \frac{E_0}{\omega L_r} = \frac{E_0}{\omega (L_d'' + L_n)}, \quad (1)$$

где  $E_0$  — э. д. с. холостого хода генератора.

Нагрузка подсоединяется к статорной обмотке через выключатели 1В, 2В и 3В. Кроме того, для возможности закорачивания нагрузки предусмотрен выключатель 4В. Первоначально выключатели 1В и 4В отключены, а выключатели 2В и 3В включены. Генератор раскручивается на холостом ходу, и в момент перехода э. д. с. в обмотке статора через нуль включается 1В.

При этом ток в нагрузке  $i_n$  и равный ему ток в генераторе  $i_r$  содержат периодическую составляющую  $i_1$  с амплитудой  $\frac{I_{0m}}{2}$  и аperiodическую составляющую  $i_2 = \frac{I_{0m}}{2}$ , как показано на рис. 2.

В течение одного полупериода промышленной частоты (10 мсек) ток в нагрузке нарастает до

4. Глазунов А. А. и Глазунов А. А., Электрические сети и системы, М., 1960.

5. Зельцбург Л. М., Техничко-экономические расчеты в электроснабжении промпредприятий, М., 1959.

6. Zebisch M., Netzverluste, VEB. Verlag Technik, Berlin, 1959.

7. Standard Handbook for Electrical Engineering, New York — Toronto — London, 1957.

8. Newnes Concise Encyclopedia of Electrical Engineering, London, 1962.

9. Buller F. H., Woodrow C. A., Load-Factor Equivalent Hour Values Compared, «Electrical World», July 14, 1928.

10. Murray J., Tompkins J., Determining Transmission Line Losses, «Electrical World», Nov. 17, 1928.

11. Рождественский В. Т., Современные методы определения потерь энергии в электрических сетях, «Электричество», 1939, № 3.

12. Tröger R., Grosskraftübertragung, ETZ, 1920.

13. Jansen B., Über die Querschnittsberechnung von Hochspannungsfernleitungen, ETZ, 1926.



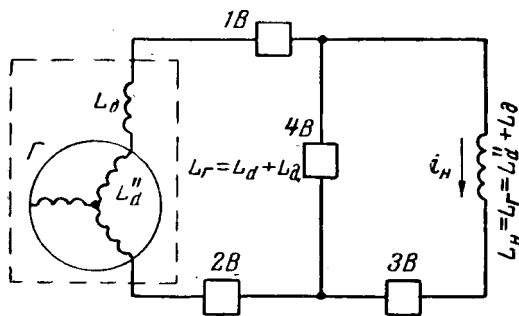


Рис. 1. Ударный синхронный генератор, используемый в качестве накопителя энергии.

величины  $I_{0m}$  (при пренебрежении затуханием апериодической составляющей). В этот момент ( $t=t_1$ ) включается выключатель 4B. В результате при  $t \geq t_1$  ток в нагрузке остается постоянным, равным  $I_{0m}$  (при пренебрежении активными потерями в нагрузке), а ток в генераторе представляет собой периодическую функцию промышленной частоты с амплитудой  $I_{0m}$ . Это объясняется тем, что после включения 4B в цепи генератора сразу возникает установившийся режим, поскольку мгновенное значение тока  $i_r = I_{0m}$  равно его установившемуся значению

$$i_{уст} = \frac{E_{0m}}{\omega L_r} = I_{0m}.$$

В течение всего опыта, таким образом, ток в генераторе не превосходит  $I_0$  (что допустимо с точки зрения динамической устойчивости обмоток генератора) и отключается при одном из переходов через нуль обычным выключателем переменного тока 2B. Энергия, переданная в нагрузку с учетом (1),

$$\Delta W_n = \frac{L_n I_{0m}^2}{2} = \frac{[(\omega L_n) I_{0m}] I_{0m}}{2\omega} = \frac{E_{0m} I_{0m}}{2\omega} = \frac{E_0 I_0}{\omega}. \quad (2)$$

В общем случае наибольшее приращение энергии магнитного поля за счет кинетической энергии ротора имеет место тогда, когда машина короточена, поскольку подключение нагрузки приводит к уменьшению тока. Поэтому для того чтобы характеризовать эффективность использования генератора в рассматриваемых схемах, введем понятие об энергетическом коэффициенте  $\eta$ . Под коэффициентом  $\eta$  будем понимать отношение энергии, полезно используемой в нагрузке  $\Delta W_n$ , к энергии  $\Delta W_0$ , которая может быть передана в магнитное поле машины при коротком замыкании на ее зажимах, т. е.

$$\eta = \frac{\Delta W_n}{\Delta W_0}. \quad (2a)$$

При этом следует иметь в виду, что величина  $\Delta W_0$  определяется не только электрическими и магнитными характеристиками генератора, но также и допустимыми электродинамическими усилиями в его обмотках, что в свою очередь определяет максимально допустимый ток короткого замыкания в генераторе. Так, для ударных генераторов, выпускаемых в СССР (например, типа ТИ-75, находя-

щегося в эксплуатации), допустимое значение тока короткого замыкания оказывается примерно равным амплитуде симметричной составляющей тока короткого замыкания при общей реактивности короткозамкнутой цепи, равной приблизительно удвоенному значению сверхпереходной реактивности генератора.

Можно показать, что приращение энергии магнитного поля генератора при коротком замыкании на его зажимах

$$\Delta W_0 = \frac{E_0 I_0}{\omega}, \quad (3)$$

а потому энергетический коэффициент [см. (2a)]

$$\eta = \frac{\Delta W_n}{\Delta W_0} = 1.$$

Следовательно, в схеме рис. 1 в нагрузку передается энергия, численно равная наибольшему значению энергии, которая может быть передана в магнитное поле генератора (при отсутствии нагрузки), исходя из допустимого значения тока, обусловленного электродинамическими усилиями в обмотках генератора.

Так, например, для генератора ТИ-75 энергия, передаваемая в нагрузку, равна  $\Delta W_n = 3,18 \cdot 10^6$  Дж, при этом индуктивность  $L_d$  (рис. 1) примерно равна индуктивности  $L'_d$ .

Очевидно, при любых условиях ток в обмотках не должен превосходить допустимого значения  $I_{доп}$ . Вместе с тем энергию, передаваемую в нагрузку, можно было бы увеличить, если бы при том же самом значении тока в нагрузке  $I_0 = I_{доп}$  удалось увеличить индуктивность нагрузки  $L_n$ .

Без качественного изменения процессов в схеме рис. 1, но при ином выборе ее параметров удастся увеличить энергию в нагрузке. Это достигается тем, что токоограничивающий реактор не устанавливается и  $L_d$  представляет собой как бы часть индуктивности нагрузки. Тем самым энергия в нагрузке возрастает на значение энергии, которая ранее накапливалась в реакторе и полезно не ис-

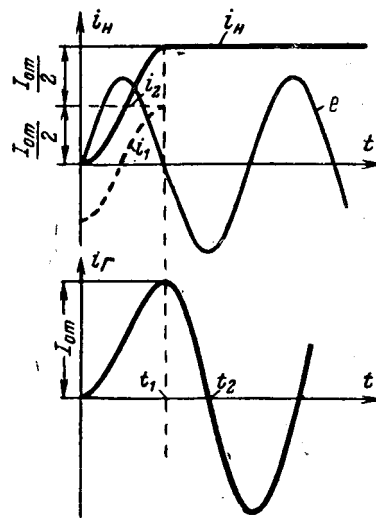


Рис. 2. Кривые тока в индуктивной нагрузке и в генераторе схемы рис. 1.

пользовалась. Однако при этом ток при коротком замыкании на зажимах машины может значительно превзойти допустимое значение, если короткое замыкание своевременно не отключить. Поэтому безопасная эксплуатация генератора будет в данном случае определяться надежностью работы выключателей.

В этом режиме в отличие от схемы рис. 1 будем иметь:

$$L_r = L''_d; \quad (4)$$

$$L_n = L''_d + 2L_d > L_r, \quad (5)$$

где  $L_d$  определяется из соотношения (1). До момента  $t=t_1$  (рис. 2) процесс будет развиваться так же, как и в предыдущем случае, и ток достигает амплитудного значения  $I_{om}$ . После включения 4В ток в генераторе будет уже содержать аperiodическую составляющую и в результате может достигнуть наибольшего значения

$$I_{\max} = I_{om} \left( 1 + 2 \frac{L_d}{L''_d} \right) > I_{om}. \quad (6)$$

Поэтому при первом же переходе тока  $i_r$  через нуль выключатель 2В должен быть отключен.

Энергия, переданная в нагрузку, в данном случае будет:

$$\Delta W_n = \frac{E_0 I_0}{\omega} \frac{1 + 2 \frac{L_d}{L''_d}}{1 + \frac{L_d}{L''_d}}, \quad (7)$$

а энергетический коэффициент, учитывая (2),

$$\eta = \frac{\Delta W_n}{\Delta W_0} = \frac{1 + 2 \frac{L_d}{L''_d}}{1 + \frac{L_d}{L''_d}} > 1. \quad (8)$$

Для генератора ТИ-75, у которого  $L_d \approx L''_d$ , получим:  $\Delta W_n = 4,78 \cdot 10^6$  Дж, а  $\eta = 150\%$ . Вместе с тем из (6) следует, что  $I_{\max} = 3I_{om}$ , что представило бы большую опасность для генератора в случае, если бы ток  $i_r$  не был отключен при его переходе через нуль.

**Машинно-конденсаторный накопитель энергии** (рис. 3) позволяет в еще большей степени повысить энергетический коэффициент  $\eta$ . Накопление энергии в нагрузочной индуктивности  $L_n$  соответствует сумме энергии, сосредоточенной в батарее, и части кинетической энергии генератора.

Для более ясного физического представления процессов, развивающихся в схеме, и для приближенной количественной оценки этих процессов представим генератор в виде простейшей машины с одной обмоткой возбуждения  $L_1$  на роторе (ток возбуждения  $i_0$ ) и одной обмоткой  $L_2$  на статоре. Кроме того, для воспроизведения условий работы машины при наличии демферной обмотки на роторе размещается короткозамкнутая обмотка  $L_3$ , такая же, как обмотка  $L_1$ , но смещенная на угол  $90^\circ$ .

Цепь статора замыкается в момент времени  $t=0$  ( $\alpha=0$ ) выключателем 1В (предварительно вы-

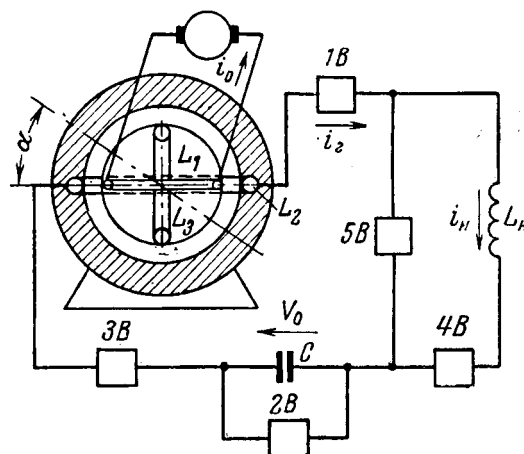


Рис. 3. Машинно-конденсаторный накопитель энергии.

ключатели 1В, 2В и 5В отключены, а выключатели 3В и 4В включены). При  $t=0$

$$\psi_{L_1} = L_1 i_0; \quad (9)$$

$$\psi_{L_2, L_n} = M_0 i_0; \quad (10)$$

$$\psi_{L_3} = 0, \quad (11)$$

где  $M_{12} = M_0 \cos \alpha$ ;

$\psi$  — потокосцепления с соответствующими обмотками.

Батарея  $C$  разряжается на цепь  $L_2, L_n$  за время поворота ротора на угол  $\alpha$ . Исходя из допущения, что в течение всего времени магнитная цепь генератора не насыщается, можно по методу наложения суммировать потоки, возникающие в цепях за счет разряда емкости и за счет вращения обмотки  $L_2$  в поле обмотки возбуждения  $L_1$ . При  $\alpha = \alpha_0$ , когда батарея  $C$  полностью разрядится, в  $L_2$  и  $L_n$  создаются дополнительные потокосцепления  $\Phi(\alpha_0)$ . При этом батарея шунтируется выключателем 2В и в дальнейшем в цепи  $L_2, L_n$  данная составляющая потокосцепления должна остаться неизменной (если пренебречь активными потерями). Итак, при  $t \geq t_0$

$$\psi_{L_2, L_n} = M_0 i_0 + \Phi(\alpha_0). \quad (12)$$

Ток в нагрузке  $i_2(t)$  при  $t \geq t_0$  может быть найден из следующей системы уравнений, характеризующих постоянство потока в сверхпроводящих контурах:

$$\psi_{L_1} = L_1 i_0 = L_1 i_1 + M_0 \cos \alpha i_2; \quad (13)$$

$$\psi_{L_2, L_n} = M_0 i_0 + \Phi(\alpha_0) = (L_2 + L_n) i_2 + M_0 \cos \alpha i_1 + M_0 \sin \alpha i_3; \quad (14)$$

$$\psi_{L_3} = 0 = L_3 i_3 + M_0 \sin \alpha i_2, \quad (15)$$

отсюда

$$i_n = i_2 = \frac{M_0 i_0 + \Phi(\alpha_0)}{L_2 (1 - k_0^2) + L_n} - \frac{M_0 i_0}{L_2 (1 - k_0^2) + L_n} \cos \alpha, \quad (16)$$

где

$$k_0^2 = \frac{M_0^2}{L_1 L_2}.$$

Заметим, что  $L_2 (1 - k_0^2) = L'_2 = L''_d$ , т. е. представляет собой сверхпереходную индуктивность

машины. Из выражения (16) видно, что при отсутствии емкости  $C$ , когда  $\Phi(\alpha_0) = 0$ , схема рис. 3 аналогична схеме рис. 1 и нарастание тока в этих схемах имеет одинаковый характер (сравни графики рис. 2 и 4,а). Если же в схему включена емкость и режим ее работы соответствует указанному выше, то это приводит к возрастанию аperiodической составляющей тока на величину

$$\frac{\Phi(\alpha_0)}{L''_a + L_n}.$$

Если принять, что амплитуда тока в генераторе должна быть одной и той же при отсутствии и наличии емкости (допустимый ток), то в последнем случае (рис. 4,б) должна быть увеличена индуктивность нагрузки ( $L'_n > L_n$ ), чтобы уменьшить аperiodическую и периодическую составляющие, обусловленные потоком  $M_0 i_0$ . Однако и в этом случае, как видно из сравнения графиков рис. 4,а, б, в каждый данный момент времени ток в генераторе при наличии емкости больше его значения при отсутствии емкости, за исключением момента  $t = t_1$ , когда ток в обоих случаях равен  $I_{\text{доп}}$ . Отсюда непосредственно следует, что схема рис. 3 позволяет передать в нагрузку большую энергию, поскольку тот же ток  $I_{\text{доп}}$  достигается при большем значении индуктивности нагрузки  $L'_n$  (вместо  $L_n$ ), т. е. значение энергии возрастает и равно  $\frac{1}{2} L'_n I_{\text{доп}}^2$ .

Можно показать, что в схеме рис. 3 доля потокоцеплений  $\Phi(\alpha_0)$  (созданных при разряде батареи  $C$ ) от основного потока взаимной индукции генератора (между обмоткой возбуждения и обмоткой статора) составляет:

$$\frac{\Phi(\alpha_0)}{M_0 i_0} = \frac{1 + \frac{L_n}{L''_a}}{1 + \frac{L_n}{L''_a}} - 2, \quad (17)$$

а дополнительный поток  $\Phi'(\alpha_0)$ , который должен быть создан конденсаторной батареей только в самом генераторе, соответственно

$$\frac{\Phi'(\alpha_0)}{M_0 i_0} = \frac{1}{1 + \frac{L_n}{L''_a}} \left[ \frac{1 + \frac{L_n}{L''_a}}{1 + \frac{L_n}{L''_a}} - 2 \right]. \quad (18)$$

Энергия, передаваемая в нагрузку, находится из соотношения

$$\Delta W_n = \frac{1}{2} \frac{E_0 m I_{0m}}{\omega} \frac{L_n / L''_a}{1 + L_n / L''_a}. \quad (19)$$

Энергия  $W_c$ , которая должна быть сосредоточена в  $C$  для создания потокоцеплений  $\Phi(\alpha_0)$ ,

$$W_c \approx \frac{1}{2} \frac{E_0 m I_{0m}}{\omega} \frac{1}{1 + \frac{L_n}{L''_a}} \frac{1 + \frac{L_n}{L''_a}}{\left[ 1 + \frac{M_0 i_0}{\Phi(\alpha_0)} \right]^2}. \quad (20)$$

Тогда с учетом (3), (19), (20)

$$\eta = \frac{\Delta W_n - W_c}{\Delta W_0} \approx \frac{1}{1 + \frac{L_n}{L''_a}} \left[ \frac{L_n}{L''_a} - \frac{1 + \frac{L_n}{L''_a}}{\left[ 1 + \frac{2M_0 i_0}{\Phi(\alpha_0)} \right]^2} \right], \quad (21)$$

где  $\Phi(\alpha_0)$  находится из (17).

В таблице для генератора ТИ-75 (в котором, как указывалось,  $L_n \approx L''_a$ ) при нескольких значениях  $L_n / L''_a$  определены величины  $\frac{\Phi(\alpha_0)}{M_0 i_0}$ ,  $\eta$ ,  $\frac{\Delta W_n}{\Delta W_0}$ ,  $\frac{W_c}{\Delta W_0}$ .

$\frac{L_n}{L''_a}$	$\frac{\Phi(\alpha_0)}{M_0 i_0}$	$\sim \frac{W_c}{\Delta W_0}$	$\frac{\Delta W_n}{\Delta W_0}$	$\sim \eta$	$\frac{\Phi'(\alpha_0)}{M_0 i_0}$
3	0	0	1,5	1,5	0
4	0,5	0,1	2,0	1,9	0,1
5	1,0	0,33	2,5	2,17	0,166

Заметим, что соотношение  $L_n / L''_a = 3$  соответствует рассмотренной выше схеме рис. 1, когда емкость  $C$  отсутствует [см. (5) при  $L_n \approx L''_a$ ].

Из таблицы можно видеть, что применение конденсаторов в схеме рис. 3 дает существенный эффект. Так, при энергии батареи  $W_c$ , составляющей примерно 10% от  $\Delta W_0$ , т. е. равной для генератора ТИ-75  $W_c \approx 0,1 \cdot 3,18 \cdot 10^6 = 0,318 \cdot 10^6$  дж, в нагрузку может быть передана энергия  $\Delta W_n = 2 \cdot 3,18 \cdot 10^6 = 6,36 \cdot 10^6$  дж, а при  $\Delta W_c \approx 0,33 \cdot 3,18 \cdot 10^6 = 1,05 \cdot 10^6$  дж энергия в нагрузке  $\Delta W_n = 2,5 \cdot 3,18 \cdot 10^6 = 7,95 \cdot 10^6$  дж.

Таким образом, схема рис. 3 дает возможность не только полностью передать в нагрузку энергию, предварительно сосредоточенную в емкости, но, что особенно существенно, заметно повысить энергетический коэффициент, т. е. степень использования самого генератора.

При расчетах не было учтено то обстоятельство, что при совместной работе генератора и батареи в некоторые моменты времени возможно насыщение магнитной цепи машины, что будет вызывать необходимость некоторой дополнительной энергии в батарее для создания требуемого магнитного поля. Расчет, учитывающий эти обстоятельства, достаточно сложен. По-видимому, для количественной оценки влияния насыщения целесообразно проведение исследований на физической модели генератора, воспроизводящей развивающиеся в нем магнитные процессы.

Значение энергии, которую следует сосредоточить в конденсаторной батарее  $C$ , было определено приближенно, так как принималось, что емкость мгновенно разряжается в цепи  $L_2 + L_n$ . Однако в действительности этот процесс происходит во времени ( $t_0$  — рис. 4,б), что обуславливает дополнительную затрату энергии конденсатора. Это обстоятельство может быть достаточно просто учтено, если не учитывать насыщение магнитной цепи машины. Расчеты показывают, что значения энергии  $W_c$ , приведенные в таблице, несколько преуменьшены, однако поправка не велика — приблизительно на 10%.

В схеме рис. 3 в момент  $t_1$  достижения током амплитудного значения (рис. 4,б) включается выключатель  $5B$ , и в дальнейшем процесс развивается так же, как и в схеме рис. 1. При первом же переходе тока  $i_T$  через нуль он должен быть отключен выключателем  $3B$  во избежание повреждения обмоток генератора.

Для того чтобы ток  $i_T$  после момента времени  $t_2$  не превосходил допустимого значения, схема рис. 3



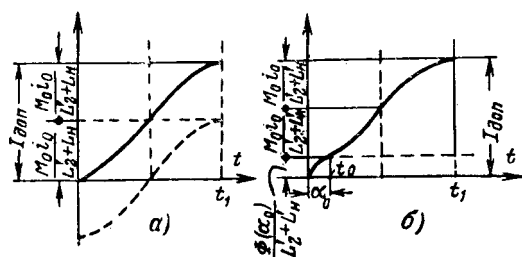


Рис. 4. Кривые тока в индуктивной нагрузке, запитанной от машинно-конденсаторного накопителя.

может использоваться в режиме, подобном применяемому в схеме рис. 1 при искусственном увеличении индуктивности генератора до величины  $L_r = L''_a + L_d$ . При этом, однако, энергетический коэффициент генератора при тех же значениях энергии батареи  $\frac{W_c}{\Delta W_0}$  будет ниже, чем указанный в таблице (вместо 1,9 и 2,17 будет соответственно 1,4 и 1,67).

Схема рис. 3 дает возможность получить весьма большие энергии в нагрузке при использовании ударных генераторов типа ТИ-100-2, которые изготавливает завод «Электросила». Так, например, при использовании двух генераторов и батареи с энергией примерно  $12,6 \cdot 10^6$  Дж в нагрузке может быть сосредоточена энергия около  $30 \cdot 10^6$  Дж.

**Индуктивный накопитель.** При осуществлении схемы индуктивного накопителя энергии [Л. 1] возникают две основные проблемы: 1) коммутации, т. е. перевода энергии, предварительно сосредоточенной в магнитном поле индуктивных катушек, в индуктивную нагрузку, и 2) накопления энергии в индуктивных катушках. Принципиально указанное накопление энергии может быть произведено с помощью генераторов постоянного тока, аккумуляторных батарей или машинно-выпрямительных установок. Однако экономически наиболее целесообразно использовать для этой цели ударный генератор (рис. 5), который многократно работает в режиме, соответствующем режиму его однократной работы в схеме рис. 1. На рис. 5, б цепь индуктивного накопителя (без индуктивной нагрузки и системы коммутации, которые, например, могут быть осуществлены так, как описано в [Л. 1], изображена жирной линией. Она состоит из нескольких индуктивных катушек (для примера показаны четыре катушки —  $L_1, L_2, L_3, L_4$ ) выключателя  $B_0$ , предназначенного для шунтирования нагрузки (и отключающего соответствующую цепь в полной схеме индуктивного накопителя), и выключателей  $B_1, B_2, B_3$ , которые соединяют указанные катушки между собой параллельно. Первоначально все выключатели  $B_A, B_B \dots$  и  $B_1, B_2 \dots$  отключены.

Накопление энергии в катушках начинается в момент времени  $t_1$  (рис. 5, а), когда э. д. с. генератора  $U_{AB} = 0$ . При этом включаются  $B_A$  и  $B_B$  и процесс развивается так же, как и в схеме рис. 1. В момент  $t = t'_1$  катушка  $L_1$  шунтируется накоротко выключателем  $B_0$ , а в момент  $t = t_2$  ток  $i_1$  отключается выключателем  $B_A$ . Через 30 эл. град, когда

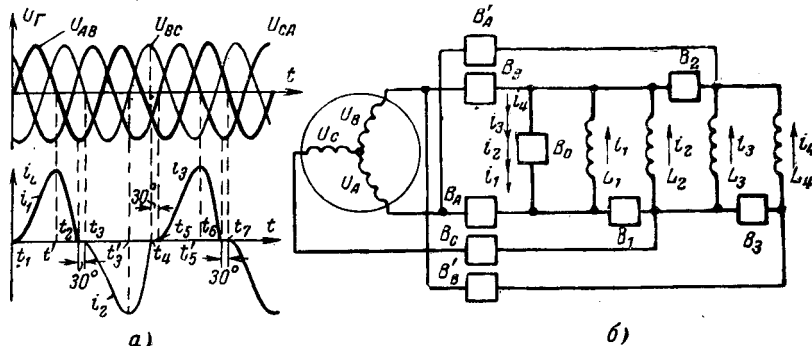


Рис. 5. Схема накопления энергии в индуктивном накопителе с помощью ударного генератора, многократно работающего по схеме рис. 1.

$U_{BC} = 0$  (момент  $t_3$ ), замыкается  $B_C$  и происходит накопление энергии в  $L_2$ . При  $t'_3$  включается  $B_1$  и катушка  $L_2$  также шунтируется накоротко (уже включенным  $B_0$ ). Затем в момент  $t = t_4$  отключается  $B_B$ , а через 30 эл. град включается  $B'_A$  и т. д. В результате во всех катушках накапливается энергия, а через  $B_0$  проходит ток, равный сумме токов во всех индуктивных катушках.

Так как фазы генератора последовательно переключаются, все его обмотки находятся в одинаковом тепловом режиме. Накопление энергии в катушках происходит быстро, например, при четырех катушках за время 0,065 сек, а потому при достаточно малых активных потерях в катушках ток в первых катушках не успеет сколько-нибудь существенно уменьшиться, пока не будет закончен процесс накопления энергии в последних катушках.

Следует отметить, что применение указанного способа накопления энергии должно существенно снизить стоимость установки в расчете на единицу накапливаемой энергии, поскольку при сравнительно кратковременном прохождении тока в процессе накопления энергии катушки могут быть выполнены значительно более легкими, так как вопросы нагрева уже не являются в этом случае определяющими.

**Компенсация активных потерь в индуктивной нагрузке.** При проведенном рассмотрении схем накопителей энергии подразумевалось, что индуктивная нагрузка не имеет активных потерь, а потому принималось, что после достижения током наибольшего значения и закорачивания нагрузки ток в ней поддерживается постоянным. В действительности нагрузка имеет достаточно большие потери, и ток затухает в значительно большей степени, чем это оказывается допустимым по условиям физического эксперимента. Для компенсации затухания тока в нагрузке требуются дополнительные источники энергии. При необходимости компенсации потерь в течение продолжительного интервала времени, порядка десятых долей секунды или даже нескольких секунд, необходимо применять мощные источники постоянного тока (например, машинно-выпрямительные установки).

При необходимости компенсации потерь в течение весьма ограниченного промежутка времени (сотые доли секунды) применение мощного источника постоянного тока экономически нецелесообразно. В этом случае для подпитки целесообразно



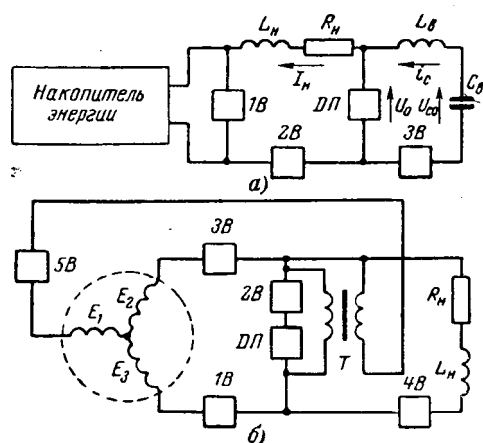


Рис. 6. Схема компенсации активных потерь в индуктивной нагрузке от конденсаторной батареи (а) и от генератора (б).

но применять конденсаторные батареи, поскольку они могут быть рассчитаны лишь на ту энергию, которая непосредственно должна быть передана в нагрузку для компенсации активных потерь (рис. 6,а). Последовательно с нагрузкой ( $L_n, R_n$ ) размещается дуговой промежуток (ДП). В качестве ДП могут быть использованы дугогасительные устройства высоковольтных выключателей. Параллельно ДП размещается вспомогательный колебательный контур  $C_b, L_b$ . Параметры схемы выбираются с таким расчетом, чтобы ток в колебательном контуре превышал  $I_n$ . Поэтому в течение заданного времени  $t_n$  ток в ДП будет иметь противоположное направление по сравнению с током в нагрузке. В результате ДП будет подпитывать нагрузку. Если напряжение на дуге  $U_0 = R_n I_n$ , то активное падение в нагрузке будет полностью компенсировано, и через нагрузку будет проходить незатухающий ток в течение времени  $t_n$ .

Если в качестве накопителя энергии используется машинный накопитель (ударный генератор), то в качестве источника энергии для подпитки

можно применить третью неиспользуемую фазу генератора. В этом случае (рис. 6,б) в момент достижения током нагрузки амплитудного значения одновременно с закорачиванием нагрузки выключателем 2В замыкается цепь третьей фазы генератора выключателем 5В; в цепь этой фазы включена первичная обмотка вспомогательного трансформатора Т, вторичная обмотка которого шунтирует ДП. При этом в течение времени  $t_n$  через ДП проходит ток, превышающий  $I_n$ , и происходит компенсация потерь в нагрузке аналогично тому, как это имеет место в схеме рис. 6,а. Промежуток времени  $t_n$  может быть увеличен, если выключатель 5В включить не в момент достижения током в нагрузке амплитудного значения, а несколько раньше этого момента. Можно показать, что в этом случае время  $t_n$  составляет примерно 0,01 сек. Хотя в схеме рис. 6,а время  $t_n$  может быть сделано существенно большим, экономическая целесообразность схемы рис. 6,б очевидна, поскольку для последней нет необходимости в дополнительных источниках энергии.

#### Литература

1. Carruthers R., Energy storage for thermonuclear research, The Institution of electrical engineers, Convention on thermonuclear processes, 1959.
2. Horst, Some remarks on energy storage, Nuclear instruments, methods, v. 4., № 5, 1959.
3. Kemp E. L., Putnam T. M., The design and development of a twelve million joule capacitor energy storage system, Los Alamos Scientific Laboratory, 1959.
4. Carruthers R., Transformer design for toroidal discharge systems, The Institution of electrical engineers, Convention on thermonuclear processes, 1959.
5. Smart D. L., Some switching problems in thermonuclear research, The Institution of electrical engineers, Convention on thermonuclear processes, 1959.
6. Костенко М. П., Электрические машины, Специальный курс, Госэнергоиздат, 1945.

[10.11.1963]



УДК 621.318.13.042.1

## Влияние механической обработки на магнитные свойства магнитопроводов из электротехнических сталей

Инж. Г. А. БРАШЕВАН и инж. Б. В. МОЛОТИЛОВ

ЦНИИЧермет им. Бардина

Технически важные магнитные свойства сплавов — коэрцитивная сила, индукция в слабых и средних полях, удельные потери и т. д. — являются структурно чувствительными, т. е. в значительной мере определяются состоянием кристаллической решетки ферромагнетика. Показано, что магнитные свойства могут быть заданным образом изменены при приложении упругих напряжений определенного знака [Л. 1]. В случае, если напряжения превышают предел текучести сплава, имеет место необратимая потеря свойств, восстановление которых оказывается возможным только после соответствующих термических обработок [Л. 1]. Сложное напряженное состояние, возникающее при механи-

ческих обработках в процессе изготовления магнитопроводов (штамповка, резка, шлифование, изгиб и т. д.), характеризуется хаотическим распределением остаточных напряжений с локализацией их главным образом в местах, подвергавшихся непосредственно механической обработке. Степень влияния таких обработок на уровень магнитных свойств изучалась в ряде исследований [Л. 1—3].

В настоящей работе поставлено целью не только установить степень ухудшения магнитных свойств при механической обработке, но и рассмотреть условия, при которых возможно их восстановление для изделий различного типа. Кроме того, сделана попытка разработать методику количественной

оценки влияния механической обработки на магнитные свойства по структурным данным.

Исследование проводилось на тороидальных образцах двух типов: кольцах с внутренним диаметром 20 мм и внешним 30 мм, изготовленных штамповкой, и тороидах, изготовленных навивкой из полос шириной 10 мм, полученных резкой на дисковых ножницах. Внутренний диаметр витых тороидов был также 20 мм.

Первый тип образца имитирует штампованные магнитопроводы с разветвленным магнитным потоком, когда часть магнитного потока по направлению совпадает с направлением кристаллографической текстуры в листе, а часть направлена «невыгодно» по отношению к текстуре (например Ш-образные сердечники из холоднокатаной трансформаторной стали). Второй тип имитирует витые сердечники, в которых направление магнитного потока параллельно направлению легкого намагничивания в текстуре.

В первом случае штамповка создала так называемый «краевой наклеп», во втором — помимо краевого наклепа, вызванного резкой, имели место остаточные напряжения, связанные с деформацией изгиба при навивке сердечника. Так как краевой наклеп зависит от качества инструмента, которым производится штамповка или резка, обращалось внимание на заточку режущих поверхностей. Вся обработка была осуществлена на свежезаточенном инструменте, вдоль линии резки и штамповки практически не было заусенцев.

Для исследования были взяты электротехнические стали двух марок: Э330 (3% кремния) с различной величиной зерна (от 1 до 20 мм) и трансформаторная сталь с 6% кремния (условно С6). Сталь марки Э330 наряду с другими марками ГОСТ 802-58 используется в качестве материала для магнитопроводов трансформаторов. Однако чувствительность ее свойств к наклепу большая, чем у сталей марок Э320 и Э310. Сталь С6 имеет по данным [Л. 4] повышенную стабильность в отношении воздействия механических напряжений. Резка и штамповка образцов производилась из листов толщиной 0,35 мм. Чтобы имитировать условия магнитопроводов, образцы штамповались и вырезались из металла в состоянии поставки металлургическим предприятием, т. е. после заключительного высокотемпературного отжига в колпаковых печах (нагрев листов в стопах до 1100°С, выдержка и охлаждение — общая длительность 120 ч, атмосфера — вакуум с остаточным давлением 5—6 мм рт. ст.).

Сталь Э330 подвергалась механическим обработкам в холодном состоянии; резка и навивка сердечников из стали С6 производилась с подогревом полос для предотвращения хрупкого разрушения. С целью восстановления магнитных свойств образцы, наклепанные резкой, штамповкой и навивкой, отжигались при различных температурах

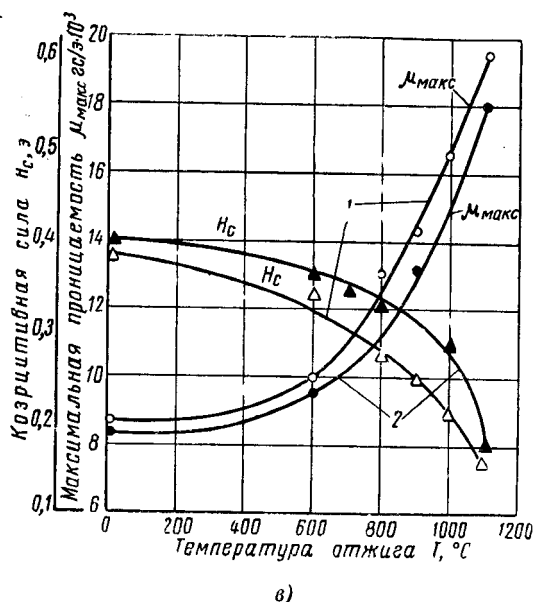
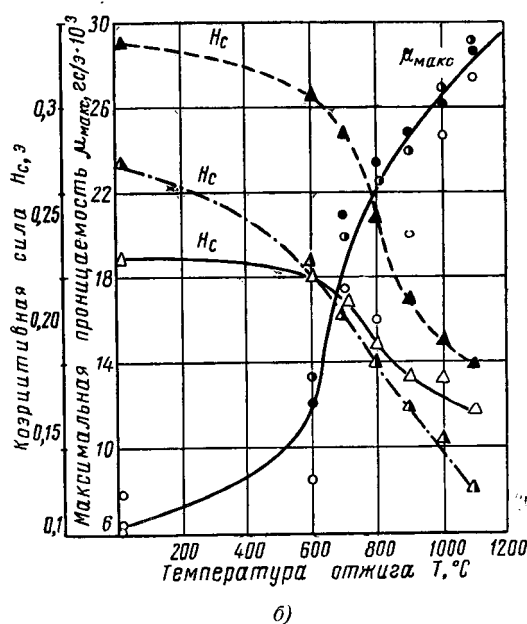
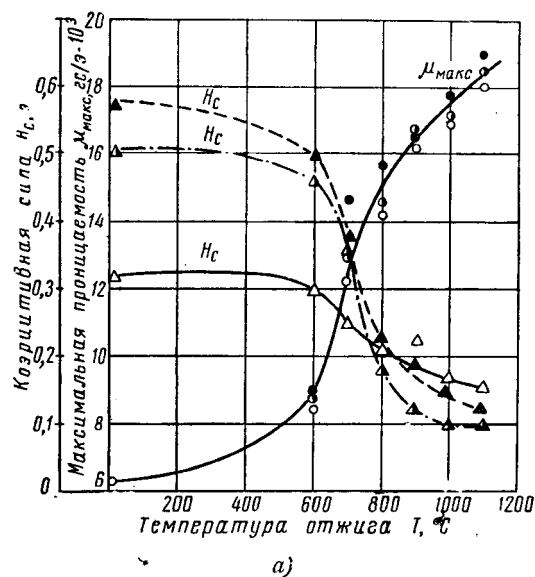


Рис. 1. Зависимость максимальной магнитной проницаемости и коэрцитивной силы от температуры отжига.

а — сталь Э330, штампованные образцы; б — сталь Э330, витые образцы; в — сталь С6, штампованные и витые образцы. Размер зерна:

● и ▲ — 1 мм, ○ и △ — 5 мм, о и Δ — 20 мм;  
1 — витые тороиды; 2 — штампованные тороиды.



Рис. 2. Магнитная структура вблизи кромки штампованного образца. Сталь Э330; после штамповки — отжиг при 800° С.

1 — зона нормальной магнитной структуры; 2 — зона «испорченной» магнитной структуры.



Рис. 3. Магнитная структура вблизи кромки штампованного образца. Сталь Э330; после штамповки — отжиг 1100° С.

1 — исходное зерно с ориентировкой, соответствующей ребровой текстуре; 2 и 3 — новые зерна.

(600—1100° С) в течение 2 ч в вакууме (остаточное давление  $10^{-1}$ — $10^{-2}$  мм рт. ст.).

Зависимость максимальной магнитной проницаемости и коэрцитивной силы исследованных сталей от температуры отжига после механической обработки показана на рис. 1. Все кривые для стали с 3% кремния имеют один и тот же характер независимо от способа изготовления образцов и величины зерна. Как видно из рис. 1, а и б, величины зерна при всех температурах отжига сказываются главным образом на коэрцитивной силе, в меньшей мере влияя на максимальную магнитную проницаемость.

На всех кривых присутствуют три участка: в области температур до 600° С свойства меняются мало, в интервале 600—800° С происходит резкое изменение свойств, в области температур более 800° С свойства продолжают улучшаться, но менее резко. Аналогичная зависимость магнитных свойств от температуры отжига для снятия наклепа была также обнаружена другими авторами на Fe—Ni магнитно-мягких сплавах [Л. 5]. Для стали С6 нельзя выделить таких четких участков, как для стали Э330, однако наиболее резкое изменение магнитных свойств происходит в области температур 700—1100° С.

Так как по ГОСТ 802-58 рекомендуется повторный отжиг для восстановления магнитных свойств после механической обработки производить при 800° С, целесообразно проанализировать, в какой мере этот отжиг действительно восстанавливает свойства. Если в качестве хорошо отожженного состояния для сравнения принять состояние, получаемое отжигом при 1100° С, т. е. при температуре, равной температуре предварительного отжига (до механической обработки), то окажется, что разница между значениями максимальной магнитной проницаемости ( $\mu_{\max}$ ), получаемыми при отжигах при 800 и 1100° С, превышает во всех случаях 27—30%. Эффект отжига при 800° С примерно одинаков для случая штампованных и витых тороидов.

Эти результаты могут быть объяснены тем, что, во-первых, температуру отжига, рекомендуемую ГОСТ 802-58, нельзя считать достаточной для полного устранения остаточных напряжений в стали и, во-вторых, тем, что в процессе повторного высокотемпературного вакуумного отжига одновременно со снятием напряжений, вероятно, происходит некоторая дополнительная рафинировка стали от вредных примесей.

Для установления связи между уровнем магнитных свойств и структурным состоянием стали была исследована магнитная структура и дислокационная структура в областях, примыкающих к местам, непосредственно подвергавшимся механической обработке. Воздействие искажений кристаллической решетки на уровень магнитных свойств материала происходит вследствие того, что структурные дефекты и несовершенства приводят к перестройке магнитной (доменной) структуры [Л. 5 и 6].

Опыты показывают, что ферромагнетик, кристаллическая решетка которого не напряжена и не содержит дефектов, имеет сравнительно простую структуру доменов: на кристаллографической плоскости (110), совпадающей при ребровой текстуре с плоскостью прокатки, границы доменов параллельны и параллельны направлению легкого намагничивания. В случае, когда ферромагнетик имеет высокие внутренние напряжения, магнитная структура усложняется: домены измельчаются, их границы становятся извилистыми, появляется так называемая «лабиринтная» структура. Поэтому представлялось целесообразным связать уровень магнитных свойств после механической обработки и отжигов с характером магнитной структуры. Границы ферромагнитных доменов выявлялись на шлифах методом суспензии. Подробности методики изложены в [Л. 7].

Вблизи линии реза или штамповки были обнаружены характерные для деформированного состояния «лабиринтные» ферромагнитные домены и плотность дислокаций была существенно повышена. Типичная картина магнитной структуры вблизи кромки образца после штамповки и отжига показана на рис. 2. Зона «лабиринтных» доменов тянется вдоль всей кромки пластины магнитопровода и имеет примерно постоянную ширину для данного структурного состояния образца.

В процессе термических обработок для снятия наклепа происходило уменьшение ширины искаженной зоны. При температурах отжига выше 700° С одновременно с продолжающимся уменьше-

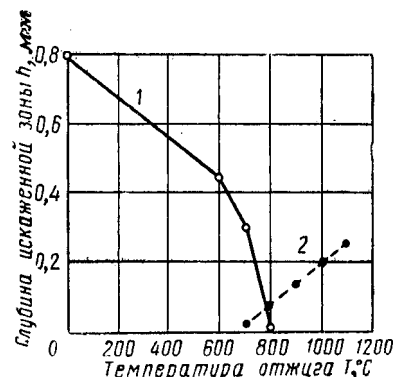


Рис. 4. Зависимость глубины искаженной зоны от температуры отжига. 1 — ширина области краевого наклепа; 2 — ширина области, занятой новыми зернами.

нием ширины искаженной зоны в металле, примыкающем к резаной кромке, начинался процесс рекристаллизации. Новые зерна (рис. 3), выросшие вблизи линии резки и штамповки, имели, как правило, иную кристаллографическую ориентировку, чем исходная кристаллографическая ориентировка матрицы, соответствующая ребровой текстуре стали. Таким образом, новые зерна должны вследствие неблагоприятной ориентировки снижать общую степень текстурованности детали магнитопровода.

В образцах, выбранных для экспериментов, объем области, занятой новыми зернами с ориентировкой, отличной от основной текстуры, был небольшим по сравнению с общим объемом образца. Поэтому появление новых зерен по кромке реза не привело к ухудшению магнитных свойств. Кроме того, по-видимому, процесс совершенствования кристаллической решетки при отжиге оказывает более сильное положительное влияние на магнитные свойства, чем отрицательное влияние ухудшения текстуры, а наиболее сильное влияние роста новых зерен на магнитные свойства будет иметь место при размере штампованных деталей, близком к среднему диаметру новых зерен.

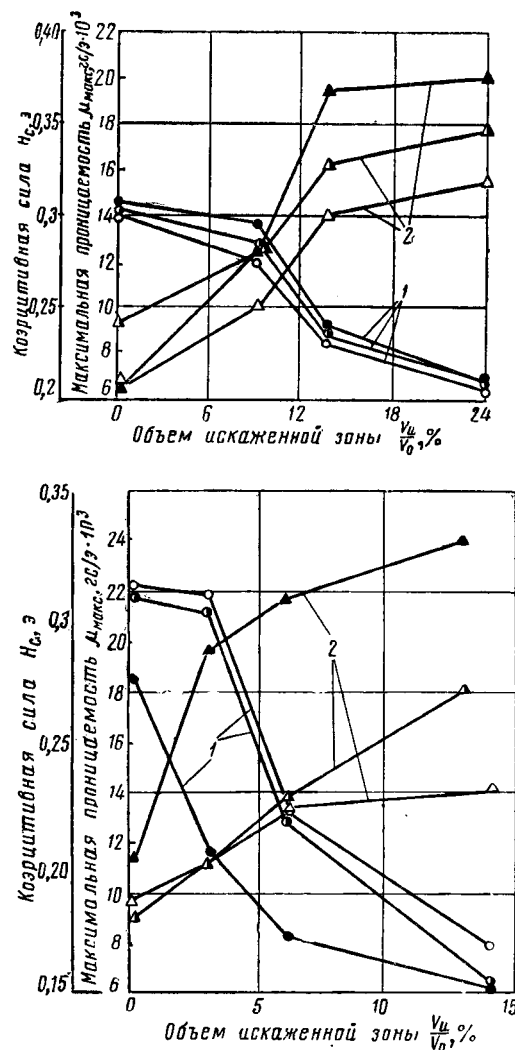
Представляет интерес оценить среднюю глубину прорастания новых зерен от линии штамповки и резки, а также среднюю глубину зоны искажений магнитной структуры. Результаты измерений показаны на рис. 4. На графике совмещена глубина искаженной зоны, связанной с внутренними напряжениями и ростом новых зерен, чтобы более наглядно были видны источники «порчи» магнитных свойств при различных температурах отжига.

Искаженная в результате воздействия наклепа область является сквозной по толщине листа вблизи кромки реза или штамповки. Так как ширина искаженной области, кроме того, примерно одинакова вдоль всей линии реза, можно подсчитать объем, занимаемый искаженной областью, и вычислить его долю в общем объеме металла, работающего в качестве магнитопровода. На рис. 5, а и б показана зависимость магнитных свойств от относительного объема искаженной зоны  $V_{\text{и}}/V_0$  ( $V_0$  — полный объем изделия — пластины,  $V_{\text{и}}$  — объем искаженной зоны).

Для случая витых тороидов (рис. 5, б) эти данные должны рассматриваться условно, так как здесь учтен только объем искаженной зоны, связанной с резкой, но не учитываются остаточные напряжения, создаваемые изгибом при навивке. Опыт показывает, однако, что искажения магнитной структуры, связанные с навивкой, исчезают при температурах отжига, примерно на  $100^\circ\text{C}$  более низких, чем искажения, связанные с резкой или штамповкой.

Графики на рис. 5 могут быть использованы для оценки изменения магнитных свойств при штамповке, резке и отжиге изделий из трансформаторной стали произвольной формы и размеров. В частности, такая оценка будет представлять интерес для тех изделий, на которых затруднено непосредственное измерение магнитных характеристик, например на пластинах магнитопроводов сложной конфигурации. Для такой оценки должна быть из-

Рис. 5. Зависимость максимальной магнитной проницаемости и коэрцитивной силы от относительного объема «искаженной» зоны  $V_{\text{и}}$  ( $V_0$  — полный объем изделия — пластины).  
а — штампованные образцы; б — витые образцы;  
1 —  $\mu_{\text{макс}}$ ; 2 —  $H_c$ .  
Размер зерна — см. рис. 1.



мерена ширина области с «испорченной» магнитной структурой и установлена доля «испорченного» объема в общем объеме изделия. Величина «испорченного» объема стали  $V_{\text{и}}$  примерно равна:

$$V_{\text{и}} = bhl,$$

где  $b$  — средняя ширина области «испорченной» магнитной структуры;

$h$  — толщина листа;

$l$  — длина линии штамповки или резки.

#### Литература

1. Дружинин В. В., Магнитные свойства электротехнической стали, Госэнергоиздат, 1962.
2. Займовский А. С. и Кондорский Е. И., Журнал теоретической и экспериментальной электротехники, 1932, № 4.
3. Дружинин В. В., Заводская лаборатория, 1959, № 4.
4. Федотов Л. Н., Попова В. П. и Молотиллов Б. В., Известия АН СССР, серия физическая, 1961, № 12.
5. Вонсовский С. В. и Шур Я. С., Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.
6. Молотиллов Б. В. и Федотов Л. Н., Прецизионные сплавы, Сб. трудов ЦНИИЧМ, вып. 25, Металлургиздат, 1962.
7. Молотиллов Б. В., Новые методы испытаний металлов, Сб. трудов ЦНИИЧМ, вып. 32, Металлургиздат, 1963. [6.9.1965]



## О влиянии реактивной нагрузки гидрогенераторов на оптимальное внутристанционное распределение активной нагрузки

В. Д. УРИН

Москва

Как известно [Л. 1], однотипные агрегаты гидроэлектростанций имеют отличающиеся энергетические характеристики. Различие к. п. д. может достигать нескольких процентов, что делает актуальной постановку задачи об оптимальном внутристанционном распределении активной нагрузки.

При исследовании данного вопроса обычно используются полученные при натурных испытаниях энергетические характеристики гидроагрегатов, определенные для постоянного (номинального) значения коэффициента мощности ( $\cos \varphi_0$ ). Это означает, что изменение к. п. д. по этим характеристикам соответствует случаю одновременного изменения активной и реактивной нагрузок. Практически же перераспределение активной нагрузки не вызывает пропорционального перераспределения реактивной нагрузки, что и не требуется, так как минимальные потери активной мощности на производство реактивной соответствуют случаю равномерного распределения реактивной нагрузки между однотипными агрегатами (для случая работы агрегатов только в генераторном режиме).

Поскольку энергетические характеристики построены для номинального значения коэффициента мощности, при другом его значении они изменяются.

Следует выявить степень изменения рабочих характеристик и найти приемы, позволяющие использовать энергетические характеристики, построенные для  $\cos \varphi = \cos \varphi_0$ , при распределении нагрузки, совершающемся с заведомым нарушением этого условия.

Для этого рассмотрим изменение потерь в гидрогенераторе, происходящее при изменении его режима.

Как показано в [Л. 2], потери в гидрогенераторе (в относительных единицах)  $\bar{p} = \frac{P}{S_0}$ ;  $q = \frac{Q}{S_0}$ ;  $p = \frac{\Delta P}{S_0}$  могут быть выражены соотношением

$$p = k_9 + k_{10}q + k_{11}q^2 + k_{12}pq + k_{13}p + k_{14}p^2, \quad (1)$$

где  $k_9 - k_{14}$  — постоянные коэффициенты.

Энергетическая характеристика отражает эти потери для условия  $q = p \operatorname{tg} \varphi_0$ .

Если  $q \neq p \operatorname{tg} \varphi_0$ , то возникают дополнительные потери:

$$\Delta \Pi = k_{10}(q - p \operatorname{tg} \varphi_0) + k_{11}(q^2 - p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0) + k_{12}(pq - p^2 \operatorname{tg} \varphi_0). \quad (2)$$

Поскольку  $k_{12} \ll k_{10} < k_{11}$ , последним членом пренебрегаем. Далее учитываем, что если реактивная

нагрузка агрегатов уравнивается, то потери  $k_{10}q + k_{11}q^2$  одинаковы для всех генераторов и на распределении нагрузки между агрегатами не сказываются.

Потери, пропорциональные величине  $p$ , при дифференцировании добавляют к относительным приростам одинаковую величину и на распределении также не сказываются.

В итоге необходим учет дополнительных потерь:

$$\Delta \Pi = -k_{11}p^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0 \text{ или } \Delta \Delta P = -k_{11} \frac{P^2}{S_0} \operatorname{tg}^2 \varphi_0. \quad (3)$$

Отсюда, между прочим, можно сделать вывод, что если рабочие характеристики построены для  $\cos \varphi = 1$  ( $\operatorname{tg} \varphi = 0$ ), то учет дополнительных потерь не требуется. Если же рабочие характеристики построены для  $\cos \varphi_0 \neq 1$ , то величина потерь должна подсчитываться по следующей формуле:

$$\Delta P = \frac{P}{\eta} - P - k_{11} \frac{P^2}{S_0} \operatorname{tg}^2 \varphi_0. \quad (4)$$

Данная поправка действительна для любого коэффициента мощности нагрузки ГЭС и отражает расхождение коэффициента мощности отдельных агрегатов за счет равномерного распределения реактивной мощности и неравномерного — активной.

Влияние поправки на распределение может быть предварительно оценено из следующих соображений: пусть без учета поправки найдены значения нагрузки агрегатов  $P_1$  и  $P_2$ , причем  $P_1 > P_2$ .

Для агрегата с нагрузкой  $P_1$  к. п. д. генератора повышается из-за увеличения коэффициента мощности, а для агрегата с нагрузкой  $P_2$  к. п. д. генератора снижается. Следовательно, для первого агрегата уменьшаются потери и их производная, для второго же — наоборот. В итоге первый агрегат работает с меньшей величиной относительного прироста, чем второй. Необходимо увеличить нагрузку первого агрегата за счет снижения нагрузки второго, т. е. неравномерность распределения нагрузки между агрегатами должна увеличиться.

Для расчета величины  $k_{11}$  можно воспользоваться соотношениями, приведенными в [Л. 3]. Для генераторов в режиме синхронного компенсатора (СК) величина потерь активной мощности:

$$\Delta P = C + A \left( \frac{Q}{Q_{\text{ск.н}}} \right)^2 + B \left( \frac{Q}{Q_{\text{ск.н}}} \right), \quad (5)$$

где

$$A = \Pi'_{к.з} + \Pi_{в} \left(1 - \frac{I_{р.х}}{I_{р.н}}\right)^2; \quad (6)$$

здесь  $Q_{ск.н}$ ,  $\Pi'_{к.з}$  и  $\Pi_{в}$  — номинальное значение реактивной мощности, потери короткого замыкания и потери на возбуждение генератора в режиме СК при токе  $I_{р.н}$ ;

$I_{р.х}$  и  $I_{р.н}$  — токи ротора: холостого хода и номинальный.

При этом

$$\Pi'_{к.з} = \Pi_{к.з} \frac{Q_{ск.н}^2}{S_0^2}, \quad (7)$$

где  $\Pi_{к.з}$  — потери короткого замыкания в номинальном генераторном режиме.

Связь между  $A$  и  $k_{11}$  определяется соотношением

$$S_0 k_{11} q^2 = A \left( \frac{Q}{Q_{ск.н}} \right)^2,$$

откуда

$$k_{11} = \frac{\Pi_{к.з}}{S_0} + \Pi_{в} \frac{S_0}{Q_{ск.н}^2} \left(1 - \frac{I_{р.х}}{I_{р.н}}\right)^2 \quad (8)$$

(значение  $k_{11}$  сохраняется и для работы в генераторном режиме).

Расчеты, произведенные для ряда гидрогенераторов, показывают, что в большинстве случаев величина  $k_{11}$  близка к значению  $2 \cdot 10^{-2}$ .

Если значения нагрузки отличаются не более чем в 2 раза, то поправка (3) может быть довольно близко аппроксимирована прямой.

Легко убедиться (см. рисунок), что парабола  $y = x^2$  на участке от  $x = x_0$  до  $x = 2x_0$  может быть аппроксимирована прямой линией;  $y = -2,125 x_0^2 + 3xx_0$  с погрешностью не более  $0,125 x_0^2$ .

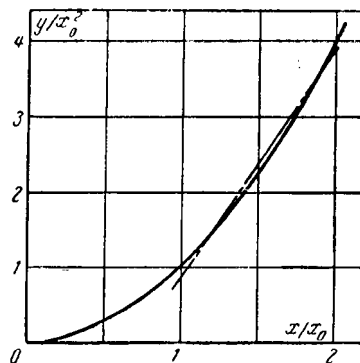
Соответственно на участке от  $P_1$  до  $2P_1$  можно заменить

$$\begin{aligned} -\Delta \Pi &= k_{11} \frac{P^2}{S_0} \operatorname{tg}^2 \varphi_0 \approx \\ &\approx \frac{k_{11} \operatorname{tg}^2 \varphi_0}{S_0} [-2,125 P_1^2 + 3 P_1 P] \end{aligned}$$

с погрешностью не более

$$\frac{k_{11} \operatorname{tg}^2 \varphi_0}{8} \frac{P_1^2}{S_0}.$$

Однако изменение потерь, отвечающее линейному закону, не влияет на распределение нагрузки. Остается сравнить величину возникающей при данной замене погрешности с полной величиной потерь.



Учитываем, что  $P_{н} = S_0 \cos \varphi_0$  и в точке  $P = P_{н}$   $\pi = 0,12 \div 0,2$ . Тогда для  $\cos \varphi_0 = 0,8$ :

$$\begin{aligned} \text{при } P_1 = \frac{P_{н}}{3} \text{ погрешность равна } &\frac{0,02 \cdot 0,5625}{8} \cdot \frac{0,8 P_{н}^2}{P_{н}^9} = \\ &= 0,000125 P_{н}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{при } P_1 = \frac{P_{н}}{2} \text{ погрешность равна } &\frac{0,02 \cdot 0,5625}{8} \cdot \frac{0,8 P_{н}^2}{P_{н}^4} = \\ &= 0,000281 P_{н}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{при } P_1 = \frac{2P_{н}}{3} \text{ погрешность равна } &\frac{0,02 \cdot 0,5625}{8} \cdot \frac{0,8 P_{н}^2 \cdot 4}{P_{н}^9} = \\ &= 0,0005 P_{н}; \end{aligned}$$

следовательно, погрешность заведомо не превышает  $0,06 \div 0,4\%$  полной величины потерь, т. е. лежит в пределах точности расчетов.

Таким образом, учет реактивной мощности практически не может внести заметных изменений в распределение нагрузки.

При рассмотрении не учтены некоторые вторичные обстоятельства, которые не должны изменить качественную картину явления.

**Выводы.** 1. Учет реактивной нагрузки при оптимальном внутриверстационарном распределении активной несколько увеличивает неравномерность распределения нагрузки.

2. Практически степень указанного влияния невелика и может не приниматься во внимание.

3. Можно ожидать аналогичных соотношений и для однотипных агрегатов тепловых электростанций.

#### Литература

1. Махниборода Э. И., Ромашко Е. А. и Филиппова Т. А., Автоматическое распределение нагрузки между агрегатами по методу относительных приростов, «Электричество», 1963, № 4.

2. Урин В. Д., Выбор оптимального числа и режима работающих агрегатов ГЭС, «Электрические станции», 1962, № 7.

3. Сыромятников И. А., Зависимость потерь активной мощности в синхронных машинах от их реактивной нагрузки, «Электричество», 1961, № 3.

[12.7.1965]



# Трехфазный кольцевой фазовый детектор

А. Б. ФЛОРинский

Москва

Однофазный кольцевой фазовый детектор на полупроводниковых диодах [Л. 1—3] хорошо изучен и находит широкое применение, в частности, в качестве измерителя угла сдвига фазы между двумя синусоидальными напряжениями. Однофазный детектор применяется и при определении сдвига фазы между симметричными системами трехфазного тока (как, например, в некоторых устройствах автоматики электростанций). В этом случае часто ограничиваются измерением угла между напряжениями двух одноименных фаз. Такой способ измерения до некоторой степени объясняется недостаточной разработанностью схем трехфазных детекторов, которым посвящена всего лишь одна статья [Л. 4].

Рассматриваемая ниже схема трехфазного кольцевого фазового детектора (рис. 1) была разработана на кафедре автоматики и телемеханики Московского энергетического института специально для измерения сдвига фазы между симметричными системами трехфазного тока.

Этот детектор построен по аналогии с однофазным кольцевым детектором, но имеет ряд преимуществ перед последним, а именно: малый уровень пульсаций выходного напряжения; большой коэффициент передачи; большую выходную мощность; меньшее внутреннее сопротивление. Эти преимущества (особенно первое и второе) часто являются существенными и оправдывают увеличение числа элементов схемы в 1,5 раза по сравнению с однофазным кольцевым детектором. Кроме того, при низкоомной ( $r_n \ll r$ ) либо индуктивной нагрузке зависимость постоянной составляющей выходного напряжения от угла сдвига фазы ( $\delta$ ) имеет пилообразный характер и линейна в широком диапазоне, что также имеет большое значение для ряда устройств. При  $r_n > r$  эта зависимость близка к синусоидальной.

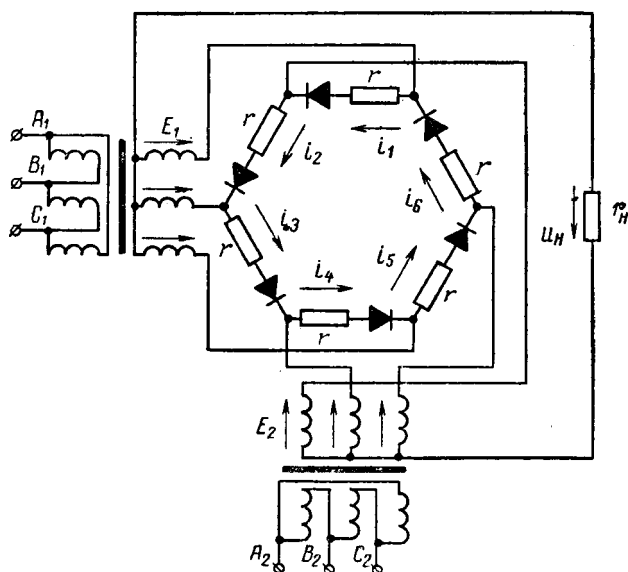


Рис. 1. Схема трехфазного кольцевого фазового детектора.

Значения угла сдвига фазы, при котором постоянная составляющая выходного напряжения равна нулю, для различных последовательностей фаз в кольце детектора приведены в таблице.

Порядок следования фаз	$\delta_1$ , град	$\delta_2$ , град
A1 A2 B1 B2 C1 C2	-60	+120
A1 B2 B1 C2 C1 A2	+60	-120
A1 C2 B1 A2 C1 B2	180	0
A1 $\bar{A}2$ B1 $\bar{B}2$ C1 $\bar{C}2$	+120	-60
A1 $\bar{B}2$ B1 $\bar{C}2$ C1 $\bar{A}2$	-120	+60
A1 $\bar{C}2$ B1 $\bar{A}2$ C1 $\bar{B}2$	0	180

Примечание.  $\delta_1$  характеризует «положение нуля» соответствующее большему значению крутизны  $\frac{\partial U_n}{\partial \delta}$ ;

$\delta_2$  — то же при меньшем значении крутизны  $\frac{\partial U_n}{\partial \delta}$ ; запись

$\bar{A}2$ ,  $\bar{B}2$ ,  $\bar{C}2$  означает противофазное включение фаз A2, B2, C2.

Если считать одну трехфазную систему опорной, а другую управляющей, то детектор может работать также в качестве демодулятора. При  $U_{\text{опорн}} > U_{\text{упр}}$  постоянная составляющая выходного напряжения пропорциональна управляющему сигналу.

Система уравнений, характеризующих процессы, протекающие в детекторе при прямом порядке следования фаз, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} i_1 r + u_{д1} &= E_1 \sin \omega t - E_2 \sin(\omega t + \delta) - u_n; \\ -i_2 r - u_{д2} &= E_1 \sin(\omega t + 120^\circ) - E_2 \sin(\omega t + \delta) - u_n; \\ i_3 r + u_{д3} &= E_1 \sin(\omega t + 120^\circ) - E_2 \sin(\omega t + 120^\circ + \delta) - u_n; \\ -i_4 r - u_{д4} &= E_1 \sin(\omega t + 240^\circ) - E_2 \sin(\omega t + 120^\circ + \delta) - u_n; \\ i_5 r + u_{д5} &= E_1 \sin(\omega t + 240^\circ) - E_2 \sin(\omega t + 240^\circ + \delta) - u_n; \\ -i_6 r - u_{д6} &= E_1 \sin \omega t - E_2 \sin(\omega t + 240^\circ + \delta) - u_n; \\ u_n &= (i_1 - i_2 + i_3 - i_4 + i_5 - i_6) r_n; \\ i_n u_{дn} &= 0; \quad i_n \geq 0; \quad u_{дn} \leq 0, \end{aligned}$$

где  $i_n$  — ток через  $n$ -й диод;

$u_{дn}$  — напряжение на диоде;

$E_1, E_2$  — амплитуда фазных напряжений;

$u_n$  — напряжение на нагрузке.

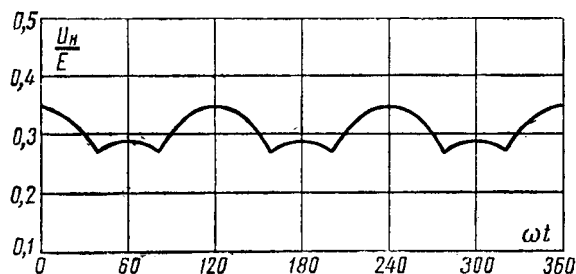


Рис. 2. Зависимость выходного напряжения во времени.

## ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК<sup>1</sup>

### НОВОСИБИРСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**О. М. Козловский** защитил 19 февраля 1964 г. диссертацию на тему «Исследование основных эксплуатационных факторов, влияющих на надежность и долговечность тяговых электрических машин». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. М. П. Пазомов, д. т. н., проф. В. Т. Ренне и инж. Н. П. Никольский.

Как показали проведенные автором эксперименты, основной причиной неудовлетворительной коммутации тяговых двигателей в эксплуатации следует считать механические факторы, являющиеся следствием динамического взаимодействия электровоза и пути. Им выявлено, что отдельные конструктивные особенности механической части электровозов (система подвески тяговых двигателей, конструкция буксового узла, расположение оборудования в кузове электровоза и т. п.) сильно влияют на интенсивность искрения на коллекторе.

Установлено, что наибольшее искрение на коллекторе тягового двигателя происходит в моменты выполнения электровозом поворотов и практически не связано с радиусом искривления пути. Выявлено также, что интенсивность искрения на коллекторе тягового двигателя в этом случае превышает уровень искрения на  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{1}{2}$  балла по сравнению с искрением на коллекторе при движении электровоза по прямым участкам пути.

Автор показал, что резкое усиление искрения тесно связано с величиной бокового удара, приходящегося на двигатель в момент начала поворота электровоза. В общем случае боковой удар силой в 3 500—4 000 кГ в диапазоне скоростей 45—52 км/ч вызывает искрения на коллекторе, что составляет 2 балла и выше. Автор рекомендует избегать в этом случае применения форсированных режимов.

### ОМСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

**Н. Е. Еремин** защитил 25 марта 1964 г. диссертацию на тему «Исследование влияния несимметрии и несинусоидальности тяговой нагрузки электрических железных дорог переменного тока на режим работы синхронных генераторов».

<sup>1</sup> С диссертациями можно ознакомиться в Государственной библиотеке им. Ленина и в библиотеках соответствующих институтов.

Решение этой системы уравнений хотя и трудоемко, но возможно. В качестве примера на рис. 2 приводится полученная аналитически зависимость выходного напряжения фазового детектора во времени при следующих условиях:  $E_1 = E_2 = 1$ ;  $\delta = 0$ ;  $r = r_n$ .

Пример практического использования трехфазного детектора в качестве датчика угла сдвига фазы в автоматическом синхронизаторе с постоянным временем опережения рассмотрен ранее [Л. 5].

В заключение следует отметить, что по аналогичному принципу могут быть образованы  $m$ -фазные кольцевые детекторы. Практическое применение может найти шестифазный детектор, у которого меньший уровень пульсаций и более широкий диапазон линейной зависимости выходного напряжения

ров». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. М. Ф. Карасев и к. т. н., доц. А. И. Зайцев.

Автор произвел анализ явлений в синхронных генераторах при несимметричной нагрузке и систематизировал методы исследований режимов их работы. Он дал анализ гармонического состава и несимметрии токов в системе энергоснабжения железных дорог, электрифицированных на переменном токе, и предложил метод оценки влияния характера нагрузки на режим работы и нагрев обмотки турбогенераторов.

### МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**Л. Ф. Жагрова** защитила 29 марта 1963 г. диссертацию на тему «Режимы работы и устойчивость машины с продольно-поперечным возбуждением». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. Д. А. Городский и Д. А. Федоров.

В диссертации рассмотрены:

статические характеристики и критическое скольжение машины с продольно-поперечным возбуждением,

вопросы регулирования реактивной мощности и работы машины с продольно-поперечным возбуждением в режиме компенсатора,

динамическая устойчивость машины с продольно-поперечным возбуждением и метод компенсации реактивного сопротивления обмотки возбуждения.

Проведенные теоретические исследования и эксперименты на математической модели показали, что, используя закон регулирования по методу компенсации реактивного сопротивления ротора, можно значительно повысить устойчивость машины с продольно-поперечным возбуждением как в статических режимах, так и при динамических переходах. Если машина в режиме компенсатора подключена к мощной сети через реактивное сопротивление, то в применении закона регулирования по методу компенсации параметров нет необходимости, так как устойчивость машины достаточно велика. При работе машины в качестве промежуточного компенсатора длинной линии и при наличии сильного регулирования возбуждения генератора передающей станции в сильном регулировании компенсатора необходимости нет. Представляет также интерес исследование статической и динамической устойчивости сверхдальних передач переменного тока с промежуточными асинхронными компенсаторами при различных законах регулирования компенсаторов и генераторов.

от входного по сравнению с трехфазным детектором.

### Литература

1. Темников Ф. Е. и Харченко Р. Р., Электрические измерения неэлектрических величин, Госэнергоиздат, 1948.
2. Житомирский В. Н., Линейная теория кольцевого фазового детектора, «Радиотехника», 1952, № 5.
3. Попов И. А., Теория кольцевого детектора при работе на активную нагрузку, зашунтированную емкостью, «Автоматика и телемеханика», 1955, № 1.
4. Расулов М. М., Трехфазная фазочувствительная схема на полупроводниковых выпрямителях, «Вестник электропромышленности», 1957, № 12.
5. Флоринский А. Б., Автоматические синхронизаторы на полупроводниковых триодах с постоянным временем опережения, Изд-во Государственного института научно-технической информации, 1962.

[10.4.1965]





**Н. Х. Сорочкин** защитил 18 октября 1963 г. диссертацию на тему «Исследование нагрузочной способности маслонаполненных кабелей с искусственным охлаждением». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. С. М. Брагин, д. т. н., проф. В. А. Привезенцев и к. т. н. П. Н. Горшков.

Автор диссертации поставил перед собой важную цель разработать:

методику расчета допустимого тока нагрузки в зависимости от типа кабеля и меняющихся условий его искусственного охлаждения; методику расчета перепада давления в неизотермическом потоке охлаждающего масла для оценки механической прочности кабельной линии применительно к маслонаполненным кабелям в стальном трубопроводе и с центральным каналом;

некоторые принципиальные вопросы и рекомендации по практическому использованию кабелей с искусственным охлаждением.

Решение указанных задач было выполнено путем экспериментального исследования тепловых и гидравлических процессов в кабелях при различных нагрузках и режимах искусственного охлаждения, а также путем аналитического изучения этих процессов и сопоставления данных, полученных на опыте и в теории.

**Ж. С. Гнтуны** защитил 12 июня 1964 г. диссертацию на тему «Вопросы статики и динамики электропривода чистовой группы непрерывных тонколистовых станов горячей прокатки». Официальные оппоненты: д. т. н. Н. Н. Дружинин и к. н. т. В. С. Высочанский.

В диссертации содержатся сведения по непрерывным тонколистовым станам горячей прокатки, о современных системах электропривода чистовой группы этих станов, об особенностях переходных процессов при прокатке горячей полосы в чистовой группе стана, о развитии теории электропривода непрерывных станов и о методиках исследования статики и динамики электропривода чистовых клетей непрерывного стана горячей прокатки. В ней же рассматривается математическое моделирование электропривода чистовых клетей непрерывного тонколистового стана горячей прокатки, отражены экспериментальные исследования электропривода чистовых клетей стана «1450» Магнитогорского металлургического комбината, освещены вопросы статики и динамики электропривода чистовой группы стана при прокатке горячего листа одновременно во всех клетях при постоянном межклетевом натяжении.

**М. А. Аронов** защитил 19 июня 1964 г. диссертацию на тему «Исследование характеристик открытой дуги и их практическое использование». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. Ю. В. Буткевич и к. т. н. В. Н. Борисов.

М. А. Аронов изложил основные методы статистической обработки экспериментального материала, которые были использованы им при выполнении данной работы. В диссертации приведены также результаты исследования времени горения и размеров области распространения открытой дуги. Одна из ее глав включает в себя все вопросы, связанные с изучением разрядных и изоляционных характеристик промежутка дуга — металлический электрод. На основании полученных экспериментальных характеристик автор предложил практические методы расчета наибольших допустимых значений отключаемых индуктивных токов и допустимых расстояний и размеров в ячейках закрытых распределительных устройств с разъединителями внутренней установки 6—35 кВ.

**А. Г. Крайз** защитил 19 июня 1964 г. диссертацию на тему «Вопросы проектирования и эксплуатации мощных высоковольтных трансформаторов и автотрансформаторов». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. Г. Н. Петров и к. т. н., проф. А. В. Корицкий.

В диссертации изложена методика проектирования частичной емкости защитных трансформаторов класса 220 кВ с применением встроенных в их обмотку шунтирующих конденсаторов и электростатических экранов. Применительно к мощным автотрансформаторам автором были разработаны

энергетические диаграммы, диаграммы основных и комбинированных режимов работы и метод определения необходимой мощности общей части обмотки при сложных режимах. В диссертации рассмотрены различные схемы «связанного» и «несвязанного» регулирования напряжения. Автор разработал диаграммы для определения добавочной э. д. с. и перевозбуждения магнитной системы применительно к сетевым и генераторным автотрансформаторам. Им предложена схема, обеспечивающая стабильность напряжения третичной обмотки при «связанном» регулировании и дан метод технико-экономического сравнения различных схем.

## МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

**Д. А. Каминская** защитила 25 декабря 1963 г. диссертацию на тему «Анализ и пути улучшения динамических режимов в электроприводах и главных механизмах мощных одноковшовых экскаваторов». Официальные оппоненты: д. т. н., проф. С. А. Волотковский и д. т. н., проф. Д. П. Волков.

В диссертации анализируются:

зависимости максимальных динамических нагрузок в механизмах мощных экскаваторов от основных параметров механизма и электропривода в некоторых, наиболее тяжелых режимах; при жестком стопорении ковша механической лопасти и при «выработке» зазоров в редукторе механизма поворота;

взаимосвязь переходных процессов в механизме и электроприводе (для указанных выше динамических режимов). Автор рассмотрел также способы и принципы создания технических средств уменьшения динамических усилий в механизмах; разработал методику расчета динамических нагрузок при стопорении ковша механической лопасти; основанного на комплексном рассмотрении переходных процессов в механизме и электроприводе.

Автор предложил устройство, обеспечивающее реализацию оптимальной динамической характеристики привода поворота, рекомендовал рациональные способы и параметры стабилизации электроприводов мощных экскаваторов.

## МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

**Д. В. Бирюков** защитил 3 июня 1963 г. диссертацию на тему «Применение методов моделирования для расчета параметров и исследования процессов электрических железных дорог переменного тока». Официальные оппоненты: проф. Н. Н. Сидоров и к. т. н. С. Д. Соколов.

В диссертации систематизировано математическое описание процессов электрической тяги переменного тока. На основании этого описания сделан вывод о том, что расчет процессов электрической тяги с учетом действительных величин и формы напряжения на токоприемнике локомотива не может быть выполнен на современных универсальных цифровых вычислительных машинах из-за недостаточного их быстродействия и недостаточного объема оперативного запоминающего устройства. Автор предложил структурную схему специализированного вычислительного устройства для расчета параметров и исследования процессов электрической тяги переменного тока и метод моделирования трансформаторов на повышенных частотах со схемой компенсации тока холостого хода.

В работе сделан вывод о возможности упрощения расчетных формул параметров контактной сети и приведены упрощенные формулы. В ней приводятся модель контактной сети двухпутного участка и универсальная модель для расчета параметров и исследования переходных процессов в электрических системах дорог переменного и постоянного тока с общим узлом математической части модели. Автором предложена блок-схема математической части модели на цифровой интегрирующей машине последовательного типа и экспериментально исследованы основные узлы физической части устройства, а именно модели контактной сети, трансформатора со схемой подпитки и модели силовой цепи электровоза.

Доцент А. Сергеев



## Геннадий Васильевич АЛЕКСЕНКО

(к 60-летию со дня рождения)

3 апреля 1966 г. исполнилось 60 лет крупному ученому, доктору технических наук, профессору Московского энергетического института Г. В. Алексенко.

Геннадий Васильевич родился в Астрахани в семье служащего. После окончания в 1930 г. Московского энергетического института он в течение 10 лет работал на Московском трансформаторном заводе им. Куйбышева, занимая должности инженера, заместителя начальника испытательной станции, а с 1937 г. — главного инженера завода.

В 1940 г. Г. В. Алексенко был переведен в Наркомат электротехнической промышленности, где работал заместителем председателя Технического совета, начальником Главэлектроаппарата, Главэлектромашпрома, членом коллегии Наркомата и заместителем наркома электротехнической промышленности СССР.

В 1947 г. Г. В. Алексенко назначается министром промышленности средств связи СССР. С 1953 по 1955 г. он работает в аппарате Совета Министров СССР и Министерстве электростанций, электропромышленности и средств связи СССР.

С 1955 г. Г. В. Алексенко занимает пост заместителя председателя Государственного комитета Совета Министров СССР по новой технике, а в 1957 г. становится заместителем председателя Государственного научно-технического комитета Совета Министров СССР.

В 1961 г. Г. В. Алексенко работает заместителем председателя Государственного комитета по координации научно-исследовательских работ СССР, а с 1965 г. — заместителем председателя Государственного комитета Совета Министров СССР по науке и технике.



В 1964 г. Г. В. Алексенко присуждена ученая степень доктора технических наук.

Работая на различных государственных должностях, Геннадий Васильевич Алексенко проявил себя высокоэрудированным специалистом и талантливым организатором, пользующимся большим авторитетом среди работников электротехнической промышленности и энергетики СССР. В 1949 г. коммунисты Москвы оказали большое доверие Г. В. Алексенко, избрав его в состав Комитета Московской партийной организации, а в 1952 г. он был избран кандидатом в члены Центрального Комитета КПСС.

Высококвалифицированный специалист в области трансформаторостроения,

и обладающий большими творческими способностями, Геннадий Васильевич — автор и соавтор ряда оригинальных работ: «Сборка и испытание высоковольтных трансформаторов», «Параллельная работа трехфазных двухобмоточных трансформаторов», «Испытание высоковольтных и мощных трансформаторов», «Параллельная работа трансформаторов», «Испытание высоковольтных и мощных трансформаторов и автотрансформаторов».

Им написано и опубликовано в технических журналах более 35 статей, сделано около 20 докладов на всесоюзных конференциях и совещаниях по ряду технических вопросов в области электро- и радиотехники.

Тов. Алексенко ведет большую общественно-политическую работу, являясь членом президиума Комитета по Ленинским премиям, председателем ученого совета Государственного комитета Совета Министров СССР по науке и технике, членом редколлегии журнала «Электротехника».

Научно-техническая и государственная деятельность Геннадия Васильевича Алексенко высоко оценена Коммунистической партией и Советским правительством. Он награжден орденом Ленина, четырьмя орденами Трудового Красного Знамени, орденом Красной Звезды и медалями.

За создание новейшего электро- и радиооборудования Г. В. Алексенко дважды присвоено звание лауреата Государственной премии.

Сердечно поздравляем Геннадия Васильевича с 60-летием, желаем ему крепкого здоровья и дальнейших творческих успехов в научной и организаторской деятельности.



## В. Клима и Й. Рожек. ТРЕХФАЗНЫЕ ШУНТОВЫЕ КОЛЛЕКТОРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

(V. Klima, J. Rožek: «Trojfázové komutátorové derivacní motory»)

628 стр., 385 рис. Изд. Чехословацкой Академии наук, Прага, 1962

Проблема управляемого электропривода целесообразно решается во многих практических случаях с помощью шунтовых коллекторных двигателей переменного тока. Этим объясняется рост производства коллекторных машин за рубежом в послевоенный период и в последние годы, когда интенсивная автоматизация технологических процессов потребовала широкого применения электродвигателей с регулируемой скоростью.

Среди зарубежных стран, производящих коллекторные двигатели, одно из ведущих мест принадлежит Чехословакии. Это объясняется не только традициями и культурой производства чехословацких заводов, но полувекковым опытом изготовления и эксплуатации такого вида машин.

Первый из авторов рецензируемой книги, В. Клима, является ученым-теоретиком и вместе с тем блестящим инженером-практиком. Им разработаны и изложены главы, относящиеся к двигателям, питающимся со стороны статора (Винтер — Эйхберга). Й. Рожек — ведущий инженер завода им. В. И. Ленина в Пильзене — отразил в книге богатый заводской опыт проектирования и производства двигателей с роторным питанием (Рихтера — Шраге).

Собранный в книге материал, его обработка, обобщенный научный подход к решению сложных вопросов наряду с простотой и ясностью изложения ставят монографию Климы и Рожека в ряд значимых произведений мировой электротехнической литературы.

В первых четырех главах, исходя из общих положений теории асинхронной машины, рассматривается экономичный способ управления ее скоростью путем включения в роторную цепь источника напряжения переменной частоты. В связи с этим рассматривается принцип работы коллекторного преобразователя частоты.

Глава 5 посвящена общим вопросам анализа обмоток коллекторных машин. В ней рассматриваются распределение тока между проводниками якоря, расчет тока с помощью метода наложения и метода симметричных составляющих при питании якоря двумя токоподводящими устройствами, питание якоря при произвольно расположенном ряде щеток и их симметричном расположении по периметру коллектора от симметричной многофазной системы. Уделено внимание возникающим при этом высшим гармоническим токам. Особенно и доходчиво изложенные теоретические положения этой главы иллюстрируются

наглядными практическими примерами.

В гл. 6 рассматриваются падение напряжения и потери в активном сопротивлении якоря коллекторной машины, приводится методика расчета потерь. Даны примеры применения этой методики при различном расположении щеток.

В гл. 7 (на семидесяти страницах) даются соотношения между магнитным полем в воздушном зазоре коллекторной машины, различными видами электродвижущих сил, наводимых в обмотках, и реактивными сопротивлениями отдельных их частей.

Глава 8 посвящена проблеме коммутации тока и методам ее улучшения путем применения различного вида обмоток, выполняемых чехословацкими заводами и крупными электротехническими фирмами других государств.

В гл. 9, 10 и 11 приводится теория трехфазного шунтового коллекторного двигателя с питанием его со стороны статора, расчет токов и напряжений, построение рабочих характеристик, расчет опрокидывающего момента и скорости вращения, рассмотрены вопросы компенсации и самовозбуждения, построения круговых диаграмм, вопросы управления скоростью двигателей с помощью индукционных регуляторов. Уделено внимание проблеме повышения коэффициента мощности. Эти главы, содержащие ряд практических примеров и таблиц конкретных величин, заканчиваются кратким описанием шунтовых коллекторных двигателей в исполнении различных иностранных предприятий (АЭГ—ФРГ, ЭДК — Англия, БЭМ — США и др.).

В гл. 12 и 13 на основе ранее изложенной теории коллекторного двигателя, питающегося со стороны статора, приводится теория коллекторной машины с роторным питанием (Рихтер — Шраге), сравниваются оба вида коллекторных шунтовых двигателей и дается методика расчета двигателей Рихтера — Шраге, применяемая на заводе им. Ленина в Пильзене. Глава 13 заканчивается конкретным примером расчета.

В 14 гл. описываются различные виды конструктивного исполнения коллекторных двигателей, приводятся критерии для выбора конструкции двигателя, регуляторов, компенсационных трансформаторов, реостатов, вентиляторов, устройств для дистанционного управления и аппаратуры в зависимости от требований привода и условий эксплуатации.

Глава 15 посвящена испытанию коллекторных машин и принадлежащего к ним оборудования.

В гл. 16 перечисляются различные области промышленности, в которых в течение ряда лет используются шунтовые коллекторные двигатели. На электростанциях такие двигатели применяются для привода подачи угля в топку, вентиляторов, насосов и т. д. Коллекторные двигатели с автоматическим регулированием скорости применяются в приводах шахтных подъемных машин, в различных приводах механизмов металлургической, целлюлозно-бумажной, резиновой и текстильной промышленности, на сахароваренных заводах, в приводах обрабатываемых станков, в типографиях, в производстве цемента и т. д. Эта глава, в которой подробно описан целый ряд различных примеров применения коллекторных двигателей, заканчивается экономическим сравнением приводов и инструкциями для проектировщиков управляемых электроприводов.

В гл. 17 приводятся обстоятельные инструкции по обслуживанию и уходу за коллекторными двигателями.

Главы 18 и 19 содержат рекомендации по техническим данным при заказах коллекторных двигателей, каталожные данные чехословацких заводов и соответствующие эскизы основных размеров машин.

Заканчивается книга обширным списком литературы (на восьми страницах).

В особой вкладке к книге приложено одиннадцать сборочных чертежей машин, изготовляемых чехословацкими заводами МЭЗ (Моравские электротехнические заводы) и ЛЗП (завод им. Ленина в Пильзене).

Следует отметить некоторые, необычные для советского читателя особенности изложения.

В книге принята система единиц СИ, но, помимо того, в ряде случаев при построении диаграмм, расчетах и т. д. авторы пользуются относительными единицами. Применению относительных единиц в начале книги отведено несколько страниц. Применение относительных единиц является во многих случаях весьма целесообразным, так как параметры электрических машин, выраженные в относительных единицах, не зависят от величины номинального напряжения и лишь в небольшой степени изменяются в зависимости от номинальной мощности. Кроме того, в последнее время при расчетах машин с помощью счетно-решающих и аналоговых устройств применение относительных единиц позволяет использовать одну и ту же программу для машин различной мощности.

Построение векторных диаграмм, геометрических мест и составление уравне-

ний основано на принятой в гл. 1 системе «счетных стрелок». Само понятие «счетные стрелки», т. е. фиксация положительных направлений токов и напряжений в отдельных элементах рассматриваемых цепей, определяет вид векторных диаграмм и геометрических мест. Так, например, в простейшем случае векторная диаграмма токов и напряжений трансформатора может быть изображена в 16 различных вариантах в зависимости от выбора «счетных стрелок». То, что автор теоретической части В. Клима затронул этот вопрос в самом начале изложения, следует, безусловно, приветствовать.

В теоретической части книги В. Клима использует современные математические методы, как, например, введение вращающегося результирующего вектора, метод симметричных составляющих, а также теорию комплексной переменной. Уравнение вторичного тока асинхронной машины

$$-I_2 = \frac{\dot{U}_{20s} - \dot{U}_2}{(R_{12} + jx_{2k})s + R_2}$$

он записывает в виде

$$\omega = \frac{az + b}{cz + d}$$

и говорит: «На скольжение смотрим как на комплексную переменную  $z$ , изображающую предыдущее уравнение (вторичного тока) в плоскости  $\omega$ , т. е. в плоскости тока. Любая прямая плоскости  $z$  в общем случае изображается в плоскости  $\omega$  окружностью и наоборот. Изображение вещественной оси плоскости  $z$  определяет собой зависимость тока от скольжения  $s$ , которую мы ищем».

Пользуясь соотношениями теории комплексной переменной, автор выводит уравнения центра круговой диаграммы, вторичного тока, касательной к этой окружности, на которой располагается шкала скольжений асинхронной машины и т. д. В дальнейшем тексте В. Клима при построении круговых диаграмм коллекторных машин часто пользуется этими выводами, рассматривая в диаграммах «плоскость тока» или «плоскость напряжения».

Использование теории комплексной переменной соответствует уровню книги, сокращает выводы и упрощает задачу автора. Следует, однако, отметить, что рассматриваемый вопрос можно было бы изложить более наглядно и доходчиво, что соответствовало бы всему остальному изложению.

Геометрические места, круговые диаграммы токов, диаграммы н. с. служат для наглядного изображения соотношений физических величин, процессов, имеющих место в электрических машинах, и особенностей их работы. В. Клима часто и целесообразно пользуется графическим материалом, но в некоторых случаях его диаграммы теряют наглядность из-за чрезмерной перегруженности графическими построениями. Так, например, трудно разобраться в построении геометрического места центров круговых диаграмм токов коллекторного двигателя для заданных значений момента и тока в определенном диапазоне управления скоростью (рис. 133, стр. 255). Недостаточно подробно и ясно описана в тексте круговая диаграмма тока коллекторного двигателя с питанием со стороны статора, приведенная на рис. 135.сами.

Эти немногочисленные недочеты окупаются тем, что в большинстве случаев диаграммы автора не только наглядно поясняют то или иное явление, но и дают изящный метод графического решения задачи (см., например, рис. 139), нахождения условия для опрокидывающего момента и соответствующего скольжения.

Интересно отметить, что автор теоретической части почти не пользуется схемами замещения; даже известные уравнения напряжений асинхронной машины выводятся из реальной схемы двух магнитно связанных обмоток (трансформатор). Такой метод изложения, устраняя некоторую абстракцию, разъясняет читателю физическую сущность вопроса.

В заключение необходимо подчеркнуть, что по полноте и цельности теории шунтовых коллекторных машин, разработанной одним из авторов книги, по количеству собранного в книге материала, относящегося к расчету, конструированию, эксплуатации и испытаниям этих машин, по количеству конкретных примеров исполнения двигателей не только чехословацкого производства, но и изделий крупнейших предприятий других государств, наконец, по ясности изложения, простого и доступного широкому кругу техников, монографию В. Клима и И. Рожека можно назвать капитальным трудом в области шунтовых коллекторных двигателей.

Книга заслуживает высокой оценки и может быть рекомендована для перевода на русский язык в целях широкого ознакомления советских ученых и инженеров с затронутыми в ней вопро-

Д. А. Завалишин, М. П. Костенко и В. А. Щедрович



#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

**Н. И. Борисенко, Г. В. Буткевич, Б. Б. Воронежский, Д. В. Васильев, Н. Г. Дрездов** (главный редактор), **Л. А. Дубинский, Л. А. Жекулин, А. М. Залесский, А. С. Касаткин, М. П. Костенко, П. И. Кузнецов, В. С. Кулебакин, Л. Г. Мамикоянц, Н. А. Мельников, Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, В. А. Самохвалов, В. В. Солодовников, И. А. Сыромятников**, **А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов**

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., д. № 2/10. Телефон: К 4-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

## СОДЕРЖАНИЕ

Ф. А. Королев — Генераторы и усилители когерентного света . . . . .	1	Н. А. Музыка и Ю. А. Музыка — Графоаналитический метод определения параметров синхронного и перевозбужденного режимов гистерезисного двигателя . . . . .	66
А. С. Шаталов — Частотные методы расчета шумов на выходе линейных электрических цепей и систем управления . . . . .	11	<b>О. Г. Вексельман</b> — Уменьшение опасности соприкосновения проводов линий электропередачи при их пляске . . . . .	71
В. А. Карасев — Расчет оптимальных по быстродействию электромагнитов . . . . .	16	Л. Д. Клебанов и Р. З. Кунин — К вопросу об определении времени потерь . . . . .	76
Ю. К. Васильев — Уточненный тепловой расчет якорной обмотки . . . . .	22	В. В. Каплан и В. М. Нашатырь — К вопросу о применении электромашинных накопителей энергии для физических исследований . . . . .	79
С. А. Курков — Параллельное дугогашение в электрических аппаратах . . . . .	29	Г. А. Брашеван и Б. В. Молотиллов — Влияние механической обработки на магнитные свойства магнитопроводов из электротехнических сталей . . . . .	84
О. Б. Буль — Исследование магнитной системы с многослойной катушкой вокруг зазора . . . . .	32		
В. В. Кривенков — Возможные принципы построения системы автоматического регулирования ГЭС и передачи постоянного тока . . . . .	38	<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Д. А. Арзамасцев и Ю. С. Складов — Учет вероятностного характера нагрузок при расчетах электрических сетей . . . . .	43	В. Д. Урин — О влиянии реактивной нагрузки гидрогенераторов на оптимальное внутростанционное распределение активной нагрузки . . . . .	88
П. Д. Давидов — К теории инженерного расчета нестационарных тепловых процессов в мощных полупроводниковых приборах . . . . .	46	А. Б. Флоринский — Трехфазный кольцевой фазовый детектор . . . . .	90
Г. Т. Адонц — Расчеты параметров многополюсника, эквивалентного схеме сложной структуры . . . . .	52	<b>ХРОНИКА</b>	
С. Е. Степунин и В. М. Стрелков — Делительная защита при устойчивом несинхронном режиме в энергосистеме . . . . .	56	Диссертации . . . . .	91
Л. С. Перельман и М. И. Чернобродов — Исследование импульсов положительной короны и радиопомех с провода в реальных условиях . . . . .	62	Геннадий Васильевич Алексенко . . . . .	93
		<b>БИБЛИОГРАФИЯ</b>	
		Д. А. Завалишин, М. П. Костенко и В. А. Щедрович — Книга В. Клина и И. Рожек «Трехфазные шунтовые коллекторные двигатели» . . . . .	94



## CONTENTS

Coherent Light Generators and Oscillators—F. A. Korolev	1	A Field Study of Positive Corona Pulses and Radio Noise from a Conductor—L. S. Perelman, M. I. Chernobrodov . . . . .	62
The Frequency Approach for Calculating Noise at the Output of Linear Networks and Control Systems—A. S. Shatalov . . . . .	11	A Grapho-numerical Method for Determining the Parameters of a Hysteresis Motor Under Synchronous and Overexcited Conditions—N. A. Musica, U. A. Musica . . . . .	66
The Design of Electromagnets Optimum as to Their Response Time—V. A. Karasev . . . . .	16	Reducing the Danger of Galloping Transmission Line Conductors Coming into Contact— <b>O. G. Wexelman</b> . . . . .	71
More Precise Thermal Calculation for Armature Windings—U. K. Vasiliev . . . . .	22	On Determining the Time for Losses—L. D. Klebanov, R. Z. Kunin . . . . .	76
Parallel Arc Extinguishing in Electrical Apparatus—S. A. Kurkov . . . . .	29	On the Application of Rotary Energy Accumulators for Physics Research—V. V. Kaplan, V. M. Nashatir . . . . .	79
A Study of a Magnetic Circuit with a Multilayer Coil Around its Air Gap—O. B. Bull . . . . .	32	How Machining Influences the Magnetic Properties of Magnetic Circuits Employing Electrical Steel—G. A. Brashevan, B. V. Molotilov . . . . .	84
Feasible Principles for the Automatic Regulation System of a Hydro-electric Station and a D. C. Transmission Line—V. V. Krivenkov . . . . .	38		
Account of Probability Relationships for Loads in Network Calculations—D. A. Arzamastsev, U. S. Sclarov . . . . .	43	<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
Fundamentals for Practical Calculations of Thermal Transients in Powerful Semi-conductor Devices—P. D. Davidov . . . . .	46	How the kVAR Load on Water-wheel Generators Influences Optimum kW Distribution Within the Power Station—V. D. Urin . . . . .	88
Calculation of the Parameters for a Multi-pole Network Equivalent to a Circuit of Complex Structure—G. T. Adontz . . . . .	52	A Three-phase Ring-type Phase Detector—A. B. Florinski . . . . .	90
A Sectionalizing Protection for Stable Out-of-Step Operating Conditions in a Power System—S. E. Stepunin, V. M. Strelkov . . . . .	56	<b>CHRONICLE</b> . . . . .	91
		<b>BIBLIOGRAPHY</b> . . . . .	94



---

---

## НОВЫЕ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ЭНЕРГИЯ»

Брук Б. С. Полярографические методы. Физические и физико-химические методы контроля состава и свойств веществ. Под общ. ред. Н. Н. Шумиловского. «Энергия», 1965. 112 стр., ц. 30 коп.

Михин Д. В. Кремниевые стабилитроны. (Библиотека по автоматике. Вып. 149). «Энергия», 1965. 112 стр., ц. 30 коп.

Нежданов И. В. Инверторы на тиристорах. (Библиотека по автоматике. Вып. 152). «Энергия», 1965. 112 стр., ц. 28 коп.

Неразрушающие испытания (справочник). Под ред. Р. Мак-Мастера. Пер. с англ. Кн. 1. «Энергия», 1965. 504 стр., ц. 4 р. 57 к.

Кочубиевский И. Д. и Стражмейстер В. А. Динамическое моделирование нагрузок при испытаниях автоматических систем. (Библиотека по автоматике. Вып. 151). «Энергия», 1965. 144 стр., ц. 37 коп.

Мансуров Н. Н. и Попов В. С. Теоретическая электротехника. Изд. 9-е. исправл. «Энергия», 1965. 624 стр., ц. 1 р. 22 к.

Миловзоров В. И. Бесконтактное регулирование скорости электрических исполнительных устройств. (Библиотека по автоматике. Вып. 150). «Энергия», 1965. 112 стр., ц. 27 коп.

Полупроводники в преобразовательной технике. Под ред. С. Кошлера и М. Кубата. Пер. с чеш. «Энергия», 1965. 356 стр., ц. 1 р. 46 к.

Шаталов А. С. Преобразования сигналов и изображающих их функций обобщенными линейными системами автоматического управления. «Энергия», 1965. 344 стр., ц. 1 р. 50 к.

Цена 80 к.

Индекс 71106

# ПРОДОЛЖАЕТСЯ

на журналы

издательства „ЭНЕРГИЯ“

на 1966 г.

# ПОДПИСКА

## «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО»

Год издания 86-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 9 р. 60 к.,  
на 6 мес. — 4 р. 80 к.  
Цена одного номера 80 коп.

— ● —

## «ЭНЕРГЕТИК»

Год издания 14-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 2 р. 40 к.,  
на 6 мес. — 1 р. 20 к.  
Цена одного номера 20 коп.

## «ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА»

Год издания 13-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 9 р. 60 к.,  
на 6 мес. — 4 р. 80 к.  
Цена одного номера 80 коп.

— ● —

## „ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СТАНЦИИ“

Год издания 37-й  
12 номеров в год  
Подписная цена на журнал  
«Электрические станции»: ◇  
на год — 9 р. 60 к.,  
на 6 мес. — 4 р. 80 к.  
Цена одного номера 80 коп.  
С приложением 6 номеров  
на год — 12 руб.,  
на 6 мес. — 6 руб.

— ● —

## «ЭНЕРГОХОЗЯЙСТВО ЗА РУБЕЖОМ»

Подписная цена  
на приложение  
«Энергохозяйство за рубежом»:  
на год — 2 р. 40 к.,  
на 6 мес. — 1 р. 20 к.  
Цена одного номера 40 коп.

## «ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО»

Год издания 36-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 7 р. 20 к.,  
на 6 мес. — 3 р. 60 к.  
Цена одного номера 60 коп.

— ● —

## «СВЕТОТЕХНИКА»

Год издания 12-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 3 р. 60 к.,  
на 6 мес. — 1 р. 80 к.  
Цена одного номера 30 коп.

## „ЭЛЕКТРОТЕХНИКА“

Год издания 37-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 8 р. 40 к.,  
на 6 мес. — 4 р. 20 к.  
Цена одного номера 70 коп.

## «ПРОМЫШЛЕННАЯ ЭНЕРГЕТИКА»

Год издания 21-й  
12 номеров в год  
Подписная цена:  
на год — 4 р. 80 к.,  
на 6 мес. — 2 р. 40 к.  
Цена одного номера 40 коп.

Подписка принимается с любого очередного номера и на любой срок у общественных распространителей печати, в пунктах подписки «Союзпечать» по месту работы и учебы, в агентствах «Союзпечать», а также в любом почтамте и отделении связи.